

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

**ESTIMATIVA DO CAMPO DE PERMEABILIDADES POTENCIAIS E
DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE EM AQUÍFEROS
HETEROGÊNEOS A PARTIR DE INFORMAÇÃO GEOFÍSICA**

Luís Miguel de Amorim Ferreira Fernandes Nunes
(Licenciado)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Georrecursos

Orientador:

Doutor Luís Filipe Tavares Ribeiro

Júri:

Doutor Fernando Humberto Dias de Oliveira Muge (Professor Associado)

Doutora Amélia Maria Melo de Carvalho (Professor Auxiliar)

Doutor Luís Filipe Tavares Ribeiro (Professor Auxiliar)

Lisboa, Maio de 1998

ESTIMATIVA DO CAMPO DE PERMEABILIDADES POTENCIAIS E DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE EM AQUÍFEROS HETEROGÊNEOS A PARTIR DE INFORMAÇÃO GEOFÍSICA.

Luís Miguel de Amorim Ferreira Fernandes Nunes

Mestrado em Georrecursos

Orientador: Prof. Doutor Luís Filipe Tavares Ribeiro

Provas Concluídas em: 19 de Maio de 1998

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma metodologia para obtenção dos campos de permeabilidades potenciais e dos tensores de macrodispersividade de formações heterogêneas a partir de informação geofísica. A metodologia baseia-se nas relações conhecidas entre a resistividade eléctrica e a permeabilidade. É atribuído, heurísticamente, significado em termos de permeabilidade aos valores de condutividade eléctrica, e impostos cortes sobre a função de distribuição desta. Os locais amostrados são classificados como pertencendo, ou não, a cada uma das classes cumulativas (obtenção de variáveis indicatrizes). As variáveis são simuladas por técnicas de simulação condicional, ou outras. Os campos de permeabilidade potencial são obtidos por intersecção dos campos das indicatrizes. As distâncias de autocorrelação obtidas para o campo de permeabilidades servem como dados de entrada em modelos de determinação da macrodispersividade.

A metodologia foi aplicada ao aquífero cársico do Escarpão, no Algarve central. As imagens obtidas reproduziram as estruturas geológicas identificadas nos trabalhos de campo. As dispersividades longitudinais variaram entre 82,7 e 165,7 m, e as transversais entre -23,5 m (A_{12}) e 0,96 m (A_{33}).

Os resultados da aplicação desta metodologia podem ser usados para selecção de locais para sondagens, e/ ou serem incorporados em modelos de transporte.

PALAVRAS-CHAVE: Aquíferos
Heterogeneidade
Macrodispersividade
Métodos Geofísicos
Permeabilidade
Simulação Condicional

POTENTIAL PERMEABILITY FIELDS AND MACRODISPERSIVITY TENSORS ESTIMATION IN HETEROGENEOUS AQUIFERS FROM GEOPHYSICAL DATA.

ABSTRACT

A new method for the determination of permeability fields and macrodispersivity tensors is proposed. It stems from the known relations between soil electric resistivity and permeability. Several cutoffs are made to electric resistivity probability distribution. These cutoffs are heuristic estimates about what classes of values of one variable should relate to what classes of values of the other. The outcome of this process is a set of cumulative indicator variables. These variables are then simulated (by conditional simulation techniques, or others). The permeability fields are obtained by the intersection of the indicator variables. Autocorrelation distances (integer scales) obtained on the permeability fields are used as input to macrodispersivity models.

The method was applied to the Karst aquifer of the Escarpão, in central Algarve, Portugal. The images obtained fitted well the geologic structures identified by field works. Longitudinal dispersivities varied between 82,7 and 165,7 m, and transversal dispersivities between -23,5 m (A_{12}) and 0,96 m (A_{33}).

The results of this method may be useful for the selection of new drilling spots and as new input to solute transport models.

KEY-WORDS: Aquifers
Conditional Simulation
Geophysical Methods
Heterogeneity
Macrodispersivity
Permeability

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não teria sido possível sem a disponibilidade de alguns professores, colegas e amigos, a quem expesso os meus agradecimentos.

Ao Prof. Luís Ribeiro deixo o meu agradecimento pela disponibilidade que sempre demonstrou e pela forma como me orientou e estimulou com novas ideias ao longo deste trabalho.

À Prof. Doutora Amélia Carvalho-Dill quero expressar o meu agradecimento pela disponibilização dos dados tratados neste trabalho, e pelas profícuas discussões que tivemos.

À família e aos amigos agradeço a paciência e apoio que demonstraram ao longo deste período.

À Guida um muito especial obrigado pelo apoio e carinho prestados durante a execução deste trabalho.

ÍNDICE DE MATÉRIAS

1	OBJECTIVOS	1
2	INTRODUÇÃO	3
3	FUNDAMENTAÇÃO DAS TÉCNICAS UTILIZADAS	7
3.1	RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS GEOFÍSICAS E HIDROGEOLOGICAS.....	7
3.2	GENERALIDADES SOBRE A TÉCNICA E DISPOSITIVOS DE RECOLHA DOS PARÂMETROS GEOFÍSICOS.....	10
3.2.1	<i>Métodos de Prospecção Geofísica Aplicados à Hidrogeologia.....</i>	<i>10</i>
3.2.2	<i>O Método Very Low Frequency - Resistividade (RMT-R)</i>	<i>11</i>
3.3	INFERÊNCIA GEOESTATÍSTICA	15
3.3.1	<i>Introdução</i>	<i>15</i>
3.3.2	<i>Krigagem.....</i>	<i>19</i>
3.3.3	<i>Simulação Condicional.....</i>	<i>20</i>
3.4	IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DE ORGANIZAÇÃO ESPACIAL	26
3.4.1	<i>Introdução</i>	<i>26</i>
3.4.2	<i>Determinação das Probabilidades Condicionais de Transição</i>	<i>28</i>
3.4.3	<i>Regras Práticas para Identificação do Modelo de Organização Espacial.....</i>	<i>30</i>
3.5	DETERMINAÇÃO DA MACRODISPERSIVIDADE.....	33
3.5.1	<i>Introdução</i>	<i>33</i>
3.5.2	<i>Solução das Equações de Convecção-Dispersão 3Incorporação dos Parâmetros Macrodispersivos.....</i>	<i>38</i>
3.6	RELAÇÕES ENTRE A INFERÊNCIA ESTATÍSTICA E A ESTIMAÇÃO DA MACRODISPERSIVIDADE	42
3.6.1	<i>Modelos Convectivos Estratificados.....</i>	<i>45</i>
3.6.1.1	<i>Campo de Escoamento Longitudinal Invariante Sem Interação Entre Camadas</i>	<i>46</i>
3.6.1.2	<i>Campo de Escoamento Variável Longitudinalmente Sem Interação Entre Camadas</i>	<i>47</i>
3.6.1.3	<i>Campo de Escoamento Invariável Longitudinalmente Com Interação Entre Camadas</i>	<i>48</i>
3.6.2	<i>Modelos de Dispersão Multidimensional.....</i>	<i>50</i>
3.6.2.1	<i>Campo de Ln(K) Estatisticamente Homogéneo</i>	<i>51</i>
3.6.2.2	<i>Meio Estatisticamente Anisótropo</i>	<i>53</i>
4	DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA	63
4.1	INTRODUÇÃO	63
4.2	OBTENÇÃO DE UM CAMPO TRIDIMENSIONAL DA RESISTIVIDADE ELÉCTRICA.....	65
4.3	TRUNCAGEM DA VARIÁVEL RESISTIVIDADE ELÉCTRICA - CODIFICAÇÃO EM INDICATRIZES.....	67
4.4	IDENTIFICAÇÃO DO ARRANJO ESPACIAL - ESCOLHA DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO	67
4.5	INFERÊNCIA PARA TODO O CAMPO	68

4.6	OBTENÇÃO DE UM CAMPO DE PERMEABILIDADES POTENCIAIS.....	68
4.7	DETERMINAÇÃO DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE.....	69
5	 APLICAÇÃO À FORMAÇÃO DO ESCARPÃO.....	71
5.1	NECESSIDADE DO ESTUDO.....	71
5.2	DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	71
5.2.1	<i>Localização</i>	71
5.2.2	<i>Geomorfologia</i>	73
5.2.3	<i>Tectónica</i>	74
5.2.4	<i>Geologia e Hidrogeologia</i>	74
5.3	RECOLHA DOS DADOS GEOFÍSICOS.....	75
5.4	TRATAMENTO ESTATÍSTICO.....	77
5.5	ENSAIO PRELIMINAR – INFLUÊNCIA DA INVERSÃO GEOFÍSICA ANTES OU APÓS A INFERÊNCIA GEOESTATÍSTICA.....	78
5.6	INTERPRETAÇÃO DOS DADOS GEOFÍSICOS.....	85
5.7	CODIFICAÇÃO EM INDICATRIZES.....	85
5.8	ESCOLHA DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO.....	88
5.9	SIMULAÇÃO.....	92
5.9.1	<i>Simulação dos Resíduos das Indicatrizes</i>	92
5.9.2	<i>Inferência da Indicatriz</i>	98
5.9.3	<i>Inferência do Campo de Permeabilidades Potenciais, k_p</i>	99
5.10	DETERMINAÇÃO DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE.....	103
5.10.1	<i>Obtenção das Distâncias de Autocorrelação, λ, do Campo de Permeabilidades Potenciais, k_p</i>	103
5.10.2	<i>Análise Comparativa de Modelos</i>	104
6	 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES.....	119
6.1	ACERCA DO MÉTODO.....	119
6.2	ACERCA DOS RESULTADOS.....	120
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	123

ÍNDICE DE TABELAS

<i>Tabela 1. Métodos geofísicos utilizados para prospecção hidrogeológica.....</i>	<i>11</i>
<i>Tabela 2. Instrumentos de prospecção geofísica VLF.....</i>	<i>13</i>
<i>Tabela 3. Modelos convectivos estratificados para determinação de parâmetros da macrodispersividade. ..</i>	<i>60</i>
<i>Tabela 4. Modelos de dispersão multidimensional para determinação de parâmetros da macrodispersividade.</i>	<i>61</i>
<i>Tabela 5. Estatísticos das variáveis resistividade eléctrica aparente (\mathbf{r}_a) e desfasamento para as três frequências utilizadas. Obtidos a partir de 189 pontos de amostragem.</i>	<i>77</i>
<i>Tabela 6. Parâmetros dos modelos de variogramas teóricos para os dados de RMT. Todos os modelos ajustados são do tipo esférico, sem efeito de pepita ($\mathbf{g}(h)=Esf(h/a)$).</i>	<i>80</i>
<i>Tabela 7. Estatísticos das variáveis \mathbf{x} e \mathbf{C}.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabela 8. Estatísticos da variável resistividade eléctrica após inversão geofísica: variável original e desagregada.....</i>	<i>87</i>
<i>Tabela 9. Estatísticos das indicatrizes.</i>	<i>87</i>
<i>Tabela 10. Identificação dos modelos de arranjo espacial com base na proporcionalidade entre os variogramas cruzados das indicatrizes e os variogramas das indicatrizes.....</i>	<i>91</i>
<i>Tabela 11. Estatísticos dos resíduos das indicatrizes.....</i>	<i>93</i>
<i>Tabela 12. Parâmetros dos modelos esféricos teóricos ajustados aos resíduos das indicatrizes.</i>	<i>94</i>
<i>Tabela 13. Teste à conformidade dos modelos teóricos dos variogramas dos resíduos das indicatrizes: Erro médio (EM) e Erro relativo quadrático médio (ERQM).....</i>	<i>95</i>
<i>Tabela 14. Estatísticos das variáveis R_i^*, I_i^{**}, e I_i^*</i>	<i>99</i>
<i>Tabela 15. Parâmetros dos modelos esféricos teóricos ajustados para a variável k_p.....</i>	<i>103</i>
<i>Tabela 16. Caudais específicos, transmissividades e condutividades hidráulicas para as formações do Jurássico, J^{4-5} e J^4.....</i>	<i>105</i>
<i>Tabela 17. Estatísticos da condutividade hidráulica obtida a partir de 17 ensaios de caudal.</i>	<i>106</i>
<i>Tabela 18. Condutividade hidráulica efectiva para a análise tridimensional.....</i>	<i>107</i>
<i>Tabela 19. Dispersividades determinadas com os cinco modelos de macrodispersividade,.....</i>	<i>115</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Princípio do método VLF.....</i>	12
<i>Figura 2. Coeficientes de dispersão adimensionais versus número de Peclet.....</i>	36
<i>Figura 3. Sistema de coordenadas para o caso de isotropia no plano de estratificação, $x_2 = x_2'$, e escoamento inclinado de \mathbf{q} graus em relação à estratificação.....</i>	56
<i>Figura 4. Sistema de coordenadas para um caso com anisotropia no plano de estratificação, escoamento com um ângulo \mathbf{f} em relação à estratificação, e com valores médios em profundidade ($x_3 = x_3'$).....</i>	58
<i>Figura 5. Diagrama do procedimento metodológico.....</i>	64
<i>Figura 6. Processo de conversão dos dados em informação tridimensional sobre as séries litológicas (resistividade real).....</i>	66
<i>Figura 7. Localização da área estudada pelo método proposto.....</i>	Error! Bookmark not defined.
<i>Figura 8. Localização dos pontos de prospecção geofísica, com a localização aproximada da lixeira do Escarpão. Coordenadas UTM. A área definida pela linha a tracejado identifica o campo simulado. São representados também quatro transeptos.....</i>	76
<i>Figura 9. Representação pseudo-tridimensional das resistividades eléctricas e desfasamento.....</i>	78
<i>Figura 10. Duas opções estudadas para inferência e codificação dos dados RMT-R: i) inferência seguida de inversão; ii) inferência precedida de inversão.....</i>	80
<i>Figura 11. Variogramas da variável \mathbf{r}_a nas frequências de: a) 183; b) 77,5; c) 19 kHz.....</i>	81
<i>Figura 12. Variogramas da variável desfasamento nas frequências de: a) 183; b) 77,5; c) 19 kHz.</i>	82
<i>Figura 13. Variogramas experimentais da variável $\mathbf{C}(\mathbf{r}_a, x)$. a) Direcção E-W; b) direcção vertical.....</i>	83
<i>Figura 14. Comparação dos resultados obtidos por inversão antes e após a interpolação por krigagem.....</i>	84
<i>Figura 15. Variogramas experimentais das indicatrizes.....</i>	88
<i>Figura 16. Variogramas cruzados das indicatrizes.</i>	90
<i>Figura 17. Probabilidades condicionais de transição.....</i>	91
<i>Figura 18. Variogramas cruzados dos resíduos das indicatrizes</i>	92
<i>Figura 19. Variogramas experimentais dos resíduos das indicatrizes.</i>	93
<i>Figura 20. Variogramas experimentais das indicatrizes simuladas.....</i>	95
<i>Figura 21. Corte a 21 metros de profundidade no campo simulado dos resíduos das indicatrizes.</i>	96
<i>Figura 22. Perfil ao longo do transecto Norte-Sul UTM 571360 no campo simulado dos resíduos das indicatrizes.....</i>	97
<i>Figura 23. Corte à profundidade de 21 metros. Imagens obtidas por simulação sequencial da indicatriz. .</i>	100
<i>Figura 24. Dois transectos N-S nas coordenadas UTM 571360 e 571660.....</i>	101
<i>Figura 25. Dois transectos E-O nas coordenadas UTM 4109740 e 4110010.</i>	102
<i>Figura 26. Variogramas experimentais e teóricos ajustados à variável k_p.....</i>	104
<i>Figura 27. Distribuição de frequências da condutividade hidráulica.</i>	106

<i>Figura 28. Dispersividades para o modelo com isotropia no plano de estratificação e anisotropia vertical (escoamento regional numa secção vertical).....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 29. Razões entre as dispersividades transversais e a dispersividade na direcção da maior componente, A_{11}.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 30. Evolução da variação de h com a variação de q.....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 31. Dispersividades na abordagem 2D da dispersividade num meio.....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 32. Razões entre as dispersividades transversais e a dispersividade na direcção</i>	<i>111</i>
<i>Figura 33. Evolução da variação de y com a variação de f.....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 34. Dispersividade longitudinal, A_{11}, para um modelo de Matheron e de Marsily (1980) com isotropia no plano de estratificação, e anisotropia vertical.....</i>	<i>113</i>
<i>Figura 35. Dispersividade longitudinal, A_{11}, para um modelo de Neuman et al. (1987) com isotropia no plano de estratificação, e anisotropia vertical.....</i>	<i>114</i>
<i>Figura 36. Dispersividade longitudinal calculada pela expressão fractal de Neuman (1990), para escalas de trabalho, L_s, inferiores a 100 metros.....</i>	<i>114</i>
<i>Figura 37. Dispersividade longitudinal calculada pela expressão fractal de Neuman (1990), para escalas de trabalho, L_s, superiores a 100 metros.</i>	<i>115</i>
<i>Figura 38. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades longitudinais versus escala, com classificação de fiabilidade.</i>	<i>116</i>
<i>Figura 39. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades transversais horizontais versus escala, com classificação de fiabilidade.</i>	<i>117</i>
<i>Figura 40. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades transversais verticais versus escala, com classificação de fiabilidade</i>	<i>118</i>

NOTAÇÃO

- $g(h)$: Função variograma;
 f : Ângulo formado entre a direcção principal de fluxo e a direcção da principal componente do tensor de macrodispersividade, \mathbf{A} ;
 h : Ângulo formado entre a direcção principal de fluxo e a direcção da principal componente do tensor de macrodispersividade, \mathbf{A} ;
 q : Ângulo formado entre a inclinação do escoamento e a inclinação do escoamento ($^{\circ}$);
 y : Ângulo formado entre a inclinação do escoamento e a inclinação do escoamento ($^{\circ}$);
 s : Condutividade eléctrica ($S\ m^{-1}$);
 j : Desfasamento entre o campo eléctrico e magnético ($^{\circ}$);
 l : Distância média de autocorrelação (amplitude);
 Y : Função de distribuição gaussiana;
 d : Profundidade de exploração do método RMT-R (m);
 w : Pulsação (Hz);
 r : Resistividade eléctrica real ($\Omega\ m$);
 t : Tempo de residência médio (em células de mistura) (s);
 v : Parâmetro relacionado com a tortuosidade;
 m : Permeabilidade magnética do vazio ($H\ m^{-1}$);
 S^2_C : Variância da concentração do soluto;
 S^2_f : Variância de $Ln(K)$;
 S^2_K : Variância de K ;
 S^2_u : Variância da velocidade de escoamento;
 r_a : Resistividade eléctrica aparente ($\Omega\ m$);
 ss_{+i} : Covariância cruzada;
 l_i : Distância de autocorrelação em meios anisótropos, $i=1,2,3$;
 a : Dispersividade longitudinal (cm ou m);
 D : Distância entre centro de células (modelos de células de mistura) (cm ou m);
 D' : Comprimento da célula de mistura (cm ou m);
 a_T : Dispersividade transversal (cm ou m);
 r_w : Resistividade eléctrica da água ($\Omega\ m$);
 A : Área de secção (m^2 ou cm^2);
 \mathbf{A} : Tensor de macrodispersividade;
 A_{aL} : Dispersividade longitudinal assintótica aparente (m);
 A_{ij} : Componentes do tensor de macrodispersividade, \mathbf{A} ;
 A_x : Macrodispersividade ao longo da direcção de escoamento (m);
 C : Concentração de um soluto;
 C_e : Condutância eléctrica longitudinal – função de Dar Zarrouk (S);
 $Cov(h)=C(h)=s(h)$: Covariância espacial;
 D^* : Coeficiente de dispersão efectivo ($m^2\ s^{-1}$ ou $cm^2\ s^{-1}$);
 d : diâmetro médio das partículas (cm);
 \mathbf{D} : Tensor de dispersão;
 D_d : Coeficiente efectivo de difusão molecular ($m^2\ s^{-1}$ ou $cm^2\ s^{-1}$);
 D_L : Coeficiente de dispersão longitudinal ($m^2\ s^{-1}$ ou $cm^2\ s^{-1}$);
 D_T : Coeficiente de dispersão transversal ($m^2\ s^{-1}$ ou $cm^2\ s^{-1}$);
 E : Potencial eléctrico (V);
 E_x : Campo eléctrico na direcção x ($V\ m^{-1}$);
 F : Factor de formação (ρ/ρ_w);
 f_e : Frequência da onda electromagnética (Hz);
 H : Espessura do aquífero ou camada litológica (m);
 H_y : Campo magnético ($A\ m^{-1}$);

i : Densidade da corrente eléctrica (A m⁻²);
 J : Gradiente hidráulico;
 J_i : Gradiente hidráulico na direcção i , $i=1,2,3$;
 K : Condutividade hidráulica (m s⁻¹ ou cm s⁻¹);
 k : Permeabilidade (m²);
 K_A : Média aritmética de K .
 K_g : Média geométrica de K ($K_g = \exp[E(Ln K)]$);
 K_H : Média harmónica de K ($K_H = N / \sum_{i=1}^N 1/x_i$);
 \bar{K}_{ii} : Condutividade hidráulica efectiva (anisótropa), $i=1,2,3$;
 m : valor médio de uma variável z ;
 M : Volume de uma célula de mistura (cm³ ou m³);
 n : Porosidade;
 P : Número de Peclet;
 Q : Caudal (m³ s⁻¹ ou cm³ s⁻¹);
 q : Caudal específico (m s⁻¹);
 R : Resistência eléctrica transversal – variável de Dar Zarrouk (Ω);
 $T(z)$: valor médio das amostras de uma variável z ;
 t : Tempo (s ou d)
 T : Transmissividade hidráulica (m² s⁻¹);
 U : Velocidade média de escoamento (no aquífero) (cm s⁻¹ ou m s⁻¹);
 V : Vector de velocidade de escoamento no poro (local) (m cm⁻¹);
 \bar{v} : Velocidade média num tubo capilar (ou poro), ou velocidade média de escoamento num aquífero (m s⁻¹), na abordagem probabilística;
 $Var(h)=C(0)$: Variância espacial;
 X : Deslocamento médio de uma nuvem de partículas;
 $Z(x)$: Função aleatória;
 $z(x)$: variável aleatória;

1 OBJECTIVOS

Neste trabalho propõe-se um procedimento metodológico para obtenção de estimativas do campo de permeabilidades num meio heterogéneo, fracturado/carsificado, a usar em situações em que se desconheçam os valores efectivos das variáveis hidrogeológicas. As estimativas são obtidas recorrendo a técnicas de simulação estocástica da indicatriz, a partir exclusivamente de dados geofísicos, em que a presença da variável resistividade eléctrica é obrigatória.

Este procedimento poderá servir em casos em que desconheça a distribuição espacial da permeabilidade de uma formação, e em que não se disponha de sondagens na área em estudo. Este método deve ser aplicado apenas quando não exista forma directa de obter a mesma informação.

É também proposto que o campo de permeabilidades estimado pelo método possa ser utilizado para estimação dos parâmetros macrodispersivos de meios heterogéneos fracturados/carsificados. Neste sentido são comparadas metodologias estocásticas desenvolvidas para determinação dos tensores de macrodispersividade.

O procedimento metodológico proposto é aplicado ao caso concreto do meio aquífero dos calcários, calcários dolomíticos e dolomitos do Escarpão, na área envolvente à actual lixeira do concelho de Albufeira, Algarve.

2 INTRODUÇÃO

Esta proposta metodológica pretende dar resposta à necessidade frequente de estimar parâmetros hidráulicos de aquíferos (em termos da distribuição espacial e variabilidade) em locais onde a informação é escassa. A informação procurada é, em muitos casos, a necessária para que os modelos de dispersão gerem resultados com alguma fiabilidade.

A informação disponível, além de escassa, está usualmente concentrada espacialmente, tornando a estimativa para as áreas não amostradas difícil e sujeita a elevados erros de estimação. A amostragem de novos valores (por sondagens e ensaios de caudal, por exemplo) garante a diminuição no erro de estimação, mas implica um investimento económico cujo montante pode não estar disponível.

São frequentes os estudos que utilizam informação indirecta (*soft*) em conjunto com informação directa por forma a aumentar a quantidade e qualidade da informação disponível, bem como, recorrendo às correlações entre estas variáveis, inferir para áreas onde não exista informação directa. Ahmed e Marsily (1986) e Ahmed *et al.* (1988), por exemplo, utilizaram dados de resistividade eléctrica para estimar a transmissividade num aquífero aluvionar na Tunísia, recorrendo a cokrigagem (entre outras técnicas); Coptý *et al.* (1993) recorreram a um método Bayesiano para estimar permeabilidade através da velocidade de propagação de ondas sísmicas. No formalismo dos métodos não paramétricos, Schafmeister e Burger (1995) mostraram a utilidade do uso da indicatriz na estimação da condutividade hidráulica a partir de informação directa e indirecta; Schafmeister (1996) utiliza esta codificação para estimar as condutividades hidráulicas a partir de dados litológicos, perto de Berlim, na Alemanha; Garcia e Froidevaux (1996) utilizaram codificação de indicatriz e cokrigagem para gerar cartas de probabilidade de contaminação em Lorraine, França. Dimitrakopoulos e Dagbert (1993) e Muge *et al.* (1997) utilizaram simulação sequencial da indicatriz num método próximo do proposto neste trabalho, mas em que a informação trabalhada foi apenas de natureza directa - litológica.

As técnicas geostatísticas que aqui se propõem são articuladas, numa abordagem inovadora, com técnicas espectrais a fim de obter as estimativas dos tensores de macrodispersividade. A relação entre as funções de covariância e as densidades espectrais no domínio dos processos

estocásticos é bem conhecida (ver, *e.g.*, Söderström (1994) para fundamentação teórica), e ambas as técnicas têm sido utilizadas na análise de processos naturais com alguma forma de repetição espacial e/ou temporal. As técnicas geoestatísticas e espectrais são, na realidade, abordagens diferentes com o objectivo único de encontrar as funções que melhor reproduzem as relações espaciais dos processos naturais. É, portanto, natural que se procure articular o resultado de ambas para um objectivo que é comum.

O resultado desta «parceria» entre técnicas de estimação permite obter um conjunto de informação indispensável ao desenvolvimento de ferramentas de avaliação e previsão da evolução dos fenómenos de contaminação. A grande vantagem das técnicas estocásticas é de ser possível gerar um grande número (tantas quantas se queiram) de imagens da mesma realidade, e portanto ser possível também obter medidas da incerteza associada à estimação.

A simulação de um elevado número de imagens da mesma realidade, com a mesma média e covariância espacial (condicional, ou não), permite obter as funções de distribuição de probabilidade posteriores em cada um dos locais simulados. O que permite seleccionar, por exemplo, a imagem mais frequente, ou com 95 % de probabilidade de ocorrência.

As imagens obtidas podem ser processadas por uma qualquer função de transferência (*e.g.*, modelo de simulação) a fim de obter outras tantas imagens do fenómeno simulado (*e.g.*, dispersão de contaminantes). Também neste caso se podem obter estimativas quanto à incerteza associada ao fenómeno simulado, isto é, é possível estimar probabilidades de ocorrência de determinado evento. A quantificação da incerteza tem sido utilizada para avaliar teores em fenómenos de contaminação, bem como para estimar os seus custos ambientais, sociais, e custos de tratamento.

As técnicas de simulação condicional são instrumentos particularmente eficazes para construção de modelos conceptuais de meios muito heterogêneos, dadas as características de preservação da heterogeneidade e variabilidade, mantendo o condicionamento aos dados de campo. Este último aspecto é referido por Graham e McLaughlin (1989) como fundamental no processo de avaliação da dispersividade (local) em meios heterogêneos em que os processos estocásticos são não estacionários – pela necessidade de conhecer a variabilidade local das variáveis. Este aspecto não é tratado neste relatório dada a incerteza quanto ao regime de escoamento no caso de estudo, e pela necessidade de comparação de metodologias para

estimação dos tensores de macrodispersividade, as quais estão mais desenvolvidas teoricamente e têm já alguma aplicação prática.

O relatório está organizado em três grupos fundamentais: a fundamentação das técnicas utilizadas, onde se descrevem os princípios teóricos e os principais trabalhos realizados; a introdução da metodologia proposta para obtenção do campo de permeabilidades potenciais e dos tensores de macrodispersividade, onde se apresentam de forma expedita os diferentes passos da metodologia; uma aplicação ao caso concreto de um aquífero cárstico. A discussão dos resultados é, por fim, feita em termos dos resultados obtidos para o caso de estudo, e da aplicabilidade da metodologia proposta.

3 FUNDAMENTAÇÃO DAS TÉCNICAS UTILIZADAS

3.1 RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS GEOFÍSICAS E HIDROGEOLÓGICAS

A resistividade eléctrica, propriedade inerente a todos os materiais terrestres, é a resistência que o material oferece à passagem da corrente eléctrica; a condutividade eléctrica é, naturalmente, o inverso. Em meios porosos (rochas não consolidadas) o fluxo de corrente eléctrica faz-se essencialmente ao nível do fluido intersticial e na camada limite entre a matriz sólida e o meio líquido; em meios não porosos (*e.g.*, rochas fracturadas e carsificadas), a corrente eléctrica é obrigada a atravessar o material constituinte da rocha antes de atingir as fracturas e condutos cárnicos, sendo portanto sujeita a maior resistência. Os minerais de argila, por seu lado, conduzem a corrente eléctrica tanto electronicamente (no fluido), como através da dupla camada na interface mineral/electrólito. Assim, a presença de minerais de argila altera significativamente a resposta dos ensaios geofísicos, normalmente por diminuição do valor da resistividade eléctrica.

A aplicação dos métodos electromagnéticos e de resistividade à hidrogeologia teve forte desenvolvimento nas décadas de sessenta e setenta (vejam-se os trabalhos de Flathe, 1964, 1970, 1976; Joiner *et al.*, 1968; Kelly, 1977; Page, 1968; Zohdy, 1965, 1969; Zohdy *et al.*, 1974). Durante a década de oitenta foram publicados diversos estudos na linha dos anteriores (*e.g.*, Ayers, 1989), mas com maior desenvolvimento sobre a influência da anisotropia (*e.g.*, Kelly e Reiter (1984) e referências nele incluídas), presença de materiais argilosos (*e.g.*, Heigold *et al.*, 1979; Mazac e Landa, 1979; Mazac *et al.*, 1985; Park e Dickey, 1989), comportamento na zona vadosa (Frohlich e Parke, 1989) e comportamento em meios cárnicos (*e.g.*, Müller, 1982). O uso destas técnicas teve forte desenvolvimento na década de noventa, sendo de realçar, em especial, as aplicações a meios cárnicos (Turberg, 1991a, 1993; Greene e Rahn, 1995; Mokhopadhyay, 1995).

Ainda que o fluxo da corrente eléctrica e o escoamento da água subterrânea sejam regidos por leis físicas diferentes, têm sido estabelecidas analogias entre elas. Alguns autores determinaram mesmo relações empíricas, lineares ou logarítmicas, entre a condutividade hidráulica, K , e a resistividade eléctrica aparente dos materiais constituintes dos aquíferos, r_a ,

ou entre a transmissividade, T , e a resistência transversal¹, R . Estas relações têm como fundamento a relação entre a lei de Darcy e a lei de Ohm,

$$Q = K \cdot J \cdot A \quad _ 1$$

e

$$i = \mathbf{s} \cdot E \quad _ 2$$

onde Q é o caudal; J é o gradiente hidráulico; A a área da secção perpendicular ao escoamento; i a densidade da corrente²; e \mathbf{s} é a condutividade eléctrica $\equiv \frac{1}{\mathbf{r}}$, e E o potencial. Considerando um prisma de material do aquífero com área de secção unitária, e espessura, H , as duas leis podem ser combinadas (Sri Nivas e Singhal, 1981):

$$T = K \mathbf{s} R \quad _ 3$$

e

$$T = \frac{K}{\mathbf{s}} C_e \quad _ 4$$

Os autores supracitados determinaram as relações entre T e R , para diversos valores do produto $K\mathbf{s}$ na condição deste parâmetro se manter invariável no espaço, e ser conhecido. Maillet (1947) designou R e C_e por variável e função de Dar-Zarrouk, respectivamente, e formam no conjunto os parâmetros de Dar-Zarrouk.

Outros autores utilizam um parâmetro adimensional obtido pela divisão da resistividade eléctrica do meio, ρ , pela resistividade eléctrica da água, \mathbf{r}_w , dando origem ao factor de formação, F , (Archie (1942):

¹ $R = \mathbf{r} \cdot H$, em que \mathbf{r} é resistividade eléctrica da formação, e H é a espessura do aquífero (ou da camada litológica). A condutância longitudinal, C_e , é, por seu lado, definida por $C_e = \frac{\mathbf{r}}{H}$, ou $C_e = \mathbf{s} \cdot H$, com σ a condutividade eléctrica.

² A lei de Ohm relaciona a corrente, diferença de potencial e a resistência, de tal forma que $\partial V = \partial R \cdot I$, e $\partial R = \frac{\mathbf{r} \partial L}{\partial A}$, substituindo vem $\frac{\partial V}{\partial L} = -\frac{\mathbf{r} I}{\partial A} = -\mathbf{r} i$, em que o termo da esquerda representa o gradiente através do elemento em volt m^{-1} , e i a densidade da corrente, em $A m^2$. Em geral a densidade da corrente em qualquer direcção dentro de um material é dada pela derivada parcial negativa do potencial naquela direcção, dividida pela resistividade:
 $i = -dV/dL \mathbf{x}$

$$F = \frac{r}{r_w}$$

_ 5

Segundo este autor também

$$F = a n^{-m}$$

_ 6

ou seja, estabelece uma relação entre F e a porosidade, n , sendo m e a constantes representativas de propriedades intrínsecas do material. Archie (1950) estabelece a seguinte relação entre a permeabilidade, k , e a porosidade

$$k = b n^c$$

_ 7

com b e c constantes. A porosidade pode ser determinada pela expressão _ 6, e substituída na expressão _ 7 para obter uma estimativa da permeabilidade a partir de informação sobre a resistividade eléctrica do meio e do fluido.

Esta relação está na base do desenvolvimento de diversos modelos de correlação entre a porosidade do meio e a resistividade eléctrica (e.g., Urish, 1981; Kosinski e Kelly, 1981); entre a resistividade eléctrica e a condutividade hidráulica (e.g., Heigold *et al.*, 1979); entre a resistência transversal e transmissividade (Sri Nivas e Singhal (1981, 1985). Utilizando o factor de formação, F , Kwader (1985) determinou a permeabilidade de um aquífero carbonatado na Florida, E.U.A.. Outros autores trataram o problema da anisotropia espacial da condutividade eléctrica (Kelly e Reiter, 1984). Segundo estes últimos autores as correlações empíricas entre a condutividade hidráulica e a resistividade eléctrica dependem da anisotropia das formações.

As relações entre os parâmetros geofísicos e hidrogeológicos podem ser directas ou inversas. A teoria prevê que a relação entre resistividade eléctrica e condutividade hidráulica seja directa (equação _ 7) (desde que $c < 0$). As equações estabelecidas por Archie são apenas válidas para meios homogêneos. Quando a formação aquífera é heterogênea obtêm-se resultados anómalos. Mazac e Landa (1979) e Mazac *et al.* (1978) concluem que as correlações são afectadas pelo grau de anisotropia; Mazac *et al.* (1985) mostraram exemplos em que se observou a inversão da correlação na presença de materiais argilosos, intercalados numa formação de elevada permeabilidade.

Recorrendo à teoria geoestatística, nomeadamente a técnicas de cokrigagem, Ahmed *et al.* (1988) e Ahmed e Marsily (1986), estimaram valores de transmissividade no Vale de Medjerda na Tunísia a partir de dados de resistividade transversal. As vantagens dos métodos geoestatísticos devem-se a integrar a estrutural espacial da variável regionalizada, e ao uso de toda a informação disponível (por cokrigagem, krigagem com deriva externa, krigagem combinada com regressão linear, entre outras) – vejam-se também as referências anteriores e Ahmed e Marsily (1987). No entanto, não se tem conhecimento de trabalhos que correlacionem as variáveis geofísicas e hidrogeológicas recorrendo a técnicas de cokrigagem da indicatriz (krigagem disjuntiva), ou krigagem simples de indicatrizes de variáveis geofísicas, à semelhança do que foi realizado para litologias obtidas a partir de logs (e.g., Johnson e Dreiss, 1989; Ritzi *et al.*, 1994; Desbarats e Bachu, 1994; Johnson, 1995; Sminchack *et al.*, 1996).

Wen e Kung (1993), Muge *et al.* (1997), e Ribeiro *et al.* (1997), entre outros, utilizaram simulações condicionais para obter os campos de permeabilidade ou a distribuição de litofácies a partir de dados geológicos, ou de dados geológicos e geofísicos (Mckenna e Poeter, 1995).

3.2 GENERALIDADES SOBRE A TÉCNICA E DISPOSITIVOS DE RECOLHA DOS PARÂMETROS GEOFÍSICOS

3.2.1 Métodos de Prospecção Geofísica Aplicados à Hidrogeologia

A prospecção geofísica compreende um grande número de métodos que visam definir indirectamente a geometria das formações no subsolo. Os métodos geofísicos podem dividir-se em três grandes grupos: sísmicos, electromagnéticos, e gravimétricos. A resposta geofísica de uma estrutura pode ser diferente para métodos diferentes, e a capacidade de um método identificar uma estrutura está dependente deste e do contraste entre a estrutura alvo e o meio em que esta se encontra. Os métodos geofísicos podem ser utilizados para elaborar cartografia de superfície ou em sondagens verticais (diagrafias).

Os métodos geofísicos mais utilizados em hidrogeologia são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Métodos geofísicos utilizados para prospecção hidrogeológica.

Método de prospecção	Grandeza medida e unidade	Receptor utilizado
Refracção sísmica	Velocidade de propagação (m/s)	Geofone/hidrofone
Reflexão sísmica	Velocidade de propagação (m/s)	Geofone/hidrofone
Electricidade	Resistividade eléctrica (Ω m)	Resistímetro
Electromagnetismo	Desfasamento (graus)	Fasímetro
	Resistividade eléctrica (Ω m)	Resistímetro
	In-phase, Out-phase	Bobine eixo horizontal, bobine eixo vertical
Magnetismo	Campo magnético terrestre (nT) ¹	Magnetómetro
Gravimetria	Campo gravítico (mGal) ²	Gravímetro
Teledeteccção	Alinhamentos (tratamento de imagem)	Satélite
Radiometria	Radioactividade (α , β , γ)	Cintilómetro, espectrómetro
Geotermia	Temperatura ($^{\circ}$ C, ...)	Termómetro

1: nT, nanoTesla; 2: mGal, miliGal (=1 cm s⁻²). Extraído de (Müller, 1996).

Estes métodos têm sido utilizados para selecção dos locais para sondagens, determinação da geometria de aquíferos, de áreas de vulnerabilidade, e de plumas de contaminação.

Na maioria dos casos a investigação geofísica permite apenas detectar as zonas aquíferas mais prováveis. Necessita portanto de ser complementada com informação sobre o contexto tectónico, o hidrodinamismo e a heterogeneidade das formações.

Os métodos electromagnéticos subdividem-se em dois grandes grupos: o primeiro utiliza como fonte primária as ondas electromagnéticas do campo electromagnético terrestre ou as perturbações provocadas nesse campo por causas naturais; o segundo grupo que utiliza ondas artificiais, geradas quer por uma fonte fixa (antena emissora de ondas de muito baixa frequência a baixa frequência), quer por fonte móvel.

Os princípios teóricos e o procedimento de campo para os outros métodos podem ser encontrados em Keary e Brooks (1993), Turberg (1993), Müller (1996).

3.2.2 O Método Very Low Frequency - Resistividade (RMT-R)

Este método utiliza, como o nome indica, emissões de muito baixa frequência provenientes de antenas de grande potência distribuídas por todo o globo. Estas antenas são, na sua grande

maioria, destinadas a fins militares: para comunicação via rádio com submarinos. As frequências de emissão variam, normalmente, entre os 3 e 30 kHz.

A grandes distâncias da fonte emissora pode considerar-se que a onda VLF é plana, isto é, o campo magnético é horizontal e paralelo ao solo; o campo eléctrico tem orientação vertical³ (ver Figura 1).

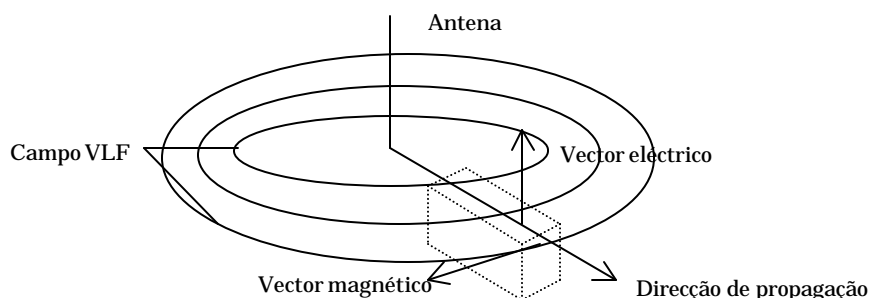


Figura 1. Princípio do método VLF.

A estrutura a tracejado na Figura 1 representa um corpo orientado com a direcção da fonte emissora, e que é cortado pelo vector magnético do campo electromagnético. É também representado o vector eléctrico do campo eléctrico resultante.

A profundidade de investigação deste método relaciona-se inversamente com a frequência da fonte emissora, e directamente com a resistividade do material atravessado. A profundidade de investigação, δ , é dada pela seguinte expressão:

$$d = \sqrt{\frac{2r}{\pi \rho}} \cong 503 \sqrt{\frac{r}{f_e}}$$

_ 8

³ O campo electromagnético produzido pela fonte emissora longínqua (primário) induz um campo eléctrico quando atravessa materiais condutores do sub-solo; estas correntes eléctricas secundárias produzem um campo electromagnético secundário, que tende a opor-se ao primário. A intensidade do campo electromagnético secundário é tanto maior quanto menor a resistividade dos materiais, maior a sua susceptibilidade magnética, e maior a frequência de emissão.

em que μ é a permeabilidade magnética do vazio, igual a $4\pi \times 10^{-7}$ (H m⁻¹); ω a pulsação, dada por ($\omega = 2\pi f$ (Hz)); f_e é a frequência (Hz); r é a resistividade eléctrica do material. O resultado vem em metros.

São diversos os instrumentos disponíveis no mercado para prospecção geofísica VLF; na Tabela 2 são apresentados alguns instrumentos comerciais e não comerciais (três últimos).

Tabela 2. Instrumentos de prospecção geofísica VLF.

Fabricante	Marca	Tipo de VLF
ABEM (Suécia)	WADI	Tilt
CRONE (Canada)	RADEM	Tilt
PHOENIX (Canada)	VLF-2	Tilt
SCINTREX (Canada)	SCOPAS	Tilt/resistividade
GEONICS (Canada)	EM-16	Tilt/resistividade
BRGM (França)	SYSCAL	Tilt/resistividade
GEOFYZICA BRNO	VDV-1	Tilt/resistividade
CHYN/MULLER (Suíça)	VLF-R 12/25	Resistividade
CHYN/MULLER (Suíça)	RMT-R 12/240	Resistividade
CHYN/MULLER (Suíça)	VLF-EM	Tilt

Extraído de Müller (1996).

Os aparelhos VLF-R e RMT-R desenvolvidos por Müller, fornecem simultaneamente informação sobre a resistividade eléctrica aparente e o desfasamento da componente eléctrica em relação à componente magnética do campo electromagnético primário. Utilizou-se, nos trabalhos de prospecção na área em estudo, o instrumento RMT-R 12/240.

O campo eléctrico na direcção de propagação x , E_x , é medido entre dois eléctrodos enterrados no solo (no aparelho utilizado com separação de 5 metros). Conhecido o campo magnético, H_y , registado com uma bobine cujo eixo horizontal é orientado perpendicularmente em relação à direcção da antena emissora, é possível calcular a resistividade aparente, r_a , de acordo com

$$r_a = \left(\frac{E_x}{H_y} \right)^2 \frac{1}{2\pi f_e \mu_0}$$

_ 9

em que E_x é o campo eléctrico entre os dois eléctrodos (V m⁻¹); H_y é a excitação magnética medida na bobine (A m⁻¹); f a frequência; e μ é a permeabilidade magnética do vazio.

A resistividade aparente representa a resistividade da totalidade de terreno amostrado, em que a profundidade de investigação é dada por _ 8.

O desfasamento, φ , permite estimar o contexto estratigráfico do local investigado: se o valor de $\varphi = 45^\circ$, então o meio é homogêneo (composto por litologias com resistividade uniforme); se $\varphi < 45^\circ$, então deverá existir uma camada mais condutora sobre outra menos condutora; se $\varphi > 45^\circ$, então deverá existir uma camada menos condutora sobre outra mais condutora. Por exemplo, numa sequência estratigráfica em que argilas cubram calcários, o valor do desfasamento registado é inferior a 45° ; se, pelo contrário, uma conduta cársica estiver preenchida com material argiloso, o valor do desfasamento virá superior a 45° .

