

Resumo

Este estudo é de índole eminentemente teórica e propõe-se fazer uma análise interpretativa das trajectórias pedagógicas e epistemológicas que têm vindo a ser percorridas, na educação matemática, no âmbito da introdução da modelação matemática nos currículos e nas práticas lectivas em dois países de língua portuguesa, Portugal e Brasil.

Apresenta-se uma perspectiva histórica das tendências curriculares internacionais e examina-se o lugar e o papel que é dado à relação entre a Matemática e a realidade no ensino e aprendizagem da Matemática e faz-se uma síntese de um conjunto de perspectivas actuais sobre a inclusão da modelação matemática no ensino.

A partir da revisão de trabalhos de autores portugueses de referência e de autores brasileiros igualmente preponderantes nesta área, dá-se a conhecer um conjunto de projectos e de direcções que têm vindo a ser preconizadas nos dois países. Reconhecem-se, em cada um dos dois países considerados, as características próprias de cada um dos movimentos em sintonia com os respectivos contextos socioculturais.

O estudo é complementado com a procura de evidências provenientes das visões académicas de quatro peritos (dois portugueses e dois brasileiros) acerca da integração da modelação matemática no ensino da Matemática. Estes investigadores foram entrevistados, através de entrevistas estruturadas e a análise de conteúdo dos seus testemunhos foi efectuada.

Com base nos dados obtidos nas quatro entrevistas, foi possível concluir que as tendências actuais em Portugal e no Brasil têm diferenças significativas, parecendo ser mais assertiva a defesa da modelação matemática no Brasil, enquanto metodologia de ensino e enquanto via de desenvolvimento do currículo e facilitadora das aprendizagens dos alunos nos ensinos básico, secundário e superior. No caso português, a modelação matemática tende a ser mais facilmente enquadrada no ensino secundário e superior, sendo pensada como uma componente curricular importante mas não tanto como uma metodologia ou orientação curricular de fundo.

Palavras-chave: Modelação Matemática, Educação Matemática, Portugal, Brasil, Metodologias de Ensino.

Abstract

This study is theoretical in nature and intends to make an interpretative analysis of the pedagogical and epistemological trajectories that have been covered in mathematics education, regarding the introduction of mathematical modelling in the curriculum and teaching practices of two Portuguese language speakers, Portugal and Brazil.

It presents a historical perspective of international curriculum trends and examines the place and role that is given to the relationship between mathematics and reality in mathematics teaching and learning, offering a synthesis of current perspectives on the inclusion of mathematical modelling in teaching.

From the review of works by Portuguese renowned authors and Brazilian authors also prevalent in this area, a number of projects and directions that have been recommended in each of the countries are presented. The characteristics of each of the movements in line with the sociocultural contexts of the considered countries are recognised.

The study is complemented by seeking evidence from the academic views of four experts (two and two Brazilian Portuguese) on the integration of mathematical modelling in mathematics education. These researchers were interviewed, using structured interviews and content analysis of their statements was performed.

Based on the data obtained from the interviews, it was concluded that current trends in Portugal and Brazil have significant differences, appearing to be more assertive the arguments in favour of mathematical modelling in Brazil, as a methodology, as a way of teaching and curriculum development trend and as a facilitator of students' learning in primary, secondary and higher education. In the Portuguese case, mathematical modelling tends to be more easily framed in secondary and higher education, being thought of as an important curricular component but not as much as a methodology or a curricular background.

Keywords: Mathematical Modelling, Mathematics Education, Portugal, Brazil, Teaching Methods.

Índice

Resumo	i
Abstract.....	ii
Índice	iii
Capítulo 1	1
Apresentação do Estudo	1
1.1. Motivos que conduziram ao estudo	1
1.2. Pertinência do estudo	3
1.3. Formulação do objectivo e questões de investigação	9
1.4. Organização do estudo.....	10
Capítulo 2	11
Fundamentação Teórica	11
2.1. Do ensino da Matemática à Educação Matemática	11
2.2. A resolução de problemas na Educação Matemática.....	17
2.3. O ensino/aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas ...	20
2.4. A investigação sobre resolução de problemas de Matemática.....	26
2.5. A resolução de problemas e a matematização da realidade	27
2.6. O aparecimento da modelação matemática na Educação Matemática	29
2.7. O trabalho de projecto: a construção colectiva do conhecimento	39
2.8. A modelação matemática no ensino em Portugal e no Brasil.....	51
Capítulo 3	59
Aspectos Metodológicos	59
3.1. Os entrevistados e informantes do estudo.....	60
3.2. A recolha de dados.....	65
Capítulo 4	67
Depoimentos de Investigadores: Portugal e Brasil	67

4.1. Entrevista a João Pedro da Ponte (Portugal).....	67
4.2. Entrevista a Jaime Carvalho e Silva (Portugal)	72
4.3. Entrevista a Salett Biembengut (Brasil).....	78
4.4. Entrevista a Jussara de Loiola Araújo (Brasil)	92
Capítulo 5	99
Considerações Finais	99
Referências	105
Anexos.....	117

Capítulo 1

Apresentação do Estudo

Neste capítulo expõem-se as razões que motivaram a realização do estudo; contextualiza-se a sua importância, de acordo com as novas orientações curriculares, e formulam-se o seu principal objectivo e questões de investigação; por fim, apresenta-se uma visão global da sua estrutura organizativa.

1.1. Motivos que conduziram ao estudo

Como professor de Matemática, tenho vindo a constatar, de há uns anos para cá, que a Escola tem pouco significado para muitos dos alunos que são obrigados a frequentá-la. Eles sentem que a Escola não os prepara para a vida, manifestando este descontentamento ao interrogarem-se frequentemente sobre o porquê de estudar determinado conteúdo e da sua utilidade para as suas vidas futuras. A Escola e as demais realidades em que os alunos vivem e interagem são encaradas como dois mundos distintos.

Reflectindo sobre o insucesso de uma tão grande percentagem de alunos que passam pela Escola, sem retirarem os benefícios que a sociedade espera e o sistema educativo pressupõe, muitas vezes terminando no abandono da escolaridade obrigatória, muitas e complexas questões se levantam. Ocorre, por exemplo, ponderar sobre algumas das medidas em vigor, designadamente no âmbito do Plano Tecnológico, mercê do qual estão a ser disponibilizados computadores portáteis a muitos dos alunos que frequentam

o ensino básico. Partilho a perspectiva de que esta deveria ser uma aposta importante e aliciante e que melhores resultados de aprendizagem poderiam ser alcançados, recorrendo à utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na sala de aula, nomeadamente à utilização pedagógica dos computadores (Amado e Carreira, 2008) e, no caso específico da disciplina de Matemática, colocando a tónica em actividades de modelação matemática.

Desde logo, chamo a atenção para as palavras de Matos (2008):

Pensar a educação matemática implica actualmente incluir uma forte dimensão TIC. Em primeiro lugar porque o mundo social tem uma dimensão tecnológica que a educação matemática precisa de acomodar contribuindo para a compreensão dos modelos matemáticos que sustentam a interacção que as pessoas mantêm em processos numa variedade imensa de actividades sociais. Numa perspectiva progressista da educação, a formação matemática das pessoas passa necessariamente pela análise dos artefactos tecnológicos, das formas do seu uso e dos modelos que estão na base do uso desses artefactos.

Em segundo lugar, os processos matemáticos de exploração, conjectura, experimentação podem ser actualmente sustentados pelo uso de artefactos tecnológicos para além do tradicional papel e lápis ou quadro e giz.... As TIC ... visam transformar e expandir as possibilidades de representação, simulação, cálculo, etc., e abrir novas perspectivas de análise.

Em relação a estas preocupações, em particular no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática, sempre tentei fazer com que a Matemática fosse mais real, mostrando aos alunos – designadamente, ao introduzir novos conceitos na sala de aula – a existência e a utilidade da relação da Matemática com a realidade, de forma a motivá-los, a fomentar-lhes o gosto pela disciplina e a proporcionar-lhes uma aprendizagem mais significativa. No entanto, nem sempre as tentativas que levei a cabo foram coroadas de sucesso, daí sentir a necessidade de aprofundar o meu conhecimento sobre as perspectivas de integração de problemas de modelação matemática na sala de aula e de analisar de forma metódica o que tem sido produzido nesta área.

A opção de realizar este estudo baseou-se essencialmente em motivações pessoais. Teve como vectores impulsionadores: i) o gosto por trabalhar com tecnologias e a procura de uma abordagem da Matemática escolar com mais significado, que leve os alunos a perceber como é que a Matemática tenta explicar os fenómenos reais; ii) a tentativa de perceber os benefícios do trabalho em modelação matemática para as aprendizagens dos alunos e iii) a possibilidade de contactar e discutir com investigadores que têm produzido trabalhos relevantes, relativamente ao ensino e aprendizagem da matemática e, em especial, no âmbito da modelação matemática. Naturalmente, estes vectores impulsionadores interligam-se profundamente, sem envolverem uma relação de ordem entre si.

1.2. Pertinência do estudo

A discussão em torno da competência matemática que os alunos de hoje deverão adquirir e transportar para a sua vida pessoal e profissional e para uma cidadania activa numa sociedade e/ou num mundo cada vez mais matematizado, tem vindo a reunir grande consenso ao nível da comunidade de educação matemática. A reflexão sobre as competências essenciais para todos os alunos requer conhecimento acerca do modo como eles aprendem, razão pela qual ganham crescente importância as investigações em torno do que é e de como se processa a aprendizagem (Abrantes et. al., 1999).

A Matemática, como sabemos, sempre permeou a actividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento e são hoje múltiplos e variados os seus domínios internos, como são múltiplos e variados os domínios externos em que é aplicada (Ponte et. al., 2007). O termo competência matemática deve ser entendido em sentido lato, como um saber em acção que fomenta o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes, através de experiências de aprendizagem adequadas e significativas. Traduz a intenção de dotar os alunos de recursos – saberes culturais, científicos e tecnológicos – para que consigam desocultar a matemática presente em situações diversas, mais familiares ou menos familiares ao aluno, e para compreenderem a realidade. Salienta-se, deste modo, a formação de cidadãos informados, participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a

matemática (ME-DEB, 2001). Ao longo dos três ciclos da educação básica, todos os alunos, para serem matematicamente competentes, devem poder desenvolver de forma gradual e contínua os aspectos gerais que caracterizam a competência matemática (Abrantes et. al., 1999; ME-DEB, 2001). Todavia, os saberes matemáticos básicos que se deseja que façam parte do património de todos os alunos, apesar de virem a ser aplicados na futura vida dos alunos, estão ainda inseridos num âmbito escolar (Matos, 2002).

Para João Pedro da Ponte e seus colaboradores, na letra do novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007):

A Matemática é uma das ciências mais antigas e é igualmente das mais antigas disciplinas escolares, tendo sempre ocupado, ao longo dos tempos, um lugar de relevo no currículo. A Matemática não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objectos e relações abstractas. É, para além disso, uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da acção que realizarmos (p. 2).

Hoje exige-se da escola uma formação sólida em Matemática para todos os alunos: uma formação que permita aos alunos compreender e utilizar a Matemática, desde logo ao longo do percurso escolar de cada um, nas diferentes disciplinas em que ela é necessária, mas igualmente depois da escolaridade, na profissão e na vida pessoal e em sociedade; uma formação que promova nos alunos uma visão adequada da Matemática e da actividade matemática, bem como o reconhecimento do seu contributo para o desenvolvimento científico e tecnológico e da sua importância cultural e social em geral; e, ainda, uma formação que também promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina e a confiança nas suas capacidades pessoais para trabalhar com ela (p. 3).

A compreensão de contextos matematizados ou de aplicações da Matemática a situações reais e o uso competente da matemática em contextos extra-matemáticos não se restringe ao domínio de conhecimento matemático (Keitel, 2004). A resolução de situações problemáticas autênticas – trabalhadas a partir de fenómenos reais – requer capacidades específicas, envolve competências e processos de raciocínio diferenciados que os problemas puramente matemáticos não desenvolvem (Abrantes et. al., 1999; Blum e Niss, 1991).

A Matemática tem-se desenvolvido, quer na resposta a solicitações internas e sobretudo pelo esforço na resolução de problemas que lhe são próprios, quer também, como muitos exemplos da sua história ilustram, na resposta a solicitações de outras ciências e aos problemas que elas colocam. Estas solicitações exteriores têm, em muitos momentos, constituído inspiração e motor do desenvolvimento da Matemática, nuns casos conduzindo à elaboração de modelos para resolver o problema colocado, em outros casos levando mesmo à incorporação, na Matemática, de elementos que lhe são externos. É esta dupla fonte do conhecimento matemático, e a relação de reciprocidade entre a Matemática e as outras ciências, que é frequentemente reconhecida como garantia da sua vitalidade (Ponte et. al., 2007).

A modelação matemática é vista como uma forma privilegiada de resolução de problemas do mundo real (Swetz, 1992; Abrantes, 1993), os quais se distinguem dos problemas puramente matemáticos, tanto do ponto de vista dos papéis e objectivos que têm no ensino-aprendizagem da Matemática, como pelo facto de requererem processos próprios de resolução (Abrantes et. al., 1999; Blum e Niss, 1991).

Os resultados do PISA de 2003 também sugerem que é importante tanto a aquisição de competências básicas na resolução de exercícios simples que requeiram a utilização de algoritmos aprendidos pelos alunos, como a mobilização das suas aprendizagens em situações problemáticas mais próximas da vida real. Sublinham que é absolutamente necessário que os estudantes utilizem, com mais frequência, processos cognitivos de nível mais elevado na resolução de problemas que exijam a utilização simultânea de informação diversa e de conceitos complexos, assim como a avaliação da qualidade da informação fornecida e a produção de argumentação válida. Os mesmos factos voltam a ser apontados no relatório do PISA de 2006.

