



UNIVERSIDADE DO ALGARVE
ÁREA DEPARTAMENTAL DE FÍSICA
LABORATÓRIO DE PROCESSAMENTO DE SINAIS

TOMOGRAFIA ACÚSTICA OCEANOGRÁFICA
COM VISTA À ESTIMAÇÃO DE MARÉS INTERNAS
NA PLATAFORMA CONTINENTAL

ORLANDO CAMARGO RODRÍGUEZ

UNIVERSIDADE DO ALGARVE, FARO
DEZEMBRO 2000

Tomografia acústica
oceanográfica com vista à
estimação de marés
internas na plataforma
Rodríguez,



TESES
SD



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

UNIDADE DE CIÊNCIAS EXACTAS

Tomografia Acústica Oceanográfica
com vista à estimação de marés internas
na plataforma continental

Lic. Orlando Camargo Rodríguez

ÁREA DEPARTAMENTAL DE FÍSICA (ADF)

LABORATÓRIO DE PROCESSAMENTO DE SINAIS (SiPLAB)

Tese de doutoramento para obtenção de grau de doutor
em Oceanografia Física

DEZEMBRO 2000

09-05-82 40450
SSI 46
ROD + Tom

2786 T.

1

*Ao Leo e à Lali...
e aos meus pais.*

“De pronto, sin ningún anuncio, su actividad febril se interrumpió y fue substituida por una especie de fascinación. Estuvo varios días como hechizado, repitiendose a sí mismo en voz baja un sartal de asombrosas conjeturas, sin dar crédito a su propio entendimiento. Por fin, un martes de diciembre, a la hora del almuerzo, soltó de un golpe toda la carga de su tormento. Los niños habian de recordar por el resto de su vida la augusta solemnidad con que su padre se sentó a la cabecera de la mesa, temblando de fiebre, devastado por la prolongada vigilia y por el encono de su imaginación y les reveló su descubrimiento:

—La tierra es redonda como una naranja.”

Gabriel Garcia Marquez

CIEN AÑOS DE SOLEDAD

Agradecimentos

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a os meus colegas do SiPLAB, Mário Jesus, João António Silva, Nelson Martins, Cristiano Lopes e Cristiano Soares, pela excelente atmosfera de trabalho nas instalações do SiPLAB. Foram inúmeras as horas –e as bicas– que partilhei com eles, discutindo sobre Linux, filtros de Kalman, comunicações submarinas, wavelets, distribuições tempo-frequência e Algoritmos Genéticos. Em relação a este último ponto quero agradecer especialmente ao Cristiano Soares pelos seus conselhos, e pelo tempo que tão gentilmente dispensou para testar algumas hipóteses preliminares relacionadas com a aplicação dos Algoritmos Genéticos na inversão tomográfica. Quero agradecer igualmente a minha esposa e ao meu filho pelo seu apoio incondicional, pela paciência inesgotável e o calor de família que mostraram durante tantos fins de semana roubados à vida familiar, e que ocupei a redigir e a melhorar alguns dos capítulos desta tese, Em último lugar quero agradecer ao meu orientador científico, Prof.D. Sérgio Jesus, pelos potentes meios de computação do SiPLAB, constantemente disponíveis, pela extraordinária experiência adquirida no decorrer deste trabalho de investigação, pelas sugestões e críticas construtivas, e pelo seguimento constante do trabalho de doutoramento. E sobretudo, pela sua amizade.

Resumo

Esta tese discute a aplicação dos métodos da Tomografia Acústica Oceanográfica à monitorização e consequente inversão das marés internas em ambientes costeiros. O material desta tese começa por descrever em detalhe o modelo teórico de propagação das marés internas, nos casos linear e não-linear. Esta discussão permite introduzir o conceito de Modos Normais Hidrostáticos (MNHs). Mostra-se, em particular, que os MNHs constituem uma base ortogonal completa para representar os campos de pressão, corrente, temperatura, velocidade do som e salinidade. Seguidamente, recorrendo a simulações, discutem-se os efeitos das variações geométricas e ambientais, nas chegadas temporais do sinal. As simulações permitem desenvolver uma estratégia robusta de inversão tomográfica, a qual é inicialmente testada em dados simulados, e é então aplicada aos dados reais da experiência INTIMATE'96. Mostra-se, de forma consistente, que os métodos da Tomografia Acústica Oceanográfica podem ser aplicados eficientemente na monitorização e inversão da maré interna, permitindo alcançar um alto grau de precisão tomográfica.

Abstract

This thesis discusses the application of the methods of Ocean Acoustic Tomography to monitorize and invert the variations of internal tides in coastal environments. The material of this thesis starts with the detailed theoretical description of the propagation of internal tides, in the linear and non-linear cases. This discussion allows one to introduce the concept of Hydrostatic Normal Modes (HNMs). It is shown, in particular, that the HNMs constitute a complete orthogonal basis to represent the fields of pressure, current, temperature, sound speed and salinity. Furthermore, ray-tracing simulations are used to predict the effects of variations on waveguide geometry, and sound speed, on the temporal arrivals of the acoustic signal. The simulations allow one to develop a robust strategy of tomographic inversion, which is first tested with simulated data, and then is tested on real acoustic data from the INTIMATE'96 experiment. Finally, it is shown that the methods of Ocean Acoustic Tomography can be efficiently applied to monitorize and invert the propagation of the internal tide, allowing one to achieve a high degree of tomographic precision.

Índice

Agradecimentos	IV
Resumo	V
Abstract	VI
Lista de figuras	X
Notação	XI
1 Introdução	1
2 Marés internas e de superfície	6
2.1 Marés de superfície	7
2.2 Marés internas	11
2.3 Ondas internas: fundamentos teóricos	13
2.3.1 Caso hidrostático linear ($\Omega = 0$)	15
2.3.2 Caso linear não hidrostático ($\Omega \neq 0$)	18
2.3.3 Caso não-linear ($\Omega = 0$)	19
2.3.4 Perturbações de temperatura	25
2.3.5 Perturbações de salinidade	26
2.4 Ondas acústicas submarinas	27
2.5 Efeitos das marés internas no sinal acústico	31
3 O Projecto INTIMATE	33
3.1 A campanha INTIMATE'96	34
3.2 Dados oceanográficos	37
3.2.1 Batimetria, geologia e geometria de transmissão	38
3.2.2 Pressão e salinidade	38
3.2.3 Temperatura	39
3.2.4 Correntes	44
3.2.5 Perfil de flutuabilidade	45
3.2.6 Velocidade do som	45
3.3 Dados acústicos	46
3.3.1 Fonte acústica e sinal emitido	46
3.3.2 Sistema de recepção (sensores acústicos)	48
3.3.3 Eventos	49
3.3.4 Pré-processamento dos dados acústicos	50

4	O problema directo	55
4.1	Dados reais	56
4.1.1	Equivalência entre EOFs e MNHs	56
4.1.2	Direcção de propagação da maré interna	59
4.1.3	Peso dos MNHs nas variações de c	60
4.2	Simulações	61
4.2.1	Variações na geometria de propagação	63
4.2.2	Variações ambientais	67
5	O problema inverso	72
5.1	Comentários preliminares	72
5.1.1	Identificação de solitons	72
5.1.2	Localização de fontes	74
5.2	O problema tomográfico	74
5.3	Tomografia por Adaptação do Campo (MFT)	75
5.3.1	Fundamentos teóricos	75
5.3.2	Simulações tomográficas, banda estreita	77
5.3.3	Simulações tomográficas, banda larga	79
5.4	Tomografia de Tempos de Chegada (TTC)	82
5.4.1	Fundamentos teóricos	82
5.4.2	Processamento multi-sensor	84
5.4.3	Regularização do sistema linear de equações	84
5.4.4	Redundância das chegadas	86
5.4.5	Simulações de tomografia	87
6	Inversão tomográfica: dados reais	91
6.1	Extracção e comparação das chegadas acústicas	91
6.2	Estimação da profundidade do guia de onda	94
6.3	Precisão da inversão tomográfica	97
6.4	Tomografia dos dados acústicos do Evento I	103
7	Conclusões	106
	Referências	110
I	Solução numérica do PSL	121
II	Publicações do candidato constantes na lista de referências	124

Lista de figuras

3.1	Localização geográfica da área monitorizada durante a campanha INTIMATE'96.	35
3.2	Configuração experimental do INTIMATE'96.	36
3.3	Batimetria da zona do INTIMATE'96 e esquema geral das transmissões acústicas.	39
3.4	CTD-IH: Dados de pressão, p (figuras (a) e (c)), e salinidade, S (figuras (b) e (d)).	40
3.5	CTD-IH: Perfil médio de salinidade, $S_0(z)$.	40
3.6	CTD-IH: Dados de temperatura, T .	42
3.7	TERM-CMO: Dados de temperatura, T .	43
3.8	Perfis médios de temperatura: CTD-IH (a), e TERM-CMO (b).	43
3.9	ADCP-CMO: Dados de correntes, u .	44
3.10	CTD-IH: Perfis de fluatibilidade $N(z)$: média dos valores medidos (linha contínua), perfil estimado a partir do perfis médios de temperatura e salinidade (linha tracejada com pontos) e perfil estimado apenas com o termo de temperatura (linha tracejada).	46
3.11	CTD-IH: Dados da velocidade do som, c .	47
3.12	CTD-IH: Perfil médio da velocidade do som, $c_0(z)$.	48
3.13	Cálculo dos padrões médios de chegada.	51
3.14	Padrões de chegada das transmissões acústicas do INTIMATE'96, no sensor a 115 m: (a) Evento I, (b) Evento II, e (c) Evento III. As barras laterais indicam a amplitude dos padrões de chegada.	54
4.1	Padrão de chegada modelado (a) e padrão de chegada calculado dos dados acústicos (b).	56
4.2	(a) EOFs dos dados de corrente, a linha contínua corresponde a u , a linha tracejada a v ; (b) EOFs de temperatura; (c) MNHs calculados com o perfil médio de fluatibilidade.	58
4.3	TERM-CMO: amplitudes modais de temperatura.	61
4.4	TERM-CMO: percentagem das amplitudes modais e respectivos valores médios.	62
4.5	Raios de propagação RBR (caso (a)) e SRBR (caso (b)).	64
4.6	Predições da maré de superfície na posição da VLA.	65
4.7	Dependência das chegadas acústicas (quadrupletos) na profundidade do fundo, D , (sensor 3).	66
4.8	Dependência das chegadas relativas da distância de emissão, R , (sensor 3).	66
4.9	Variações ambientais: (a) perfis de referência, $c_0(z)$, e perturbado, $c(z)$; (b) perturbação do perfil de velocidade, $\delta c(z)$.	68
4.10	Frentes temporais para $c_0(z)$ (a), e $c(z)$ (b).	70
5.1	Testes de MFT: perfil de velocidade "perturbado".	78

5.2	Evolução do estimador de Bartlett ao diminuir o número de sensores: (a) $N = 11$, (b) $N = 6$ e (c) $N = 3$; o caso (d) corresponde à geometria dos 3 sensores do INTIMATE'96. As barras laterais indicam a amplitude do estimador em dB.	80
5.3	Evolução do estimador de Bartlett ao incrementar o número de frequências, N_f , ($N=3$): (a) $N_f = 3$, (b) $N_f = 6$, (c) $N_f = 11$ e (d) $N_f = 21$. As barras laterais indicam a amplitude do estimador em dB.	81
5.4	Simulações de TTC: tempos de chegada para $c_0(z)$ (quadrados) e $c(z)$ (círculos).	89
5.5	Resultados da inversão tomográfica: sensor 1 (a), sensor 2 (b), sensor 3 (c) e sistema concatenado (d). Em todos os casos a linha contínua indica a perturbação "real", e a linha tracejada a solução inversa correspondente. . .	90
6.1	Estimação da profundidade do guia de onda, D , usando as chegadas do sensor 1 (caso (a)), sensor 2 (caso (b)), sensor 3 (caso (c)), e as chegadas concatenadas (caso (d)).	96
6.2	Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape4/run8, $D^\# = 134.4$ m. (a) Alinhamento preliminar das chegadas emparelhadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) família de soluções geradas; (c) amplitudes dos MNHs, associadas às soluções inversas do caso (a), a linha contínua corresponde a α_1 , a linha tracejada corresponde a α_2 e a linha tracejada com pontos corresponde a α_3 ; (d) solução $\mathbf{x}^\#(\mathbf{y}')$ (linha contínua) que minimiza o estimador $\hat{\mathcal{X}}$, e solução verdadeira, \mathbf{x} , (linha tracejada). . .	100
6.3	Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape4/run8, $D^\# = 134.1$ m. (a) Alinhamento preliminar das chegadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) solução $\mathbf{x}^\#(\mathbf{y}')$ (linha contínua) que minimiza o estimador $\hat{\mathcal{X}}$, e solução verdadeira, \mathbf{x} , (linha tracejada). . .	101
6.4	Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape5/run15. (a) Alinhamento preliminar das chegadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) solução $\mathbf{x}^\#(\mathbf{y}')$ (linha contínua) que minimiza o estimador $\hat{\mathcal{X}}$, e solução verdadeira, \mathbf{x} , (linha tracejada).	102
6.5	Resolução tomográfica dos dados acústicos do Evento I: (a) Perfis de teste (dados de CTD), (b) perfis ajustados; campos invertidos de temperatura (c) e salinidade (d).	103
6.6	Resultados tomográficos baseados nos perfis de referência.	105
6.7	Amplitudes estimadas dos MNHs.	105

Notação

ALFABETO LATINO

ESCALARES

\hat{A}	Estimador das amplitudes dos MNHs
a_j	Amplitude modulada do sinal emitido
a_s	Coefficiente de contracção da salinidade
a_T	Coefficiente de expansão térmica da água
C_{ps}	Calor específico da água (pressão e salinidade constantes)
$c(z, r, t), c(z, t)$	Perfil geral da velocidade do som
$c_0(z)$	Perfil de referência da velocidade do som
c_v	Calor específico da água a volume constante
D	Profundidade máxima
d	Parâmetro de não-linearidade modal
\hat{E}	Estimador de Bartlett (banda estreita)
\hat{E}_{inc}	Estimador incoerente de Bartlett (banda larga)
f	Frequência linear
f_c	Frequência de Coriolis
g	Constante de aceleração da gravidade
$h(t)$	Resposta impulsiva do canal
i	Unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$)
j, l, m	Índices
k	Número de onda
k_j	Valor próprio associado ao modo normal Z_j
k_T	Conductividade térmica da água
k_x, k_y	Componentes do vector \mathbf{k}_h
L	Número de instantâneas ("snapshots")
L	Número de camadas
$N(z)$	Frequência de Brunt-Väiasällä
N_f	Número de frequências
N	Número de sensores
n	Ruído
P_m	Peso do MNH de ordem m em δc ($m = 1, 2, 3$)
p	Pressão (domínio do tempo)
p_0	Pressão do fluido no estado de equilíbrio

p'	Perturbações de pressão ($p' = p - p_0$)
$p(t, z_r)$	Pressão acústica à profundidade z_r
p_m	Amplitude modal da pressão
\hat{p}	Pressão (domínio da frequência)
$\hat{p}(f, z_r), \hat{p}(z_r)$	Componente de banda estreita da transformada de Fourier de $p(t, z_r)$
Q_T	Fontes externas de calor
R	Distância horizontal de transmissão
r	Distância horizontal
$r(t, z_r)$	Sinal temporal captado no sensor submarino à profundidade z_r
r	Característica da matriz de observação
S	Salinidade
S_0	Salinidade no estado de equilíbrio (perfil médio de salinidade)
$\hat{S}(\omega)$	Espectro da fonte
s	Parâmetro adimensional de não-linearidade modal
$s(t), s(t, z_s)$	Sinal emitido pela fonte acústica à profundidade z_s
s_j	Comprimento do raio próprio Γ_j
T	Temperatura
T_0	Temperatura no estado de equilíbrio (perfil médio de temperatura)
Υ	Número de raios próprios ou chegadas
\hat{T}	Estimador da profundidade do guia de onda
t	Tempo
(u, v, w)	Componentes do vector de corrente segundo os eixos x, y e z
(u_m, v_m, w_m)	Amplitudes modais de u, v e w
$\hat{\mathcal{X}}$	Estimador de proximidade entre a solução verdadeira e a solução estimada
x, y	Componentes ortogonais do plano horizontal
$Z_j(z)$	Modo normal acústico
z	Componente vertical (profundidade)
$\{z_i\}$	Grelha de discretização em profundidade
z_r	Profundidade do sensor submarino (hidrófono)
z_s	Profundidade da fonte acústica

VECTORES E MATRICES

\mathbf{a}^t	Transposto do vector (ou matriz) \mathbf{a}
----------------	---

a^*	Transposto conjugado do vector (ou matriz) a
E	Matriz de observação
g	Vector de aceleração da gravidade
i, j, k	Versores segundo os eixos x, y e z
k_h	Componente horizontal do vector número de onda (ondas internas lineares, caso rotacional)
n	Vector do ruído
P	Matriz de regularização
\hat{p}	Vector normalizado da pressão acústica obtido das observações (banda estreita)
\hat{p}_m	Vector normalizado da pressão acústica calculado com um modelo de propagação (banda estreita)
U	Vector de corrente
U_h	Componente horizontal da corrente
\mathcal{U}_m	Amplitude modal não-linear de U_h
u_1	Vector unitário ($u_1 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$)
x	Vector das perturbações no perfil de velocidade (solução “verdadeira”)
$x^\#$	Valor estimado de x (solução estimada)
y	Vector dos atrasos
y'	Vector de atrasos com perturbações temporais δy ($y' = y + \delta y$)
y_j	Vector dos atrasos no sensor j
δy	perturbações temporais dos tempos de chegada

ALFABETO GREGO

ESCALARES

α_m	Amplitudes modais da temperatura, velocidade do som, e salinidade
$\tilde{\alpha}_m, \tilde{\beta}_m$	Parâmetros da equação de Korteweg-de Vries
η_m	Deslocamento vertical não-linear do MNH de ordem m
Ω	Frequência de rotação da terra
ω	Frequência radial ($\omega = 2\pi f$)
$\tilde{\omega}$	Frequência das ondas internas

$\Psi_m(z), \phi_m(z)$	Modos Normais Hidrostáticos (MNHs)
$\tilde{\Psi}_m(z), \tilde{\phi}_m(z)$	Modos Normais não Hidrostáticos
ρ	Densidade do fluido
ρ_0	Densidade do fluido no estado de equilíbrio
ρ'	Perturbações de densidade ($\rho' = \rho - \rho_0$)
ρ_m	Amplitude modal da densidade
φ	Latitude geográfica
τ	Tempo de chegada correspondente a $c(z, r, t)$
τ_0	Tempo de chegada correspondente a $c_0(z)$
$\Delta\tau$	Perturbação no tempo de chegada ($\Delta\tau = \tau - \tau_0$)
τ_r	Chegada temporal relativa ($\tau_r = \tau - \tau_{ref}$)
τ_{ref}	Chegada de referência
θ	Ângulo de propagação da maré interna
ϑ	Latitude geográfica

VECTORES E MATRICES

α	Vector das amplitudes dos MNHs
$\alpha^\#$	Valor estimado de α
Ω	Vector de rotação da terra
Ψ	Matriz de regularização dos MNHs
τ	Vector das chegadas absolutas, correspondentes a $c(z, r, t)$
τ_0	Vector das chegadas absolutas, correspondentes a $c_0(z)$
τ_r	Vector de chegadas relativas ($\tau_r = \tau - \tau_{ref}$)
τ_{ref}	Vector da chegada de referência ($\tau_{ref} = \tau_{ref} \mathbf{u}_1$)
τ^p, τ_0^p	Chegadas emparelhadas
θ	Vector das parâmetros do espaço de procura
θ_0	Vector das parâmetros procurados

SÍMBOLOS ESPECIAIS

∇	Operador nabra
∇_h	Componente horizontal do operador nabra
$\langle \dots \rangle$	Operador do valor médio

$\langle \dots \dots \dots \rangle$	Operador do produto interno entre funções ($\langle \dots 1 \dots \rangle = \langle \dots \dots \rangle$)
$\frac{D}{Dt}$	Operador da derivada total
*	Operador de convolução
$\ \dots \ $	Norma de vectores
\times	Produto vectorial externo
.	Produto vectorial interno

ABREVIATURAS

CFs	Condições de Fronteira
CTD	Conductivity-Temperature-Depth
EOFs	Empirical Orthogonal Functions (Funções Ortogonais Empíricas)
INTIMATE	Internal Tide Investigation by Means of Acoustic Tomography Experiments
LFM	Modulação Linear de Frequência (Linear Frequency Modulation)
MFP	Matched-Field Processing (Processamento Adaptativo do Campo)
MFT	Matched-Field Tomography (Tomografia por Adaptação do Campo)
MNHs	Modos Normais Hidrostáticos
PSL	Problema de Sturm-Liouville
SNR	Relação sinal-ruído (Signal to Noise Ratio)
SVD	Decomposição em Valores Singulares (Singular Value Decomposition)
TTC	Tomografia de Tempos de Chegada
VLA	Antena Vertical (Vertical Line Array)
XBT	Expendable bathythermograph

Capítulo 1

Introdução

O conceito de “maré” encontra-se habitualmente associado à subida e descida das águas do mar, que tem lugar aproximadamente cada doze horas [1]. Duma forma geral a maré corresponde a um tipo particular de ondas gravíticas, cuja propagação depende da posição relativa da Lua e do Sol [2]. Assim, as ondas de maré propagam-se ao longo do planeta movimentando as massas oceânicas, que se encontram porém limitadas pela presença dos continentes. Como qualquer tipo outro tipo de movimento ondulatório a maré pode ser caracterizada em termos energéticos, segundo a intensidade de oscilação da superfície do mar. Por regra geral o movimento das massas oceânicas tem lugar de maneira homogénea, de maneira que as superfícies de densidade e pressão constante oscilam em fase, evitando a mistura das massas de água mais próximas da superfície, com as massas de água que se encontram à maior profundidade. Desta maneira as distribuições de densidade e temperatura permanecem praticamente constantes ao longo do tempo. No entanto, quando a onda de maré se propaga do oceano profundo para uma zona pouco profunda (junto à costa), tem lugar uma concentração significativa da energia da maré na zona de menor profundidade. Esta concentração de energia pode dar lugar à mistura das massas de água que se encontram a profundidades diferentes, induzindo variações temporais na densidade e na temperatura

da coluna de água. Uma vez que estas mudanças acontecem no interior da coluna de água as mesmas são denominadas, genericamente, como “marés internas” [3], em contraste com a maré habitual, que é denominada com frequência como “maré de superfície”. Do ponto de vista físico as marés internas correspondem a um caso particular de ondas internas, em ressonância com a maré de superfície. As marés de superfície, e internas, têm um papel de grande importância nos habitats costeiros, devido, em particular, aos fenómenos de transporte de sedimentos, e redistribuição das concentrações de plâncton, a que se encontram associadas. Neste sentido a monitorização da maré interna constitui uma tarefa de grande importância para o aproveitamento dos recursos costeiros. Os meios actuais envolvidos neste tipo de monitorização envolvem a utilização de técnicas “intrusivas”, como CTDs, XBTs, ADCPs, cadeias de termistores, etc. [1]. Para além de serem dispendiosos, os instrumentos acima referidos permitem fazer medidas pontuais das propriedades da coluna de água. Se a aquisição de dados oceanográficos num ponto particular envolve um conjunto significativo de recursos, a situação torna-se impracticável na monitorização duma zona extensa, ao longo da costa. Por esta, e outras razões, a maré interna não tem sido estudada de forma consistente.

Uma alternativa aos métodos “intrusivos” é constituída pela Tomografia Acústica Oceanográfica [3]–[5]. Esta técnica, proposta originalmente por Walter Munk e Carl Wunsch, inspira-se na biomedicina e na sismologia, e consiste na utilização duma rede de emissores/sensores acústicos, que circundam uma determinada zona oceânica, para inverter (ou seja, para determinar) os campos da velocidade do som, no interior da referida zona. Esta inversão tira partido da sensibilidade dos sinais acústicos emitidos às variações, no tempo e no espaço, dos campos da velocidade do som (e, como será mostrado mais tarde, da temperatura) no interior da zona circundada. Desde a sua aparição, no início dos anos

70, que as técnicas de Tomografia Acústica Oceanográfica se têm perfilado activamente como uma alternativa eficaz aos métodos clássicos, de monitorização dos ambientes marinhos. Neste sentido, têm-se desenvolvido um número significativo de estudos dedicados à inversão tomográfica nos mais variados ambientes oceânicos, desde o caso “clássico” de águas profundas (com distâncias de transmissão e recepção na ordem das centenas, e até milhares, de quilómetros) [6]–[8], até ao caso do talude continental e zonas costeiras de águas pouco profundas, de profundidades típicas < 200 m [9, 10]. Numa perspectiva temporal mais recente as experiências de tomografia acústica têm sido igualmente realizadas em águas Portuguesas, com o desenvolvimento do projecto INTIMATE, do qual se falará em detalhe no Capítulo 3.

Um dos aspectos ainda não explorados da Tomografia Acústica Oceanográfica encontra-se relacionado com a monitorização e subsequente inversão tomográfica das marés internas [11, 12]. A monitorização e inversão tomográfica da maré interna envolveria um conjunto reduzido de recursos, em termos humanos e económicos, para além de fornecer informação valiosa que poderia ser aproveitada numa melhor administração dos recursos costeiros. Do ponto de vista do problema directo, ou seja, do ponto de vista da propagação acústica através do campo da velocidade do som induzido pela maré interna, existe uma quantidade significativa de observações (a serem discutidas na secção 2.5) que demonstra a sensibilidade do sinal acústico às perturbações induzidas pela propagação das marés internas. No entanto, do ponto de vista do problema inverso (ou seja, considerando o problema de inverter as variações da maré interna a partir das variações do sinal acústico) existe uma insuficiência evidente de dados experimentais. À escala dos habitats costeiros as distâncias de transmissão medem-se geralmente na ordem da dezena de quilómetros, e não é evidente como se pode adaptar o método “clássico” da tomografia, característico dos ambientes oceânicos

(aguas profundas), ao caso do ambiente costeiro. Esta adaptação deverá ter em conta as características específicas do *ambiente* que se pretende monitorizar tomograficamente, assim como das características do *fenómeno* que se pretende inverter. Esta situação é fortemente sublinhada por *Munk et al.*, em [5].

Esta dissertação desenvolverá uma discussão detalhada da aplicação da tomografia acústica à monitorização, e correspondente inversão, das marés internas. Essa discussão tirará partido duma análise intensiva do modelo físico de propagação das marés e ondas internas, apresentada no Capítulo 2. O objectivo fundamental deste Capítulo consistirá em identificar os factores teóricos mais importantes, a serem incorporados posteriormente na inversão tomográfica. O Capítulo 2 permitirá igualmente introduzir uma estrutura lógica de interligações entre os problemas da propagação das ondas internas e ondas acústicas, permitindo a introdução de conceitos fundamentais de propagação acústica, e de processamento do sinal. Parte dos conceitos introduzidos neste Capítulo simplificará a discussão dos dados oceanográficos e acústicos, adquiridos durante a campanha tomográfica INTIMATE'96, cuja descrição se encontra no Capítulo 3. Alguns dos conceitos introduzidos nos Capítulos 2 e 3 permitirão introduzir uma parametrização robusta do perfil de velocidade, na primeira parte do Capítulo 4. Seguidamente, a segunda parte deste Capítulo 4 será dedicada às simulações de propagação acústica, no caso de variações geométricas e ambientais do canal de propagação, permitindo identificar de maneira clara as perturbações que as marés de superfície, e as marés internas, poderão induzir no sinal recebido. Os resultados deste Capítulo, em conjunto com a discussão teórica do modelo físico de propagação das marés internas, permitirão desenvolver um esquema de tomografia, testado inicialmente em dados simulados no Capítulo 5, sendo seguidamente testado em dados reais da campanha INTIMATE'96, cuja

discussão é apresentada no Capítulo 6. As conclusões serão apresentadas no Capítulo 7. A discussão apresentada nesta dissertação permitirá identificar de maneira clara os factores fundamentais que determinam uma inversão robusta, mostrando igualmente a robustez da Tomografia Acústica Oceanográfica da maré interna por tempos de chegada, assim como da alta precisão de inversão que este método permite alcançar.

Capítulo 2

Marés internas e de superfície

O conceito de “maré” encontra-se habitualmente associado à subida e descida do nível das águas do mar, processo este que na maior parte das zonas costeiras se repete com um período aproximado de doze horas, se bem que a nível local existam desvios em relação a este valor, o que nalguns casos pode dar origem a marés com um período aproximado de 25 horas. O subir e descer do nível das águas corresponde à característica mais óbvia à maior parte dos observadores, razão pela qual existem registos de marés praticamente desde os primórdios da navegação, e já no século treze existia uma compilação de técnicas empíricas de predição das mares que se baseavam na observação dos movimentos da Lua. No entanto o fenómeno principal encontra-se relacionado com as correntes horizontais das marés, uma vez que a subida ou descida das massas de água são a consequência principal da convergência ou divergência das correntes quando o fluxo de água se dirige ou se afasta da costa. Deve ser sublinhado que o fenómeno das marés não é exclusivo das massas de água que compõem os nossos oceanos, já que a massa da terra e as diferentes camadas da atmosfera também se encontram sujeitos aos efeitos das forças que provocam as marés, embora as correspondentes amplitudes de oscilação sejam de amplitude reduzida. Pelas suas características as marés correspondem a um fenómeno *barotrópico*, o que quer dizer que,

independentemente da fase e da altura da maré, as diferentes “camadas” que constituem a coluna de água movimentam-se em fase, de maneira a que as superfícies em que a pressão é constante (denominadas “isobáras”) encontram-se alinhadas paralelamente à superfície do oceano, e às superfícies de densidade constante (ou isopícnicas). No entanto, quando a maré se propaga dum meio de águas profundas (como é o caso do mar aberto), para um meio de águas pouco profundas (em direcção à orla costeira), tem lugar uma concentração significativa da energia da maré no canal de menor profundidade, o que pode dar lugar à mistura das diferentes camadas, inicialmente homogéneas. A mistura das camadas origina variações na densidade da coluna de água, em que as isopícnicas deixam de estar alinhadas paralelamente às isobáras e à superfície do oceano. Semelhante tipo de estado é denominado *baroclínico*. No caso da maré *baroclínica* pode-se verificar uma variação periódica da temperatura da coluna de água, variação esta que se repete com a mesma frequência que a subida e descida das águas. Dado que esta mudança tem lugar no interior da coluna de água (razão pela qual as marés baroclínicas só começaram a ser estudadas sistematicamente no início do nosso século) a maré baroclínica é comumente denominada “maré interna”, em contraste com a maré barotrópica habitual, que é denominada geralmente como “maré de superfície”. Neste capítulo serão introduzidos alguns dos conceitos fundamentais, que serão utilizados extensivamente ao longo dos capítulos dedicados á aplicação da inversão tomográfica.

2.1 Marés de superfície

As marés de superfície resultam da variação das forças de gravidade exercidas pelo Sol e a Lua sobre as massas de água do nosso planeta, à medida que aqueles astros se deslocam em relação à Terra. Embora de fraca intensidade quando comparadas com a força da gravidade

terrestre (numa relação de um para um milhão) as componentes das forças da maré que agem ao longo da superfície do nosso planeta são suficientemente intensas para induzir o movimento das massas de água sobre as quais exercem a sua influência. Dependendo da rotação combinada do Sol e da Lua obtem-se uma soma de oscilações periódicas (ver tabela 2.1), cuja componente mais importante é a *semidiurna*, denotada com o símbolo M_2 , e que têm um período de 12.42 horas. Os oito primeiros termos da tabela 2.1 contribuem aproximadamente com 90% do total das oscilações da maré em qualquer ponto do planeta. Em particular os dados de altimetria da superfície do mar, obtidos por satélite, mostram que na proximidade da costa Portuguesa a componente M_2 da maré barotrópica propaga-se na direcção Norte, proveniente do Atlântico Sul [13].

A formulação da Teoria da gravitação por Isaac Newton em 1687 deu origem ao primeiro modelo matemático simplificado das marés barotrópicas, e que hoje em dia é comumente denominado como a Teoria das marés em equilíbrio [2]. Se bem que este modelo permitisse deduzir correctamente algumas das características gerais das marés observadas o mesmo predizia igualmente que as oscilações das marés em antípodas do globo terrestre deveriam estar em fase, o que não se ajusta às observações sistemáticas recolhidas em inúmeros pontos da superfície da Terra. Pierre-Simon Laplace reformularia o problema das marés em 1776, naquilo que se denomina actualmente como a Teoria dinâmica das marés [1]. No contexto desta teoria as marés barotrópicas correspondem a ondas induzidas pela flutuação periódica das forças gravíticas, exercidas pela Lua e o Sol, sobre as massas de água na Terra. Em essência a teoria de Laplace reformulava o problema da predição das marés relacionando uma força periódica externa, *apriori* conhecida, com o movimento das massas oceânicas. No caso dum globo terrestre coberto inteiramente com uma massa de água de profundidade uni-

	<i>Símbolo</i>	<i>Velocidade</i> (graus/hora)	<i>Período</i> (h)	<i>C.R.</i>
<i>Componentes semidiurnas</i>				
Lunar principal	M_2	28.98410	12.42	100.0
Solar principal	S_2	30.00000	12.00	46.6
Maior elíptica lunar	N_2	28.43973	12.66	19.2
Semidiurna lunisolar	K_2	30.08214	11.97	12.7
Maior elíptica solar	T_2	29.95893	12.01	2.7
Menor elíptica lunar	L_2	29.52848	12.19	2.8
Elíptica lunar de 2a. ordem	$2N_2$	27.89535	12.91	2.5
Maior lunar eveccional	ν_2	28.51258	12.63	3.6
Menor lunar eveccional	λ_3	29.45563	12.22	0.7
Variacional	μ_2	27.96821	12.87	3.1
<i>Componentes diurnas</i>				
Lunisolar diurna	K_l	15.04107	23.93	58.4
Lunar principal diurna	O_l	13.94304	25.82	41.5
Solar principal diurna	P_l	14.95893	24.07	19.4
Maior lunar elíptica	Q_1	13.39866	26.87	7.9
Menor lunar elíptica	M_l	14.49205	24.84	3.3
Elíptica lunar reduzida	J_l	15.58544	23.10	3.3
<i>Componentes de maior período</i>				
Lunar nocturna	M_f	1.09803	327.67	17.2
Lunar mensal	M_m	0.54437	661.30	9.1
Solar semianual	S_{sa}	0.08214	2191.43	8.0

Tabela 2.1: Classificação das componentes das marés O C.R. (*Coefficient Ratio*) é a razão das amplitudes $\times 100$ em relação à componente M_2 .

forme trata-se dum problema de tratamento acessível, mas que se torna extraordinariamente complexo no caso de oceanos com topografia variável, e em que a circulação planetária das massas oceânicas se encontra condicionada pela presença de continentes. Para além destes condicionalismos um tratamento realístico deverá incluir o facto de que cada uma das bacias poderá ser caracterizada por um conjunto específico de parâmetros físicos, e responderá à acção da força externa com o seu conjunto próprio de frequências características. Neste último caso um tratamento adequado do problema só é possível recorrendo à solução numérica do modelo de Laplace com a ajuda de computadores. Alguns modelos deste tipo encontram-se disponíveis na Internet¹.

Uma técnica muito mais simples para calcular as marés, e que envolve um grau satisfatório de precisão, foi introduzida por Lord Kelvin em 1870 [2]. Esta técnica baseia-se na utilização dum conjunto anual de medidas das marés numa localidade específica, as quais permitem identificar os “pesos” das diferentes componentes periódicas, que contribuem para a oscilação da maré na localidade em questão. A informação dos pesos das diferentes componentes era inserida num “computador” analógico, constituído por um conjunto de rodas dentadas. Nesta máquina o movimento da primeira roda era transmitido à última através dum conjunto engenhoso de rodas secundárias, de diâmetros diferentes. As posições relativas das rodas secundárias dependiam dos pesos das diferentes componentes, e as rotações da última roda indicavam progressivamente as fases e as amplitudes das marés esperadas. Do ponto de vista matemático a máquina de Kelvin reproduzia mecânicamente a soma das componentes mais importantes da maré na localidade onde se tinha reunido o conjunto anual de medidas. Na actualidade os computadores substituíram as rodas dentadas da máquina de Kelvin, mas uma parte significativa das tabelas de maré editadas pelos serviços hidrográficos continua a

¹Ver por exemplo <http://podaac.jpl.nasa.gov/cdrom/tide/Document/html/models.htm>.

basear-se no esquema introduzido originalmente por Kelvin ou nalguma variante do mesmo.

2.2 Marés internas

Uma das particularidades da propagação da maré barotrópica sobre a plataforma continental corresponde à geração de *marés internas*, ou seja de ondas internas, predominantemente *semidiurnas*, que se propagam na plataforma continental. Em contraste com a mar aberto, onde o espectro das ondas internas obedece à distribuição de Garret-Munk [14], as ondas internas semidiurnas que se propagam nos ambientes costeiros exibem um espectro onde predomina claramente a frequência da maré barotrópica [9]. Duma forma geral as marés internas resultam da interacção entre a maré barotrópica e a topografia variável do fundo marinho, como é o caso da propagação sobre montanhas ou canhões submarinos [15, 16], ou sobre o talude continental [17, 18]. Apesar dos numerosos estudos dedicados a este problema (ver por exemplo [17]–[22]) o mecanismo exacto desta interacção (assim como o mecanismo do processo de geração) continúa ainda por desvendar.

Em particular a propagação das marés internas nos ambientes costeiros tem como consequência a oscilação da termoclina [1] em fase com as variações da maré de superfície. As marés internas podem induzir igualmente pequenas variações do nível do mar que podem ser detectadas com ajuda de fotografias de Radar de Abertura Sintética, SAR,² obtidas por satélite. Estas fotografias permitem detectar as bandas de materia orgânica que se encontram associadas com a propagação das marés internas. Na maior parte das situações essas bandas seguem a topografia do fundo marinho [13, 23, 24]. Conjuntamente com as observações de ondas lineares, as fotografias SAR de satélite e o estudo de dados de temperatura em diferentes partes do globo têm revelado a geração, na plataforma continental, e subse-

²Sigla em inglês de *Synthetic Aperture Radar*.

quente propagação, de pacotes de ondas não-lineares solitárias (comumente denominadas como *solitons*), que se encontram energeticamente associados com a maré interna [25]–[28]. Este tipo de fenómeno é de grande importância do ponto de vista teórico e prático, o que se prende com o facto de existir uma descrição matemática completa do problema de propagação [29]–[31], mas não do problema de geração aplicado ao caso particular das marés internas [15, 21, 32].

Em conjunto com as marés de superfície as marés internas têm um papel de grande importância nos habitats costeiros devido aos seus efeitos na produtividade biológica, seja pela redistribuição das populações de plâncton, nutrientes e cardumes [33], ou pelos fenómenos de transporte de sedimentos que se lhe encontram associados [34].

Como será discutido na secção 2.5 existe evidência experimental abundante que demonstra a sensibilidade dos sinais acústicos à propagação da maré interna, tendo sido alcançados avanços significativos na investigação deste problema. No entanto, ainda não foi desenvolvida uma perspectiva homogénea na análise do problema e as referências abarcam *a priori* casos significativamente diferentes nas suas propriedades físicas, envolvendo aproximações hidrostáticas, não hidrostáticas, lineares e não-lineares. Esta falta de homogeneidade dificulta a compreensão física do problema oceanográfico e acústico. Para minimizar estas dificuldades dedicar-se-á a próxima secção à discussão dos fundamentos teóricos das ondas internas, passando à descrição, tão completa e breve quanto possível, dos três casos de propagação mais importantes: o caso hidrostático linear na ausência de rotação, o caso linear não hidrostático e rotacional e, finalmente, o caso não-linear na ausência de rotação.

2.3 Ondas internas: fundamentos teóricos

No caso geral o movimento dos fluidos obedece ao conjunto de equações de Navier-Stokes [14, 35], que inclui os termos de viscosidade e atrito. Estes termos têm, habitualmente, um papel de importância reduzida ao nível do movimento das massas oceânicas, o que permite introduzir a seguinte equação geral de movimento do fluido [36]:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \rho (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + 2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} , \quad (2.1)$$

onde $\mathbf{U} = (u, v, w)$ representa a velocidade das partículas do fluido, ρ corresponde à densidade do mesmo, t é a variável temporal, $\boldsymbol{\Omega}$ representa o vector de rotação angular da terra e $\mathbf{g} = -k\mathbf{g}$ onde g representa a aceleração de queda livre no campo gravítico da terra, igual a 9.8 m/s^2 . Na Eq.(2.1) ∇ representa o operador “nabla”: $\nabla = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y + k\partial/\partial z$. Em geral os termos à esquerda do sinal de igualdade na Eq.(2.1) descrevem o movimento das partículas dum fluido na ausência de viscosidade, e num referencial não inercial. Os termos à direita do sinal descrevem a acção combinada dos campos externos das forças de pressão e de gravidade. Para além da eliminação dos termos de viscosidade a Eq.(2.1) pode-se simplificar significativamente ao introduzir a *aproximação de Boussinesq* [35]. De acordo com esta aproximação admite-se que as perturbações de densidade, $\rho' = \rho - \rho_0$, têm um papel de segunda ordem no cálculo dos termos à esquerda da equação, pelo que nos mesmos se pode substituir, sem perda de generalidade, a densidade total ρ , pela densidade do estado de equilíbrio, ρ_0 . No entanto, o mesmo raciocínio não se aplica aos termos à direita de equação. Desta maneira, pela aproximação de Boussinesq, a Eq.(2.1) re-escreve-se como

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + 2\rho_0 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} + \rho_0 (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} . \quad (2.2)$$

A Eq.(2.2) é insuficiente para desenvolver uma análise completa do movimento das massas

oceânicas. Complementando aquela equação pode mostrar-se que a velocidade, e a densidade das partículas do fluido, encontram-se ligadas pela denominada *Equação de Continuidade* [37]:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2.3)$$

onde o operador da derivada total se encontra definido como

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla. \quad (2.4)$$

A Eq.(2.3) pode ser separada em duas equações independentes aplicando a *condição de incompressibilidade*:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0, \quad (2.5)$$

onde a primeira das equações corresponderia a

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.6)$$

enquanto que a segunda, na sua forma completa, seria dada por:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0. \quad (2.7)$$

Desprezando os termos não-lineares $u\partial\rho/\partial x$ e $v\partial\rho/\partial y$ na Eq.(2.7), tendo em conta a relação

$\rho = \rho_0(z) + \rho'$, e considerando que $w\partial\rho/\partial z \approx w d\rho_0/dz$, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} - N^2 \frac{\rho_0}{g} w = 0. \quad (2.8)$$

onde N^2 é denominada *frequência de flutuabilidade* (ou *frequência de Brunt-Väiasällä*) [36]:

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}. \quad (2.9)$$

A frequência de flutuabilidade corresponde à frequência natural de oscilações dum elemento do fluido, ao executar um movimento harmônico, de pequenas amplitudes, ao longo do

eixo vertical. Tendo em conta que $N(z)$ depende do gradiente da densidade de equilíbrio, ρ_0 , a dependência da frequência de flutuabilidade na profundidade constitui um indicador fundamental da estratificação do meio e do equilíbrio estável do mesmo. Para além disso o perfil de flutuabilidade impõe um limite superior (chamado *frequência de corte*) ao intervalo de frequências naturais da coluna de água.

O sistema de equações Eq.(2.2), Eq.(2.6) e Eq.(2.8), constituirá o ponto de partida para a discussão, nas secções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3, dos três casos mais relevantes da propagação das ondas internas.

2.3.1 Caso hidrostático linear ($\Omega = 0$)

O caso mais simples de propagação das ondas internas corresponde ao caso hidrostático linear na ausência de rotação. Em primeiro lugar admitir-se-á a validade da *aproximação hidrostática* [36] para a densidade e a pressão da coluna de água:

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 . \quad (2.10)$$

Esta aproximação implica automaticamente que $\partial w / \partial t = 0$, o que corresponde a anular a componente vertical da Eq.(2.2). Seguidamente, sejam desprezados na Eq.(2.2) os termos não-lineares e os termos de rotação:

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \approx 0 \quad \text{e} \quad \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U} \approx 0 . \quad (2.11)$$

Desta maneira, com base nas aproximações (2.10) e (2.11), e após um ligeiro arranjo de termos, obter-se-iam as seguintes componentes da Eq.(2.2):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} , \quad \text{e} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} . \quad (2.12)$$

Pode mostrar-se que os campos de corrente, perturbação da densidade e pressão, que satisfazem o sistema formado pelas equações Eq.(2.6), Eq.(2.8), e o par de equações (2.12),

podem representar-se como expansões numa base de Modos Normais Hidrostáticos (MNHs)

Ψ_m e ϕ_m [31]:

$$\begin{aligned} w &= \sum_m w_m \Psi_m(z), \quad (u, v) = D \sum_m (u_m, v_m) \phi_m(z), \\ \rho' &= \rho_0 \frac{N^2}{g} \sum_m \rho_m \Psi_m(z), \quad p = \rho_0 \sum_m p_m \phi_m(z), \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde D representa a profundidade da coluna de água, e as amplitudes modais u_m , v_m , w_m , ρ_m e p_m dependem das coordenadas horizontais (x, y) , e do tempo t . Os MHNs encontram-se relacionados pela equação $\phi_m = d\Psi_m/dz$, onde as funções Ψ_m correspondem às soluções dum Problema de Sturm-Liouville (abreviadamente, PSL) [38]:

$$\frac{d^2 \Psi_m}{dz^2} + \frac{N^2}{C_m^2} \Psi_m = 0 \quad (2.14)$$

+ Condições de Fronteira (CFs).

Na Eq.(2.14) os coeficientes C_m representam a velocidade de propagação das ondas internas lineares e hidrostáticas num meio sem rotação. Desde o ponto de vista matemático o PSL garante a existência dum sistema completo de funções próprias Ψ_m , com propriedades ortogonais:

$$\langle \Psi_m | N^2 | \Psi_n \rangle = 0 \quad \text{quando } m \neq n; \quad (2.15)$$

na Eq.(2.15) o “produto interno” $\langle f_1 | f_2 | f_3 \rangle$ encontra-se definido como

$$\langle f_1 | f_2 | f_3 \rangle = \int_0^D f_1 f_2 f_3 dz. \quad (2.16)$$

Além disso os coeficientes C_m^{-2} correspondem aos valores próprios das funções Ψ_m . Para uma escolha arbitrária das CFs a ortogonalidade das funções Ψ_m não implica a ortogonalidade das suas derivadas, ϕ_m . No entanto, para o caso particular de CFs homogéneas, na superfície e no fundo:

$$\Psi_m(0) = \Psi_m(D) = 0. \quad (2.17)$$

ter-se-ia que

$$\langle \phi_m | \phi_n \rangle = 0 , \quad (2.18)$$

onde $\langle f_1 | f_2 \rangle = \langle f_1 | 1 | f_2 \rangle$. Seguidamente, com base nos produtos internos (2.15) e (2.18), podem-se demonstrar as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_m | N^2 | \Psi_m \rangle &= C_m^2 \langle \phi_m | \phi_m \rangle , \\ \langle \Psi_m | N^2 | \phi_m \rangle &= \frac{1}{2} C_m^2 \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle , \\ \langle \Psi_m | \frac{d\phi_m}{dz} | \phi_m \rangle &= -\frac{1}{2} \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle , \\ \langle \Psi_m | N^2 | \phi_m^2 \rangle &= -\frac{1}{3} C_m^2 \phi_m^3 \Big|_0^D . \end{aligned} \quad (2.19)$$

Do ponto de vista físico espera-se que as amplitudes modais p_m , ρ_m , ... w_m , exibam um comportamento oscilatório, se bem que o conjunto de expansões (2.13) não imponha constrangimentos particulares à escolha dessas amplitudes. No entanto, a consistência do sistema de equações (2.6), (2.8), (2.10) e (2.12)³ implica a seguinte interdependência linear das amplitudes:

$$\begin{aligned} D \left(\frac{\partial u_m}{\partial x} + \frac{\partial v_m}{\partial y} \right) + w_m &= 0 , \quad \frac{\partial \rho_m}{\partial t} - w_m = 0 , \\ D \frac{\partial u_m}{\partial t} &= -\frac{\partial p_m}{\partial x} , \quad D \frac{\partial v_m}{\partial t} = -\frac{\partial p_m}{\partial y} , \\ \frac{p_m}{C_m^2} - \rho_m &= 0 . \end{aligned} \quad (2.20)$$

Desta maneira, a imposição dum conjunto particular de condições periódicas numa das amplitudes modais predeterminará automaticamente a estrutura do resto das amplitudes.

Deverá ser sublinhado que o caso linear não-rotacional pode ser analiticamente estendido de maneira a incluir a presença dum gradiente médio das velocidades u e v (ver [39, 40]). A descrição deste caso, cujo interesse teórico é indiscutível, excederia os objectivos desta exposição e portanto não será abordada.

³Incluindo a aproximação $\partial p / \partial z \approx \rho_0 \sum_m p_m d\phi_m / dz$.

2.3.2 Caso linear não hidrostático ($\Omega \neq 0$)

Desprezando os termos não-lineares na Eq.(2.1)

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \approx 0, \quad (2.21)$$

tendo em conta que $p' = p - p_0$, e restringindo a aproximação hidrostática aos termos de equilíbrio (ou seja, considerando que $dp_0/dz + \rho_0 g = 0$), é possível obter o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial u}{\partial t} - f_c v \right) &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} + f_c u \right) &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y}, \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right) &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g. \end{aligned} \quad (2.22)$$

No sistema (2.22) o parâmetro $f_c = 2\Omega \sin \vartheta$ é denominado *frequência de Coriolis* [14], e ϑ corresponde à latitude geográfica; a frequência de Coriolis tem um papel relevante no estudo do movimento dum fluido num sistema em rotação.

As soluções do sistema de equações (2.6), (2.8) e (2.22) para os campos de corrente, e perturbações de pressão e densidade, podem-se representar novamente sob a forma de expansões ortogonais [14]:

$$\begin{aligned} w &= \sum_m w_m \tilde{\Psi}_m(z), \quad (u, v) = \sum_m (u_m, v_m) \tilde{\Phi}_m(z), \\ \rho' &= \rho_0 N^2 \sum_m \rho_m \tilde{\Phi}_m(z), \quad p' = \rho_0 \sum_m p_m \tilde{\Phi}_m(z), \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde $\tilde{\Phi}_m = d\tilde{\Psi}_m/dz$; os modos normais *não hidrostáticos* $\tilde{\Psi}_m$ são, novamente, funções próprias dum PSL da forma:

$$\frac{d^2 \tilde{\Psi}_m}{dz^2} + (k_h^2)_m \frac{N^2 - \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - f_c^2} \tilde{\Psi}_m = 0 \quad + \quad \text{CFs}, \quad (2.24)$$

o que garante as propriedades ortogonais dos modos $\tilde{\Psi}_m$:

$$\langle \tilde{\Psi}_m \left| \frac{N^2 - \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - f_c^2} \right| \tilde{\Psi}_n \rangle = 0 \quad \text{para } m \neq n. \quad (2.25)$$

Na Eq.(2.24) $\tilde{\omega}$ corresponde à frequência das ondas internas e os k_h representam a componente horizontal do vector de onda. Denominando por θ a direcção de propagação das ondas internas ter-se-ia que

$$\mathbf{k}_h = \mathbf{i}k_x + \mathbf{j}k_y \quad \text{e} \quad k_x = k_h \cos \theta, \quad k_y = k_h \sin \theta. \quad (2.26)$$

Em contraste com o caso hidrostático linear a consistência do sistema de equações (2.6), (2.8) e (2.22) dependerá da imposição

$$(p_m, \rho_m, u_m, v_m, w_m) \sim \exp[i(k_x x + k_y y - \tilde{\omega} t)], \quad (2.27)$$

o que limita a aplicação das expansões (2.23) ao caso de propagação de ondas planas.

2.3.3 Caso não-linear ($\Omega = 0$)

O tratamento teórico do caso não-linear, na ausência de rotação, envolve um número significativo de aproximações, tanto no caso dum meio com densidade constante [29, 30], como no caso dum meio estratificado [31]. Em geral, a presença dos termos de rotação, $\Omega \times \mathbf{U}$, no sistema de equações (2.2) torna impracticável uma abordagem teórica detalhada do problema. Desta maneira, o estudo do caso rotacional e não-linear é habitualmente desenvolvido com a ajuda de modelos numéricos [15], os quais permitem concluir, em particular, que a rotação do sistema impõe limitações severas à estabilidade dos pacotes de ondas internas não-lineares [32].

O objectivo desta secção consiste em prosseguir com a análise teórica da Eq.(2.2), desprezando apenas os termos de rotação $\Omega \times \mathbf{U}$, com o objectivo fundamental de obter a equação fundamental das ondas internas não-lineares solitárias, mas conhecidas como *solitons*. O material aqui descrito seguirá (com ligeiras modificações de notação) a derivação ilustrada em [31].

Em primeiro lugar, sejam

$$\mathbf{U}_h = iu + jv \quad \text{e} \quad \nabla_h = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}, \quad (2.28)$$

pelo que a equação (2.6) pode ser reescrita na forma

$$\nabla_h \cdot \mathbf{U}_h + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.29)$$

Por outro lado, desprezando os termos horizontais na Eq.(2.7),

$$(\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \rho, \quad (2.30)$$

e rearranjando termos, é possível obter a seguinte equação:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w \frac{d\rho}{dz} = -w \frac{\partial \rho'}{\partial z}. \quad (2.31)$$

Seguidamente, rejeitando na Eq.(2.2) os termos não-lineares de magnitude reduzida

$$\rho' \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t}, \quad \rho' \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \rho (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) w, \quad w \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (2.32)$$

e os termos de maior não-linearidade

$$\rho (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h, \quad (2.33)$$

obter-se-ia o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} + \nabla_h p' &= - \left[\rho' \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} + \rho_0 w \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial z} + \rho_0 (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h \right], \\ \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g &= -\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Usando os MNHs introduzidos na secção (2.3.1) é possível representar os campos não-lineares de correntes, densidade e pressão, para o sistema formado pelas equações (2.29), (2.31), e o par (2.34), na forma do seguinte conjunto de expansões:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_h &= D \sum_m \mathbf{u}_m \phi_m, \quad \rho' = N^2 \sum_m A_m \rho_m \Psi_m, \\ p' &= \rho_0 \sum_m B_m p_m \phi_m, \quad w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\mathbf{U}_h \xi), \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde A_m e B_m representam constantes de adaptação dimensional, e

$$\xi = \sum_m \eta_m \Psi_m . \quad (2.36)$$

Na Eq.(2.36) ξ representa, de maneira geral, as superfícies de densidade constante (ou isopícnicas) do caso não-linear. Desprezando os termos de acoplamento entre modos, e aproveitando as propriedades ortogonais dos MNHs (equações (2.15), (2.18) e o sistema (2.19)) é possível calcular as amplitudes modais \mathbf{U}_m , ρ_m , p_m e η_m , o que será demonstrado a seguir.

Primeiramente, para a equação (2.29) ter-se-ia que

$$\langle \nabla_h \cdot \mathbf{U}_h + \frac{\partial w}{\partial z} | \phi_m \rangle = \langle \nabla_h \cdot \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle + \langle \frac{\partial w}{\partial z} | \phi_m \rangle = 0 . \quad (2.37)$$

O primeiro dos termos corresponde a

$$\langle \nabla_h \cdot \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle = D \nabla_h \cdot \mathbf{U}_m \langle \phi_m | \phi_m \rangle , \quad (2.38)$$

enquanto que o segundo se calcula pela expressão

$$\begin{aligned} \langle \frac{\partial w}{\partial z} | \phi_m \rangle &= \langle \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\mathbf{U}_h \xi) \right] | \phi_m \rangle = \\ &= \langle \frac{\partial^2 \xi}{\partial z \partial t} | \phi_m \rangle + \langle \frac{\partial}{\partial z} [\nabla_h \cdot (\mathbf{U}_h \xi)] | \phi_m \rangle = \\ &= \frac{\partial \eta_m}{\partial t} \langle \phi_m | \phi_m \rangle + \frac{1}{2} D \nabla_h \cdot (\mathbf{U}_m \eta_m) \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle . \end{aligned} \quad (2.39)$$

Juntando os termos (2.38) e (2.39) pode então concluir-se que

$$\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + D \nabla_h \cdot \mathbf{U}_m + \frac{1}{2} s \nabla_h \cdot (\mathbf{U}_m \eta_m) = 0 , \quad (2.40)$$

onde $s = D \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle / \langle \phi_m | \phi_m \rangle$ corresponde a um parâmetro adimensional, representativo da não-linearidade modal.

Para a equação (2.31) ter-se-ia que:

$$\left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{d\rho_0}{dz} w \mid \Psi_m \right\rangle = \left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial t} \mid \Psi_m \right\rangle + \left\langle \frac{d\rho_0}{dz} w \mid \Psi_m \right\rangle = - \left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial z} w \mid \Psi_m \right\rangle ; \quad (2.41)$$

rejeitando novamente os termos de não-linearidade mais elevada ter-se-ia o seguinte par de aproximações:

$$\left\langle \frac{d\rho_0}{dz} w \mid \Psi_m \right\rangle \approx \left\langle \frac{d\rho_0}{dz} \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \Psi_m \right\rangle , \quad (2.42)$$

e

$$\left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial z} w \mid \Psi_m \right\rangle \approx \left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial z} \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \Psi_m \right\rangle . \quad (2.43)$$

Usando novamente o conjunto de propriedades do produto interno pode mostrar-se que

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial t} \mid \Psi_m \right\rangle &= C_m^2 A_m \frac{\partial \rho_m}{\partial t} \langle \phi_m \mid \phi_m \rangle , \\ \left\langle \frac{d\rho_0}{dz} \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \Psi_m \right\rangle &\approx -\frac{\rho_0}{g} C_m^2 \frac{\partial \eta_m}{\partial t} \langle \phi_m \mid \phi_m \rangle , \\ \left\langle \frac{\partial \rho'}{\partial z} \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \Psi_m \right\rangle &\approx \frac{1}{2} C_m^2 A_m \rho_m \frac{\partial \eta_m}{\partial t} \langle \phi_m \mid \phi_m \mid \phi_m \rangle ; \end{aligned} \quad (2.44)$$

combinando os termos do sistema (2.44) conclui-se que

$$g A_m \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = \rho_0 \left(\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + \frac{1}{2D} s \eta_m \frac{\partial \eta_m}{\partial t} \right) , \quad (2.45)$$

que em conjunto com um sistema homogéneo de condições iniciais pode ser reescrita como

$$g A_m \rho_m = \rho_0 \left(\eta_m + \frac{s}{4D} \eta_m^2 \right) . \quad (2.46)$$

Para a segunda das equações do sistema (2.34) ter-se-ia que

$$\left\langle \frac{\partial p'}{\partial z} + \rho' g \mid \Psi_m \right\rangle = \left\langle \frac{\partial p'}{\partial z} \mid \Psi_m \right\rangle + \left\langle \rho' g \mid \Psi_m \right\rangle = - \left\langle \rho_0 \left| \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right| \Psi_m \right\rangle ; \quad (2.47)$$

onde o termo $\partial w / \partial t$ se encontra aproximado como $\partial^2 \xi / \partial t^2$. Para cada um dos termos anteriores podem-se obter as seguintes expressões

$$\left\langle \frac{\partial p'}{\partial z} \mid \Psi_m \right\rangle \approx -\rho_0 B_m p_m \langle \phi_m \mid \phi_m \rangle ,$$

$$g\langle \rho' | \Psi_m \rangle = gC_m^2 A_m \rho_m \langle \phi_m | \phi_m \rangle, \quad (2.48)$$

$$\langle \rho_0 \left| \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right| \Psi_m \rangle \approx -\rho_0 \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial t^2} \langle \Psi_m | \Psi_m \rangle;$$

reagrupando os três termos anteriores de acordo com a Eq.(2.47) obtém-se que

$$\rho_0 B_m p_m = gC_m^2 A_m \rho_m + \rho_0 d D^2 \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial t^2}, \quad (2.49)$$

onde $d = D^{-2} \langle \Psi_m | \Psi_m \rangle / \langle \phi_m | \phi_m \rangle$. Seguidamente, as equações (2.46) e (2.49) podem ser agrupadas numa única expressão, da forma:

$$p_m = \frac{C_m^2}{B_m} \left(\eta_m + \frac{s}{4D} \eta_m^2 \right) + d \frac{D^2}{B_m} \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial t^2}. \quad (2.50)$$

Finalmente, para a terceira das equações no sistema (2.34) verifica-se que

$$\begin{aligned} \langle \rho_0 \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} + \nabla_h p' | \phi_m \rangle &= \langle \rho_0 \left| \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} \right| \phi_m \rangle + \langle \nabla_h p' | \phi_m \rangle = \\ &= -\langle \rho' \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} + \rho_0 w \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial z} + \rho_0 (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle = \\ &= -\langle \rho' \left| \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} \right| \phi_m \rangle - \langle \rho_0 \left| w \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial z} \right| \phi_m \rangle - \langle \rho_0 | (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle; \end{aligned} \quad (2.51)$$

para cada um dos termos da equação anterior utilizar-se-ão as seguintes aproximações:

$$\langle \rho_0 \left| \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} \right| \phi_m \rangle \approx \rho_0 \langle \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} | \phi_m \rangle = \rho_0 D \frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial t} \langle \phi_m | \phi_m \rangle, \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \langle \nabla_h p' | \phi_m \rangle &\approx \rho_0 C_{3m} \nabla_h p_m \langle \phi_m | \phi_m \rangle = \\ &= \rho_0 C_m^2 \nabla_h \eta_m \langle \phi_m | \phi_m \rangle - \frac{1}{2} s \rho_0 \eta_m \frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial t} \langle \phi_m | \phi_m \rangle \\ &\quad + \rho_0 d D^2 \nabla_h \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial t^2} \langle \phi_m | \phi_m \rangle, \end{aligned} \quad (2.53)$$

e

$$\langle \rho' \left| \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} \right| \phi_m \rangle = -\frac{1}{3} C_m^2 D \rho_m \frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial t} \phi_m^3 \Big|_0^D; \quad (2.54)$$

Pode demonstrar-se que este termo é desprezível [31], pelo que pode ser ignorado sem perda de generalidade; continuando:

$$\begin{aligned} \langle \rho_0 \left| w \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial z} \right| \phi_m \rangle &\approx \langle \rho_0 \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial z} \right| \phi_m \rangle \approx \\ &\approx -\frac{1}{2} D \rho_0 \frac{\partial \eta_m}{\partial t} \mathbf{U}_m \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle, \end{aligned} \quad (2.55)$$

e

$$\begin{aligned} \langle \rho_0 | (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle &\approx \langle \rho_0 | (\mathbf{U}_h \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_h | \phi_m \rangle \approx \\ &\approx \rho_0 D^2 (\mathbf{U}_m \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_m \langle \phi_m | \phi_m | \phi_m \rangle; \end{aligned} \quad (2.56)$$

reunindo todos os produtos internos resultantes da Eq.(2.51), e rearranjando os termos da respectiva equação, obter-se-ia que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}_m}{\partial t} + \frac{C_m^2}{D} \nabla_h \eta_m + s (\mathbf{U}_m \cdot \nabla_h) \mathbf{U}_m \\ - \frac{s}{2D} \frac{\partial}{\partial t} (\eta_m \mathbf{U}_m) + dD \nabla_h \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial t^2} = 0; \end{aligned} \quad (2.57)$$

As equações (2.40) e (2.57) formam o par de *Equações de Boussinesq* ([30],[31]) para o caso dum fluido estratificado e constituem uma etapa intermédia no estudo da propagação dos solitons.