Os registos podem ser efectuados para diferentes frequências (e portanto para diferentes emissores e profundidades de investigação), realizando a designada *prospecção multifrequência*, com a vantagem de permitir uma melhor definição das estruturas em profundidade.

Em formações muito heterogêneas (granitos fissurados e meios cársicos) os valores dos parâmetros electromagnéticos variam significativamente com a configuração entre a fonte emissora, o dispositivo de registo e a estrutura geológica. Nestes meios é habitual realizarem-se prospecções VLF-R multidireccionais (escolhendo antenas da mesma gama de frequência, mas em direcções diferentes) em tantas direcções quantas as achadas necessárias (ou possíveis pela disponibilidade de antenas na direcção pretendida, e pela qualidade do sinal recebido). Desta forma podem identificar-se com maior rigor as estruturas com desenvolvimento em diversas direcções - uma estrutura, por hipótese linear, é melhor identificada quando o perfil de prospecção a atravessa perpendicularmente.

A aplicação de técnicas VLF-Resistividade a meios cársicos esteve limitada pela sensibilidade e precisão dos aparelhos até início dos anos oitenta. Müller (1982, 1983) apresentou resultados encorajadores da utilização desta técnica a meios cársicos, baseados no desenvolvimento de aparelhos especificamente adaptados a estudos hidrogeológicos. O aperfeiçoamento posterior destes aparelhos veio dotá-los de capacidade para operar num maior leque de frequências (12 a 240 kHz). Em formações fissuradas, fracturadas e/ou carsificadas, a distinção entre rocha sã e rocha não sã (potencialmente mais aquífera) é usualmente possível com este método (Müller, 1996).

Uma descrição mais detalhada destes instrumentos pode ser encontrada em Müller (1982; 1983).

3.3 INFERÊNCIA GEOESTATÍSTICA

3.3.1 Introdução

No contexto do formalismo geoestatístico, os dados amostrais são considerados como resultantes de processos aleatórios de variáveis regionalizadas⁴, incorporando assim a noção de incerteza na concepção dos modelos de inferência ou simulação de grandezas em zonas não amostradas (Matheron, 1970; David, 1977; Journel e Huigbrejts, 1978).

Os dados geológicos e geofísicos são usualmente realizações particulares das variáveis aleatórias que se pretendem estudar. A estas realizações, $z(x_i)$, estão associados valores de ocorrência (de entre os valores possíveis para a variável $Z(x_i)$ no ponto x_i). Os valores de $z(x)$ nos pontos amostrados do campo podem ser considerados realizações de um conjunto de variáveis aleatórias $Z(x)$ num campo Γ .

Um conjunto de variáveis aleatórias $Z(x_i)$ definidas num campo Γ designa-se por função aleatória, $Z(\mathbf{x})$:

$$Z(\mathbf{x}) = \{Z(\mathbf{x}_i)\}_{\mathbf{x}_i \in \Gamma}$$

_ 10

$z(\mathbf{x}_i)$ é, portanto, uma realização de uma variável regionalizada $Z(\mathbf{x}_i)$, e a variável regionalizada uma realização da função aleatória.

⁴ Em geoestatística o termo *variável regionalizada* identifica uma variável aleatória georreferenciada com um qualquer grau de covariância espacial. As variáveis regionalizadas são contínuas no espaço, pelo que não podem ser completamente aleatórias, não podendo, no entanto, ser modeladas por nenhuma função determinística (ou processo espacial). Têm, portanto, características intermédias entre processos puramente determinísticos e aleatórios puros (Matheron, 1970).

Na prática não é possível conhecer as funções de distribuição de $Z(x_i)$ em detalhe. Por este motivo utilizam-se alguns pressupostos sobre o comportamento das funções. Normalmente assume-se que as variáveis são descritas por funções conhecidas, do tipo gaussiano e lognormal (distribuições consideradas como limite de todas as funções de distribuição contínuas). Acresce que não existem habitualmente repetições das amostras nos pontos (tal repetição não é mesmo possível para variáveis obtidas a partir de métodos extractivos). Assim não é possível obter a função de distribuição no ponto, nem nenhum dos momentos das variáveis $Z(\mathbf{x}_i)$. Uma forma de solucionar este problema é utilizar os dados recolhidos em todo o campo para estimar a função de distribuição das variáveis aleatórias, isto é, assumir que o andamento da função de distribuição local é idêntica à da função de distribuição global. Esta abordagem não é mais do que a aplicação da hipótese de ergodicidade. Resta ainda saber como obter a função de distribuição a partir de informação de campo, normalmente escassa. Felizmente para a maioria das aplicações não é necessário conhecer o andamento da função de distribuição de probabilidade, mas apenas os seus primeiros momentos, normalmente até ao segundo. É, no entanto, necessário impor algumas restrições quanto à estacionaridade - é evidente que para assumir uma nova função de distribuição de probabilidade para todo o espaço, \mathbf{G} é forçoso que se assuma que esta função não varia no espaço. A hipótese mais comum da teoria das funções aleatórias admite que a lei de distribuição é invariante com a translação, isto é, admite-se a hipótese de estacionaridade. Se $F(z_i)$ for a lei de distribuição das variáveis $Z(\mathbf{x}_i)$, $i = 1, \dots, m$, é equivalente a admitir que

$$F_{1..m}(z_{1..m}) = \Pr ob\{Z(\mathbf{x}_1) < z_1, \dots, Z(\mathbf{x}_m) < z_m\}$$

_ 11

é equivalente a

$$F_{1..m}(z_{1..m}) = \Pr ob\{Z(\mathbf{x}_1 + \mathbf{h}) < z_1, \dots, Z(\mathbf{x}_m + \mathbf{h}) < z_m\}$$

_ 12

Como em rigor as hipóteses restritivas são apenas aplicadas aos dois primeiros momentos, impõe-se que os dois primeiros momentos existam e não dependam da localização espacial (estacionaridade de segunda ordem):

$$\begin{aligned} E\{Z(\mathbf{x})\} &= m(\mathbf{x}) = m \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \\ Cov\{Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}), Z(\mathbf{x})\} &= E\{Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) \cdot Z(\mathbf{x})\} - m^2 = Cov(\mathbf{h}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \end{aligned}$$

_ 13

ou seja, a covariância espacial da variável Z depende apenas do vector \mathbf{h} (em módulo e orientação); podem também impor-se condições menos restritivas quanto à estacionaridade dos fenómenos, permitindo nomeadamente o tratamento de fenómenos com deriva. Neste caso impõe-se apenas que os acréscimos espaciais sejam estacionários (estacionaridade intrínseca). Se os acréscimos forem feitos a passo h , vem,

$$\mathbf{e}(h) = Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma$$

_ 14

e

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{e}(\mathbf{h})\} &= 0 \\ E\{\mathbf{e}(\mathbf{h})^2\} &= 2\mathbf{g}(\mathbf{h}) \end{aligned}$$

_ 15

em que $\mathbf{g}(\mathbf{h})$ é o variograma da variável Z , dado por

$$\mathbf{g}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} E\{[Z(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - Z(\mathbf{x})]^2\}$$

_ 16

Na hipótese mais restritiva de estacionaridade de 2ª ordem, o variograma e a covariância são estruturalmente equivalentes:

$$2\mathbf{g}(\mathbf{h}) = \text{Var}\{Z(\mathbf{x})\} - \text{Cov}(\mathbf{h})$$

_ 17

em que $\text{Var}\{Z(\mathbf{x})\}$ é a variância estacionária da variável Z .

É condição necessária e suficiente que o variograma ou a covariância sejam funções definidas positivas⁵. Estas funções possuem algumas propriedades importantes: simetria,

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\mathbf{h}) &= \text{Cov}(-\mathbf{h}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{h}) &= \mathbf{g}(-\mathbf{h}); \end{aligned}$$

_ 18

desigualdade de Schwartz para a covariância,

⁵ O sistema matricial usado na obtenção dos pesos de krigagem deve ser invertível. Para que esta propriedade seja verdadeira todas as covariâncias do sistema devem ser obtidas a partir de funções definidas positivas (ver por exemplo Matheron, 1970, pag. 54). Uma função é definida positiva se a expressão seguinte for verdadeira

$$|Cov(\mathbf{h})| \leq Cov(\mathbf{0})$$

_ 19

Também se prova que o crescimento de um variograma no infinito é necessariamente menos rápido que o crescimento de $|\mathbf{h}|^2$, pelo que

$$\lim_{|\mathbf{h}| \rightarrow \infty} \frac{g(\mathbf{h})}{|\mathbf{h}|^2} \rightarrow 0$$

_ 20

O variograma tem sido utilizado tradicionalmente em substituição da covariância. Isto deve-se à menor exigência imposta pela hipótese intrínseca. Esta menor exigência no modelo de função aleatória não tem consequências na maioria dos casos práticos (Deutsch e Journel, 1992).

Na essência, o variograma substitui a distância Euclidiana, h , pela distância $g(h)$, que é específica do atributo e do local em estudo. A distância dada pelo variograma mede o grau médio de dissimilitude entre um valor não amostrado e um valor amostrado vizinho. Em oposição, a covariância espacial⁶ mede o grau de semelhança entre dois pontos afastados da distância h .

Os modelos de variograma esféricos e exponenciais⁷ são os que melhor se aplicam a variáveis geofísicas, geológicas e indicadoras de contaminação. Bras e Rodrigues-Iturbe (1976) consideraram mesmo a que a função gaussiana é irrealista para processos geofísicos.

O estudo da estrutura espacial dada pela análise da função covariância espacial não deve constituir – e não constitui normalmente – o objectivo final da análise espacial. Na realidade é

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mathbf{I}_i \mathbf{I}_j f(x_{ij}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{I} \in \mathfrak{R}$$

⁶ Outras formas de variograma podem ser definidas, com utilizações mais específicas, mas que permitem decompor a variabilidade espacial em estruturas mais bem definidas. São exemplos a covariância; o variograma cruzado; o correlograma; variograma relativo (*Pairwise relative variogram*); o variograma relativo geral; o variograma logaritmico Neperiano dos valores das amostras; o radograma, o madograma, e o variograma da indicatriz (as expressões para cada um destes modelos podem ser obtidas em Deutsch e Journel (1992).

⁷ Variograma esférico: $g(h) = Var\{Z(x)\} \cdot [1,5 (h/a) - 0,5 (h/a)^3]$, se $h \leq a$; $g(h) = Var\{Z(x)\}$ se $h \geq a$, em que a é a amplitude (amplitude efectiva = a). Variograma exponencial: $g(h) = Var\{Z(x)\} \cdot \exp(-h/a)$ (amplitude efectiva = $3a$).

necessário estimar os valores das variáveis em locais não amostrados, e/ou estimar valores médios de volumes de solo (em projectos de descontaminação ou avaliação de contaminação, e na estimação de recursos mineiros). Desta forma, a análise da estrutura espacial deve ser vista como um passo fundamental, mas não final, que precede as técnicas de estimação (interpolação). Estas podem ser simples modelos de regressão linear, modelos lineares combinados com krigagem, krigagem simples, ou técnicas mais evoluídas de simulação estocástica. Ao longo do texto serão feitas referências às técnicas mais comuns, ainda que o estudo seja orientado no sentido da simulação condicional.

3.3.2 Krigagem

Em geoestatística a maioria da informação relacionada com um valor não amostrado $z(x)$ provém de amostras vizinhas em locais x_a , definidos no atributo z , ou em qualquer outro atributo, desde que relacionado com z . A estimação com base em apenas um atributo insere-se no âmbito da krigagem; a estimação de um atributo à custa de outros atributos insere-se no âmbito da cokrigagem.

Os métodos de krigagem são métodos de interpolação que procuram minimizar o erro da estimação. Na realidade o erro médio de estimação é nulo. O problema que se coloca normalmente é o de estimar o valor de uma variável em locais não amostrados, $Z(x_0)$, a partir dos valores de locais amostrados, $Z(x_a)$. O estimador de krigagem, $Z(x_0)$, é também um estimador linear, mas em que a organização espacial da variável é tida em conta:

$$Z^*(x_0) = k_0 \sum_{a=1}^n k_a Z(x_a)$$

O erro associado à estimação deve ser nulo, isto é a expressão

$$E\{Z(x_0) - Z^*(x_0)\} = m - \mathbf{k}_0 - \sum_{a=1}^n \mathbf{k}_a m = -\mathbf{k}_0 + m \left(1 - \sum_a \mathbf{k}_a \right)$$

deve ser igualada a zero para qualquer valor da média da variável, m . Para tanto é necessário que

$$\begin{cases} \mathbf{k}_0 = 0 \\ \sum_{a=1}^n \mathbf{k}_a = 1 \end{cases}$$

Se $C(h)$ for a covariância espacial entre duas variáveis aleatórias, $Z(x)$ e $Z(x+h)$, distanciadas de h , então o sistema de krigagem vem na forma:

$$\begin{cases} \sum_{b=1}^n \mathbf{k}_b (C(x_a - x_b) + \mathbf{m} = C(x_a - x_0), \quad a = 1, \dots, n \\ \sum_{b=1}^n \mathbf{k}_b = 1 \end{cases}$$

_ 21

A variância de krigagem (ou variância do erro de estimação) é dada por

$$s_{OK}^2 = C(0) - \sum_{a=1}^n \mathbf{k}_a C(x_a - x_b) - \mathbf{m} \geq 0$$

_ 22

A krigagem é um método exacto e não enviesado, isto é, os valores nos locais amostrados são reproduzidos, e o erro médio de estimação é nulo. No entanto tende a diminuir a variabilidade das variáveis estimadas (interpolador *smooth*), razão pela qual tem sido preterido em favor de técnicas geoestatísticas mais evoluídas. A simulação condicional tem algumas das vantagens dos métodos de krigagem, garantindo ao mesmo tempo a reprodução da variabilidade da variável. A krigagem tem, no entanto, menor erro de estimação local.

3.3.3 Simulação Condicional

Rutledge (1975) apontou algumas falhas importantes dos métodos convencionais de estimação (e.g., método das isolinhas, e métodos geométricos como o método dos polígonos de influência, dos triângulos, e das secções): i) não consideram a estrutura espacial subjacente, nem a heterogeneidade a pequenas escalas (dos métodos convencionais distingue-se o método das

distâncias ponderadas, por considerar, ainda que de forma arbitrária, a estrutura espacial através dos coeficientes α); ii) não é garantido o não enviesamento dos estimadores (particularmente importante quando as amostras se concentram em determinados locais do campo); iii) não é possível estimar a precisão da estimação.

Os estimadores de krigagem resolvem de forma eficiente estas deficiências dos métodos tradicionais. Está fora do âmbito deste trabalho a análise aprofundada do formalismo dos métodos geoestatísticos; conceitos teóricos e implementações práticas podem ser encontradas em obras de referência de Matheron (e.g., 1962; 1963a,b; 1965;1969; 1970; 1971; 1972; 1973b), e dos seus colaboradores e discípulos (Delhomme, 1970, 1971, 1974, 1976; Journel, 1976, 1987, 1989; Journel e Huijbregts, 1978; Clark, 1979; Rivoirard, 1984; Srivastava, 1987; Chauvet, 1987; Isaaks e Srivastava, 1989), entre outros. No entanto, sempre que tal se justificar, serão desenvolvidos os formalismos utilizados.

Por mais detalhada que seja a discretização espacial de um programa de amostragem nunca será suficiente para caracterizar completamente a distribuição espacial e estatística das variáveis geológicas. Na maioria dos casos o número de pontos de amostragem é limitado, e a qualidade dos dados nem sempre é a melhor, ou conhecida. Por este motivo os métodos determinísticos têm aplicação limitada quando o número de dados é limitado e a variabilidade das variáveis em estudo é superior à capacidade de discretização da malha de amostragem. A nossa ignorância em relação aos fenómenos subjacentes à distribuição espacial das variáveis geológicas e o carácter estocástico dessa distribuição mais contribuem para a incapacidade dos modelos determinísticos. Ao contrário, os modelos estocásticos permitem quantificar a incerteza dos fenómenos, garantindo em simultâneo que as características estatísticas de variabilidade dos dados simulados sejam as mesmas dos dados originais.

Nesta perspectiva desenvolveram-se modelos de simulação, que ao contrário dos métodos clássicos (Krigagem incluída), são capazes de reproduzir a contiguidade espacial, e ainda a função de distribuição. Estes modelos geram imagens que devem cumprir três condições:

- i) $Pr ob\{Z(\mathbf{x}_a) < z\} = Pr ob\{Z_s(\mathbf{x}) < z\} \forall z \in \mathfrak{R}, \forall \mathbf{x}_a \in A$, ou seja, a reprodução da função de distribuição;
- ii) $\mathbf{g}(\mathbf{h}) = \mathbf{g}_s(\mathbf{h})$, capacidade de reprodução da estrutura espacial;
- iii) $Z(\mathbf{x}_a) = Z_s(\mathbf{x}_a) \forall \mathbf{x}_a$, reprodução exacta dos valores amostrados.

O índice s indica a variável ou o variograma simulado; \mathbf{x}_a é o vector coordenada dos valores amostrados no campo experimental A , $A \in \mathbf{I} \mathbf{G}$

Os algoritmos mais utilizados para simulação estocástica gaussiana são os de Bandas Rotativas (BR), decomposição LU (LU), Múltiplas Truncagens num campo Gaussiano (MTG), e Simulação Sequencial Gaussiana (SSG).

O modelo das bandas rotativas é o mais antigo, e talvez o mais aplicado dos métodos: a sua origem remonta ao início da década de setenta (Matheron, 1972; 1973a). O método das Bandas Rotativas não incorpora a anisotropia zonal – pelo menos com facilidade –, nem anisotropia em direcções diferentes dos eixos coordenados. Esta limitação pode ser resolvida por simulação de dois ou mais campos, utilizando estruturas de covariância simples (Gotway e Rutherford, 1994). Este método foi desenvolvido para facilitar o cálculo de campos tridimensionais. O algoritmo é relativamente simples: O processo é gerado unidimensionalmente em linhas espaçadas regularmente em duas ou três dimensões. Estas simulações unidimensionais são posteriormente projectadas nas coordenadas espaciais e o valor simulado é obtido pela média dos valores projectados. O método BR admite apenas a especificação de algumas funções de covariância. Zimmerman e Wilson (1990) apresentam uma lista de escolhas possíveis. Referências às propriedades deste método podem ser encontradas, por exemplo, em Matheron (1973), Journel (1974), Mantoglou e Wilson (1982), e Deutsch e Journel (1992).

O método de decomposição em LU baseia-se numa decomposição LU ou do tipo Cholesky da matriz de covariância entre os pontos amostrados e os pontos da malha a simular. Seja C a matriz de covariância, então

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ 0 & U_{22} \end{pmatrix}$$

Os elementos da diagonal principal de C são as matrizes de covariância dado-a-dado, e nó-a-nó, respectivamente; os elementos da diagonal secundária são as matrizes de covariância nó-a-dado.

À semelhança do método BD a implementação deste método é relativamente simples. Permite a utilização de qualquer tipo de função de covariância e anisotropia, e o condicionamento aos dados originais é facilmente implementado (ao contrário do método BD em que o condicionamento é realizado *à posteriori*, por exemplo por *Simulated Annealing*⁸). No entanto a dimensão das matrizes obtidas limita o número de dados e de valores simulados a algumas centenas (Deutsch e Journel, 1992). Detalhes sobre o método de decomposição LU podem ser encontrados em Alabert (1987), Davis (1987), Cressie (1991), Fogg *et al.* (1991), e Dowd (1992).

O método MTG permite descrever N conjuntos (e.g., litofácies) utilizando uma função indicatriz por categoria. As conjuntos assumem-se complementares. Se $Z(\mathbf{x})$ for uma variável aleatória gaussiana estandardizada, a sua transformada indicatriz vem

$$I_i(x, z_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } Z(x) \in (z_{i-1}, z_i] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad i = 1, \dots, N \text{ valores de corte}$$

_ 24

Os valores de corte são determinados a partir da proporção de valores que caem em cada conjunto, p_i , isto é, $p_i = E\{I_i(x, z_i)\} \in [0,1], i = 1..N$ é a frequência marginal do conjunto i . Em geral $z_{i-1} = \Psi^{-1}(p_1 + \dots + p_{i-1})$, quando Ψ é a função de distribuição gaussiana.

Uma vez determinados os valores de corte são obtidas as funções de covariância para cada uma das indicatrizes. A relação entre as funções de covariância espacial da variável gaussiana e das indicatrizes pode ser dada por (Dowd (1992):

$$C_I(h) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_i c_j g(z_i) g(z_j) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{H_{l-1}(z_i) H_{l-1}(z_j)}{l!} (C_Z(h))^l$$

_ 25

⁸ O método designado de Simulated Annealing aparece no início da década de noventa (Aarts e Korst, 1989; Deutsch e Journel, 1991; Farmer, 1991; Deutsch, 1992 - baseados em trabalhos de Geman e Geman, 1984). Este é capaz de combinar as estatísticas de duplo ponto com estatísticas espaciais implícitas, por exemplo formas geométricas. É utilizado normalmente para pós-processamento de imagens geradas por outros métodos, já que a sua aplicação directa é muito exigente computacionalmente.

onde $H_{l-1}(x)$ são polinômios de Hermite, $g(z)$ é a função densidade de probabilidade gaussiana reduzida de Z , c_i são valores únicos atribuídos a cada um dos conjuntos, C_I e $C_Z(h)$ são as funções covariância espacial das variáveis indicatrizes e gaussianas, respectivamente. Os valores condicionantes e os pontos amostrados são substituídos por variáveis gaussianas estandardizadas com covariância espacial $C_Z(h)$, cumprindo $z_{j-1} \leq z(x_a) < z_j$, em que j identifica o conjunto a que pertence o ponto amostrado. Após simulação condicional gaussiana, os valores são retransformados em valores de indicatriz. A truncagem múltipla cria problemas na reprodução da variabilidade espacial: $C_Z(h)$ é o único parâmetro do modelo gaussiano, pelo que não pode ser utilizado para obter mais do que a covariância da indicatriz. A expressão 25 é apenas uma aproximação baseada no modelo Normal que não resolve o problema da reprodução das covariâncias e covariâncias cruzadas entre conjuntos. Os resultados têm forçosamente de ser pós-processados, por exemplo por Simulated Annealing (ver Deutsch e Journel, 1992), por algoritmos genéticos, análise de imagem, entre outros, a fim de garantir a reprodução das funções de covariância.

Acresce que a truncagem múltipla de processos contínuos leva a que a referência espacial dos conjuntos simulados seja fixa, isto é, ao longo de qualquer direcção a sequência dos conjuntos será apenas da forma $C_1, C_2, C_3, C_4, \dots, C_N$, ou na ordem inversa (Deutsch e Journel, 1992). Este tipo de comportamento espacial é usualmente observado em processos difusivos, pelo que se atribuiu a estes modelos a designação de difusivos (veja-se o capítulo 3.4).

O método MTG é descrito, por exemplo, em Matheron *et al.* (1987), Galli *et al.* (1990), Dowd (1992), e Deutsch e Journel (1992).

O algoritmo dos métodos de SS pode ser descrito em cinco passos:

- i) É definido um caminho aleatório por forma a visitar todos os nós da malha a estimar;
- ii) No primeiro nó retira-se aleatoriamente um valor da distribuição condicional da variável aleatória, dados os n dados condicionantes (n = número de amostras);
- iii) O valor obtido no passo anterior é adicionado ao conjunto condicionante;
- iv) No segundo nó da malha retira-se um valor da distribuição condicional, dados os $n+1$ dados condicionantes;
- v) Os passos iii) e iv) são repetidos até toda a malha ter sido estimada.

O método gaussiano requer a verificação da binormalidade da variável aleatória, isto é, que a função densidade de probabilidade condicional em dois pares de valores, $Z(x)$, $Z(x+h)$, $\forall h$, seja normal (detalhes sobre este tratamento podem ser encontrados em Deutsch e Journel, 1992). Este teste pode ser realizado sobre a variável original ou sobre uma transformada desta. O variograma da variável normal(izada) estandardizada é utilizado para obter por krigagem simples os dois primeiros momentos da função densidade probabilidade condicional. Em ambiente gaussiano o primeiro momento é igual ao estimador de krigagem simples, e o segundo momento é igual à variância de krigagem. Os passos subsequentes do algoritmo são descritos nos passos ii) a v) do algoritmo. Se necessário a variável normalizada pode ser retransformada na variável original.

As primeiras referências à Simulação Sequencial datam da segunda metade da década de oitenta (Johnson, 1987; Boulanger, 1988; Ripley, 1988; Journel, 1989; Journel e Alabert, 1989; Gomez-Hernandez e Srivastava, 1990).

Em alternativa aos métodos gaussianos (paramétricos) referidos atrás podem utilizar-se métodos sem qualquer pressuposto apriorístico quanto à distribuição estatística das variáveis (métodos não paramétricos). Refere-se aqui apenas a Simulação Sequencial da Indicatriz (SSI), mas outros métodos como a simulação fractal, ou autómatos celulares poderiam ser utilizados.

No método sequencial da indicatriz os dados originais são transformados em indicatrizes após condicionamento dos dados originais a alguns valores de corte (baseados apenas nos dados ou em qualquer outra informação relevante). As distribuições condicionais nos nós são obtidas por krigagem simples das indicatrizes (isto é a probabilidade de ser inferior a um determinado valor de corte).

Os métodos sequenciais têm diversas vantagens, principalmente no que toca ao tratamento de anisotropias e condicionamento. No entanto, dada a sua ainda modesta aplicação a casos concretos, as suas propriedades e limitações são ainda pouco conhecidas. É mesmo possível que sejam introduzidos erros nos campos simulados: refere-se em particular o incumprimento dos limites teóricos das distribuições condicionais acumuladas – é possível (e frequente) encontrar estimativas superiores a 1, ou inferiores a 0. A isto deve ainda acrescentar-se a dificuldade em definir o modelo de extrapolação a utilizar nos troços superior e inferior da função de distribuição.

A determinação dos variogramas de indicatrizes acumuladas, isto é, definidas por

$$I(x, z_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } Z(x) \leq z_i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{com } i = 1..N \text{ valores de corte.}$$

_ 26

em oposição à expressão _ 24 é mais simples nos casos em que as probabilidades marginais das classes sejam baixas. As indicatrizes acumuladas relacionam-se directamente com a função densidade de probabilidade acumulada da variável original (Matheron, 1982; Deutsch e Journel, 1992), nomeadamente com o variograma de primeira ordem. No entanto a simulação das funções de densidade condicionais acumuladas das indicatrizes só permite a reprodução do variograma da variável original quando for utilizado um grande número de cortes e for implementada uma cokrigagem completa. A reprodução do variograma da variável original pode ser obtido por pós-processamento por *Simulated Annealing*. Realce-se que este método difere do método de simulação sequencial gaussiano apenas por que se desconhecem à partida as distribuições condicionais locais, razão pela qual são estimadas para as indicatrizes. Refira-se também que a codificação da indicatriz não está ligada apenas a variáveis contínuas, antes podendo também ser utilizada numa codificação do tipo presença/ausência de determinado atributo (presença ou ausência de material permeável, por exemplo).

3.4 IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DE ORGANIZAÇÃO ESPACIAL

3.4.1 Introdução

A distribuição de concentrações de uma pluma que se dispersa num meio homogéneo e isotrópico tende a apresentar um comportamento relativamente previsível, com as menores concentrações envolvendo as maiores. Se esta mesma pluma se cruzar com outras plumas, então a distribuição das concentrações tem um comportamento menos previsível, como, por exemplo, áreas de concentrações elevadas ao lado de outras com concentrações muito inferiores. Agora, se esta pluma se cruzar com outras e/ou sofrer outras injeções em pontos diferentes do inicial, e se dispersar num meio muito heterogéneo e anisótropo⁹, então a

⁹ Um meio diz-se homogéneo se as suas características não são variáveis no espaço (na realidade o que se admite é que a variação no valor dos parâmetros em causa é muito pequena); será heterogéneo de as características variarem no espaço. A isotropia prende-se com a variação das características em diferentes direcções do espaço: o meio diz-se

distribuição de concentrações é praticamente aleatória. Estes três casos servem para distinguir alguns arranjos conceptuais associados a modelos de inferência de variáveis espaciais.

No primeiro caso (difusão num meio homogéneo e isotrópico) a distribuição teórica das concentrações deu origem a um modelo conceptual apropriadamente designado de *difusivo*. Este tipo de modelos baseia-se no pressuposto de que para passar de um valor para outro é necessário passar por todos os valores intermédios. Por exemplo, a probabilidade (de transição) de encontrar um ponto com teor elevado perto de outro com teor baixo é pequena quando comparada com a probabilidade de encontrar um valor baixo nas mesmas condições. Os conjuntos com os pontos de valor intermédio fazem, portanto, de fronteira.

Se houver cruzamento de plumas e o meio for heterogéneo e anisótropo (esta condição é um exemplo na sequência dos casos expostos atrás, não pode ser considerada como uma regra), o facto de se encontrar num determinado local um determinado valor não condiciona o resultado de uma amostragem efectuada nas imediações deste. Estas distribuições espaciais são designadas em *mosaico*, cedendo o nome ao modelo utilizado na sua inferência. Neste caso não existe, naturalmente, efeito de fronteira.

No segundo caso a distribuição espacial da variável é a intermédia entre um processo estocástico do modelo mosaico, e estruturado do modelo difusivo. Neste caso a probabilidade de encontrar áreas de menor valor quando se sai de uma determinada área é diferente da probabilidade de encontrar áreas de maior valor.

A escolha do modelo de organização espacial, e portanto do método de interpolação, pode ser feita com base em princípios heurísticos (a realidade assume-se como tendo um comportamento conhecido), ou ser o resultado da interpretação dos dados disponíveis. No último caso pode recorrer-se à determinação das probabilidades condicionais de transição de fácies, tema do subcapítulo seguinte.

isotrópico se as características forem iguais para todas as direcções do espaço (ou para as direcções que se estão a analisar); e diz-se anisótropo se essas características variarem com a direcção.

3.4.2 Determinação das Probabilidades Condicionais de Transição

Da imposição de um valor de corte, z , à função aleatória obtém-se uma partição do espaço em dois conjuntos aleatórios; um dos conjuntos contém os valores inferiores ou iguais ao valor de corte; e o outro, o complementar do primeiro, os valores superiores ao valor corte.

Assume-se que a função aleatória tem distribuições bivariadas estacionárias $\zeta(x), Z(x+h)$, com covariância $s(h)$. Os valores de corte dividem o espaço em conjuntos aleatórios de pontos com valor $\leq z$ e nos seus complementares.

A indicatriz, característica do primeiro conjunto, da forma, $I[Z(x) \leq z]$ tem média

$$E\{I[Z(x) \leq z]\} = \Pr ob[Z(x) \leq z] = T(z)$$

_ 27

A covariância da indicatriz é dada por

$$s_z(h) = Cov\{I[Z(x) \leq z], I[Z(x+h) \leq z]\} = \Pr ob[Z(x) \leq z, Z(x+h) \leq z] - T(z)^2$$

_ 28

O variograma da indicatriz é dado por

$$\begin{aligned} g_z(h) &= \frac{1}{2} E\{I[Z(x) \leq z] - I[Z(x+h) \leq z]\}^2 = \frac{1}{2} \Pr ob\{I[Z(x) \leq z] \neq I[Z(x+h) \leq z]\} \\ &\text{ou seja,} \\ &\frac{1}{2} (\Pr ob[Z(x) \geq z, Z(x+h) < z] + P[Z(x) < z, Z(x+h) \geq z]) \end{aligned}$$

_ 29

Considerem-se agora N valores de corte, z_1, z_2, \dots, z_N , distintos e ordenados por ordem crescente. Associe-se a cada valor de corte, z_i , o conjunto, C_i .

A covariância cruzada entre as indicatrizes nos cortes z_i e z_{i+1} é dada por

$$\begin{aligned} s_{z_i z_{i+1}}(h) &= Cov\{I[Z(x) \leq z_{i+1}], I[Z(x+h) \leq z_i]\} \\ &= \Pr ob[Z(x) \leq z_{i+1}, Z(x+h) \leq z_i] - \Pr ob[Z(x) \leq z_{i+1}] \cdot \Pr ob[Z(x+h) \leq z_i] \end{aligned}$$

_ 30

atendendo a que

$$\Pr ob[Z(x) \leq z_i] = E(I[Z(x) \leq z_i])$$

_ 31

A soma das covariâncias cruzadas para todos os cortes (desde que o número de cortes, N , seja grande), resulta na covariância espacial da variável original:

$$\iint \mathbf{s}_{z_i z_{i+1}}(h) dz_i dz_{i+1} = \mathbf{s}(h)$$

_ 32

Uma expressão equivalente à _ 30 pode ser escrita para o variograma cruzado, atendendo a que este é diferente para $(+h)$ e $(-h)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{z_i z_{i+1}}(h) &= \frac{1}{2} E[I(Z(x+h) \leq z_{i+1}) - I(Z(x) \leq z_{i+1})][I(Z(x+h) \leq z_i) - I(Z(x) \leq z_i)] \\ &= \frac{1}{2} (\Pr ob[Z(x) > z_{i+1}, Z(x+h) \leq z_i] + \Pr ob[Z(x) \leq z_i, Z(x+h) > z_{i+1}]), \text{ se } z_i \leq z_{i+1} \end{aligned}$$

_ 33

Rivoirard (1990, 1993) concluiu que para dois valores de corte, em que $z_i \leq z_{i+1}$ o arranjo dos conjuntos, C_i , pode ser descrito pelas probabilidades condicionais:

$$\Pr ob[Z(x+h) \leq z_i | Z(x+h) \leq z_{i+1}, Z(x) > z_{i+1}], \text{ com notação do autor: } P_h[-\rightarrow z_i | -\rightarrow z_{i+1}]$$

_ 34

A expressão anterior dá a probabilidade de ao passar de um local, x , com valor superior a z_{i+1} , para um local distanciado de h , $x+h$, com valor inferior a z_{i+1} , encontrar um local com valor inferior a z_i . _ 34 estima a probabilidade de saindo, por exemplo, de C_3 encontrar, a uma distância h , o conjunto C_i . Esta probabilidade foi designada por *probabilidade condicional descendente*.

Uma *probabilidade condicional ascendente* pode também ser calculada:

$$\Pr ob[Z(x+h) > z_{i+1} | Z(x+h) > z_i, Z(x) \leq z_i], \text{ com notação do autor: } P_h[-\rightarrow z_{i+1} | -\rightarrow z_i]$$

_ 35

Neste caso estima-se a probabilidade de ao passar de um local, x , com valor inferior a z_i , para um local, $x+h$, com valor de corte superior a z_i , encontrar um valor superior a z_{i+1} . Ou seja, estima-se a probabilidade de ao sair, por exemplo, do conjunto C_i encontrar a uma distância h o conjunto C_3 .

Assuma-se que a distribuição dos pares distanciados de h é simétrica em h , então os dois termos da segunda expressão de _ 29 e _ 33 são iguais, e estas podem ser simplificadas eliminando um dos termos e o coeficiente $\frac{1}{2}$. Desta forma as probabilidades condicionais anteriores podem ser estimadas a partir de

$$P_h[-\rightarrow z_i | -\rightarrow z_{i+1}] = \frac{g_{z_i z_{i+1}}(h)}{g_{z_{i+1}}(h)}$$

_ 36

para a probabilidade condicional descendente, e por

$$P_h[-\rightarrow z_{i+1} | -\rightarrow z_i] = \frac{g_{z_i z_{i+1}}(h)}{g_{z_i}(h)}$$

_ 37

para a probabilidade condicional ascendente.

3.4.3 Regras Práticas para Identificação do Modelo de Organização Espacial

A selecção do modelo pode ser realizada atendendo a que (Rivoirard, 1990, 1993):

- i. Se o quociente entre os variogramas cruzados das indicatrizes e os variogramas de qualquer das indicatrizes é constante para todos os cortes, então deve utilizar-se o modelo em mosaico

$$\frac{g_{z_i z_{i+1}}(h)}{g_{z_i}(h)} = a$$

_ 38

- ii. Se o quociente entre os variogramas cruzados das indicatrizes e os variogramas de qualquer das indicatrizes é crescente com h , então aplica-se o modelo difusivo

$$\frac{g_{z_i z_{i+1}}(h)}{g_{z_i}(h)} = f(h), f : \text{função crescente}$$

_ 39

- iii. Se os variogramas cruzados da indicatriz são proporcionais aos variogramas das indicatrizes correspondente ao cortes inferior ou superior, deve utilizar-se o modelo residual da indicatriz.

Neste último caso, se o variograma cruzado for proporcional ao variograma corte superior, então os pontos com valores \leq valores de corte distribuem-se uns dentro dos outros sem efeitos de fronteira; nos casos em que o variograma cruzado for proporcional ao variograma da indicatriz correspondente ao valor de corte inferior, então os pontos com valores \geq valores de corte distribuem-se uns dentro dos outros, sem efeitos de fronteira.

Denote-se a probabilidade de $Z(x) \leq z_i$

$$T_i = \Pr ob(Z(x) \leq z_i) = E[I(Z(x) \leq z_i)]$$

_ 40

e

$$T_{i,i+1}^h = \Pr ob(Z(x) \leq z_i, Z(x+h) \leq z_{i+1}) = E[I(Z(x) \leq z_i) \cdot I(Z(x) \leq z_{i+1})]$$

_ 41

Em modelos sem efeitos de fronteira o valor tomado num local não depende de um valor superior tomado por um local vizinho. Desta forma,

$$\begin{aligned} \Pr ob(Z(x) \leq z_i, Z(x+h) \leq z_{i+1} | Z(x) \leq z_{i+1}) &= \\ &= \Pr ob(Z(x+h) \leq z_i | Z(x) \leq z_{i+1}) \cdot \Pr ob(Z(x) \leq z_{i+1} | Z(x) \leq z_{i+1}) \end{aligned}$$

_ 42

ou

$$\frac{\Pr ob(Z(x) \leq z_i, Z(x+h) \leq z_{i+1})}{\Pr ob(Z(x) \leq z_{i+1})} = \frac{\Pr ob(Z(x+h) \leq z_{i+1}, Z(x) \leq z_i)}{\Pr ob(Z(x) \leq z_{i+1})} \frac{\Pr ob(Z(x) \leq z_{i+1})}{\Pr ob(Z(x) \leq z_{i+1})}$$

_ 43

Utilizando a notação introduzida em _ 40 e _ 41 vem

$$T_{i,i+1}^h = T_{i+1,i+1}^h \frac{T_i}{T_{i+1}}$$

_ 44

A regressão entre funções indicatrizes pode ser dada por

$$E[I(Z(x) \leq z_i)I(Z(x) \leq z_{i+1})] = \frac{T_i}{T_{i+1}} I(Z(x) \leq z_{i+1})$$

_ 45

Os resíduos deste modelo,

$$I(Z(x) \leq z_i) - E[I(Z(x) \leq z_i)I(Z(x) \leq z_{i+1})] = I(Z(x) \leq z_i) - \frac{T_i}{T_{i+1}} I(Z(x) \leq z_{i+1})$$

_ 46

vêm após divisão por T_i (Rivoirard, 1994; Muge *et al.*, 1997):

$$R_i(x) = \frac{I(Z(x) \leq z_i)}{T_i} - \frac{I(Z(x) \leq z_{i+1})}{T_{i+1}}$$

_ 47

Para os cortes z_i , $i = 1 \dots N-1$, para uma variável aleatória $Z(x)$ para a qual são definidos N valores de corte; e

$$R_i(x) = \frac{I(Z(x) \leq z_i)}{T_i} - 1$$

_ 48

Para o corte z_i , $i = N$.

Estes resíduos são ortogonais por construção e factorizam as indicatrizes. Ao trabalhar sobre os factores (resíduos) é dispensada a cokrigagem (os factores são independentes), bastando realizar a krigagem dos resíduos.

3.5 DETERMINAÇÃO DA MACRODISPERSIVIDADE

3.5.1 Introdução

A condutividade hidráulica, $K(x)$, de um meio anisótropo é usualmente descrita por um tensor de segunda ordem, simétrico, definido positivo. Existem alguns métodos para determinação do tensor de K através de ensaios de caudal, para aquíferos horizontais em que uma das direcções principais de escoamento seja vertical (Papadopulos, 1965; Hantush, 1966; Hantush e Thomas, 1966, Neuman *et al.*, 1984; Loo *et al.*, 1984), para determinação das K verticais e horizontais em aquíferos confinados (Weeks, 1969; Way e McKee, 1982), para aquíferos não confinados com resposta gravítica retardada (Neuman, 1975), para determinação do tensor tridimensional de K para grandes escalas (entre sondagens) (Louis, 1974), e de forma expedita (Hsieh e Neuman, 1985). No entanto a dispersão de solutos conservativos em meios naturais depende de outros factores importantes do meio, como da direcção principal do tensor de dispersividade e da orientação principal do escoamento. O estudo da dispersividade em meios naturais tem sido alvo de grande atenção nas duas últimas décadas. Trabalhos laboratoriais a uma pequena escala (e.g., Bear, 1972; Fried, 1975; Klotz *et al.*, 1980) confirmaram o modelo teórico que atribui o fenómeno dispersivo a dois factores complementares: dispersão mecânica e difusão molecular. O transporte subterrâneo de solutos tem sido descrito sob a forma determinística (Biggar e Nielsen, 1967; Bear, 1972; Fried, 1975):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (\nabla \cdot \mathbf{D} \nabla - \nabla \cdot \mathbf{V}) \cdot C \quad C(\mathbf{x}, 0) = C_0(\mathbf{x})$$

_ 49

onde C é a concentração por unidade de volume ou de massa de água subterrânea; x é o vector posição; t o tempo; D o tensor de dispersividade hidrodinâmica; V o vector de velocidade de escoamento; e $\tilde{\mathbf{N}}$ o operador gradiente. Esta equação é derivada considerando o balanço de massa, e que o fluxo dispersivo de massa obedece à primeira lei de Fick¹⁰.

¹⁰ Primeira lei de Fick - difusão molecular ao longo do gradiente de concentração:

$$F = -D_d \frac{dC}{dx}$$

em que F : fluxo de massa de soluto por unidade de área por unidade de tempo ($M/L^2/T$); D_d : coeficiente de difusão (L^2/T); C : concentração de soluto traçador (M/L^3); dC/dt : gradiente de concentração ($M/L^3/L$).

Segunda lei de Fick - a concentração varia com o tempo:

Assuma-se que a expressão _ 49 se mantém válida numa escala local, num aquífero ideal¹¹ de dimensão infinita; que o tensor de dispersividades pode ser representado por uma matriz diagonal constante e uniforme, com elementos diagonais D_1 , D_2 , e D_3 ; e que a porosidade é constante e uniforme relativamente à velocidade no poro, $V(x)$. Normalmente a porosidade tem menor variabilidade que a condutividade hidráulica. Gelhar e Axness (1983) e Dagan (1984) mostraram que a variação na porosidade tem relativamente pouca importância no fenómeno dispersivo, quando comparada com a variação na condutividade hidráulica. Desta forma expressão _ 49 pode ser escrita na seguinte forma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \left[D_i \frac{\partial^2 C}{\partial x_i^2} - V_i(x) \frac{\partial C}{\partial x_i} \right]$$

_ 50

Considera-se normalmente que tensor de dispersão hidrodinâmica tem direcções principais paralelas e perpendiculares ao vector de escoamento, V . A componente de D paralela a V , D_L , designa o *coeficiente de dispersão longitudinal*; enquanto a componente perpendicular, D_T , designa o *coeficiente de dispersão transversal*. Estes coeficientes são usualmente representados por

$$\begin{aligned} D_L &= D_d + \mathbf{a}_L |V| \\ D_T &= D_d + \mathbf{a}_T |V| \end{aligned}$$

_ 51

em que D_d é o coeficiente efectivo de difusão molecular (parâmetros de grande escala que se aplicam à equação média - ver por exemplo Gelhar, 1986); \mathbf{a}_L e \mathbf{a}_T , as dispersividades longitudinal e transversal, respectivamente; $|V|$ é o módulo de V .