A ideia de que para aprender Matemática é preciso fazer Matemática tem vindo a reunir consistência ao nível da comunidade de educação matemática. Sublinha-se a

necessidade de que todos os alunos tenham uma formação matemática que vá para além da memorização de conceitos abstractos, da prática de regras e técnicas e da resolução de tarefas rotineiras. Deve-se mostrar aos alunos que fazer matemática é uma actividade humana que lhes permite interpretar, analisar e intervir criticamente na sociedade. Neste sentido, os alunos durante a sua aprendizagem da Matemática devem usufruir de oportunidades para realizarem actividades matemáticas em vez de tomarem apenas contacto com produtos já feitos ou acabados (NCTM, 1991).

A matemática é interessante, *a priori*, na medida em que estimula as nossas faculdades de raciocínio e de invenção. Mas nada se aprenderá sobre raciocínio ou invenção se a motivação e a finalidade permanecer incompreensível, ou seja, se for dado o elemento auxiliar – a receita – que leva de imediato à solução do problema (Polya, 1945).

Actualmente, ainda persiste nos alunos a ideia de que a Matemática já está totalmente inventada e que não há lugar a qualquer contribuição por parte deles (Gravemeijer, 2005). Ora, a atribuição de um espaço curricular à modelação será uma forma de contemplar uma componente essencial do processo de criação matemática, tal como sucede com a resolução de problemas (Blum e Niss 1991; Ormell, 1991). Desta forma, devemos levar os alunos a desenvolver um raciocínio mais alargado, a ver a Matemática como actividade – que se traduz na matematização – e como modo de pensar, em termos de interagir e trocar ideias provenientes da discussão, da justificação e da argumentação.

Vários documentos de índole curricular, como as “Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (1994)”, “Renovação do Currículo de Matemática (APM, 1988)” e “Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000)”, reforçam estas perspectivas, ao darem ênfase à importância de os alunos aprenderem Matemática com compreensão. A norma relativa à Representação (NCTM, 2000), em relação aos alunos do ensino médio (níveis 6-8), refere que eles devem ter oportunidades para usar os seus repertórios de representações matemáticas para resolverem problemas significantes que envolvam modelação de fenómenos físicos, sociais, ou matemáticos. Para os anos de escolaridade 9-12, o NCTM (1991, p. 163) afirma que o currículo de matemática deve incluir o aperfeiçoamento e extensão de problemas matemáticos de modo a que todos os alunos “(...) apliquem estratégias integradas para resolver problemas, quer no interior da Matemática, quer em áreas que lhe são exteriores;

reconheçam e formulem problemas a partir de situações internas e externas à matemática; apliquem o processo de modelação matemática a situações problemáticas do mundo real”. Recomenda, ainda, o estudo das conexões e interações entre os vários temas matemáticos e entre estes e as suas aplicações.

Segundo Ormell (1991), é preciso ter-se uma visão global da Matemática, enquanto Ciência, como um instrumento de modelação, e uma visão da disciplina escolar de Matemática que dê realce às aplicações e, principalmente, como disciplina exploratória que dê relevo à modelação.

Tendo em conta estas perspectivas, a modelação matemática poderá ser vista como um tipo de experiência de aprendizagem que fornece contextos propícios a que os alunos aprendam conceitos e desenvolvam competências na realização da sua atividade matemática e, deste modo, sai realçada a necessidade de a integrar gradualmente e de forma moderada, em todos os currículos e aulas de Matemática.

Porém, hoje em dia, continua a existir um desfasamento entre as práticas lectivas usuais e os ideais educacionais ou inovações do currículo, dado que continua a ser bastante rara a realização de autênticas actividades de modelação nas aulas de Matemática (Blum, 2002). Por um lado, há uma aplicação directa de modelos matemáticos, estandardizados, já desenvolvidos para situações reais com conteúdos matemáticos. Por outro lado, há um despir de problemas puramente matemáticos escritos com palavras de outra disciplina ou da vida quotidiana. Estes problemas de palavras – *word problems* – são muitas vezes contextos artificiais que disfarçam problemas puramente matemáticos e que dão uma imagem distorcida da realidade; são usados habitualmente para servir os desígnios do ensino, tornando-se nos problemas escolares clássicos. Como consequência, ao resolvê-los, os alunos obtêm respostas matemáticas desadequadas, sem correspondência com a realidade (Abrantes, 1992; Blum e Niss, 1991; Canavarro, 2005; Niss, 1992). Em síntese, as tarefas de modelação devem auxiliar o processo de ensino e aprendizagem e não apenas servir para justificar o conteúdo que se está a ensinar.

Nos currículos, indubitavelmente, deve constar o papel dos problemas da realidade, a relação entre sistemas matemáticos e situações da realidade, o desenvolvimento de competências básicas e de capacidades superiores de pensamento, os conhecimentos num dado domínio e os processos de raciocínio. No entanto, deve ter-se em consideração que saber Matemática e saber usá-la adequadamente são duas coisas

diferentes, nomeadamente perante uma situação da realidade (Abrantes, 1994; Abrantes et. al., 1997; Swetz, 1992).

Com o novo Programa de Matemática para o ensino básico (Ponte et. al., 2007), pretende-se que sejam integradas muitas das recomendações da comunidade de educação matemática, a nível nacional e internacional, sublinhando-se, em particular, a relação da Matemática com situações da realidade.

São apontados para o ensino desta disciplina, nos três ciclos da escolaridade básica, diversos objetivos gerais. Destacarei aqui a resolução de problemas e as conexões matemáticas:

Os alunos devem ser capazes de *resolver problemas*. Isto é, devem ser capazes de:

- Compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
- Apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;
- Monitorizar o seu trabalho e reflectir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;
- Formular problemas.

Os alunos devem ser capazes de *estabelecer conexões* entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas. Isto é, devem ser capazes de:

- Identificar e usar conexões entre ideias matemáticas;
- Compreender como as ideias matemáticas se inter-relacionam, constituindo um todo;
- Reconhecer e aplicar ideias matemáticas em contextos não matemáticos, construindo modelos matemáticos simples.

Quando se analisam as indicações apresentadas no novo Programa de Matemática para o ensino básico, verifica-se que os computadores e os devidos programas informáticos têm que fazer parte dos materiais necessários à realização das aulas de Matemática. Também a modelação matemática, embora já seja defendida há muitos anos, parece agora ser plenamente reconhecida.

Carreira (1992) e Keitel (1993) recomendaram, para futuras investigações, experiências de inovação curricular com a modelação matemática, onde as ligações entre a Matemática e o mundo real constituíssem uma das linhas de força da

organização curricular. Sublinharam que se deveriam fomentar experiências que implicassem actividades de aplicação e modelação, de modo a ajuizar das suas potencialidades no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Em particular, referiram as actividades de modelação que recorrem à recolha directa de dados com tecnologias, pois poderão desempenhar um importante papel no currículo, nomeadamente porque aumentam as possibilidades de se valorizar, na prática educativa, uma dimensão interpretativa da Matemática na sua relação com o mundo. Descrições e explicações matemáticas da realidade existente criam uma nova realidade – os modelos matemáticos transformam-se em realidade, passam a ser reais, estabelecem e institucionalizam uma nova forma de realidade (Keitel, 2004).

1.3. Formulação do objectivo e questões de investigação

O presente estudo tem por principal objectivo compreender as potencialidades que são atribuídas às tarefas de modelação na aprendizagem matemática dos alunos, tendo em conta resultados da investigação produzida neste domínio e considerando diferentes perspectivas teóricas mas, sobretudo, dando primazia ao testemunho de investigadores reconhecidos de países de Língua Portuguesa (Portugal e Brasil), nesta área da Educação Matemática, a propósito da investigação que desenvolvem.

A problemática do estudo é ancorada por uma revisão de literatura que deixa perceber percursos e evoluções diferenciados, em Portugal e no Brasil, no âmbito da implementação de actividades de modelação matemática (dita modelagem matemática, no Brasil) no ensino e aprendizagem da Matemática. Tratando-se, como é evidente, de países com culturas, histórias e enquadramentos sócio-económicos bem distintos, não deixa de ser importante notar afinidades visíveis entre ambos, desde logo, a demanda pela alfabetização e pelo acesso à educação de camadas significativas de indivíduos, nos últimos cinquenta anos.

Assim, serão definidas as seguintes questões orientadoras do estudo:

- i) Como se caracterizam os trajectos da prática e da investigação sobre a implementação de actividades de modelação no ensino da Matemática, em Portugal?

- ii) Como se caracterizam os trajectos da prática e da investigação sobre a implementação de actividades de modelação no ensino da Matemática, no Brasil?
- iii) Quais são, na perspectiva de investigadores em educação matemática, os avanços teóricos e resultados alcançados neste domínio de investigação, incluindo a questão do recurso à tecnologia em actividades de modelação?

1.4. Organização do estudo

O presente estudo, divide-se em quatro capítulos.

No capítulo dois é feita uma revisão de literatura, em que são explicitadas e discutidas as principais referências teóricas sobre o tema central deste estudo: a modelação no processo ensino-aprendizagem da Matemática. Neste capítulo, são ainda apresentadas as perspectivas mais salientes acerca da modelação matemática no ensino, em Portugal e no Brasil.

No capítulo três é apresentada a justificação dos procedimentos metodológicos relativos à análise de conteúdo de dados recolhidos através de entrevistas. Este capítulo contém os dados provenientes das entrevistas estruturadas realizadas a quatro peritos (dois Portugueses e dois Brasileiros) e desenvolve a sua análise.

No capítulo quatro sintetizam-se as ideias fundamentais que emergem dos depoimentos coligidos por investigadores na área da modelação matemática em educação, dos dois países considerados, no momento actual.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1. Do ensino da Matemática à Educação Matemática

A preocupação com o ensino e a aprendizagem da Matemática tornou-se bem evidente a partir da década de 1970, um pouco por todo o mundo, com o declínio da chamada Matemática Moderna.

O Movimento da Matemática Moderna – MMM pretendia solucionar os problemas do ensino e da aprendizagem da Matemática, centrando-se numa visão da Matemática voltada para o seu interior e para a sua forma mais estruturada e académica, ou seja, tomando as estruturas matemáticas como o cerne da abordagem dos tópicos matemáticos. Dessa forma, segundo Wielewski (2008) as propostas veiculadas pelo MMM inseriram no currículo conteúdos matemáticos que até então não faziam parte do programa escolar como, por exemplo, estruturas algébricas, teoria de conjuntos, topologia e transformações geométricas.

O ideário que defendia a modernização da matemática escolar constituiu o fundamento básico para o desenvolvimento desse ensino. Assim, não havia uma nítida preocupação com o sujeito que aprende. Este era considerado numa perspectiva passiva ou reactiva e não como possível construtor dos seus conhecimentos. A visão de conhecimento que era assim predominante pode ser epistemologicamente caracterizada como uma cópia dos modos de trabalho da comunidade dos matemáticos.

Um dos principais efeitos desta perspectiva consistiu na implementação de um ensino fortemente centrado na memorização e na mecanização. Assim, começou a assumir-se como importante a reprodução de demonstrações de teoremas geométricos e a resolução de listas exaustivas de exercícios algébricos, segundo o paradigma do célebre professor Palma Fernandes (Ponte, 2002). Em qualquer caso, os resultados

desse ensino no desempenho dos alunos mostraram-se muito aquém do desejado, como relatam diversos artigos da época. Este foi certamente um dos principais motivos que levou a críticas crescentes ao MMM. No caso português, há a assinalar o papel de matemáticos como Bento Caraça e Sebastião e Silva na abertura a novas visões do ensino da Matemática. Bento Caraça, então coordenador da Secção Pedagógica da Gazeta de Matemática, procurou questionar a tradição da memorização e mecanização. Criticou de forme veemente o ensino incapaz de promover o espírito crítico dos alunos e deixou-nos importantes reflexões sobre os problemas do ensino da Matemática, as aprendizagens, os métodos e as finalidades, muitas das quais permanecem actuais e oportunas. Portugal foi um dos países que recebeu a influência do MMM, recebendo uma importante contribuição de Sebastião e Silva. Mas ao contrário do que acontecia noutros países, em que se privilegiava exclusivamente a natureza e a primazia da Matemática pura, Sebastião e Silva empenhava-se em mostrar a importância das aplicações da Matemática. Este protagonista no panorama português revelava também uma significativa preocupação com a renovação dos métodos de ensino, criticando o método expositivo tradicional. E uma das suas referências terá sido o trabalho de George Pólya (1945), autor de *How to solve it*, defensor do método heurístico e de descoberta, ainda hoje influente na Didáctica da Matemática contemporânea.

Como reacção aos fracos resultados do movimento da Matemática Moderna, foi-se assistindo a um progressivo regresso aos métodos e conteúdos matemáticos que se praticavam antes da referida reforma, tendo lugar um recuo marcadamente conservador e muito centrado nas capacidades básicas de cálculo. Só a pouco e pouco se começou a desenhar uma efectiva necessidade de mudança nos métodos e conteúdos do ensino da Matemática e é assim que surge, em 1989, o documento *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar*, do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que traz recomendações novas e uma visão segundo a qual os conceitos matemáticos são importantes para a formação de trabalhadores e cidadãos informados num mundo diferente. Isto também reflecte a circunstância de que se foram sucedendo diversas experiências de ensino, com princípios inovadores, sobretudo na parte final dos anos 80. Estas *Normas* constituem pois um documento de base e tiveram grande influência tanto nos Estados Unidos e no Canadá como noutros países (Kilpatrick e Moura, 1999).