De forma a simplificar a análise seguinte, considerar-se-á que a perturbação não-linear se propaga ao longo do eixo x , pelo que as equações (2.40) e (2.57) podem ser escritas como

$$\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + D \frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial x} + \frac{1}{2} s \frac{\partial}{\partial x} (\mathcal{U}_m \eta_m) = 0, \quad (2.58)$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{U}_m}{\partial t} + \frac{C_m^2}{D} \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + s \mathcal{U}_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} - \frac{s}{2D} \frac{\partial}{\partial t} (\eta_m \mathcal{U}_m) + dD \frac{\partial^3 \eta_m}{\partial t^2 \partial x} = 0; \quad (2.59)$$

o termo de velocidade pode-se eliminar considerando que [30]:

$$\mathcal{U}_m = \frac{C_m}{D} \eta_m + \frac{1}{4} s \frac{C_m}{D^2} \eta_m^2 + \frac{1}{2} dD C_m \frac{\partial^2 \eta_m}{\partial x^2}, \quad (2.60)$$

onde $\partial/\partial t \approx -C_m \partial/\partial x$; rejeitando os termos de não-linearidade superior e substituindo a expressão anteriormente indicada, na Eq.(2.58), obter-se-ia para o deslocamento vertical modal, η_m , que:

$$\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + C_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \tilde{\alpha}_m \eta_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \tilde{\beta}_m \frac{\partial^3 \eta_m}{\partial x^3} = 0 \quad (2.61)$$

onde

$$\tilde{\alpha}_m = \frac{3}{2} s \frac{C_m}{D} \quad \text{e} \quad \tilde{\beta}_m = \frac{1}{2} d D^2 C_m ; \quad (2.62)$$

a Eq.(2.61) é denominada *equação de Korteweg-de Vries* [29], e constitui o ponto de partida para o estudo teórico (ou numérico) da propagação dos pacotes de solitons⁴. Em particular, a Eq.(2.61) admite soluções analíticas em termos da secante hiperbólica ou de funções “dnoidais” de Jacobi [39]. Nestas soluções a largura característica dos pacotes de solitons, assim como as suas velocidades de fase, dependem do par de constantes (2.62). No entanto, no referente à estrutura espacial e temporal dos pacotes de solitons, as soluções analíticas de secante hiperbólica e das funções dnoidais exibem comportamentos significativamente diferentes, uma vez que no primeiro caso a forma dos pacotes permanece constante ao longo do tempo e do espaço, enquanto que no segundo se verifica a situação contrária [41, 42].

2.3.4 Perturbações de temperatura

Como já fora anteriormente referenciado na secção 2.2 um dos principais efeitos das marés internas corresponde à oscilação da termoclina à frequência semidiurna. No entanto, do ponto de vista tomográfico, o sistema formado pelas equações (2.2), (2.6) e (2.8), não fornece uma base física evidente para a análise das perturbações de temperatura da coluna de água. De maneira a abranger a temperatura no contexto do problema de propagação das ondas internas

⁴Convém sublinhar que a substituição da Eq.(2.60) na Eq.(2.59) permite obter a equação de Korteweg-de Vries, em termos de U_m .

convêm adicionar um sistema de equações termodinâmicas, que relacionem os campos de correntes, \mathbf{U} , com o campo de velocidade, T . Por analogia com o esquema geral ilustrado em [43], considere-se a seguinte equação termodinâmica [35]:

$$\frac{D}{Dt} (\rho c_v T) = \nabla \cdot (k_T \nabla T) + Q_T, \quad (2.63)$$

onde c_v representa o calor específico da coluna de água, k_T corresponde à condutividade térmica do fluido, e Q_T representa as fontes externas de calor. Considerando $k_T, Q_T = 0$, e admitindo a constância da densidade e do calor específico, é possível obter a seguinte expansão para as perturbações de temperatura (ver apêndice em [41]):

$$T - T_0(z) = \frac{dT_0}{dz} \sum_m \alpha_m(x, y, t) \Psi_m(z); \quad (2.64)$$

nesta equação α_m representa a amplitude modal de temperatura. A Eq.(2.64) representará o ponto de partida para relacionar o problema oceanográfico de propagação das marés internas com o problema acústico de inversão tomográfica.

2.3.5 Perturbações de salinidade

Ao invés da temperatura, relacionada directamente com a velocidade do som, a distribuição de salinidade, S , não costuma ser discutida no contexto do problema tomográfico. No entanto, uma vez que o campo de salinidade obedece à equação [35]:

$$\frac{DS}{Dt} = \nabla \cdot (K_S \nabla S) + Q_S, \quad (2.65)$$

de estrutura similar à equação Eq.(2.63), afigura-se válido considerar a seguinte expansão ortogonal para a salinidade:

$$S - S_0(z) = \frac{dS_0}{dz} \sum_m \alpha_m(x, y, t) \Psi_m(z). \quad (2.66)$$

A validade desta expansão será discutida na secção 6.

2.4 Ondas acústicas submarinas

A propagação de ondas acústicas no meio marinho tem um papel fundamental em muitos problemas teóricos e práticos, tais como a localização de fontes acústicas submarinas, a caracterização das propriedades do fundo, comunicações submarinas, identificação do sinal emitido, ou tomografia, entre muitos outros. A equação fundamental de propagação das ondas acústicas lineares pode ser derivada das Eqs.(2.1) e (2.3), desprezando os termos não-lineares e os termos de rotação (Eq.(2.11)). Recorrendo a relações termodinâmicas, e considerando variações de primeira ordem na salinidade e na entropia da coluna de água [14, 44], obtem-se a *Equação de Onda* para a pressão acústica, p :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (2.67)$$

onde c representa a velocidade de propagação da onda acústica linear (velocidade do som na coluna de água). A medição directa de c pode ser realizada com ajuda de velocímetros, os quais fornecem informação com uma margem de erro de 0.3 m/s. Alternativamente podem-se medir a temperatura, T , e a salinidade da água, S , para diferentes valores da profundidade, z , e calcular o perfil de velocidade com ajuda de fórmulas empíricas, como por exemplo a fórmula de Mackenzie [45]:

$$\begin{aligned} c = & 1448.96 + 4.591 \times T - 5.304 \times 10^{-2} T^2 + 2.374 \times 10^{-4} T^3 + \\ & + 1.304 \times (S - 35) + 1.630 \times 10^{-2} z + 1.675 \times 10^{-7} z^2 + \\ & + 1.025 \times T (35 - S) - 7.139 \times 10^{-13} T z^3, \end{aligned} \quad (2.68)$$

onde os valores da temperatura, salinidade e profundidade, deverão ser especificados, respectivamente, em graus Celsius, permilagem, e metros. Deverá ser sublinhado que em águas pouco profundas o termo mais importante corresponde ao termo linear de temperatura. Esta

relação linear (numa primeira aproximação) entre T e c será de importância fundamental na parametrização do perfil da velocidade, a ser discutida na secção 4.1.3.

Para um sinal acústico de banda estreita ter-se-ia que $p(t) = \hat{p}e^{-i\omega t}$. Substituindo esta expressão na Eq.(2.67) obter-se-ia a *Equação de Helmholtz*:

$$\nabla^2 \hat{p} + \frac{\omega^2}{c^2} \hat{p} = 0 . \quad (2.69)$$

Esta equação constitui o ponto de partida para a análise da propagação dos sinais acústicos na coluna de água. Para um sinal de banda larga a resolução da Eq.(2.69), para cada uma das componentes do espectro de frequências, ω , permite calcular $p(t)$ através da síntese de Fourier.

A solução numérica directa da Eq.(2.69) envolve cálculos intensivos de computador. Para reduzir significativamente o tempo de cálculo aplicam-se aproximações analíticas que simplificam a Equação de Helmholtz. Uma das aproximações corresponde ao *Método de Traçamento de Raios* [46], o qual permite introduzir de maneira natural os conceitos de *raios próprios*⁵, Γ , e de *tempos de chegada*⁶ (ou simplesmente *chegadas*), τ . Os raios próprios correspondem a trajectórias que ligam a fonte acústica com o sensor, e que obedecem à Lei de Snell, a qual se encontra intrinsecamente relacionada com o Princípio de Tempo Mínimo [47]. O tempo de chegada, correspondente a um determinado raio próprio, pode ser obtido calculando o integral curvilíneo

$$\tau = \int_{\Gamma} \frac{ds(z, r)}{c} , \quad (2.70)$$

onde ds corresponde ao diferencial do raio próprio na posição (z, r) . A pressão acústica

⁵Em inglês, *eigenrays*.

⁶Em inglês, *travel times*.

corresponderia a [46]

$$\hat{p} = \hat{p}_0 \sum_{j=1}^T \frac{1}{4\pi s_j} \exp(i\omega\tau_j) \quad (2.71)$$

onde \hat{p}_0 representa a amplitude do sinal emitido, T corresponde ao número de raios próprios, e s_j representa o comprimento do raio próprio Γ_j :

$$s_j = \int_{\Gamma_j} d\Gamma_j . \quad (2.72)$$

Em geral os Métodos de Traçamento de Raios costumam ser aplicados nos casos em que o comprimento de onda do sinal acústico, λ , é muito inferior à profundidade do guia de onda, D :

$$\lambda \ll D . \quad (2.73)$$

Embora menos precisos do que outras aproximações analíticas os Métodos de Traçamento de Raios destacam-se pela rapidez de cálculo.

Outra das aproximações usadas corresponde ao *Método de Modos Normais* [46, 48], em que é aplicado o método de separação de variáveis na solução da Eq.(2.69). Neste caso pode obter-se uma solução do tipo

$$\hat{p} = \hat{p}_0 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{2\pi}{k_j r} \right)^{1/2} Z_j(z_s) Z_j(z) \exp(ik_j r) \quad (2.74)$$

onde z_s representa a profundidade da fonte acústica, k_j corresponde ao valor próprio associado ao modo normal acústico Z_j , e estes podem ser calculados resolvendo um PSL da seguinte forma:

$$\frac{d^2 Z_j}{dz^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_j^2 \right) Z_j = 0 \quad + \quad \text{CFs} . \quad (2.75)$$

Pode mostrar-se que os primeiros modos normais são aqueles que contribuem em maior grau no cálculo do campo acústico, pelo que a expansão (2.74) pode ser aproximada conservando apenas os primeiros termos [48].

Um dos aspectos interessantes da solução (2.71) é que permite calcular analiticamente a pressão no domínio do tempo pela síntese de Fourier. De facto, denotando o espectro da fonte acústica como $\hat{S}(\omega)$, ter-se-ia que [46]

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{p} \hat{S}(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega = \\
 &= \hat{p}_0 \sum_{j=1}^{\text{T}} \frac{1}{4\pi s_j} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{S}(\omega) \exp[-i\omega(t - \tau_j)] d\omega = \\
 &= \hat{p}_0 \sum_{j=1}^{\text{T}} \frac{1}{4\pi s_j} s(t - \tau_j) = \\
 &= \sum_{j=1}^{\text{T}} a_j s(t - \tau_j) , \tag{2.76}
 \end{aligned}$$

onde $a_j = \hat{p}_0 (4\pi s_j)^{-1}$ e $s(t)$ representa o sinal emitido pela fonte. A Eq.(2.76) indica que o sinal recebido no sensor acústico pode ser representado como uma soma de “réplicas” do sinal emitido, ponderadas com as amplitudes a_j , e atrasadas pelos tempos de chegada, τ_j . Por outro lado, do ponto de vista do processamento de sinal, o sinal recebido corresponde à convolução do sinal emitido com a *resposta impulsiva* do canal de propagação, $h(t)$ [49]:

$$p(t) = h(t) * s(t) . \tag{2.77}$$

Combinando a Eq.(2.77) com a Eq.(2.76) é possível deduzir que a resposta impulsiva do canal pode ser representada como uma soma de funções de Dirac, ponderadas com as amplitudes a_j , e atrasadas pelas chegadas τ_j :

$$h(t) = \sum_{j=1}^{\text{T}} a_j \delta(t - \tau_j) . \tag{2.78}$$

Esta aproximação analítica à resposta impulsiva do canal será referenciada novamente durante a discussão do pré-processamento dos dados acústicos, na secção 3.3.4.

2.5 Efeitos das marés internas no sinal acústico

As secções anteriores foram dedicadas à discussão dos fundamentos teóricos da propagação de ondas e marés internas, e das ondas acústicas. Tal como indicado nas secções 2.3.4 e 2.3.5 as ondas internas afectam as distribuições de temperatura e de salinidade, o que afectará por sua vez o campo da velocidade de propagação do som, c . Estas variações afectarão (se bem que de maneira não linear) o sinal recebido no sensor acústico, o que permite deduzir que a propagação das marés internas nas zonas costeiras deverá reflectir-se nas características do sinal propagado através do respectivo campo da velocidade do som. Nesta secção será apresentada uma descrição breve das referências que abordam esta questão, tanto ao nível das observações como das simulações.

Os efeitos das marés internas na propagação de sinais acústicos em águas profundas têm sido referenciados desde o início dos anos 70 [50]. Desde então o número de referências têm aumentado, abrangendo igualmente o caso das zonas costeiras. Estes estudos revelam, em particular, a sensibilidade das transmissões acústicas recíprocas (ou seja, com sistemas de emissão e recepção que trocam alternadamente de funções) às variações semidiurnas das correntes submarinas [51], assim como as flutuações significativas que as marés internas induzem na relação sinal ruído [52]. Outro dos efeitos discutidos indica a modulação semidiurna, a grandes distâncias, dos padrões de chegada⁷ dos sinais recebidos [53]. Do ponto de vista de modelação o problema têm sido igualmente discutido no contexto do problema de localização de fontes [54, 55], assim como abordado preliminarmente do ponto de vista tomográfico, discutindo o impacto das variações da termoclina na propagação do sinal acústico em águas da

⁷O "padrão de chegada" do sinal emitido e do sinal recebido corresponde a um estimador da resposta impulsiva do canal de propagação. Esta definição preliminar será aprofundada durante a discussão do pré-processamento dos dados acústicos da campanha INTIMATE'96.

plataforma continental, e analisando algumas das condições que viabilizariam a inversão da maré interna [11].

Capítulo 3

O Projecto INTIMATE

O projecto INTIMATE (Internal Tide Investigation by Means of Acoustic Tomography Experiments)¹ foi desenvolvido como um estudo preliminar, que foca a aplicação dos métodos da Tomografia Acústica Oceanográfica à monitorização, e consequente inversão, das marés internas. A fundamentação para um estudo deste tipo prende-se com a importância das marés internas nos habitats costeiros (já referenciada na secção 2.2), e com a existência de abundante evidência experimental, que demonstra a sensibilidade do sinal acústico às variações ambientais induzidas por este tipo de maré. Após a sua aprovação no âmbito do Programa PRAXIS XXI, e contando com a participação da Universidade do Algarve (UALG, em Faro), do Instituto Hidrográfico (IH, em Lisboa), do *Service Hydrographique et Océanographique de la Marine/Centre Militaire Océanographique* (SHOM/CMO, em Brest, França), e do *New Jersey Institute of Technology* (NJIT, em New Jersey, USA), o projecto INTIMATE tem sido uma plataforma inovadora para o desenvolvimento de técnicas instrumentais, teóricas, e de computação, orientadas para uma área de investigação pouco conhecida em Portugal, mas que se vem desenvolvendo activamente além fronteiras, tanto a nível dos outros estados membro da Comunidade Europeia, como no Canada e nos Estados Unidos. Como resultados fundamentais do projecto INTIMATE refira-se a realização da primeira experiência de

¹ *Url:* <http://w3.ualg.pt/~sjesus/intimate.html>.

Tomografia Acústica em águas Portuguesas (a campanha INTIMATE'96), à qual sucederia a campanha INTIMATE'98, no Golfo de Biscaia, e mais recentemente a campanha INTIMATE'00, na Baía de Setúbal. Destas três campanhas é o INTIMATE'96 que têm recebido maior atenção no âmbito do projecto, tendo dado lugar a um número significativo de publicações em conferências e jornais da especialidade. Neste sentido, o estudo aprofundado dos dados da campanha tem consolidado aspectos importantes do problema geral da tomografia acústica das marés internas, o que facilitará o processamento futuro dos dados adquiridos durante as outras campanhas.

3.1 A campanha INTIMATE'96

A campanha INTIMATE'96 desenvolveu-se durante o mês de Junho de 1996, nas proximidades de Nazaré (ver Fig.3.1). O local foi escolhido com base em estudos anteriores, desenvolvidos pelo IH, que indicavam a área da campanha como um candidato potencial para a geração, e conseqüente propagação, de marés internas. O INTIMATE'96 constitui a primeira experiência de tomografia acústica desenvolvida em águas da costa Portuguesa. Durante os seis dias de duração da campanha (de 13 a 18 de Junho) os navios BO D'ENTRECASTEAUX (do SHOM), e NRP ANDROMEDA (do IH), procederam à aquisição de dados de navegação, batimetria, correntes, temperatura, CTD², e acústicos, segundo um plano de actividades previamente combinado. Durante a fase relativa às transmissões acústicas o navio Francês rebocou uma fonte acústica, pertencente ao SHOM (ver Fig.3.2). A descrição do sinal emitido encontra-se discutida na secção 3.3.1. O sinal recebido era captado numa antena vertical (VLA³), pertencente ao centro de investigação SACLANTCEN (de La

²Sigla em inglês de *Conductivity-Temperature-Depth* [3]. No entanto, uma parte significativa da instrumentação actual, formalmente denominada como CTD, permite de facto medir um conjunto muito mais alargado de parâmetros.

³Sigla de *Vertical Line Array*.

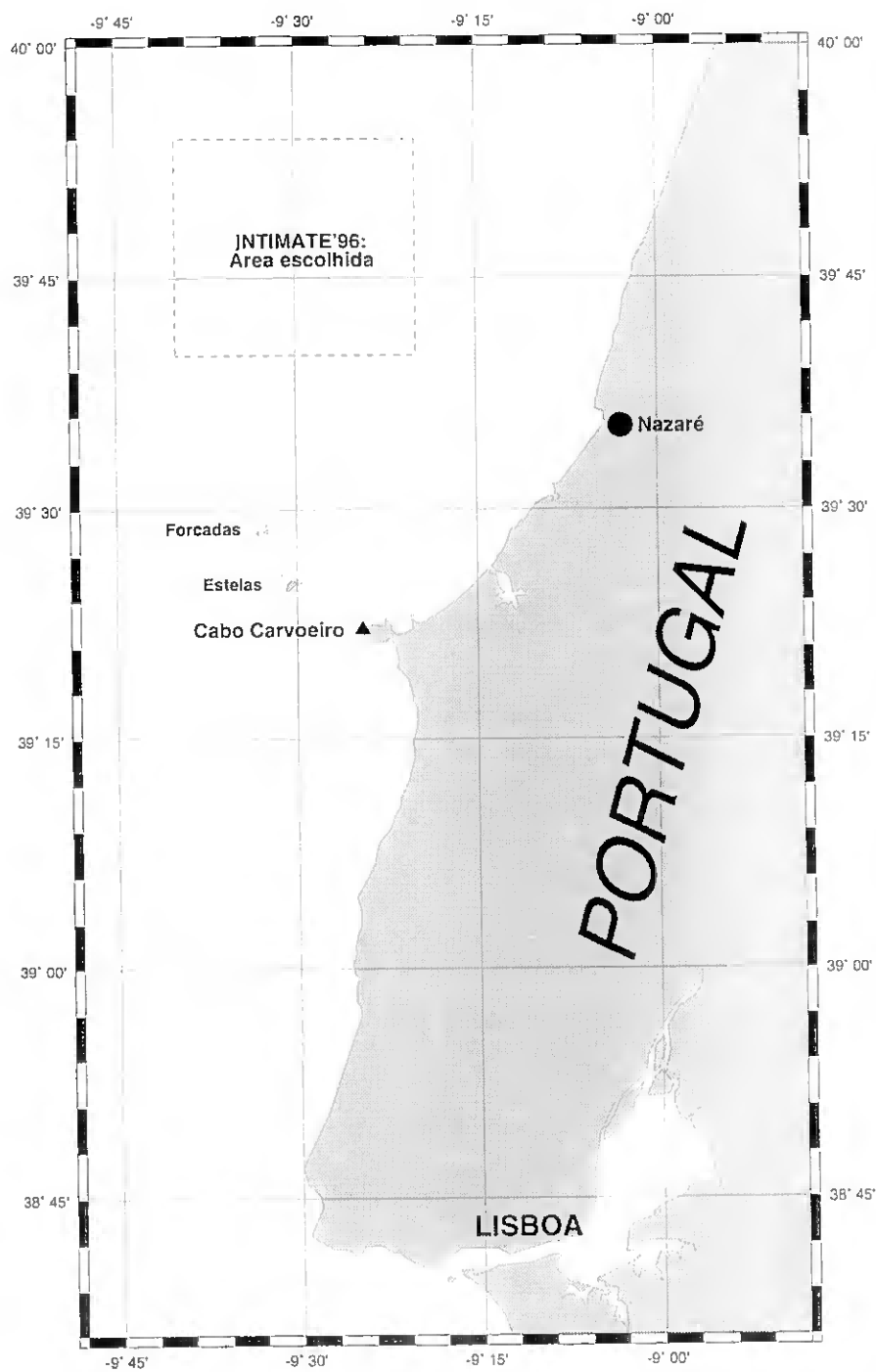


Figura 3.1: Localização geográfica da área monitorizada durante a campanha INTIMATE'96.



Cenário Experimental de Adquirição de Dados INTIMATE'96, JUN 1996 - NW de Nazaré

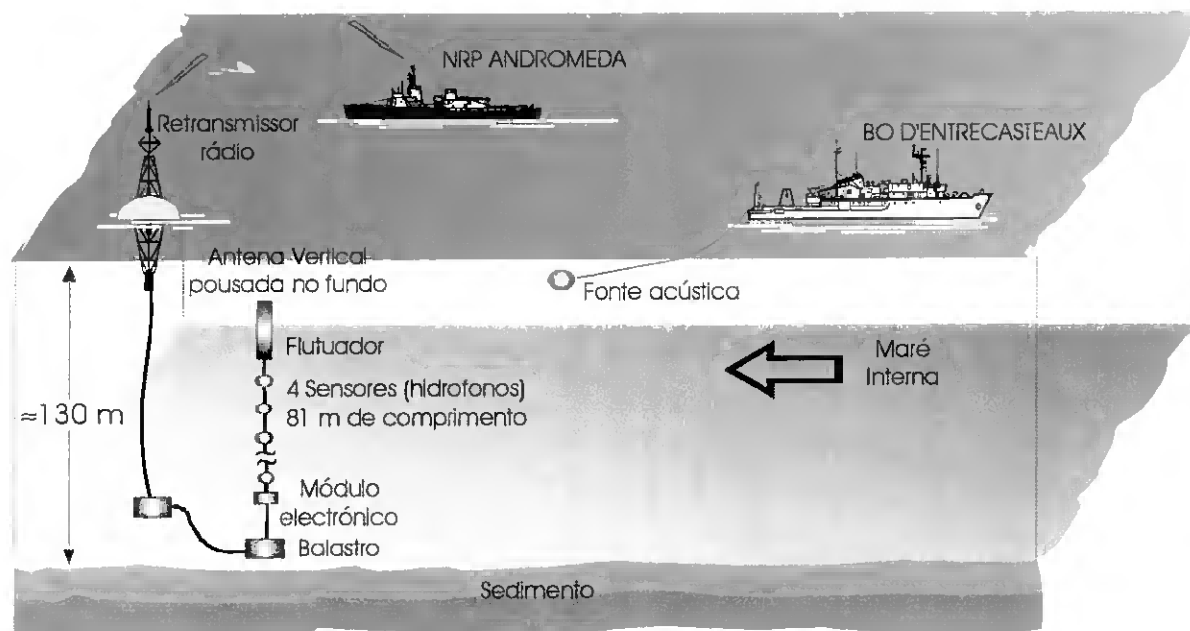


Figura 3.2: Configuração experimental do INTIMATE'96.

Spezia, Itália), a qual era constituída por um sistema electrónico de recepção com 4 sensores submarinos (ver Fig.3.2).

O sinal era transmitido via rádio da VLA ao NRP ANDROMEDA, onde era amostrado a uma frequência de 6kHz, e seguidamente gravado em cassetes VHS. Cada cassette continha aproximadamente três horas de dados acústicos, os quais seriam gravados, no final da experiência, em suporte CDROM nas instalações do SiPLAB. Cada conjunto de três horas de transmissões (vulgarmente chamado "Tape"), foi gravado em grupos ("runs") com 300 segundos de duração, cada um com 37 registos (vulgarmente chamados "pings", ou "snapshots") do sinal recebido em cada um dos 4 sensores. A descrição preliminar do conjunto dos dados oceanográficos, e dos dados acústicos, pode ser encontrada no relatório interno [56], redigido pela equipa INTIMATE. Se bem que este relatório constitua uma fonte de informação fundamental para o desenvolvimento subsequente de aplicações particulares de inversão tomográfica (a discutir na secção 5.2), o mesmo desenvolve perspectivas independentes dos dois conjuntos de dados, o que é perfeitamente compreensível tendo em conta o reduzido intervalo de tempo decorrido desde o final da experiência. No sentido de actualizar a perspectiva analítica dos dados acima referidos, e sem correr o risco de sobreposição, retomar-se-á nas secções 3.2 e 3.3 a discussão dos dois conjuntos de dados.

3.2 Dados oceanográficos

Durante o decurso da campanha foi desenvolvida uma aquisição intensiva de dados de temperatura, pressão, etc.. A discussão dos dados será desenvolvida nas subsecções seguintes, agrupando os dados em grupos mutuamente relacionados. Para simplificar a exposição das variações temporais dos dados oceanográficos será introduzido uma escala de tempo "Ju-

liana”, com a convenção de que a data 13/06/1999/00:00 corresponderá à data Juliana 165.0.

3.2.1 Batimetria, geologia e geometria de transmissão

A recolha directa de amostras geológicas do fundo, levada a cado pelas equipas oceanográficas do BO D’ENTRECASTEAUX e do NRP ANDROMEDA, revelou uma estrutura do fundo com predominância de uma camada de areia fina, de espessura entre 0.5 e 1 m, a qual se encontrava apoiada sobre um substrato de pedra calcária. Tal como indicado por estudos geoacústicos de referência ([57]–[59]), a estrutura do sedimento pode ser caracterizada pelos seguintes parâmetros:

Densidade média,	$\rho,$	$=$	$1.98 \text{ g/cm}^3 .$
Velocidade compressional,	$c,$	\approx	$1750 \text{ m/s} .$
Atenuação,		\approx	$0.8 \text{ dB}/\lambda .$

Os dados de batimetria, adquiridos pelo IH e pelo CMO, indicam variações de profundidade ao longo do eixo horizontal entre os 150 e os 130 metros. Por outro lado, verifica-se ao longo do eixo vertical a constância da profundidade (ver Fig.3.3), se bem que na zona do talude continental (lado esquerdo da figura) se possa constatar uma ligeira inclinação das linhas de profundidade, com um valor $\theta \approx 15^\circ$ em relação ao eixo vertical. Esta orientação do talude sugere uma direcção de propagação da maré interna de $\theta \approx 15^\circ$ em relação ao eixo horizontal, o que implica a anisotropia do campo de temperatura ao longo dos eixos horizontal e vertical. Como será discutido na secção 4.1.2 esta direcção de propagação será consistente com o desfasamento dos dados de corrente adquiridos na proximidade da VLA.

3.2.2 Pressão e salinidade

Os dados de pressão e salinidade abrangem 34 amostras de CTD, do IH. Tal como foi discutido no Capítulo 2 a confrontação destes dois tipos de características fornece uma visão

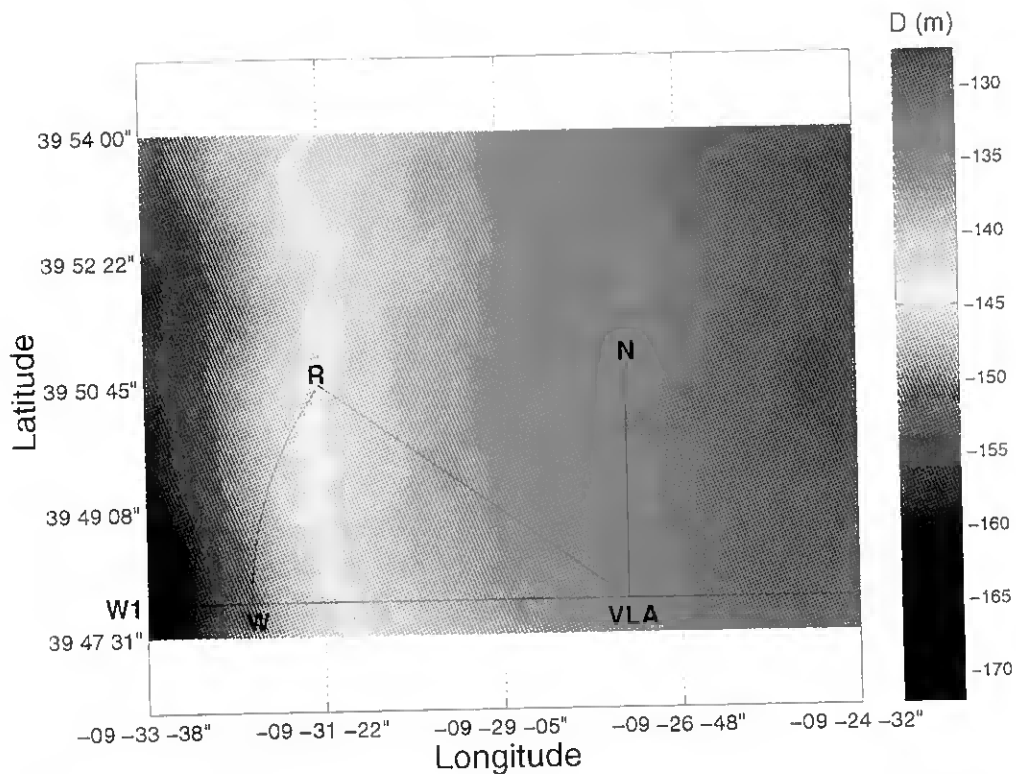


Figura 3.3: Batimetria da zona do INTIMATE'96 e esquema geral das transmissões acústicas.

concreta das condições baroclínicas da coluna de água. Comparando os dados de pressão com os dados de salinidade (ver Fig.3.4) verifica-se que as isobáras se mantêm constantes ao longo do tempo, ao passo que as isopícnicas se encontram claramente dominadas pela propagação de maré interna, manifestando oscilações semidiurnas de amplitude, com valores máximos na ordem dos 10 metros. Esta comparação evidencia a predominância da maré baroclínica semidiurna no meio ambiente que se pretende monitorizar pela tomografia acústica.

3.2.3 Temperatura

Os dados de temperatura abrangem 34 amostras de CTD, do IH, 680 registos duma cadeia de termistores na posição (39.7917°N , 9.4503°W) e 73 registos de XBT⁴, do CMO. Os dados de XBT foram adquiridos em diferentes pontos da área monitorizada, com uma ligeira

⁴Sigla de *expendable bathythermograph*.

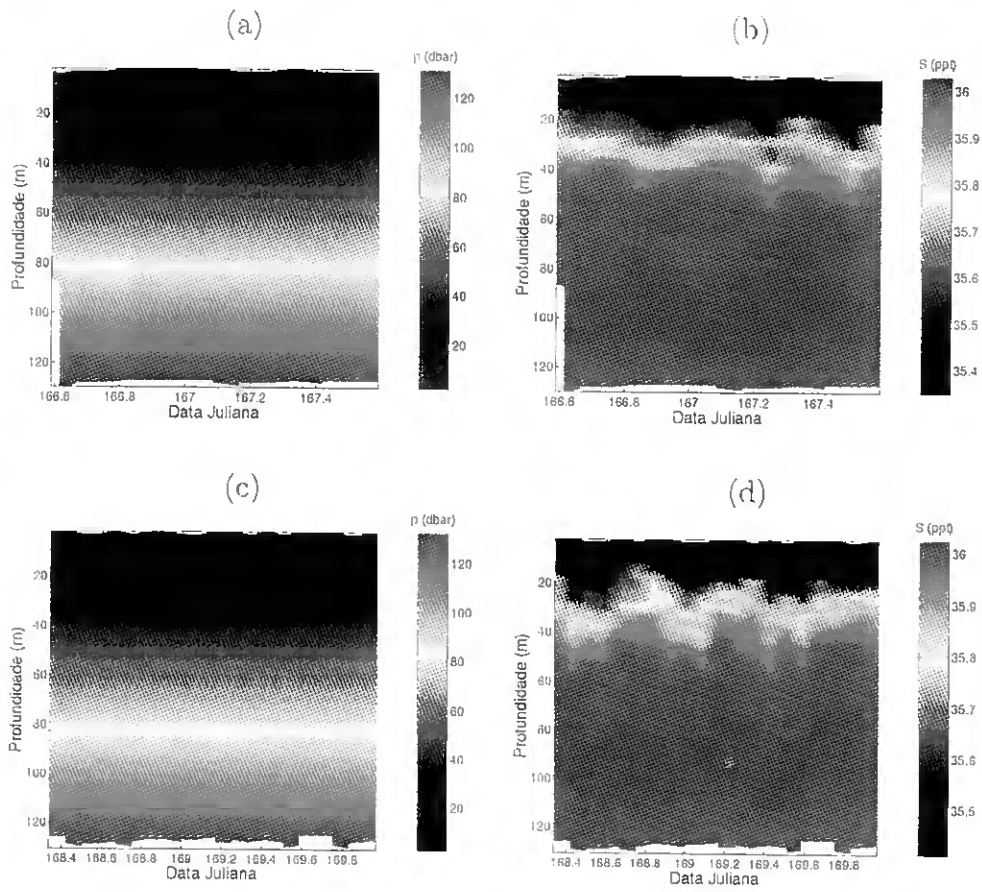


Figura 3.4: CTD-IH: Dados de pressão, p (figuras (a) e (c)), e salinidade, S (figuras (b) e (d)).

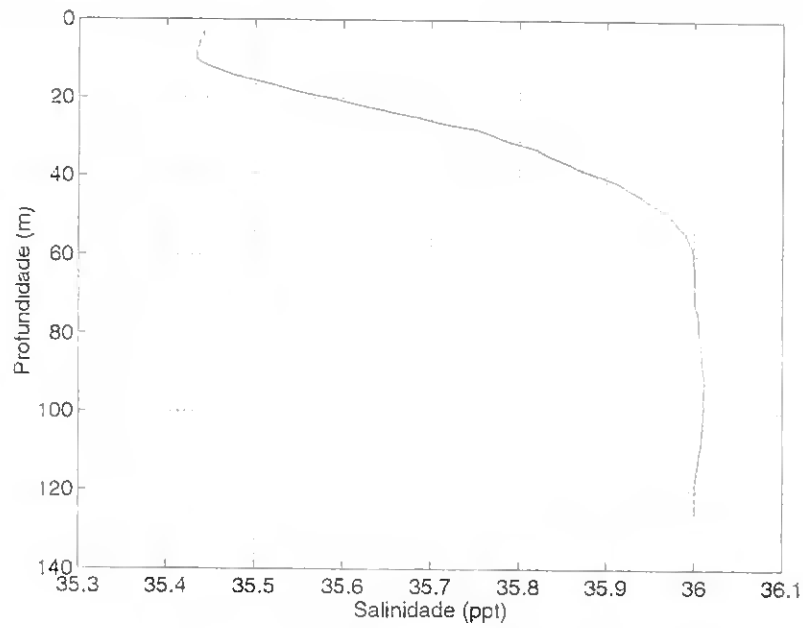
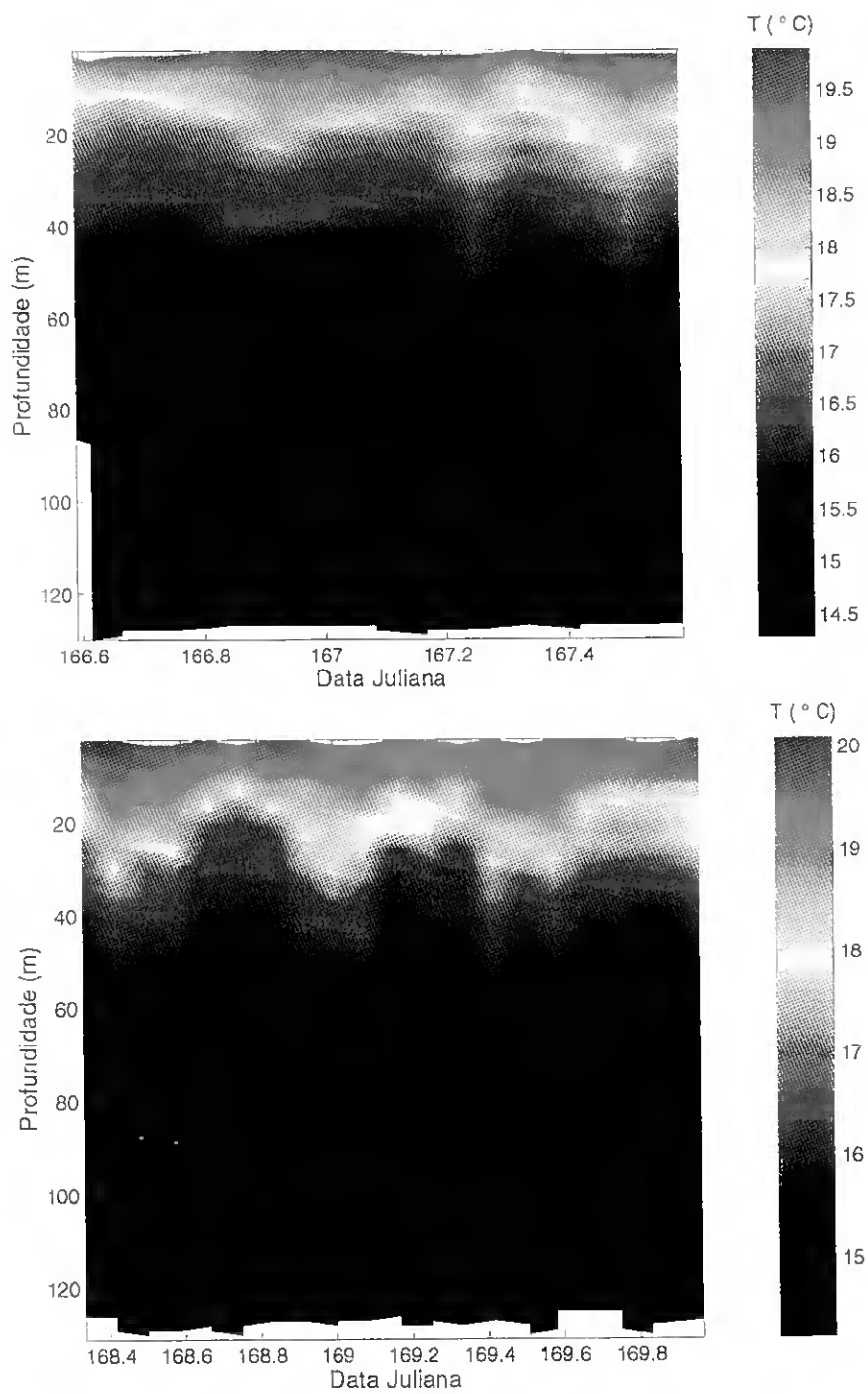


Figura 3.5: CTD-IH: Perfil médio de salinidade, $S_0(z)$.

concentração de registos nos pontos fixos “N” e “W”, à distância, respectivamente, de 5.6 e 6.5 km em relação à VLA (ver Fig.3.3). Em contrapartida, a aquisição dos dados de CTD e da cadeia de termistores teve lugar na proximidade da VLA.

Os registos de CTD possuem uma resolução em profundidade $\Delta z \approx 1$ metro, e foram sendo adquiridos a intervalos irregulares ao longo dos dias 14 a 17 (ver Fig.3.6). Os registos da cadeia de termistores, com uma resolução em profundidade $\Delta z \approx 5$ metros⁵, foram sendo adquiridos a intervalos regulares de 10 minutos, ao longo dos dias 13 a 18 (ver Fig.3.7). Em ambos os casos o campo de temperatura mostra de maneira clara as variações semidiurnas de temperatura, induzidas pela propagação da maré interna. O perfil médio de temperatura, $T_0(z)$ (ver figura 3.8), (que se assemelha a uma exponencial decrescente em profundidade) difere significativamente das representações habituais duma coluna de água constituída por um número reduzido de camadas, de densidades diferentes, e com uma termoclina facilmente identificável. De facto, é difícil identificar com claridade a presença da termoclina nas figuras 3.6 e 3.7, o que evidencia a complexa estratificação da coluna de água analisada. Esta particularidade do perfil médio constitui um indicador importante da variação vertical contínua de densidade, a qual deverá ser tida em conta no contexto do esquema de inversão. No Capítulo 5 será discutido como a estratificação conduz ao cálculo dos MNHs, os quais, pela sua vez, permitirão parametrizar as variações da temperatura, e do perfil de velocidade do som, e poderão ser igualmente explorados para regularizar o problema de inversão tomográfica.

⁵De facto os registos dos termistores às profundidades de 48 e 76 m foram eliminados das leituras, uma vez que apresentavam valores irrealísticos de temperatura.

Figura 3.6: CTD-IH: Dados de temperatura, T .

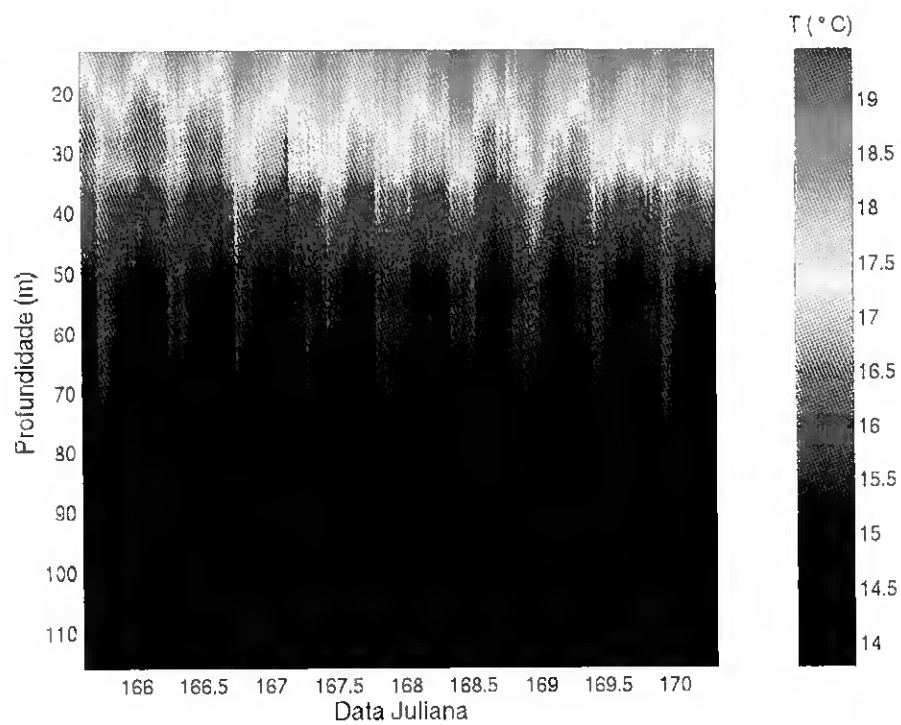
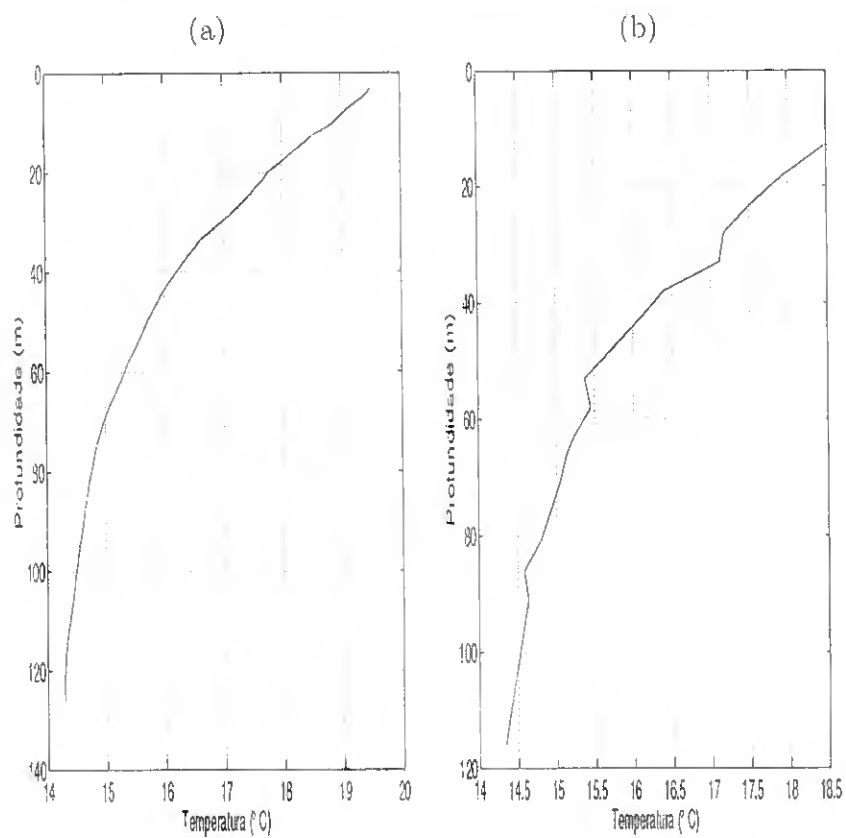
Figura 3.7: TERM-CMO: Dados de temperatura, T .

Figura 3.8: Perfis médios de temperatura: CTD-IH (a), e TERM-CMO (b).

3.2.4 Correntes

Os dados ADCP⁶ do CMO contêm 678 registos das componentes de corrente, u , v e w ⁷, com início em 13/06/96/15:20 e fim em 18/06/96/08:10. O sistema de ADCP ficou localizado na posição (39.7917°N , 9.4673°W), operava a uma frequência de 300 kHz, com um período de amostragem de 10 minutos, e uma resolução em profundidade da ordem dos 4 metros. Os registos mostram amplitudes de oscilação na ordem dos 40 cm/s, e evidenciam a variação semidiurna das componentes de corrente (ver Fig.3.9 para o caso da componente u , as variações de v exibem um padrão de variação similar).

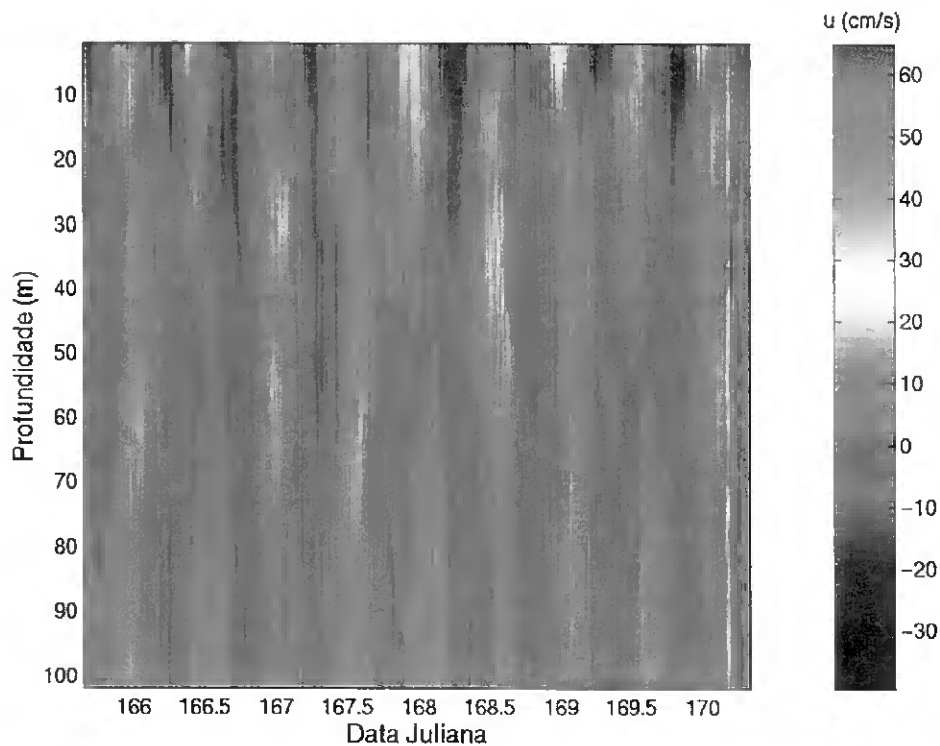


Figura 3.9: ADCP-CMO: Dados de correntes, u .

⁶ *Acoustic Doppler Current Profiler*.

⁷ Este último conjunto de registos encontra-se contaminado com um nível elevado de ruído, o que impossibilita a sua análise.

3.2.5 Perfil de flutuabilidade

O cálculo dos modos hidrostáticos, e não hidrostáticos, pode ser levado a cabo calculando a média dos dados de flutuabilidade do CTD-IH. No entanto, do ponto de vista tomográfico, torna-se mais interessante explorar a relação [14, 36]

$$N^2 = g \left[a_T \frac{dT_0}{dz} + a_T^2 g \frac{T_0}{C_{ps}} - a_s \frac{dS_0}{dz} \right], \quad (3.1)$$

onde $a_T = 2.4110^{-4} (\text{°C})^{-1}$ e $C_{ps} = 3994 \text{J} (\text{kg} \text{°C})^{-1}$. A Eq.(3.1) permite calcular $N(z)$ a partir dos dados de temperatura, T_0 , e salinidade, S_0 , o que permite reduzir a informação envolvida no esquema de tomografia. Eliminando o gradiente vertical de salinidade, S , (ou seja, admitindo que a variação vertical da salinidade pode ser desprezada) é possível obter uma expressão que depende apenas da temperatura, T_0 , e que pode ser utilizada para calcular os modos acima mencionados. A validade da aproximação sugerida pode-se verificar comparando a média dos valores medidos directamente, com os perfis calculados a partir dos dados de salinidade e temperatura, e com a temperatura apenas (ver Fig.3.10).

3.2.6 Velocidade do som

Os dados de CTD do IH contêm igualmente registos da velocidade do som, que serão de grande importância para uma confrontação dos resultados de inversão com o campo de velocidade esperado. As variações semidiurnas do campo de velocidade (ver Fig.3.11) reproduzem o padrão observado na Fig.3.6. Esta semelhança entre os campos de temperatura e da velocidade do som era esperada. De facto, tal como fora discutido na secção 2.4, a expansão empírica de Mackenzie (ver Eq.(2.68)) permite inferir, numa primeira aproximação, a preponderância do termo linear relacionado com a temperatura num meio de águas pouco profundas. Como será discutido na secção 4.1.3 esta aproximação linear será de grande

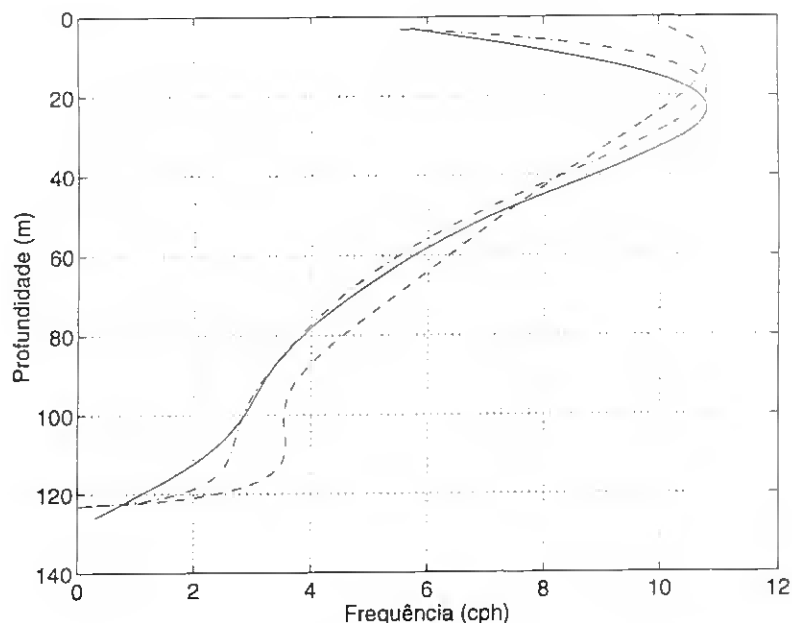


Figura 3.10: CTD-IH: Perfis de flutuabilidade $N(z)$: média dos valores medidos (linha contínua), perfil estimado a partir do perfis médios de temperatura e salinidade (linha tracejada com pontos) e perfil estimado apenas com o termo de temperatura (linha tracejada).

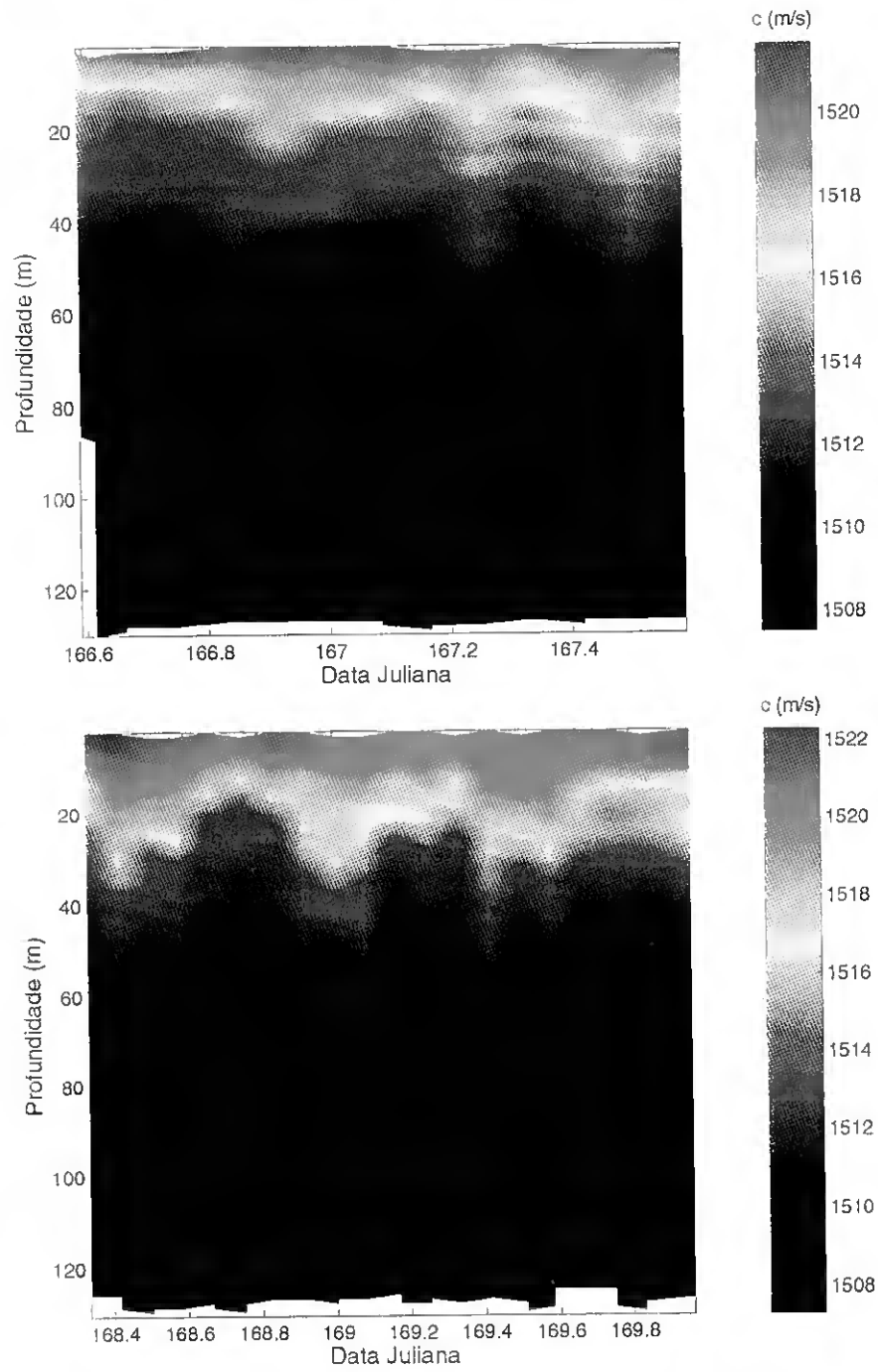
importância para parametrizar o perfil da velocidade do som, $c(z)$.

O perfil médio $c_0(z)$ (ver Fig.3.12), tal como perfil médio de temperatura, $T_0(z)$, exhibe um gradiente negativo em profundidade, o que em termos acústicos implicará uma acção refractiva sobre o sinal propagado, obrigando-o a reflectir-se repetidas vezes no fundo. Este ponto será discutido novamente nos Capítulos 4 e 5, dedicados aos problemas directo e inverso, respectivamente.

3.3 Dados acústicos

3.3.1 Fonte acústica e sinal emitido

Como indicado anteriormente a fonte acústica era rebocada pelo navio Francês BO D'ENTRE-CASTEAUX, encontrando-se a maior parte do tempo a uma profundidade aproximada $z_s = 90$ metros. Esta fonte correspondia a um modelo de transductor, elaborado em conjunto pelas instituições francesas DCN e ERAMER, e emitia um sinal de banda larga, com uma

Figura 3.11: CTD-IH: Dados da velocidade do som, c .

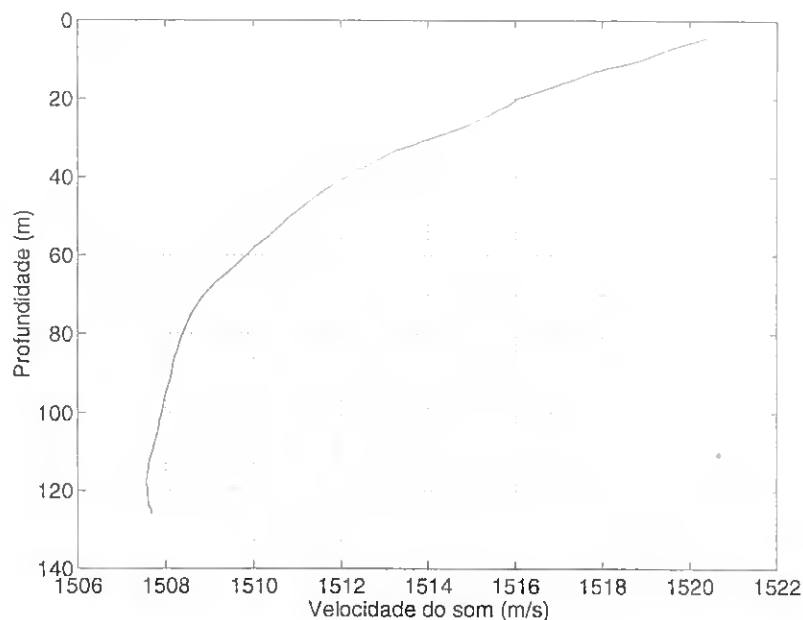


Figura 3.12: CTD-IH: Perfil médio da velocidade do som, $c_0(z)$.

duração de 2 segundos, um período de repetição de 8 segundos, e uma frequência linearmente modulada, $f(t) = \alpha t + f_0$, onde $f(0) = 300$ Hz e $f(2s) = 800$ Hz.

3.3.2 Sistema de recepção (sensores acústicos)

A VLA era constituída por 4 sensores acústicos, às profundidades médias de 35, 75, 105 e 115 m e encontrava-se na posição geográfica (39.7995°N , 9.4583°W). Verificou-se no final da experiência que o sensor a 75 m tinha sido inundado com água de mar, o que impossibilitava a exploração do correspondente sinal recebido na inversão tomográfica. Os restantes sensores serão referidos, daqui em adiante, como sensor 1, sensor 2 e sensor 3. Como será mostrado no Capítulo 5 a geometria duma antena constituída por apenas três sensores impõe limitações severas ao grau de precisão dos resultados tomográficos. Outra questão de grande importância corresponde ao problema da *sincronização* das chegadas. Estava previsto que se incluísse no sinal recebido um sinal de curta duração, e grande amplitude (vulgarmente denominado “spike”), no momento da emissão do sinal da fonte acústica. A presença do

spike no sinal recebido indicaria o momento de emissão do sinal da fonte, o que permitiria determinar com precisão os tempos de chegada, τ . No entanto, o processamento posterior dos sinais recebidos, visando a localização dos spikes nos dados acústicos, revela discontinuidades frequentes no registo dos mesmos [60]. A inconstância na presença dos spikes inviabiliza a datação temporal absoluta dos sinais recebidos, impossibilitando a determinação das chegadas. Este problema será discutido novamente no Capítulo 5, o qual será dedicado à discussão da inversão tomográfica dos dados acústicos.