Os resultados à escala de laboratório mostraram também que as dispersividades dependem do módulo da velocidade, e que quando $|V| \rightarrow 0$ também as dispersividades tendem para zero; quando $|V| \rightarrow \infty$ $\mathbf{a}_L \rightarrow const.$. Pouco se sabe, no entanto em relação à dispersividade transversal.

$$\frac{dC}{dt} = D_d \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

¹¹Um aquífero ideal caracteriza-se por: i) ser homogéneo e isotrópico; ii) a água tem densidade e viscosidade constantes; iii) a espessura ser constante; iv) a base do aquífero ser horizontal; v) não existir fluxo vertical; vi) as superfícies equipotenciais serem cilindros verticais de secção circular e concêntricos com o poço (o fluxo é radial); vii) em todo o momento cumprirem-se as condições de validade da lei de Darcy (velocidade de escoamento baixa - para números de

A influência da velocidade no fenómeno dispersivo pode ser analisado à luz do número de Peclet, P (*ver nota*¹²): para valores baixos de $P < 1$, o processo dispersivo longitudinal é controlado pela difusão molecular; para valores elevados $P > 10$ o processo dispersivo longitudinal é controlado pela advecção. Também para a dispersão transversal se pode estabelecer uma relação semelhante: para valores de $P < 1$ o processo dispersivo transversal é controlado pela difusão molecular; para valores de $P > 100$, o processo dispersivo transversal é controlado pela advecção.

Na Figura 2, D_L , D_T são os coeficientes de dispersão longitudinal e transversal, respectivamente ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$); D_d é o coeficiente de difusão molecular ($\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$); V_x é a velocidade média do soluto (cm s^{-1}); e d é o diâmetro médio das partículas (cm).

Já desde os anos setenta os hidrogeólogos começaram a sentir que o uso de grandes valores de dispersividades, tal como obtidos por calibração dos modelos, não descreviam convenientemente o transporte em meios geológicos naturais. Careciam, nomeadamente, de fundamentos físicos teóricos que justificassem os valores obtidos (Stallman, 1972). A utilização de um único valor de dispersividade não reflecte o aumento da dispersividade com a distância à fonte, evidência referida por Gillham *et al.* (1975) para criticar o seu uso.

Diversos estudos têm demonstrado a dependência da escala sobre α e α_r (Lallemand-Barrés, 1978; Anderson, 1979; Pickens e Grisak, 1981; Neretnieks, 1985; Gelhar *et al.*, 1985; Gelhar *et al.*, 1992). Resultados em laboratório indicaram valores de α variando entre 10^{-4} m e 10^{-1} m para solos homogêneos de granulometria fina, e cerca de 1 m para areia grosseira (Bear, 1961; Lawson e Elrick, 1972; Klotz *et al.*, 1980), enquanto ensaios de traçadores no campo permitiram obter valores entre 10^{-2} m e superior a 10^2 m (Lallemand-Barrés, 1978; Anderson, 1979; Pickens e Grisak, 1981).

Tem sido observado que as dispersividades são crescentes com a distância do ponto de amostragem à fonte (origem da pluma de contaminação) (*e.g.*, Martin, 1971; Lawson e Elrick, 1972; Peaudecerf e Sauty, 1978; Sudicky e Cherry, 1979; Sudicky *et al.*, 1983; Dieulin *et al.*, 1981). Neuman (1990), com base na análise da auto-semelhança detectada a várias escalas (análise dos variogramas) determinou, em termos globais, uma dimensão fractal de $D \approx 0,75$,

Reynolds < 10); viii) o coeficiente de armazenamento ser constante no espaço e no tempo; ix) o aquífero ter extensão infinita.

¹² $P = V_x d / D_d$

em que E é a dimensão topológica (1, em análise unidimensional, 2 para bidimensional, e 3 para análise tridimensional). Este resultado pode ser visto como uma regra de escala em torno da qual ocorrem grandes desvios devidos a influências locais, incluindo a existência de escalas discretas nas quais $\ln(K)$ é estatisticamente homogênea. De acordo com estes resultados propõe as seguintes expressões para as dispersividades longitudinais aparentes:

$$A_{aL} \cong 0,017L_S^{1,5} \text{ para } L_S \leq 100 \text{ m}$$

$$A_{aL} \cong 0,32L_S^{0,83} \text{ para } L_S \geq 100 \text{ m}$$

_ 52

em que L_S é a escala de trabalho.

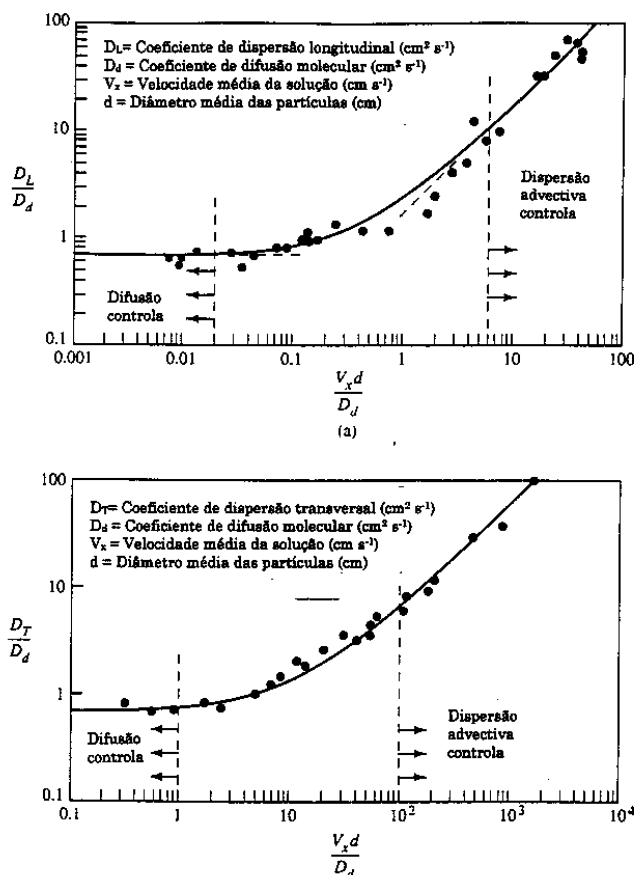


Figura 2. Coeficientes de dispersão adimensionais versus número de Peclet. Retirado de Perkins e Johnson (1963).

De acordo com as expressões anteriores parece haver um amortecimento do efeito de escala para escalas de trabalho maiores.

Gelhar *et al.* (1992) compilaram uma série de 59 resultados de dispersividades de campo, e projectaram a relação entre dispersividade longitudinal e a escala de trabalho, com o cuidado de avaliar a qualidade das estimativas utilizadas (Figura 36). Os resultados confirmaram a tendência de crescimento da dispersividade longitudinal com a escala, no entanto a tendência observada neste trabalho é menos acentuada do que o julgado até à data (veja-se Gelhar *et al.*, 1985).

No caso da dispersividade horizontal transversal, parece também existir alguma tendência de crescimento com a escala. No entanto as estimativas obtidas por muitos dos estudos realizados podem não ser as mais correctas, pelo menos nos casos em que são utilizados modelos bidimensionais, com parâmetros médios em profundidade, e com incorrecções no dimensionamento da fonte.

No caso da dispersão vertical, a escassez de resultados não permite avaliar correctamente o seu comportamento com a variação da escala, no entanto a dispersão vertical deverá ser uma ou duas ordens de grandeza inferior à dispersão horizontal transversal (em sedimentos estratificados). Gelhar *et al.* (1992) não encontraram razões que justifiquem a utilização de valores fixos para a razão entre a dispersividade transversal e a dispersividade horizontal (tem sido comum assumir uma razão de um terço para esta relação).

Resultados experimentais comprovaram a inaplicabilidade de valores heurísticos de dispersividade nos modelos de convecção-dispersão (Simpson, 1978). Na realidade, não só são os coeficientes de dispersão dependentes da posição (e tempo), mas também o são as velocidades do soluto. Hatton e Lightfoot (1984) apontam como factores de variação dos valores dos coeficientes de dispersão as técnicas experimentais utilizadas nos ensaios de campo, e a distribuição espacial original do soluto.

3.5.2 Solução das Equações de Convecção-Dispersão ¾ Incorporação dos Parâmetros Macrodispersivos

O modelo estatístico clássico de interpretação da macrodispersividade considera que a posição das partículas individuais de traçador no campo de escoamento é determinada pelo campo de velocidades, variável, à escala microscópica. Como as partículas individuais percorrem caminhos diferentes, cada uma encontra condições de escoamento diferentes (Bear, 1972).

Pode mostrar-se que se o tempo de percurso para uma partícula individual for muito superior ao intervalo de tempo durante o qual as suas velocidades ainda se correlacionam (princípio da independência), então de acordo com o teorema do limite central, a função de densidade de probabilidade do deslocamento total deverá ser Normal (Bear, 1972). Por aplicação do princípio da ergodicidade¹³ pode assumir-se que o conjunto das partículas tem também uma distribuição Normal (uma partícula é uma amostra do total de partículas - população -, e tem propriedades idênticas à da população). Nesta perspectiva a variância da dispersão é uma função linear do tempo¹⁴.

Do referido conclui-se que a utilização de valores elevados de dispersividade assume implicitamente que as teorias microscópicas se aplicam a grandes sistemas. As leis da física predominantes ao nível atómico não são idênticas às que se aplicam à escala macroscópica; é possível que o mesmo aconteça entre as dispersividades locais, fortemente afectadas pelo gradiente de concentração, e as dispersividades de grande escala, afectadas pela heterogeneidade do meio e pela variação nas condições hidrodinâmicas (magnitude e direcção)

¹³ A questão que a teoria da ergodicidade tenta explicar é: Quando é que o comportamento assintótico da média temporal ou espacial de um processo estocástico se aproxima da média probabilística. A hipótese da ergodicidade pode resumir-se à seguinte questão: Existirá um volume Ω tal que (Cushman, 1983):

$$E(\mathbf{j})(x) = \lim_{\Omega^d \rightarrow \Omega} \sum_a \langle \mathbf{j} \rangle_a(x)$$

em que φ é um processo estocástico; Ω^δ é um volume arbitrário em \mathfrak{R}^n . Na hipótese de ergodicidade é assumido que o volume Ω existe, e que corresponde ao volume da amostra utilizada.

¹⁴ de Josselin De Jong (1958) definiu essa relação da seguinte forma:

$$s_c^2 = D^* \cdot 2t$$

em que s_c^2 é a variância da concentração do soluto traçador; t o tempo; e D^* o coeficiente de dispersão efectivo, definido por

$$D^* = \mathbf{v} \cdot D_d$$

do escoamento. Foi com base neste raciocínio que se desenvolveram as teorias estocásticas e estatísticas estocásticas.

São várias as teorias propostas para resolução das equações de derivadas parciais (EDP) que descrevem a dispersão hidrodinâmica. Das primeiras teorias a serem propostas realçam-se as desenvolvidas por exemplo por Taylor (1953), Danel (1952) e Bear e Todd (1960) em que a mistura no meio poroso pode ser descrita por métodos matemáticos exactos (tubo capilares únicos, conjunto de tubos capilares, matriz de células, entre outros); desenvolvimentos subsequentes conduziram à construção de modelos estocásticos do movimento e distribuição das partículas. A teoria estatística estocástica desenvolvida inicialmente por Scheidegger (1954, 1958), foi posteriormente desenvolvida por Mercado (1967), Marle *et al.* (1967), Gelhar *et al.* (1979), Matheron e de Marsily (1980), Gupta e Bhattacharya (1983), Bhattacharya e Gupta (1984), Dagan (1984), Gelhar e Axness (1983), Güven *et al.* (1984, 1986).

Nos modelos de tubos capilares o soluto traçador é disperso por convecção longitudinal e difusão molecular radial relativamente a um plano que se desloque com velocidade \bar{V} no tubo capilar, tal como se estivesse a sofrer um processo difusivo Fickiano, mas em que o coeficiente de dispersão é dado por (Bear, 1972):

$$D^* = (R^2 / 48D_d)\bar{V}^2 \quad _ 53$$

Aris (1956) havia já generalizado para tubos com qualquer raio:

$$D^* = D_d + \frac{dR^2\bar{V}^2}{D_d} \quad _ 54$$

Em ambos os modelos D é o coeficiente de dispersão; D_d é o coeficiente de difusão molecular; \bar{V} é a velocidade média no poro; R é o raio do tubo; e d é a função de Dirac. Estes modelos assumem uma distribuição de concentrações de tipo gaussiana em torno do centro de massa; os coeficientes de dispersão são, então, obtidos da variância desta distribuição.

Nos modelos de células de mistura também pode ser assumida uma distribuição gaussiana se o número de passos de tempo for suficientemente grande (atendendo ao Teorema do Limite

em que ω é um parâmetro relacionado com a turtuosidade (Bear, 1972); D_d é o coeficiente de difusão da lei de Fick .

Central). O coeficiente de dispersão, D , tem, então, o mesmo significado que nos modelos de tubos capilares. Neste caso

$$D = \frac{1}{2} \left[\frac{(\Delta l)^2}{\Delta t} \right] \bar{v} = a_L \bar{v}$$

_ 55

em que Dl é a distância entre os centros das células; Dl' é o comprimento da célula de mistura (dado por $Dl' = t\bar{v}$; $t = M/Q$, tempo de residência médio, G o volume da célula e Q o caudal); $a_L = 1/2[(Dl')^2/Dl]$, propriedade do meio conhecida como dispersividade¹⁵ longitudinal.

Neste caso a relação entre a dispersão e a velocidade média de escoamento é linear. Muitos outros modelos consideraram este tipo de relação (Biggar e Nielsen, 1967, 1976; Anderson, 1979; Gelhar e Axness, 1983; Beese e Wierenga, 1983). A utilização desta relação em meios não saturados teve o seu êxito para velocidades no poro superiores a 0,01 m d⁻¹ (Beese e Wierenga, 1983), no entanto existe grande controvérsia em torno desta questão (ver, por exemplo, algumas das primeiras referências: Yule e Gardner, 1978; Smiles e Philip, 1978; Smiles *et al.*, 1978; Elrick *et al.*, 1979; Smiles *et al.*, 1981; Smiles e Gardiner, 1982; Watson e Jones, 1982; Beese e Wierenga, 1983). Güven *et al.* (1984) põem mesmo em causa a aplicabilidade da aproximação Fickiana para aquíferos em geral. No entanto, desde que a velocidade de escoamento no poro, V , seja uma função periódica, e a velocidade média, \bar{v} , seja não nula, a solução da equação de convecção-dispersão deverá ser assintoticamente Fickiana, como demonstrado por Bhattacharya (1985). Voltar-se-á a esta discussão mais tarde.

O processo estocástico foi definido por Scheidegger (1954), assumindo que i) o caminho percorrido por uma partícula de fluido num pedaço de rocha é determinado exclusivamente

¹⁵ O termo dispersividade foi introduzido pela primeira vez por Scheidegger (1954) num seu artigo no *Journal of Applied Physics* intitulado "Statistical Hydrodynamics in Porous Media". Neste artigo Scheidegger introduz uma nova abordagem ao problema da modelação do fluxo e dispersão de solutos em meios porosos: utilizando a *hipótese da desordem completa*, e recorrendo a alguns princípios estatísticos desenvolvidos por Einstein (1905) em trabalhos sobre o movimento Browniano (desenvolvidas posteriormente por Smoluchowski (1906) e Langevin (1908)), propõe uma abordagem estatística estocástica ao problema da dispersão. Scheidegger leva o conceito de processo estocástico um pouco mais longe do que aquilo que os seus contemporâneos haviam feito.

Segundo este autor "Partículas de um fluido não se deslocam apenas ao longo das linhas de fluxo resultantes da lei de Darcy, mas também são dispersas para os lados. Isto é expresso por uma nova quantidade denotada por a e designada 'dispersividade', que aparece nas equações de movimento. Sob alguns pressupostos estatísticos (...), a dispersividade é uma constante do meio poroso. O escoamento de um fluido através do meio poroso é, desta forma, determinado por três constantes do meio (porosidade, permeabilidade, e dispersividade) e não por duas como até aqui assumido". O termo a definido inicialmente por Scheidegger é representado neste trabalho por a .

pelas condições de fronteira e pelas equações de movimento, portanto determinístico; ii) em regime permanente as partículas percorrem o mesmo caminho daquelas que as antecederam, contrário à definição mais completa de processo estocástico. Scheidegger recorre ao conceito de conjunto de partículas (da mesma dimensão e com as mesmas propriedades macroscópicas) para definir *médias do conjunto* e *estatísticos do conjunto*. No entanto, para cada amostra, composta por um conjunto de partículas, os fenómenos observados são governados pelas leis da mecânica, e são predeterminadas, ou seja não existe o elemento sorte (introduzido mais tarde, como se verá no desenvolvimento deste texto). Este autor introduz também o conceito de ergodicidade na seguinte forma: “as condições geométricas para o movimento de uma partícula que prevalecem num determinado local do meio poroso não estão de forma alguma correlacionadas com as condições prevalecentes noutra local do mesmo meio”.

O caminho percorrido por uma única partícula de soluto traçador, um ião ou uma molécula, não deve ser confundido com o caminho percorrido pela partícula de líquido, que é definido como um grande conjunto de moléculas, cuja identidade se altera como resultado da difusão molecular. O caminho percorrido por uma partícula de traçador pode ser visto como sendo o resultante de dois movimentos: um ao longo do caminho da partícula de líquido, e outro de uma partícula de água para a adjacente como resultado dos processos de difusão molecular. A natureza estocástica da geometria interna do meio, e o carácter aleatório do processo de difusão molecular não permite a definição de percursos determinísticos para as partículas de soluto traçador.

O postulado básico da abordagem estatística é o de que apesar de ser impossível determinar exactamente o caminho percorrido por uma partícula de traçador, dado o elevado número de variáveis envolvidas, é possível utilizar regras da teoria das probabilidades para prever a distribuição da pluma de partículas do traçador que partiram de determinadas condições iniciais e se deslocam sob as mesmas condições médias, num qualquer tempo ulterior. Os modelos de tipo Random-Walk (Pricket *et al.*, 1981) e Método das Características (Garder *et al.*, 1964; Konikow e Bredehoeft, 1978) utilizam o mesmo princípio: libertação de uma nuvem de partículas num tempo inicial, e acompanhamento dos processos convectivos e dispersivos através dos estatísticos das distribuições das partículas em tempos ulteriores. A função densidade de probabilidade da posição de uma determinada partícula pode ser interpretada como a distribuição espacial das concentrações da pluma de partículas traçador, com origem num determinado ponto no espaço.

Desde os anos 70 os hidrogeólogos têm aplicado a problemas reais a equação advecção-dispersão, cuja validade tem sido comprovada em laboratório, utilizando valores de dispersividades de forma heurística, ou baseada em alguma percepção empírica do fenómeno. Por forma a introduzir um fundamento teórico na escolha destes parâmetros foram desenvolvidas algumas teorias estatísticas desde o início dos anos 80, na sequência do que havia sido proposto por Scheidegger (1954, 1958) *e.g.*, Smith e Schwartz, 1980; Gelhar e Axness, 1983; Dagan, 1984; Yeh *et al.*, 1985; Sposito *et al.*, 1986; Neuman *et al.*, 1987). Nestas novas teorias a heterogeneidade das formações é descrita por funções aleatórias, por forma a contemplar também o efeito da macrodispersividade. Segundo esta teoria a lei de Fick não é necessariamente uma lei assintótica.

O tensor de dispersão da equação _ 49, \mathbf{D} , deve ser substituído por D_L , para determinação da dispersão longitudinal, e pode ser determinado, nestas condições, por

$$D_L = A_x U$$

_ 56

com A_x a macrodispersividade ao longo da direcção de escoamento, e, $U = q/n$, com q o caudal específico, e n a porosidade. Esta expressão é equivalente à _ 55 para, mas para condições de escoamento médio no aquífero (em oposição a uma abordagem local – ao nível do poro, descrito pelas expressões anteriores).

Revisões de algumas destas metodologias podem ser encontradas em Dagan (1989) e Gelhar (1993); desenvolvimentos recentes podem ser encontrados em trabalhos de Neuman e Zhang (1990), Rubin (1990), Dagan e Neuman (1991), Rehfeldt e Gelhar (1992), Russo (1993), Naff (1994), e Kapoor e Gelhar (1994).

3.6 RELAÇÕES ENTRE A INFERÊNCIA ESTATÍSTICA E A ESTIMAÇÃO DA MACRODISPERSIVIDADE

As formações geológicas são entidades espacialmente heterogêneas independentemente da escala de observação. Um caso muito frequente de heterogeneidade consiste na mudança, mais

ou menos gradual, do material do aquífero com a conseqüente variação das variáveis hidrogeológicas (permeabilidade, coeficiente de armazenamento, ...). Um outro caso especial de heterogeneidade e anisotropia é o das rochas permeáveis por fissuração. Se a fissuração é densa, vertical e orientada ao acaso, o material comporta-se como um meio aproximadamente isotrópico e homogêneo; se pelo contrário, as fracturas têm orientações preferenciais ou a fracturação é pouco densa, então o meio comporta-se como anisótropo e/ou heterogêneo (Custódio e Llamas, 1976).

Alguns trabalhos baseados nestes factos, e no facto (por vezes um pouco irrealista) de que a geometria da heterogeneidade se repete nas diferentes escalas – conceito de auto-semelhança – procuram encontrar uma(s) regra(s) que descrevam, e reproduzam, a distribuição espacial dos caracteres estudados (vejam-se, por exemplo, os trabalhos de Bell (1979), Mark e Aronson (1984), Brown e Scholz (1985), Oliver e Webster (1986), Brown (1987), Roy *et al.* (1987), Palmer (1988), Wong (1988), Nolte *et al.* (1989), Hirata (1989), Polidori *et al.* (1991), Power e Tullis (1991), Cushman (1991), Klinkenberg e Goodchild (1992), Gallant *et al.* (1994)).

No enquadramento estatístico, as estruturas espaciais complexas são representadas por funções aleatórias do espaço e/ou tempo, $f(t,x)$, em que x identifica o vector das coordenadas espaciais, e t o tempo. A função aleatória mais utilizada é a que descreve a distribuição da condutividade hidráulica, $K(x)$, ou mais frequentemente o seu logaritmo natural - Freeze (1975) mostrou que $Y(x) = \ln(K(x))$ apresentava uma distribuição gaussiana (pressuposto base para um grande conjunto de tratamentos estatísticos); outros autores (*e.g.*, Hoeksema e Kitadinis (1985)) confirmaram, desde então, este comportamento.

A função aleatória normal $Y(x)$, uma vez assumida a sua normalidade, é completamente descrita pelos dois primeiros momentos: a esperança matemática, $E[Y(x)]$, e pela função covariância, $C_Y(h)$, entre dois locais x_i e x_j do mesmo meio. Quando $\bar{Y} = E[Y(x)]$ e $C_Y(h)$ dependem apenas do vector de separação entre as coordenadas espaciais, $h = x_i - x_j$, a função aleatória diz-se estacionária, ou estatisticamente homogênea. Se \bar{Y} não é constante, a função pode ser definida como constituída por um termo constante mais uma perturbação. Esta perturbação pode ser de tipo linear ou qualquer outra função das coordenadas espaciais (ou de h). Uma abordagem mais realista foi introduzida por Matheron (1973; 1982) designada pelo autor por Funções Aleatórias Intrínsecas de ordem k (FAI- k). A teoria das FAI- k generaliza as

funções de incrementos para ordens superiores a um (variograma), isto é, cria um conjunto de funções com capacidade de filtrar polinómios de grau até k e eliminar a influência da deriva - Ribeiro (1992) faz uma boa discussão da aplicação deste método a variáveis hidrogeológicas. O mesmo raciocínio é válido para o tempo. A função vem definida por

$$Y(x) = \bar{Y}(x) + \boldsymbol{\xi}(x)$$

_ 57

A perturbação, $\boldsymbol{\xi}(x)$, representa a flutuação de $Y(x)$ em torno do seu valor médio. Como $E[\boldsymbol{\xi}(x)] \equiv 0$, $Y(x)$ pode ser considerada como um campo aleatório estacionário. Na forma como são definidas as funções $\bar{Y}(x)$ e $C_Y(h)$ assentam as principais diferenças entre as diversas teorias estatísticas estocásticas.

O estudo da macrodispersão tem sido tratado por diversos autores, dos quais se destacam os de Gelhar e Axness (1983), Dagan (1982, 1984, 1988), Neuman *et al.* (1987), e Matheron e de Marsily (1980).

Os trabalhos de Gelhar e Axness (1983), Neuman *et al.* (1987), e Matheron e de Marsily (1980) foram desenvolvidos numa abordagem Euleriana, e não requerem qualquer decisão apriorística sobre a distribuição estatística da condutividade hidráulica. Estes métodos desenvolveram-se no formalismo dos métodos espectrais (representações espectrais de processos estocásticos, à semelhança das representações de Fourier para funções determinísticas), mas têm como resultado expressões simples, normalmente funções da variância do logaritmo da condutividade hidráulica, e das amplitudes efectivas dos modelos de covariância espacial. Conduzem directamente à forma da equação que governa a concentração média. Os coeficientes de macrodispersividade são obtidos para regime permanente. Os coeficientes são invariantes espacialmente, e dependem das dispersividades locais, da direcção média do escoamento, e dos estatísticos do campo de $\ln(K)$. É requerida estacionaridade dos potenciais e do campo de concentrações (o gradiente médio das concentrações é aproximadamente constante ao longo de distâncias várias vezes superiores à distância de autocorrelação de $\ln(K)$). O modelo proposto por Neuman *et al.* assume que a média das concentrações tende para um comportamento Fickiano, sem no entanto, indicar a distância a que esse comportamento se verifica.

O caminho seguido por Gedeon Dagan foi diferente: a abordagem baseia-se num contexto Lagrangeano, com pressupostos quanto à distribuição estatística das variáveis, normalmente gaussiana ou lognormal. No entanto, nesta abordagem não é imposta qualquer condição quanto à estacionaridade dos processos. Os coeficientes de macrodispersividade são obtidos para regime permanente, com um gradiente hidráulico uniforme. Os coeficientes são invariantes espacialmente, e dependem das dispersividades locais, dos estatísticos do campo de $\ln(K)$, e dos volumes sobre os quais os valores médios das concentrações da fonte e das observações são obtidos. Tal como no método de Gelhar e Axness, é requerida a estacionaridade dos potenciais e do campo de concentrações (o gradiente médio das concentrações é aproximadamente constante ao longo de distâncias várias vezes superiores à distância de autocorrelação de K).

Os três primeiros trabalhos procuraram obter os coeficientes de macrodispersividade (Gelhar e Axness, 1983), e de dispersão de campo (*field scale dispersion*) (Neuman *et al.*, 1987), enquanto nos trabalhos de Dagan foram procuradas as covariâncias de deslocamento das concentrações. Mais adiante neste texto são analisadas as abordagens referidas.

Os modelos mais significativos para obtenção da macrodispersividade são apresentados na Tabela 3 e Tabela 4, e descritos nos subcapítulos seguintes.

3.6.1 Modelos Convectivos Estratificados

Os modelos Convectivos Estratificados baseiam-se no pressuposto de que o aquífero é perfeitamente estratificado, ou seja a condutividade hidráulica varia apenas na direcção vertical. Este pressuposto é violado na prática para grandes distâncias, no entanto pode ser considerado como uma boa aproximação para distâncias relativamente curtas (com aplicação possível em ensaios de traçadores com furos de injeção e medição a curta distância). Estes modelos têm interesse (mais teórico que prático) na medida em que são o único caso em que é possível obter resultados simples e exactos para os momentos estatísticos da concentração, e desta forma servirem de apoio ao desenvolvimento de modelos mais complexos. Estes modelos têm origem em trabalhos de Mercado (1967), Marle *et al.* (1967), Gelhar *et al.* (1979) para tubos capilares, tendo evoluído desde então.

3.6.1.1 Campo de Escoamento Longitudinal Invariante Sem Interação Entre Camadas

Considerando o gradiente hidráulico, J , paralelo às camadas, o escoamento é, então, paralelo a estas. Neste modelo simples não é considerada a mistura entre camadas, pelo que a distribuição de um soluto é apenas resultante da variação na velocidade de convecção, V . Desta forma o deslocamento, x , é obtido, de acordo com a lei de Darcy, pela expressão:

$$x = \bar{V}t = \frac{KJ}{n}t \quad \text{-- 58}$$

Com n a porosidade; e t o tempo.

O deslocamento médio das partículas vem

$$X = E[x] = \frac{Jt}{n} \bar{K} = Ut, \text{ com } \bar{K} = E[K] \quad \text{-- 59}$$

Introduzindo uma perturbação, u , de tal forma que $E[u] = 0$,

$$\bar{V} = U + u \quad \text{-- 60}$$

O segundo momento de x vem na forma

$$s_x^2 = X^2 \frac{s_K^2}{\bar{K}^2} \quad \text{-- 61}$$

Ou seja: a variância aumenta com o quadrado da média do deslocamento, X . Este comportamento implica uma dispersividade que aumenta com a primeira potência do deslocamento médio, e é directamente proporcional à variância da condutividade hidráulica (Gelhar *et al.*, 1979):

$$A = \frac{1}{2} \frac{s_x^2}{dX} = \frac{s_K^2}{\bar{K}^2} X \quad \text{-- 62}$$

em que σ_K^2 representa a variância de K ; e \bar{K} a média de K

Este modelo baseia-se no pressuposto de que o campo de escoamento paralelo, responsável pelo transporte convectivo (única causa de dispersão), é invariante longitudinalmente.

Como não existem interações entre as camadas, a condutividade hidráulica não necessita ser considerada um campo espacial aleatório, mas apenas uma variável aleatória. Não é feita qualquer referência quanto à distribuição de probabilidades de K ; são apenas necessários os dois primeiros momentos, que se assume existirem. Outras análises utilizaram pressupostos semelhantes: ver referências na Tabela 3 e Tabela 4, apresentadas no fim deste capítulo.

3.6.1.2 Campo de Escoamento Variável Longitudinalmente Sem Interação Entre Camadas

A análise que descreve os efeitos da variação da velocidade de escoamento na direcção do fluxo baseia-se numa descrição Lagrangeana similar à usada por Taylor (1921). Esta velocidade é dada por

$$\frac{dx}{dt} = \bar{V}[x(t)]$$

$$\text{em que } x(t) = \int_{t=0}^t \bar{V}(\mathbf{t}) d\mathbf{t}$$

_ 63

A variância da posição da partícula pode ser determinada, para um campo de velocidades Euleriano estacionário, com uma função de covariância da velocidade Lagrangeana estacionária (válida nestas condições do campo de velocidades (Lumley e Panofsky, 1964)) por (Gelhar, 1993):

$$s_x^2 = E[(x(\mathbf{t}) - E[x(\mathbf{t})])^2] = 2 \int_{t=0}^t (t - \mathbf{t}) C_{uu}(\mathbf{t}) d\mathbf{t}$$

$$C_{uu}(\mathbf{t} - \mathbf{t}') = E[u(\mathbf{t})u(\mathbf{t}')]]$$

$$\bar{V} = U + u; E[u] = 0$$

_ 64

Quando t é muito pequeno a covariância da velocidade iguala a variância, pelo que

$$A = \frac{S_u^2}{U^2} U t, t \rightarrow 0$$

_ 65

Quando t é muito grande

$$A = \frac{S_u^2}{U^2} U l$$

_ 66

em que λ é a amplitude de autocorrelação de U .

Estes dois resultados servem essencialmente para mostrar o comportamento assintótico da dispersividade com o deslocamento médio (veja-se também Matheron e de Marsily (1980)).

Dulfy (1982) e Gelhar e Gutjahr (1982) propuseram que $\frac{S_u^2}{U^2}$ tomasse a forma aproximada:

$$\frac{S_u^2}{U^2} \cong \frac{8}{15} \frac{S_f^2}{g^2}$$

$$\text{com } g = e^{\frac{S_f^2}{6}}$$

_ 67

em que $f = Ln(K)$.

3.6.1.3 Campo de Escoamento Invariável Longitudinalmente Com Interação Entre Camadas

Considera-se também o aquífero estratificado, mas com um mecanismo de dispersão Tayloriano (Taylor, 1953), em que a variação longitudinal da velocidade e os processos de mistura local interagem para produzir um processo de mistura longitudinal Fickiano.

Num aquífero perfeitamente estratificado, a análise estocástica do processo difusivo pode obter-se por resolução da equação de balanço de massa

$$\frac{dC}{dt} + \bar{V} \frac{dC}{dx} = \frac{d}{dx} \left(D_L \frac{dC}{dx} \right) + \frac{d}{dz} \left(D_T \frac{dC}{dz} \right)$$

_ 68

com C a concentração de soluto, em que D_L , D_T são os coeficientes de dispersão longitudinal e transversal, respectivamente. Introduzindo novamente as perturbações no campo de velocidades e na concentração

$$\begin{aligned} C(x, z, t) &= C(x, t) + c(x, z, t) \\ \bar{V}(z) &= U + u(z) \\ C &= E\{c\} \bar{V} = E\{V\} E\{c\} = E\{u\} = 0 \end{aligned}$$

_ 69

A variação de V pode ser obtida por _ 58. Aplicando o operador esperança matemática a _ 68 (com integração na velocidade) obtém-se o valor médio da concentração, C :

$$E \left[\bar{V} \frac{dC}{dx} \right] = \frac{d}{dx} E[\bar{V}C] = U \frac{dC}{dx} + \frac{d}{dx} E[uc]$$

_ 70

O último termo representa o fluxo adicional devido à correlação entre as perturbações na velocidade e nas concentrações. Os modelos aqui discutidos procuram encontrar a forma da função de covariância representada pelo último termo.

Gelhar *et al.* (1979) utilizaram uma função de densidade espectral na forma

$$\begin{aligned} S_{KK} &= \frac{8s_k^2 l^5}{3p(1 + l^2 k^2)^3} \\ l &= 3,16 l \end{aligned}$$

_ 71

com λ a distância de autocorrelação efectiva, e l a distância de autocorrelação de e^{-1} da condutividade hidráulica¹⁶. À expressão _ 71 corresponde uma função covariância exponencial:

¹⁶ $I_e \text{ ou } l = \frac{1}{s_k^2} \int_0^\infty C_K(h) dh$, em que C_K é a função de autocovariância espacial Lumley e Panofsky (1964). Esta expressão indica que a distância de autocorrelação efectiva (*integral scale*) representa a distância média na qual K se correlaciona no espaço.

$$C_{KK}(h) = s_k^2 \left(1 - \frac{5h}{3l} + \frac{1}{3} \frac{h^2}{l^2} \right) e^{-\frac{|h|}{l}}$$

_ 72

Desta determinação resulta uma macrodispersividade longitudinal na forma

$$A(X) = \frac{s_k^2}{K^2} X$$

_ 73

Para pequenas distâncias, $X \ll l$, e

$$A(X) = \frac{1}{3} \frac{s_k^2}{K^2} \frac{l^2}{a_T} = A_\infty$$

_ 74

Para grandes distâncias. Esta expressão indica que a macrodispersividade é assintótica para grandes deslocamentos. Gelhar *et al.* (1979) referem que a dispersividade assintótica pode atingir distâncias 10 a 100 vezes a obtida por _ 74.

3.6.2 Modelos de Dispersão Multidimensional

A análise multidimensional baseia-se na equação de transporte em não-equilíbrio para um soluto não reactivo, em baixa concentração. A variação da porosidade e dos coeficientes de dispersão locais é considerada secundária em relação à influência da variação de K .

Os sistemas naturais tendem a apresentar comportamentos que se desviam dos observados em condições laboratoriais controladas. O escoamento da água subterrânea, e especialmente a dispersão de solutos, tem sido demonstrado apresentar comportamento não linear quando o meio é particularmente heterogêneo (*e.g.*, Matheron e de Marsily, 1980; Gelhar e Axness, 1983; Dagan (1984); Neuman *et al.* (1987)). Estes desvios em relação ao comportamento Fickiano são normalmente mais importantes a pequena distância (tempo de percurso) da fonte emissora do soluto, e menos importantes a grandes distâncias (grandes tempos de percurso), isto é, a dispersão tende assintoticamente para um comportamento de tipo difusivo (reprodução dos fenómenos a diferentes escalas). Matheron e de Marsily (1980) demonstraram, no entanto, não ser possível atingir o comportamento Fickiano em aquíferos estratificados com escoamento paralelo à estratificação (com difusão e dispersão hidrodinâmica transversal nulas), a menos

que a função de covariância de k ou de U seja uma função com efeito de buraco (muito pouco comum nas ciências da terra). Este resultado foi posteriormente confirmado por Dagan (1984, 1988); Gelhar (1993) e propõe que o comportamento Fickiano possa ser atingido em condições de estratificação imperfeita, e anisotropia no plano de estratificação (no fundo as grandes limitações dos modelos de Matheron e de Marsily (1980). Os resultados de Neuman et al. (1987) são semelhantes aos de Gelhar e Axness (1983) e Gelhar (1993), com a diferença de que o tensor de macrodispersividade tem apenas um valor próprio não nulo (A_{11}).

Nos modelos clássicos de convecção-dispersão as dispersividades entram como parâmetros arbitrários de calibração, originando em muitos casos problemas de não-unicidade (conjuntos diferentes de parâmetros conduzem à mesma solução), e instabilidade (pequenas variações nas observações originam grandes variações no parâmetro em estudo). Este tema está fora do âmbito desta discussão – revisões completas sobre o tema podem ser encontradas em Yeh (1986), Sun (1994), e Herzfeld (1996), entre outros. Nos modelos atrás referidos é assumida a estacionaridade da permeabilidade, ou do campo de velocidades (U), pressuposto que implica uma relação linear constante entre k e o gradiente hidráulico (J). Neste caso é suficiente conhecer a média e a covariância espacial do fenómeno (parâmetros usados na solução das equações diferenciais estocásticas (estatísticas). Variações nas condições de fronteira (fenómenos cíclicos de precipitação, ou descargas de barragens, por exemplo) que provoquem campos de escoamento estatisticamente não homogêneos necessitam de tratamento especial. São muito raros os desenvolvimentos teóricos nestas condições (e.g., Dagan, 1989; Graham e McLaughlin, 1989; Rehfeldt e Gelhar, 1992). Neste trabalho utilizam-se apenas os resultados obtidos pelos diversos autores para condições de estacionaridade do campo de k .

3.6.2.1 Campo de $\ln(K)$ Estatisticamente Homogêneo

O meio comporta-se como isotrópico em relação à condutividade hidráulica e o gradiente hidráulico é colinear com o caudal específico. Gelhar e Axness (1983) utilizaram um modelo exponencial para a covariância espacial de K , resultando, para um meio isotrópico tridimensional as seguintes macrodispersividades:

$$A_{11} = \frac{s_f^2 l}{g^2}$$

_ 75

$$A_{22} = A_{33} = \frac{s_f^2 a_L}{15g^2} \left(1 + \frac{4a_T}{a_L} \right)$$

_ 76

em que λ é a distância de autocorrelação efectiva (parâmetro amplitude do modelo teórico de variograma), e $g = \frac{q}{J_1 K_1}$, é um factor de escoamento, com $K_1 = \exp[E(\ln(K))]$, que para o caso isotrópico é dado por $g = 1 + \frac{s_f^2}{6}$.

Neuman *et al.* (1987) consideram supérfluo o uso do factor de fluxo, γ^2 , e recomendam o uso de dispersividades determinadas utilizando covariâncias esféricas, tal como obtidas por Winter *et al.* (1984):

$$A_{11} = \frac{3s_f^2 l}{8}$$

_ 77

e

$$A_{22} = A_{33} = \frac{s_f^2 l}{15} \left(1 + \frac{4D_T}{D_L} \right) \frac{1}{P}$$

_ 78

Com P o número de Peclet; D_L o coeficiente longitudinal local de dispersão (primeiro elemento do tensor de dispersão); D_T os coeficientes de dispersão transversais locais. Tal como nas expressões de Gelhar e Axness (1983), também nestas a dispersividade longitudinal é assintótica, e as dispersividades longitudinais tendem para zero quando $P \rightarrow \infty$.

As dispersividades a_L e a_T (dispersividades locais) deverão ser muito inferiores à distância de autocorrelação, λ .

Para um meio isótropo bidimensional vem (Gelhar e Axness, 1983):

$$A_{11} = \frac{s_f^2 I}{g^2}$$

_ 79

e

$$A_{22} = \frac{s_f^2 a_L}{8g^2} \left(1 + \frac{3a_T}{a_L} \right)$$

_ 80

A aplicação destas equações está limitada aos valores de $\sigma_f^2 \leq 3$. Quando $\epsilon = a_L/I \ll 0,01$ as expressões atrás são exactas (Gelhar e Axness, 1981, 1983), e o quociente a_T/a_L é muito pequeno ($= \epsilon/3$).

Nos modelos de dupla camada (referidos no ponto anterior) a difusão molecular aumenta a dispersividade; nos modelos estocásticos tridimensionais, a dispersividade isotrópica local, formalmente equivalente à difusão molecular, faz decrescer as dispersividades longitudinais e transversais. Nos primeiros modelos é assumido que a difusão provoca maior espalhamento da curva de concentração versus tempo (*Breakthrough*), e portanto maior dispersividade. Nos modelos estocásticos aqui descritos, considera-se que a mistura local tende a provocar menores variações nas concentrações, determinantes para o fluxo macrodispersivo (dadas as correlações entre as perturbações no caudal específico e as variações na concentração).

3.6.2.2 Meio Estatisticamente Anisótropo

Se o meio possui anisotropia estatística da condutividade hidráulica, então é possível que as componentes do gradiente hidráulico sejam todas diferentes. Nada garante, também, que a direcção média do caudal específico seja a mesma do gradiente hidráulico médio. Dois resultados concretos de Gelhar e Axness (1983) são reproduzidos aqui: o primeiro representativo de uma condição de escoamento médio em ângulo com a estratificação (e.g., circulação regional numa secção vertical), equações _ 81 a _ 84; o segundo representativo de uma condição de escoamento médio paralelo à estratificação, com anisotropia horizontal ($\lambda_1 > \lambda_2$) e anisotropia vertical ($\lambda_3 \ll \lambda_1$). Este último modelo corresponde a uma abordagem 2D, com

escoamento tridimensional, mas em que as variações horizontais e verticais de condutividade hidráulica são consideradas.

$$A_{11} = \frac{s_f^2 l_1 m}{g^2 x} \quad _ 81$$

$$A_{22} = \frac{s_f^2 l_1 m^2 J_3^2}{2(1+x)^2 g^2 J_1^2} \quad _ 82$$

$$A_{33} = \frac{s_f^2 l_1 J_3^2 (1+2x)}{2(1+x)^2 g^2 J_1^2} \quad _ 83$$

e

$$A_{13} = A_{31} = \frac{s_f^2 l_1 m J_3}{(1+x) g^2 J_1} \quad _ 84$$

Onde

$$g = \frac{q}{K_l J_1} = \frac{\exp[s_f^2 (1/2 - g_{33})]}{\text{sen}^2 q + b \cos^2 q}$$

$$m = \frac{I_3}{I_1}$$

$$x = (\text{sen}^2 q + m^2 \cos^2 q)^{1/2}$$

$$\frac{J_3}{J_1} = - \frac{(1-b) \text{sen} q \cos q}{\text{sen}^2 q + b \cos^2 q}$$

Em que q é ângulo formado entre a inclinação do escoamento e a inclinação da estratificação. O valor de b é obtido a partir da expressão

$$b = \frac{\bar{K}_{33}}{\bar{K}_{11}} = \exp[s_f^2 (g_{11} - g_{33})] \quad _ 85$$

No caso do meio estratificado com isotropia no plano de estratificação os g_{ii} vêm dados por

$$g_{11} = g_{22} = \frac{1}{2} \frac{1}{r^2 - 1} \left[\frac{r^2}{(r^2 - 1)^{1/2}} \arctan \left[(r^2 - 1)^{1/2} \right] - 1 \right]; \quad r = I_1/I_3 > 1$$

$$g_{33} = \frac{r^2}{r^2 - 1} \left[1 - \frac{1}{(r^2 - 1)^{1/2}} \arctan \left(r^2 - 1 \right)^{1/2} \right]$$

_ 86

O ângulo formado entre a direcção principal de fluxo e a direcção principal da matriz A , h é dado por

$$h = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2 A_{13}}{A_{11} - A_{33}} \right)$$

_ 87

A condutividade hidráulica efectiva isotrópica pode ser determinada por (Gutjahr *et al.*, 1978; Neuman, 1982):

$$\bar{K}_e = K_g \left(1 + \frac{s_f^2}{6} \right)$$

_ 88

No caso de isotropia no plano de estratificação, Gelhar e Axness (1983) propõem:

$$\bar{K}_{ii} = K_g \left[1 + s_f^2 (1/2 - g_{ii}) \right]; \quad i = 1, 2, 3$$

_ 89

em que os g_{ii} são obtidos a partir das expressões _ 86.

A condutividade efectiva tridimensional estatisticamente anisótropa vem, para o caso geral, segundo os mesmos autores:

$$\bar{K}_{11} = K_g \exp \left[s_f^2 (1/2 - g_{11}) \right]$$

$$\bar{K}_{22} = K_g \exp \left[s_f^2 (1/2 - g_{22}) \right]$$

$$\bar{K}_{33} = K_g \exp \left[s_f^2 (1/2 - g_{33}) \right]$$

_ 90

em que os g_{ii} são obtidos a partir da figura 4 de Gelhar e Axness (1983).