O Movimento de Educação Matemática que daí sucedeu, com uma visão diferente da preconizada pelo MMM, venceu a necessidade de considerar outros aspectos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática como, por exemplo, a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os factores sociais e económicos, a língua materna e outros.

Essa mudança de perspectiva prende-se igualmente com os fundamentos epistemológicos adoptados para o desenvolvimento das actividades de ensino e aprendizagem da Matemática e com o progresso da investigação que tem levado à criação do objecto de estudo da Educação Matemática. Importa contudo referir que nem sempre é fácil compreender a natureza da Educação Matemática e as dificuldades começam a partir das variações culturais, como se nota, por exemplo, com o termo da língua inglesa *mathematics educators* que engloba todos aqueles cujo fazer se relaciona com o ensino e aprendizagem da Matemática. Abrange também os professores ou os matemáticos interessados em Educação, conforme assinalado por Rius (1989a). Para esta autora, não há apenas um ponto de vista, existem vários modos de explicar a natureza da disciplina, isto é, cada autor que tenta explicá-la, define-a diferentemente, enfatizando um aspecto particular.

Apesar das diferenças entre os enfoques, é possível, segundo Wain (1978, citado em Rius, 1989a), que todos concordem em considerar a Educação Matemática como uma actividade fundamentada numa variedade de áreas de estudo, cujo objectivo fundamental é a análise da intervenção pedagógica em Matemática.

No esclarecimento da natureza da Educação Matemática, encontra-se desde logo o modelo desenvolvido por Higginson, tal como é apresentado por Rius (1989a). Consiste num tetraedro que corresponde a quatro áreas: Matemática, Psicologia, Sociologia e Filosofia.

Para Higginson, a Educação Matemática pode ser descrita como o modelo cuja imagem seria a de um tetraedro denominado MAPS, no qual M = Matemática, A = Filosofia, P = Psicologia e S = Sociologia. Cada disciplina corresponde a uma face do tetraedro. Estas serão, nesse modelo, as disciplinas necessárias e suficientes para definir a natureza da Educação Matemática e dizem respeito às seguintes perguntas:

- O quê?, dimensão da Matemática;
- Quando? e Como?, dimensão da Psicologia;
- Por quê?, dimensão da Filosofia;

- Quem? e Onde?, dimensão da Sociologia.

Para este autor, podem detectar-se diversas áreas específicas do trabalho académico, as quais são o resultado de diferentes interacções. Por exemplo, a aresta PS representa a zona onde se entrecruzam os interesses da Psicologia e da Sociologia; de forma análoga, MP representa a zona de interesse da Matemática e da Psicologia; e MAP a zona em que confluem os interesses da Matemática, Filosofia e Psicologia.

As arestas, faces e vértices apresentados pelo modelo de Higginson mostram as interacções possíveis entre a Matemática e cada uma das três outras áreas, Filosofia, Psicologia e Sociologia:

- Matemática e Filosofia;
- Matemática e Sociologia;
- Matemática e Psicologia;
- Matemática, Filosofia e Sociologia;
- Matemática, Filosofia e Psicologia;
- Matemática, Psicologia e Sociologia.

Além disso, os grupos, estudos e eventos em Educação Matemática mostram essa interacção a partir dos diversos temas apresentados e tratados, tais como:

- “Matemática para Todos”;
- “Matemática no Currículo Escolar”;
- “Etnomatemática”;
- “Modelação Matemática”.

Nesta perspectiva, é preciso ver a Educação Matemática de um modo que não se identifica totalmente com a visão das Ciências Naturais e Exactas, mas que procura um diálogo com outras áreas do conhecimento, nomeadamente à luz das Ciências Humanas e Sociais.

Para Dionísio Burak e Tiago Emanuel Klüber (2008), a Educação Matemática possui no seu âmbito aquilo que Santos (1989) afirma ser uma espécie de emergência de um novo paradigma, contrário à Ciência Moderna que era unitária. Trata-se de um paradigma que comporta a pluralidade de visões e formas distintas de conhecimento.

Sob o ponto de vista epistemológico, pode-se recorrer ao que Fleck (1986) argumenta sobre a interlocução entre diferentes áreas: o diálogo entre diferentes colectivos de pensamento traz mudanças na compreensão dos conceitos e das teorias

(colectivos de pensamento podem ser caracterizados como colectivos que partilham certas ideias e práticas comuns, estilo de pensamento, na linha do que Amado (2009) e outros autores chamam de Comunidade de Prática). Assim, sob este ponto de vista, a área inicial é a Matemática e a área de interlocução é a Educação. “Portanto, os factos científicos construídos pelos colectivos de pensamento são assimilados e estilizados, ou seja, traduzidos no seu próprio estilo, por outros colectivos de pensamento. Tal tradução implica modificação” (Delizoicov et al., 2002, p. 59).

Além disso, a Educação Matemática, nas últimas décadas, tem-se mostrado extremamente dinâmica e apresenta avanços significativos em relação à sua natureza.

O tetraedro de Higginson, fruto de um momento histórico, conforme dito pelo próprio autor, poderia ficar obsoleto com o passar do tempo. Essa antevisão, de facto, veio a ser confirmada pela incorporação de outras áreas de conhecimento na Educação Matemática, como a Antropologia, a Língua Materna, a História da Matemática, a Epistemologia e outras.

Assim, uma ampliação para o modelo proposto por Higginson, que pudesse expressar a inclusão de novas áreas, poderia ser contemplada por uma forma piramidal, tendo no vértice superior a Matemática e a base de forma pentagonal, hexagonal, heptagonal, etc., constituída pelas áreas incorporadas.

Um outro modelo que pode caracterizar a Educação Matemática propõe uma configuração alternativa que expressa a relação da Matemática com outras áreas da Educação, podendo, mesmo, ser epistemologicamente orientado pelas Ciências Humanas e Sociais, sem nunca desconsiderar o objecto de estudo que é a Matemática. Desta forma, a nova representação da Educação Matemática reflecte uma visão da Matemática como uma das suas componentes e não como “a componente”. A percepção da Matemática como parte do todo, e não como o todo, promove novos enfoques e gera a possibilidade de se estabelecer interacções. Confere, sobretudo, a possibilidade de se tratar a Matemática e o seu ensino e aprendizagem num contexto em que se favorecem as múltiplas interacções entre as áreas que a constituem, as quais, por sua vez, agem e interagem numa relação de reciprocidade.

As formas de representar a Educação Matemática, seja por meio de uma pirâmide ou por meio de uma outra configuração, contêm portanto concepções diferentes sobre a Educação Matemática.

O modelo da pirâmide parece enfatizar a componente Matemática (M), tal como acontece no tetraedro de Higginson. Na outra configuração, a Matemática parece interagir com as diferentes áreas do conhecimento, possibilitando um entendimento de que ela é a ‘adjectivação’, ficando a ‘substantivação’ para a Educação. Ao longo do desenvolvimento da Educação Matemática, os educadores matemáticos têm colocado ênfases nos seus distintos aspectos.

Ao debruçar-se sobre as práticas sociais em Educação Matemática, Miguel (2004, p. 82) afirma:

Só se podem conceber tanto a Matemática, a Educação e a Educação Matemática como práticas sociais, ou seja, atividades realizadas por um conjunto de indivíduos que produzem e não unicamente como um conjunto de conhecimentos produzidos por um indivíduo em suas atividades.

Estas discussões sobre Educação Matemática como uma prática social conduzem a outras, como as que dizem respeito ao método e trazem implicações para a investigação e para o ensino.

O debate acerca do método pode ser esboçado em linhas gerais, de acordo com Rius (1989b), valendo-se de algumas ideias centrais de duas Escolas Filosóficas: 1) o Racionalismo Crítico de Popper e 2) a Teoria Crítica de Adorno e Habermas.

Para a primeira escola, há um método único para o estudo do objecto, seja ele humano ou natural. Para a segunda escola, o método está ligado directa e irrevogavelmente ao objecto de estudo. Portanto, o estudo de cada objecto impõe a adopção de um método capaz de responder mais efectivamente às particularidades desse objecto.

As investigações que herdaram as características essenciais de um desses enfoques herdaram também as suas consequências, muitas vezes subtilmente presentes nas actividades da Educação Matemática.

É necessário que os estudos e as pesquisas em Educação Matemática possam contribuir efectivamente para a melhoria da qualidade das práticas de ensino nas nossas escolas. Os estudos em Educação Matemática têm de ser aproveitados para o desenvolvimento de uma prática educativa coerente pois, segundo Higginson (1980),

não haverá avanços significativos no tratamento do problema das dificuldades surgidas na aprendizagem da Matemática enquanto não se verificar um amplo reconhecimento dos fundamentos da disciplina de Educação Matemática. Portanto, mais investigações devem ser realizadas para que maiores esclarecimentos produzam práticas coerentes e consistentes para a melhoria do ensinar e do aprender Matemática.

Para Higginson, uma visão estreita dos factores que têm influência sobre a disciplina propiciam a ignorância dos seus fundamentos. É o rompimento com esta postura que constitui um dos primeiros desafios para os Educadores Matemáticos.

2.2. A resolução de problemas na Educação Matemática

A evolução da humanidade é fértil em exemplos de resolução de problemas enfrentados pelo ser humano. Desde sempre, a inteligência humana tem sido aplicada à criação de estratégias para sobreviver no planeta que habita e à realização de tentativas para ir ao encontro de outros mundos.

Manter-se vivo, alimentar-se, proteger-se do frio e do calor são alguns exemplos de situações com que a humanidade teve de se confrontar e que constituíram contextos de resolução de problemas ou se preferirmos de situações-problemas. Segundo D'Ambrósio (1986), “tudo o que realizamos se justifica pela possibilidade de que podemos ter uma melhor qualidade de vida”.

A qualidade de vida destacada anteriormente também está associada à melhoria de técnicas que envolvem cálculos matemáticos, hoje imediatamente acessíveis por meio ferramentas tecnológicas, de que se destacam os computadores, que ao usarem programas específicos permitem obter resultados de alta precisão.

Não podemos deixar de mencionar o potencial da Matemática para ajudar na solução dos problemas de base do nosso desenvolvimento, razão pela qual diversos autores sublinham a importância de difundir esta mensagem junto do cidadão comum, sendo urgente “(...) dar conhecimento ao grande público de como vêm sendo empregues os vários milhões investidos em pesquisa matemática, quais as perspectivas da sua aplicação imediata ou mesmo remota para a solução dos problemas básicos dos nossos países e, sobretudo, de que forma estamos contribuindo para a melhoria da

qualidade de vida do nosso povo, parece-me fundamental. (D'Ambrósio, 1986, p. 16-17).

D'Ambrósio também compara os alunos a cientistas, quando refere:

O cientista não é um indivíduo que opera uma certa técnica, mas sim aquele que cria, que oferece novas direcções de ataque à problemática antiga ou nova. O seu treino deve-se limitar, portanto, a um mínimo de informações. O conteúdo da formação do cientista deve ser enormemente reduzido, com relação ao que se faz nas nossas escolas. Ao invés do acúmulo de conteúdo, deve-se dar ênfase ao desenvolvimento de atitude científica em relação a problemas, e de metodologia de coleta de informações que serão úteis, uma vez identificado o problema e definida a forma de atacá-lo (D'Ambrósio, 1986, p. 19).

Assim, podemos afirmar que a evolução humana foi permeada por problemas que envolviam a matemática, buscando melhorar a sua qualidade de vida. Em particular, os modelos matemáticos foram importantes neste processo, como se pode exemplificar com a definição de regras para a nova medição de terra do Rio Nilo, que surgiram da necessidade, em determinado período, após as cheias (Biembengut, 1990).

Ponte et al. (2003) fazem notar que a construção dos teoremas em matemática é um processo de percalços e de avanços e recuos. No entanto, a matemática com que muitas vezes contactamos apresenta-se de uma forma pronta e acabada, organizada de modo lógico e de forma dedutiva. Face a esta dualidade, George Polya, um dos principais autores de referência relativamente ao desenvolvimento da Resolução de Problemas em Matemática, aponta para duas representações da Matemática: i) rigorosa e dedutiva; ii) em construção, experimental e indutiva.

Este último modo de conceber a Matemática é visto por D'Ambrósio (s/d, s/p) como sendo a “(...) busca de explicações e de maneiras de lidar com uma realidade (...) e com os mitos e as estruturas sócio económicas e culturais que daí resultam. Estas duas vertentes têm como consequência posições que muitas vezes se radicalizam na explicação do fazer matemático”.

Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em

Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigações. (Ponte et al., 2003).

O primeiro texto de que se tem registo sobre uma análise sistemática da resolução de problemas de Matemática é o de George Polya, nos Estados Unidos, no famoso livro com o título *How to solve it* (A Arte de Resolver Problemas), em que o autor se baseou nas ideias da heurística (Heurística, Heurética ou “Arsinveniendi” era o nome de um certo ramo de estudo, não bem delimitado, pertencente à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia). O objectivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. A Heurística moderna procura compreender o processo de resolver problemas, particularmente, as operações mentais, típicas desse processo. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atitude por parte de outros devem constituir a base em que assenta a Heurística (Polya, 2006).

Demorou algum tempo para que o livro de Polya (publicado inicialmente em 1944) ganhasse importância no debate sobre a Resolução de Problemas no ensino da Matemática. Mas a partir de 1970, emergiram claras preocupações com o currículo escolar de Matemática, associadas ao interesse pelos testes de capacidades matemáticas (Onuchic, 1999). Onuchic e Allevato (2004) destacam que o NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, nos Estados Unidos, lançou uma proposta como recomendação alternativa à primazia de rotinas de cálculos e regras, publicando o livro *Uma Agenda para a Acção*, cujo foco se centrava na melhoria do ensino da Matemática nos anos 1980.

A primeira dessas recomendações afirma que resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar nos anos oitenta.