3.3.3 Eventos

O esquema de linhas contínuas, ilustrado na Fig.3.3, indica de maneira geral a navegação do BO D'ENTRECASTEAUX durante as transmissões acústicas. Estas, denominadas genericamente como "Eventos", pode ser classificadas da seguinte maneira:

- Evento 0: Conjunto de transmissões ao longo do eixo VLA-N, enquanto o BO D'ENTRECASTEAUX se aproximava da posição N. Estas transmissões destinavam-se exclusivamente ao teste dos sistemas de transmissão e de recepção. O Evento 0 teve início em 14/06/97 às 7:36 h.
- Evento I: Conjunto de transmissões ao longo do eixo VLA-N, com uma profundidade constante da coluna de água, de valor $D \approx 135$ m, e uma distância horizontal constante, $R \approx 5.6$ km. O Evento I cobre as transmissões acústicas que vão do Tape 4 ao Tape 10. Este evento teve início em 14/06/97 às 17:19 h.
- Evento II: Conjunto de transmissões ao longo do eixo VLA-N, VLA-R, radial R-W e eixo W-W1, com variações simultâneas na distância de transmissão R , e da profundidade, D , ao longo da distância horizontal de propagação r . O Evento II cobre

as transmissões acústicas que vão do Tape 11 ao Tape 15, e teve início em 16/06/97 às 7:18 h.

- Evento III: Conjunto de transmissões ao longo do eixo W-VLA, com uma variação da profundidade da coluna de água, D , entre 150 e 130 metros, e uma distância horizontal constante, $R \approx 6.5$ km. O Evento III cobre as transmissões acústicas que vão do Tape 16 ao Tape 24. Este evento teve início em 16/06/96 às 22:16 h.

3.3.4 Pré-processamento dos dados acústicos

Uma das etapas preliminares na análise das transmissões acústicas consiste em calcular os padrões de chegada, Π , do sinal emitido, $s(t, z_s)$, e do sinal recebido $r(t, z_r)$. O padrão de chegada corresponde a uma estimativa da resposta impulsiva do canal de propagação, $h(t)$. Num guia de onda ideal, e tal como discutido na secção 2.4, $h(t)$ corresponde a uma soma de funções de Dirac, atrasadas e ponderadas com um conjunto de atrasos e amplitudes que dependem do canal de propagação. A distribuição das funções de Dirac na janela de recepção permite determinar as chegadas acústicas, o que em termos do processamento de sinal implica que os padrões de chegada constituem um estimador das chegadas do sinal. No caso real $s(t, z_s)$ possui uma largura de banda finita, Δf , o que impõe uma resolução temporal $\sim (\Delta f)^{-1}$ ao padrão de chegada. Assim sendo, o padrão de chegada, Π , em vez de corresponder a uma soma de funções de Dirac atrasadas e ponderadas (de largura nula), corresponderá aproximadamente a uma soma de funções "sinc"⁸ (atrasadas e ponderadas), e de largura temporal $\Delta t \approx (\Delta f)^{-1}$.

O esquema de pré-processamento dos dados acústicos, visando o cálculo dos padrões de chegada, encontra-se ilustrado na Fig.3.13. O pré-processamento envolveu a utilização

⁸A função "sinc" encontra-se definida como $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$

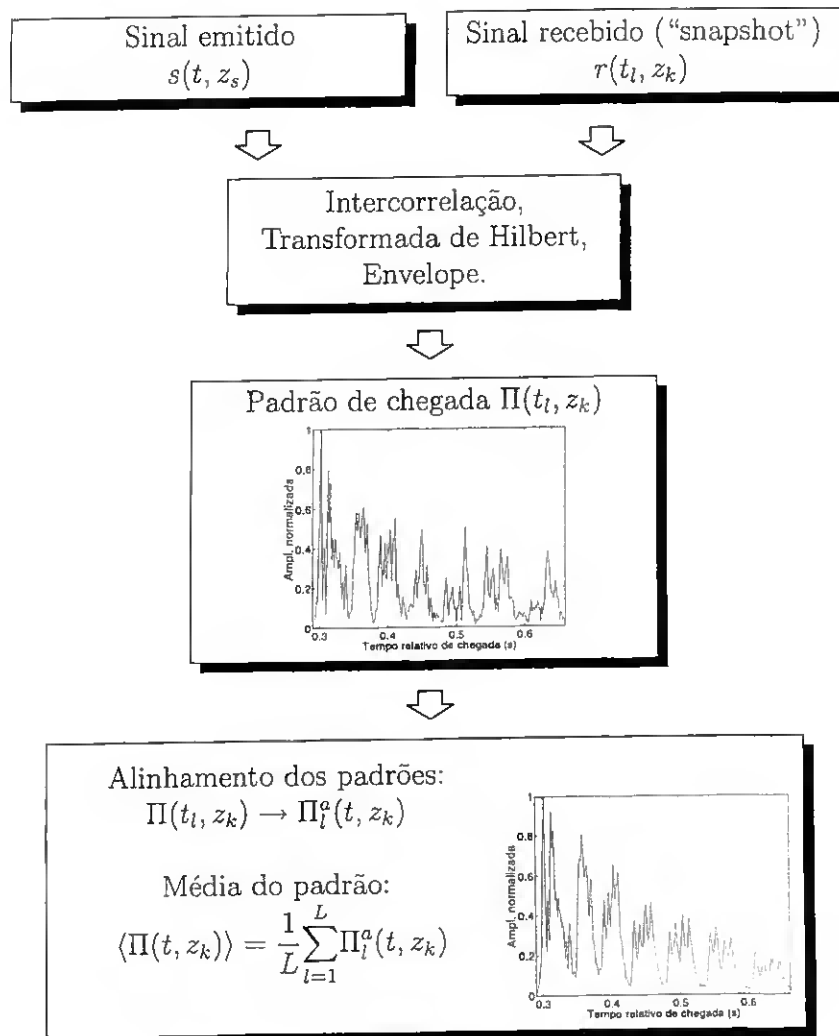


Figura 3.13: Cálculo dos padrões médios de chegada.

de técnicas clássicas de processamento de sinal (intercorrelação, transformação de Hilbert, envelope do sinal) que não serão aqui discutidas. Devido aos problemas de sincronização os padrões foram alinhados pelo incremento de amplitude, associado ao primeiro dos máximos significativos. Depois de alinhados calculou-se uma média pelo número de “snapshots” (“instantâneas”):

$$\langle \Pi(t, z_k) \rangle = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \Pi_l^a(t, z_k) \quad (3.2)$$

O cálculo do padrão médio realça a presença dos tempos de chegada. A falta de sincronização com o sinal emitido implica igualmente que os valores dos tempos de chegada não se encontram distribuídos ao longo duma escala temporal absoluta, mas dependem da posição de alinhamento. Nesse sentido tratar-se-á de tempos de chegada “relativos”, τ_r .

As médias dos padrões de chegada para o sensor à profundidade de 115 metros, e $L = 10$ (ver Eq.(3.2)), encontram-se ilustradas na Fig.3.14⁹ (os padrões de chegada dos sensores a 35 e 105 metros exibem variações temporais semelhantes). Duma forma geral as variações temporais dos padrões médios de chegada exibem um padrão intrincado e instável no intervalo $\tau_r \in [0.3, 0.4]$ s, passando depois a uma distribuição relativamente mais estável, segundo diferentes “faixas” verticais. Essas faixas identificam-se com maior facilidade nos Eventos I e III. A amplitude das faixas decresce à medida que aumenta τ_r . No caso dos Eventos I e III a estrutura das faixas verticais revela a presença de quatro sub-faixas, naquilo que constitui uma das características mais interessantes dos padrões de chegada. De facto, as faixas e sub-faixas dos padrões de chegada, para os Eventos I e III, indicam o agrupamento das chegadas “tardias” (neste caso, as chegadas “tardias” são aquelas distribuídas depois de 0.4 s) em grupos de *quatro* chegadas. Cada grupo de quatro chegadas será referenciado, a partir

⁹Em cada uma das figuras a escala temporal vertical, em horas, tem início na hora da data do evento correspondente (ver descrição dos eventos, na secção anterior).

deste momento, como “quadrupletos”, e ao conjunto das chegadas, formadas por sub-grupos de quatro chegadas, será dado o nome de “conjunto de quadrupletos”, ou simplesmente “quadrupletos”. Para além do agrupamento das chegadas em grupos de quadrupletos as faixas verticais dos Eventos I e III evidenciam uma modulação temporal tipicamente semi-diurna, na qual intervirão, em graus diferentes, tanto a maré interna como a maré de superfície. O Evento II, durante o qual se verificam variações na distância horizontal e/ou na profundidade, exhibe uma variação significativa tanto do nível da dispersão temporal das chegadas, como do número das mesmas. As particularidades dos Eventos serão novamente abordadas, com ajuda de simulações por traçamento de raios, na secção 4.2.

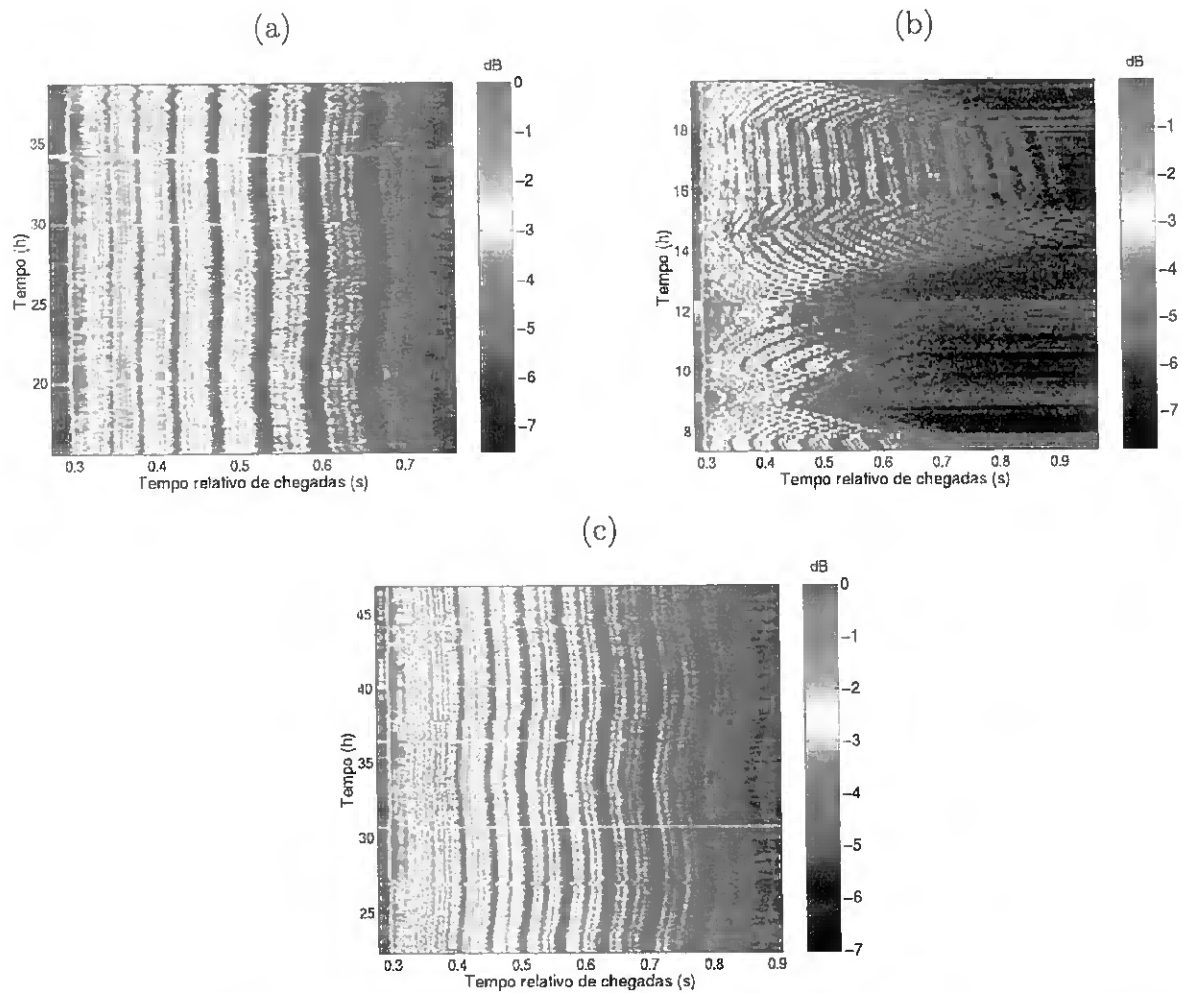


Figura 3.14: Padrões de chegada das transmissões acústicas do INTIMATE'96, no sensor a 115 m: (a) Evento I, (b) Evento II, e (c) Evento III. As barras laterais indicam a amplitude dos padrões de chegada.

Capítulo 4

O problema directo

Tal como indicado no Capítulo 1 a inversão tomográfica não pode ser desenvolvida independentemente do problema directo que se pretende analisar. Este princípio implica que o modelo teórico exposto no Capítulo 2 deve ser explorado intensivamente, de maneira a adaptar o método geral da tomografia ao caso particular das marés internas. Essa adaptação basear-se-á, por um lado, numa análise preliminar dos dados oceanográficos da campanha INTIMATE'96, e, por outro lado, num conjunto de simulações de propagação acústica. A aplicação de modelos de propagação acústica pretende tirar vantagem da comparação entre o padrão de chegada observado e o modelado. De facto, calculando o padrão de chegada com o modelo de modos normais KRAKEN [48], para a configuração característica do Evento I ($R = 5.6$ km, $D = 135$ m, $z_r = 115$ m, $c_0(z)$ corresponde ao perfil médio da velocidade do som ilustrado na Fig.3.12), é possível obter uma estrutura de agrupamento das chegadas em grupos de quadrupletos (ver Fig.4.1, caso (a)). O padrão de chegada modelado, para além de reproduzir a distribuição temporal dos quadrupletos, exhibe uma variação de amplitude dos mesmos similar à aquela exibida pelo padrão de chegada, calculado a partir dos dados acústicos (ver casos (a) e (b) da Fig.4.1). No entanto, o modelo falha significativamente ao tentar reproduzir o padrão de chegada real na proximidade da chegada de maior amplitude

(primeiros 0.05 s), o que indica parcialmente as limitações do modelo, para além de indicar a instabilidade das primeiras chegadas. A exploração do modelo teórico das marés, e a comparação intensiva dos dados simulados com os dados reais, serão discutidos nas secções seguintes.

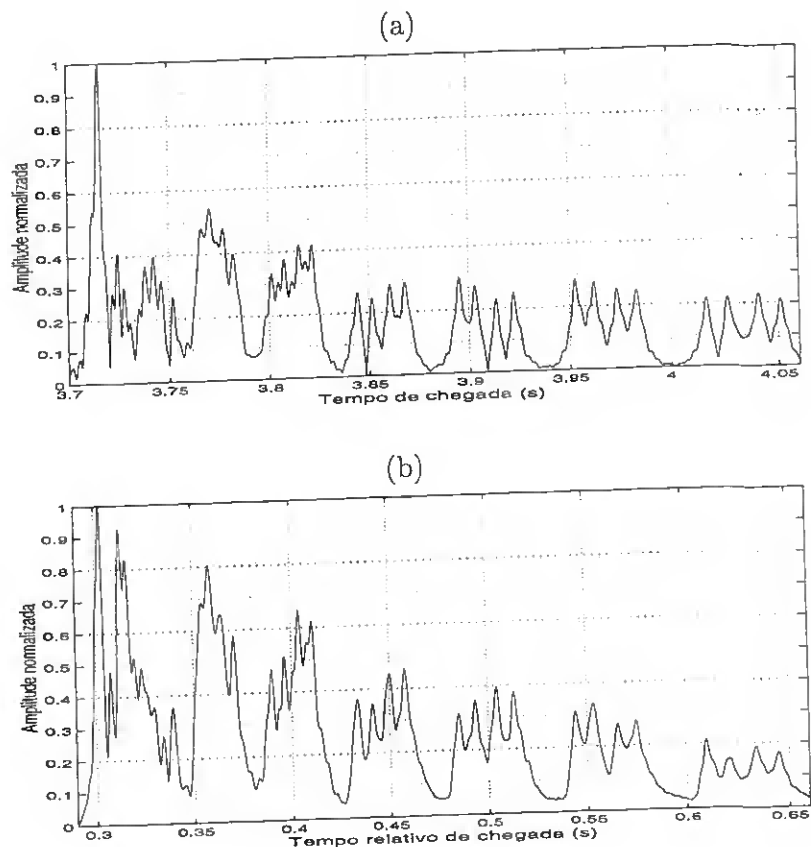


Figura 4.1: Padrão de chegada modelado (a) e padrão de chegada calculado dos dados acústicos (b).

4.1 Dados reais

4.1.1 Equivalência entre EOFs e MNHs

Os dados de corrente e temperatura da cadeia de termistores dispõem duma resolução temporal detalhada, que permite o cálculo de funções ortogonais empíricas, ou EOFs¹ [61]. As EOFs (igualmente referenciadas como modos empíricos) representam uma ferramenta partic-

¹Sigla de *Empirical Orthogonal Functions*

ularmente eficaz na parametrização dos dados correspondentes a um conjunto particular de medidas, uma vez que cada uma das observações pode ser representada como uma expansão empírica na base ortogonal de EOFs. Nesse sentido as EOFs têm sido utilizadas intensivamente nos problemas de tomografia, para parametrizar as variações do perfil de velocidade em águas profundas, e reduzir, significativamente, o espaço de procura dos parâmetros que se pretendem determinar [7, 62]. No caso da campanha INTIMATE'96 os registos de ADCP e da cadeia de termistores possibilitam o cálculo das EOFs para os dados independentes de corrente e temperatura. As duas bases de EOFs encontram-se ilustradas na Fig.4.2, casos (a) e (b).

Por outro lado, tal como foi discutido na secção 2.3, os campos de corrente e temperatura podem representar-se teoricamente como expansões ortogonais nas bases dos modos —teóricos— normais. Estes modos podem ser calculados conhecendo o perfil de fluatibilidade, $N(z)$ (ver Fig.4.2, caso (c)). Surge então, de maneira natural, a questão das relações entre os dois sistemas de bases ortogonais, ou seja, em que medida é que cada EOF poderá ser representado como uma expansão de modos teóricos, ou vice-versa. Esta é uma questão fundamental no contexto do problema tomográfico uma vez que o número de EOFs (e a sua representatividade) depende do número de observações. Os modos teóricos, tanto hidrostáticos como não-hidrostáticos, podem calcular-se numericamente para um perfil de fluatibilidade, $N(z)$ (ou, pela Eq.(3.1), da temperatura), transformando o PSL num sistema linear de equações (ver Apêndice I). No entanto, o cálculo dos modos teóricos, partindo de T_0 , requer um número relativamente mais reduzido de observações. A questão da representação dos modos empíricos em termos de modos teóricos (ou vice-versa), aplicada aos dados oceanográficos do INTIMATE'96, encontra-se discutida em [63]. Nesta referência

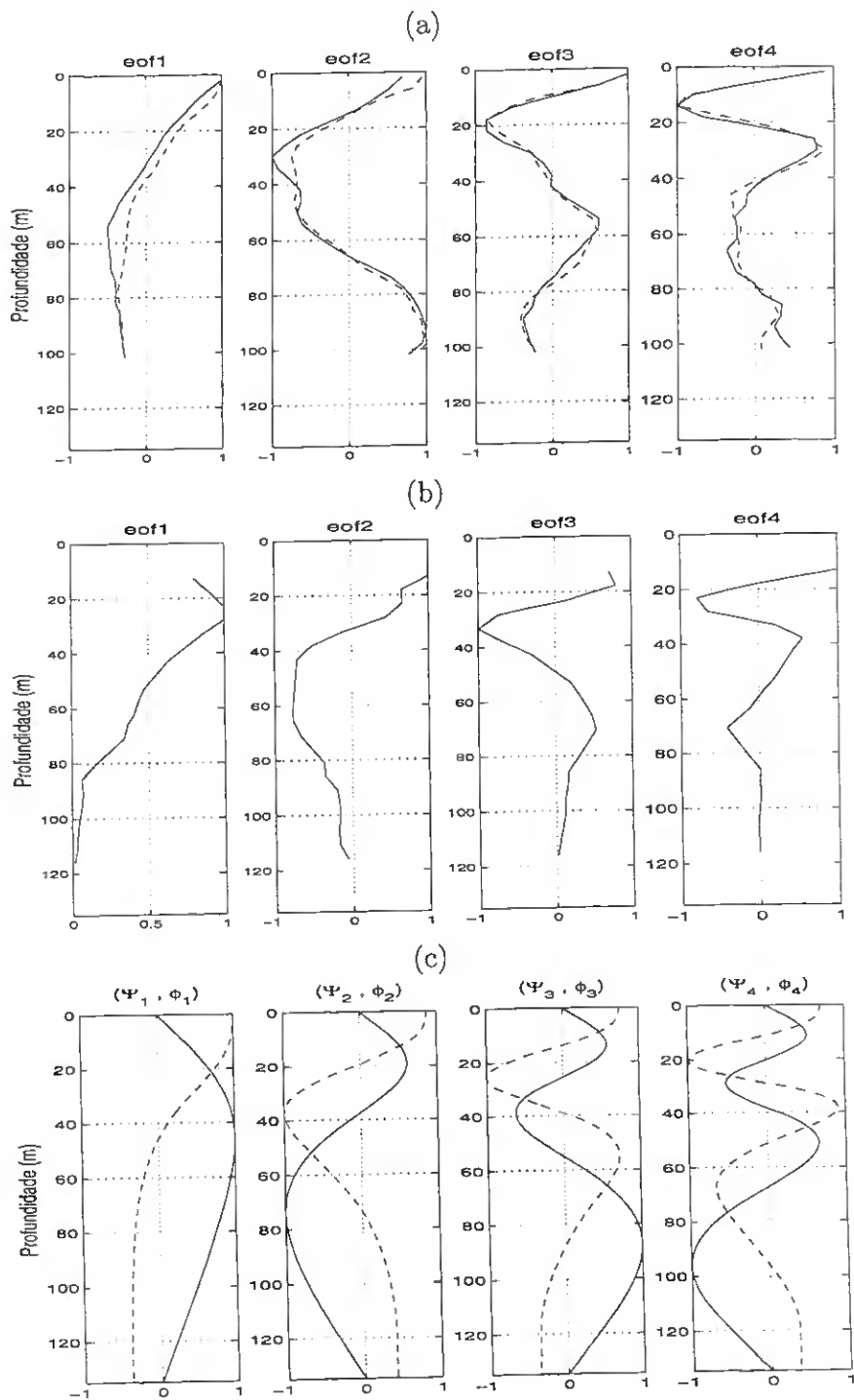


Figura 4.2: (a) EOFs dos dados de corrente, a linha contínua corresponde a u , a linha tracejada a v ; (b) EOFs de temperatura; (c) MNHs calculados com o perfil médio de flutuabilidade.

demonstra-se que cada uma das três primeiras EOFs pode ser representada como um único modo normal não-hidrostático. Trata-se dum resultado significativo, uma vez que indica uma equivalência unívoca entre cada uma das três primeiras EOFs, e cada um dos três primeiros modos teóricos. O resultado indica também a preponderância, em média, dos três primeiros modos baroclínicos nas variações ambientais do cenário estudado durante o INTIMATE'96. Cálculos adicionais, baseados nos MNHs, revelaram o mesmo tipo de equivalência entre EOFs e modos teóricos. Estes resultados indicam a validade das aproximações hidrostática, e não rotacional, nas condições ambientais do INTIMATE'96, com a vantagem teórica adicional das amplitudes modais dos MNHs não obedecerem a um tipo particular de soluções ondulatórias. Desta maneira, a ênfase principal nos modos teóricos será posta, daqui em diante, nos MNHs calculados com base na Eq.(3.1).

4.1.2 Direcção de propagação da maré interna

Outra das questões abordadas em [63] encontra-se relacionada com a estimação do sentido de propagação das marés internas na zona monitorizada durante a campanha INTIMATE'96. Essa estimação baseia-se na intercorrelação das amplitudes modais das correntes, de maneira a estimar o desfasamento temporal das mesmas. Do ponto de vista teórico a amplitude desse desfasamento depende da direcção de propagação, θ . Os valores estimados com base nos dados de corrente indicam um desfasamento na ordem das 2.7 horas, o que corresponde a $\theta = 15^\circ$. Este valor coincide com a orientação das linhas de profundidade constante na zona do talude continental (ver Fig.3.3).

4.1.3 Peso dos MNHs nas variações de c

A discussão apresentada na secção anterior aumenta a relevância dos três primeiros MNHs, nas variações temporais dos campos de temperatura e velocidade. Seguidamente, e tendo em conta a relação linear existente entre T e c (sublinhada durante a discussão da fórmula empírica de Mackenzie, Eq.(2.68), na secção 2.4, e constatada experimentalmente pelas observações de CTD), pode considerar-se válida a seguinte expansão da velocidade do som:

$$c(z, t) - c_0(z) = \frac{dc_0}{dz} \sum_m \alpha_m(t) \Psi_m . \quad (4.1)$$

Uma vez que se admite a igualdade das amplitudes modais para T e para c ter-se-ia, por outro lado, que

$$\alpha_m(t) = \frac{\langle \frac{T(z, t) - T_0(z)}{dT_0/dz} | N^2(z) | \Psi_m \rangle}{\langle \Psi_m | N^2(z) | \Psi_m \rangle} , \quad (4.2)$$

ou seja, que as amplitudes modais da velocidade do som, c , podem ser calculadas recorrendo aos registos específicos de temperatura. Para os três primeiros MNHs as amplitudes modais podem calcular-se com ajuda dos dados da cadeia de termistores. Estas amplitudes revelam um carácter oscilatório, com a presença de “picos” significativos no caso da amplitude α_1 (ver Fig.4.3).

O “peso” de cada MNH nas variações da velocidade pode estimar-se como

$$P_m(t) = 100 \times \frac{1}{D} \int_0^D \frac{1}{\sum_{m=1}^3 |V_m|} |V_m| dz , \quad (4.3)$$

onde $V_m = \Psi_m dT_0/dz$. A média temporal corresponderia então a

$$\langle P_m \rangle = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} P_m(t) dt . \quad (4.4)$$

Os resultados da aplicação das duas últimas fórmulas aos dados ilustrados na Fig.4.3 são mostrados na Fig.4.4. Esses resultados indicam que os três primeiros MNHs representam,

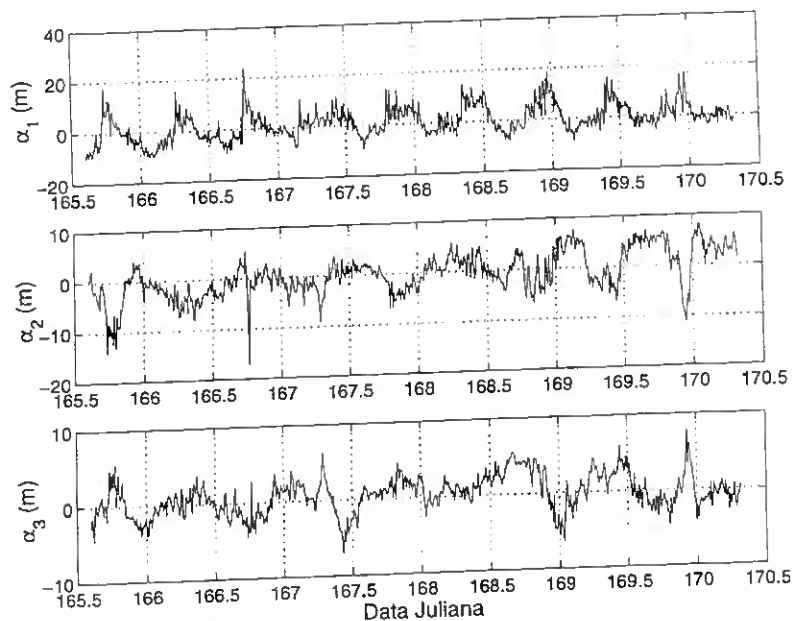


Figura 4.3: TERM-CMO: amplitudes modais de temperatura.

em média, 75% das variações do perfil de velocidade. Adicionalmente, verifica-se que o peso de cada MNH decresce com o incremento do seu índice.

4.2 Simulações

Tal como indicado na secção 3.3.3 os máximos significativos dos padrões de chegada indicam os tempos das chegadas acústicas, τ . Por outro lado, para o tipo de sinal $s(t, z_s)$ usado durante as transmissões acústicas da campanha INTIMATE'96, e para o valor mínimo de profundidade da coluna de água verifica-se a validade da Eq.(2.73), o que favorece a aplicação dos modelos de traçamento de raios. Em vez de utilizar um modelo particular, de entre o grande número de programas traçadores de raios desenvolvidos especificamente para aplicações de acústica submarina², foi decidido escrever de raiz, em MATLAB³, um modelo traçador de raios. As simulações desenvolvidas nas secções seguintes corresponderão a

²Consultar, por exemplo, o site *Ocean Acoustic Library* em <http://oalib.saic.com>.

³Sigla de *Matrix Laboratory*. O MATLAB é um ambiente de programação, tratamento e visualização de dados, fortemente orientado para a manipulação de estruturas matriciais.

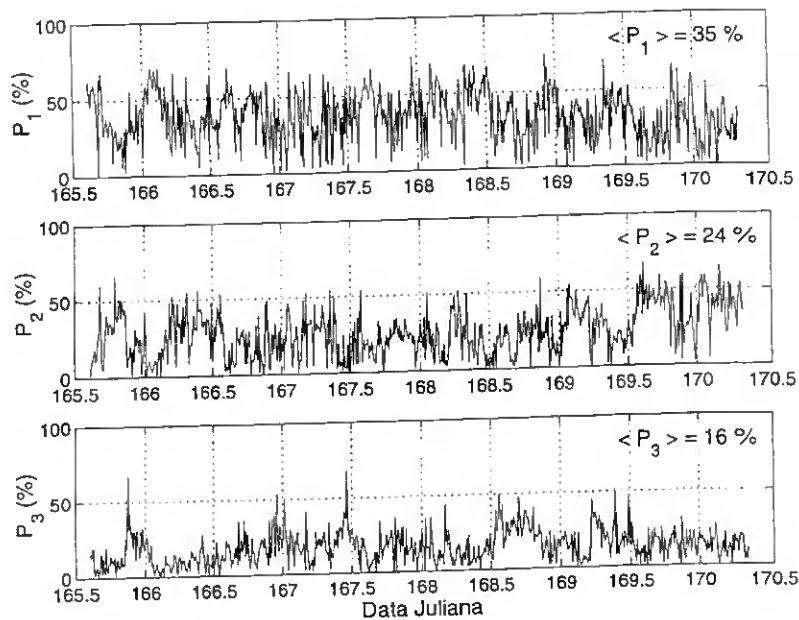


Figura 4.4: TERM-CMO: percentagem das amplitudes modais e respectivos valores médios.

aproximações isotrópicas dos Eventos I, II e III, isto é corresponderão a casos em que o sinal acústico se propaga em ambientes onde o campo da velocidade do som, c , depende apenas da profundidade, z .

Uma vez que os Eventos acima referidos indicam, de maneira evidente, os efeitos das marés nos tempos de chegada a modelação focará apenas o cálculo dos mesmos. As simulações encontram-se agrupadas da seguinte forma: num primeiro grupo discutir-se-á o impacto da geometria de propagação (que corresponde ao impacto da maré barotrópica) no conjunto de chegadas acústicas; no segundo grupo analisar-se-á a influência das variações ambientais (ou seja, da maré interna) nas chegadas. Tal como será mostrado no Capítulo 6 os dois grupos de simulações permitirão desenvolver um esquema robusto de tomografia a ser aplicado nos dados acústicos do INTIMATE'96.

4.2.1 Variações na geometria de propagação

No caso do Evento I tem-se um guia de onda caracterizado por uma profundidade da coluna de água $D = 135$ m, e por uma distância de propagação $R = 5.6$ km. Os raios próprios entre a fonte, a 90 m de profundidade, e o sensor 3, podem ser calculados usando o perfil médio da velocidade do som $c_0(z)$ ilustrado na Fig.3.12 (cálculos semelhantes podem ser desenvolvidos para os sensores 1 e 2). Os raios próprios de propagação (ver Fig.4.5) podem ser classificados em dois grupos: aqueles que são refractados entre a fonte acústica e a superfície (denominados como raios “RBR”⁴), e aqueles que são reflectidos entre as fronteiras do guia de onda (denominados como raios “SRBR”⁵).

Os raios do tipo RBR correspondem a um conjunto de chegadas, distribuídas compactamente na proximidade da primeira chegada, e espalhadas numa janela temporal da ordem dos 14 ms. O grupo de raios SRBR exhibe uma série de chegadas espalhadas por uma janela temporal significativamente maior (da ordem dos 260 ms), as quais exibem agrupamentos de “quadrupletos”. Como será discutido na secção 5.4.4 o primeiro grupo corresponde aos raios *instáveis* e as suas chegadas podem ser classificadas como *não resolvidas*. Adicionalmente o segundo grupo corresponde aos raios *estáveis*, aos quais corresponderão um grupo de chegadas *resolúveis*. A presença dos grupos de quadrupletos encontra-se relacionada com a assimetria de alinhamento entre a fonte e o sensor acústico, e pode ser derivada analiticamente no caso dum guia de onda com $c = \text{constante}$ [64]. Na secção 5.4.1 demonstrar-se-á que os quadrupletos são os únicos grupos de chegadas a ter em conta no contexto do problema de inversão.

De maneira a identificar parcialmente os efeitos da maré de superfície nos grupos de

⁴Sigla de *Refracted and Bottom Reflected*.

⁵Sigla de *Surface Reflected and Bottom Reflected*.

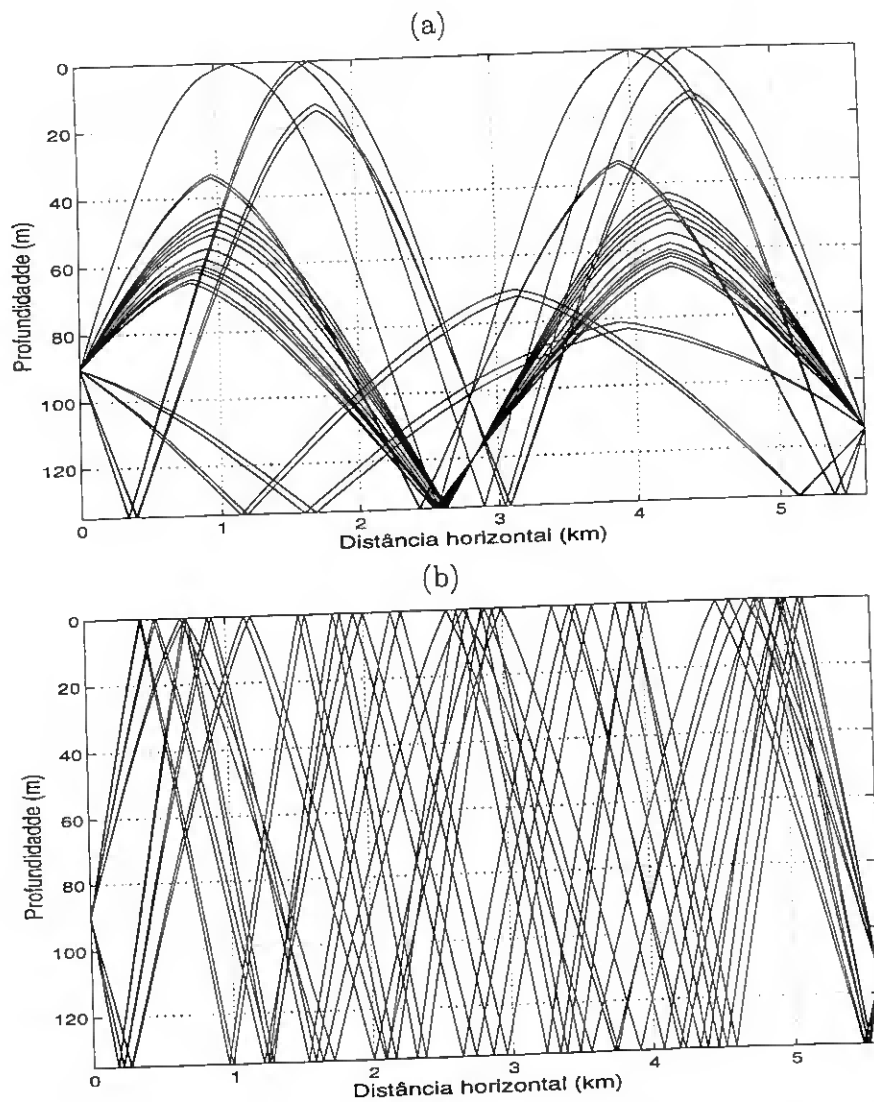


Figura 4.5: Raios de propagação RBR (caso (a)) e SRBR (caso (b)).

quadrupletos a simulação previamente descrita foi repetida variando a profundidade do guia de onda, D . Tendo em conta a geometria da VLA, fixa ao fundo, considerou-se realístico introduzir correcções na profundidade do sensor 3, $\delta D = D - D_{ref}$, onde $D_{ref} = 135$ m. A amplitude de variações estende-se ligeiramente para além das predições da maré de superfície na posição da VLA, ilustradas na Fig.4.6. Os valores mostrados na figura foram calculados com o modelo de marés RSC94, o qual se encontra no site indicado na secção 2.1.

Os resultados da modelação, limitados à variação temporal dos quadrupletos, encontram-

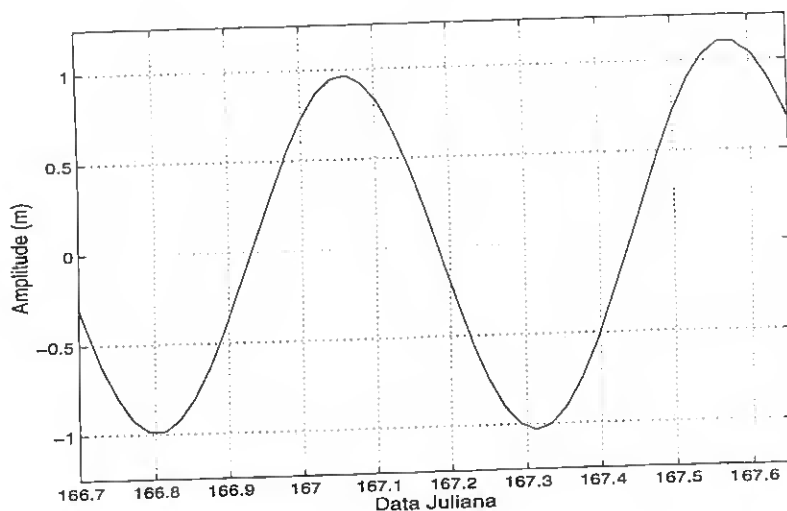


Figura 4.6: Predições da maré de superfície na posição da VLA.

se ilustrados na Fig.4.7. Tal como indicado pelos identificadores dos raios (o valor inteiro indica o número total de reflexões e o sinal indica se o raio foi lançado em direcção à superfície, “+”, ou na direcção do fundo, “-”) a estrutura particular de cada raio não se encontra afectada pelas variações de profundidade, mantendo-se constantes o número de reflexões e a direcção de “lançamento”. Por outro lado o aumento da profundidade conduz ao incremento do espalhamento temporal dos quadrupletos, e ao incremento da separação temporal dos elementos de cada quadrupletos. No entanto as perturbações temporais induzidas pela variação em D são insuficientes para que tenha lugar uma “troca” de chegadas entre grupos de quadrupletos diferentes. No caso duma variação periódica semidiurna em D a correspondente modelação dos tempos de chegada deverá reproduzir um padrão semelhante ao evidenciado pelos padrões de chegada dos Eventos I e III.

As simulações duma distância de transmissão variável, R , para o sensor 3, encontram-se ilustradas na Fig.4.8. Admitiu-se uma variação de R entre 3.8 e 5.6 km. Para facilitar a comparação com os padrões de chegada do Evento II a figura indica as variações dos tempos *relativos* de chegada, $\tau_r(R) = \tau(R) - \tau_1(R)$, onde $\tau_1(R)$ representa a primeira das

chegada “absolutas”. O guia de onda tem uma profundidade $D = 135$ m, e a abertura angular da fonte acústica é constante e simétrica, de amplitude 30° . Contrastando com o caso anterior verifica-se que o incremento temporal, entre as chegadas de cada quadrupletos, aumenta ao *diminuir* R . Tal como no caso anterior a separação entre as chegadas dos quadrupletos conduz ao incremento da janela temporal ocupada pelos respectivos grupos de quadrupletos. Por outro lado o seu número decresce com a diminuição de R . Alinhando apropriadamente cada sequência de chegadas relativas, de acordo com as diferentes fases de transmissão do Evento II, deverá ser possível obter uma variação dos tempos relativos, razoavelmente próxima daquela sugerida pelos padrões de chegada deste evento.

4.2.2 Variações ambientais

As simulações anteriores parecem “esgotar” as fontes de perturbação que dão lugar às variações temporais dos padrões de chegada dos Eventos I, II e III. Assim, para identificar a contribuição específica da maré interna nos dados acústicos serão desenvolvidas nesta secção dois grupo de simulações, ambas com a mesma geometria do guia de onda, mas com realizações diferentes do perfil de velocidade. A primeira realização corresponde ao perfil médio dos dados de velocidade do som; o perfil perturbado corresponde a um perfil particular dos dados de CTD, escolhido de maneira a obter uma variação monótona do perfil ao longo da profundidade. Os dois perfis, $c_0(z)$ e $c(z)$, e a diferença entre os mesmos, $\delta c(z) = c(z) - c_0(z)$, encontram-se ilustrados na Fig.4.9. Tal como discutido em [64] os raios do tipo RBR mudam dum perfil para o outro, enquanto que os raios SRBR, correspondentes aos grupos de quadrupletos, mantêm a sua estrutura. Neste sentido as chegadas correspondentes ao primeiro grupo de raios podem ser consideradas como chegadas instáveis, enquanto que as chegadas correspondentes ao segundo grupo podem ser consideradas estáveis. Na secção

5.4.1 mostrar-se-á que o único tipo de chegadas a ter em conta no esquema de inversão tomográfica corresponde às chegadas estáveis.

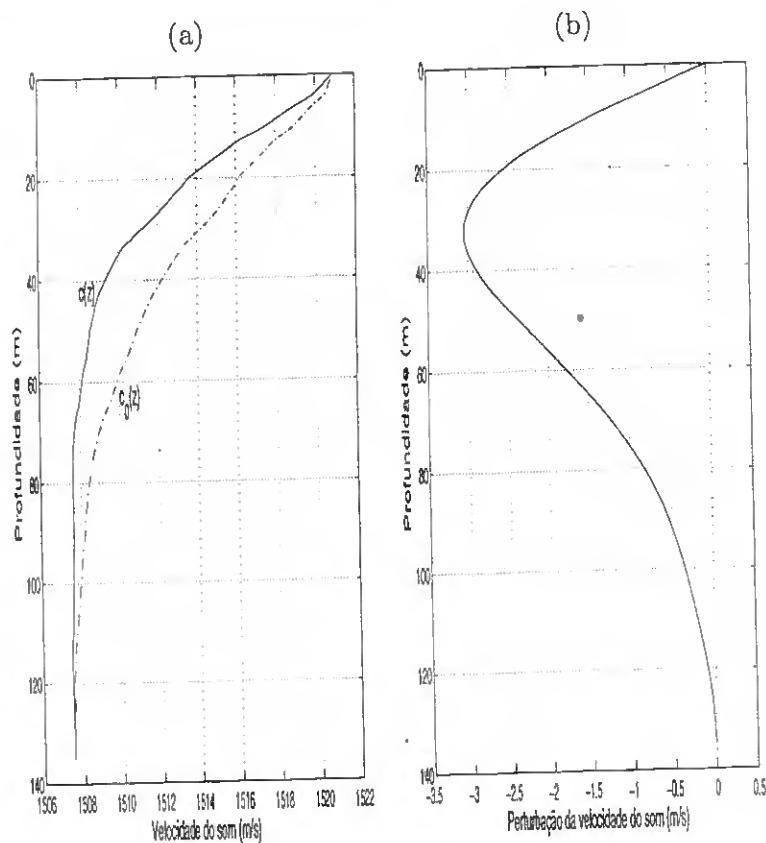


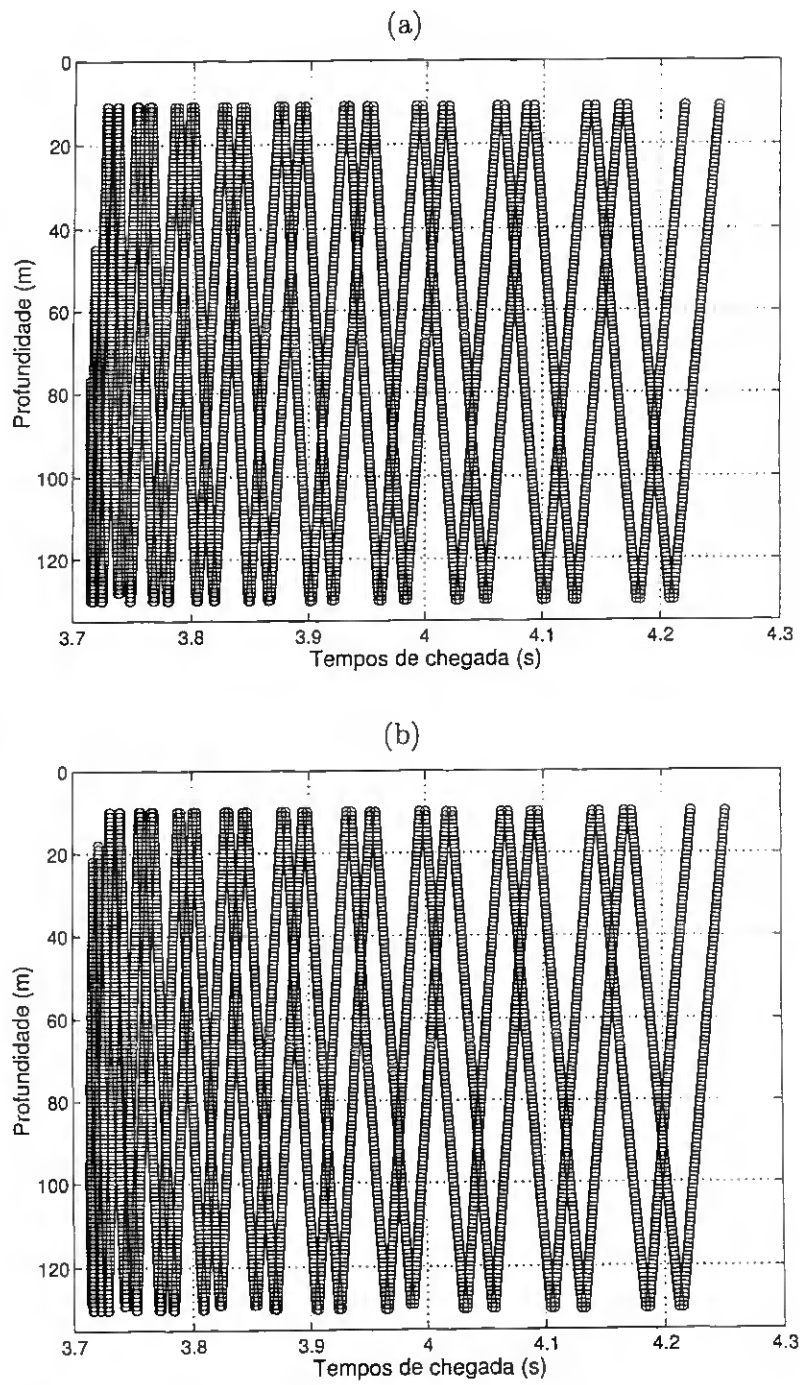
Figura 4.9: Variações ambientais: (a) perfis de referência, $c_0(z)$, e perturbado, $c(z)$; (b) perturbação do perfil de velocidade, $\delta c(z)$.

Os conjuntos de chegadas ilustrados nas figuras 4.7 e 4.8 correspondem, em certo sentido, a casos particulares de *frentes temporais*, em que o eixo horizontal da figura corresponde ao eixo temporal do tempo de chegada. Tal como indicado por *Munk et al.* ([5]) as frentes temporais, que são habitualmente construídas calculando os tempos de chegada, τ , ao longo da profundidade, z , proporcionam uma visão do problema de propagação muito mais rica do que os diagramas de raios de propagação.

No caso do perfil médio da Fig.4.9, e para um guia de onda com a geometria do Evento I, a frente temporal correspondente revela uma estrutura linear intrincada, em ziguezague

(ver Fig.4.10, caso superior). Esta estrutura relaciona linearmente os quadrupletos que se encontram a profundidades diferentes, o que implica que estes se encontram correlados. Por outro lado os pontos da frente temporal, onde têm lugar as intersecções do alinhamento, indicam situações de *ambiguidade* no tempo e na profundidade, uma vez que correspondem a geometrias de propagação em que raios próprios diferentes podem chegar em simultâneo ao sensor acústico.

A troca do perfil de referência, $c_0(z)$, pelo perfil $c(z)$ ilustrado na Fig.4.9, e o cálculo da respectiva frente temporal, revelam um padrão de chegadas semelhante ao inicial (ver Fig.4.10, caso inferior). No entanto, excluindo as chegadas não resolvidas, verifica-se que a segunda frente temporal sobrepor-se-ia quase na perfeição à primeira se “recuasse” ao longo do eixo temporal. Desta maneira, é válido afirmar que o principal efeito das marés internas consiste em “deslocar” a frente temporal do perfil de referência. A magnitude do deslocamento temporal, $\delta\tau$, se bem que constante para todas as profundidades, dependerá das características integrais da perturbação $\delta c(z) = c(z) - c_0(z)$. A quantificação *a priori* desse deslocamento levanta questões de grande interesse teórico e prático, mas que excedem os objectivos desta dissertação. Assim sendo, não serão abordadas. Em particular, uma das conclusões mais importantes a referir é que, limitando as duas frentes temporais aos grupos de quadrupletos, e redesenhando as duas frentes em termos dos tempos de chegadas relativos, $\tau_r = \tau - \tau_{ref}$, obter-se-ia a *mesma estrutura* em ambos os casos. Desta maneira, os tempos relativos de chegada, τ_r não contêm *nenhum tipo de informação sobre as variações ambientais, δc , do cenário de propagação*, e, conseqüentemente, *não permitem resolver o problema da tomografia das marés internas*. Esta conclusão elimina a hipótese de aplicar qualquer método de inversão, baseado nos tempos relativos de chegada, aos dados acústicos

Figura 4.10: Frentes temporais para $c_0(z)$ (a), e $c(z)$ (b).

do INTIMATE'96. No melhor dos casos uma aplicação tal terá sucesso em retirar uma "imagem" tomográfica do *alinhamento* progressivo (de facto, semidiurno) das chegadas, mas independente das variações ambientais reais induzidas pela propagação da maré interna.

Capítulo 5

O problema inverso

O Capítulo anterior foi dedicado ao problema da modelação das perturbações acústicas, induzidas pelas variações geométricas e/ou ambientais da coluna de água, no caso duma coluna de água com isotropia horizontal. No contexto do problema tomográfico proceder-se-á agora à discussão da inversão tomográfica dos dados acústicos da campanha INTIMATE'96. Essa discussão ficaria incompleta se não fossem comentados, brevemente, alguns dos resultados alcançados em matéria de localização de fontes, e da modelação da propagação do sinal através dum meio anisótropo, no tempo e na distância, perturbado pela propagação de solitons. A discussão destes dois pontos levar-se-á a cabo nas duas secções seguintes.

5.1 Comentários preliminares

5.1.1 Identificação de solitons

Sabe-se que a propagação de solitons no guia de onda pode induzir níveis significativos de atenuação no espectro de energia do sinal recebido [28, 65, 66]. Este tipo de observações tem sido objecto dum grande número de estudos, os quais, embora apresentem resultados de grande importância para os problemas directo e inverso, apresentam aproximações de carácter discutível do ponto de vista matemático. Em particular, é frequentemente admitido

que os pacotes de solitons se podem construir pela sobreposição de soluções independentes. Esta aproximação é inconsistente com o carácter não-linear da Eq.(2.61), a qual não admite sobreposições lineares como parte das suas soluções.

As observações oceanográficas do INTIMATE'96 indicam o primeiro dos MNHs, como "passível" de gerar solitons. Por outro lado as amplitudes modais de corrente, e de temperatura, associadas com este modo teórico, revelam variações significativas de amplitude ("picos") que se repetem com a frequência da maré, e que são características da propagação de pacotes de solitons [25, 41]; um dos picos encontra-se temporalmente correlado com uma perturbação significativa do sinal, mais concretamente com um padrão de *focalização* do mesmo [41, 42]. A frequência de amostragem dos dados de corrente e temperatura é insuficiente para resolver a estrutura dos pacotes de solitons, e em particular daquele que estaria correlado com a perturbação observada nos dados acústicos. A identificação dessa estrutura foi analisada recorrendo a dois tipos diferentes de soluções analíticas da Eq.(2.61), de maneira a gerar pacotes de estruturas diferentes. Cada pacote corresponde a uma configuração particular, anisotrópica, do campo da velocidade do som, e cada configuração foi usada como entrada ambiental no modelo de modos normais C-SNAP [67], para simular o processo de propagação do sinal acústico através do respectivo pacote de solitons. Tanto as simulações de banda estreita [41], como as de banda larga [42], permitem obter, para um tipo particular de pacote, um padrão de focalização razoavelmente próximo daquele observado. Este resultado constitui um indicador importante da sensibilidade do sinal às variações ambientais anisotrópicas do canal de propagação, assim como da possibilidade potencial de explorar as variações do sinal para inferir o respectivo campo de velocidade.

5.1.2 Localização de fontes

Tal como discutido em [68]–[70] a sensibilidade dos padrões de chegada à geometria de propagação pode ser explorada para resolver o problema de localização da fonte acústica ao longo dos três eventos. O esquema particular de localização analisado nas referências acima indicadas inspira-se nos métodos da Filtragem Adaptiva do Campo (MFP¹) [71, 72], com a diferença significativa de processar apenas os padrões de chegada do sensor 3. Uma perspectiva diferente do problema de localização, baseada em métodos de decomposição de sub-espacos [73]–[75], foi aplicada aos dados acústicos do sensor 3 com igual êxito, tanto em meios com isotropia horizontal [76], como em meios anisotrópicos [77]. Um dos resultados mais interessantes do estudo desenvolvido nestas duas últimas referências, prende-se com a estimação do número de chegadas independentes através de critérios estatísticos teóricos [78]. De facto, ambos os estudos indicam a *redundância* das chegadas acústicas observadas no sensor, ou seja, indicam que, de entre um conjunto total de T chegadas, apenas um número $N < T$ contém informação independente sobre o guia de propagação. Este resultado é de importância fundamental para a tomografia acústica da maré interna na zona costeira, e será discutido em detalhe na secção 5.4.4.

5.2 O problema tomográfico

Tal como foi proposta a Tomografia Acústica Oceanográfica baseia-se na exploração das variações dos tempos de chegada, $\Delta\tau$, para calcular as perturbações do perfil de velocidade em relação a um estado de referência, $\delta c(z) = c(z) - c_0(z)$, [4]. Esta perspectiva do problema tomográfico, na qual o principal objecto do sinal a ser analisado corresponde aos

¹ *Matched-Field Processing.*

tempos de chegada, é comumente denominada como *Tomografia de Tempos de Chegada*, abreviadamente, TTC. Alternativamente, é possível estender os métodos de MFP, aplicados inicialmente ao problema da localização de fontes acústicas e que exploram directamente a sensibilidade do campo acústico, \hat{p} , aos parâmetros geométricos e ambientais do guia de onda, para calcular directamente o perfil do som, $c(z)$, [7, 79, 80]. Esta alternativa é habitualmente denominada como *Tomografia por Adaptação do Campo*, ou MFT², e recorre geralmente às EOFs para parametrizar o perfil de velocidade. Em geral é difícil afirmar *a priori* o tipo de condições em que se deve preferir uma técnica à outra. Esta questão estende-se, naturalmente, ao processamento tomográfico dos dados do INTIMATE'96. As duas secções seguintes debaterão esta questão com ajuda de simulações.

5.3 Tomografia por Adaptação do Campo (MFT)

5.3.1 Fundamentos teóricos

Para um conjunto de N sensores acústicos verticais o campo do sinal recebido pode ser caracterizado com um vector de pressão, $\hat{\mathbf{p}}$, definido como

$$\hat{\mathbf{p}}(f) = [\hat{p}(f, z_1) , \hat{p}(f, z_2) , \dots , \hat{p}(f, z_N)]^t , \quad (5.1)$$

onde o índice t indica a transposição da expressão entre parêntesis, e cada elemento $\hat{p}(f, z_j)$ ($j = 1, 2, \dots, N$), do vector coluna $\hat{\mathbf{p}}$, corresponde à componente de banda estreita da transformada de Fourier do respectivo sinal recebido, $r(t, z_j)$. Para simplificar a discussão que se segue a dependência em f será omitida ($\hat{p}(f, z_j) = \hat{p}(z_j)$). Na formulação clássica do problema de localização de fontes, com os métodos do MFP, pretende-se determinar a posição desta, definida por uma profundidade, z_s , e uma distância horizontal de transmissão, R , ambas de-

²*Matched-Field Tomography.*

sconhecidas, explorando a informação contida num conjunto de L sinais \hat{p} (comummente denominados como “instantâneas”). Para determinar os parâmetros desconhecidos, (z_s, R) , comparam-se as instantâneas com um conjunto de valores de teste, $\hat{p}_m(z, r)$, gerados por um modelo de propagação. Esta comparação é feita com ajuda duma *função de custo*, a qual alcança um valor óptimo (máximo ou mínimo) quando $(z, r) \approx (z_s, R)$. Um exemplo particular de função de custo corresponde ao estimador de Bartlett [71, 81]:

$$\hat{\mathcal{E}}(\boldsymbol{\theta}) = \hat{\mathbf{p}}_m^*(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{R}}(\boldsymbol{\theta}_0) \hat{\mathbf{p}}_m(\boldsymbol{\theta}) , \quad (5.2)$$

onde $\boldsymbol{\theta}_0 = [z_s, R]^t$, $\boldsymbol{\theta} = [z, r]^t$, $\hat{\mathbf{p}}^*$ representa o transposto conjugado do vector $\hat{\mathbf{p}}$, e $\hat{\mathbf{R}}$ corresponde à matriz de covariância estimada:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{p}}_l(\boldsymbol{\theta}_0) \hat{\mathbf{p}}_l^*(\boldsymbol{\theta}_0) . \quad (5.3)$$

Em geral, tanto $\hat{\mathbf{p}}$ como $\hat{\mathbf{p}}_m$ encontram-se normalizados, o que implica que

$$0 \leq \hat{\mathcal{E}}(\boldsymbol{\theta}) \leq 1 . \quad (5.4)$$

Nalguns casos costuma-se calcular igualmente a amplitude do estimador em dB. O estimador de Bartlett acima referido pode ser aplicado no MFP de banda estreita. Para o caso de sinais de banda larga pode-se aplicar o seguinte estimador incoerente:

$$\hat{\mathcal{E}}_{inc}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_f} \hat{\mathcal{E}}(f_j, \boldsymbol{\theta}) , \quad (5.5)$$

onde N_f representa o número de frequências a processar, e cada termo da soma corresponde ao estimador definido pela Eq.(5.2), calculado para a frequência f_j . Tal como o estimador de banda estreita o estimador da Eq.(5.5) encontra-se normalizado:

$$0 \leq \hat{\mathcal{E}}_{inc}(\boldsymbol{\theta}) \leq 1 . \quad (5.6)$$

Parametrizando o perfil de velocidade com ajuda de EOFs ter-se-ia que:

$$c(z) = c_0(z) + \sum_m \alpha_m EOF_m . \quad (5.7)$$

Neste caso o vector dos parâmetros do espaço m-dimensional de teste corresponde a $\theta = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, e espera-se que a função de custo alcance o seu valor óptimo na posição dos parâmetros desconhecidos, $\theta_0 = (\alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha'_m)$. A grande maioria dos problemas de interesses prático envolve problemas de optimização com um número significativo de dimensões, o que torna inútil uma procura directa do óptimo da função. Um dos métodos que permite reduzir significativamente o espaço de procura corresponde aos “Algoritmos Genéticos” [82], que se baseiam em princípios evolutivos. Os Algoritmos Genéticos “exploram” a função de custo em pontos diferentes do espaço de procura, dando lugar à formação duma “população” de “candidatos” a θ_0 . Seguidamente, através de regras de selecção natural (cruzamentos, mutações, etc.), os candidatos são mantidos ou renovados ao longo de várias iterações (ou “gerações”), até se obter um candidato $\theta \approx \theta_0$, tal que

$$\theta_0 = \arg \left\{ \max_{\theta} \hat{\mathcal{E}}(\theta) \right\} . \quad (5.8)$$

Os Algoritmos Genéticos têm sido aplicados eficientemente em problemas inversos de acústica submarina, como por exemplo em problemas de localização de fontes e inversão geo-acústica [83]–[85]. De entre os vários modelos desenvolvidos o “SAGA” [86] merece particular destaque, uma vez que implementa um método de Algoritmos Genéticos, estreitamente interligado com a utilização de vários modelos de propagação acústica.

5.3.2 Simulações tomográficas, banda estreita

Tal como foi discutido na secção 4.1.1 os MNHs podem ser considerados em pé de igualdade com as EOFs de temperatura e correntes. Desta maneira, pela expansão Eq.(4.1), é

possível parametrizar o perfil de velocidade em termos dos MNHs Ψ_m . As amplitudes dos três primeiros MNHs, $\alpha_0^\dagger = [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3] = [-20 \ 10 \ 10]$ m, consistentes com os valores de oscilação das amplitudes ilustradas na Fig.4.3, permitem gerar o perfil de velocidade $c(z)$ ilustrado na Fig.5.1. Este perfil foi considerado como respresentativo de variações ambientais capazes de induzir perturbações significativas na pressão acústica.