O sistema de coordenadas para o caso de escoamento inclinado em relação à estratificação é apresentado na Figura 3, onde x_1 é a direcção de estratificação; As coordenadas x_i' e x_i^* são os eixos principais dos tensores de anisotropia da condutividade hidráulica e da macrodispersividade, respectivamente. A tracejada está representada a elipse de anisotropia de $Ln(K)$.

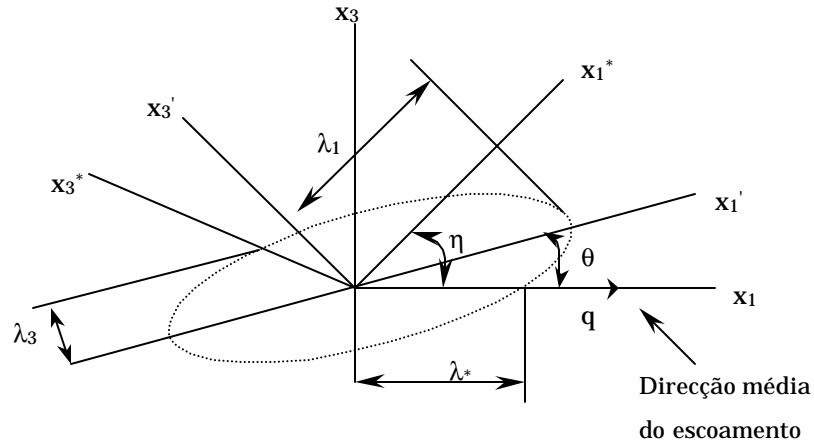


Figura 3. Sistema de coordenadas para o caso de isotropia no plano de estratificação, $x_2 = x_2'$, e escoamento inclinado de q graus em relação à estratificação. Retirado de Gelhar e Axness (1983).

Para o segundo modelo vem

$$A_{11} = \frac{s_f^2 I_1 I_2}{g^2 I_3 z}$$

_ 91

$$\frac{A_{22}}{A_{11}} = \frac{\left(\frac{J_2}{J_1}\right)^2 z(2z+1)}{2(1+z)^2}$$

_ 92

$$\frac{A_{33}}{A_{11}} = \frac{\left(\frac{J_2}{J_1}\right)^2 z}{2(1+z)^2}$$

_ 93

e

$$\frac{A_{12}}{A_{11}} = \frac{\left(\frac{J_2}{J_1}\right)z}{1+z}$$

_ 94

$$A_{13} = A_{23} = 0$$

_ 95

Onde

$$z = \left[\left(\frac{I_1}{I_3}\right)^2 \sin^2 \mathbf{f} + \left(\frac{I_2}{I_3}\right)^2 \cos^2 \mathbf{f} \right]^{1/2}$$

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{(B-1) \sin \mathbf{f} \cos \mathbf{f}}{\sin^2 \mathbf{f} + B \cos^2 \mathbf{f}}$$

$$\mathbf{g} = \frac{\exp \left[\mathbf{S}_f^2 \left(\frac{1}{2} - g_{22} \right) \right]}{\sin^2 \mathbf{f} + B \cos^2 \mathbf{f}}$$

$$B = \exp \left[\mathbf{S}_f^2 (g_{11} - g_{22}) \right]$$

g_{11} e g_{22} podem ser obtidos a partir da figura 4a, página 167, de Gelhar e Axness (1983), e são dados para o campo anisótropo tridimensional por

$$g_{11} = \frac{I_2}{I_1 + I_2}; g_{22} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}; g_{33} = 0$$

_ 96

O ângulo formado entre a direcção principal de fluxo e a direcção principal da matriz A , \mathbf{y} , é dado por

$$\mathbf{y} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2A_{12}}{A_{11} - A_{22}} \right)$$

_ 97

O sistema de coordenadas para o modelo tridimensional anisótropo com escoamento paralelo à estratificação é apresentado na Figura 4.

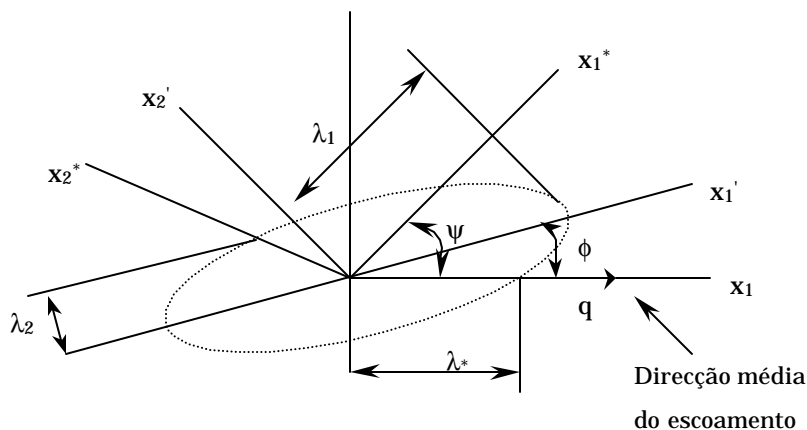


Figura 4. Sistema de coordenadas para um caso com anisotropia no plano de estratificação, escoamento com um ângulo f em relação à estratificação, e com valores médios em profundidade ($x_3 = x_3$). Os restantes símbolos têm o significado da Figura 3

O ângulo f é formado entre a direcção de maior correlação espacial de $Ln(K)$, I_1 , e a direcção de escoamento média.

Outros modelos mais complexos podem ser obtidos por resolução das expressões fornecidas pelos autores (ver expressões 65, 69 e 72, e tabela 5.1 de Gelhar (1993) para correcções aos anexos de Gelhar e Axness (1981, 1983)).

Neuman *et al.* (1987) obtiveram resultados diferentes para uma covariância esférica de $Ln(K)$, particularmente no comportamento das dispersividades para $P \rightarrow \infty$ – ao contrário dos resultados de Gelhar e Axness (1983) o tensor de dispersividades é diagonal apenas com A_{11} não nula:

$$A_{11} = \frac{3}{8} s_f^2 I^*$$

_ 98

I^* é o comprimento do vector paralelo à direcção de escoamento média de um elipsóide com semi-eixos I_1 , I_2 , I_3 , paralelos a x_1' , x_2' , x_3' (Figura 4).

Destacam-se, ainda, os trabalhos de Matheron e de Marsily (1980) e Dagan (*é.g.*, 1989). As expressões dos primeiros autores serão descritas de seguida.

Matheron e de Marsily estudaram as condições de dispersão para um campo bidimensional perfeitamente estratificado, com isotropia no plano de estratificação. A componente da velocidade de escoamento na direcção de escoamento é considerado um processo estocástico

fracamente estacionário (estas condições são semelhantes às assumidas para os modelos bidimensionais de Gelhar e Axness (1983) e Neuman *et al.* (1987). Os coeficientes de dispersão, α_L e α_T , são assumidos como constantes e independentes da velocidade (em oposição aos modelos dos autores supracitados). Matheron e de Marsily (1980) para representar as condições de escoamento inclinado (normal) em relação à estratificação (com isotropia horizontal) sobrepueram um gradiente hidráulico vertical sobre o gradiente horizontal. Num aquífero ilimitado isto resulta num caudal específico vertical constante, $q_3 = K_H J_3$ (com K_H a média harmónica da condutividade hidráulica, e J_3 o gradiente vertical) e num campo bidimensional do caudal específico horizontal, $q_1 = K(x_3) J$. A velocidade de escoamento resultante é obtida por adição da perturbação na velocidade vertical, $V_3 = K_H J_3 / n$, à velocidade de escoamento horizontal, $U + u(x_3)$ (à semelhança do apresentado em _ 69). Para tempos suficientemente grandes para que ocorra mistura através das camadas, e para que o corpo de soluto cubra verticalmente várias vezes a distância de autocorrelação, a dispersividade longitudinal pode ser dada pela expressão _ 99. O autores assumiram que nestas condições os coeficientes de dispersão transversal locais podem ser negligenciados.

$$A_{11} = \frac{s_K^2 U^2 \mathbf{1}}{K_H^2 V_3}$$

_ 99

Tabela 3. Modelos convectivos estratificados para determinação de parâmetros da macrodispersividade.

	Modelos de Dispersão	Equações	Condições	Observações	Referências
Modelos convectivos estratificados	Escoamento longitudinal invariante sem interacção entre camadas	_ 62	O campo de escoamento paralelo que produz o deslocamento convectivo é invariante longitudinalmente; <u>não existe mistura transversal ou interacção entre camadas</u>	Praticamente sem aplicação prática	Gelhar <i>et al.</i> (1979); Warren e Skiba (1964); Mercado (1967); Dagan e Bresler (1979); Jury (1982); Simmons (1982); Neretnieks (1983)
	Escoamento longitudinalmente variável sem interacção entre camadas	_ 65 _ 66	Ver texto na página 47.	A análise é escrita na forma unidimensional, no entanto o campo de escoamento com velocidade longitudinalmente variável não é um escoamento estritamente unidimensional. Descrição Lagrangeana.	Gelhar (1993); Duffy (1982); Gelhar e Gutjahr (1982)
	Escoamento longitudinal invariante com interacção entre camadas	_ 73 _ 74	Ver texto na página 50.	Estas expressões indicam que a macrodispersividade é assintótica para grandes deslocamentos.	Gelhar <i>et al.</i> (1979)

Outros modelos podem ser considerados: expressões dos modelos descritos atrás para solutos reactivos, decaimento radioactivo, sorpção, transporte de calor, fluidos com variação de densidade e viscosidade; bem como modelos desenvolvidos para meios fracturados. Estes estão fora do âmbito deste trabalho.

Tabela 4. Modelos de dispersão multidimensional para determinação de parâmetros da macrodispersividade.

		Modelos de Dispersão	Equações	Condições	Observações	Referências
Modelos de dispersão multidimensional	Modelos estatisticamente isotropos	Meio isotropo tridimensional	_ 75 _ 76 _ 77 _ 78	Meio isotropo em relação a K; gradiente hidráulico colinear com o caudal específico Nas condições da equação de Darcy	As duas primeiras expressões devem-se aos primeiros autores; as duas seguintes aos segundos autores.	Gelhar (1993); Neuman <i>et al.</i> (1987).
		Meio isotropo bidimensional	_ 79 _ 80	Ver texto na página 53.	As expressões são exactas para $\alpha_L / \lambda \ll 0,01$.	Gelhar e Axness (1983)
	Modelos estatisticamente anisotropos	Escoamento médio em profundidade (caso bidimensional): $\lambda_3 \gg \lambda_1, \lambda_2$	_ 81 a _ 84 _ 99	$\alpha_L, \alpha_T \ll \lambda_i$ $\lambda_1 = \lambda_2$ (isotropia no plano de estratificação). Direcção de fluxo inclinada de θ em relação à inclinação da camada. Nas condições da equação de Darcy. $\varphi \neq 0$; φ : ângulo formado entre o eixo principal da condutividade hidráulica e a direcção de fluxo. Nas condições da equação de Darcy	O eixo principal de macrodispersividade não coincide com a direcção principal do escoamento. Este ângulo pode ser determinado pela expressão _ 87. Representativo de circulação regional.	Gelhar e Axness (1983) Matheron e de Marsily (1980)
		Anisotropia vertical e horizontal	_ 91 a _ 95 _ 98	$\varphi = 0$ Escoamento médio paralelo à estratificação; Anisotropia horizontal e vertical. Abordagem 2D com escoamento 3D - as variações horizontais e verticais de K são consideradas $\alpha_L \ll \lambda$ $\sigma^2 \leq 3$; $f = \text{Ln}(K)$	O eixo principal de macrodispersividade coincide com a direcção principal do escoamento. Utilização da expressão 3D para análise de problemas 2D.	Gelhar e Axness (1983); Neuman (1987) As duas primeiras expressões devem-se aos primeiros autores; a seguinte ao segundo.

4 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

4.1 INTRODUÇÃO

A metodologia aqui apresentada tem como primeiro objectivo permitir estimar o campo de classes de permeabilidades potenciais de aquíferos quando se desconheçam as permeabilidades reais, mas se disponha de dados sobre a resistividade eléctrica; e como segundo objectivo estimar os tensores de macrodispersividade para a mesma formação, com base nos resultados do tratamento implícito no primeiro objectivo.

Este trabalho não versa sobre os métodos de recolha de informação geofísica, nem sobre os algoritmos de inversão. A informação considerada indispensável para que um não especialista possa ganhar sensibilidade para os métodos utilizados e variáveis obtidas foi incluída no capítulo 3.2. Desta forma não é incluída informação detalhada sobre os métodos de recolha e inversão de dados geofísicos, RMT-R (resistividade eléctrica aparente e desfasamento).

A corrente eléctrica desloca-se a maior velocidade através dos interstícios da rocha, ao longo do caminho de menor resistência – em canais preenchidos com material mais condutor (*e.g.*, argila ou água). As variáveis hidrogeológicas relacionam-se com a condutividade eléctrica na medida em que ambas assumem valores superiores em matrizes rochosas mais fracturadas/alteradas (ver capítulo 3.1). No entanto, embora as condutividades eléctricas elevadas (baixas resistividades) estejam associadas a materiais electricamente bons condutores, nem sempre o estão a materiais hidraulicamente bons condutores – é o que se verifica se os condutos estiverem preenchidos por argila. Dentro do mesmo tipo litológico (em meios fracturados/alterados) as zonas com resistividade eléctrica mais baixa serão zonas potencialmente boas condutoras de água por corresponderem a zonas fracturadas/alteradas.

Não se conhecem expressões que permitam estimar a permeabilidade de um meio aquífero fracturado/carsificado a partir de informação geofísica. Este facto deve-se à grande heterogeneidade destes meios e à ainda incipiente investigação nesta matéria. É, no entanto possível associar classes de valores de uma variável geofísica (*e.g.*, resistividade eléctrica) a classes de permeabilidades esperadas (designadas por permeabilidades potenciais neste

trabalho) para o meio aquífero. Uma forma de estabelecer esta associação é descrita nesta metodologia. As classes de permeabilidades são ordinais, normalmente na ordem crescente de permeabilidade: muito baixa, baixa, média, elevada.

A sequência de tratamentos dos dados é descrita nos subcapítulos seguintes de forma sintética, uma vez que a justificação e descrição das técnicas utilizadas foi já efectuada ao longo do capítulo 3. A Figura 5 apresenta em detalhe os diversos passos do tratamento.

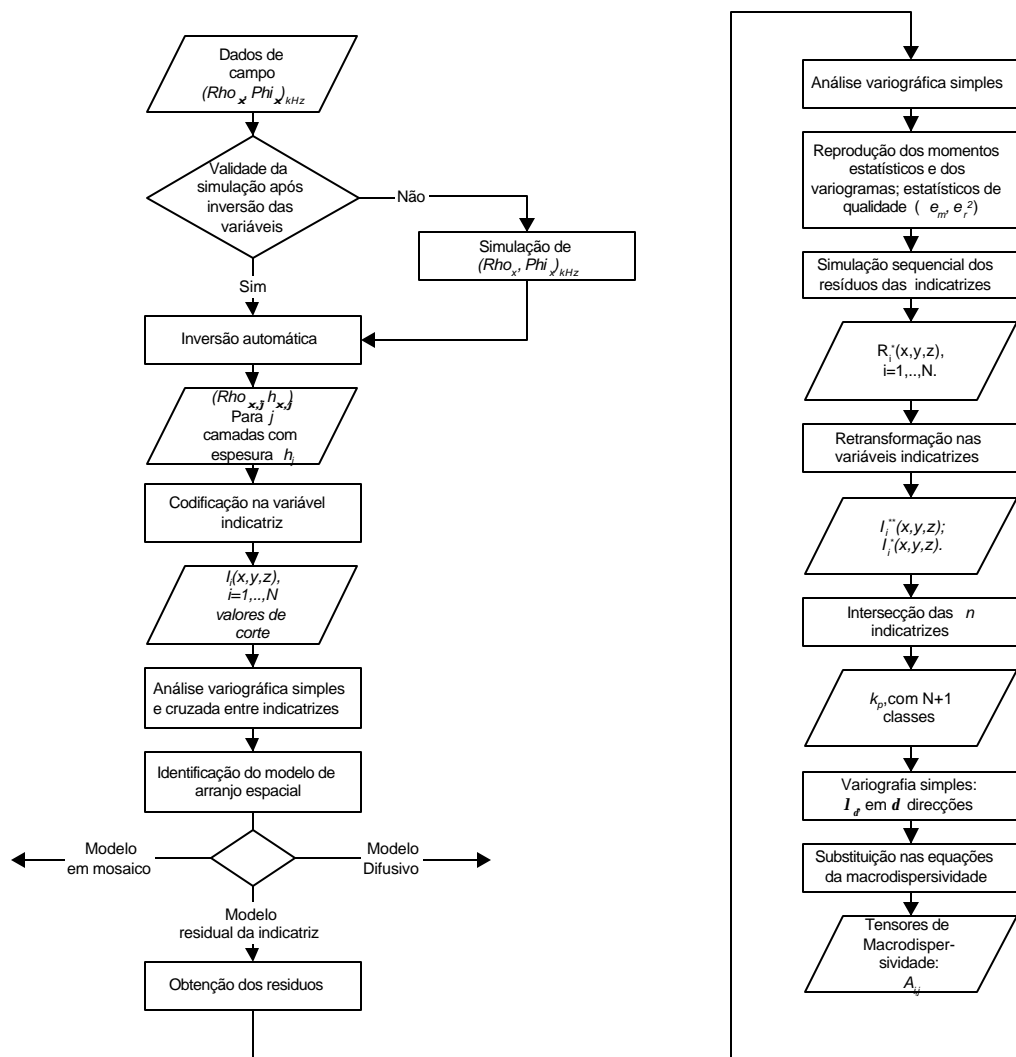


Figura 5. Diagrama do procedimento metodológico.

4.2 OBTENÇÃO DE UM CAMPO TRIDIMENSIONAL DA RESISTIVIDADE ELÉCTRICA

A interpretação dos pares de valores de resistividade eléctrica aparente (r_a) e desfasamento (j) entre os diversos comprimentos de onda utilizados permite estimar a constituição do estrato amostrado, bem como indicar uma ordem litoestratigráfica possível. Esta conversão das variáveis geofísicas em dados sobre a litologia e distribuição espacial das estruturas geológicas designou-se de inversão. Os modelos que permitem resolver numericamente esta inversão são designados, por conseguinte, por modelos de inversão automática. Estes modelos podem, ou não, necessitar a intervenção intensiva do modelador. A inversão pode ser efectuada de forma automática; ou manualmente tendo sempre por base o conhecimento que o geofísico tenha da geologia do local, e a sua própria experiência. A inversão manual deverá sempre que possível acompanhar a automática. Quando existe informação de campo que permita estimar heurísticamente a posição e andamento das estruturas, então é importante que o modelador a introduza directamente. Quando não exista informação pormenorizada pode utilizar-se o valor médio dos valores de resistividade eléctrica aparente estimado pelo modelador. Com base nesta estimativa o algoritmo de inversão resolve as condições necessárias para determinar a aproximação automática aos dados.

Realça-se que o carácter subjectivo da interpretação dos dados originais está presente quer na interpretação manual, quer na inversão automática - os algoritmos não são mais que regras empíricas e semi-empíricas, baseadas na experiência, sobre o comportamento das variáveis quando estas atravessam estruturas geológicas bem definidas.

A inversão automática converte os dados originais em valores de resistividade eléctrica real, $r(x)$, e espessura da camada, $h(x)$. O número de camadas identificadas depende do número de inversões de fase detectadas entre as frequências de onda utilizadas¹⁷, e, naturalmente, da profundidade de exploração.

A inversão dos dados pode ser realizada sobre os dados geofísicos simulados (e.g, por métodos geoestatísticos), ou sobre os dados de campo. A escolha do momento em que se realiza a

¹⁷ Para uma melhor explicação da forma como o modelo converte os dados recomenda-se a consulta de Fischer *et al.* (1983) e Fischer (1985).

inversão geofísica é um passo importante no procedimento metodológico, já que pode implicar a simulação de um muito maior número de imagens, e necessariamente de maior de tempo de cálculo. Quando se pretenda reduzir o número de variáveis é aconselhável fazer um teste com uma subamostra, ou simular numa malha mais larga, a fim de verificar a validade da simplificação.

Resulta da inversão uma matriz \mathbf{D} ($\mathbf{D}_{N \times 2} = \{\mathbf{r}(x_a, l), h(x_a, l)\}$, $\mathbf{a} = 1, \dots, N$ pontos de amostragem, $l = 1, \dots$, Número de litofácies estimadas no ponto) de resistividades e possanças, $h(x_a)$, das fácies de resistividade eléctrica real encontradas em cada local de amostragem. A profundidade de prospecção é posteriormente dividida em segmentos de um metro. (ver Figura 6). Obtém-se, assim, em cada ponto amostrado, um vector de segmentos unitários com resistividades eléctricas iguais à da fácies existente na profundidade a que corresponde o segmento. A profundidade de exploração é determinada por _ 8.

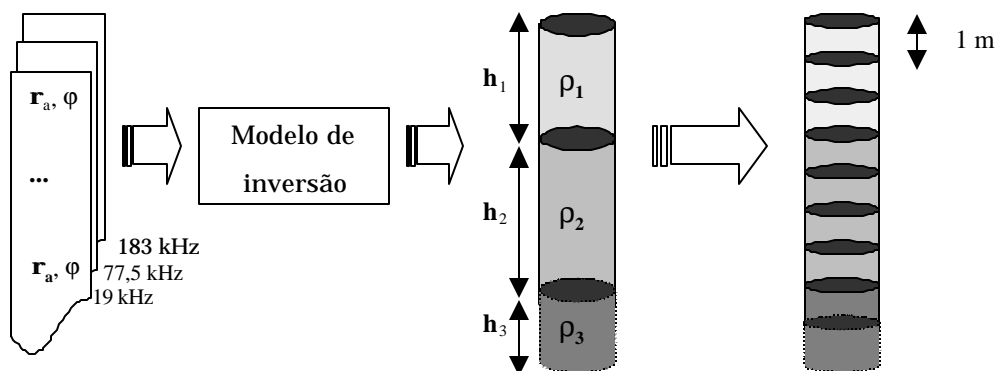


Figura 6. Processo de conversão dos dados em informação tridimensional sobre as séries litológicas (resistividade real).

Em síntese: os dados RMT-R das campanhas geofísicas de campo, na forma de pares de valores de resistividade eléctrica aparente, \mathbf{r}_a , e defasamento, \mathbf{j} , para cada uma das frequências de onda utilizadas, são introduzidos no modelo de inversão (ver, por exemplo, Fischer e Le Quang, 1981, ou Kaufman e Keller, 1981); resulta para cada conjunto de dados de entrada, informação acerca da possança das fácies (de resistividade eléctrica), até ao limite da profundidade de investigação; são atribuídos os valores da resistividade eléctrica estimada para cada uma das camadas identificadas a todos os segmentos de metro até à profundidade de exploração (Figura 6).

4.3 TRUNCAGEM DA VARIÁVEL RESISTIVIDADE ELÉCTRICA - CODIFICAÇÃO EM INDICATRIZES

A relação entre a resistividade eléctrica e a permeabilidade foi discutida no capítulo 3.1. Normalmente as relações entre as variáveis geofísicas e hidrogeológicas são estabelecidas através de uma qualquer relação formal detectada entre elas. Neste trabalho propõe-se um método alternativo, a aplicar quando se desconheçam os valores da condutividade hidráulica ou da transmissividade. Estabelecem-se, nesse caso, relações entre os intervalos de valores da resistividade eléctrica e intervalos de valores de permeabilidade potencial. Esta relação é fundamentada no conhecimento que o geofísico tenha do meio e das relações práticas entre as variáveis. Alaoui *et al.* (1993) utilizaram uma abordagem semelhante para detecção e estimação das litologias no delta de Areuse, perto de Neuchâtel, na Suíça, mas em que os intervalos de resistividade eléctrica foram associados à litologia.

Estabelecem-se N valores de corte para a variável r ; r_1, r_2, \dots, r_N , de que resultam N variáveis indicatrizes $I_i(x)$:

$$I(x, r_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } r(x) \leq r_i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{com } i = 1..N \text{ valores de corte.}$$

_ 100

A utilização de variáveis indicatrizes cumulativas prende-se com a facilidade do seu tratamento geoestatístico (menor necessidade de cokrigagem para obtenção da função de distribuição), e com a possibilidade de utilizar a informação nessa forma para verificar qual o modelo de arranjo espacial das resistividades eléctricas, facilitando a escolha da técnica de simulação estocástica. Este último aspecto é tratado no subcapítulo 4.4.

4.4 IDENTIFICAÇÃO DO ARRANJO ESPACIAL - ESCOLHA DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO

Uma vez estabelecidos os valores de corte de r e definidas as variáveis $I_i(x)$, procura-se identificar o arranjo espacial entre estas variáveis, isto é, determinar as probabilidades condicionais de transição (ver capítulo 3.4).

Nesta fase há necessidade de modelar os variogramas simples e cruzados para todas as direcções consideradas importantes. Os quocientes entre os variogramas cruzados e simples devem ser modelados variograficamente e interpretados à luz do exposto no capítulo supracitado.

Apenas no modelo residual da indicatriz há necessidade de transformar as indicatrizes, passando-se a trabalhar sobre os resíduos destas. A forma como este tratamento é feito foi também explicado no capítulo 3.4. No modelo residual da indicatriz a simulação é realizada sobre os resíduos, os quais são posteriormente transformados em variáveis indicatrizes por inversão das expressões _ 47 e _ 48.

4.5 INFERÊNCIA PARA TODO O CAMPO

Uma vez determinado o modelo mais adaptado à simulação dos dados procede-se à representação da sua variabilidade. Por forma a deixar esta metodologia aberta a qualquer tipo de dados, não é indicado nenhum método nesta fase. A selecção do método de inferência está dependente dos resultados obtidos na identificação do arranjo espacial. Os métodos mais comuns foram discutidos no capítulo 3.3.3.

4.6 OBTENÇÃO DE UM CAMPO DE PERMEABILIDADES POTENCIAIS

Do tratamento anterior resultam N campos tridimensionais em que é representada a pertença de cada local estimado a cada um dos conjuntos identificados no passo anterior, isto é, resultam tantas imagens como o número N de indicatrizes (uma vez que são obtidas em separado). Pretende-se agora determinar um único campo que represente a distribuição espacial das permeabilidades potenciais não cumulativas, isto é, a questão que se coloca agora em cada local é a de saber a que classe de permeabilidade potencial pertence o valor de cada ponto estimado. Com os N valores de corte definidos obtêm-se $N+1$ variáveis não cumulativas: inferior ao menor valor de corte; entre os valores de corte; e superior ao maior valor de corte:

$I_i(x)$, $i = 1, \dots, N+1$. Identificam-se, portanto $N+1$ variáveis não cumulativas, com as seguintes probabilidades

$$\text{Prob} \{Z(x) \leq r_i\} = E[I_i(x)] = E[I'_i(x)] \quad , \quad i=1, \text{ na classe inferior;}$$

$$\text{Prob} \{r_i < Z(x) \leq r_{i+1}\} = \text{Prob} \{Z(x) \leq r_{i+1}, Z(x) > r_i\} = E[I_{i+1}(x) - I_i(x)] = E[I'_{i+1}(x)], \quad i=1, \dots, N-1, \text{ nas classes intermédias;}$$

$$\text{Prob} \{Z(x) > r_N\} = 1 - \text{Prob} \{Z(x) \leq r_N\} = E[I'_{i+1}(x)] = , \quad i=N, \text{ na classe superior.}$$

_ 101

A estas variáveis devem ser atribuídos significados específicos em termos de permeabilidade potencial, resultantes dos valores de corte de r estabelecidos. Os locais estimados pertencem aos $N+1$ conjuntos identificados pelas classes.

As variáveis $I'_i(x)$ são entidades matemáticas cujo significado pode ser interpretado heurísticamente em termos de permeabilidade do meio: os campos simulados de $I'_i(x)$ não são mais do que representações de classes de valores de permeabilidade potencial tratadas individualmente. As variáveis $I'_i(x)$ são mutuamente exclusivas, pelo que é possível juntá-las num único campo – de permeabilidade potencial, k_p - sem intersecção de fácies. Assim, vem

$$I'_i(x) = k_p^i(x), \quad i = 1, \dots, N+1,$$

_ 102

Em que $k_p^i(x)$ são os valores tomados por uma variável representativa de uma entidade hidrogeológica, aqui designada de *permeabilidade potencial*.

4.7 DETERMINAÇÃO DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE

O estudo variográfico da imagem de k_p^i permite obter as distâncias de autocorrelação, I_i . A escolha do modelo de dispersividade depende dos pressupostos que forem assumidos para a direcção e inclinação média do escoamento da água subterrânea, bem como quanto à estrutura espacial da permeabilidade. A última variável assume-se conhecida a partir dos campos de permeabilidade potencial estimados pelo procedimento proposto. A direcção de escoamento e sua inclinação são parâmetros que dependem das condições hidrogeológicas específicas de cada aquífero, pelo que devem ser estabelecidos caso a caso.

5 APLICAÇÃO À FORMAÇÃO DO ESCARPÃO

5.1 NECESSIDADE DO ESTUDO

Na zona central da área estudada está situada a antiga lixeira e agora aterro sanitário de Albufeira, de onde se prevê uma significativa exportação de contaminantes para as águas subterrâneas, por percolação dos lixiviados através das fracturas e condutos cárnicos.

Prevê-se vir a instalar nesta área um conjunto de furos de monitorização da qualidade das águas subterrâneas, por forma a avaliar a contribuição da lixeira, e das medidas de controlo implementadas aquando da sua selagem. Neste sentido a informação geofísica pode servir como base para a selecção de locais para implantação das sondagens, e servir para caracterizar o sistema em termos da distribuição espacial dos principais condutos de escoamento.

5.2 DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

5.2.1 Localização

O local seleccionado para aplicação da metodologia desenvolvida insere-se num planalto conhecido por planalto do Escarpão, situado no Algarve Central a cerca de 7 km a NE de Albufeira (**Error! Reference source not found.**). Este planalto desenvolve sobre camadas de calcários Jurássicos, fracturados, e carsificados, que inclinam ligeiramente para WSW, com dimensões de 1 km na direcção E-W e 2 km na direcção N-S, com origem nas coordenadas UTM 571 000, 4 109 400.

5.2.2 Geomorfologia

O planalto do Escarpão integra-se numa região geomorfologicamente designada por Barrocal, a qual é constituída por formações Mesozóicas, de relevo moderado constituído por várias superfícies que descem geralmente para Sul, e por pequenas elevações dispostas paralelamente à costa, marcadas pela existência de numerosas formas cársticas (Andrade, 1989).

São observáveis figuras cársticas do tipo lapiaz, dolinas, algares (de que se destaca o Algarão do Escarpão), vales cegos, etc., as quais condicionam fortemente o escoamento superficial. A circulação subterrânea é condicionada pelas figuras cársticas subterrâneas, e o seu estudo implica o conhecimento prévio, o mais preciso possível, da estrutura interna da rede condutora, a qual depende da natureza e da organização espacial da rede de fissuras, de origem tectónica que existia na rocha antes da carsificação (Andrade, 1989)¹⁸.

A rede hidrográfica é no geral orientada por três direcções de fractura: E-W; NW-SE; e NE-SW (Feio, 1952). Os valores da densidade de drenagem para esta região do Barrocal situam-se entre 0 e 2 (Almeida e Romariz, 1981). Estes valores associados às numerosas formas cársticas são indicadores de elevada capacidade de infiltração destas formações. Nas imediações da área em estudo ocorrem pequenas dolinas, preenchidas normalmente por argilas de alteração.

¹⁸ A água ocupa, nestes aquíferos, vazios de dimensões macrométricas e milimétricas nas fracturas e fissuras, e de grandes dimensões (metros) no caso dos canais cársticos. Podem ainda considerar-se dois domínios hidráulicamente distintos: i) um domínio com permeabilidade elevada onde a circulação é rápida e o armazenamento muito pequeno, constituído por canais e condutas cársticas; ii) um domínio de permeabilidade baixa, onde a circulação é lenta e o armazenamento é grande, constituído pelas fissuras.

Segundo Drogue (1982) os valores da permeabilidade nas condutas cársticas podem ser 10^3 a 10^8 vezes superiores aos valores encontrados nas fissuras. O funcionamento hidráulico dos aquíferos cársticos é, assim, o resultado dos dois domínios referidos, com características hidrodinâmicas tão distintas, mas, dum modo geral, pode dizer-se que o volume de água fornecido por estes aquíferos provém essencialmente dos blocos cuja drenagem é feita pela rede de canais cársticos, nos quais a difusibilidade hidráulica (quociente entre a transmissividade (T) e o coeficiente de armazenamento (S)) é muito maior que a das fissuras que os recortam. A direcção do fluxo entre a rede de canais e os blocos fissurados pode alterar-se na sequência de modificações dos potenciais hidráulicos, uma vez que a rapidez de propagação dum perturbação depende da difusibilidade hidráulica, por sua vez proporcional à permeabilidade do meio. Assim, em períodos de recarga a água infiltra-se rapidamente através da rede de canais e passa destes para os blocos; em períodos de descarga o sentido de fluxo inverte-se (Andrade, 1989).

5.2.3 Tectónica

A tectónica dos terrenos jurássicos é condicionada pela conjugação de duas flexuras, uma de direcção E-W, passando por Sagres, Algoz, até Vila Real de Santo António, e outra ao longo duma linha que passa por Albufeira, Guilhim e Luz de Tavira (Ribeiro *et al.*, 1979). As falhas visíveis na orla Algarvia têm orientações predominantes NE-SW e NW-SE; existem também falhas com direcção E-W que cortam as formações do Jurássico superior (Manuppella *et al.*, 1984). No que respeita aos principais sistemas de fracturas, Grillot e Almeida (1981-1982) concluíram que as direcções N10E e N10W são dominantes nos afloramentos Jurássicos e Cretácico; as fracturas NNE-SSW, E-W e NW-SE estão bem representadas nas formações Meso-Cenozóicas. Estes autores concluem ainda que são as fracturas de orientação N20 e N140 aquelas que se apresentam mais carsificadas.

5.2.4 Geologia e Hidrogeologia

As formações do Escarpão integram-se numa sequência de natureza essencialmente calcária e dolomítica designada por “Calcários, calcários dolomíticos e dolomitos de Sta. Bárbara de Nexe e do Escarpão” (Kimmeridgiano médio-Portlandiano) com características semelhantes. Essa sequência é constituída de baixo para cima, por calcários compactos, calcários com espongiários, crinóides, por vezes siliciosos, calcários dolomíticos e dolomitos de Sta. Bárbara de Nexe, calcários compactos, cremes e acinzentados, em bancos médios e espessos (calcários do Escarpão) e calcários oolíticos, calciclásticos, arenitos amarelos e rosados (Almeida, 1985).

Os calcários de Sta. Bárbara de Nexe e do Escarpão possuem uma espessura da ordem dos 700 m. Afloram numa vasta extensão, desde o planalto do Escarpão até Loulé e Almancil. Subjacente aos calcários do Escarpão ocorre a formação designada por calcários margosos e margas do Peral, constituídos por calcários margosos alternando com margas. A espessura total é da ordem dos 100 m (Almeida e Silva, 1992).

Os calcários, calcários dolomíticos e dolomitos de Sta. Bárbara de Nexe e do Escarpão apresentam-se, no geral, muito fracturados e carsificados, por conseguinte com boas características hidráulicas, sobretudo nos terrenos mais dolomitizados; a parte superior desta série é menos permeável. A circulação processa-se através das fracturas e cavidades de dissolução, as quais se desenvolveram preferencialmente a partir das fracturas de orientação

N20 e N140. Subjacente a esta formação ocorrem os calcários margosos e margas de Peral que constituem o muro daquela formação aquífera.

Almeida e Silva (1992) referem que na região estudada não parece haver diferenças acentuadas entre as transmissividades nos calcários do Malm (Escarpão) e nos calcários Miocénicos, para os quais estimaram os seguintes valores estatísticos a partir de 32 dados: média aritmética, $0,031 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; mediana, $0,01 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; desvio padrão, $0,066 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Costa *et al.* (1985) estimaram valores para o caudal específico entre $0,15 \times 10^{-3}$ e $62,9 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

5.3 RECOLHA DOS DADOS GEOFÍSICOS

Foram realizadas duas campanhas geofísicas electromagnéticas entre 1994 e 1996, nas frequências, f_e , de 19 kHz, 77,5 kHz e 183 kHz, para a direcção das fontes emisoras de N30. A localização dos pontos de prospecção geofísica são apresentados na Figura 7. Os perfis de prospecção foram realizados na direcção aproximada E-W. Esta orientação de prospecção favorece a identificação de estruturas com orientação N-S. No entanto com a prospecção em profundidade (variação da frequência de onda) os resultados devem tender a representar uma amostra compósita das estruturas com diferentes orientações, mas em que a orientação N-S tem um peso importante. Trabalhos complementares poderão incluir informação recolhida em perfis com direcção normal à utilizada nestas campanhas. O afastamento médio entre os locais de amostragem ao longo do perfil foi de 25 m. O afastamento dos eléctrodos foi de 5 metros (precisão da determinação).

O aparelho RMT-R fornece dados de desfasamento entre o campo magnético e o campo eléctrico (de ora em diante designado apenas por desfasamento), \mathbf{j} , e resistividade eléctrica aparente do subsolo, \mathbf{r}_a , para cada uma das frequências utilizadas, em cada local de prospecção. Do trabalho de campo resultaram pares de dados de \mathbf{j} e \mathbf{r}_a , para cada comprimento de onda: $\mathbf{D}_{eNx2} = \{\mathbf{r}_a(x_a), \mathbf{j}(x_a)\}$, $\mathbf{a} = 1 \dots N$ pontos de amostragem), em que f_e é a frequência da onda hertziana emitida por uma fonte artificial longínqua fixa.

A profundidade máxima de exploração, resultante de uma solução de compromisso para a expressão (8), foi de 40 m. A extrapolação para além desta profundidade deve assumir que as fracturas se prolongam verticalmente e que o preenchimento é incompleto em profundidade.

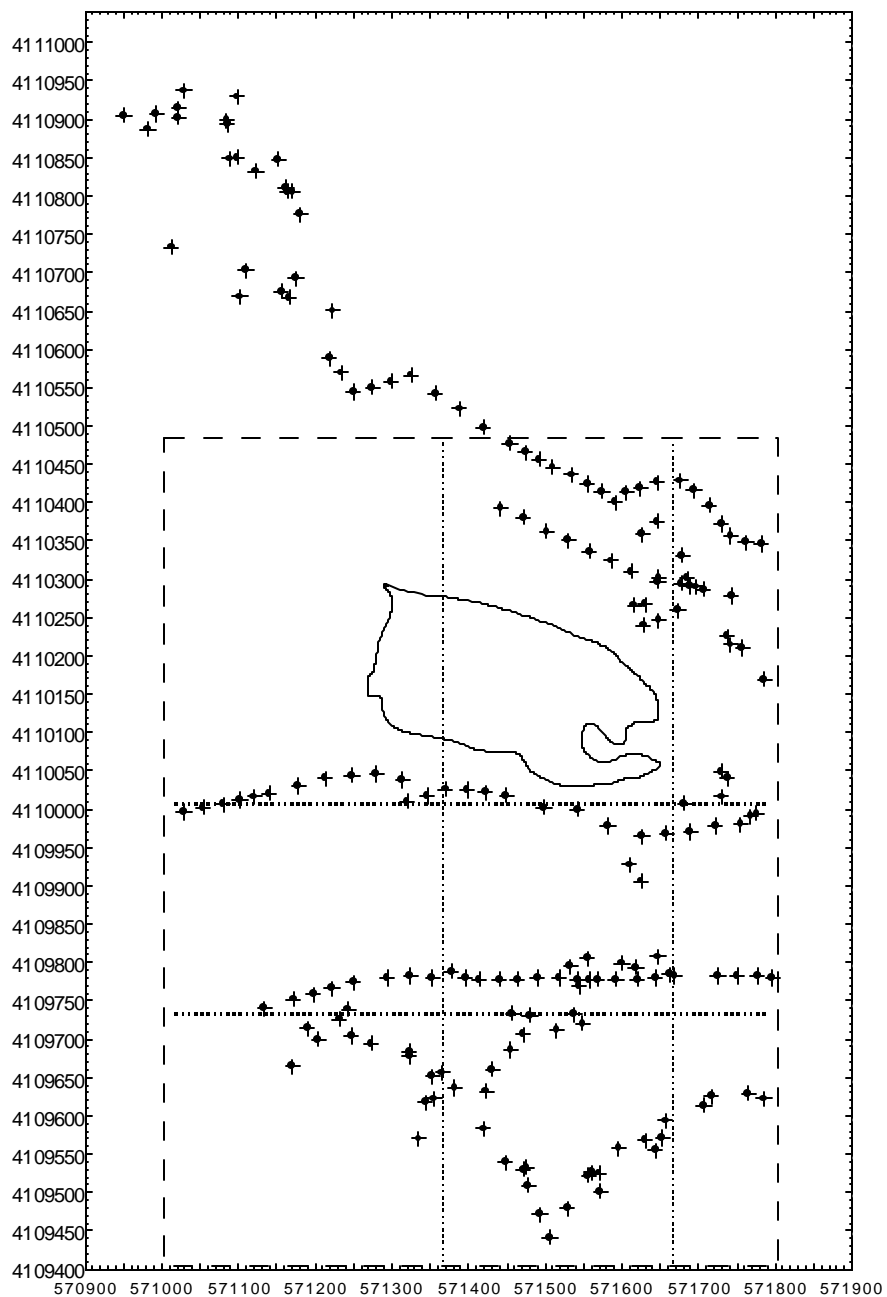


Figura 7. Localização dos pontos de prospecção geofísica, com a localização aproximada da lixeira do Escarpão. Coordenadas UTM. A área definida pela linha a tracejado identifica o campo simulado. São representados também quatro transeptos.

5.4 TRATAMENTO ESTATÍSTICO

A variabilidade associada ao valor das variáveis ρ_a e ϕ é decrescente com a frequência da fonte emissora - aumento do volume (Tabela 5). Esta diminuição da variabilidade com o aumento do volume amostrado é um resultado habitual: a variabilidade detectada com volumes de dimensão v , é superior à detectada com volumes de amostragem de dimensão superior, V ¹⁹.

As distribuições de frequências absolutas dos logaritmos da resistividade seguem distribuições normais (teste Kolmogorof-Smirnof, $\alpha = 0,05$, Lillieford $p < 0,01$), resultado que está de acordo como o indicado por alguns autores (Ahmed e Marsily, 1986) para variáveis que se relacionam com a condutividade hidráulica. Pretendeu-se manter a variabilidade original dos dados, pelo que as resistividades aparentes e as resistividades reais, estimadas pelo modelo de inversão, tratadas mais adiante, foram mantidas sem transformação. Nas técnicas paramétricas (e.g., Normais e lognormais) a distribuição estatística é um pressuposto, pelo que se distribuição prática não se ajustar às distribuições teóricas, isto não inviabiliza a utilização daquelas. Raciocínio semelhante pode ser feito para a estacionaridade – esta é uma propriedade do modelo probabilístico, e não dos dados (Journel, 1993). Deve, no entanto, verificar-se a presença de deriva e, quando necessário, filtrá-la, trabalhando sobre os resíduos. Neste raciocínio foi analisada a distribuição espacial dos valores de resistividade e desfasamento. Na Figura 8 são apresentadas as projecções de ρ_a e ϕ num sistema pseudo-tridimensional. A distribuição espacial não aparenta deriva: as áreas com valores mais baixos a Este e Oeste correspondem a áreas não amostradas; os variogramas das variáveis geofísicas tendem assintoticamente para a variância (vejam-se a Tabela 6 e Figura 12).

Tabela 5. Estatísticos das variáveis resistividade eléctrica aparente (ρ_a) e desfasamento para as três frequências utilizadas. Obtidos a partir de 189 pontos de amostragem.

Estatísticos	183,0 kHz		77,5 kHz		19,0 kHz	
	ρ_a	ϕ	ρ_a	ϕ	ρ_a	ϕ
Média	153,94	44,28	147,30	46,19	115,94	48,18
Variância	13175,73	50,46	11152,41	39,86	6162,68	24,78
Desvio padrão	114,79	7,10	105,60	6,31	78,50	4,98
C.V.	0,746	0,160	0,717	0,137	0,677	0,103
Mínimo	20,00	26,00	25,00	27,00	24,00	26,00
Máximo	872,00	60,00	670,00	58,00	405,00	60,00

C.V.: desv. padrão / média

¹⁹ Veja-se por exemplo a determinação da variância de dispersão da relação de Krige para suportes diferentes ($v \hat{I} V \hat{I} D$): $s^2(v/D) = s^2(v/V) + s^2(V/D)$ em que v/D significa amostrar no campo de volume D com um volume de dimensão v ; de igual forma para as restantes relações.