O mesmo documento (NCTM, 1980) adverte que:

- o currículo de Matemática deveria ser organizado em torno da resolução de problemas;
- a definição e a linguagem de resolução de problemas em Matemática deveria ser desenvolvida e expandida de modo a incluir uma ampla gama de estratégias, processos e modos de representação que encerrassem o pleno potencial das aplicações matemáticas;
- os professores de Matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a resolução de problemas pudesse prosperar;

- materiais curriculares adequados ao ensino de resolução de problemas deveriam ser desenvolvidos para todos os níveis de escolaridade;
- os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com resolução de problemas, apresentando aplicações em todos os níveis de ensino.

No início da década de 1980, a resolução de problemas emergiu dentro do campo da Educação Matemática, questionando as práticas e propostas que envolviam apenas o domínio de técnicas de cálculo e algoritmos. “Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho, considerando os estudantes como participantes activos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a actividade de resolução de problemas como uma coordenação complexa e simultânea de vários níveis.” (Onuchic e Allevato, 2006, p. 2).

A falta de harmonia entre as diferentes concepções sobre o papel e o lugar da Resolução de Problemas, nos currículos e nas abordagens pedagógicas da época, fez com que não se conseguissem gerar os resultados esperados. Onuchic e Allevato (2004) salientam que Schroeder e Lester (1989) destacam três concepções que ajudam a reflectir sobre essas diferenças no que concerne à finalidade da resolução de problemas no ensino da Matemática:

- 1) como um objectivo, em que se ensina Matemática para resolver problemas;
- 2) como um processo, em que a ênfase está no desempenho e nas estratégias utilizadas pelos alunos;
- 3) como ponto de partida, em que o problema é considerado como um elemento que desencadeia um processo de construção do conhecimento.

2.3. O ensino/aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas

É importante contextualizar a discussão sobre o papel da resolução de problemas no ensino da Matemática, esclarecendo alguns aspectos. Em particular, interessa considerar a questão: há diferenças entre exercício, problema, situação-problema e investigações matemáticas?

Polya (2006) diferencia exercícios de problemas. Um exercício é uma questão que pode ser resolvida com uma técnica conhecida e um problema é uma questão que não está apresentada de maneira a que o aluno consiga responder de imediato. Com isto, alguns “problemas” de livros didáticos, como os que se encontram na secção que aparece como dedicada a propor problemas, são meros exercícios, que não devendo ser postos de parte, não devem em qualquer caso ser os únicos.

Onuchic define problema como:

(...) tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver, pelo que o problema passa a ser um ponto de partida (...), o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória (...)
(Onuchic, 1999, p. 215).

As ideias de Reis e Zuffi acerca de “situação-problema”

Reis e Zuffi (2007), referindo-se a situação-problema, apresentam-na como sendo:

aquela que convide ao pensamento matemático, que seja desafiadora, que envolva a ideia de um obstáculo a ser superado, ou de ideias a serem elucidadas, e que não forneça indicações directas de quais as operações a executar para a sua solução. (Reis e Zuffi 2007, p. 120)

Reis e Zuffi (2007), baseados na investigação que esteve na base da tese de doutoramento de Santos (2000), analisam a sequência de etapas a percorrer durante a Resolução de Problemas numa perspectiva pedagógica. São elas:

1. Consciência da existência do problema: perceber se o aluno está consciente do nível e da situação presente no problema, ou seja, se ele o compreendeu;
2. Supressão dos dados: verificar se o aluno eliminou alguns dados do problema para que possa encontrar a sua solução, ou seja, que não seja tentado a aplicar qualquer operação matemática para ver se encontra a solução do problema;

3. Interesse pela situação problemática abordada: perceber se o aluno aceitou o convite de investigar o problema;

4. Análise qualitativa: refere-se ao acto de interpretar, compreendendo a relação entre os conhecimentos que o aluno possui e as informações presentes no enunciado do problema;

5. Levantamento de hipóteses: destacar os dados que são relevantes, organizar as hipóteses não explicitadas e ter consciência dos conflitos cognitivos que podem surgir;

6. Estratégias de resolução: são as tentativas de solucionar o problema, evitando apenas o “ensaio e erro”, que segundo as autoras, é o que ocorre, na maioria das vezes, nos primeiros esboços realizados pelos alunos na procura de uma solução;

7. Análise de resultados: retornar com a resposta encontrada para verificar a solução encontrada; depurar as respostas, caso necessário, fazendo a adequação das estratégias e refinando-as. O processo deve ser valorizado, especialmente nesta etapa, e não apenas o produto;

8. Fertilidade: a situação-problema ao ser trabalhada pelos alunos pode não corresponder exactamente ao que foi pensado anteriormente pelo professor e, com isto, pode ser geradora de um novo tipo de problema que se aglutine a outros da lista do professor.

Nesta perspectiva, a resolução de problemas alinha-se com algumas das características que compõem uma aula investigativa. Ponte et al. (2003), por seu turno, descrevem uma actividade de investigação matemática, considerando que compreende três fases:

1) o professor convida os alunos para a situação, introduzindo-a; isto pode ser feito de modo oral e/ou escrito;

2) a actividade começa a ser desenvolvida em grupos (podendo começar, também, individualmente, em duplas, em trios, ou com toda a turma, dependendo da actividade);

3) é feita a discussão dos resultados encontrados.

Muitas vezes, encontra-se na discussão teórica, um certo paralelismo entre actividade de investigação e problema aberto. Com efeito, alguns autores distinguem os problemas abertos dos problemas fechados, pelo facto de possuírem ou não uma resposta única e acabada. Ponte et al (2003, p. 23) consideram que:

investigações matemáticas são as situações mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exactamente os mesmos, os pontos de chegada podem ser também diferentes.

Os mesmos autores assinalam quatro processos essenciais na realização de uma investigação matemática:

1) Exploração e formulação de questões: reconhecemos e exploramos a situação-problema, formulando questões;

2) Estabelecimento de conjecturas: os dados são organizados e conjecturas são formuladas, com afirmações criadas sob a forma de hipóteses.

3) Testes e reformulação: são testes realizados com a intenção de verificar se as conjecturas são válidas ou se é possível encontrar um contra-exemplo. As conjecturas também são refinadas.

4) Justificação e avaliação: justifica-se a conjectura estabelecida e avalia-se o processo realizado.

Posso definir as conjecturas como sendo as hipóteses levantadas pelos alunos após algumas questões levantadas pelo professor ou por terem percebido algo que lhes chamou a atenção, como por exemplo, algum tipo de regularidade. Dessa forma, o aluno aceitou o convite para investigar matematicamente algo e, com o levantamento da sua conjectura, relatando o que ‘descobriu’, acaba tendo a oportunidade de justificar para os colegas e para o professor a maneira como pensou (Diniz, 2003, p. 19).

Esses quatro processos essenciais ocorrem numa sequência que não é linear, ou seja, muitas vezes misturam-se, combinam-se e são simultâneos. Isto é um dos traços marcantes na estrutura de uma aula investigativa.

As ideias de Skovsmose e Alrø sobre a correspondência entre actividades matemáticas e os ambientes de aprendizagem

O ambiente de aprendizagem refere-se às condições que os professores colocam e promovem para que determinados tipos de actividades possam ser realizadas.

Assim, a resolução de problemas, o uso de jogos, os materiais concretos e manipuláveis, o uso das tecnologias de informação e comunicação, a aula centrada na exposição de conteúdos, a História da Matemática como recurso didáctico e a Modelação Matemática são algumas das actividades matemáticas que têm uma forte correspondência com certos ambientes de aprendizagem.

No paradigma do exercício, as actividades propostas pelo professor ocorrem de modo que praticamente tudo é controlável, previsto e previsível, seguindo o roteiro: definição, exemplos e exercícios. As questões propostas possuem sempre uma resposta única e geralmente existe um método pré-determinado para resolvê-las.

Um outro ambiente de aprendizagem pode ser associado àquilo a que poderemos chamar de propostas de cenários para investigação, os quais são claramente alternativos ao paradigma do exercício.

A distinção proposta por Skovsmose (2000) e por Alrø e Skovsmose (2006) entre os cenários para investigação e o paradigma do exercício é naturalmente uma elaboração teórica. É razoável admitir que na prática de sala de aula ambos convivam, ou seja, reconhecemos que o professor pode “passear” por ambos.

Skovsmose (2000) aponta os cenários para investigação como sendo uma perspectiva aberta pelo discurso dialógico na aula de Matemática. Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pela formulação da questão “o que acontece se...?”, geralmente levantada pelo professor. A adesão dos alunos a este convite é simbolizada pelo seu assentimento na procura de saber o que acontece se... Dessa forma, os alunos envolvem-se no processo de exploração. O “porquê isto...?”, do professor, representa um outro tipo de desafio e a mobilização dos alunos para a busca de uma resposta indica que eles estão a encarar o desafio e que estão a procurar explicações, isto é, trata-se de um novo ambiente de aprendizagem marcado pelo diálogo e pelo lançamento de questões e desafios a que os alunos se entregam. Nos

cenários para investigação, os alunos são os grandes responsáveis pelo processo (Skovsmose, 2000).

Deste modo, nos cenários para investigação, os alunos também são convidados a levantar questões e a procurar explicações. A partir do envolvimento dos alunos neste processo, o cenário para investigação estabelece-se como um ambiente distintivo de aprendizagem. As informações para a resolução das actividades, neste paradigma, não estão inseridas (necessariamente) no texto da actividade proposta.

Skovsmose (2000) e Alrø e Skovsmose (2006) combinam os paradigmas que determinam os ambientes de aprendizagem com três tipos de referências: matemática pura, semi-realidade e realidade.

A referência à matemática pura ocorre quando as situações-problema são de conteúdos da disciplina de Matemática, entendida em termos formais.

Na referência à semi-realidade, os alunos são convidados a explorarem uma situação fictícia, ou seja, “(...) não se trata de uma realidade que ‘de facto’ observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didáctico” (Skovsmose, 2000, p. 74). Os dados importantes para resolver o problema estão totalmente fornecidos no enunciado. O professor tem que esquecer qualquer tipo de pergunta do aluno que não seja relevante para resolver o problema, encontrando a solução da questão, ou seja, caminhando no sentido de obtenção da resposta considerada correcta.

Já na referência à realidade, as situações-problema têm proveniência em todo o tipo de situações, desde as que têm referência dentro da própria Matemática até às que têm referência em situações do dia-a-dia, isto é, que se podem qualificar de extra-matemáticas. Por exemplo, Blum e Niss (1991) e Blum et al. (2002) definem o termo mundo real como o mundo “não-matemático”. No entanto, esta opção não é unânime; entre muitos outros, Barbosa (2001) destaca o cuidado que se deve ter para não excluir a Matemática do mundo real, porque a Matemática também é uma realidade.

Utilizarei o termo “referência à realidade” com o mesmo significado que Skovsmose (2000) atribuiu e para evitar repetições, usarei como sinónimos os termos “situação real”, “quotidiano” e “realidade”.

Na referência à realidade pode-se incluir a Modelação Matemática – combinação dos cenários para investigação com referência à realidade – uma vez que a Modelação

Matemática é essencialmente uma pesquisa que se desenrola a partir de um tema do quotidiano e que lança mão de ideias e técnicas matemáticas.

2.4. A investigação sobre resolução de problemas de Matemática

Os estudos e as pesquisas em Resolução de Problemas sofreram influências de teorias construtivistas que, em anos recentes, tiveram considerável aceitação na Educação Matemática. Na perspectiva construtivista, o aluno deve ser engajado activamente na construção do conhecimento. Construtivismo e teorias de processamento de informação são teorias mais usadas para se tirar implicações sobre o modo de pensar dos alunos. (Onuchic, 1999, p. 210).

Onuchic e Allevato (2004) apoiam-se em John Van de Walle – um dos partidários da hipótese de que as mais importantes ideias matemáticas, senão todas, podem ser ensinadas através da resolução de problemas – para tratarem aspectos que reflectem uma visão construtivista da aprendizagem em resolução de problemas, destacando o papel activo e reflexivo dos alunos para a produção de conhecimentos e as funções conceptuais e procedimentais das representações matemáticas.

Alrø e Skovsmose (2006) destacam que a aprendizagem é acção, tendo como base da sua análise o papel activo a dar ao aluno. Mas é igualmente fundamental que as intenções do professor estejam presentes na acção, isto é, devem estar claras no contrato didáctico a estabelecer na sala de aula (Medeiros, 2001).

Associada à aprendizagem da Matemática no contexto da Resolução de Problemas está a produção de significados realizada pelos estudantes quando se envolvem activamente no trabalho sobre os problemas (Neto, 2007). Por exemplo, Coelho e Carvalho (2007) investigaram a problematização de significados no decurso da resolução de problemas, numa pesquisa fundamentada nas teorias de Bakhtin. Outro exemplo é o estudo de Carreira (1999) que analisou a produção de significados matemáticos no contexto da resolução de problemas de modelação e aplicação, tendo

por base teorias semióticas e a noção de metáfora conceptual como raiz da construção de um modelo matemático da realidade.

A combinação da Resolução e Problemas com as tecnologias de informação e comunicação tem igualmente crescido, uma vez que o seu uso se coaduna claramente com a abordagem experimental, explorando o feedback e a possibilidade de simulação que os meios informáticos permitem, como a geração rápida de imagens, gráficos, tabelas e expressões algébricas, o que permite explorar, por exemplo, a relação entre as múltiplas representações de funções (Borba e Penteado, 2001; Borba e Villarreal, 2005; Carreira, 2009)

O uso de calculadoras e de computadores tem vindo a ser advogado como particularmente útil e adequado na Resolução de Problemas, uma vez que os alunos podem realizar pesquisas, centrar a sua atenção nos processos de interpretação e no raciocínio, agilizando os cálculos e libertando o pensamento para actividade cognitiva de nível superior (Ponte et al., 1999; Medeiros, 2003).