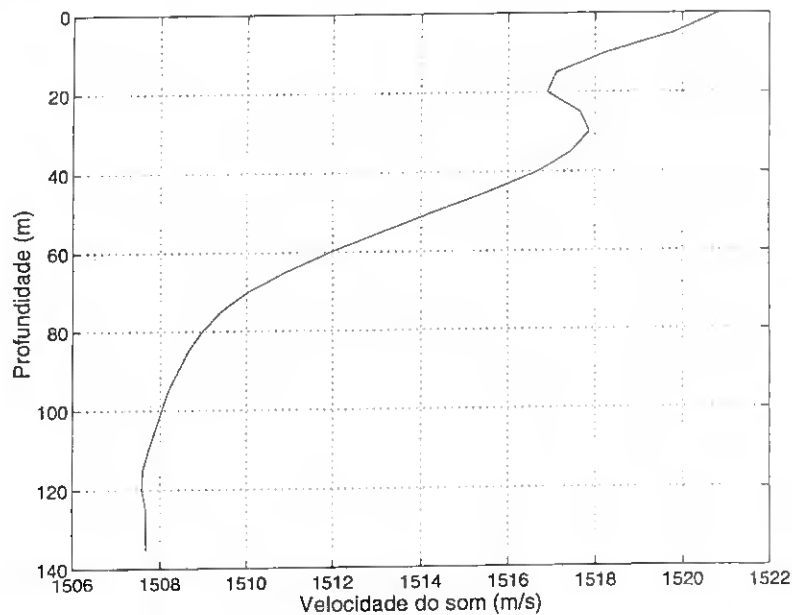


Figura 5.1: Testes de MFT: perfil de velocidade “perturbado”.

O SAGA foi usado para gerar o campo da pressão acústica, $\hat{p}(\theta_0)$, com o modelo SNAP [87], para o perfil $c(z)$ e à frequência de 550 Hz. Foram consideradas quatro configurações hipotéticas do sistema de recepção (ver Tabela 5.1). A quarta delas corresponde à configuração da VLA do INTIMATE’96. Uma vez que o campo $\hat{p}(\theta_0)$ não foi contaminado com ruído o número de snapshots corresponde a $L = 1$. Para cada configuração testou-se a capacidade do SAGA em inverter os parâmetros α_0 . A função de custo correspondeu ao estimador Eq.(5.2). Este foi calculado, de geração em geração, modelando o campo da pressão acústica, $\hat{p}_m(\theta)$, o qual dependia dos perfis parametrizados pela equação 4.1. O espaço dos parâmetros de procura encontrava-se homoganeamente discretizado, onde cada α

Configuração	1	2	3	4
Número de sensores	11	6	3	3
Profundidade do 1o. sensor (m)	35	35	35	35
Profundidade do último sensor (m)	115	115	115	115
Separação entre o 1o. e o 2o. sensor (m)	8	16	40	70

Tabela 5.1: MFT, banda estreita: Configurações idealizadas do sistema de recepção testadas na simulação tomográfica (a última configuração corresponde à VLA do INTIMATE'96).

podia variar entre -25 e 25 m, com um intervalo de discretização $\Delta\alpha = 0.25$ m.

Os testes mostraram que, em geral, o tempo de cálculo aumenta ao diminuir o número de sensores. No entanto, nos casos das configurações 1 e 2 o SAGA consegue calcular com precisão as amplitudes do perfil $c(z)$, enquanto que nas configurações 3 e 4, e independentemente do número de vezes que o SAGA tentou otimizar a função, as amplitudes invertidas ficaram muito além do que era esperado. Os resultados dos testes tomográficos para as diferentes configurações podem ser interpretados de maneira mais directa, recorrendo ao cálculo do estimador de Bartlett ao longo do plano $\alpha_3 = 10$ m, tal como se mostra na Fig.5.2. Este conjunto de figuras indica que a diminuição do número de sensores, N , vem acompanhada pelo aparecimento de máximos secundários, que concorrem com o máximo global. Dito em outro termos, verifica-se o aumento da ambiguidade na posição daquele máximo, o que dificulta a localização do mesmo. Evidentemente, a sobreposição duma componente de ruído no sinal só piora a localização do máximo global. Desta maneira, os resultados deste conjunto de simulações demonstram a impraticabilidade do processamento tomográfico de banda estreita dos dados acústicos do INTIMATE'96.

5.3.3 Simulações tomográficas, banda larga

Tal como discutido em [81] para o problema inverso de localização de fontes, o processamento acústico de banda larga pode compensar algumas das limitações do processamento de banda

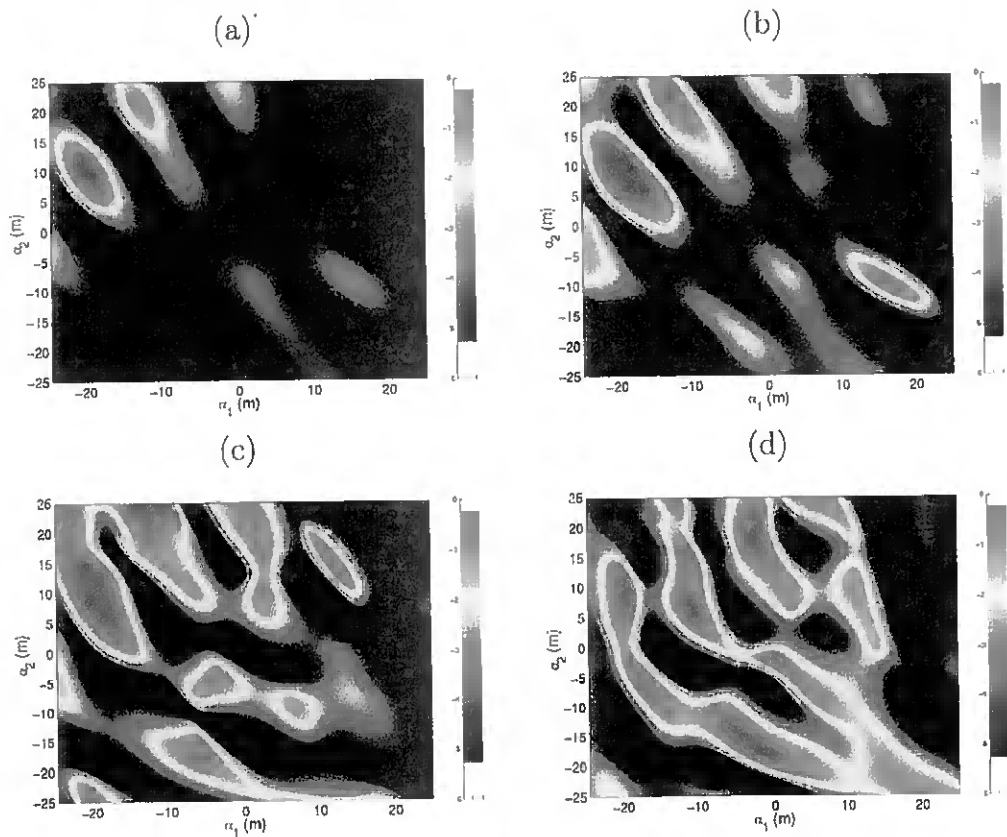


Figura 5.2: Evolução do estimador de Bartlett ao diminuir o número de sensores: (a) $N = 11$, (b) $N = 6$ e (c) $N = 3$; o caso (d) corresponde à geometria dos 3 sensores do INTIMATE'96. As barras laterais indicam a amplitude do estimador em dB.

estreita. Com base nesta observação afigura-se fundamental aplicar o estimador incoerente no problema da tomografia, Eq.(5.5), para tentar minimizar as ambiguidades do estimador de Bartlett de banda estreita, obtidas no caso da configuração 4. Os testes, desenvolvidos novamente com o SAGA (gerando o campo acústico de teste com o SNAP), e variando o número de frequências N_f (de 300 a 800 Hz, $\Delta f = 500/N_f$), indicam que na ausência de ruído o incremento de N_f permite melhorar substancialmente a estimação das amplitudes θ . Por outro lado, o cálculo directo do estimador incoerente, Eq.(5.5), no plano $\alpha_3 = 10$ m (ver Fig.5.3) mostra que a ambiguidade da superfície diminui à medida que aumenta N_f .

Este conjunto de resultados mostra que o processamento tomográfico de banda larga pode ser usado para compensar a falta de resolução tomográfica do processamento de banda

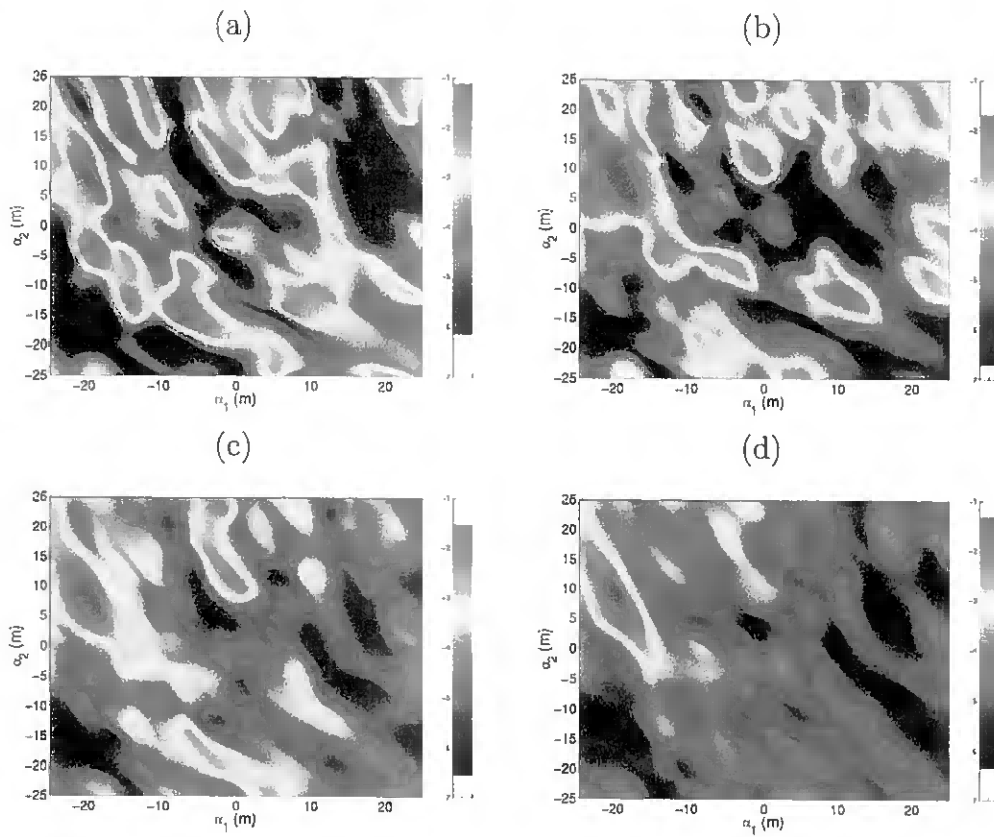


Figura 5.3: Evolução do estimador de Bartlett ao incrementar o número de frequências, N_f , ($N=3$): (a) $N_f = 3$, (b) $N_f = 6$, (c) $N_f = 11$ e (d) $N_f = 21$. As barras laterais indicam a amplitude do estimador em dB.

estreita. No entanto, esta recuperação tem lugar à custa de incrementar substancialmente o tempo de cálculo, que, se no primeiro caso era da ordem de alguns minutos, passa a ser da ordem de muitas horas no segundo caso. Refira-se também que um conjunto de testes adicionais indica uma grande sensibilidade do estimador incoerente à contaminação dos dados com ruído. Neste sentido, seria indispensável incrementar novamente o número de frequências para recuperar a resolução tomográfica, o que implica incrementar novamente o tempo de cálculo. Este factor é altamente indesejável no caso da monitorização tomográfica.

5.4 Tomografia de Tempos de Chegada (TTC)

5.4.1 Fundamentos teóricos

Pode mostrar-se, com base nos modelos de raios, que a perturbação no tempo de chegada, $\Delta\tau$, dum sinal acústico corresponde [5]

$$\Delta\tau = \int_{\Gamma} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{c_0(z)}, \quad (5.9)$$

onde Γ e Γ_0 representam os raios próprios (*eigenrays*) que correspondem, respectivamente, ao perfil perturbado, $c(z)$ e ao perfil de referência, $c_0(z)$. No caso de perturbações pequenas $\delta c(z) = c(z) - c_0(z) \ll c_0(z)$ pode considerar-se que $\Gamma \approx \Gamma_0$, pelo que a Eq.(5.9) pode reescrever-se como

$$\Delta\tau_j = \tau_j - \tau_j^0 = \int_{\Gamma_j} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_j} \frac{ds}{c_0(z)} \approx - \int_{\Gamma_j} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds. \quad (5.10)$$

Nesta expressão o integral calcula-se ao longo do raio próprio não-perturbado Γ_j . A Eq.(5.10) indica que uma perturbação de primeira ordem no perfil de velocidade conduz a uma perturbação, também de primeira ordem, no tempo de chegada. Neste sentido Γ_j corresponde a um raio próprio *estável* e τ_j and τ_j^0 podem ser considerados como tempos de chegada resolvidos, (ou simplesmente “chegadas” resolvidas). “Coleccionando” um conjunto de T perturbações nos tempos de chegada ($j = 1, 2, \dots, T$), e representando o guia de onda acústico como um sistema composto por L camadas, é possível obter o seguinte sistema linear de equações [5, 8]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (5.11)$$

onde $\mathbf{y} = [\Delta\tau_1 \Delta\tau_2 \dots \Delta\tau_T]^t$, $\mathbf{x} = [\delta c_1 \delta c_2 \dots \delta c_L]^t$, e cada δc_l corresponde à média de $\delta c(z)$, na camada de ordem l . O vector \mathbf{y} é denominado *vector dos atrasos temporais*, ou, simplesmente *vector dos atrasos*. Na Eq.(5.11) \mathbf{n} representa a contribuição do ruído

ao conjunto de observações \mathbf{y} . A matriz \mathbf{E} , de dimensão $T \times L$, é denominada *Matriz de observação* [5]. As suas linhas \mathbf{e}_j têm a seguinte estrutura:

$$\mathbf{e}_j = \left[\frac{\Delta s_{j,1}}{c_{01}^2} \quad \frac{\Delta s_{j,2}}{c_{02}^2} \quad \cdots \quad \frac{\Delta s_{j,L}}{c_{0L}^2} \right], \quad (5.12)$$

onde $\Delta s_{j,l}$ representa o comprimento do raio j , dentro da camada l , com $j = 1, 2, \dots, T$ e $l = 1, 2, \dots, L$. A expressão (5.11) representa o ponto de partida dos métodos da Tomografia de Tempos de Chegada.

A escolha do número de camadas pode ser feita L de maneiras diferentes. Geralmente selecciona-se um número de camadas, tão grande quanto possível. Na maior parte dos casos de interesse prático $L \gg T$. Desta maneira, uma vez que $L > T$ a Eq.(5.11) corresponde a um sistema com mais incógnitas do que equações, ou seja, corresponde a um sistema indeterminado de equações. Um tal sistema possuirá um número infinito de soluções. Na ausência de informação adicional *a priori* a solução geralmente escolhida corresponde à solução de norma mínima [61]:

$$\mathbf{x}^\# = \mathbf{E}^\# \mathbf{y}, \quad (5.13)$$

onde a matriz pseudoinversa, $\mathbf{E}^\#$, pode ser calculada eficientemente pela sua Decomposição em Valores Singulares (SVD³) [5, 61]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^t, \quad (5.14)$$

e então

$$\mathbf{E}^\# = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^t, \quad (5.15)$$

onde as matrizes \mathbf{V}_r e \mathbf{U}_r são formadas pelas suas primeiras r colunas, respectivamente, \mathbf{S}_r é uma matriz quadrada diagonal com r elementos diferentes de zero, e o índice r corresponde

³Sigla de *Singular Value Decomposition*.

à característica da matriz de observação. As referências sobre TTC consultadas (ver por exemplo [4, 6, 8]) consideram implicitamente que a característica da matriz de observação é igual ao número de chegadas T .

5.4.2 Processamento multi-sensor

Em contraste com os métodos de MFT, que abordam de maneira natural o processamento multi-sensor, a TTC lida geralmente com o processamento da informação acústica obtida num sensor único. Levanta-se então a questão do tratamento conjunto das equações:

$$y_1 = \mathbf{E}_1 \mathbf{x} + \mathbf{n}_1, y_2 = \mathbf{E}_2 \mathbf{x} + \mathbf{n}_2, \dots, y_N = \mathbf{E}_N \mathbf{x} + \mathbf{n}_N. \quad (5.16)$$

As equações Eq.(5.16), que partilham o factor comum \mathbf{x} , podem ser reduzidas a uma equação idêntica à Eq.(5.11) concatenando o sistema de equações [5], ou seja, introduzindo os seguintes vectores e matrizes multi-sensor:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_N \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_N \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

O sistema concatenado resolve-se então tal como indicado na secção 5.4.1.

5.4.3 Regularização do sistema linear de equações

A utilização do sistema de camadas na resolução do sistema inverso, Eq.(5.11), levanta questões importantes. A discussão apresentada em [6] indica, por exemplo, que uma escolha apropriada do sistema de camadas permite melhorar a precisão da inversão. No entanto a mesma referência não apresenta nenhuma justificação teórica ou prática sobre os critérios de escolha desse sistema. Intuitivamente pode tentar aumentar-se a resolução vertical do perfil de velocidade, aumentando o número de camadas. Não é difícil descobrir que o aumento do número de camadas é acompanhado por um aumento indesejável das discontinuidades na

solução inversa. Tal como comentado em [5] os MNHs podem ser aproveitados para superar estas questões, permitindo a reparametrização do sistema de equações, e diminuindo os graus de liberdade da solução inversa. Esta reparametrização descreve-se a seguir. A expansão Eq.(4.1) pode reescrever-se como

$$\delta c(z, t) = \left[\frac{dc_0}{dz} \Psi_1(z) \right] \alpha_1(t) + \left[\frac{dc_0}{dz} \Psi_2(z) \right] \alpha_2(t) + \left[\frac{dc_0}{dz} \Psi_3(z) \right] \alpha_3(t) . \quad (5.18)$$

Discretizando a equação anterior numa grelha vertical, $\{z_l\}$, ter-se-ia que

$$\begin{aligned} \delta c_l = \delta c(z_l, t) &= \left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_1 \right|_{z=z_l} \alpha_1(t) + \left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_2 \right|_{z=z_l} \alpha_2(t) + \left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_3 \right|_{z=z_l} \alpha_3(t) = \\ &= \Psi_l^t \alpha(t) , \end{aligned} \quad (5.19)$$

onde $\alpha(t) = [\alpha_1(t) \ \alpha_2(t) \ \alpha_3(t)]^t$ e

$$\begin{aligned} \Psi_l^t &= \left[\left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_1 \right|_{z=z_l} \quad \left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_2 \right|_{z=z_l} \quad \left. \frac{dc_0}{dz} \Psi_3 \right|_{z=z_l} \right] = \\ &= \left. \frac{dc_0}{dz} \right|_{z=z_l} \times [\Psi_1(z_l) \ \Psi_2(z_l) \ \Psi_3(z_l)] = \beta_l \times [\Psi_1(z_l) \ \Psi_2(z_l) \ \Psi_3(z_l)] . \end{aligned} \quad (5.20)$$

Na última equação

$$\beta_l = \left. \frac{dc_0}{dz} \right|_{z=z_l} . \quad (5.21)$$

Desta maneira a perturbação do perfil de velocidade reescreve-se na forma

$$\mathbf{x} = \Psi^t \alpha , \quad (5.22)$$

onde

$$\Psi^t = \begin{bmatrix} \beta_1 \times (\Psi_1(z_1) \ \Psi_2(z_1) \ \Psi_3(z_1)) \\ \beta_2 \times (\Psi_1(z_2) \ \Psi_2(z_2) \ \Psi_3(z_2)) \\ \vdots \\ \beta_L \times (\Psi_1(z_L) \ \Psi_2(z_L) \ \Psi_3(z_L)) \end{bmatrix} . \quad (5.23)$$

Regressando ao problema original ter-se-ia que

$$\mathbf{y} = \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{E}\Psi^t\alpha + \mathbf{n} = \mathbf{P}\alpha + \mathbf{n} , \quad (5.24)$$

onde

$$\mathbf{P} = \mathbf{E}\Psi^t . \quad (5.25)$$

Uma vez que a dimensão de α é 3, certamente inferior ao número de pontos da grelha $\{z_i\}$, o sistema Eq.(5.24) pode resolver-se pelo método dos mínimos quadrados [61]:

$$\alpha^\# = (\mathbf{P}^t\mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^t\mathbf{y} . \quad (5.26)$$

Uma vez estimado o vector de amplitudes calcula-se o valor estimado da perturbação do perfil de velocidade pela equação:

$$\mathbf{x}^\# = \Psi^t\alpha^\# . \quad (5.27)$$

Dado que os MNHs são funções contínuas da profundidade a regularização aqui introduzida elimina, de maneira natural, os problemas relacionados com a escolha dum sistema particular de camadas. Uma aproximação semelhante pode ser introduzida em termos de EOFs. No entanto, tal como indicado na secção 4.1.1, o cálculo das EOFs requer a existência dum número significativo de observações, enquanto que o cálculo dos MNHs pode ser feito recorrendo apenas ao perfil médio da temperatura.

5.4.4 Redundância das chegadas

Uma das conclusões da referência [76], baseada na aplicação de critérios teóricos de informação aos dados acústicos do Evento I, indica que o valor estimado de chegadas independentes corresponde a 4, o que implica a redundância dos tempos de chegada. Na linguagem da matriz de observação esta conclusão implica que $r = 4 < T$, do que advêm questões importantes de carácter teórico e prático, relacionadas com a inversão da matriz \mathbf{E} . O problema da redundância é debatido em detalhe em [64], onde se demonstra que o valor estimado de chegadas independentes encontra-se relacionado com as limitações físicas do

canal de propagação. Nesta referência mostra-se que, no caso $c = \text{constante}$, e num cenário de propagação onde foram evitadas simetrias de posição entre a fonte e o sensor, deverá ter lugar o agrupamentos das chegadas em grupos de quadrupletos. Seguidamente, mostra-se pelo cálculo analítico da matriz de observação correspondente, que qualquer grupo de quatro linhas de \mathbf{E} , correspondentes a um quadrupletos particular, depende linearmente do primeiro grupo de quatro linhas correspondente ao primeiro dos quadrupletos. Ou seja que no caso $c = \text{constante}$ a característica da matrix \mathbf{E} é igual a 4. A estrutura deficiente desta matriz de observação permite inferir a estrutura deficiente da matriz \mathbf{E} para os quadrupletos dum perfil mais geral, $c(z)$. Com base nesta deficiência é possível introduzir uma matriz “efectiva” de observação, definida como:

$$\mathbf{E}_{eff} = \mathbf{U}_4 \mathbf{S}_4 \mathbf{V}_4^t. \quad (5.28)$$

Por outro lado a matriz pseudo-inversa corresponderá a:

$$\mathbf{E}^\# = \mathbf{V}_4 \mathbf{S}_4^{-1} \mathbf{U}_4^t. \quad (5.29)$$

5.4.5 Simulações de tomografia

Por analogia à discussão apresentada na secção 5.3 os aspectos teóricos do TTC serão agora testados recorrendo às simulações de traçamento de raios. Preliminarmente, calculou-se a matriz Ψ usando os três primeiros MNHs. Seguidamente, para cada sensor, procedeu-se de acordo com o esquema seguinte:

1. Simulam-se, com o modelo traçador de raios, os raios próprios e os tempos de chegada para a geometria do Evento I, usando os perfis de referência, e perturbado, ilustrados na Fig.4.9.
2. Usam-se os raios próprios do perfil de referência para calcular a matriz de observação,

- \mathbf{E} , e, por SVD, a matriz efectiva de de observação, \mathbf{E}_{eff} (ver Eq.(5.28)).
3. Calcula-se a matriz de regularização, \mathbf{P} , pelo produto Eq.(5.25).
 4. Estima-se o vector de amplitudes, $\boldsymbol{\alpha}$, aplicando a solução Eq.(5.26).
 5. Estima-se a perturbação do perfil de velocidade, \mathbf{x} , pela Eq.(5.22).

No caso do processamento multi-sensor forma-se primeiro a matriz de observação do sistema concatenado, calcula-se a correspondente matriz efectiva de observação, e procede-se a partir do ponto 3. Neste conjunto de simulações a única fonte de “ruído” corresponde aos erros numéricos de arredondamento, resultantes da transformação do conjunto de equações integrais num sistema linear de equações. Para estimar a qualidade da inversão calculou-se em cada caso um erro médio em profundidade, definido pela relação

$$\text{Erro médio em profundidade} = \langle |\mathbf{x} - \mathbf{x}^\#| \rangle = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |x_l - x_l^\#| . \quad (5.30)$$

Os tempos de chegada, usados na inversão, encontram-se ilustrados na Fig.5.4.

O tempo de cálculo na inversão por tempos de chegada é da ordem de alguns minutos, e os testes de inversão decorreram muito mais rapidamente do que qualquer uma das simulações de MFT. Tal como indicado pelos resultados de inversão para cada sensor (ver Fig.5.5, casos (a), (b) e (c)) os erros de arredondamento aumentam com a profundidade do sensor. Se no caso do sensor 1 o ajustamento entre a perturbação “real” e a invertida tem um alto grau de precisão, nos casos dos sensores a maior profundidade nota-se uma degradação significativa da qualidade da solução inversa. A solução inversa do sistema concatenado permite melhorar a resolução tomográfica do sistema em relação aos sensores 2 e 3 (ver Fig.5.5, caso (d)). Não deixa de chamar a atenção o facto do caso (a) exhibir uma solução mais precisa do que aquela do caso concatenado (d), o que em certo sentido indica que a concatenação do sistema

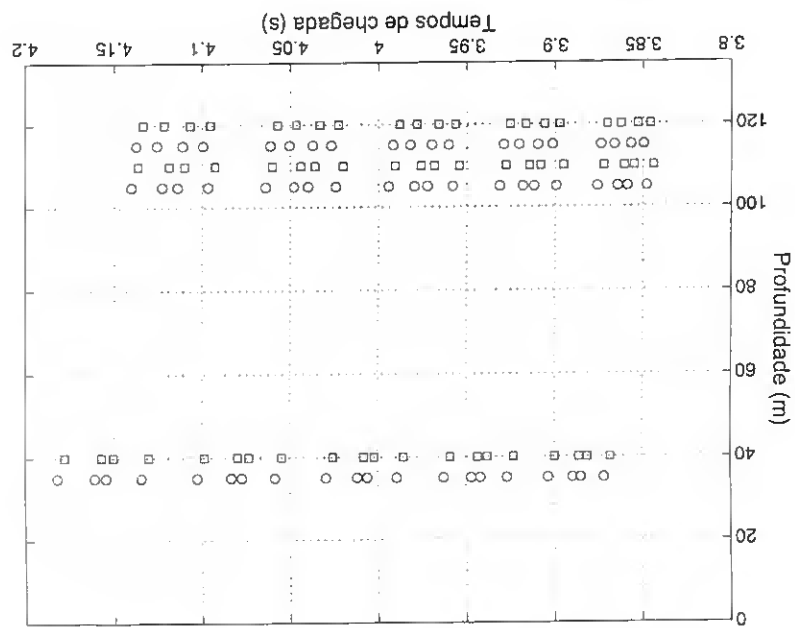


Figura 5.4: Simulações de TTC: tempos de chegada para $c_0(z)$ (quadrados) e $c(z)$ (círculos).

deteriora a resolução tomográfica do sensor 1. No entanto, selecionando diferentes grupos de chegadas, é possível obter soluções do sistema concatenado mais precisas do que a solução independente do sensor 1. Desta maneira, o efeito acima referido parece dizer respeito apenas a questões de arredondamento numérico. Tal como será mostrado na secção 6.3, no caso dos dados reais, a contaminação do sinal com ruído deteriora significativamente a qualidade de inversão, tornando a solução do sistema concatenado mais precisa do que qualquer uma das soluções independentes.

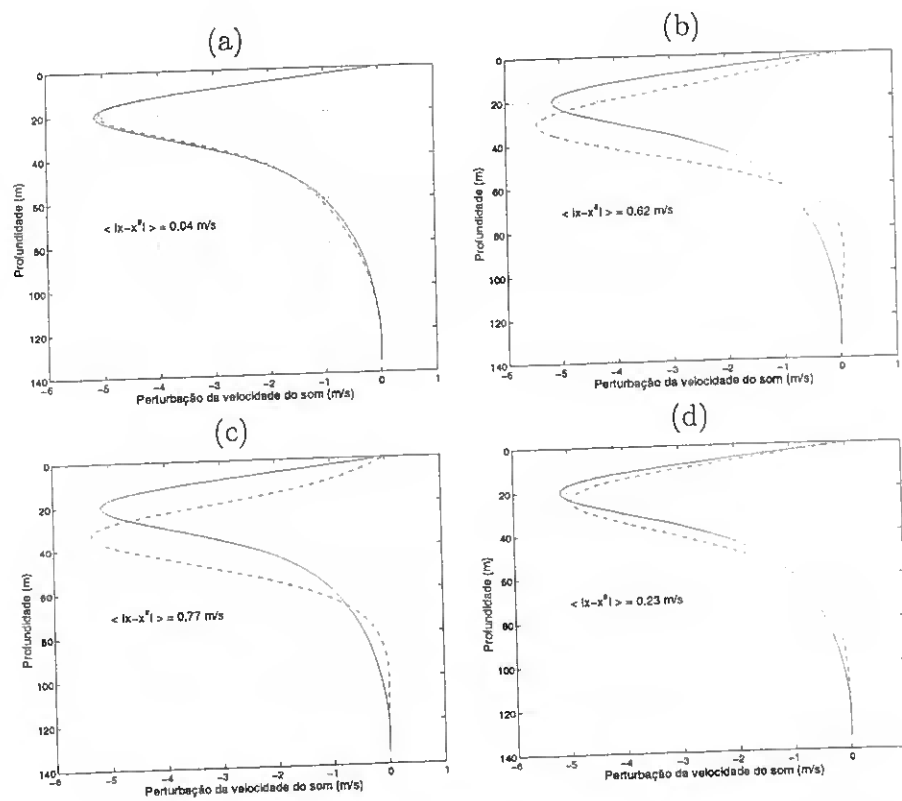


Figura 5.5: Resultados da inversão tomográfica: sensor 1 (a), sensor 2 (b), sensor 3 (c) e sistema concatenado (d). Em todos os casos a linha contínua indica a perturbação "real", e a linha tracejada a solução inversa correspondente.

Capítulo 6

Inversão tomográfica: dados reais

As simulações do capítulo anterior dão preferência evidente aos métodos de Tomografia de Tempos de Chegada sobre os de Tomografia por Adaptação do Campo. Este capítulo será então dedicado à discussão dos problemas mais importantes que envolvem o processamento tomográfico, pelos tempos de chegada, dos dados acústicos do Evento I.

6.1 Extracção e comparação das chegadas acústicas

A primeiro ponto a discutir prende-se com a extracção e comparação das chegadas acústicas¹. Na literatura consultada estas duas questões são discutidas ao nível de dois problemas diferentes: o problema da *identificação* das chegadas, e o problema do *seguimento das mesmas* [5, 88, 89]. O primeiro dos problemas resolve-se extraindo os máximos significativos (vulgarmente chamados “picos”) dum padrão de chegada particular, Π_l , de entre um conjunto de vários padrões $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_L$. Recorrendo então a um método de reconhecimento de padrões tenta-se “seguir” a presença desses picos ao longo das transmissões acústicas. Os picos que não se manifestam em duas transmissões consecutivas são considerados como chegadas instáveis, sendo então eliminadas do processamento tomográfico. Uma vez resolvidos os problemas de identificação, e de seguimento, procede-se à inversão tomográfica com

¹Neste contexto por “chegadas” tanto se pode entender as chegadas absolutas, como as relativas.

base nos tempos de chegada. Uma das sugestões discutidas em [88] consiste em tratar independentemente os dois problemas. Assim, calculam-se as chegadas de cada padrão, Π_l , e procede-se à comparação, segundo um critério de mínimos quadrados, de *todas as configurações possíveis* das chegadas reais com *todas as configurações possíveis* das chegadas modeladas. A configuração que otimiza o critério permite identificar as chegadas estáveis, as quais são então usadas na inversão tomográfica.

No caso particular dos dados do INTIMATE'96 as chegadas de interesse correspondem às chegadas dos quadrupletos. Estas, em vez de serem extraídas do padrão de chegada correspondente a um determinado “ping” de dados acústicos, são extraídas dum padrão médio, $\langle \Pi \rangle$, calculado pela expressão Eq.(3.2). O número de instantâneas envolvido, $L = 37$ (correspondente a um “run” inteiro) equivale a um horizonte de observação de 5 minutos. Este valor é suficientemente pequeno para permitir a monitorização da maré interna, e para “concorrer”, em termos de resolução temporal, com os dados da cadeia de termistores. Desta maneira, cada run dos Tapes 4 a 10 foi usado para calcular o respectivo padrão médio, $\langle \Pi \rangle$. A extracção dos picos de cada padrão médio foi desenvolvida calculando todos os máximos “finos” do padrão. Seguidamente, foram escolhidos os máximos “finos” acima duma amplitude “mínima”. Os critérios de “finura” do máximo, e de amplitude “mínima” requerida, foram implementados heurísticamente, por tentativa e erro, o que se baseia parcialmente na normalização do eixo temporal e da amplitude de $\langle \Pi \rangle$. Uma das vantagens na aplicação da heurística de extracção é a sua *independência* da heurística de comparação de chegadas, em contraste com aquilo que costuma ser feito em termos da abordagem clássica. Assim sendo, a heurística foi aplicada uma única vez aos padrões de chegada do Evento I, e os resultados da extracção foram guardados em suporte digital para o processamento tomográfico posterior.

Uma vez que o critério de extracção não tem em conta a estrutura esperada das chegadas, agrupadas em quadrupletos, a heurística de extracção de chegadas seleccionava, às vezes, conjuntos de picos que não reproduziam o agrupamento esperado. Esta situação piorava nos casos em que o sistema de recepção falhava e em que os conjuntos de quadrupletos deixavam de poder ser identificados no padrão de chegada². Na maior parte dos casos a “falha” na selecção das chegadas seria compensada pela comparação das chegadas extraídas, τ_r , com os conjuntos de chegadas modeladas, τ_{0r} .

A presença dos quadrupletos pode ser reconhecida visualmente sem dificuldades ao longo das transmissões do Evento I. No entanto, a implementação de algoritmos que permitam resolver a identificação dos quadrupletos (e correspondente seguimento), representa uma tarefa nada trivial. De facto, nos padrões $\langle \Pi \rangle$ do Evento I verifica-se um número significativo de chegadas, com situações em que os grupos de quadrupletos aparecem completos numa determinada transmissão, para aparecerem incompletos na seguinte. Este comportamento induz uma variedade de situações, difícil de tratar em termos da abordagem clássica. Esta dificuldade levou a que se separasse o problema de identificação do problema de seguimento. No entanto, se se tentar aplicar aos dados acústicos do Evento I o método de comparação descrito em [88], o número elevado de chegadas extraídas geraria uma quantidade considerável de configurações possíveis, muitas delas completamente inconsistentes com a estrutura esperada de quadrupletos. A comparação dessas configurações, com as configurações geradas pelas chegadas modeladas, elevaria significativamente o tempo de cálculo, e comprometeria os objectivos de monitorização do processamento tomográfico. De maneira a evitar um esforço desnecessário de cálculo introduziu-se uma heurística de comparação, que se revelou particularmente eficaz na tomografia por tempos de chegada. Sem entrar em detalhes

²Caso por, exemplo, do Tape9/run13.

específicos refira-se que a heurística encontra-se baseada nos seguintes princípios:

1. Alinhamento: na comparação de duas sequências de chegadas estas são substituídas por sequências de chegadas relativas (que serão referidas simplesmente como chegadas). Estas chegadas são alinhadas, ao longo do eixo temporal, segundo os intervalos temporais que separam os grupos de quadrupletos.
2. Procura de pares: o alinhamento anterior induz a formação de pares de chegadas $\tau_{0r} \approx \tau_r$. Se existir um número “mínimo” desses pares usa-se então a posição relativa de cada chegada modelada (não-emparelhada), em relação à chegada τ_{0r} *mais próxima* dum par emparelhado, para predizer a posição da correspondente chegada real. Se a chegada real efectivamente mais próxima se encontrar “suficientemente perto” do valor esperado forma-se um novo par. Caso contrário, passa-se à seguinte chegada modelada não-emparelhada e repete-se a comparação.

Quanto mais “semelhantes” forem as chegadas modeladas e as chegadas reais, tanto maior é o número de pares que se podem formar. Assim, a heurística de comparação permite eliminar (na maior parte dos casos) as chegadas reais que não encaixam nos agrupamentos de quadrupletos.

6.2 Estimação da profundidade do guia de onda

Para testar a robustez das heurísticas de extracção e de comparação de chegadas as mesmas foram aplicadas na estimação da profundidade da coluna de água, D , ao longo do tempo. Esta estimação conta com o apoio das simulações da sensibilidade das chegadas, às variações geométricas do canal de propagação (discutidas na secção 4.2.1). Esta estimação torna

desnecessária a utilização de modelos de predição da maré, para além de tirar partido directamente dos dados acústicos.

Para desenvolver a estimação modelaram-se as chegadas acústicas, $\tau_0(D, z_j)$ ($j = 1, 2, 3$), com uma profundidade do guia de onda $D \in [D_{min}, D_{max}]$ m, com $D_{min} = 130$ m, e $D_{max} = 140$ m, e com um intervalo de discretização $\Delta D = 0.1$ m. Para cada conjunto de chegadas modeladas, $\tau_0(D, z_j)$, calculou-se o respectivo conjunto de chegadas relativas modeladas:

$$\tau_{0r}(D, z_j) = \tau_0(D, z_j) - \tau_{01}, \quad (6.1)$$

onde $\tau_{01} = \tau_{01} \mathbf{u}_1$, e onde foi introduzido, por comodidade, o vector unitário

$$\mathbf{u}_1 = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^t. \quad (6.2)$$

Para cada conjunto de chegadas, $\tau_r(t, z_j)$, e $\tau_{0r}(D, z_j)$, aplicou-se a heurística de comparação para formar conjuntos de pares emparelhados, $\tau_r^p(t, z_j)$, e $\tau_{0r}^p(D, z_j)$. Para cada um dos conjuntos aplicou-se o seguinte estimador de profundidade:

$$\hat{T}(t, D, z_j) = \|\tau_r^p(t, z_j) - \tau_{0r}^p(D, z_j)\|. \quad (6.3)$$

Desta maneira, o valor estimado da profundidade corresponde a

$$D_j^\#(t) = \arg \left\{ \min_D \hat{T}(t, D, z_j) \right\}. \quad (6.4)$$

O estimador Eq.(6.3) depende do sensor localizado à profundidade z_j . Um estimador que tenha em conta todos os sensores (e que em princípio deverá fornecer um valor $D^\#(t)$ mais consistente) pode ser definido seguindo os mesmos princípios que conduziram à expressão (6.3), mas substituindo os vectores $\tau_r(t, z_j)$ e $\tau_{0r}(z_j, D)$ ($j = 1, 2, 3$), pelos vectores concatenados das chegadas:

$$\tau_r(t) = \begin{bmatrix} \tau_r(t, z_1) \\ \tau_r(t, z_2) \\ \tau_r(t, z_3) \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad \tau_{0r}(D) = \begin{bmatrix} \tau_{0r}(D, z_1) \\ \tau_{0r}(D, z_2) \\ \tau_{0r}(D, z_3) \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

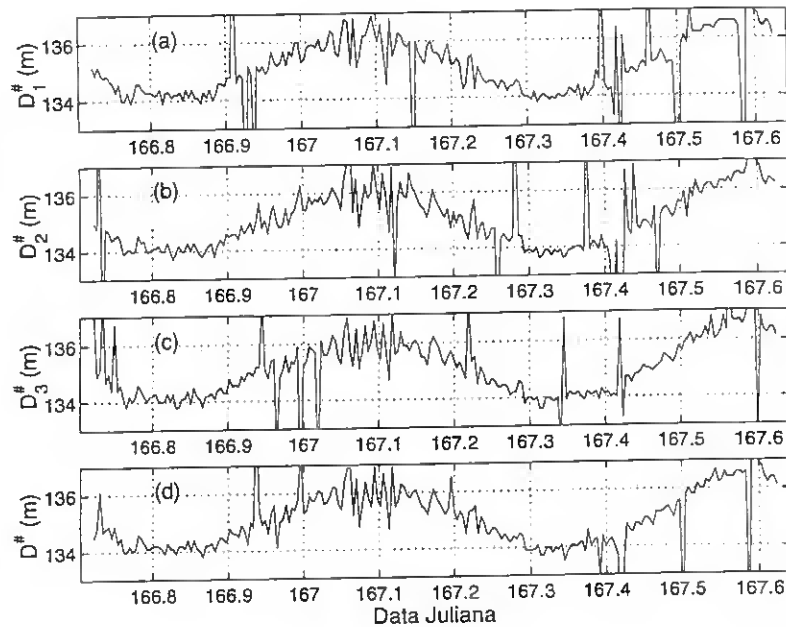


Figura 6.1: Estimação da profundidade do guia de onda, D , usando as chegadas do sensor 1 (caso (a)), sensor 2 (caso (b)), sensor 3 (caso (c)), e as chegadas concatenadas (caso (d)).

Os resultados da estimação encontram-se ilustrados na Fig.6.1 e evidenciam a variação semidiurna da profundidade do guia de onda, induzida pela maré de superfície. As variações súbitas da curva da profundidade estimada correspondem, provavelmente, a perturbações ambientais ou geométricas de origem desconhecida. No entanto, a variação semidiurna da curva é evidente. De facto, as variações estimadas de profundidade reproduzem fielmente as predicções da maré ilustradas na Fig.4.6. Da sobreposição das curvas resultam discrepâncias frequentes da ordem dos 10 cm, o que constitui um indicador importante da incerteza na estimação da profundidade D . Como será mostrado na secção seguinte o valor indicado de incerteza, aparentemente desprezável, pode introduzir incertezas significativas na estimação da solução inversa.

6.3 Precisão da inversão tomográfica

Os resultados da secção anterior indicam a robustez das heurísticas de selecção e comparação das chegadas. Para além disso o conjunto de resultados fornece uma estimação temporal das variações da profundidade do guia de onda. Essa estimação pode ser aproveitada para otimizar o processamento tomográfico dos dados acústicos do Evento I. No entanto, existem limitações do esquema de tomografia que ainda não foram identificadas. A mais importante delas consiste em determinar a precisão da inversão tomográfica, ou seja, em determinar a “proximidade” entre a solução estimada, $\mathbf{x}^\#$, e a solução verdadeira, \mathbf{x} . Essa proximidade pode ser calculada com ajuda do estimador:

$$\hat{\mathcal{X}} = \|\mathbf{x}^\# - \mathbf{x}\|, \quad (6.6)$$

o qual permite medir o grau de “ajustamento” entre as soluções verdadeira e estimada. O estimador \mathcal{X} pode ser calculado procedendo pelas seguintes etapas:

1. Escolhe-se inicialmente um perfil particular da velocidade do som, $c(z, t)$, nos dados de CTD-IH.
2. Procura-se a profundidade estimada correspondente, $D^\#(t)$ e define-se a grelha de inversão, $\{z_i\}$.
3. Calcula-se a a solução verdadeira, \mathbf{x} .
4. Procuram-se as chegadas modeladas correspondentes, $\tau_0(D^\#(t), z_j)$ ($j = 1, 2, 3$).
5. Procuram-se as chegadas reais correspondentes, $\tau_r(t, z_j)$ ($j = 1, 2, 3$).
6. Comparam-se e emparelham-se as chegadas:

$$\left(\tau_0(D^\#(t), z_j), \tau_r(t, z_j) \right) \Rightarrow \left(\tau_0^p(D^\#(t), z_j), \tau_r^p(t, z_j) \right) \quad \text{com } j = 1, 2, 3.$$

7. Calcula-se a a solução inversa, $\mathbf{x}^\#$.

No entanto, a passagem entre a penúltima e última etapas encontra-se comprometida pelo facto das chegadas reais $\tau_r^p(t, z_j)$ constituírem chegadas relativas e não absolutas. Para ultrapassar parcialmente esta questão (e para reproduzir o alinhamento das frentes temporais para $c_0(z)$ e $c(z, t)$) é possível alinhar as chegadas reais pelas chegadas modeladas:

$$\tau^p(t, z_j) = \tau_r^p(t, z_j) - \tau_{r1}^p(t, z_j) + \tau_{01}^p(D^\#(t), z_j) , \quad (6.7)$$

onde $\tau_{r1}^p(t, z_j) = \tau_{r1}^p(t, z_j)\mathbf{u}_1$, e $\tau_{01}^p(t, z_j) = \tau_{01}^p(D^\#(t), z_j)\mathbf{u}_1$, com $j = 1, 2, 3$. Deverá ser sublinhado que às vezes convêm proceder com o alinhamento, não pela primeira chegada modelada emparelhada, mas pela última. O alinhamento introduzido pela Eq.(6.7) permite gerar chegadas reais “absolutas”, e calcular o respectivo vector concatenado de atrasos, \mathbf{y} . No entanto, não é difícil descobrir que a respectiva solução inversa, $\mathbf{x}^\#$, encontra-se significativamente afastada da solução verdadeira. Para tentar determinar uma solução inversa, mais próxima da solução verdadeira, pode-se “contaminar” repetidamente o vector dos atrasos com perturbações temporais:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{y} + \delta\mathbf{y} , \quad (6.8)$$

onde $\delta\mathbf{y} = \delta y\mathbf{u}_1$, e gerar “familias” de soluções, $\mathbf{x}^\#(\mathbf{y}')$, das quais se pode escolher aquela que minimiza o estimador mencionado.

Para testar preliminarmente a hipótese acima mencionada seleccionou-se o perfil de CTD, correspondente ao Tape4/run8. O valor estimado de profundidade correspondia a 134.4 m. As chegadas emparelhadas e alinhadas encontram-se na Fig.6.2(a). Os valores da amplitude da perturbação temporal, δy , foram geradas no intervalo

$$\delta y \in [-2 , 2] \text{ ms} . \quad (6.9)$$

Para obter um vector de atrasos, \mathbf{y}' , cujo valor médio estivesse em 0 ms, cada um dos atrasos nos sensores foi compensado com o correspondente valor médio:

$$\mathbf{y}_j \Rightarrow \mathbf{y}_j - \langle \mathbf{y}_j \rangle \mathbf{u}_1, \quad (6.10)$$

onde

$$\langle \mathbf{y}_j \rangle = \frac{1}{T_j} \sum_{j=1}^{T_j} \mathbf{y}_j. \quad (6.11)$$

Para além disso, e para minimizar a presença do ruído, \mathbf{n} , nos atrasos \mathbf{y}_j , só foram incluídos no esquema de inversão os atrasos contidos no intervalo $[-0.2, 0.2]$ ms. Este critério de selecção baseia-se nos resultados das simulações, discutidas na secção 5.4.5. A Fig.6.2(b) ilustra algumas das soluções geradas no intervalo definido pela Eq.(6.9). Tal como mostrado pela figura a contaminação dos atrasos com perturbações temporais gera famílias de soluções, que oscilam entre nós aparentemente estáveis. A existência destes nós é uma característica interessante da família de soluções inversa, cuja análise excede os objectivos desta dissertação e não serão portanto discutidos. Uma vez que o cálculo da solução inversa foi regularizado em termos dos MNHs (tal como discutido na secção 5.4.3) cada uma das soluções inversas $\mathbf{x}^\#$ corresponde a um vector de amplitudes $\boldsymbol{\alpha}^\#$. Fig.6.2(c) A melhor das soluções inversas (ou seja, aquela que minimiza a expressão (6.6)) encontra-se ilustrada na Fig.6.2(d).

O ajustamento dos perfis mostrado na Fig.6.2(d) é pouco satisfatório. Pode-se tentar minimizar adicionalmente o estimador $\hat{\mathcal{X}}$ repetindo a geração da família de soluções, e usando profundidades próximas à estimada. Assim, após várias tentativas, foi obtida a melhor das soluções para $D^\# = 134.1$ m (ver Fig.6.3(b), a Fig.6.3(a) indica as correspondentes chegadas emparelhadas e alinhadas). O resultado ilustrado na figura indica que uma incerteza na ordem de alguns centímetros, na estimação de D , pode dar origem a incertezas significativas na estimação de δc . Assim, a estimação da profundidade do guia de onda constitui um dos

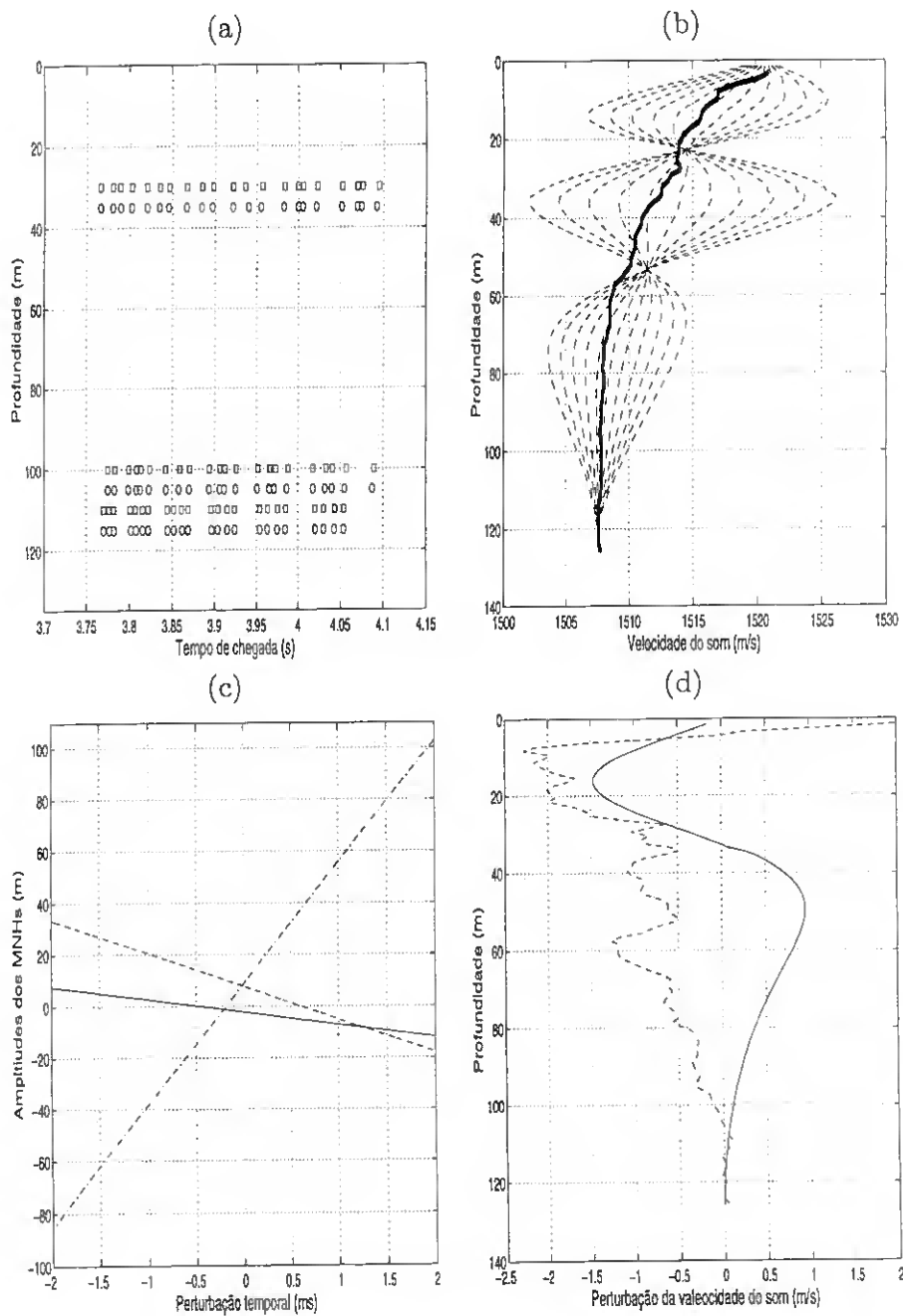


Figura 6.2: Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape4/run8, $D^\# = 134.4$ m. (a) Alinhamento preliminar das chegadas emparelhadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) família de soluções geradas; (c) amplitudes dos MNHs, associadas às soluções inversas do caso (a), a linha contínua corresponde a α_1 , a linha tracejada corresponde a α_2 e a linha tracejada com pontos corresponde a α_3 ; (d) solução $x^\#(y')$ (linha contínua) que minimiza o estimador $\hat{\mathcal{X}}$, e solução verdadeira, x , (linha tracejada).

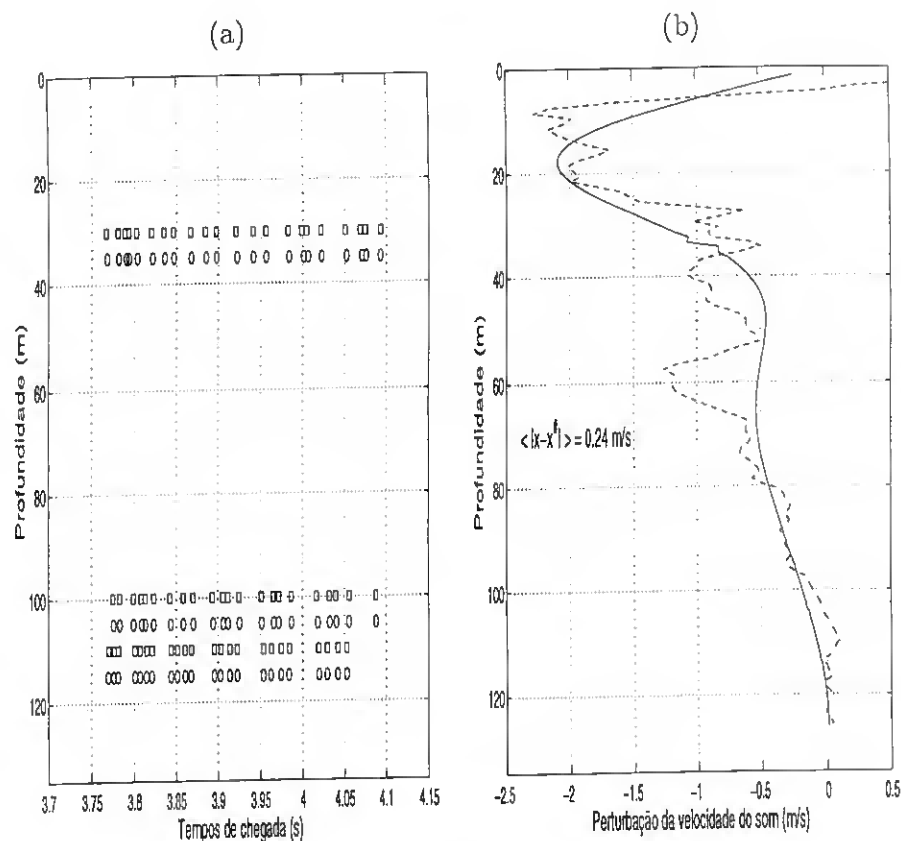


Figura 6.3: Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape4/run8, $D^{\#} = 134.1$ m. (a) Alinhamento preliminar das chegadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) solução $x^{\#}(y')$ (linha contínua) que minimiza o estimador $\hat{\chi}$, e solução verdadeira, x , (linha tracejada).

pontos fundamentais do processamento tomográfico dos dados acústicos. Nesse sentido o estimador do ajustamento dependerá tanto das perturbações temporais, como das variações do valor estimado de profundidade:

$$\hat{x} = \hat{\chi}(y', D), \quad (6.12)$$

onde $D \in [D^{\#} - \delta D, D^{\#} + \delta D]$.

Nalguns casos o ajustamento é impraticável, seja por causa de falhas transitórias no sistema de recepção, seja devido à contribuição temporária de modos baroclínicos de ordem superior, que não podem ser apropriadamente modelados pelo esquema de regularização descrito na secção 5.4.3 (ver Fig.6.4).

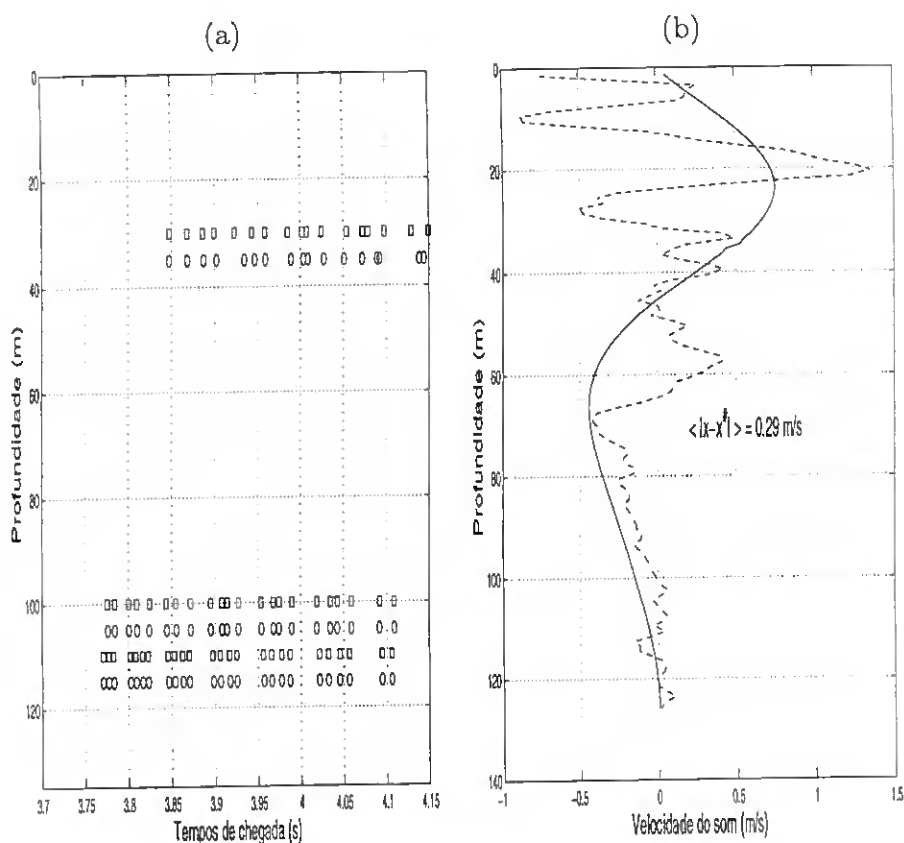


Figura 6.4: Ajustamento das soluções verdadeira e estimada, Tape5/run15. (a) Alinhamento preliminar das chegadas, os círculos correspondem às chegadas reais, os quadrados às modeladas; (b) solução $x^{\#}(y')$ (linha contínua) que minimiza o estimador \mathcal{X} , e solução verdadeira, x , (linha tracejada).

O ajustamento dos perfis foi desenvolvido para os perfis de velocidade do som, durante os quais havia dados acústicos disponíveis correspondentes ao Evento I. Após o ajustamento pelas perturbações temporais, e pelas variações da profundidade estimada, foi encontrado que o campo ajustado dos perfis reproduz em detalhe as observações directas (ver Fig.6.5, casos (a) e (b)). Para além disso as amplitudes dos MNHs, correspondentes a cada um dos perfis ajustados, permitem inverter automaticamente os campos de temperatura e salinidade (ver Fig.6.5, casos (c) e (d)) com um grau de detalhe semelhante ao das observações. O conjunto de resultados demonstra o alto grau de resolução tomográfica, relacionado com a aplicação da tomografia acústica às marés internas.

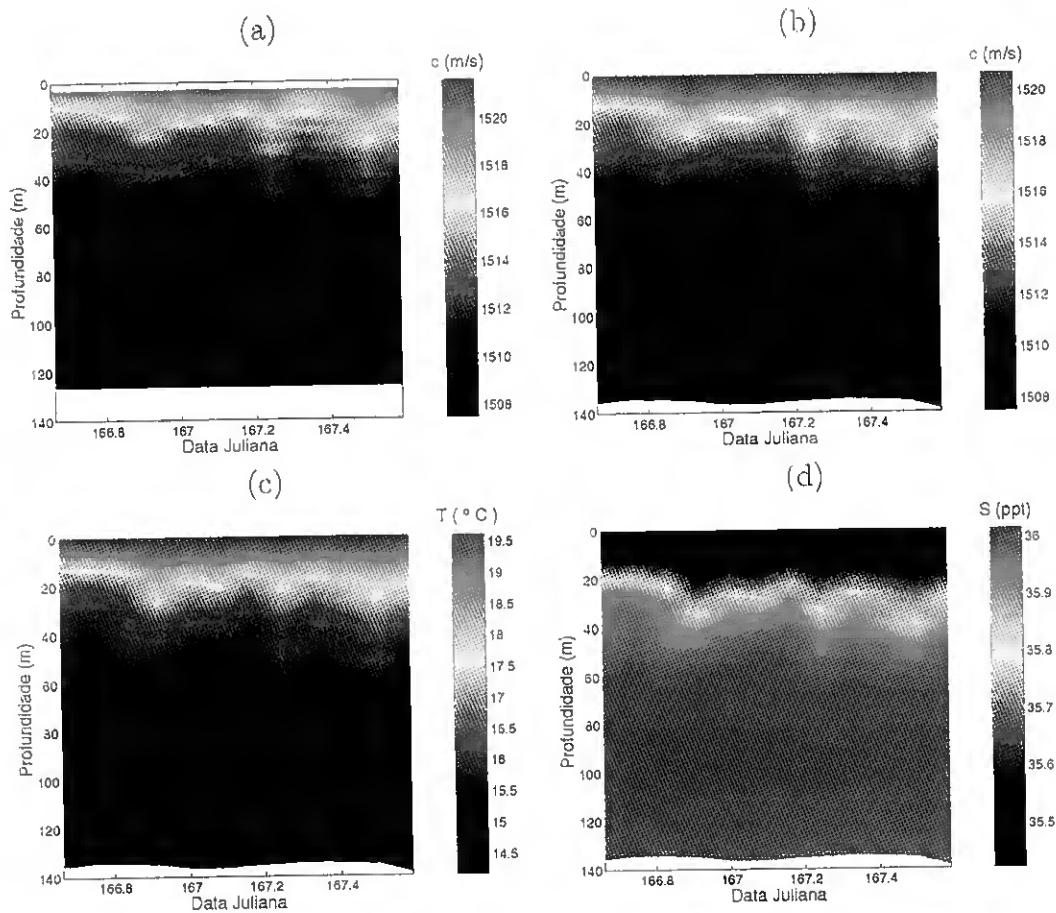


Figura 6.5: Resolução tomográfica dos dados acústicos do Evento I: (a) Perfis de teste (dados de CTD), (b) perfis ajustados; campos invertidos de temperatura (c) e salinidade (d).