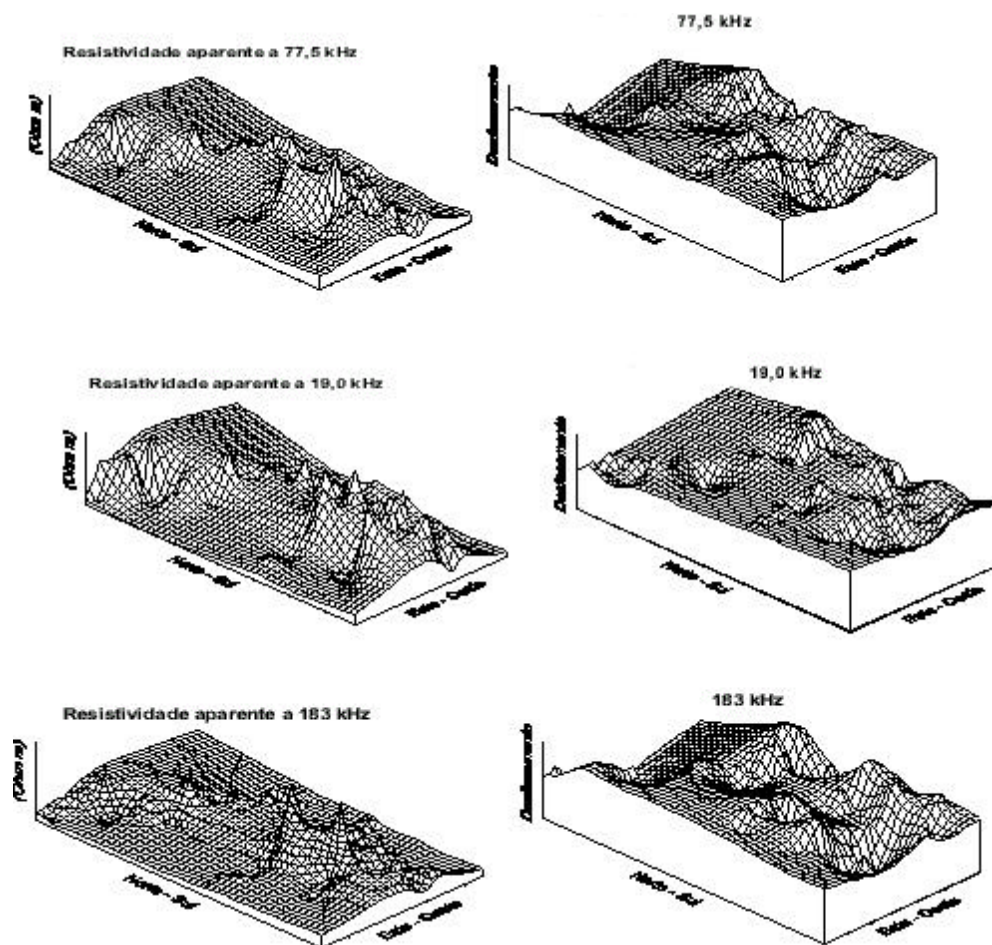


Figura 8. Representação pseudo-tridimensional das resistividades eléctricas e desfasamento.

5.5 ENSAIO PRELIMINAR – INFLUÊNCIA DA INVERSÃO GEOFÍSICA ANTES OU APÓS A INFERÊNCIA GEOESTATÍSTICA

É usual estimar os campos de resistividades eléctricas aparentes e desfasamento a partir dos dados de campo, e sobre os campos estimados fazer a inversão ou interpretação. Esta técnica exige a modelação de um grande número de variogramas (para a resistividade aparente e para o desfasamento o número é dado por: número de direcções \times número de frequências de onda). Para quatro direcções horizontais e uma vertical, é necessário modelar trinta variogramas.

Para a discretização procurada neste trabalho a memória ocupada em computador pelos ficheiros, bem como o tempo de cálculo seriam enormes para a discretização prevista.

Testou-se se seria possível fazer a inferência estatística a partir dos dados já invertidos, isto é, fazer a inferência sobre os dados de saída do modelo de inversão, numa malha mais esparsa (30x30x2 m) que a prevista para o trabalho final (10x10x1 m).

Os dados de RMT-R (resistividade e desfasamento para as três frequências de onda utilizadas) foram processados de duas formas distintas: i) inferência geoestatística dos dados originais para todo o campo de trabalho, seguida de inversão automática por forma a obter informação sobre a litoestratigrafia (modelo de inversão geofísica RMT-R multicamada de Fischer e Le Quang (1981)); ii) inversão automática dos dados originais, seguida de inferência para todo o campo de trabalho. Em ambos os casos os resultados foram codificados numa variável indicatriz, tal como definido em (103). Designou-se a primeira variável indicatriz por $\mathbf{x}(\mathbf{r}_a, \mathbf{x})$, e a segunda por $\mathbf{c}(\mathbf{r}_a, \mathbf{x})$.

Estabeleceu-se um valor de corte sobre a variável resistividade eléctrica a $r_1 = 120 \Omega \text{ m}$. Este valor deverá corresponder a calcários fracturados e com fracturas parcialmente preenchidas por argila. A nova variável é, então, definida por:

$$I(\mathbf{x}, \mathbf{r}_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } r_a \geq 120 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad I = \mathbf{x}, \mathbf{c}$$

_ 103

A Figura 9 apresenta os dois caminhos seguidos.

Inferência da variável $\mathbf{x}(\mathbf{r}_a, \mathbf{x})$

As variáveis originais foram estimadas por krigagem simples numa malha regular de pontos (40 x 40 m) por forma a inferir todo o campo (860 x 1080 metros). Os dados assim obtidos foram então invertidos recorrendo ao programa de inversão. A Figura 13 apresenta as imagens obtidas por krigagem, utilizando os modelos de variogramas descritos adiante. Os modelos de variograma ajustados aos dados disponíveis mostraram anisotropia geométrica: as distâncias de autocorrelação espacial são superiores na direcção N-S, em comparação com a direcção E-W (Tabela 6).

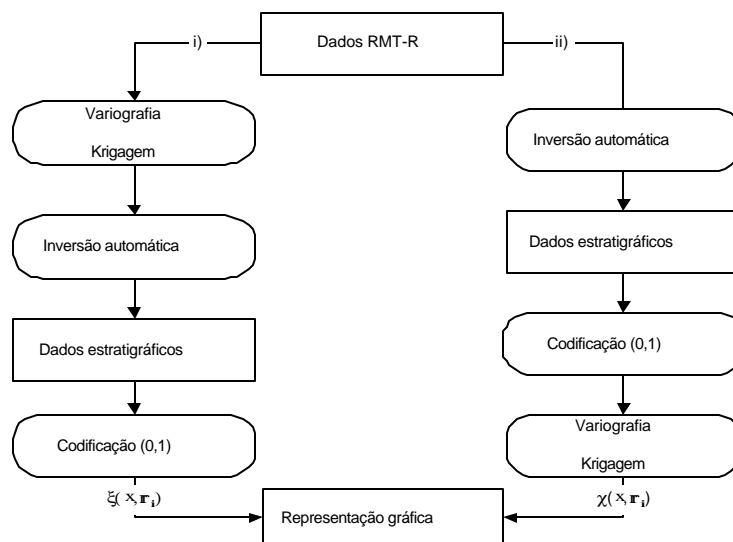


Figura 9. Duas opções estudadas para inferência e codificação dos dados RMT-R: i) inferência seguida de inversão; ii) inferência precedida de inversão.

Os variogramas das variáveis resistividade eléctrica aparente e desfasamento são apresentados de seguida (Figura 10 e Figura 11). É clara nestas imagens a anisotropia geométrica entre a direcção principal N-S e a direcção E-W.

Tabela 6. Parâmetros dos modelos de variogramas teóricos para os dados de RMT. Todos os modelos ajustados são do tipo esférico, sem efeito de pepita ($g(h)=Esf(h/a)$).

Direcção	Frequência (kHz)											
	183,0				77,5				19,0			
	<i>r</i>		<i>j</i>		<i>r</i>		<i>j</i>		<i>r</i>		<i>j</i>	
	<i>C</i> ₁	<i>a</i>	<i>C</i> ₁	<i>a</i>	<i>C</i> ₁	<i>a</i>	<i>C</i> ₁	<i>a</i>	<i>C</i> ₁	<i>a</i>	<i>C</i> ₁	<i>a</i>
N-S	0,5095	66,0	50,19	200,0	0,5095	66,0	39,65	183,6	0,5095	54,0	24,7	112,0
NE-SW	0,5095	38,0	50,19	80,0	0,5095	66,0	39,65	120,0	0,5095	55,0	24,7	104,0
E-W	0,5095	55,5	50,19	130,0	0,5095	66,0	39,65	150,0	0,5095	15,0	24,7	68,0
NW-SE	0,5095	30,0	50,19	111,8	0,5095	29,0	39,65	78,7	0,5095	18,6	24,7	80,0
Anisotropia	1,19 ¹		1,54 ¹		1,0 ²		1,22 ¹		3,6 ¹		1,65 ¹	

1: a_{N-S}/a_{E-W} ; 2: a_{NE-SW}/a_{NW-SE}

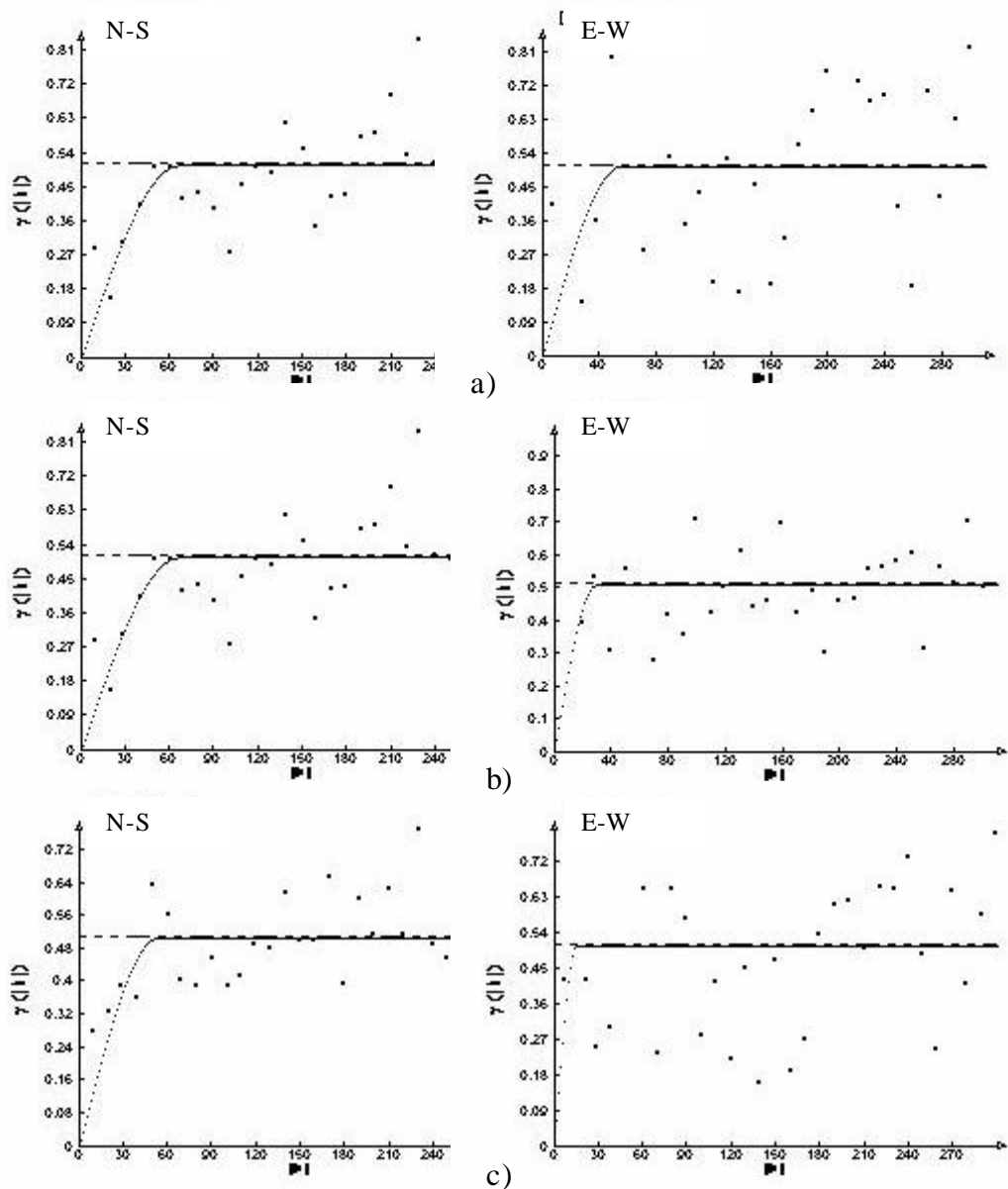


Figura 10. Variogramas da variável r_a nas frequências de: a) 183; b) 77,5; c) 19 kHz.

Os parâmetros dos modelos dos variogramas teóricos são apresentados na Tabela 6. Na Figura 13a) são apresentados os perfis de direcção E-W, obtidos por este tratamento - variável $x(r_a, x)$. Esta imagem fornece a probabilidade de encontrar material menos alterado (de maior resistividade eléctrica e de menor permeabilidade). A zona central dos perfis coincide com a posição do aterro de resíduos sólidos de Albufeira.

Inferência da variável $c(r_{a,x})$

Neste caso os dados originais são invertidos antes do tratamento geostatístico. Tal como no caso anterior, o modelo de inversão automática permitiu estimar a estratigrafia do local em estudo, pelo que a codificação definida por $(_ 103)$ foi realizada em profundidade, de metro a metro. A Figura 13b) mostra três perfis do campo tridimensional obtidos por krigagem simples, utilizando os modelos de variogramas descritos nos parágrafos seguintes.

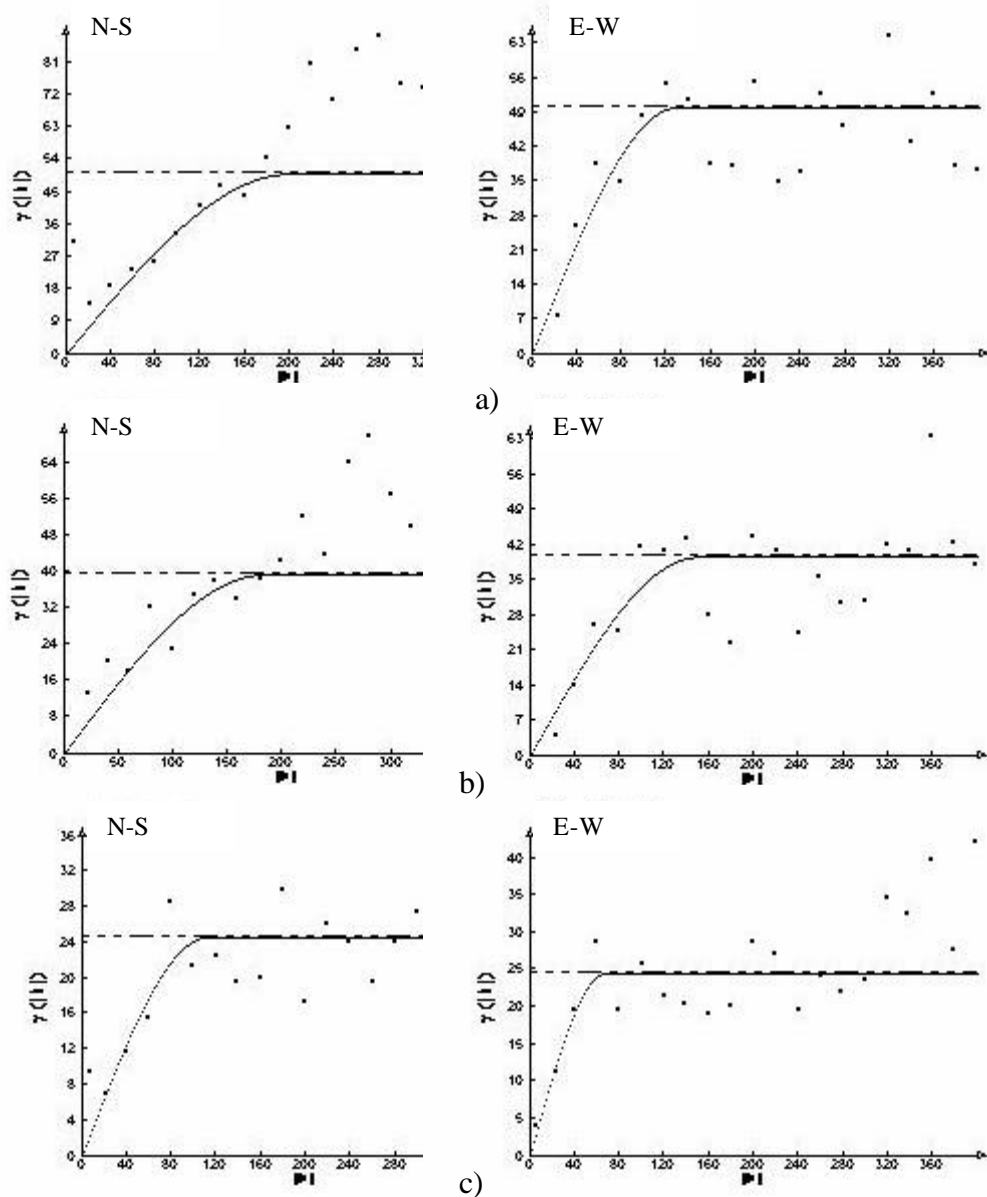


Figura 11. Variogramas da variável desfasamento nas frequências de: a) 183; b) 77,5; c) 19 kHz. É evidente a anisotropia geométrica entre as direcções N-S e E-W.

A variável $\alpha(\mathbf{r}_a, x)$ apresentou isotropia nas direcções horizontais, em contraste com uma forte anisotropia vertical ($a_{x,y} \cong 200$ m; $a_z \cong 80$ m, Figura 12).

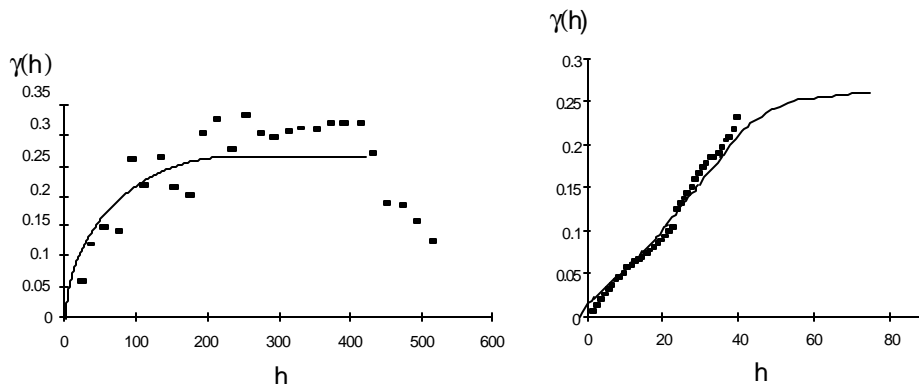


Figura 12. Variogramas experimentais da variável $\alpha(\mathbf{r}_a, x)$. a) Direcção E-W; b) direcção vertical.

O modelo de variograma ajustado, de tipo esférico, com apenas uma estrutura, ficou, então definido por (104):

$$\begin{cases} g(h) = 0,245 \cdot \text{Esf}\left(\frac{h}{a}\right) & \text{se } h \leq 200 \\ g(h) = 0,245 & \text{se } h \geq 200 \end{cases}$$

_ 104

com $a = 200$ m para as direcções horizontais (N-S e E-W), e $a = 80$ m para a direcção vertical.

Na Figura 13 é apresentada a imagem obtida para três cortes verticais na área de estudo, utilizando uma inversão automática com inferência *anterior*; a figura inferior apresenta os mesmos três cortes, mas obtidos com inversão automática com inferência *posterior*. As áreas mais claras deverão corresponder também a materiais mais permeáveis.

Os dois métodos de simulação geraram variáveis com média e variância semelhantes (Tabela 7), pelo que do ponto de vista da reprodução da variabilidade e das condições médias, os métodos não diferem significativamente.

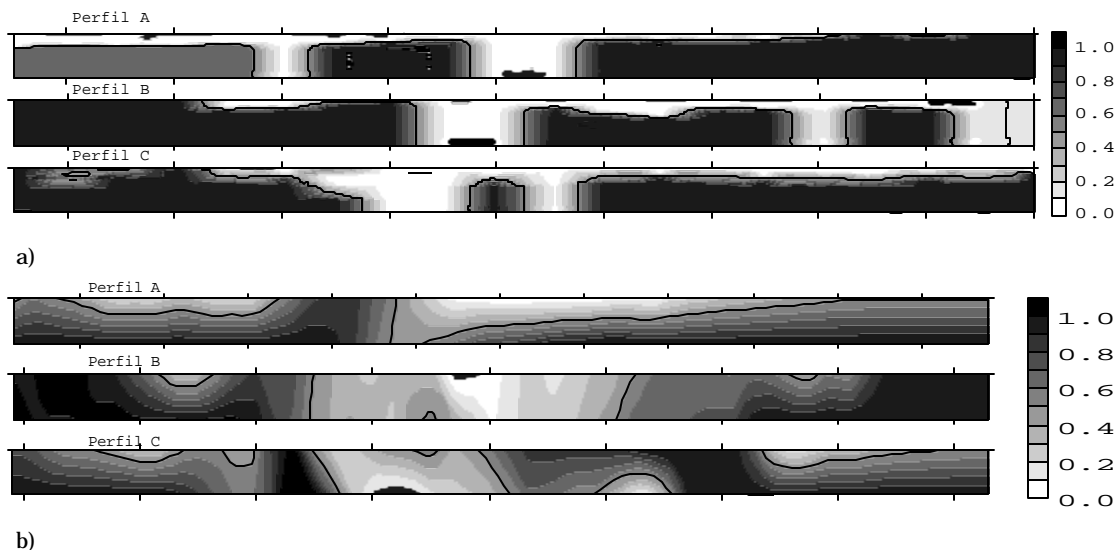


Figura 13. Comparação dos resultados obtidos por inversão antes (acima) e após a interpolação por krigagem (em baixo).

Tabela 7. Estatísticos das variáveis ξ e χ .

Estatísticos	x	c
Média	0,38	0,39
Variância	0,24	0,24

Os resultados são semelhantes nas características de grande escala, mas diferem significativamente no detalhe. As imagens, ainda que diferentes têm variabilidades semelhantes. O segundo método é muito menos exigente no tempo despendido no cálculo de variografia, bem como no tempo de processamento em computador. Desta forma, quando for apenas pretendida uma caracterização global, o método mais rápido pode poupar muito tempo e recursos.

Pelo exposto atrás foi considerado justificar-se a utilização dos dados resultantes da inversão para estimação da variabilidade espacial das litologias. Assim os dados de partida para a inferência estatística passaram a ser os obtidos da inversão (espessura de camadas e resistividades eléctricas correspondentes), isto é, numa abordagem semelhante à utilizada para obter χ .

5.6 INTERPRETAÇÃO DOS DADOS GEOFÍSICOS

A análise dos dados geofísicos é realizada pelo geofísico de uma forma heurística com fundamento no seu conhecimento prévio. As relações empíricas que levam à interpretação podem ser convertidas em algoritmos, implementáveis, por seu turno, em código de computador. São já vários os modelos propostos para inversão dos dados geofísicos RMT-R; neste trabalho utilizou-se o modelo multicamada proposto por Fischer e Le Quang (1981), revisto em Fischer (1985). Este modelo está implementado no programa *FITVLF2*, do Centre d'Hydrogeologie de l'Universite de Neuchâtel. Recorreu-se à inversão automática dada a necessidade de obter informação detalhada em cada ponto amostrado, tarefa morosa e fastidiosa quando executada manualmente. Na sequência da conclusão do subcapítulo anterior, optou-se por inverter directamente os dados geofísicos de campo.

A alteração de frequência de onda a passos discretos implica que a profundidade de investigação também é alterada de forma discreta. Desta forma são avaliadas as características médias para cada intervalo de profundidade estimado pelo modelo. A presença de estruturas condutoras conduz à identificação de uma nova camada. Foi considerado, por este motivo, que o modelo multicamada poderia fornecer uma aproximação válida para uma formação fracturada/carsificada.

Os valores de resistividade aparente, r_a , e fase, j , introduzidos no modelo de inversão dão origem a valores de resistividade real, r ; e espessura de cada camada detectada.

5.7 CODIFICAÇÃO EM INDICATRIZES

A associação entre a resistividade eléctrica e as diferentes fácies hidrogeológicas permite estabelecer um paralelo entre a primeira e a permeabilidade do meio, ou seja identifica-se uma permeabilidade, potencial, que é o resultado de relações empíricas entre a permeabilidade e a fracturação e carsificação do meio: quanto maior forem estes parâmetros, tanto maior será a permeabilidade potencial. A relação foi estabelecida entre classes de permeabilidade potencial e classes da resistividade eléctrica.

Resultados experimentais de Turberg (1993) e práticos de Müller (1996), permitiram estabelecer os valores de corte de r ; relacionando-os com a presença de material argiloso, rocha fracturada e/ou carsificada, e rocha pouco alterada (calcários e margas), e nesta ordem: $r = \{55, 110, 220\}$. Estes valores têm uma relação conhecida com as características hidrogeológicas do meio: o primeiro corte corresponderá a resistividades de áreas muito alteradas, portanto com elevada fracturação e/ou carsificação; o segundo inclui as resistividades do primeiro e as de um meio com menor alteração; e o terceiro inclui as resistividades anteriores e as de um meio com pouca alteração; as resistividades acima do terceiro valor de corte incluirão essencialmente rocha não alterada, ou com alteração pouco importante - e cuja permeabilidade não é significativamente superior à da rocha. Resultados semelhantes foram apresentados por Fretwell e Stuart (1981) para um aquífero cársico na Florida, nos Estados Unidos da América. As relações empíricas entre a condutividade hidráulica e a resistividade eléctrica são normalmente expressas por relações directas (e.g., Kelly, 1980), mas quando em presença de argila estas correlações invertem-se com frequência (Heigold *et al.*, 1979; Mazac e Landa, 1979; Mazac *et al.*, 1985).

Dada a concentração espacial de pontos de amostragem em algumas áreas do espaço optou-se por desagregar os dados com resistividades eléctricas mais baixas, recorrendo ao algoritmo implementado no programa DECLUS do pacote de geoestatística GSLIB (Deutsch e Journel, 1992). A desagregação provocou um aumento significativo da variância de dispersão, bem como do afastamento entre os limites da distribuição de frequências. Apesar desta distensão da curva de distribuição, os valores correspondentes aos percentis dos valores de corte 55, 110 e 220 Ωm , e da mediana, não sofreram desvios significativos (o valor da mediana foi o mais alterado, e mesmo neste caso a variação foi inferior a 5 % – veja-se a Tabela 8). Os tratamentos subsequentes lidaram sempre com os dados desagregados.

Os percentis de 55, 110 e 220 Ωm são apresentados na Tabela 8 Estes valores devem ser retidos pois servem para confirmar a reprodução da função de distribuição da variável original (na realidade apenas se pode confirmar a reprodução de alguns estatísticos: os primeiros momentos e estes três percentis) no campo estimado.

Foram criadas as variáveis indicatrizes cumulativas recorrendo a $_ 100$:

$$I_1(x) \text{ @ } \{r(x) \leq 55 \text{ Wm}\};$$

$$I_2(x) \text{ @ } \{r(x) \leq 110 \text{ Wm}\};$$

$$I_3(x) \in \{r(x) \in 220 \text{ Wm}\}.$$

Tabela 8. Estatísticos da variável resistividade eléctrica após inversão geofísica: variável original e desagregada.

Estatísticos	Variável r original	Variável r desagregada
Média	136,6	132,2
Mediana	88,5	84,2
Variância	17828,3	21443,4
Mínimo	14,0	9,6
Máximo	912,0	2815,0
Percentil₁ = 55¹	35,0	35,0
Percentil₂ = 110¹	60,3	59,6
Percentil₃ = 220¹	83,6	83,5

1: Percentil cujo valor é igual a $X \Omega \text{ m}$

Na Tabela 9 são apresentados alguns estatísticos das indicatrizes cumulativas. A média das variáveis $I_i(x)$ é igual à probabilidade de encontrar valores inferiores ao valor de corte. Pelo que a probabilidade de encontrar meio alterado (e portanto com permeabilidade potencial superior à da rocha inalterada) é de 83,5 %; os volumes com alteração muito intensa ocupam 35,0 % do total. Apenas 16,5 % do volume do meio estudado deverá ser composto por rocha inalterada.

Tabela 9. Estatísticos das indicatrizes.

Estatísticos	$I_1(x)$	$I_2(x)$	$I_3(x)$
Média	0,35	0,596	0,835
Variância	0,230	0,239	0,1369
Desv. Padrão	0,4796	0,4894	0,37

Os variogramas experimentais das indicatrizes são apresentados na Figura 14. A anisotropia geométrica entre as direcções horizontais e vertical é evidente; a anisotropia horizontal é menos clara. Esta anisotropia é mais evidente nos resíduos da indicatriz, como se verá mais adiante. Não houve necessidade de modelar os variogramas das indicatrizes, pelo que a análise da figura é apenas de carácter qualitativo.

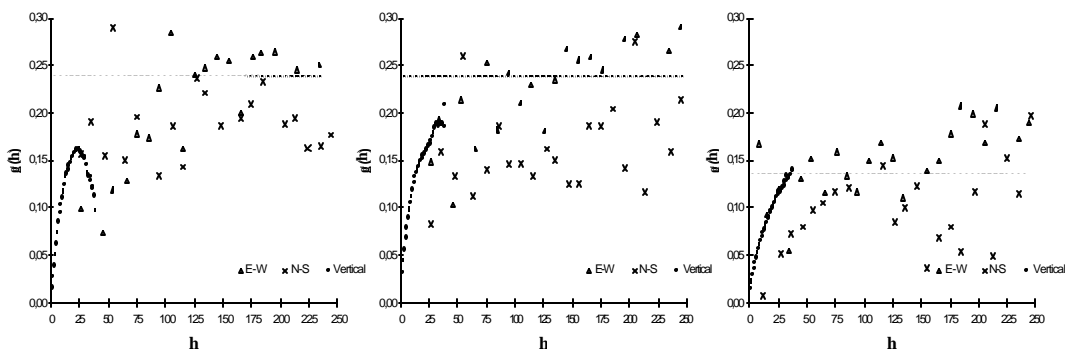


Figura 14. Variogramas experimentais das indicatrizes. Da esquerda para a direita: $I_1(x)$, $I_2(x)$, $I_3(x)$.

Desconhecem-se à partida as relações de proximidade entre as variáveis $I_i(x)$, condição fundamental para a escolha da técnica de simulação a utilizar. A identificação do arranjo espacial é tratada no capítulo seguinte.

5.8 ESCOLHA DA TÉCNICA DE SIMULAÇÃO

Avaliam-se neste subcapítulo os resultados da análise ao modelo de estrutura espacial das variáveis $I_i(x)$. A análise foi feita à luz do exposto no capítulo 3.4.

Na Figura 15 são apresentados os variogramas cruzados das indicatrizes. Utilizou-se como critério para identificação do modelo de arranjo espacial o cumprimento do efeito proporcional entre os variogramas cruzados das indicatrizes e os variogramas das indicatrizes. Assim, quando o variograma cruzado for proporcional ao variograma da indicatriz correspondente ao valor de corte inferior, e o não for em relação ao variograma da indicatriz correspondente ao valor de corte superior, considera-se que o modelo é de tipo residual descendente. De igual forma para a identificação do sentido ascendente, quando o variograma cruzado for proporcional ao variograma da indicatriz correspondente ao valor de corte superior.

Da análise comparativa da Figura 14 e da Figura 15 e da comparação entre as amplitudes dos variogramas resultaram as conclusões sintetizadas na Tabela 10. Os modelos de tipo

residual são predominantes na direcção este-oeste e no sentido descendente; na direcção norte-sul os modelos residuais ascendentes só são encontrados na transição entre os valores $>110 \Omega \text{ m}$ e os valores $< 55 \Omega \text{ m}$. Estes resultados são sustentados pela realidade de campo: na direcção este-oeste, direcção perpendicular à direcção principal de fracturação, a transição de fácies de resistividade deve ser mais rápida do que na direcção paralela, isto é, a falha é um corpo pouco resistivo que tem como vizinhos materiais muito mais resistivos. Neste caso as áreas fracturadas e/ou carsificadas estão dentro das áreas não alteradas (o que parece realista). Conclui-se da interpretação dos resultados que ao longo da direcção este-oeste a transição de fácies se deve fazer dos valores $>110 \Omega \text{ m}$ para os valores $<55 \Omega \text{ m}$, sem passar pelos valores intermédios (significa isto que não existe efeito de fronteira no sentido descendente); dos valores $>220 \Omega \text{ m}$ para os valores $< 55 \Omega \text{ m}$, ou seja de valores representativos de baixa condutividade eléctrica (e permeabilidade) para valores representativos elevada condutividade eléctrica (e permeabilidade) – será o caso da passagem rápida entre uma área de rocha praticamente sem alteração para uma falha, ou área muito fracturada e alterada. A transição entre os valores $>220 \Omega \text{ m}$ e os valores $<110 \Omega \text{ m}$ é também feita sem passagem pelos valores intermédios, indicador de passagem entre uma área não alterada para uma área de rocha alterada.

Um aspecto interessante é a passagem dos valores $>110 \Omega \text{ m}$ para valores $<55 \Omega \text{ m}$, na direcção norte-sul, mas sem que seja observada a passagem para valores $> 220 \Omega \text{ m}$. Este fato pode ser indicador de que as falhas e condutos são interrompidos nesta direcção, mas a passagem para áreas menos permeáveis se faz com efeitos de fronteira, ou de forma aleatória – a informação disponível não é suficiente para identificar esta transição. Este facto deve-se provavelmente à orientação dos perfis geofísicos (essencialmente de direcção este-oeste), os quais não permitem identificar com clareza as transições de fácies na direcção norte-sul.

Os modelos identificados por interpretação da Figura 16, para a direcção vertical, apontam para modelos de tipo mosaico. Realce-se que a quantidade de informação nesta direcção é significativamente inferior à das direcções horizontais. Na realidade a inversão dos dados RMT-R gerou no máximo três camadas, pelo que a capacidade máxima de discretização vertical é pequena, levando a que as transições de fácies se façam de forma abrupta e sem uma ordem definida (aparentemente de forma aleatória).

Tendo em consideração a importância que deve ser atribuída à reprodução da variação rápida de fácies em sistemas fracturados e carsificados, como forma de melhor representar a presença dos corpos mais permeáveis, e com base nos resultados da interpretação realizada atrás, optou-

se por factorizar as indicatrizes, trabalhando sobre os resíduos descendentes destas. Se o modelo residual for realmente representativo da organização espacial das fácies de resistividade eléctrica (e de permeabilidade), então os resíduos deverão ser ortogonais, e portanto terem covariância nula. Na Figura 17 são apresentados os variogramas cruzados dos resíduos das indicatrizes, onde é patente, nas direcções horizontais, a distribuição dos valores do variograma em torno do valor zero. Na direcção vertical é observada covariância não nula e estruturada, justificada pelo apresentado atrás para justificar o modelo mosaico nesta direcção.

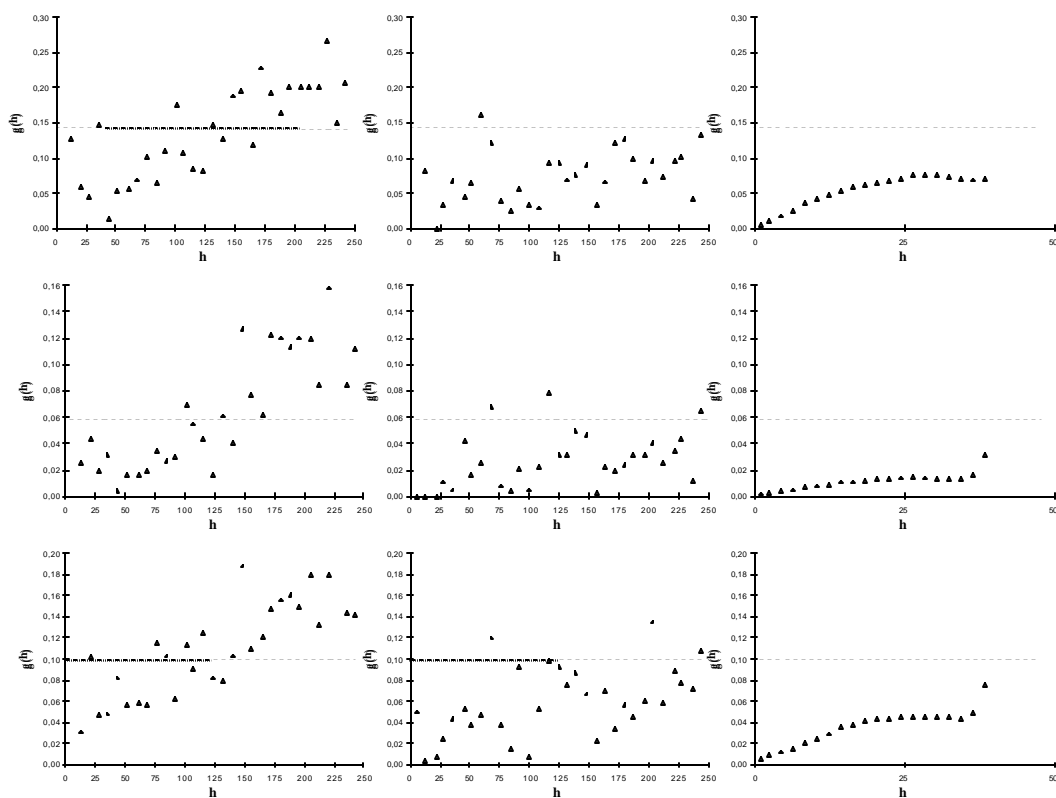


Figura 15. Variogramas cruzados das indicatrizes. Na vertical: I_1 ; I_2 ; I_3 ; na horizontal: direcções E-W, N-S, vertical.

Como exposto em 3.4.3, o modelo residual utiliza os resíduos das indicatrizes acumuladas em substituição das indicatrizes. Estes resíduos têm a particularidade de terem covariância nula, dispensando a modelação dos variogramas cruzados. Os resíduos das indicatrizes foram obtidos de acordo com as expressões _ 47 e _ 48. Estas novas variáveis vêm identificadas por R_i , $i = 1, 2, 3$.

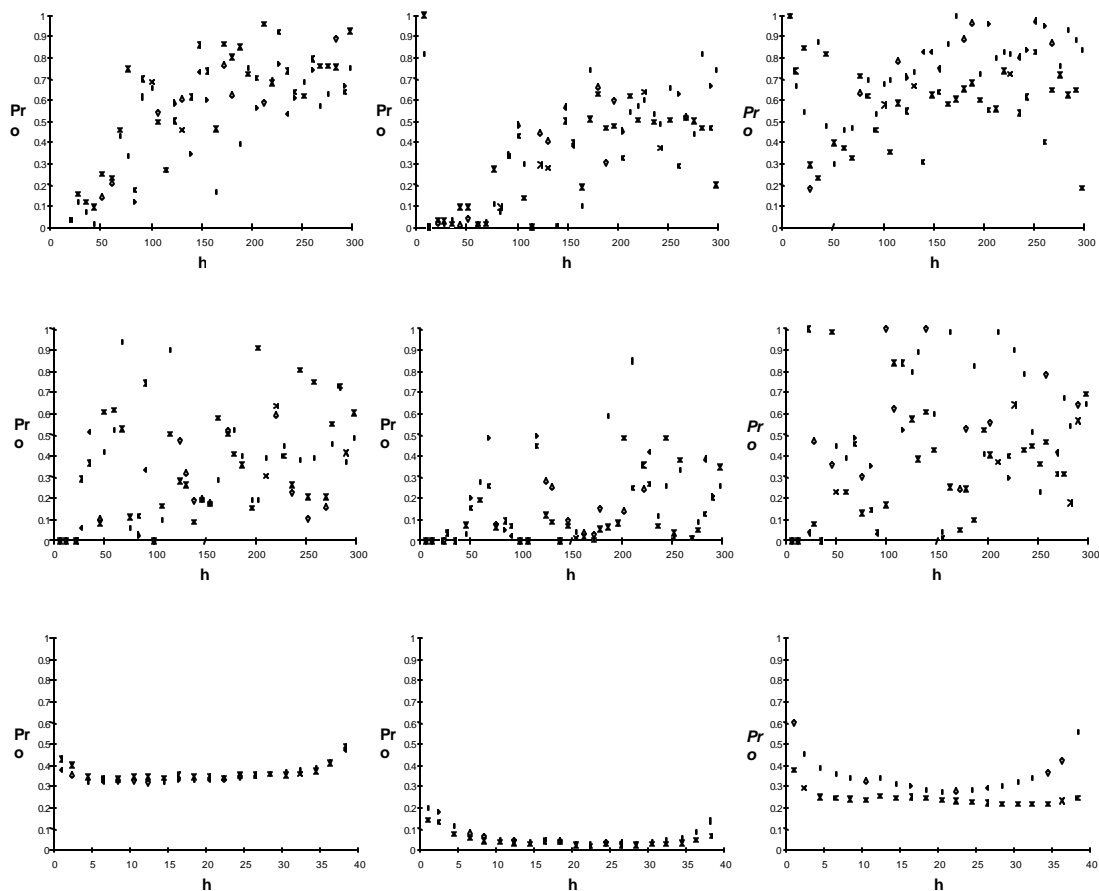


Figura 16. Probabilidades condicionais de transição. Na vertical: direcções E-W; N-S, vertical; na horizontal: $P(\rho_{55} \leftrightarrow \rho_{110})$; $P(\rho_{55} \leftrightarrow \rho_{220})$; $P(\rho_{110} \leftrightarrow \rho_{220})$.

Tabela 10. Identificação dos modelos de arranjo espacial com base na proporcionalidade entre os variogramas cruzados das indicatrizes e os variogramas das indicatrizes.

	$I_1 I_2 - I_1$	$I_1 I_2 - I_2$	Modelo *	$I_1 I_3 - I_1$	$I_1 I_3 - I_3$	Modelo	$I_2 I_3 - I_2$	$I_2 I_3 - I_3$	Modelo
E-W	125 - 125	125 - 100	R.D.	125 - 125	125 - 60	R.D.	100 - 100	100 - 60	R.D.
N-S	175 - 175	175 - 200	R.D.	150 - 175	150 - 100	N.I.	100 - 200	100 - 100	R.A.
Vertical	-	-	Mosaico ⁺	-	-	Mosaico ⁺	-	-	Mosaico ⁺

*: R.A. – Modelo residual ascendente; R.D. – Modelo residual descendente; N.I. – Não identificável.

+: O tipo de modelo para esta direcção é melhor detectado na Figura 16.