Há igualmente uma linha de trabalho que sugere a combinação da Resolução de Problemas com a História da Matemática, em particular quando os problemas são propostos de modo semelhante aos que foram vivenciados pelo ser humano em algum momento histórico da sua evolução, como no caso da descoberta de forma de cálculo da altura das pirâmides do Egipto (Mendes, 2006; Brito et al., 2005).

2.5. A resolução de problemas e a matematização da realidade

Hoje a resolução de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações-problemas que envolvem a investigação e exploração de novos conceitos. Esta proposta de integração da resolução de problemas, mais actual do que a ênfase na resolução de problemas por si mesma (típica do movimento do *problem solving*, que teve grande expressão nos anos 1980-1990) visa a construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de experiências com problemas de naturezas diferentes, o aluno interpreta o fenómeno matemático e procura explicá-lo com base na matemática envolvida e que está ao seu alcance. O processo de formalização requer

tempo e surge da necessidade de uma nova forma de comunicação induzida pela procura de meios eficientes de exprimir conceitos e procedimentos matemáticos na comunidade da sala de aula. Nesse processo o aluno envolve-se com o “fazer” matemática no sentido de criar hipóteses e conjecturas e investigá-las a partir da situação-problema proposta.

Actualmente, como se viu, pretende-se que o aluno faça as suas próprias experiências no processo de explorar um determinado contexto de matematização, ou seja, que comece a raciocinar de forma contextualizada até ser capaz de atingir a formalização, passando, em seguida, a uma terceira fase que é muitas vezes designada pela fase da recontextualização ou da aplicação de métodos e ideias a novos problemas.

O trabalho de resolução de problemas com base na utilização de heurísticas, seguindo o modelo de Polya, continua a fazer sentido, mas começam a surgir outras perspectivas sobre a introdução da resolução de problemas no ensino da Matemática.

Por exemplo, é bem visível no momento presente a preocupação de muitos professores e educadores matemáticos em tornar a matemática mais acessível à grande maioria dos alunos, para que possam utilizá-la como um meio de melhor compreender e dominar a realidade. Ponte (2002) afirma, a propósito das finalidades da matemática:

Na minha perspectiva, a matemática deve ter por grande finalidade contribuir para o desenvolvimento dos indivíduos, capacitando-os para uma plena participação na vida social, com destaque para o exercício da cidadania. Para que isso aconteça, os alunos devem ter uma experiência Matemática genuína, lidando com situações e ideias matematicamente ricas e usando conceitos matemáticos na interpretação e modelação de situações da sociedade actual”. (Ponte, 2002, p. 24).

O conceito de matematização, que se pode considerar fulcral numa nova perspectiva de equacionar o papel da resolução de situações-problemas, foi introduzido por Freudenthal, em 1968. Heuvel-Panhuizen (1996) defende que, na medida em que a matemática surgiu a partir da matematização da realidade, aprender matemática deve ter origem em matematizar a “realidade”. Por matematização entende-se o processo pelo qual os alunos se envolvem na reinvenção/construção de conceitos matemáticos formais por meio de estratégias e procedimentos, advindos das suas experiências e

conhecimentos do senso comum (Zulkardi, 1999). Mais tarde, Treffers (1978, citado por Buriasco e Ferreira, 2008) ampliou-o, apresentando a diferenciação entre matematização horizontal e vertical. Na matematização horizontal os alunos são confrontados com ferramentas e ideias matemáticas que podem ajudar a organizar e resolver um problema proveniente de uma situação *da vida real*. Por seu lado, a matematização vertical é o processo de reorganização dos métodos e conceitos matemáticos informais dentro do próprio sistema matemático como, por exemplo, encontrar atalhos e descobrir as ligações entre os conceitos e estratégias, e depois aplicar essas descobertas a novas questões (Treffers, 1978, citado por Buriasco e Ferreira, 2008).

Segundo Freudenthal (1991), porém, os dois conceitos não são totalmente distintos; embora a matematização horizontal envolva a ida do ‘mundo real’ para o ‘mundo dos símbolos’ e a matematização vertical o movimento que se opera no mundo dos símbolos, tal não significa a existência de uma distinção clara entre os dois mundos. Este autor destaca aliás que estas duas formas de matematização têm igual valor.

No entanto, a investigação mostra que alunos que sabem lidar com a matemática envolvida em questões rotineiras puramente matemáticas, revelam alguma dificuldade na interpretação de outro tipo de questões em que é necessário interpretar e compreender o sentido dos problemas (Buriasco e Ferreira, 2008). Uma explicação para esta situação pode residir no facto de a matemática trabalhada na escolas tender normalmente a possibilitar aos alunos mais sucesso nos processos de matematização vertical do que de matematização horizontal (Buriasco e Ferreira, 2008).

2.6. O aparecimento da modelação matemática na Educação Matemática

A preocupação, cada vez mais presente nas comunidades científicas e ecoada nos meios de comunicação social, com o ensino da Matemática, levou ao surgimento de um movimento para a institucionalização da Educação Matemática, como área científica, que se iniciou em 1908, em Bolonha, durante um congresso internacional de matemática, onde teve lugar a criação do International Committee of Mathematical

Instruction (ICMI). Este movimento rapidamente se alargou aos Estados Unidos, Japão e a outros países da Europa, criando várias sociedades de Educação Matemática. A partir de 1968, ultrapassando as fortes resistências às associações matemáticas, surgiram os primeiros Congressos Internacionais de Educação Matemática. Este movimento regista ainda um crescimento significativo em vários países devido a factores que se prendem com a consciência de um papel cada vez mais preponderante que assume a aplicação da matemática em diversos ramos do conhecimento.

O conhecimento matemático tem sido essencial no desenvolvimento social, científico e tecnológico e, como tal têm-se sucedido as reestruturações necessárias para tornar o ensino de matemática mais acessível aos alunos e conduzir a melhores níveis de aproveitamento académico.

Com a finalidade de melhorar a relação entre o ensino e a aprendizagem da matemática têm surgido diversas propostas de onde se destaca a Modelação ou Modelagem Matemática. A modelagem ou modelação matemática é um processo dinâmico que envolve um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de um modelo matemático de uma situação real.

Nas últimas três décadas a modelação matemática na perspectiva do ensino tem merecido a atenção de inúmeros investigadores em diversos países, chegando a ser considerada um poderoso método de ensino da Matemática (Biembengut, 2003). O termo modelação matemática é usado para designar um processo que pretende descrever, formular, modelar e resolver uma situação-problema de uma área do conhecimento ou de um fenómeno da vida real. Desde o início do século XX que se encontram referências, na engenharia e nas ciências económicas a esta metodologia de trabalho. Segundo Pollack (2001), o termo foi usado por Richard Stevens Burington, já em 1949.

Pollack (1979) afirma ter descrito o processo de modelação no seu texto *The interaction between mathematics and other school subjects*, no qual apresenta um panorama sobre as aplicações matemáticas no ensino e detalha o processo de construção de modelos, sem, no entanto, ter feito uso deste termo específico.

O debate sobre modelação e aplicações na Educação Matemática, no cenário internacional, abre-se na década de 1960, com um movimento apelidado de “utilitarista”, centrado na aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para a ciência e a sociedade, que impulsionou a formação de grupos de investigação sobre o

tema. O principal objectivo era perceber “como ensinar matemática de modo útil”, com situações do dia-a-dia significativas para o aluno e não através de aplicações padronizadas, e que favorecesse a habilidade para matematizar e modelar problemas e situações da realidade extra-matemática.

Começou assim a tornar-se evidente que os modelos matemáticos desempenham um papel importante em diversas áreas e ajudam ao aumento de conhecimento em matemática, acrescido pelas oportunidades de abordagem de problemas mais genuínos e complexos que as tecnologias disponíveis podem permitir.

Na Europa, um grupo liderado por Hans Freudenthal denominado IOWO (Holanda) e um outro, coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss (Dinamarca) trabalharam neste sentido, de tal forma que, em 1978, em Roskilde, se realizou um congresso sobre o tema Matemática e Realidade que contribuiu para a consolidação em 1983, do Grupo Internacional de Ensino de Modelação Matemática e Aplicações – ICTMA.

O Grupo de Ensino da Modelação Matemática surge assim, ao lado de outros grupos de investigação presentes nos Congressos de Educação Matemática, desde essa data. O 1.º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), que teve lugar em 1968, constituiu uma grande oportunidade para fortalecer e consolidar diversos grupos da Educação Matemática e para o surgimento de novos grupos de investigação internacionais. De entre os primeiros Grupos que participaram neste Congresso destaca-se efectivamente o ICTMA. Actualmente filiado no International Committee of Mathematical Instruction (ICMI), além de intervir no International Congress of Mathematics Education (ICME), organiza bianualmente uma conferência internacional. Destas conferências internacionais tem resultado, desde o primeiro momento, um conjunto de comunicações criteriosamente seleccionadas por um corpo editorial, que é publicado em livro.

A perspectiva de Gravemeijer e a Educação Matemática Realista

A Educação Matemática Realista (EMR, ou RME em inglês), com as suas origens ligadas à obra de Hans Freudenthal, apresenta três princípios chave:

- a) a reinvenção através da matematização progressiva;

- b) a análise fenomenológica didáctica;
- c) o uso de modelos emergentes.

O princípio da reinvenção, como um caminho possível de aprendizagem da matematização progressiva, exige que seja dada ao aluno oportunidade para reinventar a matemática. Com este propósito, o currículo actua como um terreno de exploração, oferecendo um caminho de tarefas educativas, muitas vezes descrito através da ideia de sequências de tarefas, ao longo das quais o processo de reinvenção pode prosseguir.

Gravemeijer (1998) discute a necessidade de desenvolver problemas contextuais de modo a facilitar o processo de reinvenção – as situações problemáticas do dia-a-dia, os problemas realistas, a História da Matemática podem ser usados como dispositivos heurísticos e desencadear processos informais de solução – sendo importante que se leve em consideração uma grande variedade de processos de solução, incluindo, de preferência, aqueles que indicam um caminho possível de aprendizagem da matematização progressiva.

A “matematização” é uma ideia chave que assume duas vertentes: i) a formação de conceitos a partir de explorações de situações e problemas da realidade (matematização horizontal) e ii) a formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações (matematização vertical).

A abordagem realista procura precisamente ter em conta estas duas vertentes, como indicam Ponte, Matos e Abrantes (1998). A matematização progressiva é uma actividade humana na qual a actividade de matematizar é vista como um processo de organização mediante o qual os elementos de um contexto são transformados em objectos matemáticos e em relações entre eles e, por isso, é consistente com a Filosofia da Matemática desenvolvida por Freudenthal.

O princípio da “análise fenomenologia didáctica” é também uma característica da Educação Matemática Realista que propõe a investigação de situações onde um dado tópico matemático é aplicado, para revelar, não só o tipo de aplicações e de conhecimentos matemáticos envolvidos, que têm de ser antecipados no ensino, como também a conveniência de tais aplicações como pontos de partida para a matematização progressiva.

O princípio do uso de “modelos emergentes” na EMR refere-se ao papel que estes modelos assumem como ponte entre o conhecimento informal dos alunos e a matemática formal. Estes modelos podem ser uma situação, um esquema, uma descrição

ou uma forma de notação e emergem das actividades dos alunos, aspecto essencial que os pode levar a reinventar a matemática. Através deste processo, a EMR propõe que o conhecimento informal dos estudantes se torne matematicamente explícito e elaborado e sirva como um ponto de lançamento para a matemática formal. Gravemeijer (1998) sustenta que esta abordagem para a educação não só apoia a visão da Matemática como uma actividade humana, como permite além disso, ao aluno, construir o seu conhecimento e reforçar a sua capacidade de reflectir. Gravemeijer também afirma que esta abordagem propõe uma ruptura radical com o currículo tradicional.

A perspectiva de D'Ambrósio e a Etnomatemática

Ubiratan D'Ambrósio propõe uma definição de currículo muito abrangente, apresentando-o como uma estratégia de acção educativa.

Ao longo da história, o currículo tem reflectido uma concepção de educação e da sua importância na sociedade, o que é muito diferente da importância académica de cada disciplina. D'Ambrósio (1983) refere-se aos sistemas educacionais como um todo e ao currículo como estratégia de educação. Para este autor, herdámos dos romanos um modelo institucional que prevalece até aos nossos dias, em particular, na educação. O correspondente à educação fundamental ou básica era organizado no mundo romano como o *trivium* (gramática, retórica e dialéctica) e o grande motivador desse currículo era a consolidação do Império Romano. Com a expansão do cristianismo, na Idade Média, surgiram outras necessidades educacionais, que se reflectem nos estudos superiores, organizados como o *quadrivium* (aritmética, música, geometria, astronomia). Em ambos os casos, a organização curricular encontra a sua razão de ser no momento sociocultural e económico de cada época. Os avanços da economia e da ciência, que caracterizaram o pensamento europeu a partir do século XVI, exigiram a procura de novas metas para a educação. A ideia principal foi criar uma escola acessível a todos e que respondesse a uma nova ordem social e económica.

As grandes transformações políticas e económicas que resultaram das revoluções americana e francesa causaram profundas mudanças nos sistemas educacionais. Contudo, o modelo que se impôs parece ter sido o adoptado pelos Estados Unidos para fazer face à fixação de uma população de imigrantes nos territórios conquistados aos

indígenas durante a grande expansão para o Oeste. O modelo americano visa uma escola igual para todos e assenta no currículo básico que ficou conhecido como o modelo dos “três erres” (Reading, wRiting and aRithmetics).