6.4 Tomografia dos dados acústicos do Evento I

A última questão em aberto encontra-se relacionada com a robustez do esquema de inversão tomográfica em relação ao processamento dos restantes dados acústicos do Evento I. Uma vez que os tempos absolutos de chegada são desconhecidos o processo de inversão tomográfica foi desenvolvido de maneira aproximada. Para o efeito tirou-se partido das amplitudes dos MNHs, que foram calculadas para cada um dos perfis ajustados. A inversão tomográfica foi então desenvolvida de maneira similar ao esquema descrito na secção anterior, mas introduzindo o estimador

$$\hat{A}_j = \left\| \alpha_j^\# - \alpha_j^{ref} \right\|, \quad j = 1, 2, 3, \quad (6.13)$$

onde o vector de referência, $\alpha_{ref}(t) = [\alpha_1^{ref}(t) , \alpha_2^{ref}(t) , \alpha_3^{ref}(t)]$, é calculado por interpolação linear entre as amplitudes *ajustadas* mais próximas:

$$\alpha_{ref}(t) = \alpha_1(t_1) + (t - t_1) \frac{\alpha_2(t_2) - \alpha_1(t_1)}{t_2 - t_1}, \quad t_1 < t < t_2. \quad (6.14)$$

Tal como indicado pela expressão (6.13) a estimação das componentes de $\alpha^\#(t)$ é feita de maneira independente. De facto uma tentativa preliminar de estimar directamente $\alpha^\#(t)$, minimizando a norma $\|\alpha^\# - \alpha_{ref}\|$, revelou-se pouco efectiva.

O esquema tomográfico descrito na secção anterior, combinado com o estimador \hat{A}_j , foi aplicado às 231 sequências de dados acústicos do Evento I, tendo desenvolvido a inversão tomográfica sem interrupções. Os respectivos resultados encontram-se nas figuras 6.6 e 6.7. Estes resultados, se bem que aproximados, reproduzem uma variação tipicamente semidiurna do perfil de velocidade, de amplitudes consistentes com aquelas que constam nas observações. Demonstra-se assim a robustez de monitorização dos métodos de tomografia baseados nos tempos de chegada.

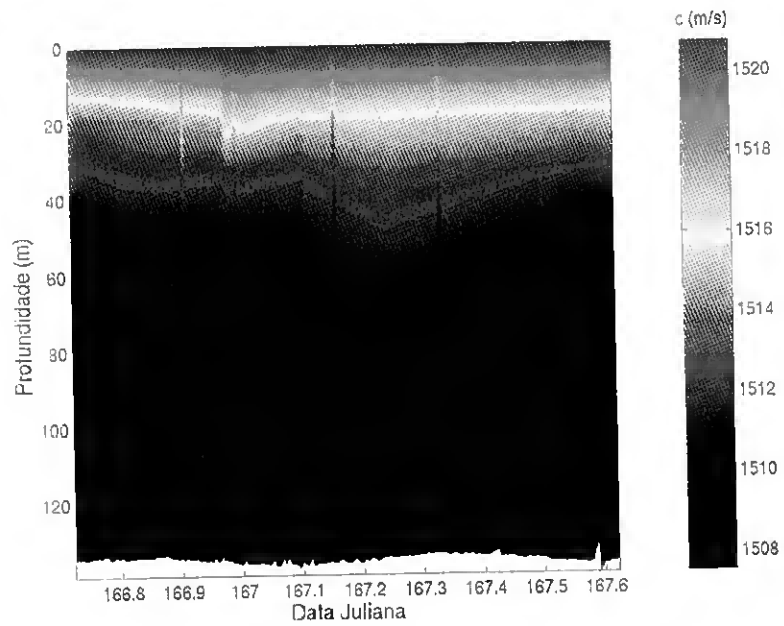


Figura 6.6: Resultados tomográficos baseados nos perfis de referência.

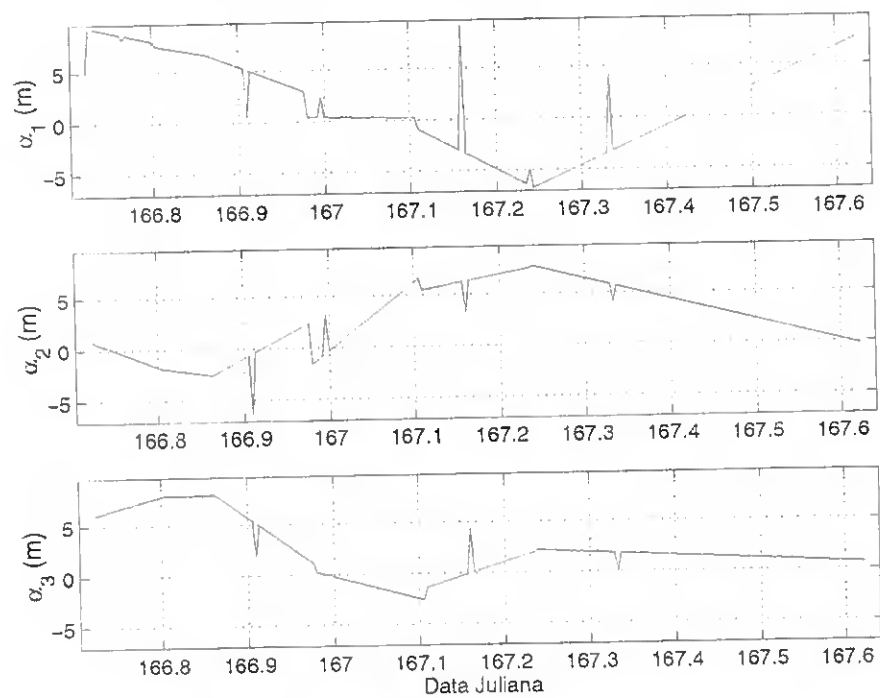


Figura 6.7: Amplitudes estimadas dos MNHs.

Capítulo 7

Conclusões

O material desta tese foi dedicado inicialmente à descrição detalhada do modelo físico de propagação das marés internas, nos casos hidrostático e não-hidrostático, linear e não-linear. Os fundamentos teóricos desse modelo permitiram igualmente desenvolver uma descrição simplificada dos aspectos teóricos mais relevantes sobre propagação de ondas acústicas. Neste sentido foi dada grande atenção à construção duma estrutura lógica, que permitisse relacionar a propagação das ondas acústicas, com aspectos fundamentais dos modelos de propagação, e do processamento de sinais. Essa estrutura lógica seria progressivamente aproveitada ao longo dos Capítulos seguintes, durante a discussão dos dados oceanográficos e acústicos da experiência INTIMATE'96, assim como durante a discussão das simulações do problema de propagação, e de inversão tomográfica, e finalmente, durante a discussão da inversão tomográfica dos dados acústicos do Evento I da experiência INTIMATE'96. Durante a discussão apresentada ao longo dos diferentes Capítulos foram conseguidos avanços, que serão sumarizados nos parágrafos seguintes.

Em primeiro lugar, a análise intensiva do modelo teórico de propagação das marés internas permite introduzir o conceito de Modos Normais Hidrostáticos (MNHs), os quais podem ser calculados a partir do perfil médio de temperatura, $T_0(z)$. A discussão teórica das pro-

priedades dos MNHs favorece a escolha dos mesmos, como uma base alternativa robusta, para parametrizar dos campos de velocidade do som, temperatura, salinidade e corrente. Seguidamente, a comparação dos MNHs com modos empíricos (EOFs) dos dados de temperatura, demonstra a equivalência entre os três primeiros MNHs, e os três primeiros EOFs. Este é um resultado de grande interesse prático, uma vez que confirma o recurso aos MNHs para tirar vantagem das parametrizações mencionadas. Adicionalmente refira-se o facto de que os MNHs podem ser calculados recorrendo a dados históricos, contendo o perfil $T_0(z)$, sem restrições particulares sobre a frequência de amostragem, e o número de observações, envolvidos no cálculo de $T_0(z)$. Em contraste, o cálculo de EOFs requer séries temporais apropriadamente espaçadas, o que implica o recurso correspondente a uma quantidade significativa de observações.

Do ponto de vista do problema directo, as simulações de propagação acústica permitem distinguir claramente os efeitos das marés de superfície, e das marés internas, nas chegadas acústicas. As simulações de traçamento de raios mostram que a maré de superfície introduz variações significativas na estrutura das chegadas estáveis, agrupadas em quadrupletos, mas sem afectar significativamente as primeiras das chegadas. Em contraste, a maré interna perturba a estrutura das chegadas na sua totalidade. Desta maneira, apenas a medição precisa dos tempos absolutos de chegada permitirá identificar as perturbações, no sinal recebido, induzidas pela propagação da maré interna. As simulações do problema inverso, desenvolvidas no Capítulo 5, indicam de maneira consistente as limitações severas que advêm da utilização dum sistema de recepção constituído por três sensores. Neste sentido a aplicação da Tomografia por Adaptação do Campo (MFT) à configuração típica de recepções acústicas da campanha INTIMATE'96, revela-se insuficiente, no processamento de banda

estreita, para desenvolver apropriadamente a inversão tomográfica. As limitações do processamento de banda estreita podem ser compensadas pelo processamento de banda larga, mas à custa de aumentar consideravelmente o tempo de cálculo envolvido na inversão tomográfica. Uma limitação adicional do processamento de banda larga, detectada durante as simulações, prende-se com a grande sensibilidade do estimador de banda larga à presença de ruído no sinal. As simulações correspondentes, baseadas na Tomografia de Tempos de Chegada (TTC), mostraram tempos de cálculo significativamente menores, com a vantagem adicional da TTC poder ser estendida ao processamento multi-sensor. Parte do esquema tomográfico, baseado na TTC, tirou igualmente partido dos MNHs para regularizar a solução inversa. Um dos resultados mais significativos das simulações, baseadas na TTC, consistiu na análise, e esclarecimento, das questões relacionadas com a redundância dos tempos de chegada. Esta redundância tinha sido detectada preliminarmente nos dados reais, no contexto do problema de localização de fontes. A adaptação dos métodos desenvolvidos no Capítulo 5, aos dados acústicos do Evento I, mostraram a grande precisão que o esquema de tomografia, baseado na TTC, pode alcançar em termos de precisão de inversão. Mostrou-se adicionalmente, que na existência de perfis médios de temperatura, e salinidade, a inversão tomográfica do campo de velocidade pode ser aproveitada para inverter os respectivos campos de temperatura e salinidade. Mostrou-se também a robustez da aplicação das heurísticas de selecção, comparação e emparelhamento de chegadas acústicas, no contexto da aplicação da TTC à monitorização da maré interna, para processar de maneira rápida e eficiente o conjunto de dados acústicos do Evento I. Como conclusão final sugere-se a resolução eficiente do problema técnico da sincronização das chegadas (questão esta que tem um papel fundamental no esquema tomográfico, baseado na TTC), assim como a utilização de quatro

ou mais sensores nas experiências de tomografia. Informação adicional, tal como a profundidade exacta dos sensores acústicos, e/ou dados de inclinação da antena, poderão contribuir, certamente, para otimizar o processamento tomográfico e melhorar a precisão de inversão.

Referências

- [1] Stephen P. and Pickard G. *Introductory Dynamical Oceanography*. Pergamon Press, 2nd edition, Wiltshire, U.K., 1983.
- [2] Knauss J.A. *Introduction to Physical Oceanography*. Prentice Hall, New Jersey, second edition edition, 1997.
- [3] Pickard G. and Emery W. *Descriptive Physical Oceanography*. Pergamon Press, 5th edition, Exeter, U.K., 1990.
- [4] Munk W. and Wunsch C. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring. *Deep Sea Research*, 26(A):123–161, 1979.
- [5] Munk W., Worcester P., and Wunsch C. *Ocean Acoustic Tomography*. Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge, University Press, 1995.
- [6] Kumar P.S., Somayajulu Y.K., Murty T.V., Navelkar G.S., Saran A.K., Almeida A.M., and Murty C.S. Preliminary results of an acoustic tomography experiment (ate-93) in the eastern arabian sea. In *Proc. of the 3rd. European Conference on Underwater Acoustics*, pages 1081–1087, Copenhagen, Denmark, 4–8 July 1996.
- [7] Tolstoy A., Diachok O., and Frazer L.N. Acoustic tomography via matched field processing. *J. Acoust. Soc. America*, 89(3):1119–1127, March 1991.

-
- [8] Stéphan Y. and Thiria S. Neural inversions for ocean acoustic tomography. In *Proc. of the 2nd. International Symposium on Inverse Problems*, pages 55–60, Paris, France, 2-4 November 1994.
- [9] Ching-Sang Chiu, Miller J.H., and Lynch J.F. Inverse techniques for coastal acoustic tomography. In D. Lee and H. Schultz, editors, *Theoretical and Computational Acoustics*, pages 917–931, World Scientific, Singapore, 1994.
- [10] Ching-Sang Chiu, Miller J.H., Denner W., and Lynch J.F. Forward modeling of the barents sea tomography vertical line array data and inversion highlights. In O. Diaschok et al, editor, *Full Field Inversion Methods in Ocean and Seismo-Acoustics*, pages 237–242, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1995.
- [11] Nathalie Jézéquel. Observations de la marée interne sur le plateau continental par le tomographie acoustique. Rapport de stage, IFREMER-Centre Militaire d’Océanographie, Juin 1995.
- [12] Pignot P. and Faure B. Marine media identification. In *Proc. of the 3rd. European Conference on Underwater Acoustics*, pages 809–813, Heraklion, Crete, Greece, 24-28 June 1996.
- [13] Robinson I. S. *Satellite Oceanography*. Ellis Horwood, West Sussex, 1991.
- [14] Apel J.R. *Principles of Ocean Physics*, volume 38. Academic Press, International Geophysics Series, London, 1987.
- [15] Gerkema T. Generation of internal tides and solitary waves. *Journal of Physical Oceanography*, 25(6):1082–1094, June 1995.

- [16] Kuryanov B. F. and Morozov A.K. Acoustic tomography of internal waves caused by tides near underwater mount in atlantic ocean. In *Proc. of the 3rd. European Conference on Underwater Acoustics*, Heraklion, Crete, Greece, 24-28 June 1996.
- [17] Baines P.G. On internal tide generation models. *Deep-Sea Research*, 29(3A):307-338, 1982.
- [18] Mazé R. Generation and propagation of non-linear internal waves induced by the tide over a continental slope. *Continental Shelf Research*, 7(9):1079-1104, 1987.
- [19] Serpette A. and Mazé R. Internal tides in the bay of biscay: a two-dimensional model. *Continental Shelf Research*, 9(9):795-821, April 1989.
- [20] Pichon A. and Mazé R. Internal tides over a shelf break: Analytical model and observations. *Journal of Physical Oceanography*, 20(5):657-671, April 1990.
- [21] Sherwin T.J. Analysis of an internal tide observed on the malin shelf, north of ireland. *Journal of Physical Oceanography*, Copyright by the Metereological Society, 18(7):1035-1050, July 1988.
- [22] Wunsch C. Internal tides in the ocean. *Reviews of Geophysical and Space Physics*, 13(1):167-182, February 1975.
- [23] Baines P.G. Satellite observations of internal waves on the australian north-west shelf. *Australian J. Freshwater Mar. Res.*, 32, 1981.
- [24] Ermakov S.A., da Silva J.C., and Robinson I.S. Ers sar imaging of long period internal (tidal) waves. In *Proc. of the 3rd. ERS Symp. on Space at the service of our Environment*, pages 1299-1304, Florence, Italy, 17-21 March 1997.

- [25] Apel J.R. et al. An overview of the 1995 swarm shallow-water internal wave acoustic scattering experiment. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 22(3):465–500, July 1997.
- [26] Jeans D.R.G. and Sherwin T.J. Solitary internal waves on the iberian shelf. Technical Report 44, Unit for Coastal and Estuarine Studies, University of Wales, Bangor, Anglesey LL59 5EY, November 1996. MORENA report.
- [27] Small J., Hallock Z., and Scott J. Observations of large amplitude waves at the malin shelf edge during sesame 1995. *Continental Shelf Research*, 7(3):121–159, July 1996.
- [28] Zhou J. and Zhang X. Resonant interaction fo sound wave with internal solitons in the coastal zone. *J. Acoust. Soc. America*, 90(4):2042–2054, October 1991.
- [29] Korteweg D. and de Vries G. On the change of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *Philosophical Magazine*, 39:422–443, January 1895.
- [30] Gabov S. A. *Introduction to the theory of non-linear waves*. Ed. by the Moscow State University, Moscow (in russian), 1988.
- [31] Ostrovsky L.A. Nonlinear internal waves in a rotating ocean. *Oceanology*, 18(2):119–125, 1978.
- [32] Gerkema T. *Nonlinear dispersive internal tides: Generation models for a rotating ocean*. PhD. Thesis, Netherlands Institute for Sea Research (NIOZ), Texel, 1994.
- [33] New A.L. Internal tidal mixing in the bay of biscay. *Deep Sea Research*, 35(5):691–709, 1988.

- [34] Lamb K.G. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. *Journal of Geophysical Research, Copyright by the American Geophysical Union*, 99(C1):843–864, January 1994.
- [35] LeBlond P.H. and Mysak L.A. *Waves in the Ocean*. Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1989.
- [36] Gill Adrian E. *Atmosphere-Ocean Dynamics*, volume 30. Academic Press, International Geophysics Series, London, 1982.
- [37] Landau L.D. and Lifshitz A. *Hydrodynamics*. Nauka, Moscow (in russian), 1988.
- [38] Butkov E. *Física Matemática*. Editora Guanabara, Rio de Janeiro, 1988.
- [39] Apel J., Orr. M., Finette S., , and Lynch J. A new model for internal solitons and tides on the continental shelf. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics: Proceedings of the SWAC'97 Conference*,, pages 219–225, China Ocean Press, Beijing, April, 1997.
- [40] Jackson J.F. A brief review of internal waves in the ocean. UCES report U96-7, Unit for Coastal and Estuarine Studies, University of Wales, Bangor, August 1996.
- [41] Rodríguez O.C., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., Porter M., and Coelho E. Nonlinear soliton interaction with acoustic signals: focusing effects. *Journal of Computational Acoustics*, 8(2):347–363, 2000.
- [42] Rodríguez O.C., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., Porter M., and Coelho E. Dynamics of acoustic propagation through a soliton wave packet: observations from the intimate'96

- experiment. In *Experimental Acoustic Inversion Methods for Exploration of the Shallow Water Environments*, pages 1–18, Carvoeiro, Portugal, March 1999.
- [43] Chen P., Ingram R.G., and Gan J. A numerical study of hydraulic jump and mixing in a stratified channel with a sill. In Oak Brook, editor, *Proceedings of the 3rd International Conference on Estuarine and Coastal Modelling*, pages 119–133, Illinois, 1993.
- [44] Tjjonov A.N. and Samarski A.A. *Mathematical Physics*. Ed. Mir, Moscow, 1972 (in russian).
- [45] Urick R.J. *Principles of Underwater Sound*. McGraw-Hill, New York, 1983.
- [46] Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., and Schmidt H. *Computational Ocean Acoustics*. AIP Series in Modern Acoustics and Signal Processing, New York, USA, 1994.
- [47] Butikov E.I. *Optics*. Vyshaya Shkola, Moscow (in russian), 1986.
- [48] Porter M. *The KRAKEN normal mode program*. SACLANT UNDERSEA RESEARCH (memorandum), San Bartolomeo, Italy, 1991.
- [49] Tolstoy I. *Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound*. Ed. by the Acoustical Society of America, New York, 1987.
- [50] Weinberg N.L., Clark J.G., and Flanagan R.P. Internal tidal influence on deep-ocean acoustic-ray propagation. *J. Acoust. Soc. America*, 56(2):447–458, August 1974.
- [51] Dushaw B.D., Chester D.B., and Worcester P.F. A review of ocean current and vorticity measurements using long-range reciprocal acoustic transmissions. *Oceans'93*, pages 298–305, 1993. Reprint.

- [52] Martin Lauzer F.R., Stephan Y., and Evennou F. Analysis of tomographic signals to retrieve tidal parameters. In *Proceedings of the 2nd European Conference on Underwater Acoustics*, pages 1035–1050, Copenhagen, Denmark, 1994.
- [53] Colosi J.A., Flatté M., and Bracher B. Internal-wave effects on 1000-km oceanic acoustic pulse propagation: Simulation and comparison with experiment. *J. Acoust. Soc. America*, 96(1):452–468, July 1996.
- [54] Book P. and Nolte L.W. Narrow-band source localization in the presence of internal waves for 1000-km range and 25-hz acoustic frequency. *J. Acoust. Soc. America*, 101(3):452–468, March 1997.
- [55] Jackson D.J. and Ewart T.E. The effects of internal waves on matched-field processing. *J. Acoust. Soc. America*, 96(5):2945–2955, November 1994.
- [56] Stephan Y., Démoulin X., Folegot T., Jesus S., Porter M., and Coelho E. Intimate'96 data report. Internal Report No. 27/EP SHOM/CMO/DE/NP, SHOM/CMO, Brest, France, June 1997.
- [57] Hamilton E.L. Sound velocity and related properties of marine sediments, north-pacific. *Journal of Geophysical Research*, 75(23):4423–4446, August 1970.
- [58] Hamilton E.L. Compressional-wave attenuation in marine sediments. *Geophysics*, 37(4):620–635, August 1972.
- [59] Boles F.A. Observations on attenuation and shear-wave velocity in fine-grained, marine sediments. *J. Acoust. Soc. America*, 101(6):3385–3397, June 1997.

- [60] Folegot T., Stephan Y., Démoulin X., Jesus S., Porter M., and Coelho E. Intimate'96: Problème direct. Internal Report AGLB.B.TF/TF.97.564, SHOM/CMO, Brest, France, June 1996.
- [61] Menke W. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, Inc, San Diego, California, 1989.
- [62] Collins M.D. and Kuperman W.A. Focalization: Environmental focusing and source localization. *J. Acoust. Soc. America*, 90(3):1410–1422, September 1991.
- [63] Rodríguez O.C., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., Porter M., and Coelho E. Internal tide acoustic tomography: reliability of the normal modes expansion as a possible basis for solving the inverse problem. In *Proc. of the 4th. European Conference on Underwater Acoustics*, pages 587–592, Rome, Italy, 21-25 September 1998.
- [64] Rodríguez O.C. and Jesus S. Physical limitations of travel-time-based shallow water tomography. *J. Acoust. Soc. Am*, 6(108), December 2000.
- [65] Caille W. et al. Overview of the joint china-us yellow sea'96 experiment. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics: Proceedings of the SWAC'97 Conference*,, pages 17–22, China Ocean Pres, Beijing, April, 1997.
- [66] Field R. et al. The sesame experiments - the effects of internal solitons on acoustic propagation at the malin shelf. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics: Proceedings of the SWAC'97 Conference*,, pages 227–232, China Ocean Pres, Beijing, April, 1997.

- [67] Ferla C.M., Porter M.B., and Jensen F.B. *C-SNAP: Coupled SACLANTCEN normal mode propagation loss model*. SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE (SM-274), La Spezia, Italy, 1993.
- [68] Porter M., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., and Coelho E. Exploiting reliable features of the ocean channel response. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics: Proceedings of the SWAC'97 Conference*, pages 17–22, China Ocean Pres, Beijing, April, 1997.
- [69] Porter M., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., and Coelho E. Shallow-water tracking in the sea of nazaré. In *Proc. of the 1998 Symposium on Undersea Technology*, pages 29–34, Tokyo, Japan, April 1998.
- [70] Porter M., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., , and Coelho E. Single-phone source tracking in a variable environment. In *Proc. of the 4th. European Conference on Underwater Acoustics*, pages 575–580, Rome, Italy, 21-25 September 1998.
- [71] Porter M. and Tolstoy A. The matched field processing benchmark problems. *Journal of Computational Acoustics*, 2(3):161–184, 1994.
- [72] Jesus S. M. Normal-mode matching localization in shallow water: Environmental and system effects. *J. Acoust. Soc. America*, 4(90):2034–2041, October 1991.
- [73] Bienvenu G. and Kopp L. Source power estimation method associated with high resolution bearing estimator. *IEEE*, CH1610:153–156, 1981.
- [74] Mauuary D., Bozinoski S., and Graffouilliere P. High resolution methods for signal parameter estimations in ocean acoustic tomography. In *Proc. of the 3rd. European*

- Conference on Underwater Acoustics*, pages 815–820, Heraklion, Crete, Greece, 24–28 June 1996.
- [75] Jesus S. M. A mode subspace approach for source localization in shallow water. *Signal Processing, Elsevier*, (28):117–122, 1992.
- [76] Jesus S., Porter M., Stephan Y., Démoulin X., Rodríguez O.C., and Coelho E. Single hydrophone source localization. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 25(3), July 2000.
- [77] Jesus S., Porter M., Stephan Y., Coelho E., Rodríguez O.C., and Démoulin X. Single sensor localization in a range-dependent environment. In *Proceedings of the Oceans 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition*, Providence, Rhode Island, USA, September 11–14 2000.
- [78] Wax M. and Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustic Speech and Sigal Processing*, ASSP-33(2):387–392, April 1985.
- [79] Diachok O. and Karangelen C. Experimental demonstration of sound-speed inversion with matched-field processing. *J. Acoust. Soc. America*, 93(5):2649–2655, May 1993.
- [80] Baggeroer A.B., Kuperman W., and Mikhalevsky. An overview of matched field method sin ocean acoustics. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 18(4):307–338, October 1993.
- [81] Jesus S. M. Broadband matched-field processing of transient signals in shallow water. *J. Acoust. Soc. America*, 4(93):1841–1850, April 1993.
- [82] Holland J. Adaptation in natural and artificial systems. Technical report, University of Michigan Press, 1975.

- [83] Lotsberg O. and Jesus M. Matched field inversion of geoacoustic properties from towed array data in shallow water. In *Proc. of the 3rd. European Conference on Underwater Acoustics*, pages 601–606, Heraklion, Crete, Greece, 24–28 June 1996.
- [84] Gingras D. and Gerstoft P. Inversion for geometric parameters in shallow water: Experimental results. *J. Acoust. Soc. America*, 97(6):3589–3598, June 1995.
- [85] Soares C., Waldhorst A., and Jesus S. Matched field processing: Environmental focusing and source tracking with application to the north elba data set. In *Proc. of the Oceans'99 MTS/IEEE conference*, pages 1598–1602, Seattle, Washington, 13–16 September 1999.
- [86] Gerstoft P. *SAGA User Manual 3.0: An inversion software package*. SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE, La Spezia, Italy, 1999.
- [87] Jensen F.B. and Ferla C.M. *SNAP: The SACLANTCEN normal-mode acoustic propagation model*. SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE (SM-121), La Spezia, Italy, 1979.
- [88] Skarsoulis E.K, Athanassoulis, and U. Send. Ocean acoustic tomography based on peaks arrivals. *J. Acoust. Soc. America*, 100(2):797–813, August 1996.
- [89] Skarsoulis E.K. A matched-peak inversion approach for ocean acoustic travel-time tomography. *J. Acoust. Soc. America*, 107(3):1324–1332, March 2000.
- [90] Scheid F. *Análise Numérica*. McGraw-Hill, 2a. edição, Lisboa, Portugal, 1991.

Apêndice I

Solução numérica do PSL

Os casos particulares do PSL¹ referidos nas secções 2.3.1 e 2.3.2 podem ser resolvidos substituindo a respectiva equação diferencial, por um sistema linear de equações algébricas, e que conduzem a um problema clássico (e muito mais simples) de cálculo de vectores e valores próprios [90]. Essa substituição é apresentada nesta secção.

Em primeiro lugar, introduzindo a notação

$$\begin{aligned} x = z, \quad y = \Psi_m, \\ a = 0, \quad b = D, \end{aligned} \quad \lambda = \begin{cases} C_m^{-2} \\ (k_h^2)_m \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} N^2 \\ \frac{N^2 - \tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - f_c^2} \end{cases}, \quad (\text{I.1})$$

é possível reescrever qualquer uma das equações (2.14) ou (2.24) na forma:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda f(x)y = 0. \quad (\text{I.2})$$

Seguidamente, as CFs (na sua forma mais geral) se poderão escrever como

$$\alpha_1 y(a) + \beta_1 \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=a} = 0, \quad \text{e} \quad \alpha_2 y(b) + \beta_2 \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=b} = 0. \quad (\text{I.3})$$

Discretizando os valores da variável independente:

$$x_j = jh + a, \quad h = \frac{b-a}{N+1}, \quad \text{com} \quad j = 0, 1, 2, \dots, N+1, \quad (\text{I.4})$$

¹Problema de Sturm-Liouville

aproximando a derivada de segunda ordem, na grelha de valores $\{x_j\}$, com ajuda de diferenças finitas:

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=x_j} \approx \frac{y_{j+1} - 2y_j + y_{j-1}}{h^2}, \quad (\text{I.5})$$

discretizando os valores do termo linear:

$$\lambda f(x)y|_{x=x_j} = \lambda f(x_j)y_j = \lambda f_j y_j, \quad (\text{I.6})$$

e aproximando as CFs, Eq.(I.3), na forma

$$\alpha_1 y_0 + \beta_1 \frac{y_1 - y_0}{h} = 0, \quad \text{e} \quad \alpha_2 y_{N+1} + \beta_2 \frac{y_{N+1} - y_N}{h} = 0, \quad (\text{I.7})$$

é possível obter o seguinte sistema linear de equações:

$$y_{j-1} \left(\frac{1}{h^2} \right) + y_j \left(-\frac{2}{h^2} \right) + y_{j+1} \left(\frac{1}{h^2} \right) = -y_j \lambda f_j. \quad (\text{I.8})$$

Para os casos particulares $j = 1$ e $j = N + 1$, e tendo em conta o par de equações (I.7), obter-se-ia que

$$y_1 \left(\frac{1}{h^2} \right) \left(\frac{-\beta_1}{\alpha_1 h - \beta_1} - 2 \right) + y_2 \left(\frac{1}{h^2} \right) = -y_1 \lambda f_1, \quad (\text{I.9})$$

e

$$y_{N-1} \left(\frac{1}{h^2} \right) + y_N \left(\frac{1}{h^2} \right) \left(\frac{\beta_2}{\alpha_2 h + \beta_2} - 2 \right) = -y_N \lambda f_N. \quad (\text{I.10})$$

Como se pode deduzir do último par de equações uma escolha particular de CFs, do tipo $\alpha_1 h - \beta_1 = 0$, ou $\alpha_2 h + \beta_2 = 0$ inviabilizarão *a priori* a solução numérica da Eq.(I.2). Introduzindo o vector $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_N]^T$ é possível escrever o sistema linear de equações (I.8) na seguinte forma compacta:

$$\mathbf{A}\mathbf{y} = \lambda \mathbf{B}\mathbf{y}, \quad (\text{I.11})$$

onde os únicos elementos não nulos das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} serão

$$a_{11} = \frac{1}{h^2} \left(\frac{-\beta_1}{\alpha_1 h - \beta_1} - 2 \right), \quad a_{12} = \frac{1}{h^2},$$

$$a_{j-1,j} = \frac{1}{h^2}, \quad a_{jj} = -\frac{2}{h^2}, \quad a_{j,j+1} = \frac{1}{h^2}, \quad (I.12)$$
$$a_{N-1,N} = \frac{1}{h^2}, \quad a_{NN} = \frac{1}{h^2} \left(\frac{\beta_2}{\alpha_2 h + \beta_2} - 2 \right),$$

e

$$b_{jj} = -\lambda f_j. \quad (I.13)$$

A resolução da Eq.(I.11) corresponde a um caso generalizado de cálculo dos vectores próprios, \mathbf{y} , e valores próprios, λ , das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} . Este problema pode ser resolvido de maneira eficiente com funções originais do MATLAB.

Apêndice II

Publicações do candidato constantes
na lista de referências

INTERNAL TIDE ACOUSTIC TOMOGRAPHY: RELIABILITY OF THE NORMAL MODES EXPANSION AS A POSSIBLE BASIS FOR SOLVING THE INVERSE PROBLEM

O.C. Rodríguez¹, S. Jesus¹, Y. Stephan², X. Démoulin², M. Porter³ and E. Coelho⁴

¹UCEH-Universidade do Algarve (UALG), Campus de Gambelas, 8000, Faro, Portugal

²EPSHOM/CMO (SHOM), BP426, F-29275, Brest, France

³New Jersey Institute of Technology (NJIT), Newark, NJ 07102, USA

⁴Instituto Hidrográfico (IH), 1296, Lisbon, Portugal

Abstract: Using hydrodynamic and thermodynamic equations appropriate for modelling internal tides, one can predict the current and temperature distributions associated with the ocean's dynamic modes. Comparing such predictions with observations from the INTIMATE'96 experiment, we find a high degree of correlation between the first 3 theoretically calculated dynamic modes and corresponding empirical orthogonal functions (EOF's) derived from an ensemble of temperature and current profiles. The implications are twofold. First, this implies that the dominant variability in the INTIMATE'96 experiment is indeed associated with internal tides. Secondly, it suggests that in future tidal experiments a theoretically generated basis may be used as effectively as an EOF basis (which requires more extensive oceanographic measurements). We have also used the set of dynamic modes to simulate the effect of the tides on acoustic propagation to understand the relative importance of the usual surface tide (barotropic) and the internal (baroclinic) tides.

1 INTRODUCTION

Possible applications of OAT for inversion of the internal tide field have not been considered till the present time, despite the large amount of references related to the influence of internal tides on acoustic signals and simulations of underwater propagation through an internal wave field (see [1] for a particular analysis and a list of publications). Most of the studies consider as starting assumptions that: 1) the statistical distribution of the internal modes follows the GarrettMunk spectrum, and 2) the perturbations on sound velocity (and hence on temperature) can be represented as an orthogonal decomposition on the basis of dynamic normal modes (hereafter simply normal modes) of the internal wave. Both approximations simplify significantly the solution of the inverse problem and seem to offer a good description of acoustical propagation in deep water scenarios. However, the validity of those assumptions becomes dubious when applied to sound propagation in the

continental shelf. A key complication is the affect of the tides which leads to an internal wave spectrum with strong peaks at the tidal frequencies. In addition, the internal waves are often of large amplitude leading to nonlinear effects and associated solitons or bores.

To understand these issues more completely an experiment called INTIMATE'96 (INternal Tide Investigation by Means of Acoustic Tomography Experiment) was conducted off the coast of Portugal. Oceanographic measurements conducted during the experiment have enabled us to perform a detailed analysis of hydrodynamic and thermodynamical equations governing the internal tides. As will be shown in the following sections the resulting current and temperature modes provide a detailed description of the internal tide and offer a reliable set of normal modes for oceanographic inversion.

2 THEORETICAL BACKGROUND

Internal tides are a particular case of internal waves of tidal frequency and generated by the interaction of the surface (barotropic) tide with bottom topography. The coupling mechanism remains poorly understood; however, the internal tides are generally most strongly excited at a sharp bathymetric feature such as a sea mount or at the continental shelf-break. The main consequence of this interaction is the oscillation of the thermocline with the tidal period. However, the internal tides also have a surface manifestation. They cause very small displacements of the ocean level that can be measured by satellite altimeters. In addition they circulate organic surfactants disturbing the surface reflectivity at both optical and radio bands and revealing their banded structure.

The hydrodynamic equations for baroclinic currents [2], in the case of internal planewave propagation, can be solved by an eigenfunction expansion using a basis of functions, Ψ_j , and their derivatives, $\phi_j = d\Psi_j/dz$, in the following way:

$$(u, v) = \sum_j (u_j, v_j) \phi_j \exp \left[i \left(k_x^j x + k_y^j y - \omega t \right) \right] \quad (1)$$

$$w = \sum_j w_j \Psi_j \exp \left[i \left(k_x^j x + k_y^j y - \omega t \right) \right] \quad (2)$$

where ω corresponds to the tidal frequency. The eigenfunctions Ψ_j can be obtained by solving the standard differential equation for internal waves (see [2],p.223). Similar expansions can be used for pressure and density perturbations. From a 'geometrical' point of view the given set of expansions can be considered as projections of currents onto two different bases of eigenfunctions: w is projected onto the orthogonal basis formed by functions Ψ_j and (u, v) onto the corresponding basis of functions ϕ_j .

The wavenumber components are related to the direction of internal tide propagation θ through the relationships:

$$k_x^j = k_h^j \cos \theta, \quad k_y^j = k_h^j \sin \theta,$$

where k_h^j is the eigenvalue of the j th normal mode ($k_h^j < k_h^{j+1}$) and its inverse is proportional to the modal wavelength. Vertical stratification of the environment is represented in the differential equation for Ψ_j through the buoyancy frequency $N^2(z)$, which is normally related to mean density. For inversion it is better to use the alternative relationship

[2]

$$N^2 = g \left[a_T \frac{dT_0}{dz} + a_T^2 \frac{gT_0}{C_{ps}} - a_s \frac{ds}{dz} \right], \quad (3)$$

where $a_T = 2.4110^{-4} (\text{°C})^{-1}$ and $C_{ps} = 3994 \text{ J}(\text{kg°C})^{-1}$. Usually the salinity depends weakly on depth so we can neglect the salinity term and develop a buoyancy profile that depends only on the temperature. Thus, the temperature profile provides a critical piece of information. It allows us to calculate the buoyancy profile and thereby the dynamical modes. The dynamical modes themselves are characterized in terms of their spatial and temporal scales and provide a suitable basis for expressing the ocean structure in terms of density, currents, and pressure. Nevertheless, from a tomographic point of view, the system of Eqs.(1)-(2) does not provide a dynamical basis for expanding the sound speed field. To address this, recall the thermodynamical equation [2]:

$$\frac{D}{Dt} (\rho c_v T) = \nabla (k_T \nabla T) + Q_T \quad (4)$$

where c_v denotes the specific heat at constant volume, k_T the thermal conductivity and Q_T represents all sources and sinks of heat. An approximate solution for temperature perturbations,

$$T - T_0(z) = \frac{dT_0}{dz} \sum_j T_j \Psi_j \exp \left[i \left(k_x^j x + k_y^j y - \omega t \right) \right] \quad (5)$$

can be obtained in the case of $k_T, Q_T = 0$ and assuming ρ and c_v are constant. This solution provides a physical relationship between the temperature field and the basis of normal modes; the orthogonal expansion for temperature (and hence for sound velocity) follows automatically from Eq.(5) when the temperature gradient depends weakly on depth.

3 COMPARISON WITH EXPERIMENTAL DATA

During the INTIMATE'96 experiment [3] an intensive survey of thermistor, CTD, XBT and ADCP data was conducted at the Vertical Array (VLA), and along two transmission legs, one due north and one due west of the array (see Fig.1(a)). Received signals were later correlated with an estimate of the transmitted waveform and then aligned and averaged over 10 transmissions (about 1 minute) to increase the signal-to-noise ratio. The experiment was conducted near the shelf break where the internal tides tend to be strongest.

Both sets of normal modes and their derivatives (Fig.1(b)) were obtained from the mean profile of temperature at the VLA. The correlation between theoretical and empirical functions is shown in Fig.2(a) and Fig.2(b) for currents and temperature respectively. The correlation coefficients were estimated by expanding current and temperature EOF's onto corresponding bases of theoretical functions as follows:

$$EOF_i^{(u,v)} \approx \sum a_{im} \phi_m, \quad EOF_i^T \approx \frac{dT_0}{dz} \sum b_{im} \Psi_m$$

where (u, v) is the horizontal current and T is the temperature. Since the basis is orthogonal, the coefficients in the above expansions are easily calculated by inner products. The

results presented in Fig.2 reveal a strong correlation between empirical and corresponding theoretical eigenfunctions up to mode 3. This result is very significant since it indicates that every theoretical function from the given set is equivalent to the correspondent EOF. Furthermore, the quantity and resolution of empirical functions depends on the number and resolution of measured profiles, while all the theoretical functions can be obtained from a coarse estimate of the mean temperature distribution and still provide a detailed description of the internal tide.

In a simple model, the internal tides propagate like plane waves. Thus, we can also use the dynamical modes to estimate the direction of propagation of the internal tide by looking at how the modal amplitudes at two different locations are shifted with respect to each other. (A similar approach was applied in Ref.[4] using isotherms in the INTIMATE'96 experiment.) Calculated amplitudes of modal oscillations for u and v are shown in Fig.3(a). The time shift for every pair of modal oscillations was estimated by looking at maximizing the peak in crosscorrelations between coefficients at two different stations. The lags associated with the first three modes were 2, 3, and 3 hours respectively giving a mean lag of 2.7 hours. Figure 3(b) allows us to convert this time lag to an angle of propagation yielding $\theta \approx 15^\circ$. This is in close agreement with a theoretical prediction based on the orientation of the shelf break. These results are further supported in studies of the temperature coefficients at different stations.

4 ACOUSTIC SIMULATIONS AND REAL TRANSMISSIONS

The acoustic data taken in INTIMATE'96 shows a clear tidal cycle; however, since both the surface tide and the internal tides have the same temporal frequency it is not readily obvious which component is driving the acoustic perturbations. To study this further, we use the dynamical modes together with surface tide predictions, to calculate temperature and sound velocity distributions. We then simulate the impact of both barotropic and baroclinic tides on acoustic transmissions.

These simulations were performed with the KRAKEN model [5] for the lower hydrophone of the VLA located at 115 m depth, and suggest that the surface tide introduces periodic oscillations of the later groups of arrivals (Fig.4(a)) but not the early arrivals (Fig.4(c)). This situation changes when the internal tide is included in theoretical fields of temperature and sound speed as shown in Fig.4(d). Received transmissions from the INTIMATE'96 experiment show such oscillations of late arrivals (Fig.4(b)) and confirm the simulated effects of the surface tide on received signals [3]. Since the received transmissions are aligned by their leading edge, the analysis of initial arrivals did not support (or contradict) the prediction related to the internal tide. Nevertheless the given set of simulations provided a clear distinction of barotropic and internal tide perturbations on received signals.

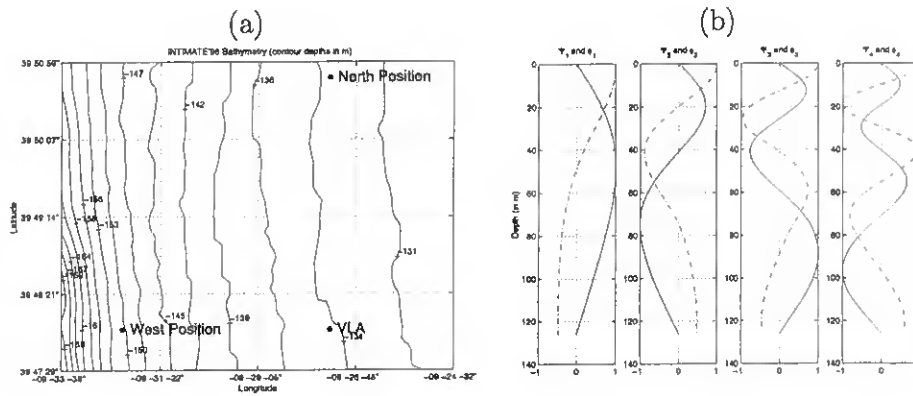


Figure 1: (a) Bathymetry of the INTIMATE'96 experiment; (b) temperature-derived normal modes (continuous line) and their derivatives (dott-dashed line).

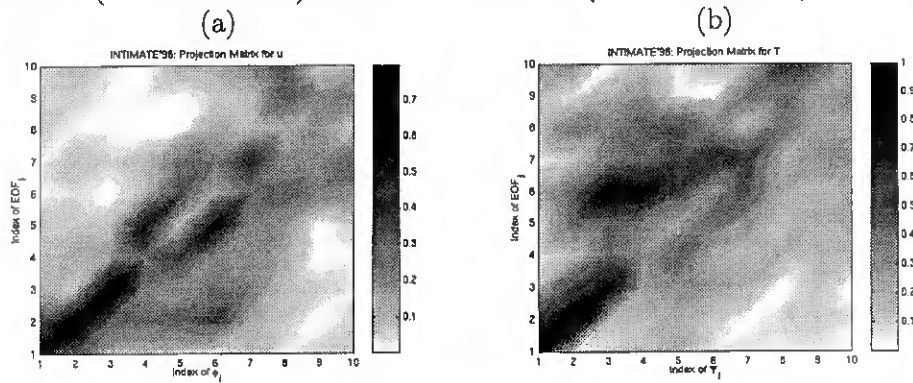


Figure 2: Correlation matrices for u (a) and temperature (b).

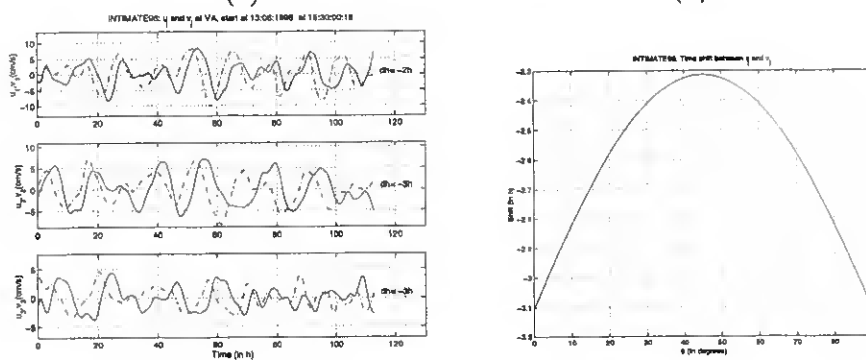


Figure 3: (a) Modal amplitudes for u (continuous line) and v (dott-dashed line); (b) theoretical dependence of phase shift on θ (note the time shift at $\theta = 15^\circ$).

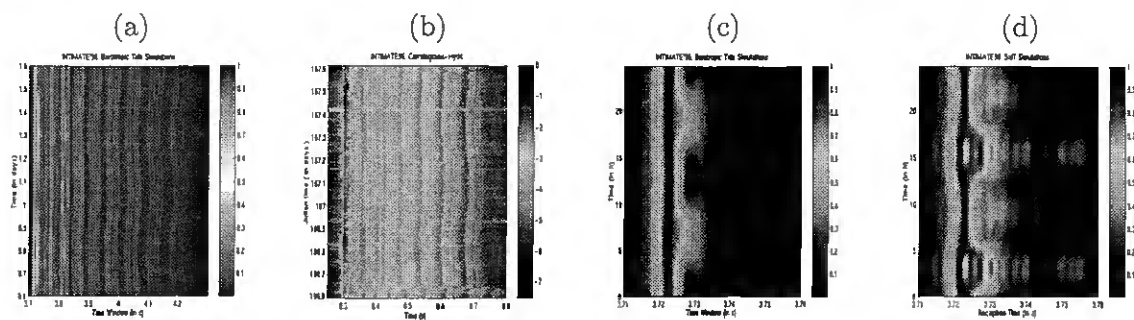


Figure 4: (a) Simulated arrival patterns for the surface tide and (b) real transmissions from the INTIMATE'96 experiment; zoom on initial peaks for surface tide (c) and both surface and internal tides (d).

5 CONCLUSIONS

On the basis of this analysis the following conclusions can be drawn: 1) the buoyancy profile (which characterizes the waveguide stratification) can be properly obtained from mean temperature distribution; 2) theoretical normal modes can be accurately calculated from above mentioned buoyancy profile; 3) both sets of normal modes and normal mode derivatives offer a detailed description of the internal tide, in particular through expansions of temperature and currents on corresponding basis of normal modes and normal mode derivatives, respectively; 4) the set of theoretical normal modes (and normal mode derivatives) is highly correlated with EOF's of temperature and current data, up to mode 3; 5) this set of normal modes can be used to generate physically consistent fields of temperature and sound velocity; 6) acoustic simulations based on such fields allow one to clearly distinguish the effects of both barotropic and internal tides on underwater acoustic transmissions by revealing oscillations of late and early arrivals; such oscillations can be seen for the case of the surface tide in real data from the INTIMATE'96 experiment.

REFERENCES

- [1] Simmean J., Flatté S.M., and Wang G. Wavefront folding, chaos, and diffraction for sound propagation through ocean internal waves. *J. Acoust. Soc. America*, 102(1):239–255, July 1997.
- [2] Apel J.R. *Principles of Ocean Physics*, volume 38. Academic Press, International Geophysics Series, London, 1987.
- [3] Démoulin X., Stéphan Y., Jesus S., Coelho E., and Porter M. Intimate'96: A shallow water tomography experiment devoted to the study of internal tides. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Proceedings of the Shallow Water Acoustics Conference (SWAC'97)*, pages 485–490, Beijing, April 1997.
- [4] Folégot T. Intimate'96: Probl'eme direct. R'ef'erence aglb tf.97.564, Centre Militaire d'Océanographie, Atlantide Grenat Logiciel, F29200 Brest, Juin 1997.
- [5] Porter M. The kraken normal mode program. (sm245), SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE, La Spezia, Italy, 1991.

NONLINEAR SOLITON INTERACTION WITH ACOUSTIC SIGNALS: FOCUSING EFFECTS

O.C. RODRÍGUEZ and S. JESUS

UCEH-Universidade do Algarve, Campus de Gambelas, 8000, Faro, Portugal

Y. STEPHAN and X. DEMOULIN

EPSHOM/CMO, BP426, F-29275, Brest, France

M. PORTER

Science Applications International Corp., San Diego, USA

E. COELHO

Instituto Hidrográfico, 1296, Lisboa, Portugal

Received 6 August 1999

Revised 11 January 2000

The problem of nonlinear interaction of solitary wave packets with acoustic signals has been intensively studied in recent years. A key goal is to explain the observed transmission loss of shallow-water propagating signals, which has been found to be strongly time-dependent, anisotropic, and sometimes exhibited unexpected attenuation vs. frequency. Much of the existing literature considers the problem of signal attenuation in a static environment, without considering additional effects arising from groups of solitons evolving both in range and time. Hydrographic and acoustic data from the INTIMATE'96 experiment clearly exhibit the effects of soliton packets. However, in contrast with reported observations of signal attenuation, the observed transmission loss shows a pronounced signal enhancement that behaves like a focusing effect. This focusing is correlated with peaks in current, temperature, and surface tide. That correlation suggests that the nonlinear interaction of solitary wave packets with acoustic signals can lead to a focusing of the signal. To clarify this issue, hydrographic data was used to generate physically consistent distributions of "soliton-like" fields of temperature and sound velocity. These distributions were then used as input for a range-dependent normal-mode model. The results strongly support the hypothesis that the soliton field causes the observed signal enhancement.

1. Introduction

Naturally generated solitons can often be observed in coastal zones as a result of nonlinear interaction of the surface tide with the continental shelf. Acoustic propagation through such Solitary Wave Packets (SWPs) has been intensively studied in recent years (see for instance Refs. 1 and 2). These SWPs have often been identified as the main cause of abnormal signal attenuations. Most of the studies analysed the problem of acoustic propagation through SWPs from a "static" point of view, since they did not consider the effects of SWPs that

evolve in both range and time. A detailed analysis of current, thermistor, and acoustic data from the INTIMATE'96 experiment³ reveals SWPs propagating across the experimental site. An interesting feature of the acoustic data, is an increase of signal amplitude which is clearly correlated with peaks in current, temperature, and surface tide. This increase of amplitude can be seen as a sort of focusing effect. To determine if this effect could be the result of acoustic propagation through a "dynamic" SWP, the hydrographic data from the experiment was used to develop physically consistent distributions of range-dependent "soliton-like" fields of temperature and sound speed. These were then given as input to an acoustic propagation model. The simulation results strongly support the assumption that a SWP was responsible for the observed signal focusing.

This paper is organized as follows: Sec. 2 presents a brief theoretical background of soliton propagation; this background simplifies the analysis of hydrographical data from the INTIMATE'96 experiment, which is described in Sec. 3. The acoustic data, correlated with hydrographic data from the previous section, is discussed in Sec. 4 and it is followed by corresponding acoustic simulations. The main conclusions of the paper are presented in Sec. 5.

2. Theoretical Background

The starting point for the analysis of soliton propagation in a rotationless environment with complex stratification is the so-called *Korteweg-de Vries* equation (hereafter simply KdV) for modal vertical displacement $\eta_m^{4,5}$:

$$\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + C_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \alpha_m \eta_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \beta_m \frac{\partial^3 \eta_m}{\partial x^3} = 0 \quad (2.1)$$

where

$$\alpha_m = \frac{3}{2} s \frac{C_m}{D} \quad , \quad \beta_m = \frac{1}{2} d D^2 C_m \quad , \quad (2.2)$$

$$s = D \frac{\langle \phi_m^3 \rangle}{\langle \phi_m^2 \rangle} \quad , \quad d = \frac{1}{D^2} \frac{\langle \Psi_m^2 \rangle}{\langle \phi_m^2 \rangle} \quad , \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2 \Psi_m}{dz^2} + \frac{N^2}{C_m^2} \Psi_m = 0 \quad , \quad \phi_m = \frac{d \Psi_m}{dz} \quad , \quad \Psi_m(0) = \Psi(D) = 0 \quad , \quad \langle \phi_m \phi_n \rangle = \langle N^2 \Psi_m \Psi_n \rangle = 0 \quad , \quad (2.4)$$

N is the buoyancy frequency, D is the water depth, x corresponds to the axis of propagation, $\langle \rangle$ is an "inner product" defined as

$$\langle \dots \rangle = \int_0^D \dots dz \quad , \quad (2.5)$$

and Ψ_m and ϕ_m are the Hydrostatic Normal Modes (hereafter HNMs) of the corresponding linear rotationless form of the hydrodynamic equations. In contrast with the corresponding

equation for a homogeneous fluid⁶, which admits a single soliton generation, it follows from Eq. (2.1) that by combining both nonlinear and stratification effects it is possible to obtain an entire set of “modal” solitons with characteristics that depend on HNMs. Whether or not this explains the observations of propagating SWPs depends on the properties of the HNMs.

2.1.1 The “Sech” solution

For displacements having large enough amplitudes and steepness, the KdV equation admits the well-known soliton solution⁷

$$\eta_m = \eta_m^0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{x - C_m t}{\Delta_m} \right), \tag{2.6}$$

where η_m^0 represents the peak amplitude of the modal soliton, which has a nonlinear characteristic width

$$\Delta_m = \sqrt{\frac{12\beta_m}{\alpha_m \eta_m^0}}, \tag{2.7}$$

and propagates with a nonlinear phase speed given by

$$C_m = C_m + \frac{\alpha_m \eta_m^0}{3}. \tag{2.8}$$

As seen from the above equations Δ_m is inversely proportional to the amplitude of the modal soliton, whereas C_m is linearly proportional to η_m^0 ; the implication is that the larger η_m^0 , the faster the soliton propagates and the narrower or steeper the soliton is.

2.1.2 The “Dnoidal” Solution

Another solution to the KdV equation is⁷

$$\eta_m = \eta_m^0 \left[2 \operatorname{dn}_{(m,S)}^2 \left(\frac{x - C_m t}{\Delta_m} \right) - (1 - S^2) \right], \tag{2.9}$$

where the index S is a function of the normalized variable $\tau = x/C_m t$ and $\operatorname{dn}_S(\varphi)$ is the “dnoidal” Jacobi elliptic function. The shapes of the “dnoidal” solution agree well with the backscattered profiles measured from SAR images^{5,8}. As $S \rightarrow 1$ the above expression becomes the “sech” profile. From a dynamical point of view there are significant differences between this and the previous type of solutions: Eq. (2.6) describes a SWP with a *single* modal soliton, which propagates in time and space without deforming its shape (see Fig. 1(a)). In contrast, Eq. (2.9) describes a perturbation with an evolving profile (see Fig. 1(b)), resembling the evolution of soliton packets. The number of solitons within a packet depends on the values of τ and S . The importance of this point will be discussed in Sec. 4 when performing the acoustic simulations.

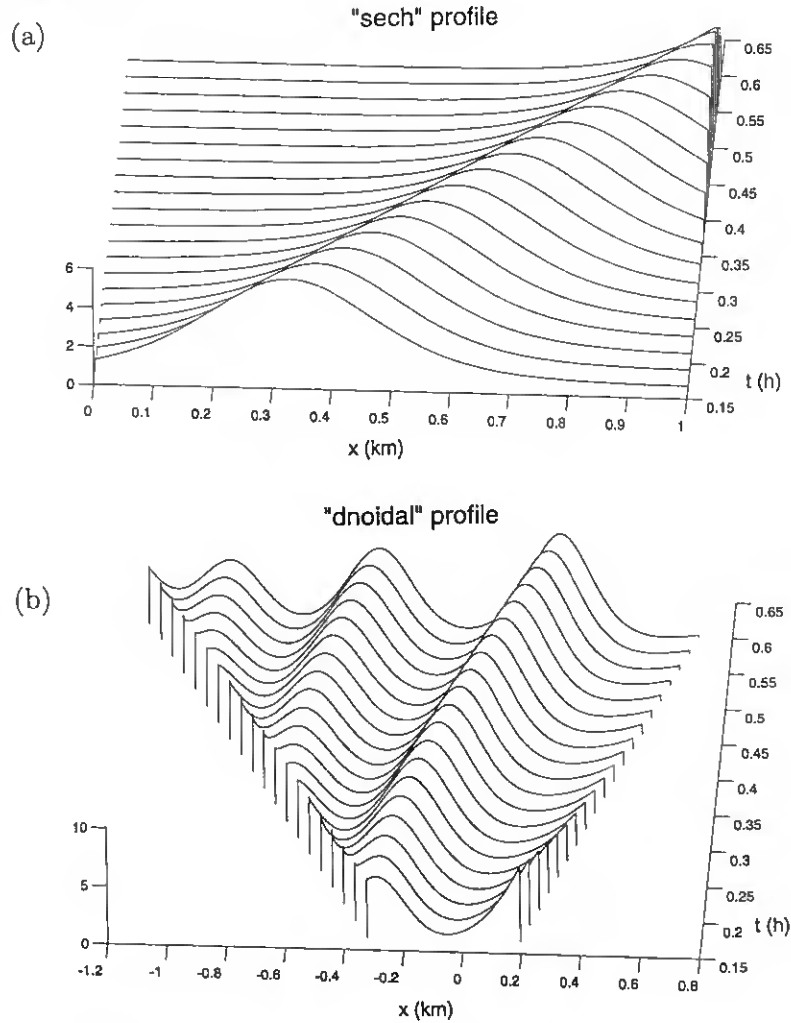


Fig. 1: Spatial and temporal evolution of soliton modal displacement η_1 , for a “sech” profile (a), and for a “dnoidal” profile (b). Soliton parameters are $\eta_1^0 = 5$ m, $\Delta_1 = 196$ m and $C_1 = 54.2$ cm/s (values taken from Ref.7).

2..3 Temperature perturbations

It follows from hydrodynamic coupled equations for horizontal currents and displacement⁴ that the horizontal components of fluid velocity depend linearly on vertical soliton displacement. Nevertheless, from a tomographic point of view, the system of hydrodynamic equations does not provide a physical basis for expanding the temperature field, and thus the sound-speed field. To address the tomographic issue, let us recall the thermodynamic

equation⁹

$$\frac{D}{Dt} (\rho C_v T) = \nabla (k_T \nabla T) + Q_T , \tag{2.10}$$

where C_v denotes the specific heat at constant volume, k_T is the thermal conductivity, and Q_T represents all sources and sinks of heat. Linearizing and solving this differential equation (see the appendix) one obtains:

$$T \approx T_0(z) + \frac{dT_0}{dz} \sum_m T_m \eta_m \Psi_m , \tag{2.11}$$

which shows that the vertical structure of temperature is related to the HNM Ψ_m (in contrast with horizontal currents, which depend only on ϕ_m). The horizontal dependence remains linearly related to the vertical displacement and this approximation becomes linear when $dT_0/dz \approx \text{constant}$.

The theoretical description of soliton propagation will be used in the following section to understand the current and temperature features found in hydrographic records from the INTIMATE'96 experiment.