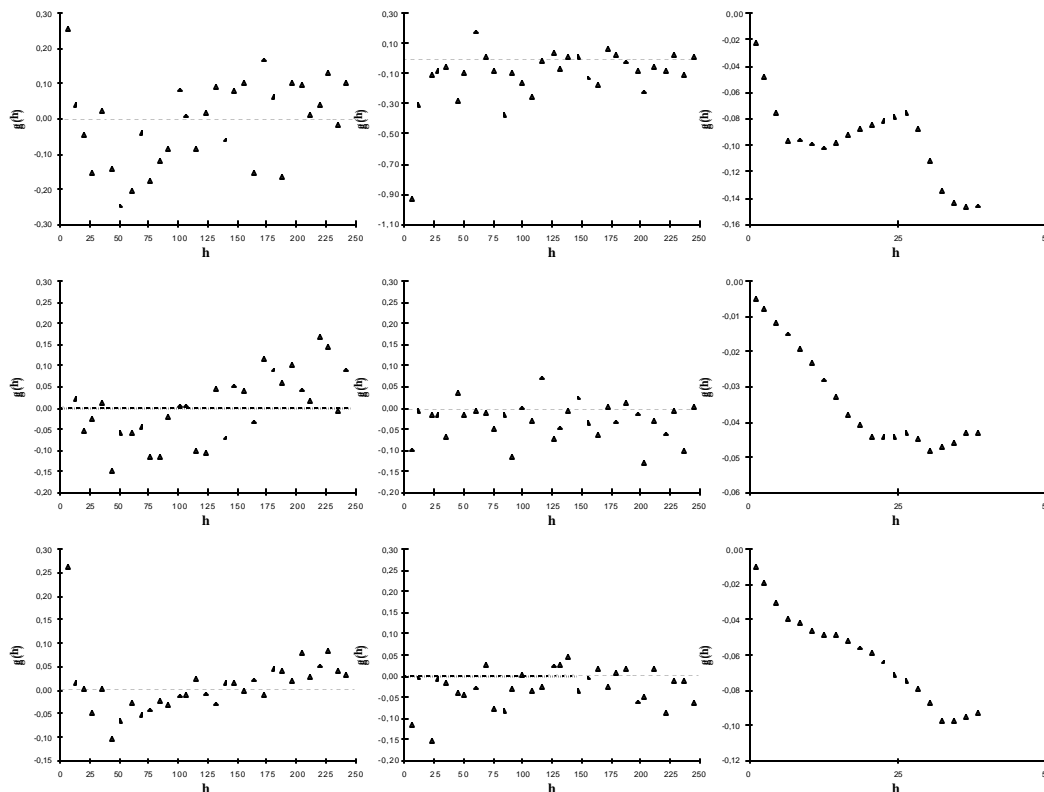


Figura 17. Variogramas cruzados dos resíduos das indicatrizes. Na vertical: R_1R_2 ; R_1R_3 ; R_2R_3 ; na horizontal: direcções E-W, N-S, vertical.

5.9 SIMULAÇÃO

5.9.1 Simulação dos Resíduos das Indicatrizes

Os resíduos apresentam média nula e variância decrescente - este comportamento da variância deve-se à escolha dos valores de corte: percentil 35,0, isto é uma frequência baixa de 1's e elevada de 0's; percentil 59,6, em que a frequência de 1's e 0's é mais próxima; percentil 83,5, em que a frequência de 0's é de apenas 16,5 %. Como resultado deste comportamento a diferença entre os valores mínimo e máximo é decrescente do primeiro para o último resíduo (ver Tabela 11)

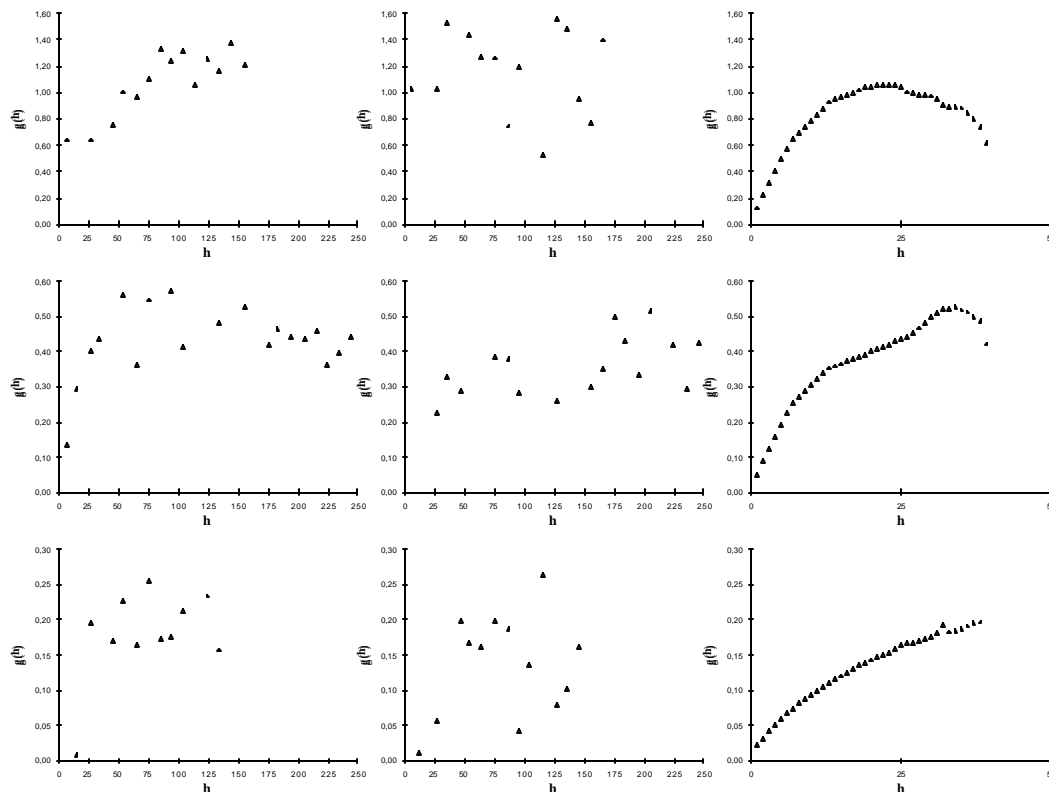


Figura 18. Variogramas experimentais dos resíduos das indicatrizes. Na vertical: R_1 ; R_2 ; R_3 ; na horizontal: direcções E-W, N-S, vertical.

Tabela 11. Estatísticos dos resíduos das indicatrizes.

Estatísticos	$R_1(x)$	$R_2(x)$	$R_3(x)$
Média	0,0	0,0	0,0
Mediana	0,0	0,454	0,196
Variância	1,130	0,464	0,196
Desv. padrão	1,063	0,681	0,442
Mínimo	-1,659	-1,196	-1,000
Máximo	1,130	0,464	0,196

Estes parâmetros estatísticos devem ser retidos para comparação e validação dos resultados da inferência geoestatística.

Foi obtido por simulação sequencial da indicatriz um campo tridimensional com 860 x 1080 x 40 m, nas direcções Este-Oeste, Norte-Sul e vertical, com base numa malha regular de 10 x 10 x 1 m. Manteve-se, portanto a discretização vertical, mas estimou-se uma malha com dimensões horizontais cerca de duas vezes e meia inferiores ao afastamento entre registos geofísicos.

Utilizou-se na simulação estocástica o programa de simulação sequencial da indicatriz, *SISIM*, disponibilizado por Deutsch e Journel (1992). Como não houve necessidade de avaliar a variabilidade local, foi obtida apenas uma imagem para cada um dos resíduos.

Os parâmetros dos modelos dos variograma teóricos ajustados aos resíduos da indicatriz são apresentados na Tabela 12. Por forma a modelar a anisotropia zonal foram incluídos dois modelos em cada resíduo.

Tabela 12. Parâmetros dos modelos esféricos teóricos ajustados aos resíduos das indicatizes.

	Pepita	Azimute	C (m²)	a (m)	$\frac{a_{x-1}}{a_y}$	$\frac{a_{x-1}}{a_y}$
R₁(x)	0,769	Vertical	0,290	10,0	2,0	2,0
		E-W	0,071	90,0	7,0	4,0
R₂(x)	0,1	N-S	0,274	150,0	1,88	5,35
		N-S	0,09	80,0	4,0	20,0
R₃(x)	0,015	Vertical	0,065	25,0	5,0	1,43
		E-W	0,116	75,0	1,0	3,33

1: a_x - amplitude na direcção de maior distância de autocorrelação do elipsóide de anisotropia; a_y - amplitude na direcção normal a x ; a_z : amplitude normal ao plano xy . Quando a direcção de maior amplitude é horizontal o primeiro quociente é sempre entre as direcções horizontais; quando a direcção de maior amplitude é vertical, então o denominador no primeiro quociente é sempre correspondente à direcção E-W.

Os testes à conformidade dos modelos teóricos são apresentados na Tabela 13. O efeito de subestimação da variância de krigagem é crescente do primeiro para o terceiro resíduo. O erro relativo quadrático médio (ERQM) é muito elevado no último resíduo, no entanto foi decidido utilizar o modelo respectivo. Fica, no entanto, a ressalva aos resultados gerados pelo modelo do terceiro resíduo. O ERQM do segundo resíduo indica também uma subestimação de aproximadamente 50 % da variância de krigagem. A dimensão do raio de procura e o número máximo de pontos a utilizar foram escolhidos por forma a garantir que todos os pontos fossem estimados, e que essa estimação era feita à custa de um número razoável de amostras (no mínimo 4 e no máximo 12); foi também admitida a incorporação de 6 pontos estimados na inferência de cada novo ponto (ver algoritmo da simulação sequencial no capítulo 3.3.3). Não foi detectado enviesamento na estimação: o erro médio (EM) é próximo de zero em todos os resíduos.

Os estatísticos dos resíduos simulados, $R_i^*(x)$, são apresentados na Tabela 14. A média mostra um desvio em relação ao valor esperado (zero). Este facto é resultante de pequenas inconformidades dos modelos teóricos ajustados aos variogramas experimentais dos resíduos. Este efeito é mais notório no terceiro resíduo, $R_3(x)$.

Tabela 13. Teste à conformidade dos modelos teóricos dos variogramas dos resíduos das indicatrizes: Erro médio (EM) e Erro relativo quadrático médio (ERQM).

	EM ¹	ERQM ²
R₁	3,5 E-4	0,92
R₂	0,104	1,44
R₃	4,8 E-3	2,9

1: erro médio = $\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{a}} (R_i^*(x_{\mathbf{a}}) - R_i)$; 2: erro relativo quadrático médio = $\frac{\sum_{\mathbf{a}} (R_i^*(x) - R_i(x))^2}{s_{k_{\mathbf{a}}}^2}$, em que aparece em denominador a variância de krigagem.

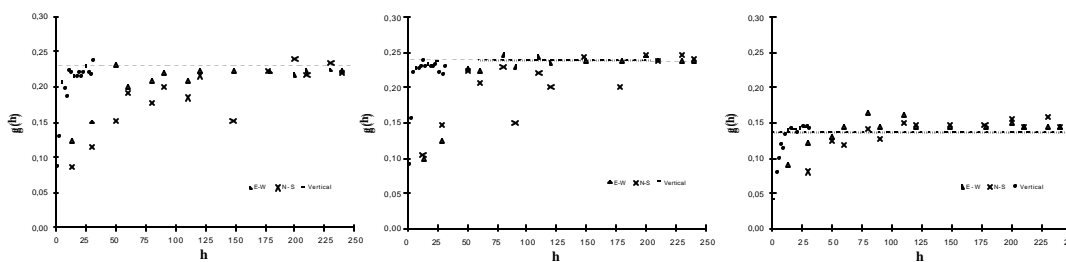


Figura 19. Variogramas experimentais das indicatrizes simuladas. Da esquerda para a direita: I_1^* ; I_2^* ; I_3^* .

As imagens simuladas devem reproduzir a continuidade espacial contida na informação inicial, ou seja devem ter covariâncias espaciais semelhantes (ou variogramas). Na Figura 19 são apresentados os variogramas experimentais das indicatrizes simuladas (compare-se com a Figura 14) – pretende-se aqui verificar a reprodução do variograma desta variável após simulação; a forma de obter esta variável é tratada mais adiante no texto. O aumento da variabilidade de pequena escala é comum na simulação de variáveis indicatrizes tais como estas foram definidas (ver por exemplo Muge *et al.*, 1996). O variograma é reproduzido, verificando-se, desta forma a reprodução da covariância espacial da variável indicatriz original, ainda que com aumento do efeito de pepita.

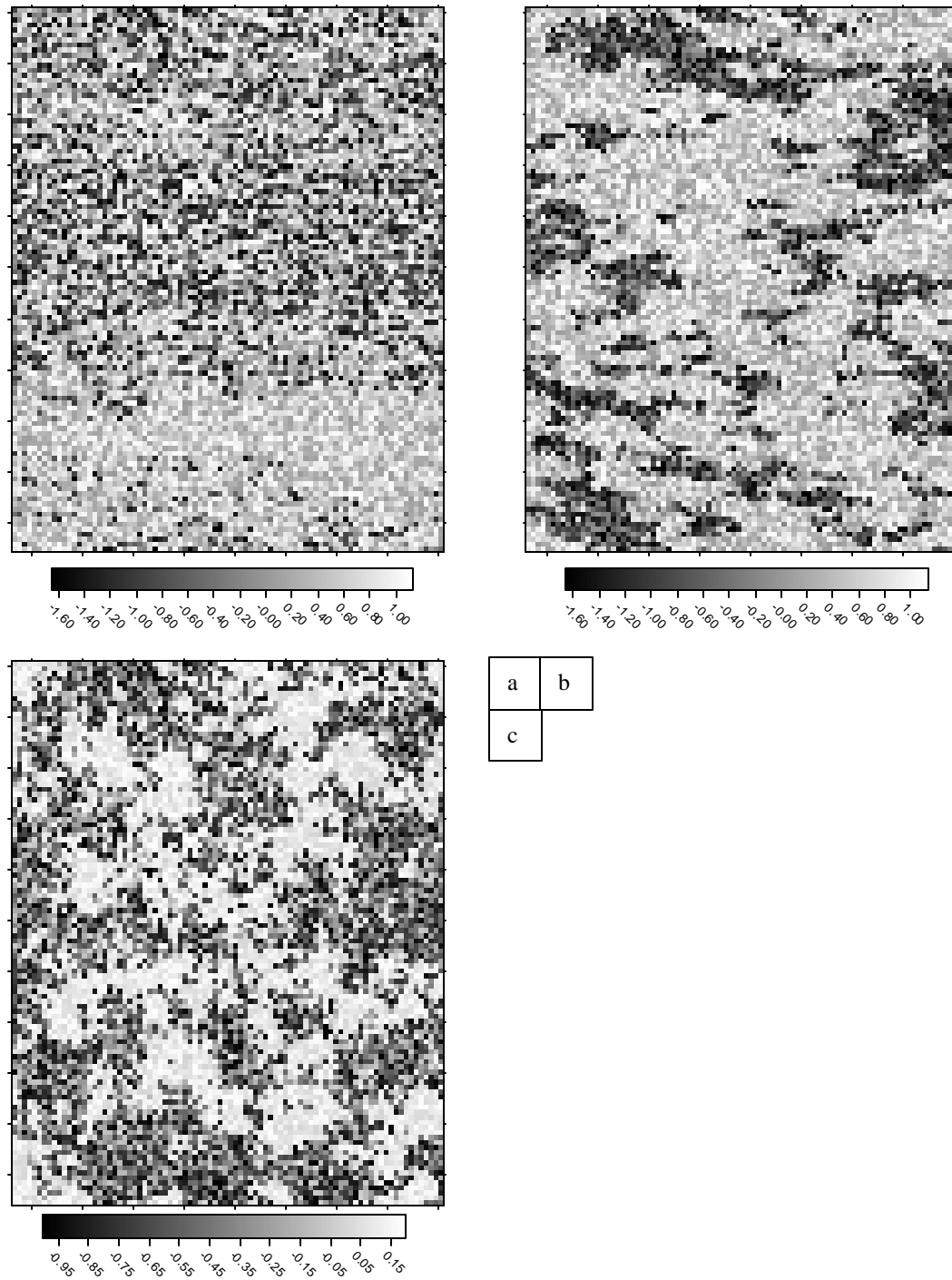


Figura 20. Corte a 21 metros de profundidade no campo simulado dos resíduos das indicatrizes. a) R_1^* ; b) R_2^* ; c) R_3^* .

Com exceção do terceiro resíduo na direcção E-W, os variogramas de $R_i(x)$ e $R_i^*(x)$ podem ser modelados com os mesmos modelos, mas com efeito proporcional. Na Figura 20 e Figura 21 são representadas imagens por corte do campo tridimensional à profundidade de 21 metros, e num transecto com coordenadas UTM 571360 (ver Figura 7). A escala de cinzentos é contínua, em conformidade com as variáveis $R_i^*(x)$. Estas imagens têm um interesse relativo dado o carácter intermediário dos resíduos no processamento dos dados. É visível, no entanto o aumento da estruturação do primeiro para o último resíduo.

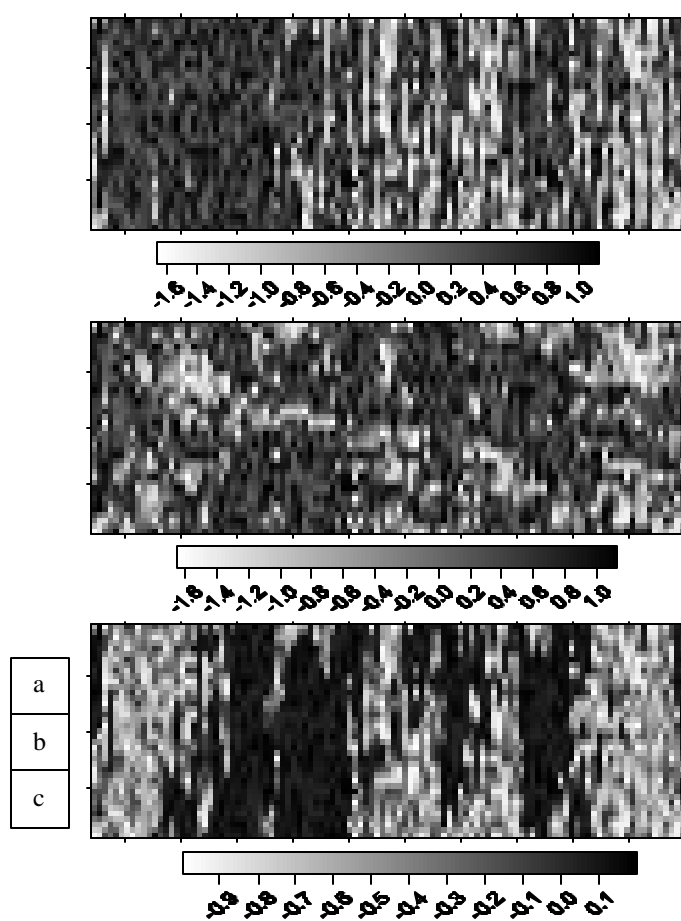


Figura 21. Perfil ao longo do transecto Norte-Sul UTM 571360 no campo simulado dos resíduos das indicatrizes. O eixo vertical é apresentado com um exagero de 10x.
a) R_1^* ; b) R_2^* ; R_3^* .

5.9.2 Inferência da Indicatriz

Uma vez simulados os resíduos podem inverter-se as expressões _ 47 e _ 48, por forma a obter o valor das variáveis indicatrizes nos pontos. Designem-se as indicatrizes assim obtidas por $I_i^{**}(x)$, $i = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned} I_1^{**}(x) &= [R_3^*(x) + R_2^*(x) + R_1^*(x) + 1] \cdot E[I_1(x)] \\ I_2^{**}(x) &= [R_3^*(x) + R_2^*(x) + 1] \cdot E[I_2(x)] \\ I_3^{**}(x) &= [R_3^*(x) + 1] \cdot E[I_3(x)] \end{aligned}$$

_ 105

Na simulação não é assegurada a reprodução exacta da função de distribuição dos resíduos (a menos que se incluam um número suficiente, ≥ 10 , valores de corte da variável): o andamento da função é reproduzido, mas os limites não são necessariamente os mesmos. Resulta daqui que as variáveis obtidas a partir das expressões _ 105 não têm limites inferior e superior em 0 e 1. O valor médio das indicatrizes cumulativas é igual ao percentil do valor de corte da variável original. Na primeira indicatriz, I_1^* , atribui-se valor 1 a todos os valores inferiores ao percentil 35, e 0 caso contrário. Assim, a fim de garantir a reprodução da média foram impostos cortes nas distribuições de frequência das $I_i^{**}(x)$ nos quantis correspondentes aos valores médios das variáveis $I_i(x)$:

$$I_i^*(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } I_i^{**}(x) \leq i_i^{**}(x) : \text{Pr ob}(I_i^{**}(x) \leq i_i^{**}(x)) = \mathbf{a}_i, i = 1, 2, 3 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

_ 106

e $\mathbf{a}_1 = 0,350$, $\mathbf{a}_2 = 0,596$; $\mathbf{a}_3 = 0,835$.

A variável $I_i^*(x)$ reproduziu com fidelidade a média e variância das indicatrizes originais (ver Tabela 9 e Tabela 14). As diferenças devem-se a erros de cálculo dos estatísticos, originados pela necessidade de fazer amostragem nos valores simulados, imposta por limitações de software – os estatísticos forma portanto calculados sobre uma amostra. A reprodução dos estatísticos da variável simulada é condição essencial para aceitação dos resultados da simulação. Apesar dos estatísticos dos resíduos simulados terem sido algo diferentes dos estatísticos dos resíduos originais, o resultado anterior viabilizou os resultados.

Conclui-se também que a simulação estocástica permitiu a reprodução da variabilidade de grande escala; a estrutura de pequena escala foi já visto ter sido significativamente alterada (elevado efeito de pepita nas imagens simuladas).

Tabela 14. Estatísticos das variáveis R_i^* , I_i^{**} , e I_i^*

Estatísticos	$R_1^*(x)$	$R_2^*(x)$	$R_i^*(x)$	$I_1^{**}(x)$	$I_2^{**}(x)$	$I_3^{**}(x)$	$I_1^*(x)$	$I_2^*(x)$	$I_3^*(x)$
Média	0,146	0,163	-0,253	0,379	0,549	0,625	0,341	0,602	0,822
Mediana	0,318	0,331	-0,147	0,478	0,674	0,713	0,000	1,000	1,000
Variância	0,547	0,532	0,137	0,324	0,359	0,096	0,225	0,239	0,146
Desv. padrão	0,740	0,729	0,371	0,569	0,599	0,310	0,474	0,489	0,382
Mínimo	-1,159	-1,659	-1,000	-1,189	-0,999	0,0	0,000	0,000	0,000
Máximo	1,129	1,129	1,196	1,239	1,402	1,000	1,000	1,000	1,000

São apresentadas as imagens obtidas para I_i^* (Figura 22 à Figura 24) num corte à profundidade média do campo simulado, 21 metros, e dois transectos nas direcções Norte-Sul e Este-Oeste, nas coordenadas UTM 571360 e 571660, e UTM 4109740 e 4110010 (ver Figura 7).

5.9.3 Inferência do Campo de Permeabilidades Potenciais, k_p

São também representadas imagens dos campos de permeabilidade potencial da Figura 22 à Figura 24, tal como proposto no capítulo 4.6, e expresso por ρ_{101} e ρ_{102} . Identificaram-se, assim, as quatro permeabilidades potenciais: k_p^1 (elevada) $\rightarrow \{\rho \leq 55 \Omega m\}$; k_p^2 (média) $\rightarrow \{55 < \rho \leq 110 \Omega m\}$; k_p^3 (baixa) $\rightarrow \{110 < \rho \leq 220 \Omega m\}$; k_p^4 (muito baixa) $\rightarrow \{\rho \geq 220 \Omega m\}$, cujas probabilidades de ocorrência são:

$$\begin{aligned}
 E[k_p^1(x)] &= E[I_1(x)] = 0,350 \\
 E[k_p^2(x)] &= E[I_2(x) - I_1(x)] = 0,246 \\
 E[k_p^3(x)] &= E[I_3(x) - I_2(x)] = 0,239 \\
 E[k_p^4(x)] &= 1 - E[I_3(x)] = 0,165
 \end{aligned}$$

Na realidade estas probabilidades podem ser conhecidas mal sejam definidos os valores de corte na variável resistividade eléctrica, uma vez que dependem apenas da função de distribuição desta variável. A representação destas permeabilidades foi feita numa escala de 1 a 4, de mais permeável para o menos permeável. É observável na Figura 23 a presença de uma área central composta por material mais permeável, tal como havia sido detectado pela interpretação dos dados geofísicos (ver 5.5). O ‘canal’ central deverá ser composto por diversas áreas de maior permeabilidade com orientação Norte-Sul (ver Figura 24d). A presença desta estrutura é menos evidente nos perfis longitudinais Norte-Sul.

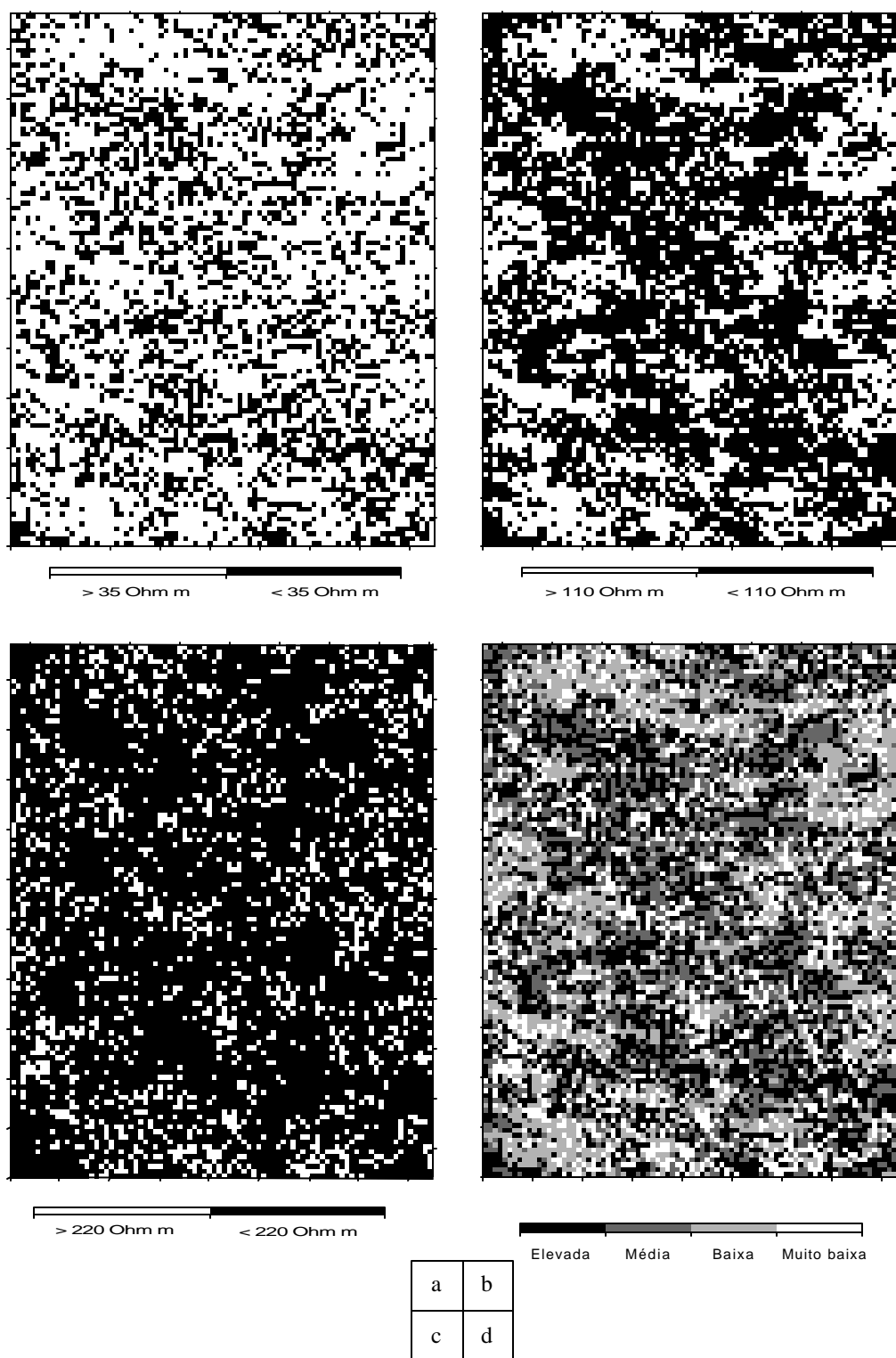


Figura 22. Corte à profundidade de 21 metros. Imagens obtidas por simulação sequencial da indicatriz. a) I_1^* ; b) I_2^* ; c) I_3^* ; d) k_p .

A semelhança entre as imagens da terceira indicatriz e da permeabilidade potencial não é casual: a última imagem possui apenas mais 16,5 % de informação, correspondente à última classe de permeabilidade. Se se assumir que a permeabilidade da rocha muito pouco alterada é muito inferior à das áreas alteradas, então a imagem da terceira indicatriz é representativa da totalidade das áreas condutoras de água. A informação dada por estas imagens permite escolher com maior rigor os locais para futuras sondagens.

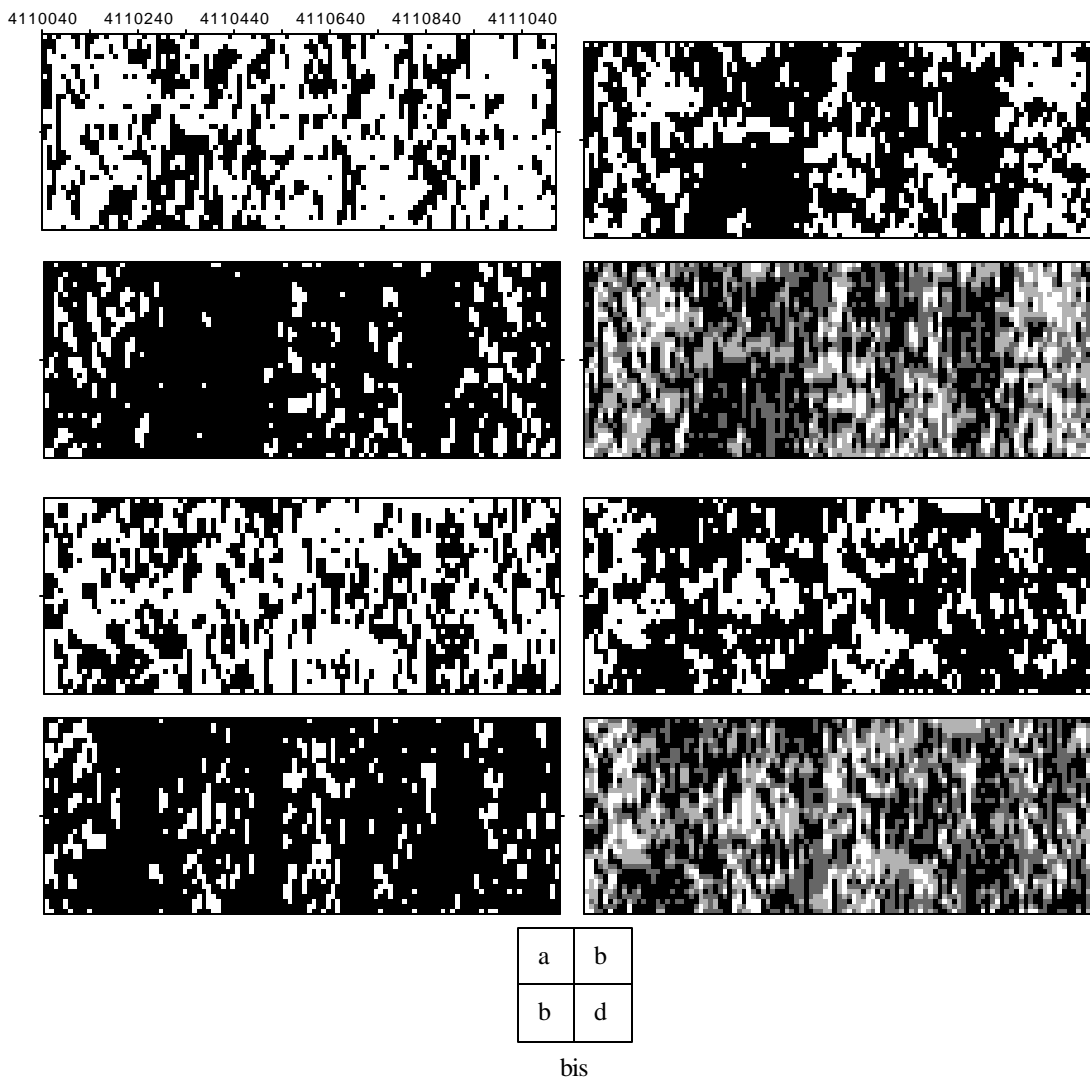


Figura 23. Dois transectos N-S nas coordenadas UTM 571360 e 571660. O eixo vertical identifica a profundidade com um exagero vertical de 10x. Ver legenda da Figura 22. a) I_1^* ; b) I_2^* ; c) I_3^* ; d) k_p .

A interpretação dos perfis geofísicos e o reconhecimento geológico de campo identificaram um «corredor» central, com orientação N-S, de calcários mais alterados. Esta estrutura aparece

bem definida nas imagens simuladas. A lixeira de Albufeira deverá assentar sobre este «corredor» de calcários bastante fracturados e carsificados, ladeado por calcários margosos e margas fracturadas/carsificadas. As figuras das páginas 101 e 102 mostram claramente a presença das áreas de maior permeabilidade por onde é possível que se dê a dispersão dos contaminantes provenientes da lixeira de Albufeira. A modelação desta dispersão necessita de informação acerca dos valores absolutos e da variabilidade espacial de K ou T . O método aqui proposto não as permite estimar, mas fornece uma ideia sobre a forma como estas variáveis estão distribuídas no espaço.

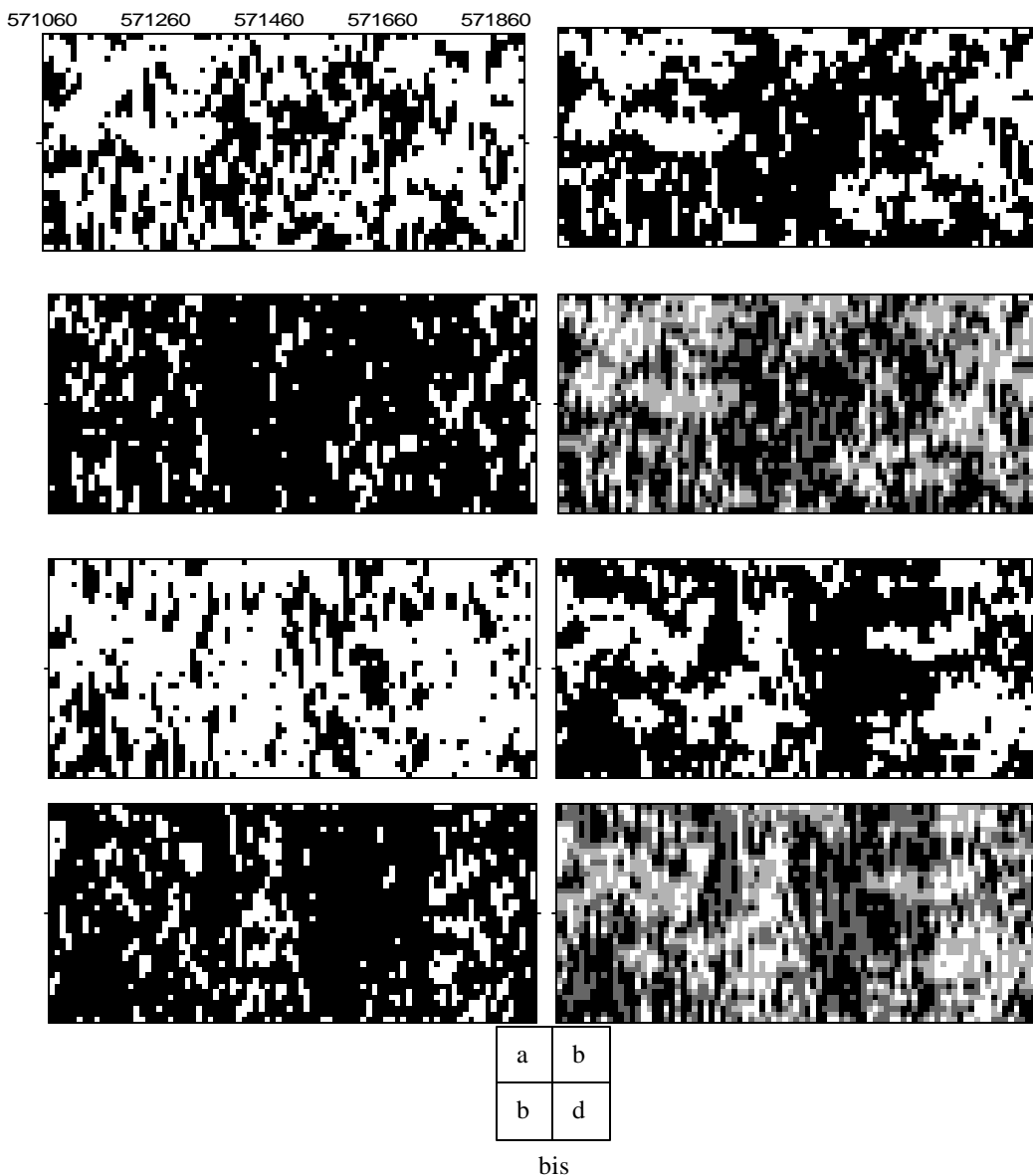


Figura 24. Dois transectos E-O nas coordenadas UTM 4109740 e 4110010. O eixo vertical identifica a profundidade com um exagero vertical de 10x. Ver legenda da Figura 22. a) I_1^* ; b) I_2^* ; c) I_3^* ; d) k_p .

Métodos de modelação inversa, eventualmente recorrendo aos parâmetros macrodispersivos do capítulo seguinte, poderão permitir associar as permeabilidades potenciais aqui usadas a valores concretos de K e T .

5.10 DETERMINAÇÃO DOS TENSORES DE MACRODISPERSIVIDADE

5.10.1 Obtenção das Distâncias de Autocorrelação, l , do Campo de Permeabilidades Potenciais, k_p .

A determinação das distâncias de autocorrelação da permeabilidade potencial implica a modelação dos variogramas obtidos sobre o campo tridimensional de k_p . A

Figura 25 mostra os variogramas experimentais e teóricos obtidos para a variável permeabilidade potencial. A continuidade na direcção Norte-Sul é superior à encontrada na direcção normal, E-O. As distâncias de autocorrelação direccionais, l_i , correspondem às distâncias obtidas a partir dos variogramas esféricos da variável k_p , apresentados na Tabela 15. Os variogramas experimentais e teóricos são apresentados na Figura 25.

Tabela 15. Parâmetros dos modelos esféricos teóricos ajustados para a variável k_p .

$$g(h) = C_0 + C_1 \cdot \text{Estf}\left(\frac{h}{a}\right).$$

		Parâmetros dos modelos		
		C_0	C_1	a
Direcção	E-W	1,0	0,217	75
	N-W	0,7	0,517	150
	Vertical	0,8	0,417	50

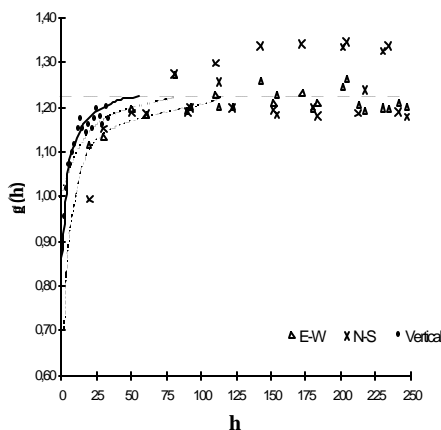


Figura 25. Variogramas experimentais e teóricos ajustados à variável k_p .

Os variogramas mostram pouca estruturação de curta distância - grande efeito de pepita - devido à grande variabilidade de curta distância nas imagens simuladas. Hoeksema e Kitanidis (1985) mostraram para uma série de aquíferos que os aquíferos de rocha têm uma pequena variabilidade estruturada da transmissividade, e uma grande variabilidade não estruturada. Esta última está possivelmente associada aos grandes valores de T nas fracturas. A pequena estrutura deverá estar associada à uniformidade do material durante grandes distâncias, nos blocos.

5.10.2 Análise Comparativa de Modelos

Os modelos de macrodispersividade a utilizar dependem de um conjunto de pressupostos quanto ao escoamento da água subterrânea na formação aquífera dos calcários e dolomitos do Escarpão. Nos casos aqui estudados foi considerado que:

- i) o escoamento se faz essencialmente em ângulo com a estratificação;
- ii) Existe anisotropia;

O primeiro pressuposto deve-se à assumpção de que num meio fracturado e carsificado a estratificação detectada pelo método aqui proposto é a correspondente aos canais de escoamento hidráulico, portanto equivalentes a um meio poroso estratificado em que os canais

correspondem às litologias de maior condutividade hidráulica, mas em que a direcção de escoamento não é paralela à da estratificação. O segundo pressuposto advém dos resultados da variografia sobre o campo de permeabilidades potenciais.

Os valores de caudal específico, q ($\text{m}^3 \text{s}^{-1} \text{m}^{-1}$) (Tabela 16), para a formação do Escarpão (J^{4-5} , e J^4_D) foram obtidos de Costa *et al.* (1985), e transformados em valores de transmissividade, T , de acordo com a expressão (Custodio e Llamas, 1976), e nas condições de aplicação da equação de Theim:

$$T = 1,4q$$

_ 107

Para obter as condutividades hidráulicas requeridas pelos modelos de dispersividade foi necessário impor uma espessura saturada igual para todos os locais de ensaio, por não se dispor de dados de piezometria no local. Esta espessura foi assumida igual a 70 metros (Almeida, 1997).

Os resultados de 17 caudais específicos obtidos no aquífero, bem como as transmissividades e condutividades hidráulicas estimadas são apresentados na Tabela 16. O histograma da condutividade hidráulica é apresentado na Figura 26. Os valores de K variaram entre $7,06 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$ e $1,26 \times 10^{-3}$; as médias aritmética, geométrica, e harmónica foram de, respectivamente, $2,83 \times 10^{-4}$, $1,21 \times 10^{-4}$, e $4,85 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$. As variâncias de K e de $\ln(K)$ foram de $1,5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$, e 2,05. A variância de $\ln(K)$ mantém-se abaixo de 2,5, valor limite por forma a garantir a solução das equações propostas por Gelhar e Axness. (1983).

Tabela 16. Caudais específicos, transmissividades e condutividades hidráulicas para as formações do Jurássico, J^{4-5} e J^4_D .

q ($\times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-1}$)*	T ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$)	K (m s^{-1})
0,35	$4,94 \times 10^{-4}$	$7,06 \times 10^{-6}$
1,18	$1,65 \times 10^{-3}$	$2,35 \times 10^{-5}$
1,29	$1,81 \times 10^{-3}$	$2,59 \times 10^{-5}$
1,77	$2,47 \times 10^{-3}$	$3,53 \times 10^{-5}$
2,00	$2,80 \times 10^{-3}$	$4,00 \times 10^{-5}$
2,65	$3,71 \times 10^{-3}$	$5,29 \times 10^{-5}$
3,12	$4,37 \times 10^{-3}$	$6,24 \times 10^{-5}$
8,18	$1,14 \times 10^{-2}$	$1,64 \times 10^{-4}$
9,06	$1,27 \times 10^{-2}$	$1,81 \times 10^{-4}$
9,18	$1,28 \times 10^{-2}$	$1,84 \times 10^{-4}$
9,41	$1,32 \times 10^{-2}$	$1,88 \times 10^{-4}$
9,88	$1,38 \times 10^{-2}$	$1,98 \times 10^{-4}$
11,24	$1,57 \times 10^{-2}$	$2,25 \times 10^{-4}$
11,47	$1,61 \times 10^{-2}$	$2,29 \times 10^{-4}$
41,76	$5,85 \times 10^{-2}$	$8,35 \times 10^{-4}$
54,70	$7,66 \times 10^{-2}$	$1,09 \times 10^{-3}$
62,90	$8,81 \times 10^{-2}$	$1,26 \times 10^{-3}$

*: Extraído de Costa *et al.* (1985).

Estudaram-se dois modelos simples de Gelhar e Axness (1983), um de Matheron e de Marsily (1980), um de Neuman *et al.* (1987). Um quinto modelo, obtido no contexto da análise fractal (Neuman, 1990) foi usado para comparação – este modelo foi descrito pelas expressões _ 52). Estes modelos foram discutidos no capítulo 3.6. Com excepção do último modelo, todos assumem que a direcção de escoamento pode ser inclinada em relação à estratificação.

O pressuposto de escoamento paralelo à estratificação conduz a dispersividades longitudinais infinitas e transversais nulas (Matheron e de Marsilly, 1980) para funções de covariância, de K ou da velocidade de escoamento, de tipo exponencial. Dispersividades longitudinais finitas podem ser obtidas com funções de covariância com efeito de buraco (Matheron e de Marsilly, 1980), ainda que estas funções sejam pouco frequentes nas variáveis geológicas. Gelhar e Axness (1983) ao considerarem as dispersividades transversais como dependentes da velocidade obtiveram dispersividades assintóticas finitas – ver discussão mais adiante.