Ler, escrever e contar podem ter sido suficientes durante um período, mas são obviamente insuficientes para a cidadania plena no século em que nos encontramos. Proporcionar aos alunos uma visão crítica da Matemática para que possam viver no mundo actual vai muito além do ler, escrever e contar. Na verdade ler, escrever e contar, na concepção tradicional, é hoje algo obsoleto.

D’Ambrosio advoga então um currículo baseado em Literacia, Materacia e Tecnoracia, que é uma resposta educacional à responsabilidade de proporcionar aos jovens os instrumentos necessários para o futuro e contribuir para a valorização da dignidade humana e defesa da justiça social (D’Ambrósio, 1999).

D’Ambrósio (1999) considera que as palavras Literacia, Materacia e Tecnoracia são pouco utilizadas e apresenta definições destes neologismos:

a) Literacia é a capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui a leitura, a escrita, o cálculo, o diálogo, os media, a internet e outros recursos da vida quotidiana (instrumentos comunicativos);

b) Materacia é a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida quotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real (instrumentos intelectuais);

c) Tecnoracia é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, avaliando as suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas (instrumentos materiais).

A proposta deste autor conjuga-se com a sua visão acerca do conhecimento como conjunto de modos, técnicas e estilos de fazer, de entender e de explicar, acumulados ao longo dos tempos e motivados por sobrevivência e transcendência, num determinado contexto natural e social (D’Ambrósio, 2005). Quando esse conjunto inclui quantificações, contagens, representações, medições, comparações, classificações e inferências, estaremos a falar em “conhecimento matemático”. De acordo com o seu enfoque teórico, o conhecimento matemático depende de um contexto natural e cultural, mítico, religioso, social, económico e político, isto é, o desenvolvimento da Matemática dá-se, em ambientes diferentes, de maneira diferente. Por isso, temos uma matemática ocidental, própria do ambiente cultural/natural, mítico, religioso, social, económico e

político da bacia do Mediterrâneo, e uma Matemática chinesa, e uma Matemática amazónica. E ainda uma matemática de cirurgias cardíacas, que se desenvolveu no ambiente natural e social, isto é, profissional, dos médicos que praticam cirurgia no coração (D'Ambrósio, 2005). O mais correcto será assim, na perspectiva deste estudioso, falarmos de Etnomatemática para deixar bem claro que a Matemática é antes de mais contextualizada. Por isso, alerta para a importância de olhar criteriosamente para os conteúdos matemáticos como parte de uma estratégia mais global da Educação, tendo em vista estimular e facilitar a acção comum na vida em sociedade.

A missão do professor não é ensinar uma disciplina de modo sectário, isto é, para converter os alunos à sua disciplina, mas sim usar a sua disciplina como instrumento para atingir os objectivos maiores da educação. O que deve guiar a acção do professor é subordinar a sua disciplina, ou seja, os conteúdos, aos objectivos maiores da educação, contextualizando-os no espaço e no tempo real e cultural e utilizando as metodologias disponíveis no momento. Ancorar a prática educativa nos objectivos maiores da educação é, essencialmente, responder aos anseios do indivíduo e prepará-lo para a cidadania.

Há dois objectivos simultâneos na educação matemática, coerentes com os objectivos maiores da educação, a saber:

- Identificar talentos e estimular o desenvolvimento de novos matemáticos;
- Estimular o indivíduo a desenvolver a sua criatividade, em qualquer área, e prepará-lo para a cidadania e vida social.

No ensino universitário e na preparação para carreiras científicas, as novas direcções de desenvolvimento da Matemática e os avanços da Ciência são praticamente ignoradas pelos cientistas, senão vejamos o que diz Gromov:

(...) nós, matemáticos, muitas vezes temos pouca ideia sobre o que se está passando em ciência e engenharia (...). Este perigoso desequilíbrio deve ser restaurado trazendo mais ciências para a educação dos matemáticos e expondo os futuros cientistas e engenheiros à matemática central. Isto requer novos currículos e um grande esforço da parte dos matemáticos para trazer as técnicas e ideias matemáticas fundamentais, principalmente aquelas desenvolvidas nas últimas décadas, a uma audiência maior. Necessitamos para isso da criação de uma nova geração de matemáticos

profissionais capazes de transferir entre matemática pura e ciência aplicada. A fertilização cruzada de ideias é crucial para a saúde tanto das ciências quanto da matemática. (Gromov, 1998, p. 846-847).

Quase todos os nossos currículos, em todos os graus de ensino, ignoram os avanços das últimas décadas. Com o falso argumento de que é necessária uma base clássica para se entender o que é novo, tem-se insistido numa pedagogia que se pode chamar “propedêutica”, na qual se está, permanentemente, preparando para estudos seguintes. Seria importante desenvolver uma pedagogia em direcção contrária, parecida com o que os pós-modernistas chamam de “desconstrução” na análise literária, por meio da qual se deixa a mente brincar com pressuposições e intertextualidade.

O grande equívoco educacional que parece estar subjacente ao falhanço da implementação da resolução de problemas prende-se com o facto de se apresentar geralmente uma questão fechada, muitas vezes formulada com base numa situação estranha para o aluno, e para cuja resolução ele deve recorrer ao universo fechado dos seus conhecimentos acumulados e memorizados, relacionando-os somente em função da questão que lhe foi apresentada. O aluno não é convidado a criar durante o processo de resolver um problema; ora a educação de um indivíduo deve desenvolver a sua capacidade criativa.

Uma alternativa a esta modalidade de resolução de problemas pode ser, portanto, a Modelação Matemática que implica de forma evidente a formulação de problemas: uma situação é apresentada ao aluno e ele formula os problemas que identifica nessa situação (Biembengut e Hein, 2003). Como exemplo, uma situação que pode ser apresentada em todos os níveis de escolaridade é fazer o mapa do trajecto de casa para a escola. É difícil pensar noutro exemplo tão simples para trabalhar espaço e tempo, medidas e operações aritméticas, sobretudo com o uso de uma calculadora ou de outros recursos tecnológicos.

O maior desafio parece ser afinal tornar a Matemática em parte do mundo moderno sob pena de esta encontrar o seu fim nos currículos escolares, organizados como elenco de conteúdos hierarquizados pelo desenvolvimento da Matemática ao longo da história e com justificativas inteiramente propedêuticas.

Os objectivos sociais não são reconhecidos e o currículo acaba por repousar na ideia vaga de que “a Matemática é importante no mundo moderno”.

A perspectiva de Blum e Niss e a ênfase no ciclo da modelação

Blum e Niss (1991) constituem uma referência importante na argumentação em torno da importância da modelação matemática e das aplicações nos currículos de Matemática. Propõem o argumento formativo, segundo o qual a modelação pode ser um meio adequado para o desenvolvimento de competências gerais nos alunos, o argumento do desenvolvimento da competência crítica que está relacionado com a formação de cidadãos esclarecidos e intervenientes, o argumento utilitarista, no sentido de buscar situações em que a utilização da Matemática possa ser útil para a resolução de problemas, o argumento da visão da Matemática, defensor da importância de dar aos alunos uma imagem completa e multifacetada da Matemática e, por fim, o argumento psicológico, de acordo com o qual os alunos podem compreender e adquirir conhecimentos matemáticos a partir de actividades de modelação.

Estes autores discutem ainda diferentes possibilidades de integrar a modelação e as aplicações no currículo: i) separando a matemática pura da matemática aplicada, ii) criando compartimentos em que as aplicações surgem depois da introdução formal de métodos matemáticos, iii) criando ilhas de actividades de modelação, iv) estabelecendo uma combinação entre o tratamento de conceitos e a sua utilização em problemas da realidade e v) promovendo a integração, geralmente colocando as situações reais a serem resolvidas antes do ensino formal dos conteúdos matemáticos.

Tanto Niss como Blum fazem uma nítida ligação entre modelação matemática e a aplicação da matemática a problemas reais. Por exemplo, Niss (1989) considera importante e educativa a experiência de aplicação de modelos matemáticos conhecidos a situações novas e o estudo e exploração das propriedades desses mesmos modelos. Esta perspectiva alinha-se com aquilo que muitas vezes é designado por trabalhar sobre um modelo ou explorar um modelo matemático, na óptica da análise das suas propriedades e características, em diálogo com o contexto real e as situações reais em que se aplica.

Mas é sobretudo o ciclo da modelação matemática que ganha centralidade na busca da especificidade do trabalho a realizar em actividades de modelação matemática. Por isso, estes autores e, Werner Blum, em particular, sublinham a distinção entre o mundo matemático e o mundo real no processo de construção e validação de modelos matemáticos.

Assim, a matematização é apenas uma das etapas inerentes ao processo de modelação matemática e é nela que se efectua a transferência entre os aspectos reais de uma dada situação ou fenómeno e as estruturas ou conceitos matemáticos. Mas a necessidade de realizar o movimento inverso torna-se um dos pontos-chave da modelação matemática, isto é, a validação do modelo face aos resultados gerados por este no mundo real. Assim, a modelação matemática requer uma ida e vinda entre estes dois mundos e, como tal, implica pensar com conceitos matemáticos mas igualmente com conceitos que pertencem a outras esferas do saber ou do mundo real. Portanto, a modelação matemática é vista como o processo de tradução entre o mundo real e a Matemática em ambas as direcções.

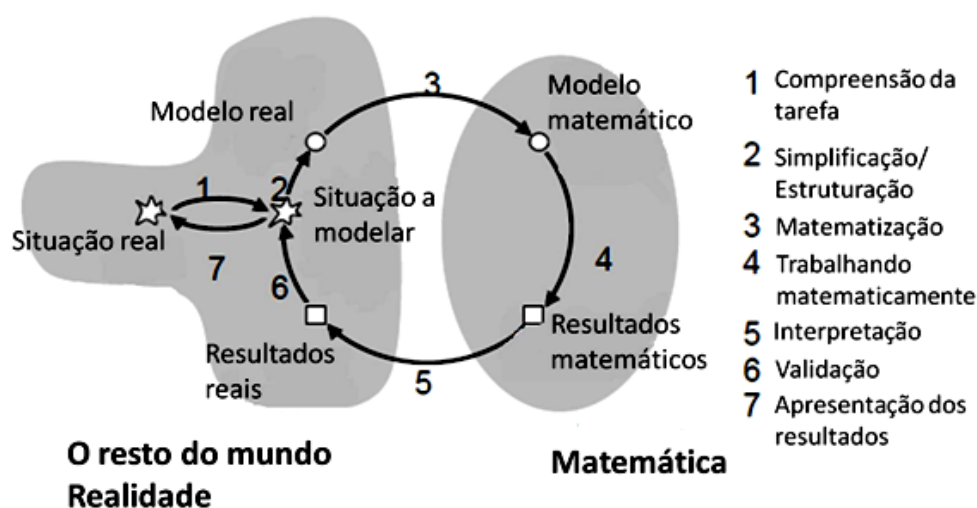


Figura 1. O ciclo da modelação matemática (Blum & Leiss, 2005)

Assim, as verdadeiras tarefas de modelação matemática requerem uma boa dose de trabalho até à construção de um modelo matemático. Não raro, estas tarefas apresentam dificuldade para os alunos pois envolvem uma série de outras competências, como saber interpretar, comunicar, analisar e usar estratégias de resolução de problemas. Blum e outros investigadores que fazem parte do seu núcleo de trabalho notam que muitas das etapas do processo de modelação representam barreiras cognitivas para os alunos e, por isso, estudam em detalhe formas de conhecer esses obstáculos e investigam como é que alunos e professores lidam com os mesmos. A título de exemplo, a primeira etapa do ciclo da modelação pode ser crucial para impedir um processo bem sucedido. De facto, para muitos alunos, a resolução de um problema

real resume-se a extrair os dados numéricos, a ignorar o contexto real, e a fazer cálculos com base num procedimento matemático que lhes seja familiar.

Em suma, a perspectiva de Blum e de outros dos seus seguidores coloca a ênfase na actividade cognitiva envolvida na modelação matemática, apontando a importância de desenvolver nos alunos a capacidade de se moverem eficazmente entre dois mundos (a Matemática e o mundo real) e de aprenderem a relacioná-los de forma eficiente. Por isso, o processo de validação e a razoabilidade das soluções obtidas em problemas da realidade constitui um dos elementos centrais na modelação matemática no contexto educativo.

2.7. O trabalho de projecto: a construção colectiva do conhecimento

O trabalho com projectos representa uma excelente estratégia para propiciar a construção colectiva e a problematização de contextos ligados à vida dos jovens. Através de situações de aprendizagem diversificadas, onde o aluno se depara com diversas situações-problema e com a necessidade de mobilizar diferentes conhecimentos para as resolver, são desenvolvidas diversas competências – os chamados saberes em acção.

Trabalhar com projectos, porém, implica romper com paradigmas educacionais que colocam o foco no processo de ensino e não de aprendizagem; implica desafiar a linearidade e a fragmentação dos currículos e dos livros didáticos e da avaliação tradicional e requer a reorganização dos tempos e espaços escolares. É preciso garantir espaço e tempo para que professores das diferentes áreas se possam encontrar, planear e realizar actividades conjuntas com os seus alunos.

Como exige negociação e cooperação, trabalhar com projectos provoca a reflexão acerca das relações de poder na escola e de como este pode circular entre os agentes envolvidos. Leite (1994) lembra que não se trata de renovar as actividades pedagógicas tornando-as mais criativas, mas de repensar profundamente a prática pedagógica. No trabalho com projectos não cabem “alunos-esponjas” que devem absorver conteúdos prontos, dados pelo professor.

Deve-se buscar o aprender a aprender, onde o conhecimento disciplinar é um meio e não um fim. O aluno analisa e problematiza a realidade e nela tem intervenção. Assume-se que o aluno detém um saber e uma cultura que devem ser ponto de partida para o desenvolvimento de actividades curriculares.