3. Experimental Data

The INTIMATE'96 experiment^{3,10} performed during June 1996, North of Lisbon (see Fig. 2) involved the collaboration of the following institutions: the Universidade do Algarve (UALG), Faro, the Instituto Hidrográfico (IH), Lisbon (both from Portugal), and the Centre Militaire Oceanographique (SHOM), Brest, France. The project team received also support from the Saclant Undersea Research Centre (SACLANTCEN), La Spezia, Italy, which lent the Vertical Linear Array (hereafter VLA). The experiment was conceived with the main goal of applying ocean acoustic tomography to the detection and inversion of the internal tide. The French oceanographic vessel BO'DENTRECASTEAUX towed an acoustic source at 90 m depth, which emitted linear frequency-modulated chirps sweeping from 300-800 Hz with a 2-second duration. The transmissions were repeated every 8 seconds, then received on the 4-hydrophone VLA and telemetered back to the Portuguese vessel NRP ANDROMEDA. The hydrophones were located at 35, 70, 105 and 115 m depth. Signal transmissions were performed from north and west positions (see Fig. 2), along range-independent and range-dependent acoustic tracks, respectively, with corresponding distances of approximately 5.6 and 6.4 kms. The bottom compressional speed and attenuation were estimated from coring measurements as 1750 m/s and 0.9 dB/wavelength, respectively. During the experiment an intensive survey of thermistor, CTD, XBT and ADCP data was performed near the position of the VLA and at the source location. This allowed for the calculation of Empirical Orthogonal Functions (hereafter EOFs, see Fig. 3) and HNMs (see Fig. 4), and a high degree of correlation was found between both sets of functions.¹⁰

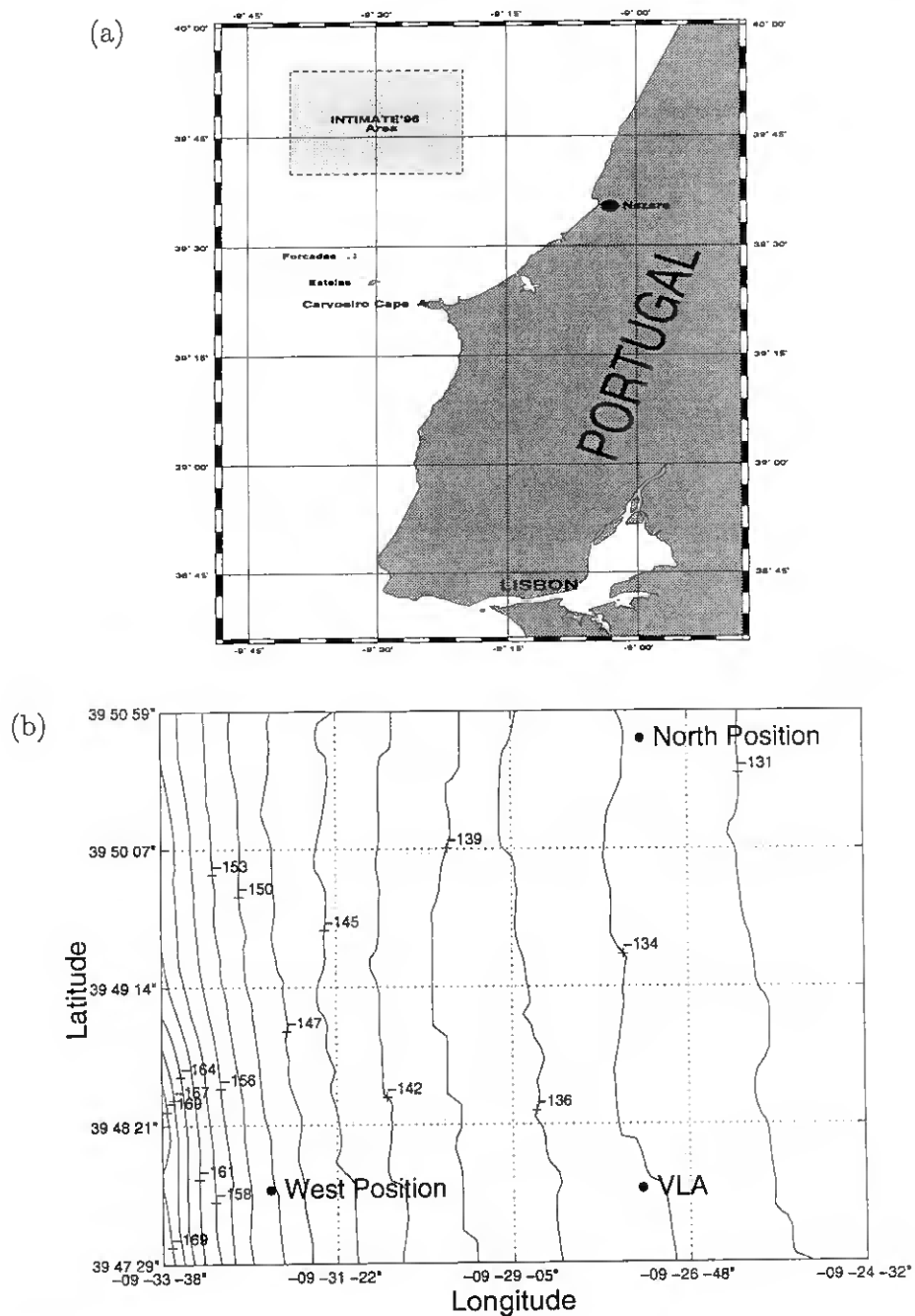


Fig. 2: Chosen area of the INTIMATE'96 experiment (a) and bathymetry of the experimental site (b) (contour depths in m).

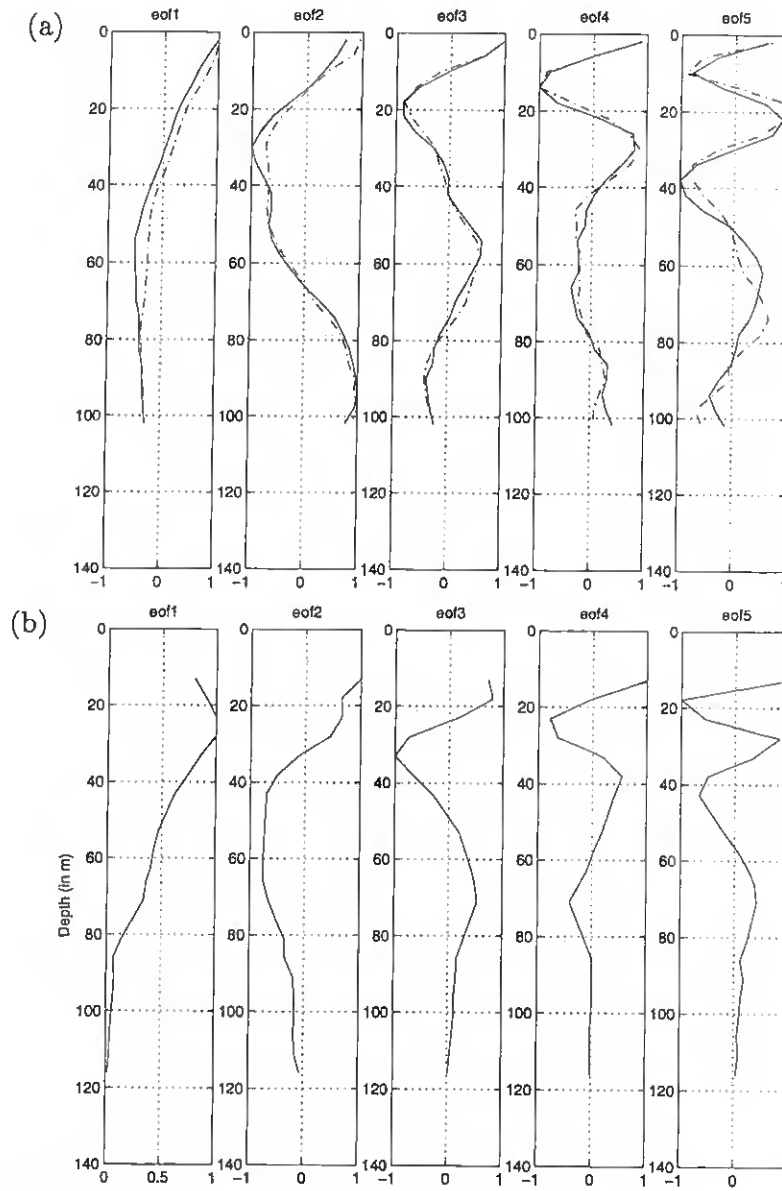


Fig. 3: EOFs for current comp. u (solid line) and v (dot-dash line) (a) and for temp. T (b).

In particular, the mean sound-speed profile exhibits a typical summer shallow-water profile which decreases with depth (see Fig. 5), the corresponding values of the discretized profile are shown in Table 1. The smooth downward refracting gradient of the profile contrasts significantly with usual schematic two-layer representations.

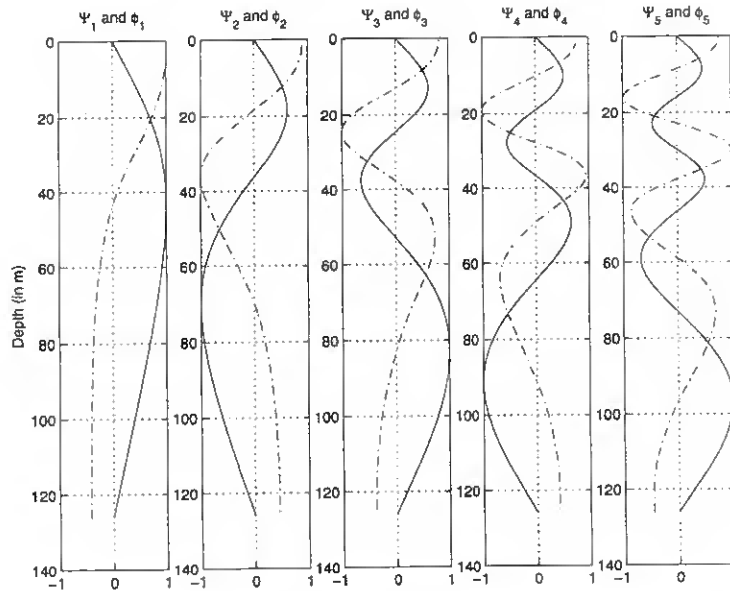


Fig. 4: Normalized HNMs Ψ_m (solid line) and $\phi_m = d\Psi_m/dz$ (dot-dash line).

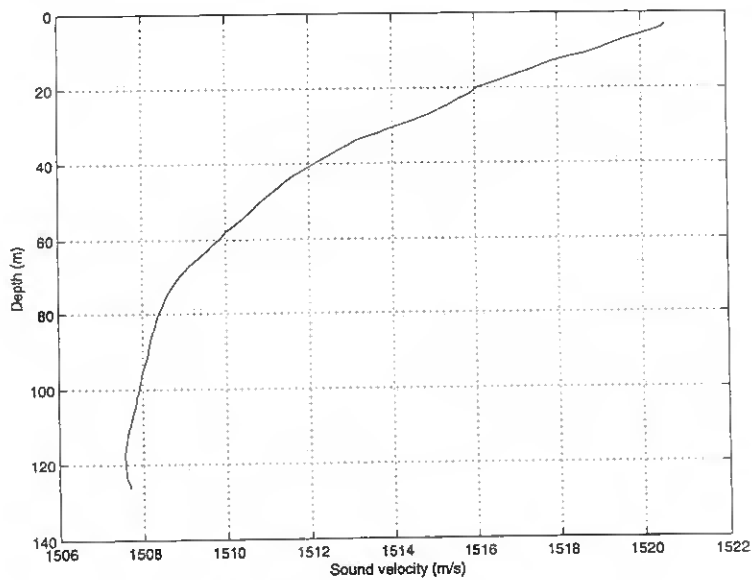


Fig. 5: Mean velocity profile from CTD-IH.

Table 1. Discretized values of the mean sound-speed profile.

Depth (m)	Sound Velocity (m/s)	Depth (m)	Sound Velocity (m/s)
3	1520.6	65	1509.4
5	1520.2	70	1508.9
10	1518.9	75	1508.6
15	1517.4	80	1508.4
20	1516.1	85	1508.2
25	1515.3	90	1508.1
30	1514.1	95	1508.0
35	1512.9	100	1507.9
40	1512.1	105	1507.8
45	1511.4	110	1507.7
50	1510.9	115	1507.6
55	1510.4	120	1507.6
60	1509.8	125	1507.7

A preliminary step in the analysis of current and temperature data consisted in calculating the dependence of Δ_m on η_m^0 for some of the HNMs (see Eq. (2.7)). Those calculations revealed that not every pair (Ψ_m, ϕ_m) is “allowed” to generate modal solitons. For $m > 1$, the characteristic soliton width Δ_m becomes complex, and this implies that the characteristics of the SWPs depend only on Ψ_1 and ϕ_1 .

To detect the propagation of SWPs across the experimental site (and on the basis of the previous result) one can take advantage of the correlation between EOFs and HNMs, and calculate the empirical “modal” amplitudes of hydrographic data for the first EOF. Those amplitudes were separated with a Butterworth filter into low-pass and high-pass components with the cutoff frequency chosen in order to obtain a “tidal” band (with periods longer than 4h) and a “buoyancy” band (with shorter periods). Due to the low sampling frequency ($\sim 1/10$ minutes) the estimation of vertical displacement from thermistor data did not resolve the structure of SWPs. Nevertheless, it was expected to “capture” some of the solitons within a packet—if present—in the high-pass component. This data processing did not provide any physical information about the direction and phase velocity of SWPs since the measurements were taken at a single location. The results of filtering are shown in Fig. 6. In all cases—and particularly in the bottom plots of temperature records—there are significant “peaks” (the position of the first three peaks is denoted with arrows), which are not distributed randomly, but appear to be repeated at each tidal cycle. Those peaks are located slightly behind the maxima of the corresponding tidal component, which is shown by the vertical dashed lines starting at each peak’s position and crossing the low-pass component of modal amplitude. The position of the second peak is “missing” in the high-pass modal amplitude of u , which might be due to the low temporal resolution of hydrographic data. However, its expected position is shown to enhance the general “alignment” between the

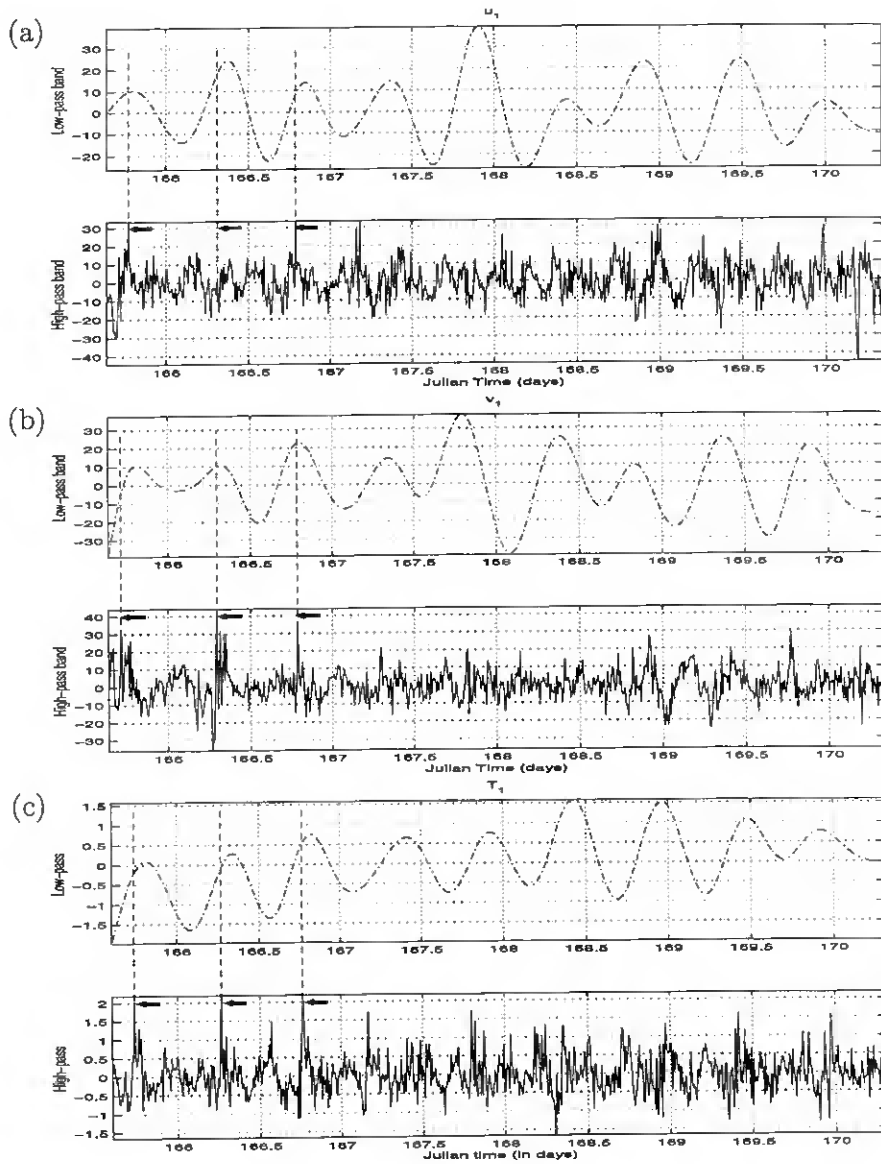


Fig. 6: Modal amplitudes of horizontal current components u (a), v (b) and temperature T (c); velocity is in cm/s and temperature in Celsius degrees. The second peak is missing in the modal amplitude of u but its expected position is shown to enhance the general comparison.

soliton peaks and the corresponding maxima of tidal components. Peaks in the current data reach amplitudes up to 40 cm/s, which is close to the corresponding maximal value reported by Apel *et al.*⁵.

4. Acoustic Simulations and Comparison with Real Data

Based on the analysis of temperature records the first step consisted of searching for acoustic perturbations of the received signal, temporally correlated with any of the peaks of the high-pass component of temperature. To accomplish this task, part of the acoustic transmissions from the north source position to the VLA was processed, during a time interval of $\Delta t = 3$ h around the third temperature peak (near 166.75 d, see Fig. 6, on bottom). The processing consisted in calculating the following quantity:

$$-20 \log_{10} |\hat{p}(f)|, \quad (4.1)$$

where $\hat{p}(f)$ corresponds to the monochromatic component at frequency f , of the Fourier transform of the received signal $p(t)$. The quantity defined by Eq. (4.1) will be called as “relative transmission loss” (hereafter RTL). The processed acoustic data revealed a sharp pattern of acoustic perturbations (near 166.765 d, see Fig. 7, on top). The pattern is complex but it reveals an increase in signal amplitude across a wide band of frequencies. As observed earlier, this can be seen as a sort of focusing effect. At a single frequency the perturbation pattern appears to be poorly resolved, due to the superposition of noise on each frequency component. Therefore, some averaging was applied to different RTL curves over a temporal window of 200 seconds. The curves were further smoothed in time with a low-pass filter. The RTL curve at 430 Hz (see Fig. 7, on bottom), shows the focusing effect more clearly. The overall amplitude excursion of the RTL corresponds approximately to 9 dB. Besides the propagation of soliton packets across the experimental site it seems unlikely to find other physical mechanisms that can account for the RTL perturbation described above. In particular, for the INTIMATE’96 environment, the propagation of the surface tide does not affect the depth of the thermocline. Therefore, the tide can not lead to significant interactions of the acoustic signal with the bottom.

Unfortunately, the temporal correlation between the temperature peak commented on previously and the acoustic data is not evident. This might be due to the significant difference between the sampling rates of temperature records, one sample every 10 minutes, and acoustic transmissions, with one emission every 8 seconds. To clarify this issue one can exploit the theoretical knowledge on soliton propagation and generate “soliton-like” fields of temperature and sound velocity, which can be used as input for an acoustic propagation model. The primary goal of the simulations is to obtain a qualitative agreement between the modeled and the measured dependences of RTL along time.

An important theoretical question of soliton propagation is the choice of initial conditions that define the starting shape $\eta_m(x, 0)$ and starting amplitude η_m^0 of the SWP. A complete

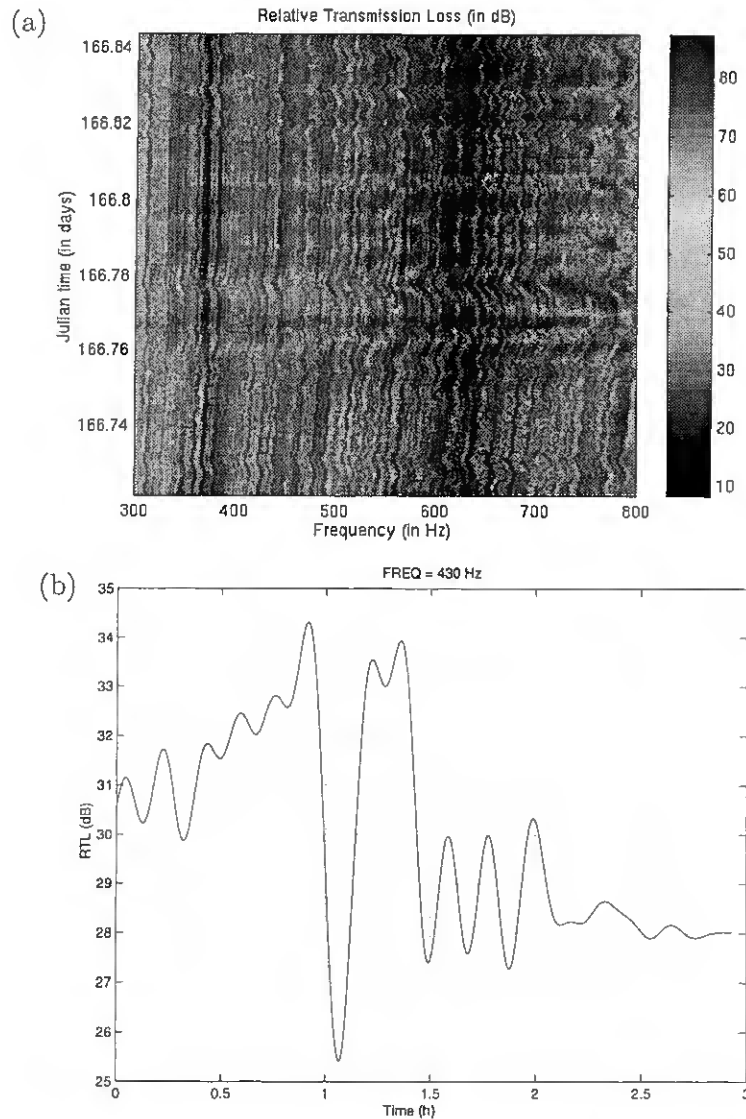


Fig. 7: Relative transmission loss over frequency (a) and averaged and smoothed relative transmission loss at 430 Hz (b).

discussion of this problem should handle the analysis of the forcing mechanisms of soliton generation, which is an issue beyond the scope of this paper. For this reason, and also because SWPs in our environment depend only on Ψ_1 and ϕ_1 , η_1^0 was estimated from direct measurements, through the analysis of isotherms from thermistor data. To accomplish this task the mean depth of each isotherm was calculated, and the corresponding isotherm oscillations along time were corrected to the mean depth. This gave a distribution of corrected

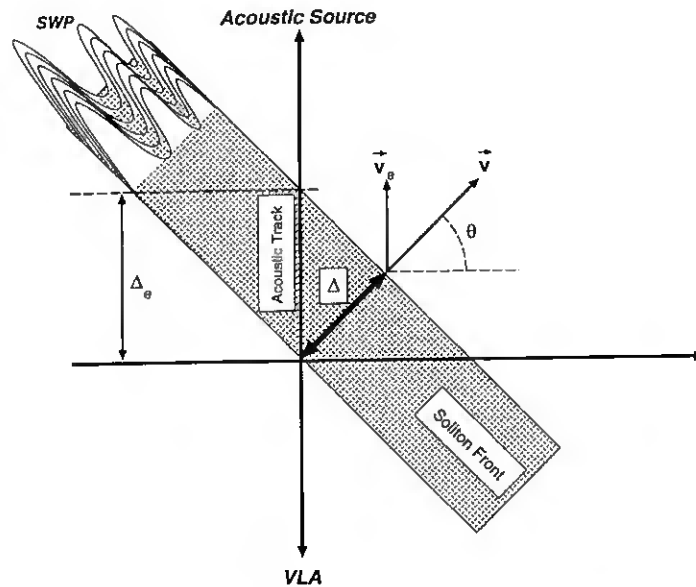


Fig. 8: Geometry of soliton propagation across the experimental site.

isotherms, from which the one that exhibited the narrowest peak of amplitude was selected. That one was considered to be representative of the initial soliton amplitude. That gave $\eta_1^0 \approx 25$ m. Furthermore, from Eqs. (2.2),(2.3),(2.4) and (2.7) one can predict that $C_1 = 44$ cm/s, $\alpha_1 = 0.012$ s⁻¹ and $\beta_1 = 300.4$ m³/s, while from Eq. (2.8) one predicts that $C_1 = 54$ cm/s. This value of soliton speed is close to the measured values discussed in Ref.5.

The “solitonized” fields of temperature are calculated from Eq. (2.11). Furthermore, each temperature profile is converted to sound-speed using the well-known Mackenzie’s formula. Those transformations reflect the fact that the propagation of the SWP across the acoustic waveguide leads to time-dependent —and range-dependent— perturbations of the sound-speed profiles. Those perturbations of sound-speed affect dynamically the acoustic signal, mainly due to the dependence of refraction and surface/bottom interactions, on time and range. The expected geometry of soliton propagation is shown in Fig. 8, where θ represents the direction of propagation. Since the thermistor chains were located slightly to the east of the VLA, and because the temperature perturbation occurs *before* the acoustic perturbation, one can assume that the SWP “starts” propagating south-east from the VLA. According to the previous figure the effective width of the soliton front is $\Delta_e = \Delta / \sin \theta$, where Δ is the width of the front along the direction of propagation¹. Moreover, the effective velocity of soliton propagation is $V_e = C_1 \sin \theta$. In this way, one starts calculating the transmission loss (hereafter TL) using the mean sound-speed profile, “displaces” the SWP a distance $V_e \Delta t$

¹Do not confuse this width with the characteristic soliton width Δ_m .

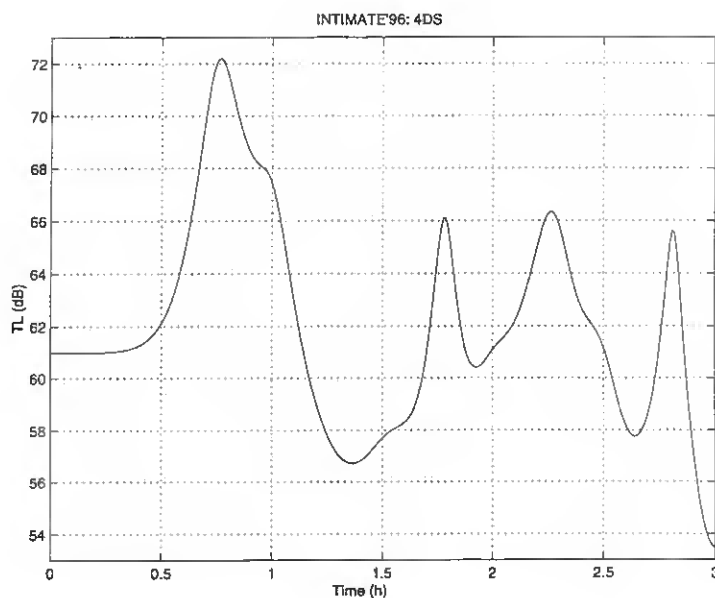


Fig. 9: Simulation result for a “dnoidal” SWP with 4 solitons.

(with $\Delta t = 2$ minutes) towards the north position of the acoustic source, and calculates the TL again. The displacement is repeated until the SWP covers a temporal window of 3 hours.

A preliminary set of simulations was performed with the acoustic model C-SNAP¹¹, by calculating the TL at $f = 430$ Hz, for a “sech” profile, and for a set of four “dnoidal” SWPs. Each “dnoidal” soliton packet contained an integer number of solitons, up to four. Those packets were calculated by modifying, through trial and error, the parameters S and τ . The angle of propagation was considered as $\theta = 15^\circ$, which corresponds to the estimated direction of propagation of the internal tide¹⁰. The shape of the “dnoidal” packets did not change over time, which is an assumption based on observations². The results showed a complex dependence of TL on time, where one can observe high levels of attenuation, but also levels of signal focussing. The result that resembles best the curve of RTL was obtained for the case of a “dnoidal” SWP with four solitons (see Fig. 9). The modeled dependence of TL on time exhibits the pattern of attenuation, focusing and attenuation again, as the SWP approaches and passes over the VLA. Further simulations with other values of θ , using both the “sech” and “dnoidal” soliton profiles, revealed an oscillating-like highly nonlinear dependence of TL on θ . These simulations gave further consistency to the soliton hypothesis, since the acoustic model predicted certain degrees of signal focusing at particular positions of the soliton packets. Nevertheless, none of the simulations reproduced a focusing effect in qualitative agreement with the one observed.

²For instance, the soliton packet described in Ref. 12, and observed at a few tens of miles from the INTIMATE'96 experimental site, propagated shoreward keeping a stable shape during almost 12 h.

5. Conclusions

On the basis of this analysis the following conclusions can be drawn: 1) nonlinear approximations to hydrodynamic equations for a rotationless environment admit the generation of “modal” solitons with characteristics that depend on HNMs; 2) the “sech” and “dnoidal” modal solutions of the KdV equation correspond to different dynamics of soliton propagation: the “sech” profile describes a single soliton, which propagates in time and space without changing its shape, while “dnoidal” profiles evolve both in time and space and for certain parameter choices can give a better description of SWPs; 3) current and temperature hydrodynamic fields depend linearly on vertical modal displacements, which can be obtained as solutions of the KdV equation; such solutions can be used to generate physically consistent fields of temperature and sound velocity; 4) separation of current and thermistor records of the INTIMATE’96 experiment into low-pass and high-pass components shows evidence of soliton groups propagating across the experimental site; 5) one of these groups is coincident with a strong perturbation of the acoustic signal which, when analysed in detail, reveals an increase of signal amplitude, i.e., an effect similar to signal focusing and 6) simulations of acoustic propagation through “soliton-like” fields of sound velocity show a similar effect of signal focusing and confirm the assumption that a SWP may be responsible for the observed acoustic perturbation.

Appendix

It can be shown⁵ that the dynamic fields of currents (u, v, w) can be expanded in terms of HNMs Ψ_m and $\phi_m = d\Psi_m/dz$ as follows:

$$(u, v) = \sum_m (u_m, v_m) \eta_m \phi_m, \text{ and } w = \sum_m w_m \Psi_m \frac{\partial \eta_m}{\partial t}, \quad (\text{A.1})$$

where η_m represents modal displacement, and (u_m, v_m, w_m) are coefficients of modal amplitude for the current components u, v and w . For η_m being calculated in meters, and t in seconds, w_m will be a dimensionless parameter while u_m and v_m will have dimensions m/s. By taking $k_T = 0$ and constant (c_v, ρ) Eq. (2.10) becomes:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (\text{A.2})$$

In the general case it is not clear which terms can be neglected and which ones can not. However, by neglecting coupling mechanisms and taking into account that an important feature of soliton propagation is the significant dynamics of the perturbation along the depth axis, one can neglect the second and third nonlinear terms, and rewrite Eq. (A.2) as follows:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (\text{A.3})$$

Now, recalling the general structure of expansions [Eqs. (A.1)] let us consider that

$$T(x, y, z, t) \approx T_0(z) + T', \text{ and } T' = \sum_m T_m \Psi_m \gamma_m. \quad (\text{A.4})$$

In the last expression γ_m is an unknown function, while T_m corresponds to a dimensionless coefficient of modal amplitude for temperature. Both γ_m and T_m should be chosen in order to ensure the consistency of Eq. (A.3). Using Eqs. (A.4) it can be obtained that:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \sum_m T_m \Psi_m \frac{\partial \gamma_m}{\partial t}. \quad (\text{A.5})$$

Furthermore, neglecting again coupling mechanisms between modes, and through further linearization, the second term in Eq. (A.3) can be approximated as:

$$w \frac{\partial T}{\partial z} \approx \frac{dT_0}{dz} \sum_m w_m \Psi_m \frac{\partial \eta_m}{\partial t}. \quad (\text{A.6})$$

Substituting Eq. (A.5) and Eq. (A.6) into Eq. (A.3) it follows automatically that

$$T_m = -w_m \text{ and } \gamma_m = \eta_m \frac{dT_0}{dz}.$$

The minus sign indicates that the time oscillations of w and T have a phase difference of π radians. The last pair of equations lead to Eq. (2.11).

References

- [1] Zhou J., Zhang X., and Rogers P. Resonant interaction of sound wave with internal solitons in the coastal zone. *J. Acoust. Soc. America*, 90(4):2042–2054, October 1991.
- [2] Caille G.W. et al. Overview of the joint chine-u.s. yellow sea-96 experiment. In Zhang R. and Zhou J., editor, *Shallow-Water Acoustics*, pp. 17–22, Beijing-China, April 1997. China Ocean Press. proceedings of the SWAC'97 Conference.
- [3] Démoulin X., Stéphan Y., Jesus S., Coelho E., and Porter M. "Intimate'96: A shallow water tomography experiment devoted to the study of internal tides". In *Proceedings of SWAC'97*, pp. 485–490, Beijing, April 1997. China Ocean Press. Edited by Zhang R. and Zhou J.
- [4] Ostrovsky L.A. Nonlinear internal waves in a rotating ocean. *Oceanology*, Vol. 18 No.2, pp. 119–125, 1978.
- [5] Apel J.R. et al. An overview of the 1995 swarm shallow-water internal wave acoustic scattering experiment. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 22(3):465–500, July 1997.

- [6] Gabov S. A. *Introduction to the theory of nonlinear waves*. Ed. by the Moscow State University, Moscow, 1988. (in russian).
- [7] Apel J., Orr. M., Finette S., and Lynch J. A new model for internal solitons and tides on the continental shelf. In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics*, pp. 219–225, Beijing, April 1997. China Ocean Press. Proceedings of the SWAC'97 Conference.
- [8] Apel J. et al. The new jersey shelf shallow water acoustic random medium propagation experiment (swarm). In Zhang R. and Zhou J., editors, *Shallow-Water Acoustics*, pp. 213–218, Beijing, April 1997. China Ocean Press. Proceedings of the SWAC'97 Conference.
- [9] LeBlond P.H. and Mysak L.A. *Waves in the Ocean*. Elsevier Scientific Publishing Company, New York, 1989.
- [10] Rodríguez O.C., Jesus S., Stephan Y., Démoulin X., Porter M., and Coelho E. Internal tide acoustic tomography: Reliability of the normal modes expansion as a possible basis for solving the inverse problem. In Alippi A. and Cannelli G.B., editors, *Proc. of the 4th. European Conference on Underwater Acoustics*, pp. 587–592, Rome, Italy, 21-25 September 1998.
- [11] Ferla C.M., Porter M.B., and Jensen F.B. *C-SNAP: Coupled SACLANTCEN normal mode propagation loss model*. SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE (SM-274), La Spezia, Italy, 1993.
- [12] D.R.G. Jeans, and Sherwin T.J. *Solitary internal waves on the Iberian shelf*. MORENA scientific and technical report no.44, University of Wales, UK, 1996.

DYNAMICS OF ACOUSTIC PROPAGATION THROUGH A
SOLITON WAVE PACKET: OBSERVATIONS FROM THE
INTIMATE'96 EXPERIMENT

O.C. RODRÍGUEZ AND S.M. JESUS

*UCEH-Universidade do Algarve
Campus de Gambelas,
Faro, Portugal*

Y. STEPHAN AND X. DEMOULIN

*Service Hydrographique et Océanographique
de la Marine
Brest, France*

M.B. PORTER

*Science Applications International Corp.
San Diego, USA*

AND

E.F. COELHO

*Instituto Hidrográfico
Lisbon, Portugal*

Abstract.

Experimental observations of acoustic propagation through a Soliton Wave Packet (SWP) show an abnormally large attenuation over some frequencies, that was found to be significantly time-dependent and anisotropic. Nevertheless, by considering the problem of signal attenuation, the approach used in most of the studies can be considered as "static" since no additional effects were taken into account as a SWP evolves in range and time. Hydrographic and acoustic data from the INTIMATE'96 experiment clearly exhibit traces of the presence of soliton packets, but in contrast with known observations of attenuation, its frequency response also reveals a sudden increase of signal amplitude, which may be due to a focusing effect. This signal increase coincides with a significant peak found in current and temperature records. However, the correlation of both acoustic and hydrographic features is difficult to support due to the different time scales

*A. Caiti et al. (eds.), Experimental Acoustic Inversion Methods for
Exploration of the Shallow Water Environment, 1-18.
©2000 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.*

between the rate of hydrographic data sampling and the rate of signal transmissions. To study the possibility that a SWP could be responsible for the observed signal increase, the INTIMATE'96 hydrographic data was used to generate physically consistent distributions of "soliton-like" fields of temperature and sound velocity, which were used as input for a range-dependent normal-mode model; it was found that for a particular soliton field, the set of "dynamic" (i.e., range-dependent and time-dependent) acoustic simulations reveals an acoustic signature similar to that observed in the data. These results contribute to a better understanding of underwater propagation in shallow-water coastal environments and therefore provide a potential basis for range-dependent temperature and sound-speed inversions.

1. Introduction

It is known that naturally generated solitons can often be observed in coastal zones, as a result of nonlinear interaction of the surface tide with the continental shelf; the generation mechanism remains however poorly understood. The significant circulation of organic surfactants caused by SWPs induces small displacements of the ocean level and leads to a modulation of the sea-surface roughness which can be clearly detected by satellite SAR images. Such surface signatures provide a detailed information about the propagation characteristics of SWPs (Small *et al.*, 1995). Soliton packets have been observed by satellite almost everywhere in coastal zones and in particular near Portugal. Observations of propagating solitons include also a considerable amount of current and temperature measurements. For instance during the summer of 1994 current and temperature data taken near Porto (Sherwin *et al.*, 1996) allowed for the observation of a wave packet, composed of three solitons, which could be tracked during their propagation towards the shore. The waves were characterized by sudden isotherm depressions of up to 45 m lasting 10–35 minutes, accompanied by current surges of up to 0.45 m/s and shears of up to 0.7 m/s (over 60 m). These SWPs propagated away from the shelf break towards the shore with an average speed of 0.56 m/s and appeared each tidal cycle, which confirms the important role of tides as a significant source for the generation of SWPs.

The problem of acoustic propagation through SWPs has been intensively studied in recent years, essentially To explain the anomalous frequency response of shallow-water propagating signals, which were found to be strongly time dependent, anisotropic and sometimes exhibiting an abnormally large attenuation over some frequency range (Zhou *et al.*, 1991), (Caille *et al.*, 1997). Most of the known reports noted the problem of signal attenuation, without regard to additional effects as a soliton packet evolves in time and range. Hydrographic and acoustic data from the INTIMATE'96 experiment clearly exhibit traces of soliton presence. However, in contrast

with referenced observations of attenuation, the frequency response reveals also a “soliton-like” acoustic signature which corresponds to an increase of signal amplitude. Such an acoustic feature can be due to a focusing effect. To study the possibility that the signal increase could be caused by the presence of a SWP in the acoustic waveguide the hydrographic data was used to generate physically consistent distributions of “soliton-like” fields of temperature and sound velocity, which were used as input for a range-dependent acoustic propagation model. As will be shown in the following sections the results of acoustic “dynamic” (i.e., range-dependent and time-dependent) simulations strongly support the assumption that a particular SWP was responsible for the observed soliton-like acoustic signature.

2. Theoretical Background

2.1. THE KORTEWEG-DE VRIES “MODAL” EQUATION

The starting point for the analysis of soliton propagation in a rotationless environment with complex stratification is the so-called *Korteweg-de Vries* equation (hereafter simply KdV) for modal vertical displacement η_m (Ostrovsky, 1978), (Apel *et al.*, 1997):

$$\frac{\partial \eta_m}{\partial t} + C_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \alpha_m \eta_m \frac{\partial \eta_m}{\partial x} + \beta_m \frac{\partial^3 \eta_m}{\partial x^3} = 0 \quad (1)$$

where x corresponds to the axis of propagation, t represents the time coordinate, C_m corresponds to the modal phase speed of linear waves in a non-rotating fluid, α_m and β_m are coefficients of non-linearity which depend on Hydrostatic Normal Modes (hereafter HNMs) Ψ_m and $\phi_m = d\Psi_m/dz$ as follows:

$$\alpha_m = \frac{3 \langle \phi_m^3 \rangle}{2 \langle \phi_m^2 \rangle} C_m, \quad \beta_m = \frac{1 \langle \Psi_m^2 \rangle}{2 \langle \phi_m^2 \rangle} C_m \quad (2)$$

The eigenfunctions Ψ_m can be calculated by solving a standard Sturm-Liouville problem:

$$\frac{d^2 \Psi_m}{dz^2} + \frac{N^2}{C_m^2} \Psi_m = 0, \quad \Psi_m(0) = \Psi_m(D) = 0, \quad (3)$$

where $N^2(z)$ represents the buoyancy frequency and D is the water depth. The complete derivation of Eq. (1) can be found in (Ostrovsky, 1978).

In contrast with the corresponding equation for a homogeneous fluid (Gabov, 1988), which admits a single soliton generation, it follows from Eq. (1) that by combining both nonlinear and stratification effects it is possible to obtain an entire set of “modal” solitons with characteristics that depend on HNMs. Whether or not this explains the observations of propagating SWPs depends on the properties of the HNMs.

2.2. THE “SECH” SOLUTION

It is well known that the KdV equation admits a “sech” solution of the following form (Apel *et al.*, 1997):

$$\eta_m = \eta_m^0 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{x - \mathcal{V}_m t}{\Delta_m} \right) \quad (4)$$

where η_m^0 represents the peak amplitude of the modal soliton, which has a nonlinear characteristic width

$$\Delta_m = \sqrt{\frac{12\beta_m}{\alpha_m \eta_m^0}}, \quad (5)$$

and propagates with a nonlinear phase speed given by

$$\mathcal{V}_m = C_m + \frac{\alpha_m \eta_m^0}{3}. \quad (6)$$

As seen from the above equations Δ_m is inversely proportional to the amplitude of the modal soliton, whereas \mathcal{V}_m is linearly proportional to η_m^0 . The implication is that the larger η_m^0 , the faster the soliton propagates and the narrower or steeper the soliton is. The solution given by Eq. (4) describes a *single* nonlinear perturbation, which propagates in both time and range without deforming its shape. In this way a single modal “sech” solution does not agree with observations, which show the propagation of SWPs exhibiting dispersive properties and made up of different “components”. However, a reasonable explanation for this is that each component of the SWP corresponds to a particular “sech” profile and dispersion is a direct consequence of the different phase speeds of packet components.

2.3. THE “DNODAL” SOLUTION

Another solution to the KdV equation is (Apel *et al.*, 1997):

$$\eta_m = \eta_m^0 \left[2 \operatorname{dn}_{(m,s)}^2 \left(\frac{x - \mathcal{V}_m t}{\Delta_m} \right) - (1 - s^2) \right] \quad (7)$$

where the index s is a complex function of the normalized variable $\tau = x/C_m t$ and $\operatorname{dn}_s(\varphi)$ is the “dnoidal” Jacobi elliptic function. Shapes of the “dnoidal” solution agree well with backscattered profiles measured from SAR images (Apel *et al.*, 1997). As $s \rightarrow 1$ the above expression becomes the “sech” profile. The dynamics of a “dnoidal” soliton are completely different from the one of the “sech” profile. The Eq. (7) describes not a single but an entire SWP which evolves in time and range. The number of solitons

within the packet depends on s and τ . This implies that one can derive entire sets of “dnoidal” soliton packets from a single HNM.

For certain parameter choices the “dnoidal” profile resembles better the observations of SWPs. However, this leads to some ambiguity because if a single “dnoidal” solution resembles an entire packet it is not clear *which* of the modal solutions has to be considered, and there is also the possibility that the packet is made up of several “dnoidal” components. This matter is clearly related with the discussion of packet propagation in terms of “sech” components and will be recalled during the discussion of thermistor data.

2.4. CURRENT PERTURBATIONS

It can be shown within the theoretical context of soliton propagation that the non-linear fields of horizontal currents $\vec{U}_h = (u, v)$ can be expanded in terms of HNMs ϕ_m as follows (Ostrovsky, 1978):

$$\vec{U}_h = D \sum_m \vec{U}_m \phi_m \quad (8)$$

where $\vec{U}_m = (u_m, v_m) \sim \eta_m$ and D represents the water depth.

2.5. TEMPERATURE PERTURBATIONS

From the analysis of the coupled nonlinear and rotationless form of Hydrodynamic Equations it follows that modal amplitudes of horizontal current components depend linearly on modal vertical displacement $(u_m, v_m) \sim \eta_m$. Nevertheless, from a tomographic point of view, the system of Hydrodynamic Equations does not provide a physical basis for expanding the sound speed field. To address the tomographic issue let us recall the thermodynamic equation (LeBlond *et al.*, 1989)

$$\frac{D}{Dt} (\rho C_v T) = \nabla (k_T \nabla T) + Q_T \quad (9)$$

where C_v denotes the specific heat at constant volume, k_T is the thermal conductivity and Q_T represents all sources and sinks of heat. Linearizing and solving this differential equation (Rodríguez *et al.*, 1998) one can obtain that:

$$T \approx T_0(z) + \frac{dT_0}{dz} \sum_m T_m \Psi_m, \quad (10)$$

where $T_m \sim \eta_m$. The approximation becomes linear when $dT_0/dz \approx$ constant.

3. Hydrographic and Acoustic Data

The INTIMATE'96 experiment, performed during the summer 1996, north of Lisbon (see Fig. 1), was the first experiment on underwater acoustics to be performed in Portuguese waters. The experiment was conceived with the main goal of applying the methods of ocean acoustic tomography to the detection and inversion of the internal tide. The area of the experimental site was chosen because of the potential presence of internal tides and internal waves. Some characteristics of the experimental site were known from previous surveys performed by the Instituto Hidrográfico.

The general strategy of the INTIMATE'96 experiment was the following (see Fig. 2): the French vessel BO'DENTRECASTEAUX carried the acoustic source which emitted a 2 second-long LFM chirp with a bandwidth of 500 Hz between 300 and 800 Hz, repeated every 8 seconds. The signal was received on a vertical linear array (hereafter VLA) with four hydrophones, and then transmitted by radio to the Portuguese vessel NRP ANDROMEDA, for online monitoring and backup.

Signal transmissions were performed from North and West positions (see Fig. 3), along range-independent and range-dependent acoustic tracks, respectively, with corresponding distances of 5.6 and 6.4 km. During the experiment an intensive survey of thermistor, CTD, XBT and ADCP data near the VLA was conducted. This allowed for the calculations of empirical orthogonal functions (hereafter EOFs) of currents and temperature, and also for the calculations of HNMs (see Fig. 4). It should be noted that the analysis of ADCP and thermistor data could be used only to retrieve detailed information of the environmental dynamics at that location. An important result of the analysis of hydrographic data is that a high degree of correlation was found between EOFs and HNMs, up to mode 3 (Rodríguez *et al.*, 1998). This is very significant since it indicates that every HNM is equivalent to the corresponding EOF. Furthermore, the quantity and resolution of EOFs depends on the number and resolution of measured profiles, while HNMs can be obtained from a coarse estimate of mean temperature and still provide a detailed description of the environmental dynamics. Once the HNMs were determined, the relationship of Eq. (5) was used to calculate the characteristic soliton width Δ_m as a function of peak amplitude η_m^0 (see Fig. 5). An important result of these calculations is that Δ_m is complex except for HNMs 1, 5, 11, 15 and 19. This simplifies significantly the analysis of propagating SWPs since together with the degree of correlation between HNMs and EOFs mentioned previously, the ambiguity related to the structure of soliton packets is eliminated: only the first modal solution of the KdV equation will be responsible for the generation of SWPs. Whether the packet corresponds to a "sech" profile or a "dnoidal" profile

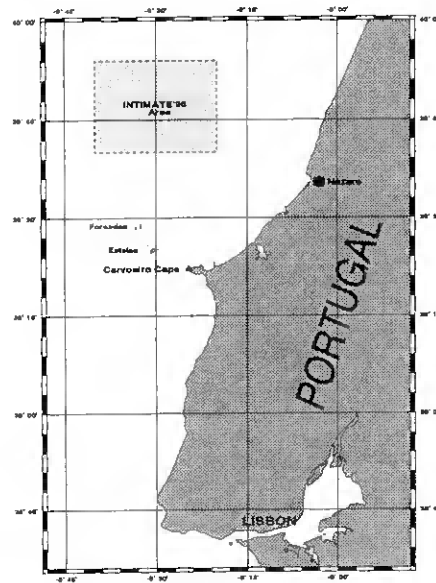


Figure 1. The INTIMATE'96 experimental site.



*Real Data Acquisition Scenario
INTIMATE'96, JUN 1996 - NW Nazaré site*

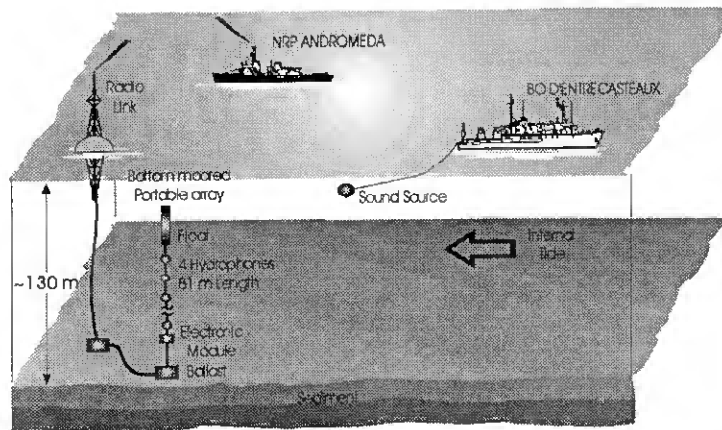


Figure 2. General strategy of the INTIMATE'96 experiment.

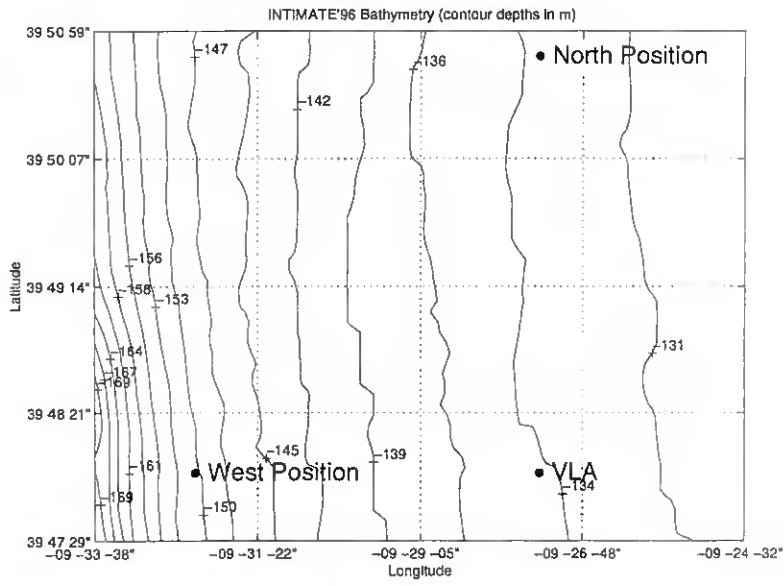


Figure 3. General bathymetry of the INTIMATE'96 experiment.

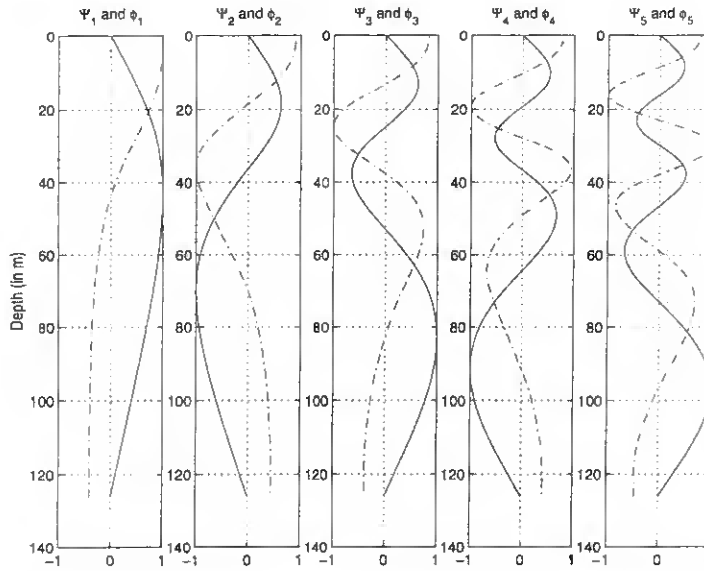


Figure 4. Normalized Hydrodynamic Normal Modes Ψ_m (continuous line) and their derivatives ϕ_m (dot-dash line) calculated from CTD data near the VLA.

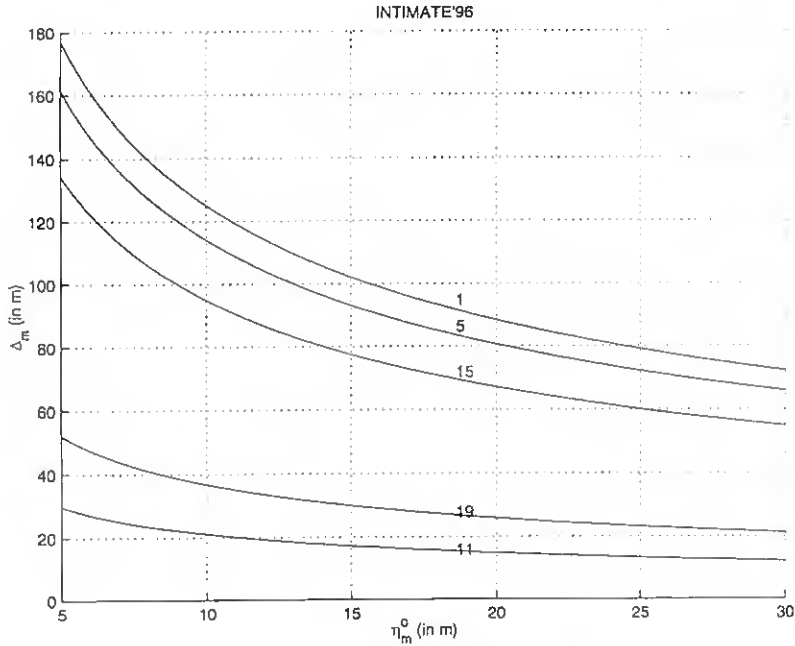


Figure 5. Characteristic modal soliton width Δ_m as a function of their peak amplitude η_m^0 , with numbers indicated the corresponding indexes of the Hydrodynamic Normal Mode.

depends on the particular conditions of soliton generation, which is beyond the scope of this study.

Following the same type of analysis presented in (Apel *et al.*, 1997), and taking advantage of the correlation between EOFs and HNMs, the empirical “modal” amplitudes of hydrographic data were filtered into low-pass and high-pass frequency components; the cutoff frequency for separation was chosen to obtain a “tidal” band which will cover all the processes with periods longer than 4 h (and in particular should enhance the tidal component with a period of 12.42 h) and a “buoyancy” band, with shorter periods. Due to the low sampling frequency ($\sim 1/10$ minutes) the estimation of vertical displacement from thermistor data did not resolve the structure of soliton packets. Nevertheless it was expected to “capture” some of the solitons within a packet —if present— in the high-pass frequency component; they could be recognized as being part of a SWP due to the correlation of such peaks with the maxima of the low-pass frequency component. However, the processing of data did not provide any physical information about the direction and phase velocity of SWPs due to the lack of information at other locations.

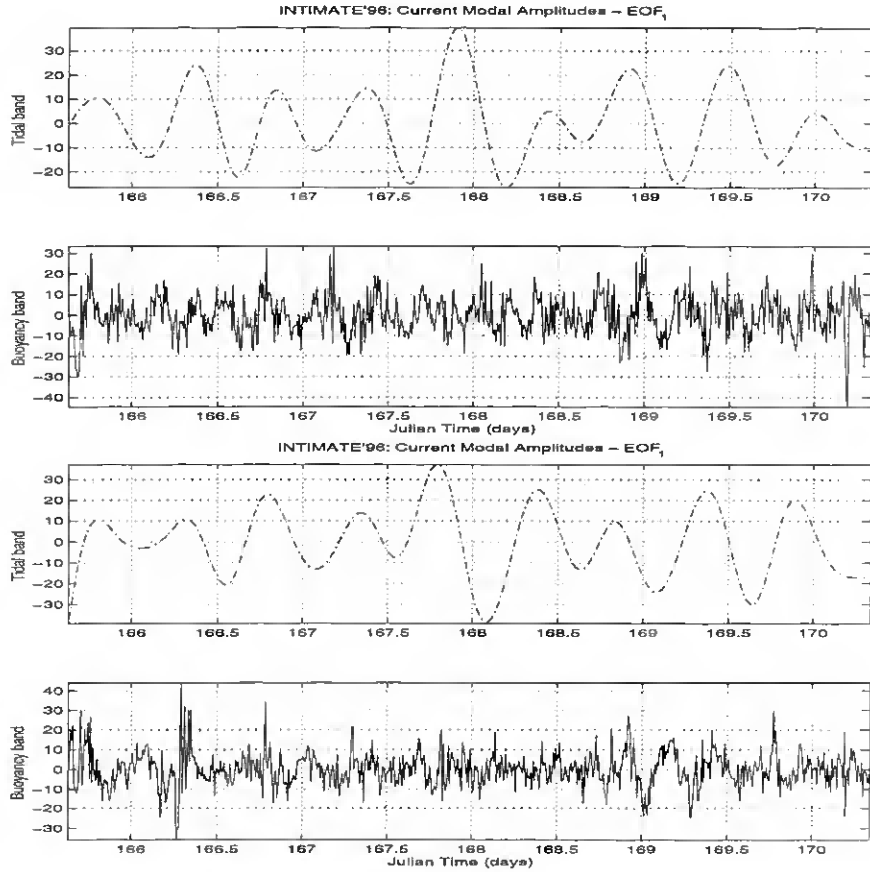


Figure 6. Filtered modal amplitudes of horizontal current components u (top) and v (bottom); units are given in cm/s.

The results of filtering are shown in Figs.6 and 7. There are two common features that can be seen in both figures: the first is the tidal oscillation of the low-frequency components, which is related to the process of propagation of the internal tide; the second is the presence of significant “peaks” in all high-frequency components. For the case of currents (see Fig. 6) peaks reach amplitudes up to 40 cm/s, which agrees with observations from (Apel *et al.*, 1997) and (Sherwin *et al.*, 1996). The distribution of peaks is not arbitrary. By looking at their positions (see for instance Fig. 7) it becomes clear that peaks are “aligned” with the maxima of the low-frequency component, indicating propagation of tidal solitons. Peaks are located slightly behind the maxima. A reasonable explanation for this is that the phase speeds of the internal tide and SWPs are different, leading to a difference in travel times as the internal tide and the SWPs propagate away from the shelf break towards the shore.

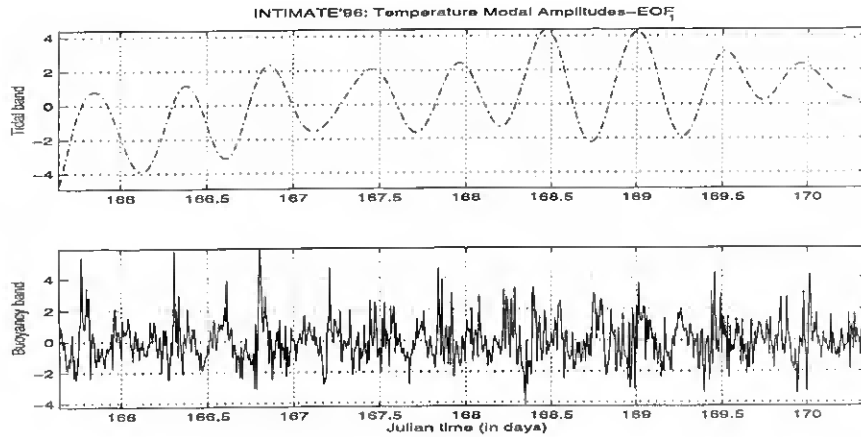


Figure 7. Filtered modal amplitude of temperature; units are given in degrees Celsius.

4. Acoustic Data and Simulations

From an acoustic point of view the third peak found in the high-pass filtered thermistor data of Fig. 7 was of particular interest, since part of the acoustic transmissions from the North position to the VLA, separated by a distance of 5.6 km, covered a temporal window of 3 hours around that peak. The corresponding calculation of relative transmission loss (see Fig. 8), with source and receiver depths of 90 and 115 m, respectively, revealed two bright symmetric “stripes” for which TL increases with frequency. This is an effect compatible with that expected from acoustic propagation through a SWP. However, the most interesting feature is a “soliton-like” signature between the “stripes”. It corresponds to an increase of signal amplitude lasting over 15 minutes and can be due to a sort of focusing effect. This particular behaviour of TL with time is not described in any of the consulted referencies. The increase in signal is significantly enhanced in the curve of TL at 430 Hz (see Fig. 9) and shows also that after the second stripe the transmission loss appears to be shifted irreversibly to a level around 28 dB, versus the initial level of approximately 31 dB.

The soliton hypothesis seems the most reasonable one to explain the observed perturbations of TL essentially due to the temporal correlation between the peak discussed in the beginning of this section and the presence of the acoustic perturbation in TL. Other phenomena (like the passage of a wave front driven by the tide) seem less likely mainly because there is no experimental evidence of their presence (in contrast with the presence of solitons in the current and the temperature data) and therefore they do not seem to be concurrent with the propagation of SWPs. Unfortunately the temporal correlation between the considered peak in the thermistor data and the “soliton-like” signature of acoustic data is difficult to support due

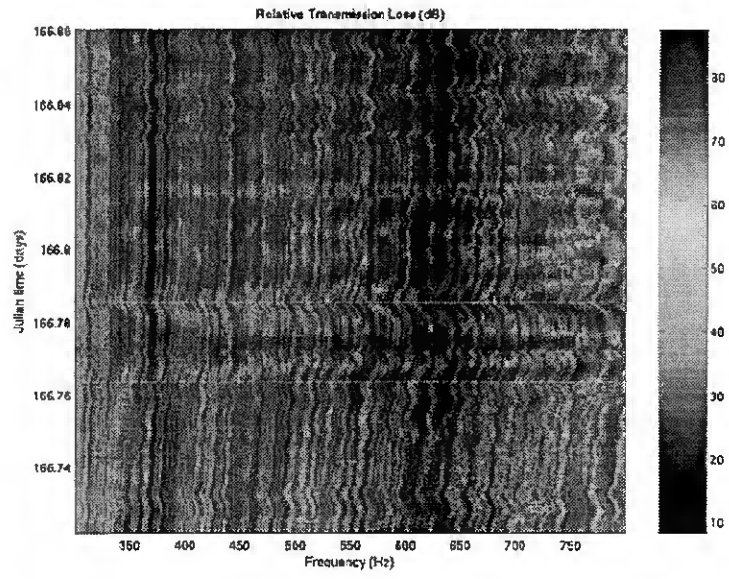


Figure 8. Relative transmission loss in dB with frequency, with dashed lines indicating the temporal interval where the signal perturbation occurs.

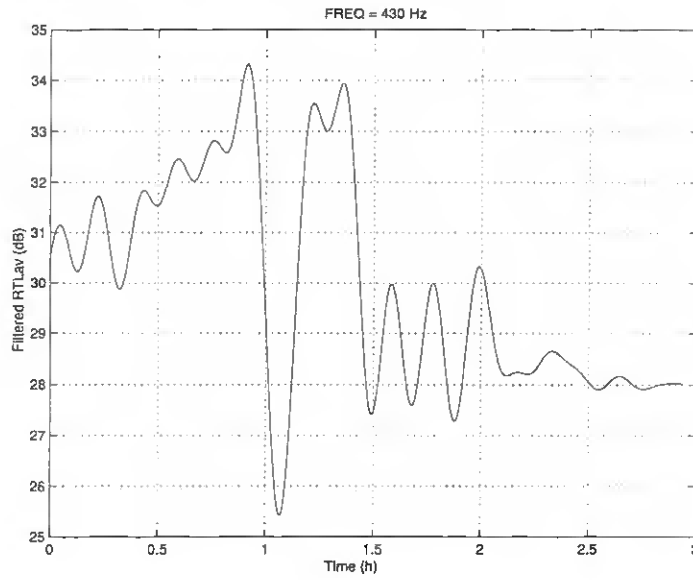


Figure 9. Averaged and smoothed transmission loss at 430 Hz.