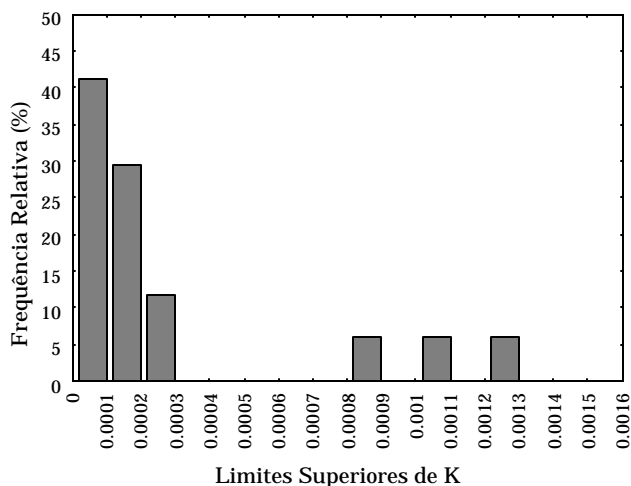


Figura 26. Distribuição de frequências da condutividade hidráulica.

Tabela 17. Estatísticos da condutividade hidráulica obtida a partir de 17 ensaios de caudal.

Média			Variância	
Aritmética (K_A)	Geométrica (K_g)	Harmónica (K_H)	$K (S^2K)$	$Ln(K) (S^2t)$
$2,83 \times 10^{-4}$	$1,21 \times 10^{-4}$	$4,85 \times 10^{-5}$	$1,5 \times 10^{-7}$	2,05

As condutividades hidráulicas efectivas foram determinadas para três modelos: isotropia; isotropia no plano de estratificação e anisotropia. O último modelo é aquele que corresponde melhor à realidade do aquífero do Escarpão.

A condutividade hidráulica efectiva em regime permanente unidimensional foi mostrado ser equivalente à média harmónica (Gutjahr *et al.*, 1978); quando $Ln(K)$ é considerada como tendo uma distribuição Normal, a condutividade efectiva unidimensional vem na forma

$$K_e = K_g \exp\left[-0,5s_f^2\right] \quad _ 108$$

Em análise bidimensional a condutividade hidráulica efectiva pode ser determinada pela média geométrica, K_g . Em análise tridimensional K_e vem (Matheron, 1967; Neuman, 1982):

$$K_e = K_g(1 + s_f^2/6) \quad _ 109$$

Tabela 18. Condutividade hidráulica efectiva para a análise tridimensional.

K_e isotrópica	K_e anisótropa ($I_1 = I_2 > I_3$)*		K_e anisótropa ($I_1 \neq I_2 \neq I_3$)*		
K_e	$\bar{K}_{11} = \bar{K}_{22}$	\bar{K}_{33}	\bar{K}_{11}	\bar{K}_{22}	\bar{K}_{33}
$1,62 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-4}$	$8,74 \times 10^{-5}$	$2,74 \times 10^{-4}$	$2,72 \times 10^{-4}$	$1,93 \times 10^{-4}$

*: Tal como proposto por Gelhar e Axness (1983)

É interessante notar as diferenças nos valores de K_e entre as diferentes análises: A tratar-se de uma abordagem unidimensional, a condutividade hidráulica efectiva seria igual à média harmónica, $4,85 \times 10^{-5}$; considerando que K tem distribuição lognormal, K_e toma um valor muito próximo da média harmónica (_ 108), $4,34 \times 10^{-4}$; numa abordagem bidimensional, K_e é igual à média geométrica, $1,21 \times 10^{-4}$; numa abordagem tridimensional, com isotropia em todos os planos, K_e é dada pela expressão _ 109, e é igual a $1,62 \times 10^{-4}$; nas abordagens anisótropas a condutividade hidráulica efectiva é superior (mas uma função de I_i) à obtida nas abordagens anteriores, nas direcções de maior correlação espacial (ver Tabela 18).

Repare-se que em meios muito homogêneos, portanto com variâncias de $Ln(K)$ inferiores a 1, a expressão _ 109 dá resultados muito próximos da média geométrica.

Estes resultados são um pequeno exercício, mas servem para mostrar que a determinação da condutividade hidráulica efectiva deve ser adequada à abordagem dimensional utilizada.

O primeiro modelo estudado, Gelhar e Axness (1983)I, assume isotropia na direcção de estratificação ($I_1 = I_2$) e anisotropia vertical. Corresponde, por exemplo, a um escoamento regional visto em corte. A inclinação do escoamento foi designada neste modelo por α Este

modelo foi descrito pelas expressões _ 81 a _ 87, na página 54, e representado graficamente na Figura 3; as variáveis utilizadas neste capítulo têm nelas correspondência.

O segundo modelo, *Gelhar e Axness (1983)II*, considera anisotropia em todas as direcções, no entanto a anisotropia vertical não é um resultado explícito do modelo, ainda que seja incorporada (esta é uma abordagem de tipo 2D sobre um problema 3D). Corresponde, por exemplo, a um escoamento regional visto em planta. A inclinação do escoamento foi designada neste modelo por \mathcal{f} . Este modelo foi descrito pelas expressões _ 91 a _ 97, na página 56, e representado graficamente na Figura 4.

O terceiro, *Matheron e de Marsily (1980)*, e quarto, *Neuman et al., 1987*, modelos consideram isotropia no plano de estratificação e anisotropia vertical, mas assumem que para grandes distâncias as macrodispersividades transversais podem ser consideradas como nulas (as concentrações já não se correlacionam no espaço). Desta forma o modelo proposto por Matheron e de Marsily e Neuman *et al.* permitem estimar apenas a dispersividade longitudinal assintótica. A inclinação do escoamento foi incorporada através do gradiente, J , desde que se assuma estratificação horizontal. Estes modelos foram descritos pela expressão _ 99, na página 59. Corresponde, grosso modo, ao esquema da Figura 3.

A inclinação do escoamento é desconhecida, razão pela qual foi tratada como variável, tendo sido estudado o seu efeito sobre os parâmetros dispersivos.

Modelo de Gelhar e Axness (1983) I

A dispersividade longitudinal, A_{11} , mostra um claro aumento com α ainda que até aos 14° a dispersividade tenha decrescido ligeiramente, de 83,7 m para 81,9 m, atingindo aos 89° o valor de 177,7 m. A curva das dispersividades transversais, A_{22} , A_{33} é convexa: os valores máximos foram, respectivamente, de 2,8 m (aos 40°) e 19,5 m (aos 48°). O efeito sobre A_{33} é significativamente superior ao efeito sobre A_{22} , o que se justifica dada a isotropia assumida na direcção de estratificação. A curva de A_{13} é côncava, com mínimo de -22,0 m aos 54° (Figura 27). O efeito sobre A_{11} é o mais importante de todas as componentes do tensor de macrodispersividades.

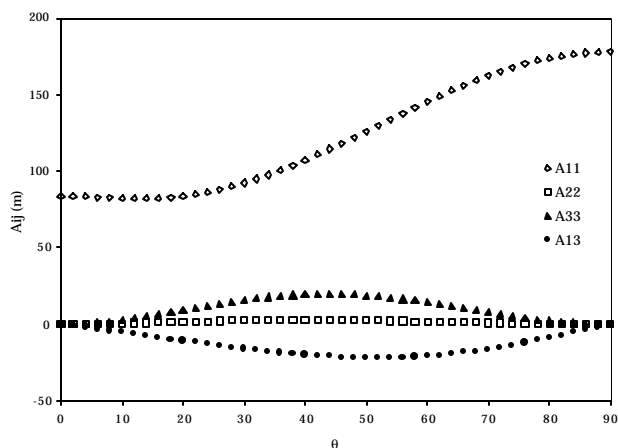


Figura 27. Dispersividades para o modelo com isotropia no plano de estratificação e anisotropia vertical (escoamento regional numa secção vertical).

As razões entre A_{ij} e A_{11} são apresentadas na Figura 28. As dispersividades transversais são superiores para as inclinações do escoamento, \mathbf{q} de 34° (2,7 % de A_{11}), 38° (18,5 % de A_{11}), e 40° (-18,8 % de A_{11}), para A_{22} , A_{33} , e A_{13} , respectivamente. A forma das curvas das dispersividades transversais é mais evidente nesta figura.

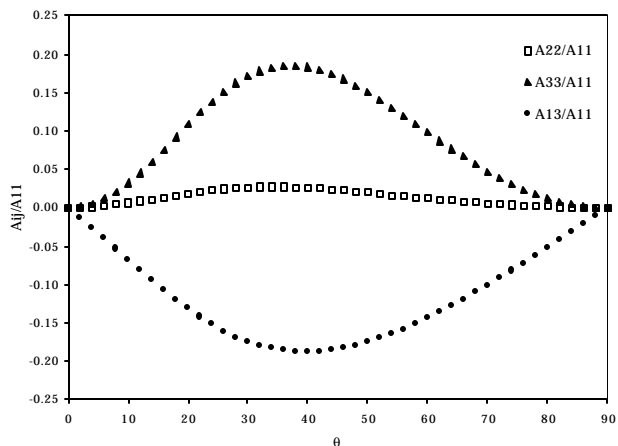


Figura 28. Razões entre as dispersividades transversais e a dispersividade na direcção da maior componente, A_{11} .

Avaliou-se também o efeito de q sobre h isto é, o efeito da inclinação do escoamento na variação do ângulo entre este e a direcção principal de macrodispersividade (Figura 29). O facto de h ser negativo indica que o eixo associado à direcção principal de macrodispersividade é deflectido numa direcção oposta à direcção de estratificação. A deflexão aumentou até $h = -12,4^\circ$ ($q = 56^\circ$), diminuindo depois para valores próximos de 0° . Isto indica que para valores muito baixos ou muito elevados de q a direcção de escoamento é aproximadamente colinear com a principal direcção da macrodispersividade.

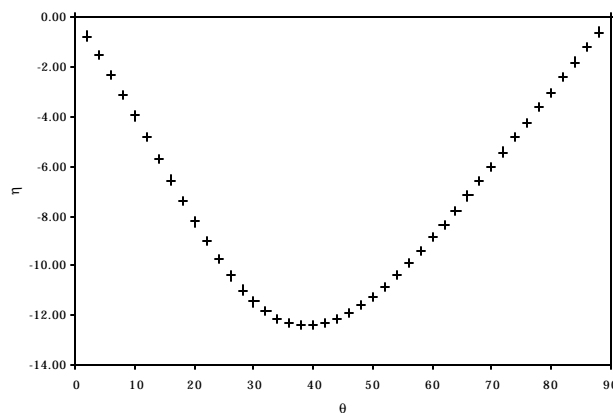


Figura 29. Evolução da variação de h com a variação de q

Modelo de Gelhar e Axness (1983) II

A dispersividade longitudinal, A_{11} , mostra também um claro aumento com f : aos 0° a dispersividade é já de 155 m, atingindo aos 89° o valor de 303 m. Estes valores são praticamente o dobro dos obtidos pelo modelo anterior. A curva das dispersividades transversais, A_{22} , A_{33} é novamente convexa: os valores máximos foram, respectivamente, de 16,6 m (aos 52°) e 2,8 m (aos 48°). A curva de A_{12} é côncava, com mínimo de $-57,8$ m aos 56° (Figura 30). Neste modelo a componente transversal A_{22} é a mais importante, o que se justifica tendo em consideração a anisotropia na direcção de estratificação, e pelo facto do modelo não incorporar explicitamente a anisotropia vertical. Tal como no modelo anterior, a componente transversal mais importante não pertence à diagonal do tensor A : a direcção principal da macrodispersividade é deflectida numa direcção oposta à do escoamento.

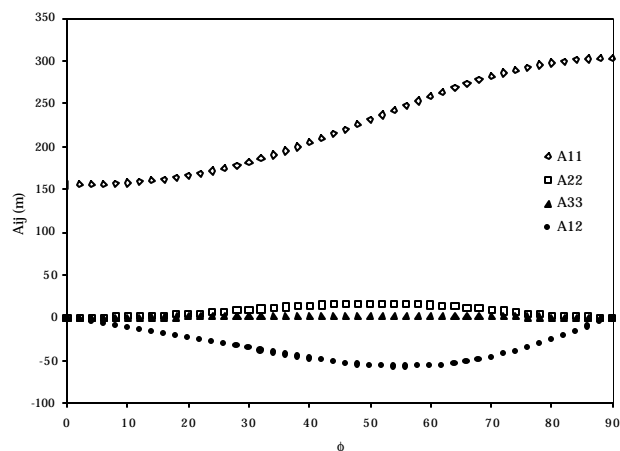


Figura 30. Dispersividades na abordagem 2D da dispersividade num meio anisótropo tridimensional.

As razões entre A_{ij} e A_{11} são apresentadas na Figura 31. As dispersividades transversais são superiores para as inclinações do escoamento, f , de 46° (7,3 % de A_{11}), 44° ($7,0 \times 10^{-3}$ % de A_{11}), e 48° (-24,5 % de A_{11}), para A_{22} , A_{33} , e A_{12} , respectivamente. O efeito da inclinação do escoamento, f , no ângulo entre este e a direcção principal de macrodispersividade, ângulo y , é apresentado na Figura 32. A deflexão aumenta até $y = -13,9^\circ$ ($f = 48^\circ$), diminuindo depois para valores próximos de 0° .

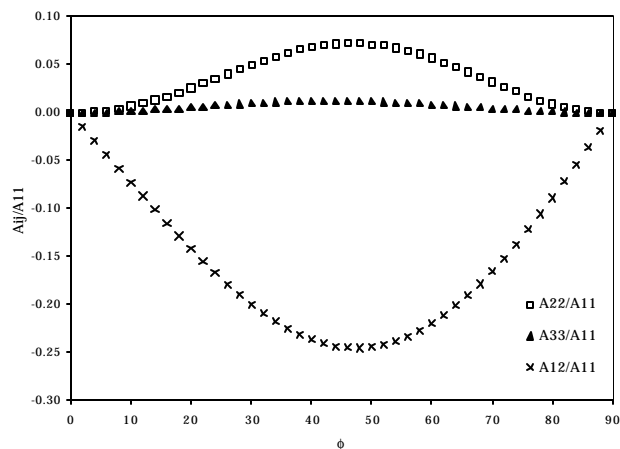


Figura 31. Razões entre as dispersividades transversais e a dispersividade na direcção da maior componente, A_{11} .

Isto indica que para valores muito baixos ou muito elevados de f a direcção de escoamento é aproximadamente colinear com a principal direcção da macrodispersividade.

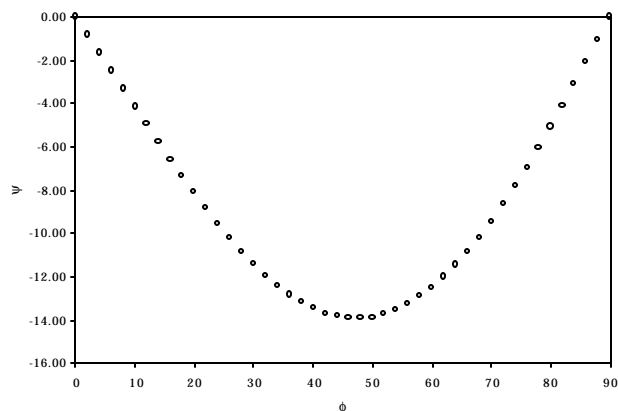


Figura 32. Evolução da variação de y com a variação de f .

Modelo de Matheron e de Marsilly (1980)

A dispersividade longitudinal é semelhante à obtida pelo modelo anterior apesar de se tratarem de abordagens diferentes sobre o problema do escoamento: este modelo é uma abordagem quasi-unidimensional sobre um problema bidimensional visto no plano vertical; enquanto o modelo anterior resolve uma abordagem bidimensional para um problema visto em planta. Atenda-se a que na Figura 33 o ângulo $\theta=90^\circ$ identifica o escoamento paralelo à estratificação, contrariamente às restantes figuras.

A dispersividade longitudinal é convergente para infinito quando o escoamento é paralelo à estratificação, e decresce para valores próximos de zero quando o escoamento é perpendicular à estratificação, isto é, um comportamento não Fickiano, e um comportamento Fickiano, respectivamente. Estes resultados são próximos dos obtidos por Neuman *et al.* (1987).

Este modelo não tem solução finita para ângulos muito perto de 90° (Figura 33). Os autores assumem que para grandes distâncias num escoamento paralelo à estratificação a dispersão faz-se essencialmente por via convectiva, deixando pouca margem para os fenómenos dispersivos (que a acontecerem se deverão à difusão molecular). Este resultado é diferente dos obtidos por Gelhar e Axness devido à incorporação de dispersividades dependentes da velocidade nos modelos destes autores.

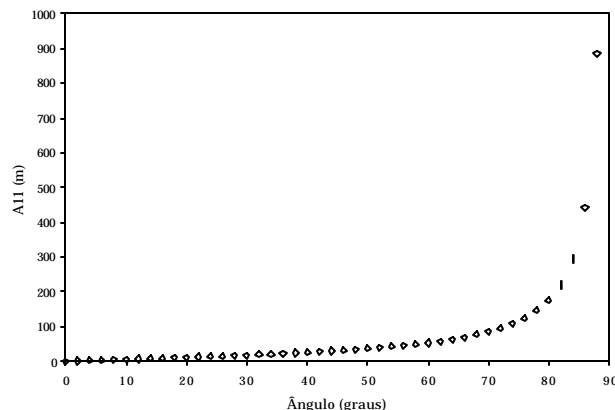


Figura 33. Dispersividade longitudinal, A_{11} , para um modelo de Matheron e de Marsily (1980) com isotropia no plano de estratificação, e anisotropia vertical.

Modelo de Neuman *et al.* (1987)

O modelo proposto por Neuman *et al.* (1987) tem resposta semelhante à encontrada para o modelo anterior: a dispersividade longitudinal é decrescente com q (Figura 34). Tal como no modelo anterior as dispersividades transversais para grandes distâncias podem ser consideradas nulas.

Neste caso o ângulo formado entre a direcção de escoamento e a direcção principal do tensor de macrodispersividade, η , tem um comportamento inverso ao observado por Gelhar e Axness: a direcção da maior componente de \mathbf{A} é desviado na direcção da maior componente do tensor de λ (ver figura 4 de Neuman *et al.* (1987)). Esta relação não é apresentada pelos autores de forma explícita, pelo que não são aqui apresentados os resultados desta análise.

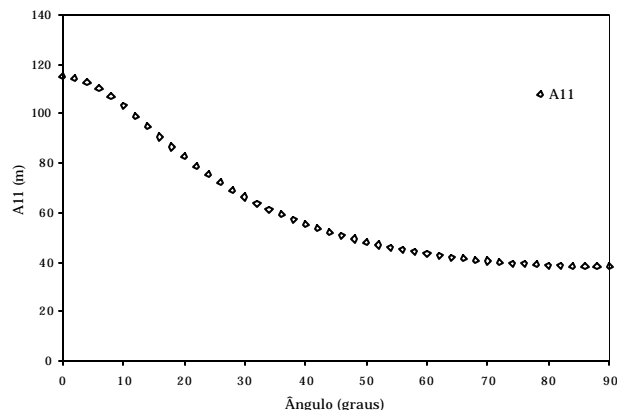


Figura 34. Dispersividade longitudinal, A_{11} , para um modelo de Neuman *et al.* (1987) com isotropia no plano de estratificação, e anisotropia vertical.

Modelo fractal de Neuman (1990)

Os modelos fractais propostos por Neuman (1990) foram utilizados para uma escala de trabalho, L_s , igual a 1500 metros por corresponder ao máximo afastamento entre os registos geofísicos. Na Figura 36 é representado o crescimento da dispersividade previsto para escalas de trabalho superiores a 100 metros; na Figura 35 é representado também o crescimento para escalas de trabalho inferiores a 100 metros. Para a distância considerada o modelo prevê uma dispersividade longitudinal de 135 metros.

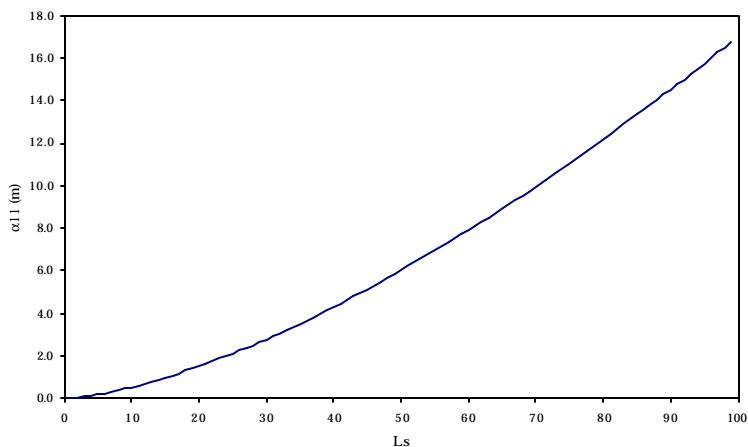


Figura 35. Dispersividade longitudinal calculada pela expressão fractal de Neuman (1990), para escalas de trabalho, L_s , inferiores a 100 metros.

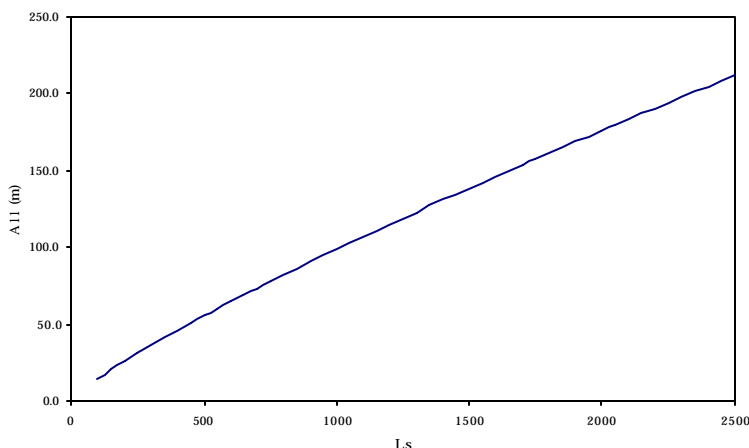


Figura 36. Dispersividade longitudinal calculada pela expressão fractal de Neuman (1990), para escalas de trabalho, L_s , superiores a 100 metros.

Os quatro primeiros modelos foram comparados para uma inclinação de escoamento, arbitrária, de 20° , $q = f = 20^\circ$. Os resultados são apresentados na Tabela 19. Os aspectos mais relevantes prendem-se com a diferença entre os valores da macrodispersividade longitudinal: o segundo e terceiro modelos prevêem dispersividades perto de duas vezes superiores ao do primeiro e quarto modelos, mas próximas das previstas pelo modelo fractal.

Tabela 19. Dispersividades determinadas com os cinco modelos de macrodispersividade, para q e f iguais a 20° .

	Primeiro modelo	Segundo modelo	Terceiro modelo	Quarto modelo	Quinto modelo
A_{11}	83,5	165,7	150	82,7	135,0
A_{22}	1,57	4,3			
A_{33}	9,05	0,96			
A_{12}	-	-23,5			
A_{13}	-11,0	-			
A_{22}/A_{11}	0,019	0,026			
A_{33}/A_{11}	0,108	0,006			
A_{12}/A_{11}	-	-0,142			
A_{13}/A_{11}	-0,132	-			
η, ψ	-8,2°	-8,1°			

O primeiro modelo, apesar de conceptualmente semelhante ao de Matheron e de Marsilly, estima dispersividades longitudinais que são cerca de 44% inferiores. No entanto, uma variação de apenas 10° no valor de θ seria suficiente para que os resultados coincidisse com uma boa aproximação.

É de realçar a coincidência entre os valores dos modelos de Gelhar e Axness e Neuman *et al.*, uma vez que as diferenças entre eles pareceriam à partida muito importantes: diferente função de covariância espacial; diferentes pressupostos quanto à importância da variação no campo da

velocidade de escoamento na dimensão das componentes de **A**; diferentes pressupostos quanto à variância de $Ln(K)$.

No pressuposto, que nos parece verdadeiro, de que o campo da condutividade hidráulica é anisótropo, o modelo fractal de Neuman gera resultados próximos dos obtidos pelo modelo de anisotropia tridimensional de Gelhar e Axness, tornando-o uma alternativa muito interessante, e que justifica outros estudos.

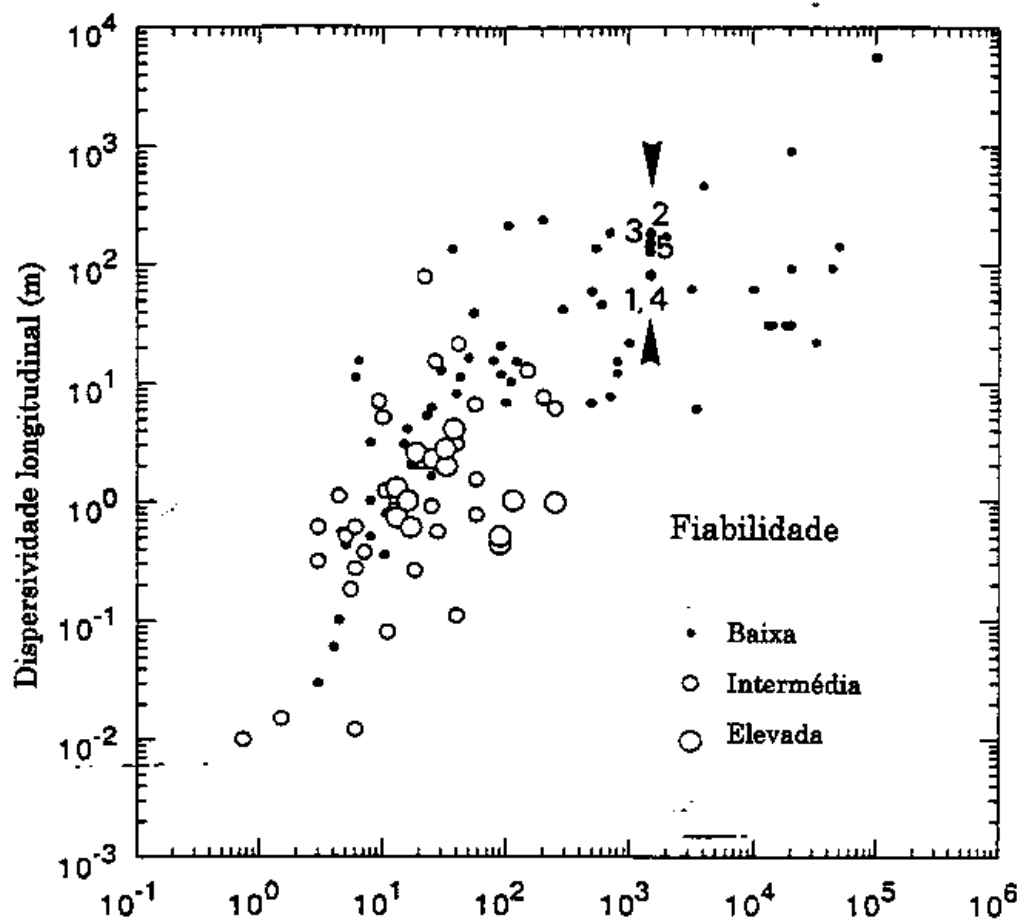


Figura 37. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades longitudinais versus escala, com classificação de fiabilidade, compiladas por Gelhar *et al.* (1992).

São muito escassos os trabalhos de campo publicados, dedicados à estimação da macrodispersividade em formações calcárias com elevado grau de alteração. Referem-se a título de exemplo os resultados obtidos por Bredehoeft e Pinder (1973), os quais obtiveram, com um modelo numérico bidimensional, para regime e escoamento radial convergente, numa formação calcária fracturada, na Geórgia, Estados Unidos da América, e para uma escala de

trabalho de 2 000 metros, dispersividades longitudinais de 170 metros, e transversais de 52 metros. As dispersividades longitudinais são semelhantes às obtidas para área estudada do aquífero do Escarpão através do modelo de anisotropia tridimensional de Gelhar e Axness, isotropia no plano de estratificação de Matheron e de Marsilly, e modelo fractal de Neuman; as dispersividades transversais foram, no entanto muito inferiores.

As dispersividades transversais são alteradas significativamente com o modelo de anisotropia: as dispersividades transversais horizontais são cerca de seis vezes inferiores às verticais quando é assumida isotropia no plano de estratificação; mas são quatro vezes e meia superiores quando é considerada a anisotropia horizontal. A dispersividade transversal tem uma importância relativa (A_{ij}/A_{11}) mais importante no segundo modelo.

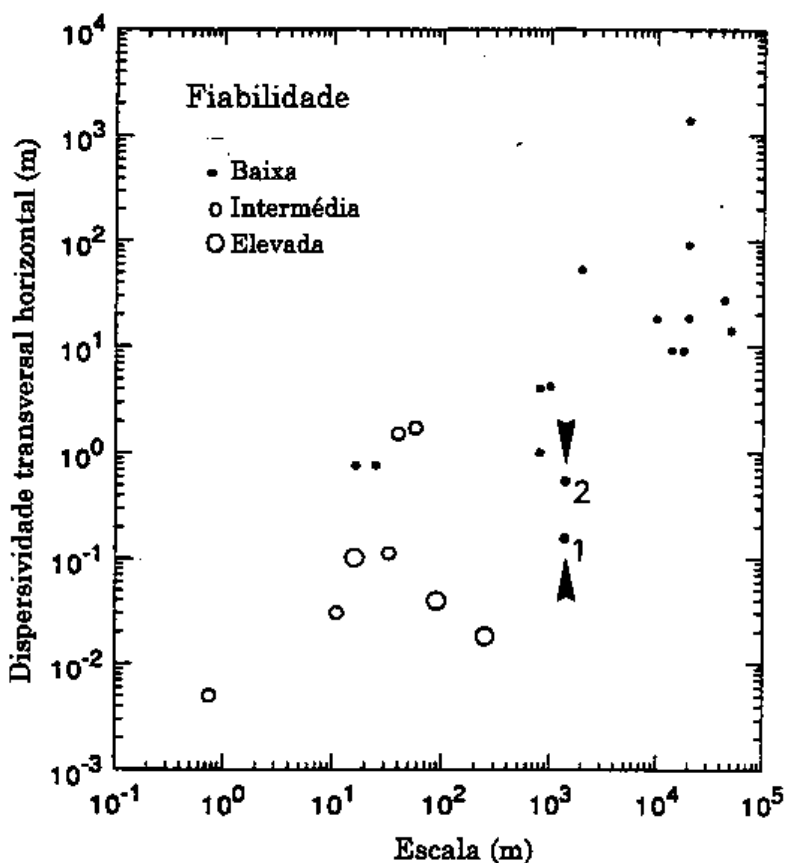


Figura 38. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades transversais horizontais versus escala, com classificação de fiabilidade, compiladas por Gelhar *et al.* (1992).

Quando comparados com os resultados de estudos de campo em diversas formações (ver Figura 37, Figura 38 e Figura 39) as dispersividades aqui obtidas estão de acordo com o efeito de

escala observado na prática. Estes resultados não validam os resultados, antes mostram que os modelos usados conseguem reproduzir o efeito de escala, o que é compreensível atendendo a que as distâncias de autocovariância espacial são obrigatoriamente incorporadas, e que também estas estão sujeitas ao efeito de escala.

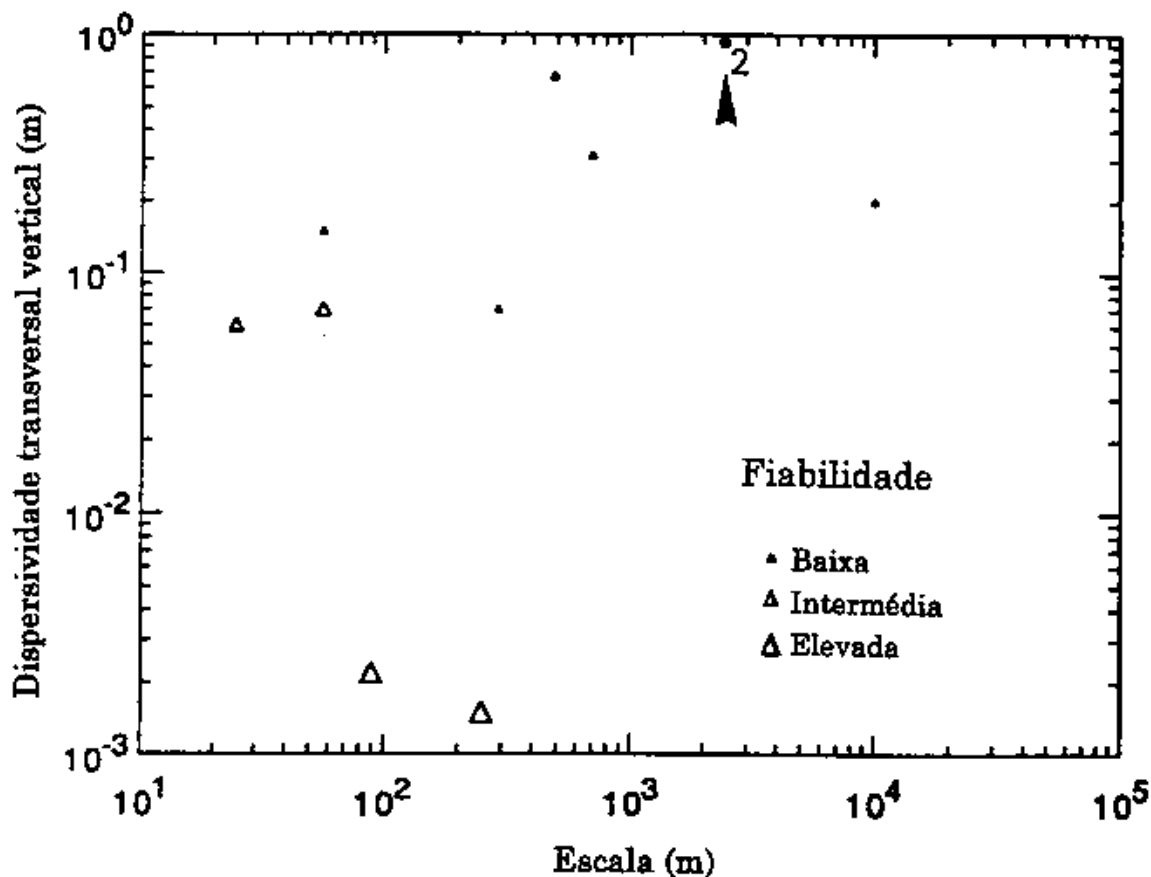


Figura 39. Comparação entre os resultados obtidos e as dispersividades transversais verticais versus escala, com classificação de fiabilidade, compiladas por Gelhar *et al.* (1992).

6 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

6.1 ACERCA DO MÉTODO

Aquando da interpretação dos dados geofísicos deve colocar-se novamente a questão da adequação dos modelos de inversão automática criados para meios porosos quando aplicados a meios fissurados e carsificados. O pressuposto de que ambos os meios têm respostas electromagneticamente semelhantes não normalmente válido numa pequena escala (no sentido de pequenos volumes), já que a velocidade de propagação da corrente eléctrica e a resposta electromagnética é muito diferente ao longo ou através de uma fractura do que num mesmo volume de um meio poroso. No entanto, a uma escala superior é possível assumir que o integral das respostas electromagnéticas de um conjunto de fracturas e da matriz, num volume suficientemente grande, iguale a resposta de um meio poroso com características médias equivalentes. O volume amostrado deve ser suficientemente grande para que o pressuposto anterior seja válido, mas suficientemente pequeno para que o valor médio tenha ainda significado. Nestas condições pôde assumir-se que os resultados obtidos equivaleriam aos de um meio poroso equivalente com elevada variabilidade espacial. Freeze (1975), Smith e Freeze (1979a, b), Smith (1978), concluíram que nem sempre é possível fazer esta simplificação; a definição das propriedades equivalentes em meios aquíferos fracturados só é possível se a densidade de fracturação for suficiente para produzir um tensor de permeabilidade simétrico (Long *et al.*, 1982).

A modelação em aquíferos heterogêneos através da aproximação para meios contínuos só se justifica pela relativa simplicidade, e menor exigência de informação (nomeadamente quanto à localização, dimensão, abertura, orientação, enchimento, e conectividade e densidade das fracturas) face a outros modelos. Uma análise crítica de modelos alternativos (*e.g.*, modelos de rede (*network models*), teoria da percolação) pode ser encontrada em CRC (1996) e Bear *et al.* (1993).

A estimação dos dados para a totalidade da área de estudo coloca também algumas questões práticas: A interpolação dos dados geofísicos deve ser feita antes ou após o processo de inversão; até que ponto o campo obtido por estimado dos valores invertidos é diferente do

campo obtido por inversão dos valores estimados?. Esta questão foi analisada para os dados utilizados neste trabalho (Nunes *et al.*, 1997), tendo os autores chegado à conclusão que as diferenças não são significativas em termos da identificação das principais estruturas geológicas (ver também 5.5). Este resultado foi considerado suficiente para justificar a utilização dos dados invertidos na simulação do campo de resistividades eléctricas reais, já que a sua inferência é muito menos dispendiosa em tempo de cálculo e de modelação.

A grande vantagem do método proposto prende-se com a facilidade com que podem obter estimativas da variação espacial da permeabilidade, e dos parâmetros dispersivos, em locais em que não se disponha desta informação por outra forma.

6.2 ACERCA DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos em termos da capacidade de reprodução das estruturas geológicas conhecidas são muito encorajadores, nomeadamente quanto à reprodução de uma área de maior permeabilidade potencial associada a um *canal* de calcários fracturados/carsificados, com orientação aproximada Norte-Sul, identificado na zona central da área de estudo por observação no campo. Os resultados apontam, no entanto para a presença de áreas de maior alteração dentro deste *canal*, formando uma rede complexa de condutas com desenvolvimento tridimensional (vejam-se a Figura 22d, Figura 23d e Figura 24d).

A simulação de campos de permeabilidades potenciais em quatro classes permite a entrada de igual número de classes nos modelos de simulação da dispersão de contaminantes, quer directamente por associação com os valores de transmissividade disponíveis para o aquífero dos calcários do Escarpão, quer pelo método inverso quando se disponha de ensaios de traçadores, ou de qualidade das águas subterrâneas que o permitam. Em qualquer dos casos podem utilizar-se os tensores de macrodispersividade aqui determinados.

As macrodispersividades longitudinais, calculadas com cinco modelos diferentes, variaram entre 82,7 e 165,7 m. No entanto o modelo que considera a anisotropia tridimensional, portanto aparentemente mais realista para o caso estudado, gera valores semelhantes aos obtidos por modelos fractais para dimensões fractais de 2,75.

Os resultados apresentados podem vir a ser utilizados para selecção dos locais para sondagens, tendo em vista a futura monitorização das águas subterrâneas no perímetro envolvente à

lixreira do Escarpão. Com os dados recolhidos poderá vir a ser possível calibrar modelos de dispersão, correndo eventualmente sobre o campo de permeabilidades já simulado. Ficou demonstrado que é possível vir a obter estimativas para alguns parâmetros macrodispersivos mesmo quando a informação disponível é escassa. A validade do método necessita, no entanto, de confirmação experimental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AARTS, E., e KORST, J. (1989). *Simulated Annealing and Boltzman Machines*. John Willey & Sons, New York.
- AHLSTROM, S. W., FOOTE, H. P., ARNETT, R. C., COLE, C. R., e SERNE, R. J.(1977). *Multicomponent Mass Transport Model: Theory and Numerical Implementation (Discrete-random Walk Version)*. Rep. BNWL-2127, Battelle Pacific Northwest Lab., Richland, Walsh.
- AHMED, S., e MARSILY, G. (19..). Some Applications of Multivariate Kriging in Ground Water Hydrology, *Sciences de la Terre*,
- AHMED, S., e DE MARSILY, G. (1987). Comparison of Geostatistical Methods for Estimating Transmissivity Using Data on Transmissivity and Specific Capacity, *Water Resour. Res.*, **23**, 9, 1717-1737.
- AHMED, S., MARSILY, G., e TALBOT, A. (1988). Combined Use of Hydraulic and Electrical Properties of an Aquifer in a Geostatistical Estimation of Transmissivity, *Ground Water*, **26**, 1, 78-85.
- ALABERT, F. (1987). The Practice of Fast Conditional Simulations Through the Decomposition of the Covariance Matrix, *Math. Geology*, **19**, 5, 369-386.
- ALAOUI, A.M., MÜLLER, I., e CRISTE, R. (1993). Prospection Geophysique du Delta de L'Areuse (Suisse) - Application de la Méthode Electromagnétique RMT-Resistivité Multifréquence, *Hydrogeology*, **1**, 47-52.
- ALMEIDA, C. (1985). *Hidrogeologia do Algarve Central*, Dissertação Apresentada para Obtenção do Grau de Doutor em Geologia, Departamento de Geologia da Faculdade de Ciências de Lisboa, Lisboa.
- ALMEIDA, C. (1997). Comunicação pessoal.
- ALMEIDA, C., e CRISPIM, J.A. (1987). Traçagens com Uranina no Algarão do Escarpão (Albufeira, Algarve), *ALGAR, Bol. Soc. Port. Espel.*, **1**, 9-16.
- ALMEIDA, C., e ROMARIZ, C. (1981). *Notícia Explicativa e Mapa de Densidade de Deanagem, Escala 1/100.000*, Relatório Inédito Integrado no Estudo da Conservação do Ambiente Geológico de Portugal.
- ALMEIDA, C., e SILVA, M.L. (1990). Hidrogeologia do Miocénico entre Albufeira e Ribeira de Quarteira, *Geolis*, **IV**, 1 e 2, 199-216.
- ALMEIDA, C., e SILVA, M.L. (1992). Hidrogeologia do Sistema aquífero de Quarteira (Algarve), *Geolis*, **VI**, 1 e 2, 61-79.
- ANDERSON, M. P. (1979). Using Models to Simulate the Movement of Contaminants Through Groundwater Flow Systems. *CRC Crit. Rev. Environ. Control*, **9**, 97-156.

- ANDRADE, G.M. (1989). *Contribuição para o Estudo da Unidade Hidrogeológica Tôr-Silves*, Dissertação Apresentada para Obtenção do Grau de Mestre em Geologia Económica e Aplicada, Universidade de Lisboa, 179 pp.
- ARCHIE, G. E. (1942). The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics, *Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. Tech. Rep.*, **1422**.
- ARCHIE, G.E. (1950). Introduction to Petrophysics of Reservoir Rocks, *Bull. Am. Assoc. Pet. Geologists*, **34**, 943-961.
- AYERS, J.F. (1989). Conjunctive Use of Geophysical and Geological Data in the Study of an Alluvial Aquifer, *Ground Water*, **27**, 5, 625-632.
- BEAR, J. (1972). Some Experiments in Dispersion. *J. Geophys. Res.*, **66**, 2455-2467.
- BEAR, J. (1975). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Publishing Company, Inc.,
- BEAR, J., e TODD, D. K. (1960). *The transition Zone Between Fresh and Salt Waters in Coastal Aquifers*. University of California, Water Resources Center Contrib. N°29. U.S.A.
- BEAR, J., TSANG, C-F., e MARSILY, G. (1993). *Flow and Contaminant Transport in Fractured Rock*, Bear et al. (Eds.), Academic Press, Inc..
- BEESE, F., e WIERENGA, P.J. (1983). The Variability of the Apparent Diffusion Coefficient in Undisturbed Soil Columns, *Z. Pflanzenernaehr Bodenkd*, **146**, 302-315.
- BELL, T. (1979). Mesoscale Sea Floor Roughness. *Deep Sea Res.*, **26A**, 65-76.
- BHATTACHARYA, R.N, e GUPTA, V.K. (1984). A Theoretical Explanation of Solute Dispersion in Saturated Porous Media at the Darcy Scale, *Water Resour. Res.*, **19**, 938-944.
- BHATTACHARYA, R.N. (1985). A Central Limit Theorem for Difusion with Periodic Coefficients, *Ann. Prob.*, **13**, 385-396.
- BIGGAR, J.W., e NIELSEN, D.R. (1967). Miscible Displacement and Leaching Phenomena, *Agronomy*, **11**, 254-274.
- BIGGAR, J.W., e NIELSEN, D.R. (1976). Spatial Variability of the Leaching Characteristics of a Field Soil, *Water Resour. Res.*, **12**, 78-84.
- BOULANGER, F. (1988). Geostatistique et Processus Autoregressifs: Une Méthode de Modelisation, Em: *3^{em} Congress International de Geostatistique*, Avignon, France. Geostatistics, Vol. 1, Kluwer Academic Press, 259-271.
- BRAS, R. L., e RODRIGUES-ITURBE, I. (1976). Evaluation of Mean Square Error Involved in Approximating the Average of a Rainfall Event by a Discrete Summation. *Water Resour. Res.*, **17**, 2, 181-184.
- BREDEHOEFT, J.D., e PINDER, G.F. (1973). Mass Transport in Flowing Groundwater, *Water Resour. Res.*, **9**(1), 144-210.