A investigação, a pesquisa, a troca, o registo, enquanto actividades características de um projecto, ajudam a promover a autonomia e a tomada de decisões por parte do aluno, favorecendo o exercício da cidadania. Podem-se reconstituir e analisar situações próximas das do mundo do trabalho e da vida, fora da escola.

Como sabemos, o Ensino Básico pretende preparar o aluno para a vida e esta não propõe, como alerta Perrenoud (2000), situações sob medida. Daí a importância da construção de competências em várias situações de aprendizagem diferenciadas. O exercício necessário para a construção destas competências não é o da repetição de actividades, mas sim a proposta de diferentes actividades, com diferentes recursos.

A inserção curricular do trabalho de projecto deve ter em conta os seguintes elementos:

1) Problematização de contextos significativos para o aluno – é fundamental partir de questões que estejam ligadas à vida dos alunos, questões que os intriguem, preocupem, excitem, emocionem. A organização do projecto deve considerar o que o aluno possui de conhecimento, crenças e dúvidas em relação a questões levantadas;

2) Pesquisa e selecção de fontes de informação múltiplas, tanto na sua forma como nas áreas de conhecimento a que se referem;

3) Relação da problemática levantada com outras, aproximando os saberes das diferentes disciplinas;

4) Vivência de actividades que favoreçam a cooperação, o trabalho em equipa, que aceitem e valorizem a heterogeneidade;

5) Registo do percurso feito, com diferentes recursos técnicos e linguagem. A memória do projecto servirá para outros trabalhos, pois cada aprendizagem fornece recursos cognitivos para outras;

6) Avaliação processual e por competências, devendo a auto-avaliação dos alunos ser claramente incentivada;

7) Propostas de intervenção e levantamento de novas questões a partir do conhecimento construído.

Não se trata, com estas sugestões, de estabelecer etapas ou de tentar conferir linearidade ao projecto, mas de se aclararem os objectivos a serem atingidos. Entre esses está a construção de competências – competência, entendida como saber em acção, que integra conhecimentos, capacidades e atitudes a desenvolver pelos alunos por área disciplinar e por ciclo (Ponte, 2002). O trabalho por projectos, desde logo, favorece a abordagem interdisciplinar e contextualizada.

Um currículo que garanta espaços para práticas pedagógicas criativas e integradoras será naturalmente um terreno fértil para o desenvolvimento de projectos que mobilizem os alunos, ao mostrar a relação entre o que se aprende na escola e na vida.

Os projectos e a aprendizagem por competências

Uma das metodologias mais pertinentes no desenvolvimento do currículo por competências, trabalhado interdisciplinarmente através de contextos significativos para o aluno, é a do trabalho de projecto. Tendo por base uma “nova” concepção de aprendizagem, busca construir a autonomia intelectual do aluno, levando-o a tomar decisões, o que significa fazer algo mais do que resolver problemas, pois implica decidir o que é mais justo para si e para a sociedade.

A multiplicidade de alternativas que se perfila no acto de tomar decisões está intrinsecamente ligada à ampliação do repertório do aluno, que se irá naturalmente desenvolvendo pela construção de competências.

Competências, então, são esquemas mentais de carácter cognitivo, sócio-afectivo ou psicomotor, que, mobilizadas e associadas a saberes teóricos ou experiências, geram um saber fazer, isto é, o chamado saber em acção. As competências estão ligadas a um saber que construímos internamente; competência não é uma aptidão que se adquire, mas sim um estado que se desenvolve de modo a estar apto a; competência é uma forma de poder. O desempenho está relacionado permanentemente com um fazer concreto que é assegurado pelas competências. As habilidades que se visam promover pertencem à esfera do saber fazer e, não, do fazer ou do saber.

Espera-se que o aluno, através da mudança produzida pela aprendizagem por competências, além de compreender melhor o mundo, se torne apto a fazer críticas e contribuir para a mudança social.

A pedagogia de projectos

Na realização de um projecto, são muito importantes a solidariedade e o cuidado com a contribuição de cada um para o todo, verificando continuamente em que medida o projecto se está a tornar realidade. Um projecto, no ambiente de ensino, é uma actividade organizada, que tem por objectivo resolver um problema. Mas distingue-se claramente de outro tipo de actividades a que poderemos chamar de funcionais, isto é aquelas que são regulares, com pequenas variações entre si e com focos bem determinados e geralmente apertados.

Os projectos, geralmente, têm as seguintes características gerais:

- A existência de um objectivo definido em função de um problema, cuja solução é o critério para definir o seu grau de sucesso;
- Em geral, são realizados em função de uma necessidade específica, um problema vivido ou sentido;
- São finitos: têm começo e conclusão programados, ou seja, uma vez solucionado o problema, o projecto termina;
- São “irregulares”, ou seja, fogem da rotina, estão sujeitos a sofrer alterações no decurso da sua realização e evolução.

Nenhuma abordagem, por mais sofisticada que se imagine, assegura o êxito de um projecto. Muitas vezes, um detalhe pode deitar tudo a perder. Assim, há problemas que devem ser evitados, tais como a imprecisão da sua formulação e da sua execução. Um projecto com um objectivo confuso tem alta probabilidade de fracasso. Não se sabendo onde se deve chegar, raramente se tem um bom resultado final. Muitas vezes, isto sucede porque o problema não foi estudado e entendido correctamente. Com frequência, há alguma pressa em iniciar o projecto, sem se tornar claro o problema. Não entender plenamente o problema pode levar a suposições incorrectas sobre o resultado a ser alcançado. E pode igualmente acontecer que se estabelece um objectivo que acaba por não ser não coerente com o problema a resolver. O resultado a ser alcançado pode assim

revelar-se incompatível com o problema. Também a execução pode enfermar de aspectos de imprecisão, nomeadamente se as regras de decisão são imprecisas, isto é, se não há estratégias nem procedimentos para resolver problemas e conflitos ou se a liderança e as responsabilidades estão indefinidas. Outro elemento que pode criar fortes perturbações tem a ver com a ausência de previsão de recursos que podem vir a mostrar-se subestimados ou sobrestimados.

Portanto, os projectos podem ser muito bem planeados e organizados, mas isso não é garantia de sucesso. Podem ocorrer falhas em qualquer das suas etapas e uma das mais comuns é a ocorrência de um detalhe vital que não funciona e põe tudo a perder, simplesmente porque toda a equipa achou que era importante demais ou então que era pouco relevante.

A experiência mostra que as seguintes condições afectam positivamente a probabilidade de sucesso do projecto:

A definição do problema: Projectos bem sucedidos, de forma geral, são definidos a partir do problema a ser resolvido e mostram clareza na definição da solução do problema. O mais importante é definir com clareza os objectivos do projecto. Uma vez decidida a realização de um projecto, deve-se discutir exaustivamente como o problema pode ser resolvido e as características do resultado final, descritas nos objectivos do projecto ou nas suas metas. Sempre que possível, o próprio título do projecto deve indicar as características do resultado final. Quanto mais tarde se deixa para realizar essas discussões e definições, mais difícil se torna a implementação do projecto.

O envolvimento da equipa: Quanto mais o projecto representa um desafio para a equipa envolvida, maior é a probabilidade de que venha a ter sucesso. Projectos bem sucedidos criam na equipa uma sensação de propriedade: “Este é o nosso projecto, os problemas que temos de resolver”.

A implementação do projecto e a avaliação permanente: O projecto começa a tornar-se uma realidade, diversas pessoas já estão em plena actividade resolvendo problemas, tomando providências, realizando tarefas necessárias à consecução dos objectivos. Durante esse período de implementação do projecto, é muito importante que a equipa, liderada pelo coordenador, se mantenha atenta à execução do cronograma, acompanhando continuamente o que está a ser realizado.

O papel do coordenador nesse processo é muito importante, pois essa preocupação com a avaliação deve estar presente constantemente, desde o começo da execução do cronograma, e não somente quando o projecto está no final.

Lerner, (2005) no seu texto “É possível ler na escola?” mostra que o planeamento do ensino pode ser organizado a partir de quatro diferentes modalidades de ensino:

- as actividades sequenciadas,
- as actividades permanentes,
- as situações independentes,
- os projectos didácticos.

As actividades sequenciadas são situações didácticas articuladas, que se apresentam como uma sequência, cujo principal critério de organização é o nível de dificuldade, e que estão sempre voltadas para o ensino de um conteúdo pré-seleccionado. Têm um tempo de duração variável, que depende do conteúdo que se está a ensinar.

As actividades permanentes são situações didácticas propostas com regularidade, cujo objectivo principal é a construção de atitudes e o desenvolvimento de hábitos. Promover o gosto pela leitura e a escrita, aprender a ler o jornal diário são aprendizagens que podem ser desenvolvidas a partir de actividades permanentes. A principal característica dessas actividades é que elas se repetem sistematicamente em horários preestabelecidos com os alunos, podendo ser diárias, semanais ou quinzenais. São exemplos dessas modalidades de ensino a leitura de jornais, a leitura compartilhada, a hora da notícia, etc.

As situações independentes são situações ocasionais em que algum conteúdo importante está em jogo e deve ser trabalhado em sala de aula, numa determinada altura particular. Têm tempo de duração variável, podendo abordar um assunto que está a interessar à comunidade escolar num certo momento ou mesmo uma discussão sobre um livro trazido para a aula por um aluno.

Já os projectos didácticos são situações que partem de um desafio, de uma situação-problema e que têm sempre um produto final. Na maioria dos casos, os projectos envolvem mais do que uma área do conhecimento sendo, portanto, interdisciplinares.

Uma unidade didáctica é “um conjunto ordenado de actividades, estruturadas e articuladas para a consecução de um objectivo educativo em relação a um conteúdo concreto” (Coll, 1996).

Quando os educadores planeiam uma unidade didáctica, pensando na forma como os conteúdos podem ser trabalhados com os alunos, as propostas de ensino podem ser organizadas de duas formas básicas: uma unidade didáctica simples e uma unidade didáctica organizada como projecto.

Nos dois casos, a planificação da unidade didáctica deve conter:

- Uma definição clara dos conteúdos a serem ensinados e seus objectivos educativos, isto é, o enfoque e a profundidade com que o processo de aprendizagem deve ocorrer;
- Uma sequência ordenada de actividades que serão propostas aos alunos com o propósito de atingir os objectivos;
- Uma avaliação permanente das propostas de ensino e dos processos de aprendizagem que ocorrem durante todo o desenvolvimento da unidade.
- Tanto na unidade didáctica simples, como nos projectos, o educador deve sempre considerar preocupações relacionadas com a aprendizagem escolar, tais como: avaliar o estado inicial dos seus estudantes com o propósito de desencadear nos alunos um processo cognitivo e afectivo que envolva os conteúdos escolhidos, de modo a provocar aprendizagens significativas, ou seja, deve reconhecer os conhecimentos anteriores que eles possuem sobre os conteúdos envolvidos em cada proposta de ensino para definir a base a partir da qual os alunos poderão fazer relações e construir significados para aquilo que vão aprender.

Mas, o que diferencia uma unidade didáctica simples de uma unidade didáctica desenvolvida por projectos?

A principal resposta a essa questão é a seguinte: num projecto há uma ideia, uma possibilidade de realização, uma meta, um querer que orienta e dá sentido às acções que se realizam com a intenção de transformar a meta em realidade.

Num projecto há sempre um futuro que pode tornar compreensível e dar sentido a todo o esforço de busca de informações e construção de novos conhecimentos.

[...] o projeto é a possibilidade eleita. Aquela que está orientada para a 'realização', palavra magnífica que deveria reservar-se para a livre ação humana. (Marina, 1995, p.168).

A primeira componente do projeto é a meta, o objectivo antecipado pelo sujeito, como fim a realizar (Marina, 1995, p. 178).

Nesse sentido, numa unidade didáctica desenvolvida por projecto, todos os alunos devem conhecer e compreender qual é a ideia que está a ser posta em prática, todos devem conhecer e compreender a meta, por exemplo: fazer um livro; preparar uma campanha de esclarecimento; organizar um passeio ecológico; ter um telemóvel; ter um carro; ter uma casa, etc.

Esse conhecimento inicial da meta que dá origem ao projecto é fundamental para que os alunos possam compreender as decisões que vão sendo tomadas durante a realização do mesmo.

Durante o desenrolar do projecto, deve-se estabelecer uma cumplicidade de propósitos entre os alunos e destes com o(s) professor(es), provocando o surgimento de um ambiente de trabalho criativo, no qual cada indivíduo pode contribuir com as suas aptidões, ou estar disposto a enfrentar o esforço de aprender algo novo e que se mostrou necessário em função do próprio projecto.

O trabalho com projectos pode ir ao encontro de objectivos educacionais com maior profundidade, em particular o desenvolvimento da autonomia intelectual, o aprender a aprender, o desenvolvimento da organização individual e colectiva, bem como a capacidade de tomar decisões e fazer escolhas com o propósito de realizar pequenos ou grandes projectos pessoais.

Para ser verdadeiramente um projecto, o desenvolvimento do trabalho na sala de aula deve ter a participação dos alunos em algumas decisões, para que eles aprendam também a analisar situações, tomar decisões e ter a experiência de pôr em prática o que foi planeado. Dizendo de outro modo, no desenvolvimento de um projecto, as decisões devem ser partilhadas entre professor e alunos. Mesmo as decisões que são tomadas previamente pelo professor devem ser explicadas e justificadas, ou seja, partilhadas com os alunos, tendo como referência a realização do projecto.

É sempre importante que os professores comentem com os seus alunos as semelhanças e diferenças que existem entre o projecto desenvolvido na escola pelos alunos, e o mesmo tipo de projecto quando é desenvolvido em situações reais, naquilo a que podemos chamar “mundo real”.