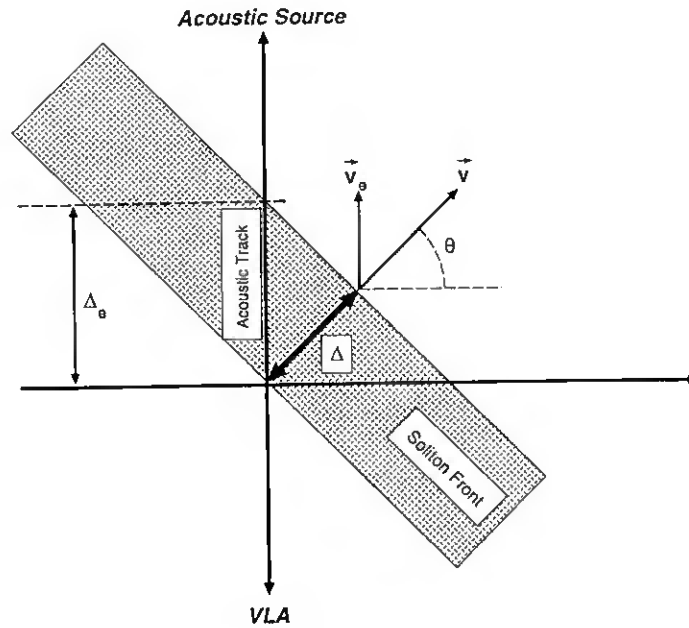


Figure 10. Considered geometry of SWP propagation.

to the significant differences between the sampling rate of hydrographic data (1 sample every 10 minutes) and the rate of acoustic transmissions (1 transmission every 8 seconds). To clarify this issue we exploited the theoretical knowledge of soliton propagation to generate “soliton-like” fields of temperature and sound velocity and used them as input for the acoustic model C-SNAP (Ferla *et al.*, 1993). From a previous estimation of internal tide propagation (Rodríguez *et al.*, 1998) the angle of propagation of SWP was estimated as $\theta \approx 15^\circ$ (see Fig. 10). The solutions Eqs. (4) and (7) were used to derive a single “sech” profile and several “dnoidal” profiles, with the number of solitons within each packet being controlled by s and τ .

Acoustic simulations were performed with C-SNAP at 430 Hz and for several realization of such fields, as if SWPs were propagating from the VLA to the North Position. For each soliton profile one finds a complex dependence of TL on the particular characteristics and position of the SWP. The best result of simulations was obtained for a “dnoidal” packet with four solitons (see Fig. 11). The simulated TL reproduces the behaviour of attenuation, signal increase and attenuation again, and also shows an irreversible shift from around 61 dB to a level around 54 dB. However the pattern is not symmetric around the attenuation maxima and the signal increase lasts twice as long as in the experimental data. Calculations of TL

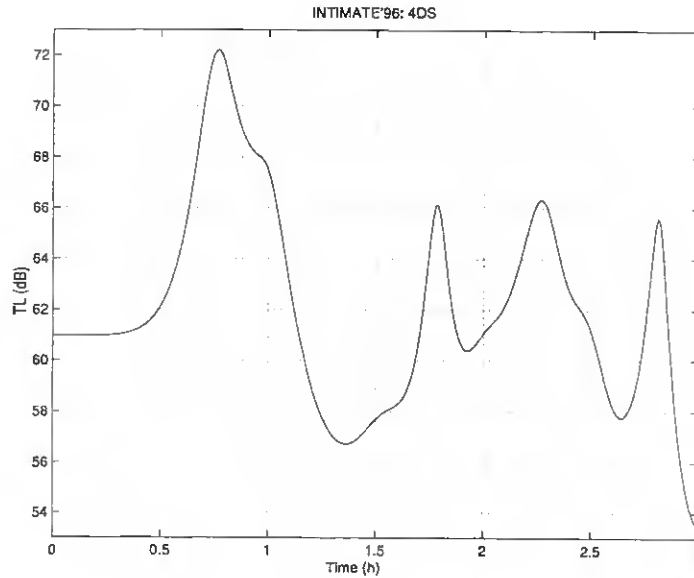


Figure 11. Simulated transmission loss at 430 Hz.

at additional frequencies (see Fig. 12) reveal the effect of signal increase if the constraint of keeping only 10 propagating modes is applied. Again in simulations the effect of signal increase is broader than that observed, and it holds only for some frequencies. It should be noted that according to the simulations the complex distribution of TL presented in Fig. 11 is the result of propagation of the acoustic signal through a part of the “dnoidal” SWP as it starts to pass over the VLA. Furthermore, progressive propagation of the soliton packet will lead to an irreversible shift in TL but it will not be followed by a perturbation pattern like the one shown in Fig. 9 exhibiting signal attenuation, signal focusing and attenuation again.

The simulations described above concerned propagation from the point of view of normal modes. However, it was also important to obtain some support with the help of ray tracing. To accomplish this task a preliminary range-independent ray tracing for a narrow beam of rays was performed (see Fig. 13), using the sound speed profile of the INTIMATE'96 experiment and assuming a geometry of propagation like the one described in the discussion of acoustic transmissions. The main goal of these simulations was to determine if the refraction of rays due to their propagation through the SWP can be consistent with the simulation results. To simplify this task the ray-tracing was performed by calculating only a part of all the

This is twice more than the number of propagating modes considered in (Zhou *et al.*, 1991).

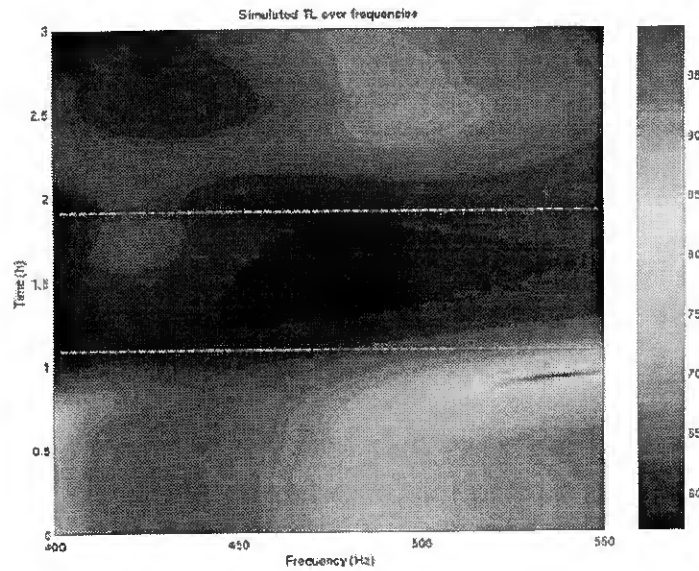


Figure 12. Dynamic simulations over frequency, with dashed lines indicating the temporal interval where the focusing occurs.

possible rays and within a small aperture of the acoustic source. From the figure it can be seen that the beam width increases monotonically with range. Two cases of range-dependent ray-tracing were considered: the first for the position of the “dnoidal” SWP where signal attenuation was found (see Fig. 14, on top), and the second, where the SWP leads to signal increase (see Fig. 14, on bottom). From the ray-tracing it can be seen that the SWP leads to additional refraction of rays at the end of the ray beam. However, the refraction acts in different ways depending on the position of the SWP: when compared with the range-independent case, the beam becomes wider in the first case and narrower (or “focussed”) in the second. This indicates that one can expect a decrease of signal amplitude followed by an increase as the SWP propagates towards the source. These ray tracing simulations agree qualitatively with the results that were obtained with C-SNAP.

The quantitative differences between real data and simulations indicate that the soliton profile which provided the best results does not give the closest estimate to the real soliton perturbation. However, the qualitative agreement achieved confirms the assumption of propagating SWPs providing the appropriate conditions for the observation of the signal increase.

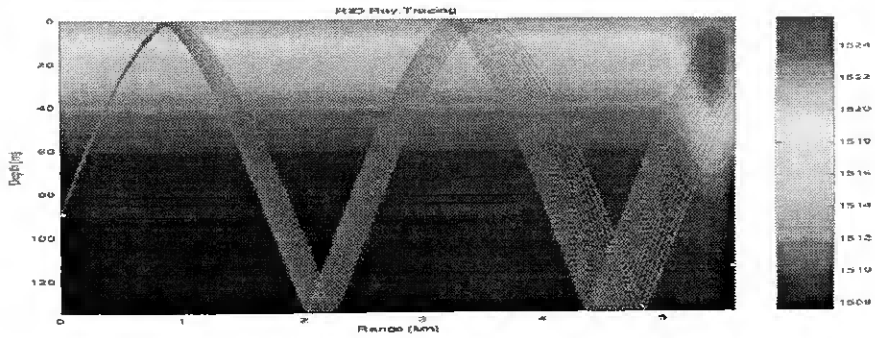


Figure 13. Range-independent ray-tracing; for the sake of simplicity only a part of all the possible rays is plotted. Part of the “dnoidal” SWP is plotted for comparison with the range-dependent cases (see below). The hydrophone is considered to be near 30 m depth.

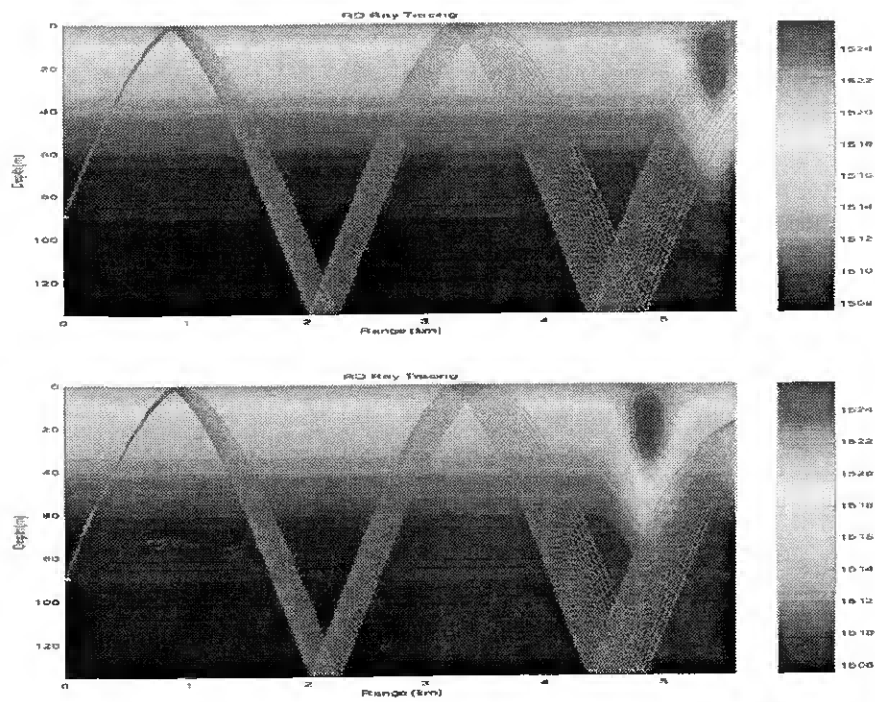


Figure 14. Range-dependent ray-tracing showing beam spreading (on top) and focusing (on bottom).

5. Conclusions

On the basis of this analysis the following conclusions can be drawn: from the nonlinear rotationless form of the hydrodynamic equations it can be shown that a stratified environment admits the generation of "modal" solitons, with characteristics that depend on Hydrodynamic Normal Modes (HNMs). The "sech" solution of the KdV equation describes a single modal nonlinear perturbation, which propagates in range and time without changing its shape, while the "dnoidal" modal solution of the same equation describes a dynamically evolving SWP, where the number of solitons inside the packet varies in range and time. Further analysis of the nonlinear rotationless form of Hydrodynamic Equations indicates that modal amplitudes of current and temperature will be proportional to modal vertical displacement, i.e., will exhibit a similar "soliton-like" shape; this can be exploited to generate physically consistent "soliton-like" distributions of temperature and sound velocity. The filtering of modal amplitudes of current and thermometer records from the INTIMATE'96 experiment into low-pass and high-pass frequency components reveals possible propagation of SWPs across the experimental site; one of the SWPs is coincident with an increase of signal amplitude, which can be due to a focusing effect. The set of acoustic range-dependent and time-dependent simulations through "soliton-like" fields of sound velocity agree with observations when a particular "dnoidal" profile is considered; the results of normal-mode calculations are qualitatively supported with range-dependent ray tracing tests for the positions of the SWP where the normal mode results indicate successive signal attenuation and signal increase.

References

- Small, J., Hallock, Z., Pavey, G. and Scott, J. (1995), Observations of large amplitude internal waves at the Malin Shelf edge during SESAME 1995, *Continental Shelf Research*
- Jeans, D.R.G. and Sherwin, T.J. (1996) Solitary Internal Waves on the Iberian Shelf. *MORENA Scientific and Technical Report No.44* Project MAST II MAS2-CT93-0065
- Zhou, J., Zhang, X. and Rogers, P. (1991) Resonant interaction of sound wave with internal solitons in the coastal zone, *J. Acoust. Soc. America* Vol. **90** no. 4, pp. 2042-2054
- Caille, G.W., Dahl, P.H., Gan, Z., Jin, G., Lei, L., Rogers, P.H., Spindel, R.C., Sun, Z. Zhang, R. and Zhou, J. (1997) Overview of the Joint Chine-U.S. Yellow Sea-96 Experiment, *Proceedings of the SWAC'97 Conference in Beijing* pp. 17-22
- Apel J.R.(1987), *Principles of Ocean Physics*
- Ostrovsky, L.A. (1978) Nonlinear Internal Waves in a rotating ocean, *Oceanology* Vol. **18** no. 2, pp. 119-125
- Apel, J.R., Badiéy, M., Chiu, C., Finette, S. , Headrick, R., Kemp, J., Lynch, J.F., Newhall, A., Orr, H., Pasewark, B.H., Tielburger, D., Turgut, A., Heydt, K. and Wolf, S. (1997) An Overview of the 1995 SWARM Shallow-Water Internal Wave Acoustic Scattering Experiment, *IEEE Journal of Oceanic Engineering* Vol. **22** no. 3, pp. 465-500
- Gabov S.A. (1988) *Introduction to the theory of nonlinear waves (in russian)*
- Apel, J., Orr, M., Finette, S. and Lynch, J. (1997) A new model for internal solitons and tides on the continental shelf, *Proceedings of the SWAC'97 Conference in Beijing* pp. 219-225
- LeBlond, P.H. and Mysak, L.A. (1989) *Waves in the Ocean*
- Rodríguez, O.C., Jesus, S., Stephan, Y., Demoulin, X., Porter, M. and Coelho, E. (1998) Internal Tide Acoustic Tomography: Reliability of the normal modes expansion as a possible basis for solving the inverse problem, *Proceedings of the 4th. European Conference on Underwater Acoustics in Rome* pp. 587-592
- Ferla, C.M., Porter, M.B. and Jensen, F.B. (1993) C-SNAP: Coupled SACLANTCEN normal mode propagation loss model, *SACLANT UNDERSEA RESEARCH CENTRE (SM-274)*, La Spezia, Italy

Single hydrophone source localization

S.M. Jesus, M.B. Porter, Y. Stéphan, X. Démoulin, O. Rodriguez
and E. Coelho

Abstract— The method presented in this paper assumes that the received signal is a linear combination of delayed and attenuated uncorrelated replicas of the source emitted waveform. The set of delays and attenuations, together with the channel environmental conditions, provide sufficient information for determining the source location. If the transmission channel is assumed known, the source location can be estimated by matching the data with the acoustic field predicted by the model conditioned on the estimated delay set. This paper presents alternative techniques, that do not directly attempt to estimate time delays from the data but, instead, estimate the subspace spanned by the delayed source signal paths. Source localization is then done using a family of measures of the distance between that subspace and the subspace spanned by the replicas provided by the model. Results obtained on the INTIMATE'96 data set, in a shallow water acoustic channel off the coast of Portugal, show that a sound source emitting a 300-800 Hz LFM sweep could effectively be localized in range or depth over an entire day .

Keywords— Source localization, subspace methods, shallow water, broadband.

I. INTRODUCTION

The aim of single hydrophone broadband source localization is to provide a range/depth localization approach for coherently using the information contained in the time series received by a single hydrophone.

Classical matched-field processing (MFP) methods mostly use vertical or horizontal hydrophone arrays with significant apertures in order to obtain sufficient source location spatial discrimination. The reader is referred to the pioneering work of Hinich [1] and Bucker [2] and to Baggeroer *et al.* [3] and references therein, for a full overview of the classical work done in MFP. Although many studies used MFP with single frequency data (tones), some do combine information at different frequencies. Both incoherent and coherent forms have been studied providing what are effectively broadband MFP (BBMFP) estimators [4], [5], [6].

Source localization in the time domain was first clearly suggested by Clay [7]¹ who used a time reversal of the channel impulse response to reduce transmission distur-

This work was partially supported under PRAXIS, FCT, Portugal and by the Office of Naval Research.

S.M. Jesus and O. Rodriguez are with UCEH - Universidade do Algarve, Campus de Gambelas, PT-8000 Faro, Portugal. E-mail: sjesus@ualg.pt .

M.B. Porter is with the Center for Communications and Signal Processing Research and Dept. of Mathematical Sciences, NJIT, Newark, NJ, USA. E-mail: porter@oalib.njit.edu.

Y. Stéphan and X. Démoulin are with CMO-Service Hydrographique et Océanographique de la Marine, F-29275 Brest Cedex, France. E-mail: stephan@shom.fr

E. Coelho is with Instituto Hidrográfico, Rua das Trinas 49, PT-1296 Lisboa, Portugal.

¹although source localization feasibility had been mentioned 10 years earlier by Parvulescu [8].

tion and (in simulation) localize a source. Li *et al.* [9] used the same technique for localizing a source in a laboratory waveguide using air as the medium of propagation. Single hydrophone localization in particular, was studied by Frazer [10] who introduced several Clay-like estimators and tested them on simulated data. In 1992, Miller *et al.* [11] showed, using computer simulations, that it is possible to localize short duration acoustic signals in a realistic range-dependent environment, while, the same method was applied for range and bearing estimation using bottom moored sensors in [12]. Time domain source localization was actually achieved by Brienzo *et al.* [13] using data received on a vertical array in a deep water area on the Monterey fan. In this case, a generalized conventional beamformer was used for recombining the received data in time domain (matched-filter), and then between sensors in space domain (beamformer).

In shallow water, arrival time estimation is in many practical situations compromised due to the low signal-to-noise ratio (SNR) and/or to the difficulty in resolving individual paths [14]. Furthermore, because of such factors as bottom interaction and ocean variability, shallow water presents many challenges for accurate acoustic modeling. Nevertheless, in a more recent study, it has been demonstrated that with suitably robust processors, received and model-predicted waveforms could be correlated at a single array sensor yielding practical schemes for source tracking [15], [16]. In this case, the lack of spatial information was "compensated" by coherent broadband processing.

Difficulties associated with single hydrophone localization are obviously related with the lack of spatial diversity. Thus, a key point of interest, is to understand the degree to which spatial aperture can be compensated for using broadband information. The method proposed in this paper goes along the lines of those being used in ocean tomography, where the features of interest for ocean characterization are the time delays associated with the different acoustic paths (or rays) [17]. Our approach does not directly attempt to estimate time delays from the data but, instead, searches for the source location for which the time delay set maximizes a mean least squares criteria. In that sense it gives a mean least squares solution constrained to the given acoustic model.

Making the further assumption that there are features (clusters of acoustic arrivals) that are decorrelated, allows us to extend this approach to signal-noise subspace splitting. In that case estimating source location is equivalent to measuring the distance between the estimated signal subspace and the subspace spanned by the delayed source signal paths given by the acoustic model. Such subspace-based distance measures are shown to yield good source

location estimates on real data.

This paper is organized as follows: Section 2 presents the linear data model and the assumptions that underline the methods being developed. Section 3 presents the classical time-delay estimation (TDE) problem. Section 4 extends TDE methods to source localization by including the environmental information. The resulting algorithm is then tested, with simulated data, in section 5. Section 6 shows the results obtained on a data set recorded in a shallow water area off the west coast of Portugal, during the INTIMATE'96 experiment in June 1996 and finally, section 7, discusses the results and draws some conclusions.

II. LINEAR DATA MODEL

According to the linear data model, the received acoustic signal due to a source at location $\theta_s = (r_s, z_s)$ is given by

$$y_n(t, \theta_s) = z_n(t, \theta_s) + \epsilon_n(t), \quad (1)$$

where ϵ is the noise sequence, assumed spatially and temporally white, zero-mean and uncorrelated with the signal, $t = 1, \dots, T$ is the discrete-time index within each n -index time snapshot and z is the noise-free signal given by

$$z_n(t, \theta_s) = p_n(t, \theta_s) * s_0(t). \quad (2)$$

Here, s_0 is the source emitted waveform and p is the channel impulse response. Under the assumption that the medium between the source and the receiver behaves as a multiple time delay-attenuation channel, its impulse response can be written

$$p_n(t, \theta_s) = \sum_{m=1}^M a_{n,m}(\theta_s) \delta[t - \tau_{n,m}(\theta_s)], \quad (3)$$

where the $\{a_{n,m}(\theta_s), \tau_{n,m}(\theta_s); n = 1, \dots, N; m = 1, \dots, M\}$ are respectively the signal attenuations and time delays along the M acoustic paths at time snapshots $n = 1, \dots, N$.

To proceed with the estimation of the $\tau_{n,m}; m = 1, \dots, M; n = 1, \dots, N$ time delays, it is necessary to assume that the variation in time delays is small within each N snapshot data set, i.e., that $\tau_{n,m} = \tau_m + \delta\tau_{n,m}$ where $\delta\tau_{n,m} \ll \tau_m$ and $\delta\tau_{n,m} \ll T_0$ where T_0 is the observation time ($T_0 = NT\Delta t$, where Δt is the sampling interval). That additional assumption allows one to write

$$z_n(t, \theta_s) = \sum_{m=1}^M a_{n,m}(\theta_s) s_0[t - \tau_m(\theta_s)], \quad (4)$$

where $\tau_m(\theta_s)$ is the mean arrival time of path m within the observation time T_0 . With the assumptions made in (4) one can now rewrite (1) as

$$y_n(\theta_s) = \mathbf{S}[\boldsymbol{\tau}(\theta_s)] \mathbf{a}_n(\theta_s) + \epsilon_n, \quad (5)$$

with the following matrix notations,

$$y_n(\theta_s) = [y_n(1, \theta_s), y_n(2, \theta_s), \dots, y_n(T, \theta_s)]^t, \quad \dim T \times 1 \quad (6a)$$

$$\boldsymbol{\tau}(\theta_s) = [\tau_1(\theta_s), \dots, \tau_M(\theta_s)]^t, \quad \dim M \times 1 \quad (6b)$$

$$s_0(\boldsymbol{\tau}) = [s_0(-\tau), \dots, s_0((T-1)\Delta t - \tau)]^t, \quad \dim T \times 1 \quad (6c)$$

$$\mathbf{S}[\boldsymbol{\tau}(\theta_s)] = [s_0(\tau_1), \dots, s_0(\tau_M)], \quad \dim T \times M \quad (6d)$$

and

$$\mathbf{a}_n(\theta_s) = [a_{n,1}(\theta_s), \dots, a_{n,M}(\theta_s)]^t, \quad \dim M \times 1 \quad (6e)$$

where T is the number of time samples on each snapshot and M is the number of signal replicas at the receiver. Equation (5) forms a linear model on the amplitude vector \mathbf{a} , where further assumptions on the relative dimensions and rank of matrix \mathbf{S} and noise distributions allow for different solutions for the estimation of $\boldsymbol{\tau}$. For simplicity the dependence of $\boldsymbol{\tau}$ and \mathbf{a} on the source location parameter θ_s will be omitted in the next two sections.

III. TIME DELAY AND AMPLITUDE ESTIMATORS

In model (5) both the amplitude and the time delay vectors are unknown. However, as discussed in the introduction, we prefer to focus on the time delay vector for localization which should be a more stable feature and therefore yield a more robust processor. There are two possible approaches for solving this problem: the first is to consider that the amplitude vector is deterministic and therefore both \mathbf{a} and $\boldsymbol{\tau}$ are to be estimated; the second considers that \mathbf{a} can also be random and then one has to resort to second order statistics for estimating the time-delay vector $\boldsymbol{\tau}$. These two approaches will be formulated in the next subsections.

A. Deterministic amplitudes

To begin one needs some estimate of the amplitude vector \mathbf{a} . This is a sort of classical problem and may be easily addressed using least squares (LS), or under the Gaussian white noise assumption, as a generalized maximum likelihood (ML) problem. In either case, one obtains the following:

$$\hat{\mathbf{a}} = \arg\{\min_{\mathbf{a}} e(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{a}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{S}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{a}\|^2\}, \quad (7)$$

whose solution is well-known to be

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{y}, \quad (8)$$

where H indicates complex conjugate transpose. Inserting $\hat{\mathbf{a}}$, of (8), in (5) the problem now becomes that of estimating a known signal in white noise (for each assumed $\boldsymbol{\tau}$). The optimal solution is given by the well known matched-filter. That can be seen by plugging (8) into (7) to obtain a new function to be maximized,

$$e(\boldsymbol{\tau}) = \|\mathbf{y}^H \mathbf{S}(\boldsymbol{\tau})\|^2, \quad (9)$$

which is now only a function of delay vector $\boldsymbol{\tau}$. Passing from (7) to (9), requires the additional assumption that the matrix \mathbf{S} is orthogonal, i.e., that $\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{I}$. In terms of propagation, that assumption is equivalent to assuming that signals travelling along different paths suffer uncorrelated perturbations. Whether this occurs in practice depends on a variety of factors.

The description above assumes that only a single measurement \mathbf{y} is available. If instead there are N randomly distributed vectors inserted in a matrix as $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N]$, of dimension $T \times N$, the problem is formulated as the minimization of

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{S}(\tau)\mathbf{A}\|^2, \quad (10)$$

where \mathbf{A} is now a $M \times N$ matrix containing the M signal amplitudes at N times. In this case the solution for \mathbf{A} is analogous to (8),

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H\mathbf{Y}. \quad (11)$$

Substituting (11) into (10) gives the new function for τ

$$e(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{y}_n^H \mathbf{S}(\tau)\|^2. \quad (12)$$

In this case, and for an infinite observation time, one can estimate the M time delays from the M highest peaks of function (12), *i.e.*,

$$\{\hat{\tau}_m^{\text{LS}}; m = 1, \dots, M\} = \arg\{\max_{\tau} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{y}_n^H \mathbf{s}_0(\tau)\|^2\}, \quad (13)$$

and then replace the time delay estimates obtained from (13) into matrix \mathbf{S} of the amplitude estimator (11) and iterate. In practice, for a finite observation time, (12) may not exhibit M clear peaks and a complex M -dimensional search may be required to solve (13). As it will be seen below, such complex search procedure is not needed here since only the value of the functional (12), at model predicted values of τ , is necessary for source localization.

B. Random amplitudes

Once model (5) has been adopted, an additional assumption on the mutual decorrelation of the multipath amplitudes (assumed now as random and zero mean), allows one to extend the least squares or maximum likelihood (LS/ML) method above, to subspace separation based methods². In fact, the linear model (5) allows one to characterize the signal part as covering a $K (< M)$ -dimensional subspace where K is the number of uncorrelated paths (or groups of paths) in the received signal—this is the signal subspace.

In general, a number $N \geq M$ of uncorrelated time snapshots are available which is a requirement for estimating the signal subspace. Let us consider the data matrix \mathbf{Y} and its SVD $\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$. Since $T > N$, \mathbf{Y} has a maximum rank of N . Taking into account the linear model (5) with the assumptions made on the decorrelation of noise, signal and amplitude components, it can be shown [18] that the M eigenvectors $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M\}$ associated with the M largest singular values $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_M$ provide the

²subspace methods do not require random amplitudes that can be either random or deterministic

optimal estimate (in the sense of least squares and maximum likelihood) of the signal subspace. Indeed the vectors $\mathbf{u}_m; m = 1, \dots, M$ span the same (signal) subspace as the M signal replicas $\mathbf{s}_0(\tau_1), \dots, \mathbf{s}_0(\tau_M)$. Therefore, considered as a function of search delay τ , the projection of the signal replicas onto the subspace spanned by the first M eigenvectors will be a maximum for $\tau = \tau_m; m = 1, \dots, M$. Thus we seek the maxima of the functional

$$e(\tau) = \|\mathbf{U}_M^H \mathbf{s}_0(\tau)\|^2, \quad (14)$$

where $\mathbf{U}_M = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M]$. Using (14), the associated signal subspace (SS) based time delay τ_m estimator can be written

$$\{\hat{\tau}_m^{\text{SS}}; m = 1, \dots, M\} = \arg\{\max_{\tau} \|\mathbf{U}_M^H \mathbf{s}_0(\tau)\|^2\}. \quad (15)$$

Similarly, knowing that \mathbf{U}_M and its complement $\mathbf{U}_{T-M} = \mathbf{U}_M^\perp$ split the whole space \mathfrak{R}^T into two orthogonal subspaces, the projection of the signal replicas onto the \mathbf{U}_M signal subspace complement (denoted SS^\perp in the sequel) will tend to zero for the same true values of τ . Therefore, the noise subspace based time delay τ_m estimator is given by

$$\{\hat{\tau}_m^{\text{SS}^\perp}; m = 1, \dots, M\} = \arg\{\max_{\tau} [\|\mathbf{U}_{T-M}^H \mathbf{s}_0(\tau)\|^2]^{-1}\}, \quad (16)$$

where the matrix $\mathbf{U}_{T-M} = [\mathbf{u}_{M+1}, \dots, \mathbf{u}_T]$ is formed from the data eigenvectors associated with the $M+1$ to T smallest singular values. These eigenvectors span the subspace containing the non-signal components, so the estimator is generally called the noise subspace or signal subspace orthogonal estimator.

IV. SOURCE LOCALIZATION

The source localization problem can be readily deduced from the last sections both for the LS/ML and the subspace separation based methods. Until now only the received signal was used for analysis but source localization requires data inversion for source properties. That means, in particular, that the medium where the signal is propagating has to be taken into account using a specific propagation model to solve the forward problem. The propagation model determines a set of time delays at the receiver for the given environment and for each hypothetical source location.

Let us define $\boldsymbol{\tau}(\theta)$ as the model-calculated time delay vector for source location θ , conditioned on a given environmental scenario. For all possible values of θ in a set Θ , the vector $\boldsymbol{\tau}(\theta)$ will cover a continuum on an M -dimensional space as does the source replica vector. In other words, the source replica vectors span a subspace $S(\theta)$ that has dimension M under the assumption of uncorrelated paths

$$S(\theta) = \text{range}(\mathbf{S}[\boldsymbol{\tau}(\theta)]) = \text{range}\{\mathbf{s}_0[\boldsymbol{\tau}(\theta)]; \theta \in \Theta\}. \quad (17)$$

As explained in the previous section, an estimate of the actual $S(\theta_s)$ subspace associated with the true source location can be obtained as the span of the M eigenvectors contained in \mathbf{U}_M :

$$\hat{S}(\theta_s) = \text{range}(\mathbf{U}_M). \quad (18)$$

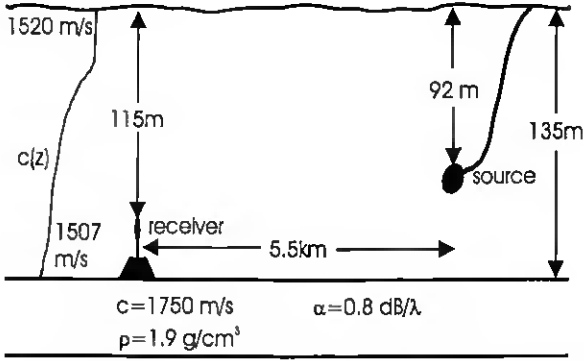


Fig. 1. INTIMATE'96 environmental scenario used for simulation.

Those two subspaces share the same dimension M . An estimator $\hat{\theta}_s$ of θ_s could, in principle, be derived from the notion of distance between subspaces. This is usually based on respective projections but alternatively one may use the CS decomposition theorem [19] and define the distance measure

$$d(\theta) = \sqrt{1 - \sigma_{\min}^2(\mathbf{U}_M^H \mathbf{S}[\tau(\theta)])}, \quad \theta \in \Theta \quad (19)$$

where $\sigma_{\min}(\bullet)$ is the minimum singular value of matrix \bullet . The distance measure (19) has poor performance for estimating the source location parameter θ_s , since it mainly depends on the estimation of the smallest eigenvalue of a matrix that is itself highly dependent on the SNR. In practice, M is not known and varies with θ which introduces further sensitivity into $d(\theta)$.

Alternatively, a constrained LS/ML based estimate $\hat{\theta}_{LS}$ of source location θ_s will be, according to (12)-(13), given by the value of θ that satisfies

$$\max_{\tau(\theta)} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{S}[\tau(\theta)]^H \mathbf{y}_n\|^2, \quad \theta \in \Theta. \quad (20)$$

The resulting source location estimator can therefore be written as

$$\hat{\theta}_{LS} = \arg\left\{ \max_{\tau(\theta)} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \|s_0[\tau_m(\theta)]^H \mathbf{y}_n\|^2 \right\}, \quad \theta \in \Theta. \quad (21)$$

Similarly, using (15) and (21) for the SS approach, the source location estimate corresponds to the maximum of the sum over paths of the projections of the replica signal for each time delay set onto the estimated signal subspace,

$$\hat{\theta}_{SS} = \arg\left\{ \max_{\tau(\theta)} \sum_{m=1}^M \|\mathbf{U}_M^H s_0[\tau_m(\theta)]\|^2 \right\}, \quad \theta \in \Theta. \quad (22)$$

Finally, for the SS^\perp approach, the function is searched for the minimum of the sum over paths of the projections onto the noise subspace estimate,

$$\hat{\theta}_{SS^\perp} = \arg\left\{ \min_{\tau(\theta)} \sum_{m=1}^M \|\mathbf{U}_{T-M}^H s_0[\tau_m(\theta)]\|^2 \right\}, \quad \theta \in \Theta. \quad (23)$$

Depth (m)	Sound speed (m/s)
0.0	1520
5.0	1520
11.3	1518
21.3	1516
32.0	1512
42.7	1510
72.8	1508
94.6	1507
135.0	1507

TABLE I

MEASURED SOUND SPEED PROFILE USED IN THE SIMULATION EXAMPLE.

V. SIMULATION RESULTS

In order to test the methods presented in the previous section, and to have a feeling of their performance on real data, the environmental and geometry scenario used for simulation was the same as that of the real data of next section. Let us consider the case of an LFM sweep with a duration $D_t = 1$ s and a frequency band from 200 to 400 Hz. The signal is transmitted in a 135 m depth waveguide with a slightly downward refracting sound speed profile (table 1) over a sandy bottom characterized by a 1750 m/s sound speed, a density of 1.9 g/cm³ and a compressional attenuation of 0.8 dB/ λ (figure 1).

The ray-arrival times and amplitudes predicted with Bellhop [20] for a sound source and a receiver at 92 and 115 m depth respectively and at 5.6 km range from each other, are shown in figure 2. The arrivals are arbitrarily ordered in accordance with their take-off angle at the source. The intermediate angles correspond to rays which are launched nearly horizontally, therefore with smaller amplitude loss as seen in figure 2(a). Their path lengths are shortened yielding a sort of bowl-shaped arrival time pattern seen in figure 2(b).

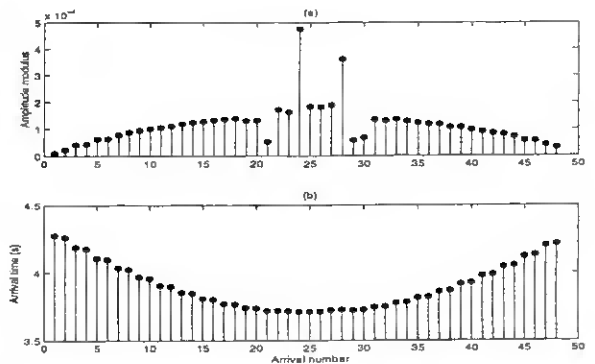


Fig. 2. Ray-model predicted arrival amplitudes (a) and times (b).

A number of $N = 100$ snapshots was generated accord-

ing to model (5) with a high SNR (>20 dB) and the decorrelation between multipath amplitudes was simulated by generating a Gaussian vector with its mean equal to the value given by the model (figure 2(a)), and its standard deviation $\sigma_a = 0.5 \|\mathbf{a}\|$. The corresponding arrival pattern, based on (13), is shown in figure 3. Note that there are many more arrivals in figure 2 than we see as peaks in figure 3. This indicates that there are many unresolved paths. (With increased bandwidth, these paths would be resolved.)

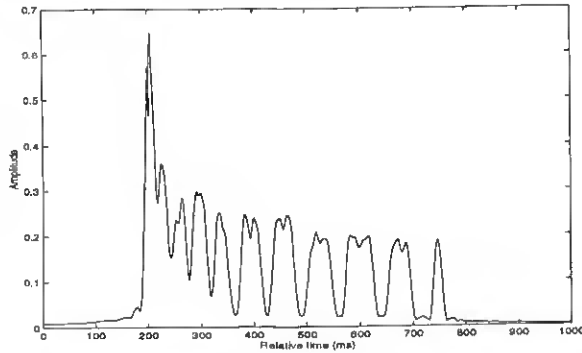


Fig. 3. Arrival pattern with LS/ML estimator [eq.(13)].

Figure 4 shows the arrival pattern for the same data set but using the signal subspace estimator (15) with the number of arrivals set to the true number, *i.e.*, $M = 48$. Notice that the higher resolution allows to distinguish many more arrivals. The amplitudes are not proportional to the received signal correlation since no eigenvalue weighting was used to project the source signal onto the signal subspace. Figure 5 shows the arrival pattern obtained with the noise subspace estimator (16). The path resolution is the same as that of the signal subspace method. However, it is much less sensitive to the actual subspace dimensionality since an underestimation of M would result in a mis-projection onto the signal subspace. Numerically, this is a large number and therefore a small contribution to the inverse function in the noise subspace estimator. On the other hand, an over estimation of M would result in a few unobserved directions among several thousand (depending on the value of T) which in practice has little effect on the result. The main practical difficulty is simply the computational cost of manipulating matrices of high dimension. For that reason the estimators were implemented in the frequency domain for the real data analysis of the next section.

VI. REAL DATA ANALYSIS

The INTIMATE'96 sea trial was primarily designed as an acoustic tomography experiment to observe internal tides and details of the experimental setup has appeared elsewhere [21]. However, for the sake of completeness, a brief description of the experiment follows. The experiment was conducted in the continental platform near the town of Nazaré, off the west coast of Portugal, during June 1996 and consisted of several phases during which the acoustic

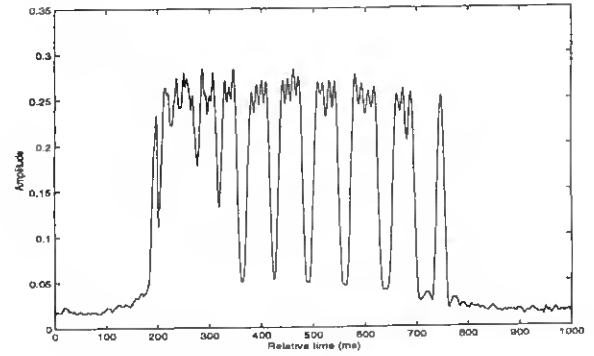


Fig. 4. Arrival pattern with SS estimator [eq.(15)] and $M=48$.

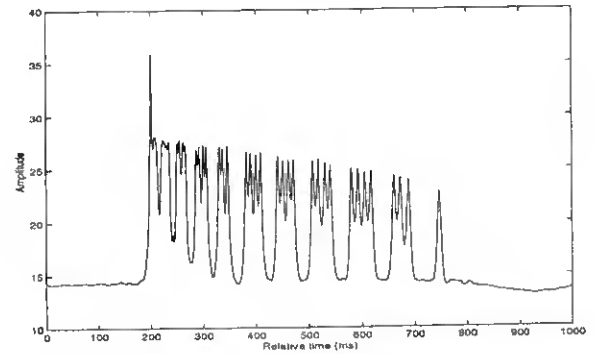


Fig. 5. Arrival pattern with SS^\perp estimator [eq.(16)] and $M=48$.

source was either stationary or being towed along predetermined paths. This paper is concerned with the data acquired in phase 1 during which the scenario is shown in figure 1 and is identical to that used for the simulations in chapter 5. The only difference is that the source signal used during INTIMATE'96 was a 300-800 Hz LFM sweep with 2 s duration repeated every 8 s. The signal received at 5.5 km range on the 115 m depth hydrophone is shown in figure 6. At that range the time-frequency source signature could be clearly seen (figure 6(a)), while the time-series shows a strong multipath effect (figure 6(b)).

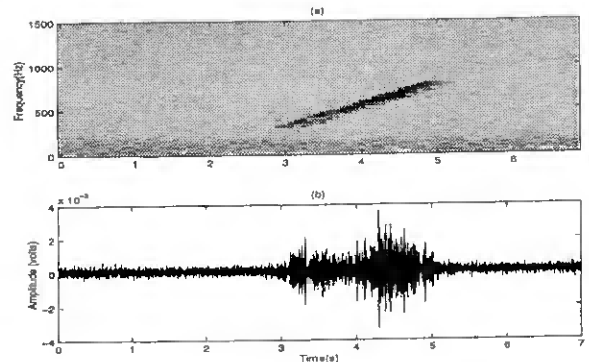


Fig. 6. Received signal at 115 m depth and 5.5 km range: time-frequency plot (a) and time-series (b).

The SNR has been estimated to be approximately 10 dB

within the frequency band of interest. As a first test of the match between the predicted arrival times and the estimated arrival patterns, figure 7 shows an example of a received data arrival pattern, using (13). The corresponding predicted arrival times are represented by the vertical lines on the time axis. The agreement between the two patterns is almost perfect for this case. In order to establish a localization statistic, the algorithms described above were used to estimate the source range at a given correct source depth. Separately, we have estimated source depth using a given (correct) range during a 20 hour long run (phase 1) where the source was held at approximately constant range and depth and the environment was nearly range independent with a 135 m depth channel and a slightly downward refracting sound speed (as explained in section 5 and in detail in [21]).

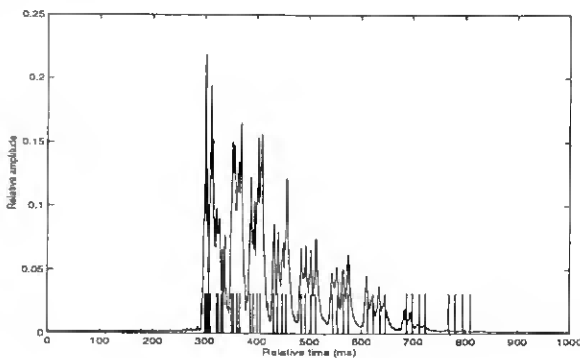


Fig. 7. Arrival pattern using the LS estimator for a sound source at 5.5 km range and 92 m depth received on a sensor at 115 m depth. Vertical lines on time axis represent Bellhop predicted arrival times.

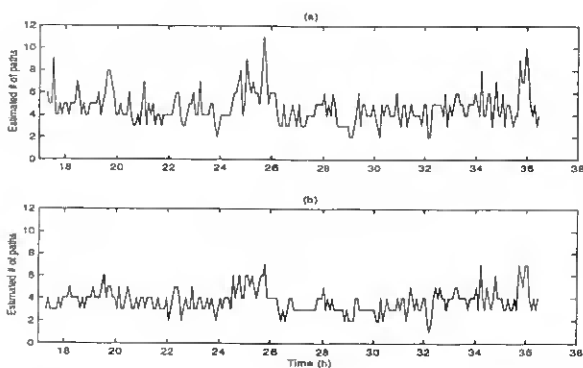


Fig. 8. Estimated number of uncorrelated paths: with Akaike's (AIC) criterion (a) and with the Minimum Description Length (MDL) criterion (b). The start time is 17:20 June 14, 1996.

The first problem encountered when processing the real data using the subspace based methods was the estimation of the number of existing paths, M , in equations (22) and (23). In principle, M can be predicted by the acoustic model for each source range and should be equal to the rank of matrix \mathbf{S} . However, in practice, it was found that the matrix \mathbf{S} was largely rank deficient, and the number of estimated uncorrelated paths (or path groups) was much

smaller than the number of predicted paths M . Figure 8 shows the number of estimated paths for a 20 hour long run using the classical Akaike Information Criterion (AIC) and Minimum Description Length (MDL) [22]. It can be seen in figure 8 that the estimated number of paths varies from 4 to 5 for AIC and from 3 to 4 for MDL (while the model predicted number of paths is $M = 48$).

It is known that AIC tends to give higher estimates than MDL and in many practical situations to overestimate the model order so these results are anticipated. In our case, the AIC and MDL order estimates inserted in (22) and (23) yield approximately the same results and so we will only present the former. In figure 9 we estimated source range and in figure 10 we estimated source depth. In these figures the three estimators (21), (22) and (23) are respectively shown in ambiguity plots (a), (b) and (c). Taking the peak locations from those plots yields corresponding subplots (d), (e) and (f) showing the estimated location (either range or depth) vs. time. A statistic of the estimated mean and MSE of the proposed estimators is summarized in table 2. The data singular-value decomposition was performed on 35 consecutive data snapshots every 5 minutes - each snapshot containing a single received source waveform. Therefore the data shown has 231 samples along the time axis and, since samples are 5 min apart, the whole data set represents 19.25 hours worth of data.

Figures 9(a) and 9(b), given by the LS/ML and SS estimators, are very similar and show a relatively stable and well defined estimate with a mean source range of 5.48 km (figures 9(d), 9(e) and table 2) which coincides with the mean DGPS range estimate recorded during the cruise. The waving effect seen in time is mainly due to the surface tide (figure 11). The phase coincidence between tide height and the range estimate is striking and simply shows the influence of water depth variation on the multipath time delays structure between the source and the receiver. Figure 9(c), obtained with the signal subspace orthogonal projector, shows a more ambiguous surface - larger mean square error (MSE) - with, however, the same mean source range estimate than for the other estimators (figure 9(f) and table 2). This poorer result is possibly due to the signal subspace rank deficiency mentioned above. The first impression from figure 10, when compared to figure 9, is that the results are poorer for source depth than for source range. This is mainly a function of the axis scales since we localize in range over a wide sweep while depths of interest are limited to the channel depth.

There is also a dependence on the basic variation of the acoustic field; however, in terms of intensity the characteristic scale is a few wavelengths in both range and depth. Among the three estimators shown in figures 10(a), 10(b) and 10(c), is the signal subspace that provided the best mean result with 92 m, very close to the true nominal value and also the lowest estimated MSE. However, all the methods perform well and there is little practical basis for choosing one over the other. The authors also believe that if a broadband random source signal was used the results would be similar as those obtained with the LFM deter-

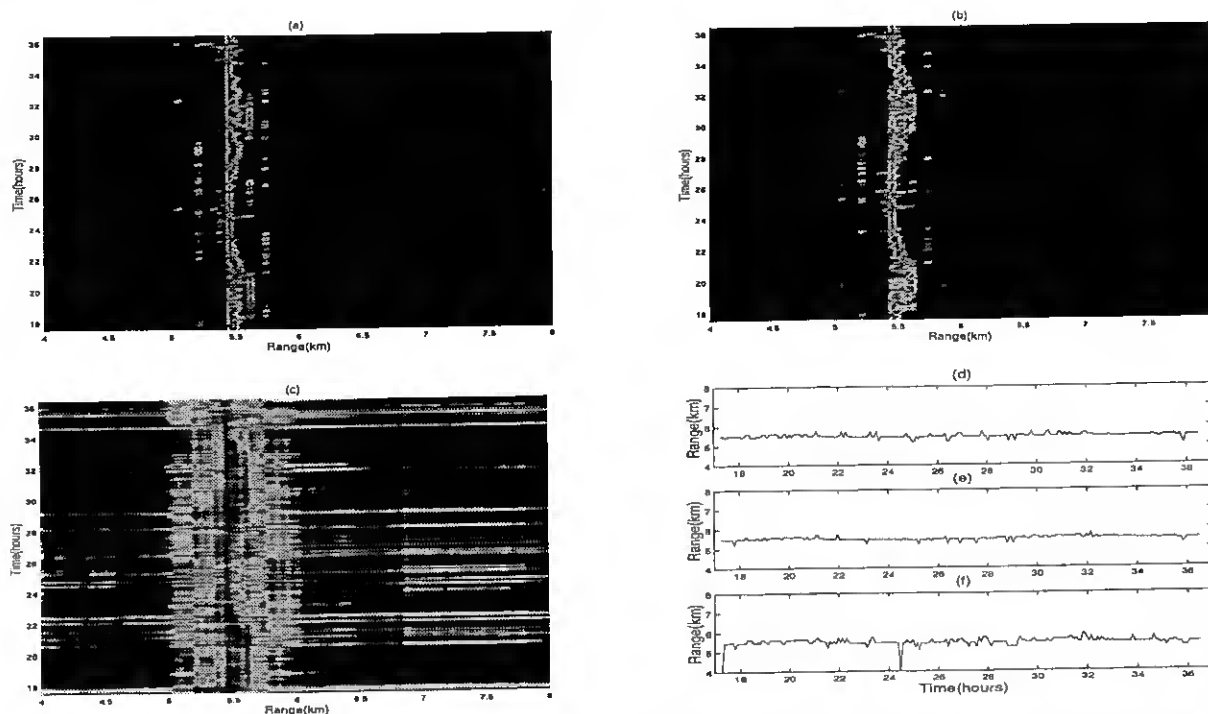


Fig. 9. Time-depth localization plots for INTIMATE'96 phase 1 data set with LS/ML method (a), signal subspace (b) and noise subspace projection (c). Figures (d), (e) and (f) show the depth estimate obtained as the max on each surface (a), (b) and (c) respectively. The start time is 17:20 June 14, 1996.

ministic signals provided that the emitted signal replicas were known at the receiver and that the frequency band was identical.

	Range (m)		Depth (m)	
	mean	mse	mean	mse
LS/ML	5.48	9.3	85	348
SS	5.49	7.1	92	259
SS [⊥]	5.48	34.7	80	363

TABLE II

SOURCE LOCALIZATION IN RANGE AND DEPTH: ESTIMATED MEAN AND MEAN SQUARE ERROR (MSE) FOR THE THREE METHODS: LS/ML, SS AND SS[⊥].

VII. DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The discussion of the results can be separated into two distinct aspects: one is the estimation of the arrival times - which is a question of time-delay estimation - and the other is the usage of the estimated pattern to match the predicted arrival times and its impact on source localization. Time-delay estimation has been intensively studied in the underwater acoustic multipath context, see for example [23] - [26], and references therein. Three different methods were presented here only to emphasize the importance of high-resolution of time-delays in presence of limited band-

width signals. The source localization aspect is much more central to the paper and, in that respect, the results shown should be compared with those obtained in Porter, *et al.* [15],[16], in which a method similar to (21) is used but the correlation is made between the log of the received signal and the log of the predicted arrival signal. The output is the peak of the correlation function. The motivation for that processor is discussed more extensively in those papers. Briefly, the log processor brings into balance the strong early arrivals with the weak late arrivals. The resulting estimator accentuates the basic arrival pattern (in terms of arrival times) rather than the arrival amplitude. However, as the processor is based on a correlation of the complete time-series it is sensitive to both the peaks and valleys of the data. In the present study, even greater emphasis is placed on the arrival-times of the individual paths. In fact, the match function given by (21) is made only for the predicted arrival times. In other words, only the peaks of the arrival pattern (assuming the correct prediction of time delays) are used. Obviously, the result will be optimal if the peak locations are correctly predicted and resolved, and this is why subspace methods have been introduced for time-delay resolution enhancement. Conversely, errors on the prediction of arrival times would directly impact on the quality of the localization. In terms of the required computation effort, the methods presented here generally take approximately 5 times the computation time than that required by Porter's method in the same conditions.

This paper has presented a comprehensive method for source localization using broadband signals received on a

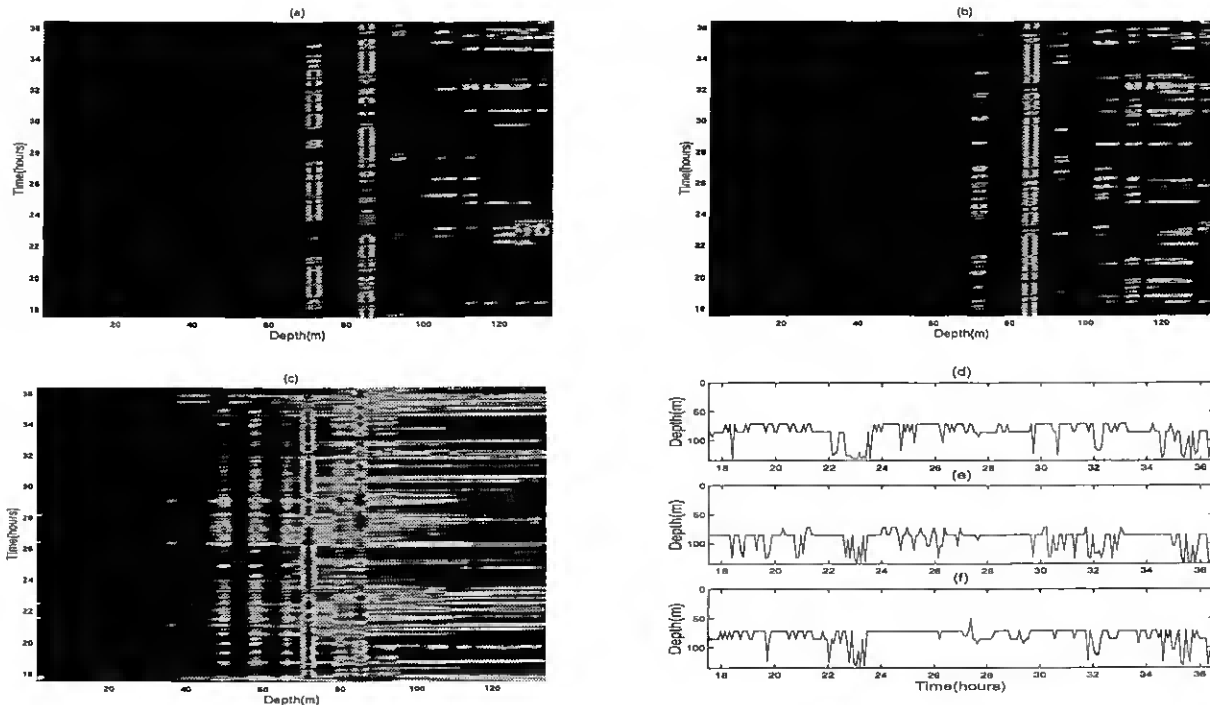


Fig. 10. Time-depth localization plots for INTIMATE'96 phase 1 data set with LS/ML method (a), signal subspace (b) and noise subspace projection (c). Figures (d), (e) and (f) show the depth estimate obtained as the max on each surface (a), (b) and (c) respectively. The start time is 17:20 June 14, 1996.

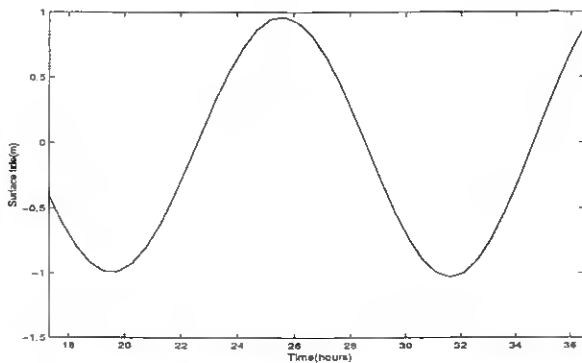


Fig. 11. Surface tide prediction for the receiver location. The start time is 17:20 June 14, 1996.

single hydrophone. The method assumes a classical model of the received data as a linear combination of time delayed replicas of the emitted waveform with unknown but uncorrelated random amplitudes. The received signal is assumed to be corrupted by white Gaussian noise and in all cases the emitted signal is supposed to be known at the receiver. First, classical TDE methods for estimating the time delay set are presented and tested on simulated data. Then subspace based methods are obtained, in a classical way, for estimating the signal subspace spanned by the received paths and its orthogonal complement. It is shown that time delays can be derived from the intersection of the signal subspace estimate and the subspace spanned by the replica signals. For computing the replica signals

there are now a variety of well-developed acoustic models suitable for this application including normal mode, PE, wavenumber integration and ray models. Ray models have a clear speed advantage for these broadband applications since the ray approximation produces broadband information (arrival times and amplitudes) for no additional cost. Of course, ray models are also generally the least accurate but they were found fully adequate for our application.

The source location estimators are then computed as the sum of the contributions of the match between the received and replica signals at the predicted arrival times. The match itself is performed in three different ways using, one, the full received signal, two, the projection of the received signal onto the signal subspace and, three, its complement projection onto the noise subspace.

These source location estimators have been applied to localize a sound source emitting a 300-800 Hz, 2 seconds long LFM sweep recorded in a shallow water area off the coast of Portugal. The source range or depth have been successfully tracked during a 20 hours time period. The results obtained show the feasibility of single sensor source localization at known depth or at known range: source range can be estimated within a few meters from the true range of 5.5 km, while for source depth the results show some persistent bias and estimation errors varying between a few meters up to several tens of meters from the expected true source depth of 92 m. Comparison of the methods presented here with the results obtained in the same data set in Porter *et al.* [15],[16] show that rather different approaches gave very similar results with, however, a signifi-

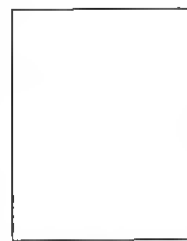
cant advantage in terms of computer time requirements for the later. The methods presented here, in particular those subspace based, should have an advantage relative to that of Porter when the signal has a narrower band that only allows for a few paths to be resolved at the receiver. The results obtained with real data show that the correlation and interaction between acoustic paths plays an important role in source localization giving new insights into the understanding of how their combination and (re)combination forms complex arrival patterns.

ACKNOWLEDGEMENTS

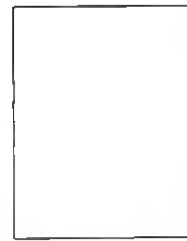
The authors acknowledge the support of SACLANTCEN for lending the acoustic receiving system and the dedicated collaboration of P. Felisberto in the real data acquisition and processing during INTIMATE'96. This work was partially supported under PRAXIS XXI, FCT, Portugal and by the Office of Naval Research.

REFERENCES

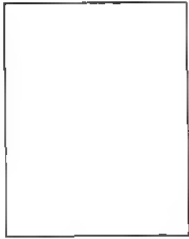
- [1] M.J. Hinich, "Maximum-likelihood signal processing for a vertical array", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 54, pp.499-503, 1973.
- [2] H.P. Bucker, "Use of calculated sound fields and matched-field detection to locate sound sources in shallow water", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 59, pp.368-373, 1976.
- [3] A.B. Baggeroer and W.A. Kuperman, "Matched field processing in underwater acoustics", *Proc. NATO ASI Conf. on Acoustic Signal Processing for Ocean Exploration*, pp. 83-122, Madeira, Portugal, 1992.
- [4] A.B. Baggeroer, W.A. Kuperman and H. Schmidt, "Matched-field processing: source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 83, pp.571-587, 1988.
- [5] S.M. Jesus, "Broadband matched-field processing of transient signals in shallow water", *J. of Acoust. Soc. Am.*, vol. 93(4), Pt. 1, pp.1841-1850, 1993.
- [6] S.P. Czenszak and J.L. Krolik, "Robust wideband matched-field processing with a short vertical array", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 101(2), pp.749-759, 1997.
- [7] C.S. Clay, "Optimum time domain signal transmission and source location in a waveguide", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 81, pp.660-664, 1987.
- [8] A. Parvulescu and C.S. Clay, "Reproducibility of signal transmissions in the ocean", *Radio Eng. Electron.*, vol. 29, pp.223-228, 1965.
- [9] S. Li and C.S. Clay, "Optimum time domain signal transmission and source location in a waveguide: Experiments in an ideal wedge waveguide", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 82(4), pp.1409-1417, 1987.
- [10] L.Neil Frazer and P.I. Pecholcs, "Single-hydrophone localization", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88(2), pp.995-1002, 1990.
- [11] J.H. Miller and C.S. Chiu, "Localization of the sources of short duration acoustic signals", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 92(5), pp.2997-2999, 1992.
- [12] D.P. Knobles and S.K. Mitchell, "Broadband localization by matched fields in range and bearing in shallow water", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 96(3), pp.1813-1820, 1994.
- [13] R.K. Brienzo and W. Hodgkiss, "Broadband matched-field processing", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 94(5), pp.2821-2831, 1993.
- [14] G.C. Carter, "Variance bounds for passively locating an acoustic source with a symmetric line array", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 62(4), pp. 922-926, 1977.
- [15] M.B. Porter, S. Jesus, Y. Stéphan, X. Démoulin and E. Coelho, "Exploiting reliable features of the ocean channel response", *Proc. of SWAC'97*, Beijing, April 1997.
- [16] M.B. Porter, Y. Stéphan, X. Démoulin, S. Jesus and E. Coelho, "Shallow-water tracking in the sea of Nazaré", *Proc. Underwater Technologies '98*, IEEE Oceanic Engineering Society, Tokyo, Japan, 1998.
- [17] W. Munk, P. Worcester and C. Wunsch, *Ocean Acoustic Tomography*, Cambridge University Press, 1995.
- [18] O.R. Schmidt *A Signal Subspace Approach to Multiple Emitter Location and Spectral Estimation*, PhD Thesis, Stanford University, 1982.
- [19] Theorem 2.6.1, pp. 77-78 in G. Golub and C. Van Loan, *Matrix Computations*, Sec. Ed. The John Hopkins Univ. Press, 1989.
- [20] M.B. Porter and Y.C. Liu, "Finite-Element Ray Tracing", *Proc. Int. Conf. on Theoretical Comp. Acoust.*, Vol. 2, pp.947-956, ed. D. Lee & M.H. Schultz, World Scientific, 1993.
- [21] X. Démoulin, Y. Stéphan, S. Jesus, E. Coelho and M.B. Porter, "INTIMATE96: a shallow water tomography experiment devoted to the study of internal tides", *Proc. of SWAC'97*, Beijing, April 1997.
- [22] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria", *IEEE Trans. on Acoust. Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, no. 2, pp.387-392, 1985.
- [23] C.H. Knapp and G.C. Carter, "The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay", *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 24, No. 4, pp.320-327, 1976.
- [24] Y.T. Chan, R.V. Hattin and J.B. Plant, "The Least Squares Estimation of Time Delay and Its Use in Signal Detection", *IEEE Tran. on ASSP*, Vol. 26, No. 3, pp.217-222, 1978.
- [25] J.P. Ianniello, "Time Delay Estimation Via Cross-Correlation in the Presence of Large Estimation Errors", *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 30, pp.998-1003, 1982.
- [26] J.C. Rosenberger, "Passive localization", *Proc. of NATO ASI on Underwater Acoustics Data Processing*, Ed. Y.T. Chan, pp.511-524, Kluwer, 1989.