- BROWN, S. (1987). A Note on the Description of Surface Roughness Using Fractal Dimension. *Geophys. Res. Lett.*, **14**, 11, 1095-1098.
- CHAUVET, P. (1987). *Éléments d'Analyse Structurale des FAI-k a 1 Dimension*. Thèse de Docteur-Ingénieur. École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau.
- CLARK, I. (1979). *Practical Geostatistics*. Applied Science Publishers, Ltd., London.
- COPTY, N., RUBIN, Y., e MAVCO, G. (1993). Geophysical-Hydrological Identification of Field Permeabilities Through Bayesian Updating, *Water Resour. Res.*, **29**, 8, 2813-2825.
- COSTA, F.E., BRITES, J.A., PEDROSA, M.Y., e SILVA, A.V. (1985). *Carta Hidrogeológica da Orla Algarvia - Notícia Explicativa, Escala 1: 100 000*, Serviços Geológicos de Portugal, Lisboa.
- CRESSIE, N. (1991). *Statistics for Spatial Data*, Wiley, N.Y.
- CUSHMAN, J. H. (1983). Volume Averaging, Probabilistic Averaging, and Ergodicity. Technical Note. *Water Resour. Res.*, **6**, 182-184.
- CUSHMAN, J. H. (1991). On Diffusion in Fractal Porous Media. *Water Resour. Res.*, **27**, 4, 643-644.
- CUSTÓDIO, E., e LLAMAS, M.R. (1976). *Hidrologia Subterranea*, Ediciones Omega, Barcelona.
- DAGAN, G. (1982). Stochastic Modeling of Groundwater Flow by Unconditional and Conditional Probabilities - 2 - The Solute Transport, *Water Resour. Res.*, **18**, 4, 835-848.
- DAGAN, G. (1984). Solute Transport in Heterogeneous Porous Formations. *J. Fluid Mech.*, **145**, 151-177.
- DAGAN, G. (1988). Time Dependent Macrodispersion for Solute Transport in Anisotropic Heterogeneous aquifers, *Water Resour. Res.*, **24**, 9, 1491-1500.
- DAGAN, G. (1989). *Flow and Transport in Porous Media*. Springer-Verlag, Berlin.
- DAGAN, G., e BRESLER, E. (1979). Solute Dispersion in Unsaturated Heterogeneous Soil at Field Scale - *Theory, Soil Sci. Amer. J.*, **43**, 461-467.
- DAGAN, G., e NEUMAN, S. P. (1991). Nonasymptotic Behaviour of Common Eulerian Approximation for Transport in Random Velocity Fields. *Water Resour. Res.*, **27**, 12, 3249-3256.
- DANEL, P. (1952). The Management of Groundwater Flow, In: *Ankara Symp. Arid Zone Hydrology, Proc. UNESCO*, **2**, 99-107.
- DAVID, M. (1977). *Geostatistical Ore Reserve Estimation*. Elsevier Pub., Amsterdam.
- DAVIS, M.W. (1987). Generating large Stochastic Simulations Via the LU Triangular Decomposition of the Covariance Matrix, *Math. Geology*, **19**, 91-98.
- DE JOSELIN DE JONG, G. (1958). Longitudinal and Transverse Diffusion in Granular Deposits. *Trans., Am. Geoph. Union*, **39**, 1, 67.

- DELHOMME, J. P. (1970). *Presentation d'une Méthode Objective d'Interpolation pour la Construction de Cartes Isopiéométriques*. Groupe d'Etude des Bassins Versants Souterrains, Douai.
- DELHOMME, J. P. (1971). *Traitement Géostatistique des Données Piézométriques: le Krigeage en Hydrogéologie*. École des Mines, L.H.H., R71/14.
- DELHOMME, J. P. (1974). La Cartographie d'une Grandeur Physique à Partir de Données de Différentes Qualités. In: Congrès d'Hydrogéologie, Montpellier, 1974. *Mémoires de l'Asso. Int. des Hydrogéologues*, **volume X**, 1, 185-194.
- DELHOMME, J. P. (1976). *Applications de la Théorie des Variables Régionalisées dans les Sciences de l'Eau*. Thèse de Docteur -Ingénieur. École des Mines de Paris, Centre d'Informatique Géologique.
- DESBARATS, A.J., e BACHU, S. (1994). Geostatistical Analysis of Aquifer Heterogeneity from the Core Scale to the Basin Scale: A case Study, *Water Resour. Res.*, **30**, 3, 673-684.
- DEUTSCH, C. (1992). *Annealing Techniques Applied to Reservoir Modeling and the Integration of Geological and Engineering (Well Test) Data* PhD Thesis, Stanford University, Stanford, CA.
- DEUTSCH, C., e JOURNEL, A. (1991). *The Application of Simulated Annealing to Stochastic Reservoir Modeling*. Report 4, Stanford Center for Reservoir Modeling, Stanford, CA.
- DEUTSCH, C. V., e JOURNEL, A.G. (1992). *GSLIB, Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York.
- DIEULIN, A., MATHERON, G., de MARSILY, G., e BEUDOIN, B. (1981). Time Dependence of an "Equivalent Dispersion Coefficient" for Transport in Porous Media. Em: *Proceedings, Euromech Symposium*, A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands.
- DIMITRAKOPOULOS, R., e DAGBERT, M. (1993). Sequential Modelling of Relative Indicator Variables Dealing with Multiple Lithology Types, Em: Proc. *Geostatistics Troia '92*, Soares, A. (Ed.), Kluwer Academic Publishers, 413-424.
- DOWD, P.A. (1992). A Review of recent Developments in Geostatistics, *Computers and Geosciences*, **17**, 1481-1500.
- DROGUE, C. (1982). L'Aquifère Karstique: Un Domaine Perméable Original, *Le Courier du CNRS*, **44**, 18-23.
- DUFFY, C.J. (1982). *Stochastic Modelling of Spatial and Temporal Water Quality Variations in Groundwater*, Ph.D. thesis, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, USA.
- EINSTEIN, A. (1905).*Ann. Physik*, **17**, 549-.
- ELRICK, D.E., LARYEA, K.B., e GROENEVELT, P.H. (1979). Hydrodynamic Dispersion During Infiltration of Water into Soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **43**, 856-865.
- FARMER, C. (1991). Numerical Rocks. Em: J. Fayers e P. King. (Eds.), *The Mathematical Generation of Reservoir Geology*, Oxford University Press, New York.

- FEIO, M. (1952). *A Evolução do Relevo do Baixo Alentejo e Algarve*, Instituto Alta Cultura, Centro de Estudos Geográficos, Lisboa.
- FISCHER, G. (1985). Some Remarks on the Behaviour of the Magnetotelluric Phase. *Geophys. Prospecting*, **33**, 716-722.
- FISCHER, G., SCHEGG, P.-A., PEQUIRON, M., e LE QUANG, B.V. (1981). An Analytic One-Dimensional Magnetotelluric Inversion Scheme, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **67**, 257-278.
- FISCHER, G., e LE QUANG, B.V. (1981). Topography and Minimization of the Standard Deviation in One-Dimensional Magnetotelluric Modelling, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **67**, 279-292.
- FLATHE, H. (1964). New Ways for Interpretation of Geological Resistivity Measurements in the Search and Delimitation of Aquifers, *Bull. IASH*, **9**, 1, 52-61.
- FLATHE, H. (1970). Interpretation of Geological Resistivity Measurements for Solving Hydrogeological Problems, *Econ. Geol. Rep.*, **26**, 580-597.
- FLATHE, H. (1976). The Role of a Geologic Concept in Geophysical Research Work for Solving Hydrogeologic Problems, *Geoexplor.*, **14**, 195-206.
- FOGG, G., LUCIA, F., e SENGEN, R. (1991). Stochastic Simulation of Inter-Well Scale Heterogeneity for Improved Prediction of Sweep Efficiency in a Carbonate reservoir, Em: *Reservoir Characterization II*, 355- 381, L. Lake, H. Carol (Eds.), Academic Press.
- FREEZE, R. A. (1975). A Stochastic-conceptual Analysis of One-dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media. *Water Resour. Res.*, **11**, 5, 725-741.
- FRETWELL, J.D., e STEWART, M.T. (1981). Resistivity Study of a Coastal Karst Terrain – Florida, *Ground Water*, 19(2), 156-162.
- FROHLICH, R.K., e PARKE, C.D. (1989). The Electrical Resistivity of the Vadose Zone – Field Survey, *Ground Water*, **27**, 4, 524-530.
- GALLANT, J. C., MOORE, I. D., HUTCHINSON, M. F., e GESSLER, P. (1994). Estimating Fractal Dimension of Profiles: A Comparison of Methods. *Math. Geol.*, **26**, 4, 455-481.
- GALLI, A., GUERILLOT, D., RAVENNE, C., e HERESIM GROUP (1990). Combining Geology, Geostatistics and Multiphase Fluid Flow for 3D Reservoir Studies, Em: *Proc. 2nd European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, D. Guerillot e O. Guillon (Eds.), Editions Technip, Paris, 11-19.
- GARCIA, M., e FROIDEVAUX, R. (1996). Application of Geostatistics to 3D Modelling of Contaminated Sites: A Case Study, Em: *Pre-prints GeoENV96, 1st European Conference on Geostatistics for Environmental Applications*, Lisbon, 20-22 November, 1996.
- GARDER, Jr., A.O., PEACEMAN, D.W., e POZZI, Jr., A.L. (1964). Numerical Calculation of Multi-Dimensional Miscible Displacement by the Method of Characteristics, *Society of Petroleum Engineers J.*, **4**(1), 26-36.
- GELHAR, L. W. (1974). Stochastic Analysis of Phreatic Aquifers. *Water Resour. Res.*, **10**(3), 539-545.

- GELHAR, L. W. (1986). Stochastic Subsurface Hydrology from Theory to Applications. *Water Resour. Res.*, **22**(9). 135S-145S.
- GELHAR, L. W. (1993). *Stochastic Subsurface Hydrology*. Prentice Hall, New Jersey, U.S.A.
- GELHAR, L.W., GUTJAHR, A.L., e NAFF, R.L. (1979). Stochastic Analysis of macrodispersion in a Stratified Aquifer, *Water Resour. Res.*, **15**, 6, 1387-1397.
- GELHAR, L.W., e AXNESS, C.L. (1981). *Stochastic Analysis of Macrodispersion in Three-Dimensionally Heterogeneous Aquifers*, Hydrology Research Program Report, H-8, Geophysical Research Center, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, USA.
- GELHAR, L.W., e AXNESS, C.L. (1982). *Stochastic Solutions of the One-Dimensional Convective Dispersion Equation*, Progress Rep. To Sandia Nat. Lab. On the Project: A Stochastic Approach to Risk Assessment for Geologic Disposal of Radioactive Waste, Contract 20-PI-M8-0-000, Hydrology Research Program Report, H-8, Geophysical Research Center, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, USA.
- GELHAR, L.W., e AXNESS, C.L. (1983). Three-Dimensional Stochastic Analysis of Macrodispersion in Aquifers, *Water Resour. Res.*, **19**, 1, 161-180.
- GELHAR, L. W., MANTAGLOU, A., WELTY, C. e REHFELDT, K. R. (1985). *A Review of Field-scale Physical Solute Transport Processes in Saturated and Unsaturated porous Media*. EPRI Rep. EA-4190, Elec. Power Res. Inst., Palo Alto, California, U.S.A.
- GELHAR, L. W., WELTY, C. e REHFELDT, K. R. (1992). A Critical Review of Data on Field-scale Dispersion in Aquifers. *Water Resour. Res.*, **28**, 7, 1955-1974.
- GEMAN, S., e GEMAN, D. (1984). Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Transaction On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, **PAMI-6**, 6, 721-741.
- GILLHAM, R. W., CHERRY, J. A., e PICKENS, J. F. (1975). Mass Transport in Shallow Groundwater Flow Systems. Em: *Proc. of the Canadian Hydrology Symposium*, National Research Council of Canada, Winnipeg, Manitoba. Canada., 361-369.
- GOTHAWAY, C.A., e RUTHERFORD, B.M. (1994). Stochastic Simulations for Imaging Spatial Uncertainty: Comparison and Evaluation of Available Algorithms, Em: *Geostatistical Simulations*, 1-21, M. Armstrong, e P.A. Dowd (Eds.), Kluwer Academic Publishers.
- GRAHAM, W., e McLAUGHLIN, D. (1989). Stochastic Analysis of Nonstationary Subsurface Solute Transport, 2, Conditional Moments, *Water Resour. Res.*, **25**(11), 2331-2355.
- GREEN, E.A., RAHN, P.H. (1995). Localized Anisotropic Transmissivity in a Karst Aquifer, *Ground Water*, **33**, 5, 806-816.
- GRILLOT, J-C., e ALMEIDA, C. (1981-1982). Tectonique Cassante Posthercynienne dans l'Algarve (Sud du Portugal), Incidence sur l'Hydrologie Karstique, *Revue de Géologie Dynamique et Géographie Physique*, **23**, 2, 119, 130.
- GUPTA, V.K., BHATTACHARYA, R.N. (1983). A New Derivation of the Taylor-Aris Theory of Solute Dispersion in a Capillary, *Water Resour. Res.*, **19**, 945-951.

- GUTJAHR, A.L., GELHAR, L.W., BAKR, A.A., E MacMILLAN, J.R. (1978). Stochastic Analysis of Spatial Variability in Subsurface Flows, 2, Evaluation and application, *Water Resour. Res.*, **14**(5), 953-959.
- GÜVEN, O, MOLZ, F.J., e MELVILLE, J.G. (1984). An Analysis of Dispersion in a Stratified Aquifer, *Water Resour. Res.*, **20**, 1337-1354.
- GÜVEN, O., e MOLZ, F.Z. (1986). Deterministic and Stochastic Analysis of Dispersion in an Unbounded Stratified porous Media, *Water Resour. Res.*, **22**, 156-164.
- HANTUSH, M. S. (1966). Wells in Homogeneous Anisotropic Aquifers. *Water Resour. Res.*, **2**, 2, 273-279.
- HANTUSH, M. S. e THOMAS, R. G. (1966). A Method for Analysing a Draw-down Test in Anisotropic Aquifers. *Water Resour. Res.*, **2**, 2, 281-285.
- HATTON, T. A. e LIGHTFOOT, E. N. (1984). Dispersion of Trace Solutes in Flowing Groundwater. *Water Resour. Res.*, **20**, 9, 1253-1259.
- HEIGOLD, P.C., GILKESON, R.H., CARTWRIGHT, K, e RUD, P.C. (1979). Aquifer Transmissivity from Surficial Electrical Methods, *Ground Water*, **17**, 338-245.
- HERZFELD, U.C. (1996). Inverse Theory in the Earth Sciences – na Introductory Overview with Emphasis on Gndin's Method of Optimum Interpolation, *Math. Geol.*, **28**(2), 137-160.
- HIRATA, T. (1989). Fractal Dimension of Fault Systems in Japan: Fractal Structure in Rock Fracture Geometry at Various Scales. *PAGEOPH*, **131**, 1/2, 157-170.
- HOEKSEMA, R. J., e KITANIDIS, P. K. (1985). Analysis of the Spatial Structure of Properties of Selected Aquifers. *Water Resour. Res.*, **21**, 4, 563-572.
- HSIEH, P. A., e NEUMAN, S. P. (1985). Field Determination of Three-dimensional Hydraulic Conductivity Tensor of Anisotropic Media, 1, Theory. *Water Resour. Res.*, **21**, 11, 1655-1665.
- HUIJBREGTS, C. (1970). *Le Variogramme des Résidus*. École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, N- 200.
- ISAAKS, E. H., e SRIVASTAVA, R. M. (1989). *Applied Geostatistics*. Oxford University Press. New York.
- JOHNSON, M. (1987). *Multivariate Statistical Simulation*. John Wiley & Sons, New York
- JOHNSON, N. (1995). Characterization of Alluvial Hydrostratigraphy with Indicator Semivariograms, *Water Resour. Res.*, **31**, 12, 3217-3227.
- JOHNSON, N.M., e DREISS, S.J. (1989). Hydrostratigraphic Interpretation Using Indicator Geostatistics, *Water Resour. Res.*, **25**, 12, 2501-2510.
- JOINER, T.J.J., WARMAN, J.C., e SCARBROUGH, W.L. (1968). An Evaluation of Some Geophysical Methods of Water Exploration in the Piedmont Area, *Ground Water*, **6**, 1, 19-25.
- JOURNEL, A. (1975). Geostatistics for Conditional Simulations of Ore Bodies, *Economic Geology*, **69**, 673-687.

- JOURNEL, A. (1976). *Les Krigeages en Termes de Projections*. École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, N- 456.
- JOURNEL, A. (1987). *Geostatistics for the Environmental Sciences, An Introduction*. Project No. CR 811893. Applied Earth Sciences Department. Stanford University, California.
- JOURNEL, A. (1989). *Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons, volume 8, Short Course in Geology*. American Geophysical Union, Washington, DC.
- JOURNEL, A., e HUIJBREGTS, Ch. (1978). *Mining Geostatistics*. Academic Press.
- JURY, W.A. (1982). Simulation of Solute Transport Using a Transfer Function Model, *Water Resour. Res.*, **18**, 2, 363-368.
- KAPOOR, V., e GELHAR, L. W. (1994). Transport in Three-dimensionally Heterogeneous Aquifers, 1, Dynamics of Concentration Fluctuations. *Water Resour. Res.*, **30**, 6, 1775-1788.
- KAUFMAN, A.A., e KELLER, G.V. (1981). *The Magnetotelluric Sounding Method*, Elsevier.
- KEARY, P., e BROOKS, M. (1993). *An Introduction to Geophysical Exploration*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- KELLY, W.E. (1977). Geoelectric Soundings for Estimating Hydraulic Conductivity, *Ground Water*, **15**, 6, 420-425.
- KELLY, W.E., e REITER, P.F. (1984). Influence of Anisotropy on Relations Between Electrical and Hydraulic Properties of Aquifers, *Journal of Hydrology*, **74**, 311-321.
- KIRALY, L. (1973). Notice Explicative de la Carte Hydrogéologique do Canton de Neuchâtel, *Bull. Soc. Neuchâteloise Sc. Nat.*, **96**, p. 16.
- KIRALY, L., e MÜLLER, I. (1979). Heterogeneite de la Permeabilite et de l'Alimentation dans le Karst: Effect sur la Variation du Chimisme des Souces Karstiques, *Bull. Centre d'Hydrogeology de Neuchâtel*, **3**, 327-.
- KLINKENBERG, B., e GOODCHILD, M. (1992). The Fractal Properties of Topography: A Comparison of Methods. *Earth Surf. Proc. Landforms*, **17**, 217-234.
- KLOTZ, D., SEILER, K. P., MOSER, H., e NEUMAIER, F. (1980). Dispersivity and Velocity Relationship From Laboratory and Field Experiments. *J. Hydrol.*, **45**, 3/4, 169-184.
- KONIKOW, L.F., e BREDEHOEFT, J.D. (1978). *Computer Model of Two-Dimensional Solute Transport and Dispersion in Groundwater*. U.S. Geol. Survey Techniques of Water Resources Investigations, Book 7, C2.
- KOSINSKI, W.K., e KELLY, W.E. (1981). Geoelectric Soundings for Predicting aquifer properties, *Ground Water*, **19**, 2, 163-171.
- KWADER, T. (1985). Estimating Aquifer Permeability from Formation Resistivity Factors, *Ground Water*, **23**, 6, 762-766.

LALLEMANDE-BARRES, A., e PEAUDECERF, P. (1978). Recherche des Relations Entre la Valeur de la Dispersivité Macroscopique d'un Milieu Aquifère, Ses Autres Caractéristiques et les Conditions de Mesure. *Bull. Bur. Rech. Geol. Min.*, Sect. 3, Ser. 2, 4.

LANGEVIN, P. (1908). ... *Compt. Rend.*, **146**, 530-.

LAWSON, D. E., e ELRICK, D. E. (1972). A New Method for Determining and Interpreting Dispersion Coefficients in Porous Media. Em: *Proceedings Second Symposium on Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, University of Guelph, Guelph, Ontario, 753-777.

LONG, J.C.S., REMER, J.S., WILSON, C.R., e WITHERSPOON, P.A. (1982). Porous Media Equivalents for Networks of Discontinuous Fractures, *Water Resour. Res.*, **18**, 3, 645-658.

LOO, W. W., FRANTZ, K., e HOLZHAUSEN, G. R. (1984). The Application of Telemetry to Large-Scale Horizontal Anisotropy Permeability Determinations by Surface Tiltmeter Survey. *Ground Water Monit. Rev.*, **4**, 4, 124-130.

LOUIS, C. (1974). *Introduction a L'hydraulique des Roches*. Bureau de Recherches Géologiques et Minières, Orleans, France.

LUMLEY, J.L., e PANOFSKY, H.A. (1964). *The Structure of Atmospheric Turbulence*, Wiley Interscience, N.Y.

MAILLET, R. (1947). The Fundamental Equations of Electrical Prospecting, *Geophysics*, **12**, 529-556.

MANTOGLIOU, A., e WILSON, J.L. (1981). The Turning Bands Method for Simulation of Random Fields Using Line Generation by a Spectral Method, *Water Resour. Res.*, **18**, 1379-1384.

MANUPPELLA, G., ROCHA, R., e MARQUES, B. (1984). Cartografia Geológica do Algarve. Em: *3º Congresso do Algarve*, Racial Clube, 693-702, vol. 2.

MARK, D., e ARONSON, P. (1984). Scale-dependent Fractal Dimensions of Topographic Surfaces: An Empirical Investigation, with Applications in Geomorphology and Computer Mapping. *Math. Geol.*, **16**(7), 671-683.

MARLE, C. SIMANDOUX, P., PAESINSKY, J., e GAULIER, C. (1967). Etude du Deplacement de Fluides Miscibles em Milieux Poreux Stratifié, *Rev. Inst. Fr. Pet.*, **22**, 272-294.

MARTIN, J. M. (1971). Deplacements Miscibles dans des Milieux Poreux Naturels de Grande Extension. *Rev. Inst. Fr. Pet.*, **26**, 1065-1075.

MATHERON, G. (1962). *Traité de Géostatistique Appliquée*. Tome 1. Editions Technip, Paris.

MATHERON, G. (1963a). *Traité de Géostatistique Appliquée*. Tome 2. Editions Technip, Paris.

MATHERON, G. (1963b). Principles of Geoestistics. *Econ. Geol.*, **58**, 1246-1266.

MATHERON, G. (1965). *Les Variables Regionalisées et Leur Estimation*. Thèse. Masson et Cie, Paris.

- MATHERON, G. (1967). Composition des Permeabilités en Milieu Poreux Heterogene, Méthode de Shwydler et Régles de Ponderation, *Revue de L'Institut Français du Pétrole*, 443-446.
- MATHERON, G. (1969). *Le Krigeage Universel*. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, Fascicule 1.
- MATHERON, G. (1970). *La Théorie des Variables Régionalisées, et Ses Applications*. Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau. Fascicule 5.
- MATHERON, G. (1971). *La Theorie des F.A.I.G.*. Note Géostatistique N° 117, École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, , N-252.
- MATHERON, G. (1972). *The Turning Bands, A Method for Simulating Random Functions in R^n* . École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau, , N-303.
- MATHERON, G. (1973a). *La Theory des FAI-k*. Note Interne, Centre de Geoestatistique, ENSMP.
- MATHERON, G. (1973b). The Intrinsic Random Functions, and Their Applications. *Adv. Appl. Prob.*, **5**, 439-468.
- MATHERON, G. (1982). *Simulation de FAI-k discrètes*. Note Interne, Centre de Geoestatistique, ENSMP.
- MATHERON, G., e de MARSILY, G. (1980). Is Transport in Porous Media Always Difusive? A Counterexample, *Water Resour. Res.*, **16**, 901-917.
- MATHERON, G., BEUCHER, H., DE FOUQUET, G., e GALLI, A. (1987). Conditional Simulations of the Geometry of Fluvio-Deltaic Reservoirs, Em: *62nd Conference of the Society of Petroleum Engineers, Dallas, Texas*, SPE paper #16753.
- MAZÁC, O., LANDA, I., e SKUTHAN, B. (1978). Information Capacity of Some Geoelectrical Methods to Hydrogeological Surveys, Em: *Proc. 23rd Geophysical Symposium, Varna, Bulgaria*.
- MAZÁC, O., e LANDA, I. (1979). On Determination of Hydraulic Conductivity and Transmissivity of Granular Aquifers by Vertical Electrical Soundings, *J. Geol. Sci.*, **50**, 393-399.
- MAZÁC, O., KELLY, W.E., e LANDA, I. (1985). A Hydrogeophysical Model for Relations Between Electrical and Hydarulic Properties of Aquifers, *Journal of Hydrology*, **79**, 1-19.
- MERCADO, A. (1967). The Spreading Pattern of Infected Water in a Permeability Stratified Aquifer, *IASH Publ. (Symposium of Haifa, Artificial Recarge and Management of Aquifers)*, **72**, 23-36.
- McKENNA, S.A., E POETER, E.P. (1995). Field Example of Data Fusion in Site Characterization, *Water Resour. Res.*, **31**, 12, 3229-3240.
- MILSOM, J. (1989). *Field Geophysics*. Geological Society of London Handbook. Keith Cox (Ed.), John Wiley & Sons, England.

- MUGE, F., RIBEIRO, L., PINA, P., e OLIVEIRA, V. (1997). Morphological Characterization of the Spatial Variability of Hydrostratigraphic Units, Em: *Geostatistics Wollongong '96*, Volume 2, 1134-1145, E.Y., Baafi e N.A. Schofield (Eds.), Kluwer Academic Publishers.
- MUKHOPADHYAY, A. (1995). Distribution of Transmissivity in the Dammam Limestone Formation, Kuwait, *Ground Water*, **33**, 5, 801-805.
- MÜLLER, I. (1982). Rôle de la Prospection Électromagnétique VLF pour la mise en valeur et la Protection des Aquifères Calcaires. *Annales Scientif. de l'Université de Besançon*, 3^m Coll. d'Hydrol. en Pays Calcaire, Besançon, **1**, 219-226.
- MÜLLER, I. (1983). Anisotropic Properties of Rocks Detected with Electromagnetic VLF. Em: *Proceedings International Symposium on Field Measurements in Geomechanics, Zurich, Sept. 5-8*, 273-282.
- MÜLLER, I. (1996). Comunicação Pessoal.
- NAFF, R. L. (1994). An Eulerian Scheme for the Second-order Approximation of Subsurface Transport Moments. *Water Resour. Res.*, **30**, 5, 1439-1455.
- NERETNIEKS, I. (1983). A Note on Fracture Flow Dispersion Mechanisms in the Ground, *Water Resour. Res.*, **19**, 2, 364-370.
- NERETNIEKS, I. (1985). Transport in Fractured Rocks. Em: *17th International Congress on the Hydrology of Rock of Low Permeability*, Intl. Assoc. of Hydrogeol., Tucson, Arizona, U.S.A., Jan. 7-12.
- NEUMAN, S. P. (1975). Analysis of Pumping Test Data From Anisotropic Unconfined Aquifers Considering Delayed Gravity Response. *Water Resour. Res.*, **11**, 2, 329-342.
- NEUMAN, S.P. (1982) Statistical Characterization of Aquifer Heterogeneities: An Overview, *Geological Society of America Special Paper*, **189**, 81-102.
- NEUMAN, S. P. (1990). Universal Scaling of Hydraulic Conductivities and Dispersivities in Geologic Media. *Water Resour. Res.*, **26**, 8, 1749-1758.
- NEUMAN, S. P., e ZHANG, Y., -K. (1990). A Quasi-linear Theory of Non-Fickian Subsurface Dispersion, 1, Theoretical Analysis With Application to Isotropic Media. *Water Resour. Res.*, **26**, 5, 887-902.
- NEUMAN, S. P., WALTER, G. R., BENTLEY, H. W., WARD, J. J., e GONZALEZ, D. D. (1984). Determination of Horizontal Aquifer Anisotropy With Three Wells. *Ground Water*, **22**, 1, 66-72.
- NEUMAN, S. P., WINTER, C. L., e NEUMAN, C. M. (1987). Stochastic Theory of Field-scale Fickian Dispersion in Anisotropic Porous Media. *Water Resour. Res.*, **23**, 3, 453-466.
- NOLTE, D. D., PYRAK-NOLTE, L. J., e COOK, N. G. W. (1989). The Fractal Geometry of Flow Paths in Natural Fractures in Rock and the Approach to Percolation. *PAGEOPH*, **131**, 1/2, 111-138.
- NUNES, L.M., CARVALHO DILL, A. RIBEIRO, L. (1997). Caracterização Geoestatística das Heterogeneidades do Meio Aquífero Envolvente à Lixeira do Escarpão com Base em Dados

Geofísicos, Em: *3º Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Maputo, 15 a 17 de Abril de 1997*, Vol. II.

NRC (1996). *Rock Fractures and Fluid Flow, - Contemporary Understanding and Applications*, Committee on Fracture Characterization and Fluid Flow *et al.* (Eds.). National Research Council, EVA. National Academic Press, Washington, D.C., E.U.A.

OLIVER, M., e WEBSTER, R. (1986). Semi-variograms for Modelling the Spatial Pattern of Landform and Soil Properties. *Earth Surf. Proc. Landforms*, **11**, 491-504.

PAGE, L.M. (1968). Use of the Electrical Resistivity Method for Investigating Geologic and Hydrologic Conditions in Santa Clara County, CA, *Ground Water*, **6**, 5, 31-40.

PALMER, M. (1988). Fractal Geometry: A Tool for Describing Spatial Patterns of Plant Communities. *Vegetatio*, **75**, 91-102.

PAPADOPULOS, I. S. (1965). Nonsteady Flow to a Well in an Infinite Anisotropic Aquifer. Em: *Proceedings of the Dubrovnik Symposium on Hydrology of Fractured Rocks*, International Association of Scientific Hydrology, Dubrovnik, Yugoslavia, 21-31.

PARK, S.K., DICKEY, S.K. (1989). Accurate Estimation of Conductivity of Water from Geoelectrical Measurements – A New Way to Correct for Clay, *Ground Water*, **27**, 6, 786-792.

PEAUDECERF, P., e SAUTY, J. P. (1978). Application of a Mathematical Model to the Characterization of Dispersion Effects of Groundwater Quality. *Progr. Water Technol.*, **10**, 5/6, 443-454.

PERKINS, T.K., e JOHNSON, O.C. (1963). A Review of Diffusion and Dispersion in Porous Media, *Soc. Petr. Eng. Journal*, **3**, 70-84.

PICKENS, J. F. e GRISAK, G. E. (1981). Scale Dependent Dispersion in a Stratified Granular Aquifer. *Water Resour. Res.*, **17**, 4, 1191-1121.

POLIDORI, L., CHOROWICZ, J., e GUILLANDE, R. (1991). Description of Terrain as a Fractal Surface, and Application to Digital Elevation Model Quality Assessment. *Photogr. Eng. Rem. Sensing*, **57**, 10, 1329-1332.

POWER, W., e TULLIS, T. (1991). Euclidian and Fractal Models for the Description of Rock Surface Roughness. *J. Geophys. Res.*, **96**, B1, 415-424.

PRICKET, T.A., NAYNIK, K.T., e LONGUIST, C.G. (1981). A 'Random-Walk' Solute Transport Model for Selected Groundwater Quality Evaluations, *ISWS/BUL-65/81, Bulletin 65*, State of Illinois, Illinois Dep. Of Energy and Natural Resources.

REHFELDT, K. H., e GELHAR, L. W. (1992). Stochastic Analysis of Dispersion in Unsteady Flow in Heterogeneous Aquifers. *Water Resour. Res.*, **28**, 8, 2085-2099.

RIBEIRO, A., ANTUNES, M.T., FERREIRA, M.P., ROCHA, R.B., SOARES, A.F., ZBYSZEWSKI, G., ALMEIDA, F.M., CARVALHO, D., e MONTEIRO, J.H. (1979). *Introduction à la Géologie Général du Portugal*, Serv. Geol. Port., Lisboa.

RIBEIRO, L. (1992). Funções Aleatórias Intrínsecas de Ordem k. Em: *Introdução à Geoestatística*. Em: *Seminário Nº 3 - Geoestatística and Natural Resources Modelling*, Comett

II Seminars on Characterization and Modeling of Natural Resources. Muge et al. (Eds.) CVRM/IST. Portugal.

RIBEIRO, L., PINA, P., e MUGE, F. (1997). Contribution of Indicator Geostatistics and Mathematical Morphology to the Characterization of Aquifer Heterogeneities in the Vicinities of Waste Disposal Sites, Em: *Engineering Geology and the Environment*, Marinou, Koukis, Tsiambaos & Stournaras (Eds.), Balkema.

RIPLEY, B. (1988). *Stochastic Simulation*. John Wiley & Sons, New York.

RITZI Jr., R.W., JAYNE, D.F., ZHRADNIK Jr., A.J., FIELD, A.A., FOGG, G.E. (1994). Geostatistical Modeling of Heterogeneity in Glaciofluvial, Buried-Valley Aquifers, *Ground Water*, **32**, 4, 666-674.

RIVOIRARD, J. (1984). *Le Comportement des Poids de Krigeage*. Thèse de Docteur-Ingénieur. École des Mines, Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau.

RIVOIRARD, J. (1989). *Models With Orthogonal Indicator Residuals*, Proc. 3^d International Geostatistics Congress, Avignon, 5-9 Sept. 1988, Geostatistics, M. Armstrong (Ed.). Kluwer Academic Publ., Dordrecht, Holland.

RIVOIRARD, J. (1990). *Introduction to Disjunctive Kriging and Nonlinear Geostatistics*, Centre de Geostatistique, Ecole des Mines de Paris, 89p.

RIVOIRARD, J. (1993). *Relations Between the Indicators Related to a Regionalized Variable*, Em: Papers from the 4th Congress Troia'92, A. Soares (Ed.), Quantitative Geology and Geostatistics. Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

RIVOIRARD, J. (1994). *Introduction to Disjunctive Kriging and Non-Linear Geostatistics*, Clarendon Press, Oxford University Press.

ROY, A., GRAVEL, G., e GAUTHIER, C. (1987). Measuring the Dimension of Surfaces: A Review and Appraisal of Different Methods. Em: *Proceedings Auto-Carto 8*, 68-77, N. Chrisman (Ed.), Baltimore, Maryland, March 29-April 3.

RUBIN, Y. (1990). Stochastic Modeling of Macrodispersion in Heterogeneous Porous Media. *Water Resour. Res.*, **26**, 1, 133-141.

RUBIN, Y. (1991). Transport in Heterogeneous Porous Media: Prediction and Uncertainty. *Water Resour. Res.*, **27**, 7, 1723-1738.

RUSSO, D. (1993). Stochastic Modeling of Solute Flux in a Heterogeneous Partially Saturated Porous Formation, *Water Resour. Res.*, **29**, 6, 1731-1744.

SCHEIDEGGER, A. E. (1954). Statistical Hydrodynamics in Porous Media. *Journal of Applied Physics*, **25**, 8, 994-1001

SCHEIDEGGER, A. E. (1958). Statistical Approach to Miscible Displacement in Porous Media. *Bull. Canad. Inst. Min. Met.*, 26-30.

SCHEIFMEISTER, M, Th., e BURGER, H. (1995). Merging Quantitative and Qualitative Information as Input to Contaminated Flow Simulation: A Case Study Em: *International Meeting of IAMG, Osaka, October 29 - November 2, 1995*, Abstract Volume for The Technical Programs, 43-45.

- SCHEIFMEISTER, M, Th. (1996). Parameter Estimation for Groundwater Models by Indicator Kriging, Em: *Pre-Print GeoENV96, 1st European Conference on Geostatistics for Environmental Applications, Lisbon, 20-22 November, 1996*.
- SIMMONS, C.S. (1982). A Stochastic-Convective Transport Representation of Dispersion in One-Dimensional Porous Media Systems, *Water Resour. Res.*, **18**, 4, 1193-1214.
- SIMPSON, E. S. (1978). A Note on the Structure of the Dispersion Coefficient. *Geol. Soc. Amer. Abstr. Program*, **10**, 7, 493.
- SMILES, D.E., e PHILIP, J.R. (1978). Solute Transport During Absorption of Water by Soil: Laboratory Studies and Their Practical Implications, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **42**, 537-544.
- SMILES, D.E., PHILIP, J.R., KNIGHT, J.H., e ELRICK, D.E. (1978). Hydrodynamic Dispersion During Absorption of Water by Soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **42**, 229-234.
- SMILES, D.E. e GARDINER, B.N. (1982). Hydrodynamic Dispersion During Unsteady Unsaturated Water Flow in Clay Soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **46**, 9-14.
- SMILES, D.E, PERROUX, K.M., ZEGELIN, S.J., e RAATS, P.R.C. (1981). Hydrodynamic Dispersion During Constant Rate Adsorption of Water by Soil, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **45**, 453-458.
- SMINCHACK, J.R., DOMINIC, D.F., e RITZI Jr., R.W. (1996). Indicator Geostatistical Analysis of Sand Interconnections Within a Till, *Ground Water*, **34**, 6, 1125-1131.
- SMITH, L., e FREEZE, R.A. (1979a). Stochastic Analysis of Steady State Groundwater in a Bounded Domain, 1, One-dimensional Simulations, *Water Resour. Res.*, **15**, 3, 521-528.
- SMITH, L., e FREEZE, R.A. (1979b). Stochastic Analysis of Steady State Groundwater in a Bounded Domain, 2, Two-dimensional Simulations, *Water Resour. Res.*, **15**, 6, 1543-1559.
- SMITH, L., e SCHWARTZ, F. W. (1980). Mass Transport, 1, A Stochastic Analysis of Macroscopic Dispersion. *Water Resour. Res.*, **16**, 2, 303-313.
- SMOLUCHOWSKI, M. V. (1906). ... *Ann Physik*, **21**, 756-.
- SNOW, D.T. (1969). Anisotropic Permeability of Fractured Media, *Water Resour. Res.*, **5**, 6, 1273-1289.
- SÖDERSTRÖM, T. (1994). *Discrete-Time Stochastic Systems, Estimation & Control*, Prentice Hall, Great Britain.
- SPOSITO, G., JURY, W.A., e GUPTA, V.K. (1986). Fundamental Problems in the Stochastic Convection-Dispersion Model of Solute Transport in Aquifers and Field Soils, *Water Resour. Res.*, **22**, 1, 77-88.
- SRI NIVAS, e SINGHAL, D.C. (1981). Estimation of aquifer Transmissivity from Dar-Zarrouk Parameters in Porous Media, *Journal of Hydrology*, **50**, 393-399.
- SRI NIVAS, e SINGHAL, D.C. (1985). Aquifer Transmissivity of Porous Media from Resistivity Data, *Journal of Hydrology*, **82**, 143-153.

- SRIVASTAVA, R. M. (1987). *A Non-ergodic Framework for Variograms and Covariance Functions*. Thesis Submitted for the Degree of Master of Sciences. Stanford University.
- STALLMAN, R. (1972). Subsurface Waste Storage - The Earth Scientist's Dilemma. *Amer. Ass. Petrol. Geol. Mem.*, **18**, 6-10.
- STRELTSOVA, T.V. (1976). Hydrodynamics of Groundwater Flow in Fractured Formations, *Water Resour. Res.*, **12**, 3, 405-414.
- SUDICKY, E. A., CHERRY, J. A., e FRIND, E. O. (1983). Migration of Contaminants in Groundwater at a Landfill, 4, A Natural-gradient Dispersion Test. *J. Hydrol.*, **63**, 1/2, 81-108.
- SUDICKY, E. A., e CHERRY, J. A. (1979). Field Observations of Tracer Dispersion Under natural Flow Conditions in an Unconfined Sandy Aquifer. *Water Pollut. Res. Can.*, **14**, 1-17.
- SUN, N-Z. (1994). *Inverse Problems in Groundwater Modeling*, Kluwer Publishers, The Netherlands.
- TAYLOR, G.I. (1921). Diffusion by Continuous Movements, *Proc. London Math. Soc.*, **2**, 20, 196-211.
- TAYLOR, G. I. (1953). Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly Through a Tube. *Proc. Roy. Soc. A*, **219**, 1137, 186-203.
- THEIS, C. V. (1967). Aquifers and Models. Em: *Proceedings, National Symposium of Groundwater Hydrology*, American Water Resources Association, Urbana, Illinois, 138-148.
- THIERRIN, J., e MÜLLER, I. (1988). La Méthode RMT-Résistivité Multifréquence, Un Exemple d'Exploration Hydrogéologique dans un Synclinal Crétacé à la Brévine. *Annales Scientif. de l'Université de Besançon, 4em Coll. Hydrol. en Pays Calcaire et en Milieu Fissuré, Besançon, 29/9 - 1/10*, **6**, 17-24.
- TURBERG, A. (1991a). Quelques Observations sur la Prospection Électromagnétique RMT-R en Milieu Fissuré, *Bull. Centre d'Hydrogeol. Neuchâtel*, **10**, 11-26.
- TURBERG, A. (1991b). Modes d'Utilization de la Prospection Géophysique du Milieu Karstique par Électromagnétique RMT-R (12-240 kHz), *Bull. Centre d'Hydrogeol. Neuchâtel*, **10**, 27-33.
- TURBERG, P. (1993). *Apport de la Cartographie Radiomagnetotellurique à l'hydrogéologie des Milieux Fractures*. These pour présentée pour l'obtention du grade de Docteurs Sciences. Faculté des Sciences de l'Université de Neuchâtel.
- TURBERG, P., MÜLLER, I. (1992). La Méthode Inductive VLF-EM pour la Prospection Hydrogéologique en Continu du Milieu Fissuré, *Annales Scientifiques de l'Université de Besançon, Geologie, Memoire Hors Serie, N° 11: Cinquieme Colloque d'Hydrologie en Pays Calcaire, Neuchâtel, 16, 17, 18 Octobre, 1992*, 207-214.
- URISH, D.W. (1981) . Electrical Resistivity-Hydraulic Conductivity Relationships in Glacial Outwash aquifers, *Water Resour. Res.*, **17**, 3, 1401-1408.
- WARREN, J. E., e PRICE, F. F. (1961). Flow in Heterogeneous Porous Media. *Soc. Petrol. Eng. J.*, **1**, 153-169.

- WARREN, J. E., e SKIBA, F. F. (1964). Macroscopic Dispersion. *Trans. Amer. Inst. Min. Metal. Petrol. Eng.*, **231**, 215-230.
- WATSON, K.K., e JONES, M.J. (1982). Hydrodynamic Dispersion in a Fine Sand, 1, The constant concentration Case, *Water Resour. Res.*, **18**, 91-100.
- WAY, S. C. e McKEE, C. R. (1982). In-situ Determination of Three-dimensional Aquifer Permeabilities. *Ground Water*, **20**, 5, 594-603.
- WEEKS, E. P. (1969). Determining the Ratio of Horizontal to Vertical Permeability by Aquifer-test Analysis. *Water Resour. Res.*, **5**, 1, 196-214.
- WEN, X., -H., e KUNG, C.S. (1993). Stochastic Simulation of Solute Transport in Heterogenous Formations: A Comparison of Parametric and Non-Parametric Geostatistical Approaches, *Ground Water*, **31**, 6, 953-965.
- WINTER, C.L., NEWMAN, C.M., NEUMAN, S.P. (1984). A Perturbation Expansion for Diffusion in a Random Velocity Field, *SIAM J. Appl. Math.*, **44**, 2, 411-424.
- WONG, P. -Z. (1988). The Statistical Physics of Sedimentary Rock. *Physics Today*, **December**, 24-32.
- YULE, D.F., e GARDNER, W.R. (1978). Longitudinal and Transvers Dispersion Coefficients in Unsaturated Plainfield Sand, *Water Resour. Res.*, **14**, 582-588.
- YEH, G. T. (1985). Comparisons of Successive Iteration and Direct Methods to Solve Finite Element Equations of Aquifer Contaminant Transport. *Water Resour. Res.*, **21**, 3, 272-280.
- YEH, W.,W-G. (1986). Review of parameter Identification Procedures in Groundwater Hydrology: The Inverse Problem, *Water Resour. Res.*, **22**(2), 95-108.
- ZIMMERMAN, D.A., e WILSON, J.L (1990). *Description of and User's Manual for TUBA: A Comp. Code for Generating Two-Dimensional Random Fields Via the Turning Band Method*, SEASOFT, Albuquerque, NM.
- ZOHDY, A.A.R. (1965). The Auxiliary Point method of Electrical Sounding Interpretation and Its Relationship to Dar Zarrouk Parameters, *Geophysics*, **30**, 4, 644-660.
- ZOHDY, A.A.R.(1969). The Use of Schlumberger and Equatorial Soundings in Groundwater Investigations Near El Paso, Texas, *Geophysics*, **34**, 713-728.
- ZOHDY, A.A.R., EATON, G.P., e MABEG, D.R. (1974). *Application of Surface Geophysics to Groundwater Investigations. Techniques of Water Resources Investigation*, U.S. Geol. Surv..