Sérgio M. Jesus received his "Doctorat Es-Sciences" in Engineering Sciences from the Université de Nice, France in 1986. From 1986 to 1992 he was a staff scientist at the SACLANT Undersea Research Centre, La Spezia, Italy, in the Ambient Noise and Signal Processing Groups. During that period he was involved with underwater acoustic field noise directionality and early studies on target detection using matched field processing. In 1992 he joined the Electrical Engineering and Computer Department at the University of Algarve, Faro, Portugal where he is currently associate professor. His interests are underwater acoustics signal processing, model-based inversion, ocean and seafloor tomography and underwater communications. He is member of IEEE, EURASIP and of the Acoustical Society of America.

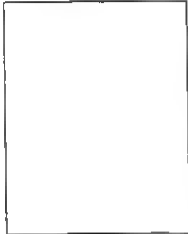


Michael B. Porter Michael B. Porter was born in Quebec, Canada, on September 19, 1958. He received the B.S. degree in Applied Mathematics from the California Institute of Technology (Pasadena, CA) in 1979. In 1984 he received a Ph.D. in Engineering Science and Applied Mathematics from Northwestern University (Evanston, IL). From 1983 to 1985 Dr. Porter was a scientist at the Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA, where he performed research in numerical modeling of antennas, optical fibers, sonar transducers, and ocean acoustics problems. From 1985 to 1987 he was employed as a research physicist at the Naval Research Laboratory in Washington, D.C.. At NRL his interest included matched-field processing and computational acoustics. From 1987-1991 he continued research in these areas as a Senior Scientist at the SACLANT Undersea Research Centre (NATO) in La Spezia, Italy. For the last 9 years he has been with the Department of Mathematical Sciences at the New Jersey Institute of Technology as Associate then Full Professor. During this time he also held visiting positions at the University of Algarve and the Scripps Institution of Oceanography. He is presently on leave from NJIT at SAIC where he is an Assistant Vice President with the Ocean Sciences Division. Dr. Porter is the recipient of the A.B. Wood Medal from the Institute of Acoustics and an Innovators Award from the Naval Research Laboratory. He is a fellow of the Acoustical Society of America.

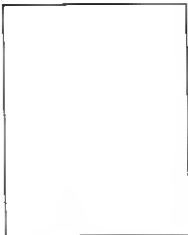


Yann Stephan was born in Lannion, France, in 1966. He received the Engineer diploma in electrical engineering from ENSIEG in Grenoble, France, in 1990 and the Ph.D. degree in computer sciences in 1996 from CNAM, Paris, France. Since 1992, he has worked with the Service Hydrographique et Océanographique de la Marine (SHOM) within the Center for Military Oceanography, Brest, France, first as a Research Engineer in ocean acoustic tomography. Since 1997, he has been the Head of the

Ocean Acoustics Group. His current topics include inverse methods, internal waves tomography, and tactical use of the environment.



Xavier Demoulin received the Magistere of matter sciences from ENSL, Lyon, and the DEA in physical methods in remote sensing, Paris, France, in 1990. After receiving his degree, he was employed as a physicist for several companies. Since 1995, he has been working as an engineer with the Service Hydrographique et Océanographique de la Marine, Brest, France. His current work is focused on geoacoustics and shallow water underwater acoustics.



Orlando C. Rodríguez has got an Engineer degree in Physics at the Lomonosov State University, Moscow, Russia, in 1992. Since 1992 he was hired as teaching assistant at the Physics Department, University of Algarve, Faro, Portugal. In 1995 he obtained an Msc at the University of Algarve, Faro, Portugal. At present he is preparing his PhD on Acoustic Tomography, applied to the detection and inversion of internal tides. His main interests are acoustic modelling through ray-tracing techniques,

internal tides, internal solitary waves and travel-time based tomography.



Emanuel M.M. Ferreira Coelho was born in March 1961. He is an Hydrographic Engineer at the Portuguese Navy and an associate professor at the University Lusófona, Lisboa, Portugal. He obtained his Msc (1991) and Ph.D. (1994) both in Physical Oceanography, with a minor in Digital Signal Processing at the Naval Postgraduate School, California, USA. He is now a researcher and the Head of the Oceanography Division at the Instituto Hidrográfico, Lisboa, Portugal. His past and

present topics of research have covered: coordination and participation in several oceanographic campaigns and studies dedicated to mesoscale and sub-mesoscale processes, mainly related with submarine canyons dynamics, quasi-inertial internal waves and the occurrence of internal dynamical instabilities; development of software for the processing of acoustic data for ocean turbulence measurements in prototype instrumentation; coordination and participation in cruises using both ship based observations and ROV data for the evaluation of diffusive processes in the upper ocean and for testing of acoustic methods for sea observation, namely acoustic tomography; analysis of near-inertial internal wave propagation over irregular (finite) topography and non-linear internal waves generation and propagation.

Single sensor source localization in a range-dependent environment

S.M. Jesus¹, M.B. Porter², Y. Stéphan³, E. Coelho⁴,
O.C. Rodríguez¹ and X. Démoulin³

¹ Universidade do Algarve, PT-8000 Faro, Portugal.

² Science Applications Int. Corp., La Jolla, CA 92037, USA.

³ CMO-SHOM, F-29275 Brest Cedex, France.

⁴ Instituto Hidrográfico, PT-1296 Lisboa, Portugal.

Abstract—Source localization with a single sensor explores the time spread of the received signal as it travels from the emitter to the receiver. In shallow water, and for ranges larger than a few times the water depth, the received signal typically exhibits a large number of closely spaced arrivals. However, not all the arrivals are equally important for estimating the source position since a number of them convey redundant information. Theoretically, identifying the non-redundant arrivals is feasible in a isovelocity range independent waveguide. In previous work, the number of non-redundant arrivals and the dimension of the data sample signal subspace have been related in a range-independent case. This paper addresses the problem of determining the number of significant arrivals for localizing a sound source over a range-dependent environment off the West coast of Portugal during the INTIMATE'96 sea trial.

Keywords—Source localization, subspace methods, shallow water, broadband signals.

I. INTRODUCTION

Source localization with a single hydrophone is known to be a difficult problem in underwater acoustics, due to the reduced amount of spatial information. The lack of spatial information is to be compensated by the time spread of the emitted signal as it travels from the source to the receiver. Whether that time spread is sufficiently correlated to the medium of propagation to uniquely pinpoint the source position depends on a variety of factors such as the source range, water depth, sea bottom acoustic impedance, sea surface roughness, depths of source and receiver relative to the sound speed profile, etc... Previous work has shown that the correlation between the predicted and the estimated channel impulse responses was sufficient to track an acoustic source over various shallow water propagation environments [1],[2]. Alternatively, classical eigen analysis of the received time series allows to decompose the data set into two orthogonal subspaces that were used for source localization in a range independent environment [3]. A crucial step in time series analysis is to determine the order of the underlying signal model, that is to say, the dimension of the signal subspace. This paper attempts to show how the signal subspace dimension can be interpreted in physical means by associating the identified eigenvectors with uncorrelated acoustic rays. In a range-dependent environ-

ment ray propagation is significantly altered and the number of eigenrays participating to the signal subspace should generally increase translating, in some sense, a higher degree of diversity and therefore an increased potential for localization. The real data that serves as illustration was obtained during the INTIMATE'96 experiment, off the west coast of Portugal, in a mild range-dependent environment (130 to 160 m water depth) for source ranges varying from 1 to 12 km. The emitted signal was a 300-800 Hz linear FM, with a 2 second duration.

II. BACKGROUND

A. Data model

A widely accepted model for the time series received at one acoustic sensor due to a sound source emitting a signal $s_0(t)$ at location $\theta_s = (r_s, z_s)$ is

$$y_n(t, \theta_s) = \sum_{m=1}^M a_{n,m}(\theta_s) s_0[t - \tau_m(\theta_s)] + \epsilon_n(t), \quad (1)$$

where $\epsilon_n(t)$ is the observation noise, assumed spatially and temporally white, zero-mean and uncorrelated with the signal and $a_{n,m}$ and τ_m are the replica amplitudes and time delays respectively. M is the number of signal replicas due to successive signal reflections between the source and the receiver. An implicit assumption in model (1) is that the M replicas observed at the receiver are stable within the data window, *i.e.*, that the variation in time delays $\tau_{n,m}$ with snapshot n is negligible and therefore can be approximated by a single mean value τ_m .

A compact form for (1) is

$$y_n(\theta_s) = \mathbf{S}[\boldsymbol{\tau}(\theta_s)] \mathbf{a}_n(\theta_s) + \boldsymbol{\epsilon}_n, \quad (2)$$

with the following matrix notations,

$$y_n(\theta_s) = [y_n(1, \theta_s), y_n(2, \theta_s), \dots, y_n(T, \theta_s)]^t, \quad \dim T \times 1 \quad (3a)$$

$$\boldsymbol{\tau}(\theta_s) = [\tau_1(\theta_s), \dots, \tau_M(\theta_s)]^t, \quad \dim M \times 1 \quad (3b)$$

$$s_0(\tau) = [s_0(-\tau), \dots, s_0((T-1)\Delta t - \tau)]^t, \quad \dim T \times 1 \quad (3c)$$

$$\mathbf{S}[\boldsymbol{\tau}(\theta_s)] = [s_0(\tau_1), \dots, s_0(\tau_M)], \quad \dim T \times M \quad (3d)$$

This work was supported under contract 2./2.1/MAR/1698/95, PRAXIS, FCT, Portugal and by the Office of Naval Research.

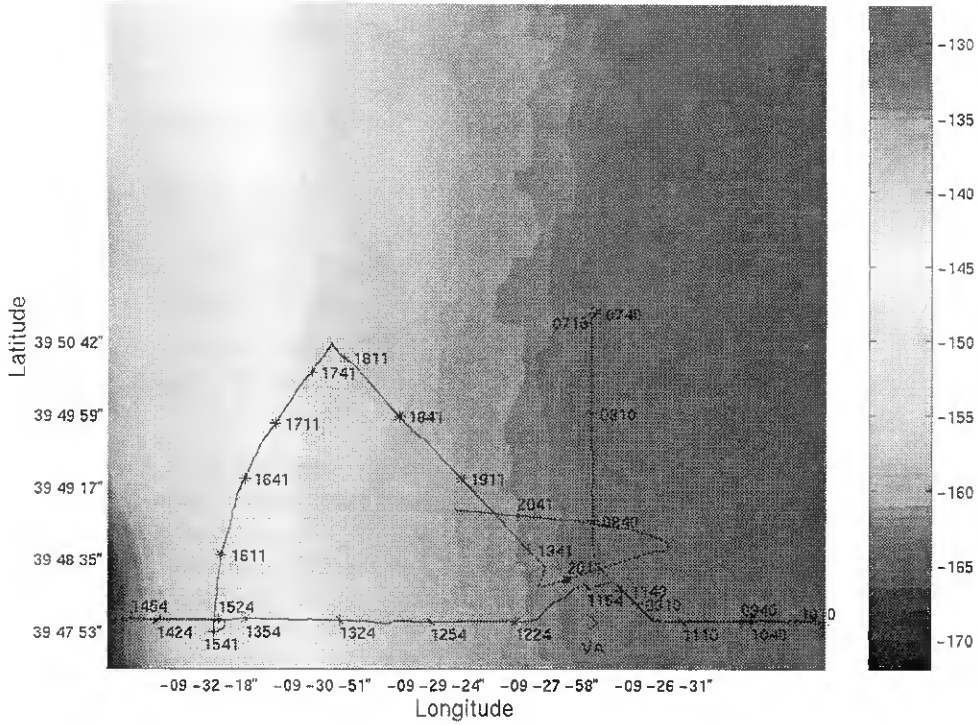


Fig. 1. INTIMATE'96: bathymetry map, source track and vertical array position (\diamond VA) during Event II, on June 16, 1996.

and

$$\mathbf{a}_n(\theta_s) = [a_{n,1}(\theta_s), \dots, a_{n,M}(\theta_s)]', \quad \dim M \times 1 \quad (3e)$$

where T is the number of time samples on each snapshot n .

B. Time delays and source localization

A classical objective in source localization as well as in travel-time tomography is to estimate the set of arrival times $\boldsymbol{\tau}$. Matching that set of arrivals with the model predicted values is the basis for the source localization process and of tomography inversion. A common procedure is to correlate the received time series with the source emitted signal to obtain the so-called pulse-compressed arrival pattern. That arrival pattern is an estimate of the channel impulse response that would be an exact image for a source signal with an infinite bandwidth. It is well known that the maxima of the arrival pattern provide an optimum estimate of the arrival times $\tau_m; m = 1, \dots, M$ in the maximum likelihood (ML) sense and under the assumption that the arrivals are uncorrelated, thus

$$\{\hat{\tau}_m^{\text{ML}}; m = 1, \dots, M\} = \arg\{\max_{\tau} \sum_{n=1}^N \| \mathbf{y}_n^H \mathbf{s}_0(\tau) \|^2\}. \quad (4)$$

Assuming zero-mean random amplitudes, (2) becomes a linear random observation model and one may resort to second order statistics for estimating $\boldsymbol{\tau}$. Decomposition of the data matrix $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N]$ allows for determining the principal components associated with the highest singular values that span the same subspace as the columns

of matrix \mathbf{S} . Therefore an alternative estimator for the arrival times is given by

$$\{\hat{\tau}_m^{\text{SS}}; m = 1, \dots, M\} = \arg\{\max_{\tau} \| \mathbf{U}_M^H \mathbf{s}_0(\tau) \|^2\}. \quad (5)$$

where the superscript $^{\text{SS}}$ denotes that the estimator is based on the signal subspace. A geometrical interpretation of (5) is that the arrival estimates are given by the intersection of the emitted signal continuum $\mathbf{s}_0(\tau)$, for all possible values of τ , and the subspace spanned by the columns of \mathbf{U}_M . As a matter of completeness one could as well determine the arrival estimates as the inverse of the projections onto the \mathbf{U}_M orthogonal complement - the so-called noise subspace [4].

Source location can be readily deduced from the above estimators as the sum of the arrival amplitudes for the model predicted arrival set for each tentative source location. Two estimators will be compared in this paper, one based in (4)

$$\hat{\theta}_{\text{ML}} = \arg\{\max_{\boldsymbol{\tau}(\theta)} \frac{1}{NM} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \| \frac{\mathbf{s}_0[\tau_m(\theta)]^H \mathbf{y}_n}{a_m(\theta)} \|^2\}, \quad \theta \in \Theta. \quad (6)$$

and one based in (5)

$$\hat{\theta}_{\text{SS}} = \arg\{\max_{\boldsymbol{\tau}(\theta)} \sum_{m=1}^M \| \frac{\mathbf{U}_M^H \mathbf{s}_0[\tau_m(\theta)]}{a_m(\theta)} \|^2\}, \quad \theta \in \Theta. \quad (7)$$

Estimators (6) and (7) are very similar to those used in [4] for a range-independent data set. In the present work normalization by the predicted amplitude $a_m(\theta)$ of each

arrival was introduced to account for a 12 km wide range-dependent search interval for. Without that normalization the source location estimate was biased for the most energetic (first) arrivals and the source was consistently located at the beginning of the search interval.

C. Redundant arrivals and subspace dimension

In (5) and (7) \mathbf{U}_M is a matrix whose columns are the vectors associated with the M highest singular vectors of data matrix \mathbf{Y} . In practice, and in presence of noise, a number of low-amplitude arrivals may be undetectable at the receiver and one problem is that of estimating the dimension of the data underlying signal subspace. In this paper, we used the minimum description length (MDL), which is a likelihood-based criterium proposed by Wax et al. [5] for estimating signal subspace dimension in a linear observation Gaussian model. Recent work has shown that, for a range-dependent isovelocity propagation channel and a generic geometry with source and receiver at different depths, the non-redundant arrivals were included in a single quadruplet [6]. Under some mild approximations this result could be generalized to non-isovelocity channels and compared to the results obtained in a range-independent event of the INTIMATE'96 data set where the MDL estimated signal subspace dimension was found to be in average equal to four [4].

Similar theoretical analysis is cumbersome, if not impossible, for a range-dependent environment. However, it is well known, that in such environment, the quadruplet structure of the arrival pattern is destroyed, and therefore a higher number of non-redundant arrivals may be expected, possibly leading to a higher discrimination and therefore a better potential for source localization.

III. THE INTIMATE'96 RANGE-DEPENDENT DATA SET

The Intimate'96 sea trial took place off the west coast of Portugal during June 1996. Results obtained in that data set have been reported elsewhere so the reader is referred to Demoulin *et al.* [7] for a complete description of the area and environmental conditions of the sea trial. The results presented here address the data gathered during Event II, from 07:10 to 20:41 of June 16, 1996. The bathymetry map, the source track and vertical receiving array position are shown in Fig. 1. The portion of the track until approximately 12:00 is nearly range-independent therefore we will concentrate in the remaining portion when the source ship goes off to the west until 14:30 and then in a arc-shaped track to the NE and finally back to the vertical array (VA). Water depth at source location during Event II is shown in Fig. 2.

During the same period of time CTD's were continuously made at the VA location and XBT's have been performed at the source position. Fig. 3 shows the sound speed profile calculated from XBT48 (14:03) that was used to initialize ray model TRIMAIN [8] to compute the predicted arrival times and amplitudes for each tentative source range. The bottom was characterized by a 1750 m/s compressional speed sandy layer with a density of 1.9 g/cm³ and a com-

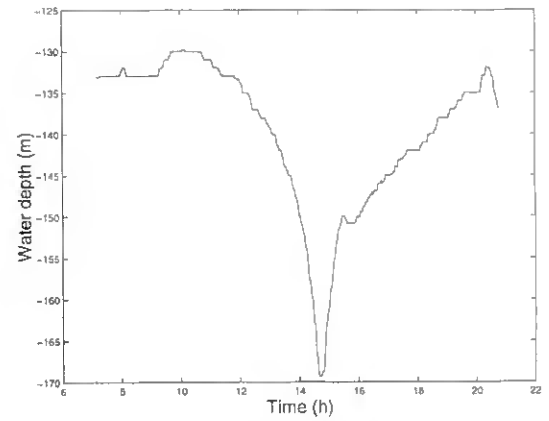


Fig. 2. Water depth at the source during Event II.

pressional attenuation of 0.8 dB/ λ [4]. Bottom impedance characterization was found to be important for predicting late arrival amplitudes. Since these amplitudes were used for data balancing in (6) and (7) their estimation was critical for source localization over this environment.

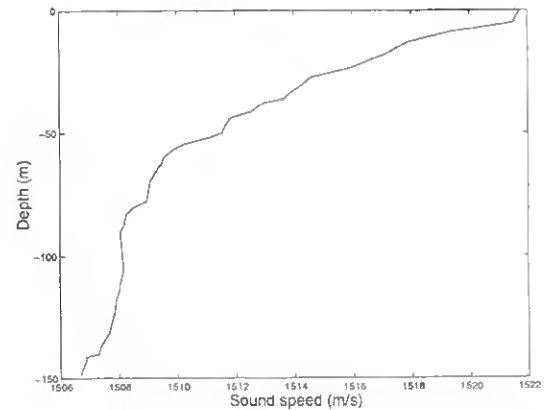


Fig. 3. Sound speed profile from XBT 48 (14:03).

The VA was composed of 4 hydrophones at nominal depths of 35, 70, 105 and 115 m. The emitted signal was an 300-800 Hz LFM sweep with 2 second duration and a repetition rate of 8 seconds. The source measured transfer function was used to filter the signal s_0 used for pulse compression at the receiver. Fig. 4 shows the source range estimation results at nominal depths obtained using only the hydrophone located at 115 m depth with both the ML and the SS methods (equations (6) and (7) respectively).

It can be remarked that despite the use of a range-independent ray model the source range (at correct depth) was correctly estimated at all times except for the largest ranges (approx. for $r > 9$ km) corresponding to the strongest water depth variation of the run (Fig. 2). Attempts with range-dependent ray-tracing profiles were unsuccessful at the present time.

The source range and depth along track are shown in Fig. 5, where it can be seen that an evolution of the source towards or away from the VA contributes to an increase or a decrease of the dimensionality of the signal subspace

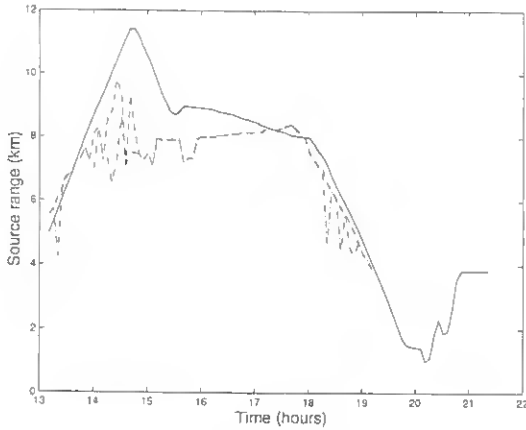


Fig. 4. Source range estimation during the range-dependent part of event II: GPS measured (—), ML estimated (---) and SS estimated (· · ·).

that varies from a mean value of 4 at constant ranges and a value of up to 15 at ranges of less than, say, 5-6 km.

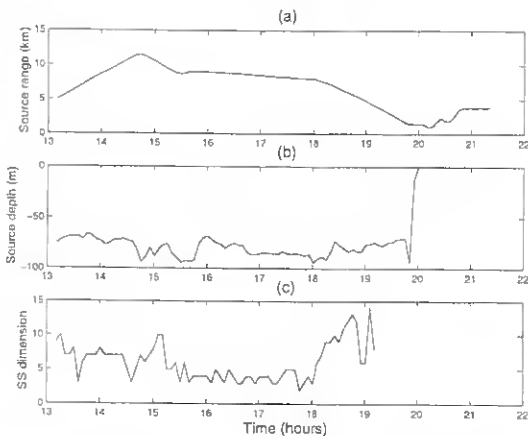


Fig. 5. INTIMATE'96: source range relative to vertical array (a), source depth (b) and estimated signal subspace dimension with MDL criteria (c), during the range-dependent part of event II, on June 16, 1996.

These results are in disagreement with the expectations. What is noted here is that somehow is the source range variation that has an impact on the dimensionality of the signal subspace and therefore seems to contribute to decorrelate the signal arrivals. It can be also noted that during these portions of the run (approximately 2.5 hours, from 13:00 to 14:00 and from 17:30 to 19:00) the SS method gave very accurate source range estimations and outperformed the ML estimator. Various tests keeping a constant subspace dimension throughout the run destroyed the localization.

IV. CONCLUSION

Source localization results in the INTIMATE'96 range-dependent data set have been reported by Porter et al. [2] using a direct correlation between the predicted and the estimated arrival patterns. To some extent these results are superior to those present in the present paper, specially at longer ranges. In this paper the goal was to understand the

role of the uncorrelation between arrivals in a source tracking run over a range-dependent environment. In particular, from the analysis of over 6 hours of source range tracking in a 130 - 160 m water depth range-dependent environment, it was found that the number of independent arrivals varies significantly with the source range either outwards or towards the receiving array. At a constant range of 8 km, over an arc-shaped track, the number of uncorrelated arrivals defaults to approx. 4 or 5, despite the range-dependent nature of the propagation line. The source range estimation results given by the ML and the SS estimators are equivalent, except for the portions with stronger range variation where a correct tracking of the subspace dimension gave some advantage to the SS method. In conclusion one may ask what could be the advantages of using the SS method over the ML or the correlation based method of Porter et al. At this point only two advantages can be pointed out: one is theoretical and deals with the analysis of the principal components of the data and the understanding of their connection with the physical behaviour of ray-propagation. The other is practical and relates to the higher resolution of the SS method when compared to the ML method in cases of limited source signal bandwidth (see simulated examples in [4]). Unfortunately there are also some drawbacks which are: a higher computational burden and a lower accuracy when compared to the direct correlation method of Porter et al..

ACKNOWLEDGMENT

The authors acknowledge the support of SACLANTCEN for lending the acoustic receiving system.

REFERENCES

- [1] M.B. Porter, S. Jesus, Y. Stéphan, X. Démoulin and E. Coelho, "Exploiting reliable features of the ocean channel response", *Proc. of SWAC'97*, Beijing, April 1997.
- [2] M.B. Porter, Y. Stéphan, X. Démoulin, S. Jesus and E. Coelho, "Shallow-water tracking in the sea of Nazaré", *Proc. Underwater Technologies'98*, IEEE Oceanic Engineering Society, Tokyo, Japan, 1998.
- [3] S.M. Jesus, M.B. Porter, Y. Stephan, E. Coelho and X. Demoulin, "Broadband localization with a single hydrophone", *Proc. of MTS/IEEE OCEANS'98*, Nice, France, September 1998.
- [4] S.M. Jesus, M.B. Porter, Y. Stephan, X. Demoulin, O.C. Rodríguez and E. Coelho, "Single hydrophone source localization", *IEEE J. of Oceanic Eng.*, to appear July 2000.
- [5] M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria", *IEEE Trans. on Acoust. Speech and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, no.2, pp.387-392, 1985.
- [6] O.C. Rodríguez and S.M. Jesus, "Physical limitations of travel time based shallow water tomography", submitted to *J. Acoust. Soc. Am.*, Dec. 1999.
- [7] X. Démoulin, Y. Stéphan, S. Jesus, E. Coelho and M.B. Porter, "INTIMATE96: a shallow water tomography experiment devoted to the study of internal tides", *Proc. of SWAC'97*, Beijing, April 1997.
- [8] TRIMAIN-83: A variable-Bottom, Multiprofile Raytrace Program, E.L. Wright, B.G. Roberts Jr. et al., NRL, 1970 (downloaded from oalib.njit.edu).

Physical limitations of travel-time-based shallow water tomography

Orlando C. Rodríguez^{a)} and Sérgio M. Jesus

Unidade de Ciências Exactas e Humanas, Universidade do Algarve, Campus de Gambelas, 8000—Faro, Portugal

(Received 22 November 1999; revised 23 May 2000; accepted 6 September 2000)

Travel-time-based tomography is a classical method for inverting sound-speed perturbations in an arbitrary environment. A linearization procedure enables relating travel-time perturbations to sound-speed perturbations through a kernel matrix. Thus travel-time-based tomography essentially relies on the inversion of the kernel matrix and is commonly called “linear inversion.” In practice, its spatial resolution is limited by the number of resolved and independent arrivals, which is a basic linear algebra requirement for linear inversion performance. Physically, arrival independency is much more difficult to determine since it is closely related to the sound propagating channel characteristics. This paper presents a brief review of linear inversion and shows that, in deep water, the number of resolved arrivals is equal to the number of independent arrivals, while in shallow water the number of independent arrivals can be much smaller than the number of resolved arrivals. This implies that in shallow water there are physical limitations to the number of independent travel times. Furthermore, those limitations are explained through the analysis of an equivalent environment with a constant sound speed. The results of this paper are of central importance for the understanding of travel-time-based shallow water tomography. © 2000 Acoustical Society of America. [S0001-4966(00)01212-1]

PACS numbers: 43.30.Pc, 43.60.Rw [DLB]

I. INTRODUCTION

Ocean acoustic tomography has been suggested in the last two decades as a powerful tool for large-scale ocean temperature monitoring. In contrast with standard “local” and “direct” methods, ocean acoustic tomography can be used to remotely determine mean current and temperature evolution through time in an ocean volume bounded by a system of acoustic sources and receivers.^{1,2} Travel-time-based tomography has been widely used in the context of ocean acoustic tomography to invert for sound-speed perturbations of a background (reference) profile.^{1–5} For instance, tomographic inversion can be performed by linearizing the integral relationship between perturbations in travel time and continuous perturbations in sound speed. After linearization, the perturbations in travel time are related to a set of discrete perturbations in sound speed through a kernel matrix, which depends on stable eigenrays of propagation. Sound-speed perturbations can be estimated by calculating a generalized inverse of the kernel matrix and relating back the set of sound-speed perturbations to travel-time perturbations. This technique is sometimes called “linear inversion” and its spatial resolution (i.e., the number of depths at which sound-speed perturbations can be reliably estimated) is fundamentally limited by the number of resolved—and as we will see independent—arrivals.

Despite the significant number of references related to linear inversion most studies are limited to its application in deep water, where the effects of sound reflection on the ocean boundaries can be, to a certain extent, neglected, and

acoustic arrivals can be easily resolved for long-range propagation. In shallow water the interaction of sound with the ocean boundaries plays an important role and time resolution of closely spaced arrivals is generally an important practical issue. As an example, Fig. 1 shows a typical shallow water channel impulse response estimate. It is clear from that figure that initial arrivals are unresolved, while late arrivals are well resolved and “clustered” in quadruplets. From ray-tracing predictions it can be shown that most of the initial unresolved arrivals correspond to refracted and bottom reflected eigenrays while the quadruplets correspond to surface and bottom reflected eigenrays. An important feature in this example is the significant number of resolved arrivals. In the context of travel-time-based shallow water tomography, and through linear inversion, it seems reasonable that those arrivals should be used to achieve a high spatial resolution of sound-speed estimates. This would be the case providing that all the resolved arrivals are independent, i.e., that all the acoustic arrivals that can be identified from one transmission to another correspond to “pieces” of information independently related to the perturbation of sound speed. This assumption seems to be implicitly accepted in some of the studies concerning linear inversion.^{1,3,4} Nevertheless, it is shown in this paper that for shallow water the number of independent arrivals is in fact smaller, and in some cases much smaller, than the number of actually measured—resolved—arrivals. This result implies that in shallow water part of the acoustic arrivals carry redundant information and therefore there are fundamental physical limitations to the number of independent arrivals. Furthermore, and most importantly, this paper shows that the redundancy of shallow water stable arrivals can be explained through the compari-

^{a)}Electronic mail: orodrig@ualg.pt

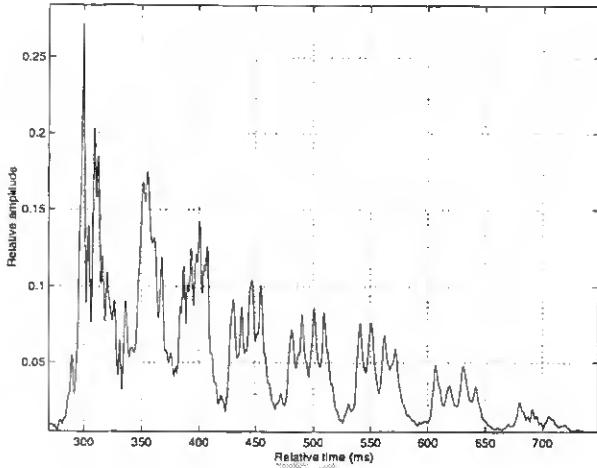


FIG. 1. Typical shallow water short-range arrival pattern showing unresolved (initial) and resolved (late) arrivals; resolved arrivals are "clustered" in groups of quadruplets [real data, taken from Jesus *et al.* (Ref. 6)].

son of the original waveguide with an isovelocity equivalent. Therefore, as a contribution to the general problem of acoustic tomography this paper presents the set of fundamental requirements for successful tomographic inversion of acoustic data in the context of travel-time-based shallow water tomography. This paper is organized as follows: Sec. II presents a brief theoretical review of linear inversion. This review is used in Sec. III to show, through simulations, that for deep water the number of independent arrivals is equal to the number of measured resolved travel times, while in shallow water the number of independent arrivals is much smaller than the number of actually measured resolved arrivals. The results of shallow water simulations are explained in Sec. IV through the comparison of the original acoustic waveguide with an isovelocity equivalent, and conclusions are drawn in Sec. V.

II. LINEAR INVERSION: THEORETICAL BACKGROUND

It can be shown on the basis of ray theory that the perturbation in travel time of an acoustic pulse can be written as^{1,2}

$$\Delta \tau = \int_{\Gamma} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_0} \frac{ds}{c_0(z)}, \quad (1)$$

where Γ and Γ_0 represent the eigenrays corresponding, respectively, to the perturbed and background sound-speed profiles $c(z)$ and $c_0(z)$. The background sound-speed profile $c_0(z)$ is considered to be known, for instance, from historical data. For small perturbations of sound speed $\delta c(z) = c(z) - c_0(z) \ll c_0(z)$ one can take $\Gamma \approx \Gamma_0$, so the previous equation becomes

$$\Delta \tau_i = \tau_i - \tau_i^0 = \int_{\Gamma_i} \frac{ds}{c(z)} - \int_{\Gamma_i} \frac{ds}{c_0(z)} \approx - \int_{\Gamma_i} \frac{\delta c(z)}{c_0^2(z)} ds, \quad (2)$$

where the integral is taken along the unperturbed eigenray Γ_i . The fundamental statement of this relationship is that a first-order perturbation in sound speed leads only to a first-

order perturbation in travel time, while the path of the eigenray is not affected by this perturbation. In this sense Γ_i corresponds to a stable eigenray and τ_i and τ_i^0 can be considered as resolved travel times (or resolved arrivals). It is clear that the number of perturbations in travel time should be equal to the number of resolved eigenrays or, correspondingly, to the number of resolved arrivals. By "collecting" a set of T perturbations in travel time and representing the acoustic waveguide as a system composed of L layers, one obtains the following linear system:²

$$\mathbf{y} = \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (3)$$

where $\mathbf{y} = [\Delta \tau_1 \Delta \tau_2 \dots \Delta \tau_T]^T$, $\mathbf{x} = [\delta c_1 \delta c_2 \dots \delta c_L]^T$, each δc_j is an average of $\delta c(z)$ in the j th layer, and \mathbf{n} represents the contribution of noise to the set of observations \mathbf{y} . Since the linear inversion will be tested with simulated data it will be considered in the following that there is a perfect match between both sides of the equation and the observations are fully deterministic (i.e., $\mathbf{n} = 0$).

Matrix \mathbf{E} , dimension $T \times L$, is called the "kernel matrix," the e_i of which have the following structure:

$$\mathbf{e}_i = \left[\frac{\Delta s_{i1}}{c_{01}^2} \frac{\Delta s_{i2}}{c_{02}^2} \dots \frac{\Delta s_{iL}}{c_{0L}^2} \right], \quad (4)$$

where Δs_{ij} stands for the length of ray i inside layer j with $i = 1, 2, \dots, T$ and $j = 1, 2, \dots, L$. The choice of the number of layers L can be done in many different ways. In general L is made as large as possible and in practice it is often larger than T . Under this assumption of $L > T$, Eq. (3) consists of an underdetermined system of equations that has more unknowns than equations, and therefore has an infinite number of solutions. Formally, the columns of matrix \mathbf{E} form a dependent set and, in practice, there is also no guarantee that T rows of \mathbf{E} are linearly independent, which is equivalent to saying that \mathbf{E} may be rank deficient. In terms of the underlying problem of time delays and sound-speed perturbations, rank deficiency means that not all resolved arrivals carry independent sound-speed information. Straight linear algebra tells us that such a system of equations has a solution \mathbf{x} , but that solution is not unique; that is to say that further information is needed to pick one among the possible solutions. The set of possible solutions are those that satisfy the system of equations

$$\mathbf{E}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{p}, \quad (5)$$

where $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{E}'\mathbf{E}]^{-1}\mathbf{E}'\mathbf{y}$ and therefore \mathbf{p} is the projection of \mathbf{y} onto the column space of \mathbf{E} . If such additional information is not available, the solution of Eq. (5) is the one that has minimum length. That solution is generally called the minimum norm solution and is given by the pseudoinverse

$$\mathbf{x}^\# = \mathbf{E}^\# \mathbf{y}. \quad (6)$$

The pseudoinverse $\mathbf{E}^\#$ is efficiently computed through the singular value decomposition⁷ (SVD) of matrix \mathbf{E} , $\mathbf{E} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}'$, which provides a way of dealing with the rank of \mathbf{E} by analysis of the singular spectra, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_T$, diagonal entries of \mathbf{S} , and further selection of the significant σ_i in the SVD. However, such selection can not be done in a unique manner since it generally depends on the particular charac-

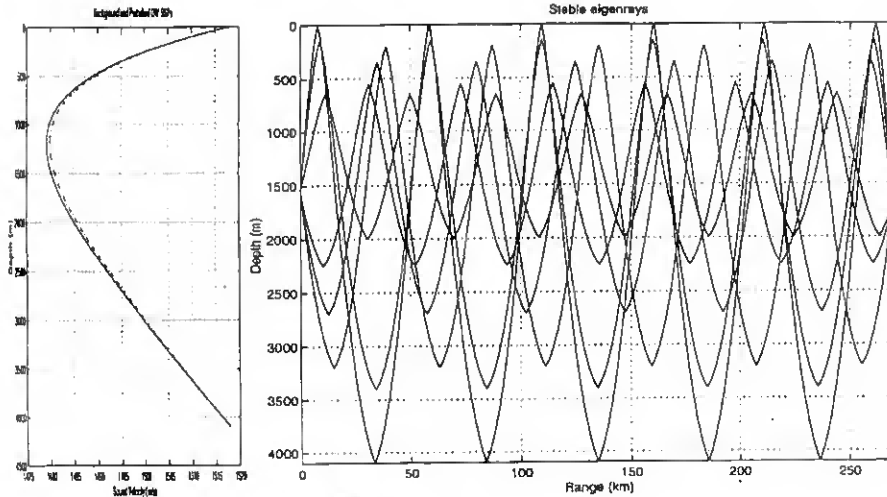


FIG. 2. Deep water test: Background $c_0(z)$ (dotted-dashed line) and perturbed $c(z)$ (continuous line) SSPs (left); stable eigenrays (right).

teristics of the problem. And even with the SVD solution being a minimum norm solution, nothing guarantees that such solution will be close to the searched solution, which is to say that minimizing $\|\mathbf{x}^\# \|$ does not imply the minimization of $\|\mathbf{x}^\# - \mathbf{x}\|$.

Finally, once the rank of the kernel matrix has been calculated, the minimum norm solution can be written as

$$\mathbf{x}^\# = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T \mathbf{y}, \quad (7)$$

where subscript $r = \text{rank}(\mathbf{E})$, and denotes that matrices \mathbf{V} and \mathbf{U} are formed by their r first singular vectors, and matrix \mathbf{S}_r is square with its first (highest) singular values along the diagonal.

III. SIMULATION TESTS

Using the theoretical background presented in the previous section, travel-time-based tomographic inversion through ray-tracing simulations is tested to determine the number of independent arrivals in both deep and shallow water scenarios. For each scenario a background and a perturbed sound-speed profile (SSP) are chosen in order to obtain a negative perturbation of sound speed, which corresponds to positive perturbations in travel time. For each SSP a set of eigenrays is calculated and the set of stable eigenrays, resolved arrivals, and corresponding perturbations in travel time are determined. The kernel matrix, \mathbf{E} , is constructed with the stable eigenrays and then the inverse solution is calculated from its SVD. When dealing with real data the number of independent eigenrays N (which is the same as the number of independent arrivals) can be estimated by using statistical criteria.^{6,8} Since the test case presented here is fully deterministic, an alternative method for estimating the rank of matrix \mathbf{E} is proposed. That method takes advantage of the structure of the inverse solution based on the SVD of the kernel matrix, which was discussed in the previous section, and introduces the following functional:

$$E(i) = \frac{\|\mathbf{x}_i^\# - \mathbf{x}\|^2}{\|\mathbf{x}_i^\#\|^2}, \quad (8)$$

where $\mathbf{x}_i^\#$ is the inverse solution obtained from Eq. (7) and calculated with the first i singular values. The “real” perturbation \mathbf{x} is calculated from $\delta c(z)$ (which is known in our simulated case) according to the adopted depth discretization. Using the functional $E(i)$ one can obtain the following estimator of the number of independent arrivals N :

$$\hat{N} = \arg\{\min_i E(i)\}. \quad (9)$$

The minimum of $E(i)$ does not have to be a minimum in the conventional sense since solutions with $N=1$ or $N=T$ will also be admitted. If $N=T$ (which should not be surprising) the natural conclusion is that all resolved arrivals are independent and therefore they all contribute with independent information to the tomographic inversion. However, if $N < T$ (and from ray tracing there is no apparent reason for this to be so), then the unexpected conclusion is that only N of T resolved arrivals are independent, and the remaining $N-T$ convey redundant information. Those redundant arrivals will not contribute with additional information to the tomographic inversion. It will be shown in the following subsections that in deep water one obtains the “expected” conclusion ($N=T$), while in shallow water part of the resolved arrivals are redundant, i.e., $N < T$.

A. Deep water test

The well-known analytical expression for the Munk velocity profile was used to generate the SSPs (see left panel of Fig. 2). Following the geometry of a real experiment⁴ the acoustic source and the receiver depths are $z_s = 1500$ and $z_r = 1650$ m, respectively, the depth of the acoustic waveguide is $D = 4100$ m, and the distance separating the source and the receiver is $R = 270$ km. The asymmetry $z_s \neq z_r$ is intentional. In fact, as discussed by Munk *et al.*,² by locating both source and receiver at the same depth one gets symmetric eigenrays, with turning points at the same depths. Therefore, those eigenrays sample the ocean in the same way and constitute a preliminary source of redundancy in the kernel matrix, which should be avoided. After eigenray ray tracing for the background and the perturbed SSPs, a set of five RR stable eigen-

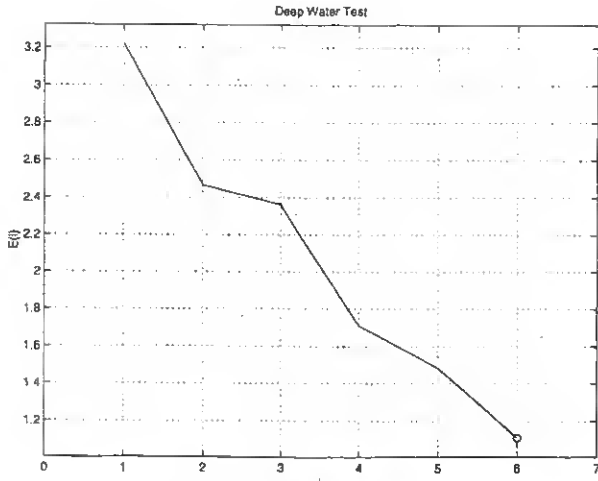


FIG. 3. Deep water test: Estimation of independent arrivals; the projection of the minimum [Eq. (8)] onto the horizontal axis indicates the number of independent arrivals N .

rays and one SRBR stable eigenray were found (see right panel of Fig. 2). The reflected eigenray should be considered in a somehow formal way (in fact this is the only eigenray that spans the entire water column) since in real conditions the amplitude of SRBR eigenrays is difficult to detect over the level of environmental noise.⁹ Using Eq. (8) it can be found that $N=6$ (see Fig. 3). From this result it can be concluded that all the resolved arrivals are independent and this is the “expected” conclusion.

B. Shallow water test

The shallow water background SSP for this test corresponds to the mean profile from CTD data used in Jesus *et al.*;⁶ a particular profile from the same data was considered to be representative of the perturbed SSP (see left panel of Fig. 4). The geometry of propagation was taken also from that reference, with the acoustic source at depth $z_s=90$ m, the hydrophone at depth $z_r=115$ m and range $R=5.6$ km,

and the total depth of the waveguide being $D=135$ m. As in the deep water test, the asymmetry $z_s \neq z_r$ avoids the redundancy of symmetric eigenrays with equal turning depths. From ray tracing it can be found that all eigenrays are of RBR or SRBR types (see Fig. 5). The RBR eigenrays [Fig. 5(a)] are not stable (see left box of right panel of Fig. 4) and therefore they can not be used in the tomographic inversion. The SRBR eigenrays [Fig. 5(b)] are stable and “clustered” in quadruplets and are, therefore, suitable for inversion purposes (see right box on right panel of Fig. 4). In general, the clustering of arrivals depends on the particular characteristics of the waveguide geometry and associated SSP. For the shallow water environment and SSP of this test one can remark that each quadruplet contains the arrival times τ , ordered according to the general sequence,

$$(\tau_{2m-1}^+, \tau_{2m}^+, \tau_{2m}^-, \tau_{2m+1}^-), \quad (10)$$

where the index of each τ represents the number of reflections on the surface or bottom of the corresponding eigenray, a “+” or a “-” sign indicates whether that eigenray was launched toward the surface or toward the bottom, respectively. To calculate the kernel matrix an homogeneous layer grid was introduced. Each layer has a thickness $\Delta z=4$ m, which is four times more than the spatial resolution of the discretized sound-speed profile. The depth of every layer interface was coincident with every fourth depth of the discretized sound speed. To simplify the calculations, additional interfaces were added at depths z_s , z_r , and D , which were not included in the homogeneous grid. Thus a total of 36 layers was used to calculate the kernel matrix. The sound speed for each layer was the average of the discretized sound speeds contained within the layer. The functional $E(i)$ was calculated considering a total of 20 resolved arrivals. However, its minimum is reached at $N=4$ (see Fig. 6), which indicates that only 4 of the 20 resolved arrivals are independent, while the other 16 are redundant. It should be remarked that this result is in agreement with a statistical estimation of uncorrelated paths presented in Jesus *et al.*⁶ It is clear that the result depends deeply on the particular structure of the

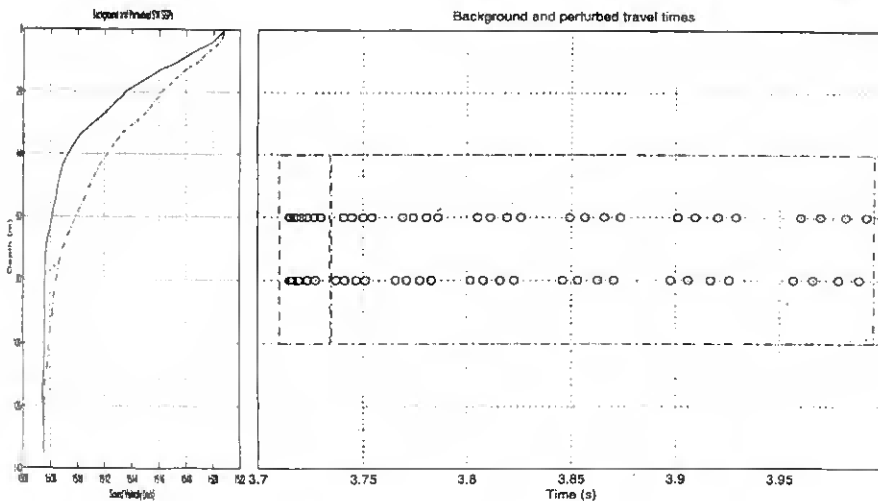


FIG. 4. Shallow water test: Background $c_0(z)$ (dotted-dashed line) and perturbed $c(z)$ (continuous line) SSPs (left); background τ_0 (lower sequence) and τ (upper sequence) travel times (right), left box indicates unstable arrivals, right box indicates resolved arrivals.

$$\tan \theta_{2m}^+ = \frac{2mD + z_s - z_r}{R}, \quad (11)$$

$$\tan \theta_{2m-1}^- = \frac{2mD - z_s - z_r}{R},$$

$$\tan \theta_{2m}^- = \frac{2mD - z_s + z_r}{R},$$

where the convention of the "+" or a "-" sign was already introduced in the discussion of the shallow water test. The number of total reflections is given by the index of each θ . There is no practical sense in calculating the θ_m for large values of m because the contribution of a particular eigenray to the pressure field decreases as the number of reflections increases. Furthermore, the arrival times correspond to

$$\tau_m^{+/-} = \frac{R}{c_0 \cos \theta_m^{+/-}}. \quad (12)$$

For an isovelocity SSP the clustering of arrivals depends mainly on the particular values of z_s , z_r , D , and R . However, by taking the values used in the shallow water test, and taking $c_0 = 1510$ m/s, it can be found that the set of four arrivals will be ordered again according to the general sequence Eq. (10). For the sake of simplicity let us consider further that the linear inversion is performed with a set of q quadruplets, so $T = 4q$. A simple choice of the layer system consists in selecting a homogeneous grid composed of L layers, each with a thickness $\Delta z = D/L$. The layer thickness will be taken sufficiently small to separate the source and the receiver with at least a single layer, i.e., the layer indexes will obey the following order:

$$j = 1, 2, \dots, L = 1, 2, \dots, S, S+1, \dots, R, R+1, \dots, L. \quad (13)$$

The indexes S and R correspond to the integer parts of $z_s/\Delta z$ and $z_r/\Delta z$, respectively. Furthermore, for the travel-time sequence given by Eq. (10) the isovelocity kernel matrix can be written as

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{e}_4 \\ \mathbf{e}_5 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Delta s_{11} \Delta s_{12} \dots \Delta s_{1L}] / c_0^2 \\ [\Delta s_{21} \Delta s_{22} \dots \Delta s_{2L}] / c_0^2 \\ [\Delta s_{31} \Delta s_{32} \dots \Delta s_{3L}] / c_0^2 \\ [\Delta s_{41} \Delta s_{42} \dots \Delta s_{4L}] / c_0^2 \\ [\Delta s_{51} \Delta s_{52} \dots \Delta s_{5L}] / c_0^2 \\ \vdots \\ [\Delta s_{T1} \Delta s_{T2} \dots \Delta s_{TL}] / c_0^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{2M-1}^+ \times \mathbf{e}_{2M-1}^+ \\ \alpha_{2M}^+ \times \mathbf{e}_{2M}^+ \\ \alpha_{2M}^- \times \mathbf{e}_{2M}^- \\ \alpha_{2M+1}^- \times \mathbf{e}_{2M+1}^- \\ \alpha_{2M+1}^+ \times \mathbf{e}_{2M+1}^+ \\ \vdots \\ \alpha_{2M+2q-1}^- \times \mathbf{e}_{2M+2q-1}^- \end{bmatrix}, \quad (14)$$

where $\alpha_m^{+/-} = (c_0^2 \sin^2 \theta_m^{+/-})^{-1}$, and the index $2M-1$ represents the number of even reflections of the first eigenray within the first quadruplet. The rows $\mathbf{e}_m^{+/-}$ are given by

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{2m-1}^+ &= [2m\Delta z \ 2m\Delta z \dots (2m-S)\Delta z \\ &\quad + z_s(2m-1)\Delta z \dots (2m-1-R)\Delta z \\ &\quad + z_r(2m-2)\Delta z \dots (2m-2)\Delta z], \\ \mathbf{e}_{2m}^+ &= [2m\Delta z \ 2m\Delta z \dots (2m-S)\Delta z + z_s(2m-1)\Delta z \dots \\ &\quad (2m-1+R)\Delta z - z_r 2m\Delta z \dots 2m\Delta z], \\ \mathbf{e}_{2m}^- &= [2m\Delta z \ 2m\Delta z \dots (2m+S)\Delta z \\ &\quad - z_s(2m+1)\Delta z \dots (2m+1-R)\Delta z \\ &\quad + z_r 2m\Delta z \dots 2m\Delta z], \\ \mathbf{e}_{2m+1}^- &= [2m\Delta z \ 2m\Delta z \dots (2m+S)\Delta z \\ &\quad - z_s(2m+1)\Delta z \dots (2m+1+R)\Delta z \\ &\quad - z_r(2m+2)\Delta z \dots (2m+2)\Delta z]. \end{aligned} \quad (15)$$

It follows from the previous set of equations that the rows $\mathbf{e}_m^{+/-}$ can be calculated recursively, through the relationship

$$\mathbf{e}_{2m+1}^{+/-} - \mathbf{e}_{2m-1}^{+/-} = \mathbf{e}_{2m+2}^{+/-} - \mathbf{e}_{2m}^{+/-} = [2\Delta z \ 2\Delta z \dots 2\Delta z]. \quad (16)$$

As shown by Eqs. (15), every four rows \mathbf{e}_i corresponding to a given quadruplet are independent. Furthermore, since α_i is a common factor to all the components of each row \mathbf{e}_i , the set Eqs. (16) indicates the linear dependence between each pair of rows \mathbf{e}_i and \mathbf{e}_{i+4} . In this way, the previous analysis of the isovelocity kernel matrix indicates not only *how many* of the eigenrays are independent [since the analysis shows that $\text{rank}(\mathbf{E}) = 4$], but indicates also in detail *which* are the independent eigenrays. For the case of a more generic sound-speed profile $c_0(z)$, as the number of reflections increases, one notes that the slope of each SRBR eigenray approaches a constant, given by the slope of the launching angle $\tan \theta$. Also significant is that the length of a single eigenray crossing a particular layer approaches the ratio $\Delta z / \sin \theta$. In this way, the general structure of Eqs. (15) suggests that, for the shallow water test, each row of \mathbf{E} can be approximated as

$$\mathbf{e}_i \approx \alpha_i \times \left[M_{i1} \frac{\Delta z}{c_{01}^2} M_{i2} \frac{\Delta z}{c_{02}^2} \dots M_{iL} \frac{\Delta z}{c_{0L}^2} \right], \quad (17)$$

where $\alpha_i = (\sin \theta_i)^{-1}$ and M_{ij} represents the number of times that the eigenray i crosses the layer j . Through further analogy the set Eqs. (15) guarantees that there are at least four different types of row components (since the layer thickness is not a common factor), and that guarantees the linear independence of those four rows \mathbf{e}_i , corresponding to a particular quadruplet. The analogy to Eqs. (15) allows one to note also that

$$\mathbf{e}_{i+4} \approx \alpha_{i+4} \times \left[(M_{i1} + 2) \frac{\Delta z}{c_{01}^2} (M_{i2} + 2) \frac{\Delta z}{c_{02}^2} \dots (M_{iL} + 2) \frac{\Delta z}{c_{0L}^2} \right], \quad (18)$$

which brings back the linear dependence between each pair of rows \mathbf{e}_i and \mathbf{e}_{i+4} . Thus the analysis of the isovelocity kernel matrix, and its analogy to the kernel matrix of the original shallow water waveguide, provide a full understanding of the results of the shallow water test.

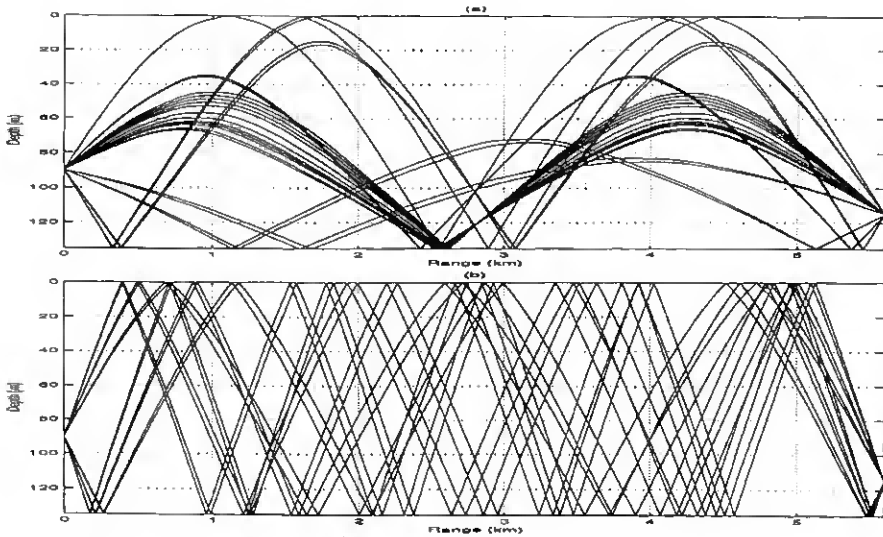


FIG. 5. Rays of propagation for unstable arrivals (a) and stable arrivals (b). (For simplicity only the first three quadruplets are shown.)

kernel matrix, which will be discussed in the following section.

IV. DISCUSSION

The simulation results obtained in the previous section show that the number of independent arrivals (and therefore, of independent eigenrays) can be much lower than the number of resolved arrivals. It follows from those results that there are fundamental physical limitations to the number of independent parameters available for travel-time tomography. However, the general understanding of the simulation results still remains incomplete because those results only say *how many* of the eigenrays are independent, but they do not say *which* are the independent eigenrays and the reason for being so. Intuitively it seems reasonable to admit that each set of eigenrays, corresponding to a particular quadruplet, are independent, and therefore, that each of those eigenrays contains a "piece" of independent information. In

mathematical terms this assumption states not only that $\text{rank}(\mathbf{E})=4$, but also that for a given quadruplet q the corresponding four rows in \mathbf{E} are linearly independent, and can be used to calculate the four rows of any other quadruplet. However, within the context of ray theory there is not a clear explanation to support this assumption. In part this is due to the fact that, for a generic sound-speed profile $c_0(z)$, one can not derive explicit analytic expressions for each row \mathbf{e}_i of the kernel matrix, thus "hiding" any possible dependence between different sets of rows. In general, for a shallow water waveguide, one can expect that most of the SRBR eigenrays are characterized by steep launching angles and by a significant number of reflections on both surface and bottom. As the number of reflections increases, the shape of the SRBR eigenrays tends to be closer to straight lines. Therefore, for a waveguide geometry like the one discussed in the shallow water test, but with an equivalent—constant—sound-speed profile, the isovelocity kernel matrix can provide a reasonable approximation to the original matrix \mathbf{E} . Moreover, for a constant c_0 , each row of \mathbf{E} can be explicitly calculated, making it possible to understand which eigenrays are the independent ones. Those results can provide fundamental knowledge related to the structure of the original kernel matrix, and thus provide an answer to the questions discussed in the beginning of this section.

In general, an SRBR eigenray launched to the surface can arrive at the hydrophone after being reflected an odd number of times $2m-1$, or after being reflected an even number of times $2m$, where m can take the values $1, 2, \dots$. The same kind of reasoning can be applied to an SRBR eigenray being launched to the bottom. Thus for a fixed m , there are four types of eigenrays connecting source and receiver. In the isovelocity case the launching angles of these four eigenrays can be derived by inspection and are given by

$$\tan \theta_{2m-1}^+ = \frac{(2m-2)D + z_s + z_r}{R},$$

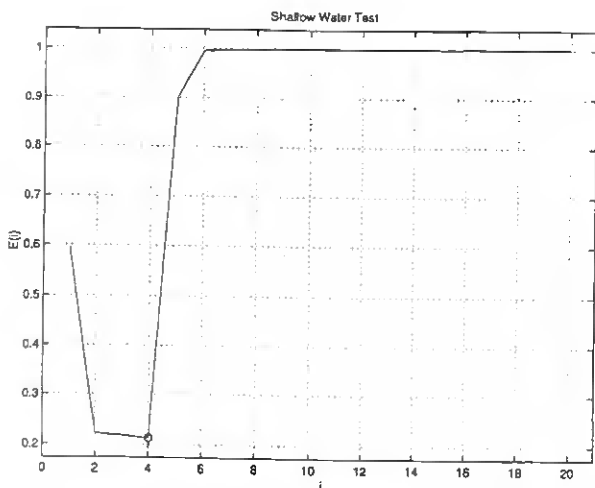


FIG. 6. Shallow water test: Estimation of independent arrivals; the projection of the minimum [Eq. (8)] onto the horizontal axis indicates the number of independent arrivals N .

V. CONCLUSIONS

On the basis of this analysis the following conclusions can be drawn: (1) in the context of travel-time-based shallow water tomography it is of fundamental importance to determine the number of independent resolved arrivals; (2) with real data the estimation of independent arrivals can be done through statistical tests, while in simulations the estimation can be performed by comparison of the inverse and expected solution; (3) it can be shown through ray-tracing simulation and under the condition of placing the source and the receiver at different depths, that in deep water the number of independent arrivals is equal to the number of resolved arrivals; corresponding simulations in shallow water reveal that the number of independent arrivals is much smaller than the number of actually measured—resolved—arrivals; (4) finally, the problem of travel-time redundancy in the shallow water waveguide is fully explained through the detailed analysis of the kernel matrix of an equivalent isovelocity waveguide, where the rows of the isovelocity matrix show a fundamental rank deficiency of the kernel matrix associated with the original shallow water waveguide.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors deeply want to thank the reviewers for the interest they have shown in the discussion of the material

presented in this publication. Their detailed remarks concerning some incomplete aspects of the material presented in the first version of the manuscript undoubtedly guided the authors to develop a fundamental improvement of that material.

- ¹W. Munk and C. Wunsch, "Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring," *Deep-Sea Res., Part A* 26, 123–161 (1979).
- ²W. Munk, P. Worcester, and C. Wunsch, "Ocean acoustic tomography," Cambridge Monographs on Mechanics, New York, 1995.
- ³Y. Stéphan and S. Thiria, "Neural inversions for ocean acoustic tomography," in *Inverse Problems in Engineering Mechanics*, edited by Bui Tanaka *et al.* (Balkema, 1994).
- ⁴S. Prasanna, Y. K. Somayajulu, T. V. Ramana, G. S. Navelkar, A. K. Saran, A. M. Almeida, and C. S. Murty, "Preliminary results of an acoustic tomography experiment (ATE-93) in the eastern Arabian Sea," Proceedings of the 2nd European Conference on Underwater Acoustics, edited by L. Bjorno, 1994.
- ⁵C.-S. Chiu, J. H. Miller, and J. F. Lynch, "Inverse techniques for coastal acoustic tomography," in *Environmental Acoustics*, edited by D. Lee and M. Schultz (World Scientific, Singapore, 1994).
- ⁶S. M. Jesus, M. B. Porter, Y. Stephan, X. Démoulin, O. Rodríguez, and E. Coelho, "Single hydrophone source localization," *IEEE J. Ocean Eng.* (submitted).
- ⁷W. Menke, *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory* (Academic, San Diego, 1989).
- ⁸M. Wax and T. Kailath, "Detection of signals by information theoretic criteria," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 33, No. 2, 387–392 (1985).
- ⁹I. Tolstoy and C. S. Clay, *Ocean Acoustics, Theory and Experiment in Underwater Sound* (AIP, New York, 1987).