A educação por projectos não aparece como forma de ruptura das disciplinas escolares, pois elas continuam como base do conhecimento escolar. A proposta educativa através de projectos é uma forma diferente e inovadora de abordar os conteúdos curriculares, que passam a ser concebidos de maneira integral, articulada e dinâmica. Desta forma, ocorre a conquista de níveis mais elevados de motivação, participação e co-produção vivenciada entre os alunos, os seus pares e o professor.

Os pressupostos teóricos metodológicos da organização curricular através do trabalho de projecto, apesar de terem ganho força nos últimos anos, já vêm sendo proclamados há muito tempo. De acordo com António Costa (2001):

Suas raízes mais profundas no tempo estão em Rousseau, Pestalozzi e Decroly, com os seus centros de interesses. Maria Montessori, John Dewey, Celestin Freinet, Anton Makarenko e, no Brasil, Anísio Teixeira contam-se entre os grandes pioneiros desta vertente do pensamento pedagógico.

Em Portugal, Paulo Abrantes foi um dos investigadores que muito se debateu pelo uso desta metodologia, como se pode constatar na sua tese de doutoramento, concluída em 1994.

Em geral, esses pensadores da educação preocuparam-se com a valorização das necessidades e interesses dos educandos como norteadores do processo educativo. O fim, primeiro e último, da educação escolar é o aluno. Assim, pressupõe-se que a prática pedagógica é pensada, planeada e executada com vista à formação integral do indivíduo.

Na concepção tradicional de educação os conteúdos, por exemplo, da disciplina de Matemática, eram vistos de forma fragmentada. Na organização do ensino através de projectos as disciplinas dão espaço a uma temática que valha a pena ser estudada, a situações-problemas ou acontecimentos sociais vivenciados pelos alunos.

Para uma melhor visualização dos elementos do contraste entre a educação tradicional e a educação por projectos apresenta-se o esquema seguinte. Neste esquema

é possível perceber que a organização das actividades pedagógicas através do trabalho de projecto resulta num processo muito mais significativo, tanto para os educandos quanto para os educadores, porque ambos se tornam sujeitos da sua prática quando são capazes de pensar, planear, executar e avaliar, em conjunto, todas as etapas do processo de ensino e aprendizagem.

CARACTERÍSTICAS	EDUCAÇÃO TRADICIONAL	EDUCAÇÃO POR PROJETOS
Modelo de aprendizagem	Mecânica e padronizada	Significativa
Conhecimento trabalhado	Conhecimento científico transformado em escolar pelas várias disciplinas	Temas ou situações-problemas
Decisão sobre o que estudar	Responsabilidade única do professor	Por argumentação entre o aluno e os seus pares
Função do professor	Especialista, dono do saber	Estudante, intérprete, construtor do saber
Modelo curricular	Disciplinas estanques e fechadas	Interdisciplinaridade
Papel do aluno	Executor passivo	Co-participante do processo educativo
Tratamento da informação	Apresentada pelo professor com base no livro didáctico	Busca-se com o professor e colegas através das mais variadas fontes
Técnicas de trabalho	Questionário, cópia, exercícios de memorização	Sínteses, conferências, seminários, exposições, produção de textos
Avaliação	Centrada nos conteúdos específicos de cada disciplina	Centrada no processo e nas relações a partir das informações recolhidas

Figura 2. Educação Tradicional e Educação por Projectos Pedagógicos

Na elaboração do projecto um dos primeiros momentos é o da selecção das disciplinas e dos conteúdos que poderão contribuir para melhor compreensão das temáticas levantadas.

Segundo Hernández e Ventura (1998), a principal função do projecto é favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares relativamente a: 1) tratamento da informação, 2) relação entre os diferentes conteúdos em torno de problemas e 3) a transformação da informação procedente de diferentes saberes disciplinares em conhecimento próprio.

Na organização do ensino através do trabalho de projecto, não é apenas a concepção de currículo que ganha um novo sentido, mas também o conceito de aluno e de professor. Na pedagogia de trabalho de projecto, o professor passa a ser compreendido como um líder, um co-produtor de conhecimentos, um educador. A função do educador não é a de transmitir pura e simplesmente os conteúdos de uma determinada disciplina, a sua postura pedagógica é a de criar condições e situações de aprendizagem para que o aluno possa conquistar o conhecimento com autonomia própria.

Nesse contexto educativo o aluno não é um receptor passivo. Seria uma contradição no trabalho de projecto a postura passiva do aluno. Nesta abordagem, ele é o responsável directo pela sua aprendizagem e é sujeito da sua própria aprendizagem. Ele está presente em todos os momentos do desenvolvimento do projecto: selecção do tema do projecto; busca de informações; tratamento das informações coligidas; planeamento e execução das actividades inerentes ao projecto; elaboração da síntese dos trabalhos realizados e avaliação do processo.

No trabalho de projecto a função do professor ganha uma importância redobrada, pois além de planear e executar as actividades pedagógicas o professor tem a responsabilidade de: relacionar o tema ou a situação-problema escolhida pelos alunos com o conhecimento escolar, planear actividades mais significativas capazes de proporcionar aos alunos a produção do conhecimento sobre o tema do projecto e pensar na forma mais adequada de realizar a avaliação processual e final do projecto.

No momento referente à busca de relações entre os conhecimentos escolares e a temática escolhida para a execução do projecto entra em cena a competência do educador para colocar em prática um dos pressupostos básicos da educação por projectos que é a interdisciplinaridade. O trabalho de projecto não se resume apenas a uma maneira diferente de organização do currículo escolar. A sua adopção exige muito mais trabalho, compromisso e responsabilidade dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. O trabalho de projecto representa uma possibilidade de rompimento com o ensino escolar fragmentado e com o eterno erro de fingir que se ensina e de fingir que se aprende.

A aprendizagem contextualizada

A contribuição formativa que a Matemática pode dar aos educandos, só será significativa se as metodologias de ensino da Matemática colocarem ênfase no papel da actividade do aluno, desenvolvendo uma pedagogia de acção, descoberta e aplicabilidade. Se se conseguirem reunir estes elementos, pode-se dizer que a contextualização da Matemática é um dos grandes trunfos para uma aprendizagem significativa e formadora.

O aluno aprende a enfrentar, através da mobilização de competências, problemas significativos para ele. Por outras palavras, terão significado para o aluno os problemas que estão relacionados com o seu contexto e com a sua experiência. A contextualização está centrada neste princípio. Por isso, trazer situações significativas, que tenham relações com a vida, é contextualizar. É diferente, portanto, de apenas “dar exemplos”. Contextualização é, neste sentido, um princípio e, não, uma estratégia.

Para uma aprendizagem contextualizada, poderá ser útil usar uma estratégia denominada de REACT, que são as iniciais de Relação, Experimentação, Aplicação, Cooperação e Transferência. Vejamos então como se perspectiva a aprendizagem que é mobilizada por cada uma destas componentes:

- *Relação*: Consiste em aprender no contexto das experiências de vida ou conhecimento prévio.
- *Experimentação*: A experimentação, ou seja, aprender no contexto da exploração, descoberta e invenção, é o coração da aprendizagem contextualizada;
- *Aplicação*: Consiste na aprendizagem de como se pode usar o conhecimento/informação em contexto real que com frequência projecta os alunos para um futuro imaginário (uma possível profissão) ou para um lugar significativo (um ambiente de trabalho);
- *Cooperação*: É a aprendizagem que implica partilhar, responder e comunicar. Trata-se de uma estratégia educativa fundamental do ensino contextualizado. A experiência cooperativa não só ajuda os alunos a aprender os conteúdos, mas também é consistente com o enfoque no mundo real;

- *Transferência*: Consiste na aprendizagem de como usar o conhecimento numa situação nova ou contexto novo (não estudados na sala de aula) e é semelhante ao relacionar, estabelecer conexões, pois fundamenta-se no que já é familiar.

Mas a contextualização, além de ser efectivada a partir do que tem significado para o aluno, também se realiza numa rede de conhecimentos – os conceitos e conhecimentos de determinada disciplina são contextualizados no tempo, no espaço e no próprio universo do conhecimento.

Por princípio, a interdisciplinaridade, na busca de superar a fragmentação que dificulta a compreensão da complexidade dos mundos físico e social, permite obter bons resultados. E o processo de interdisciplinaridade dá-se através da construção, da organização e da ampliação de conceitos, em permanente questionamento (Vione 2008).

No contexto da Educação Matemática, alguns autores como Borba e Villarreal (2005) consideram a Modelação Matemática no Ensino e a Pedagogia de Projetos como abordagens pedagógicas semelhantes. Outros, porém, não se posicionam sobre tal questão, talvez por ela ser polémica ou porque, dependendo da perspectiva de Modelação Matemática adoptada, tal comparação pode não fazer sentido. Entretanto, em encontros científicos da área, por exemplo, é comum ouvirem-se professores e investigadores debaterem estas duas abordagens e as suas possíveis relações.

2.8. A modelação matemática no ensino em Portugal e no Brasil

O termo “modelação matemática” como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação-problema de alguma área do conhecimento encontra-se na literatura há já muito tempo. Há indícios na literatura da engenharia e das ciências económicas desde o início do século XX. Nos cursos de Engenharia, por exemplo, o uso do termo antecede a década de 1960. A modelação matemática, ferramenta indispensável na resolução de problemas da engenharia, é utilizada frequentemente em disciplinas específicas desses cursos.

Na literatura mundial da Educação Matemática há evidências, numa colecção de textos americanos preparados, entre 1958 e 1965, nos trabalhos realizados pelo *School Mathematics Study Group* (SMSG), entre os anos de 1966 a 1970, no 69.º anuário da

National Society for the Study of Education e no *New Trends in Mathematics Teaching* IV, no qual é apresentado um panorama sobre as aplicações matemáticas no ensino e o processo de construção de modelos (Biembengut, Vieira, Favere, 2005).

Na Europa, um grupo liderado por Hans Freudenthal e outro coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss actuavam neste sentido, de tal modo que, em 1978, em Roskilde se realizou o primeiro congresso sobre o tema Matemática e Realidade que contribuiu para a consolidação, em 1983, do Grupo Internacional de Modelação Matemática e Aplicações – ICTMA – filiado no *International Committee of Mathematical Instruction* (ICMI), que além de fazer parte dos grupos de trabalho do *International Congress of Mathematics Education* – ICME, tem realizado bianualmente um congresso internacional (Biembengut, 2003).

A modelação matemática em Portugal

Os movimentos educacionais pela Modelação Matemática no ensino, também influenciaram Portugal, embora aparentemente mais tarde. Portugal não teve, desde o início, representantes na comunidade académica internacional que fizessem parte do Grupo Internacional de Modelação Matemática e Aplicações – ICTMA.

É já em 1992 que é apresentada a primeira dissertação de mestrado, de autoria da investigadora Susana Carreira, sob orientação do Professor Doutor Domingos Fernandes. Esta investigadora levou a cabo alguns cursos de formação de futuros professores em que procurou conciliar a preparação na utilização das novas tecnologias computacionais com as actividades de modelação matemática no ensino.

A Modelação Matemática, como disciplina em Cursos de Engenharia, apresenta-se entre nós pela mão de Jaime Carvalho e Silva, o qual é autor de um livro de Análise Matemática, em 1996, que contém um capítulo dedicado à Modelação Matemática. Recentemente António Manuel Domingos foi responsável pela criação de um curso de Modelação Matemática, na Universidade Nova de Lisboa.

Como propósito de integrar a matemática e a realidade na aprendizagem da Matemática dos alunos dos Ensinos Básico, Secundário e Universitário, há pelo menos as seguintes obras produzidas:

- A aprendizagem da Trigonometria num contexto de aplicações e modelação com recurso à folha de cálculo (1992). Dissertação de Mestrado de Susana Carreira. Orientador: Domingos Fernandes.
- O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática – A experiência do Projecto Mat789. (1994). Dissertação de Doutoramento de Paulo Abrantes. Orientador: João Pedro da Ponte.
- Ferramentas Computacionais na Modelação Matemática, de João Filipe Matos; Susana Carreira; Madalena Santos e Isabel Amorim (1994).
- Modelação Matemática, de João Filipe Matos; Susana Carreira; Madalena Pinto dos Santos e Isabel Amorim (1995).
- Modelação e Aplicações no Ensino da Matemática, de João Filipe Matos e Susana Carreira (1996).
- Significado e aprendizagem da Matemática: Dos problemas de aplicação à produção de metáforas conceptuais (1998). Dissertação de Doutoramento de Susana Carreira. Orientador: João Filipe Matos.
- Conexões matemáticas num contexto de actividades de aplicação, investigação e modelação matemática. Um estudo no 2.º ciclo do ensino básico (2002). Dissertação de Mestrado de Emília Palma Maria. Orientador: José Manuel Matos.
- Potencialidades das tarefas de modelação matemática com recurso a calculadoras gráficas e sensores na aprendizagem matemática dos alunos (2007). Dissertação de Mestrado de Cláudia Lança. Orientadora: Ana Paula Canavarro.
- Modelação e funções: uma experiência no ensino profissional. Dissertação de Mestrado de Cláudia Oliveira. Orientadora: Hélia Oliveira.
- Histórias com Matemática: Trabalho de projecto no 2.º ciclo do ensino básico (2011). Dissertação de Mestrado de Ana Paula Mestre. Orientadora: Susana Carreira.
- A experimentação e a actividade de modelação matemática dos alunos (2011). Tese de Mestrado de Ana Margarida Baioa. Orientadora: Susana Carreira.
- Modelação e utilização das tecnologias no estudo da função afim. Um estudo de caso (2011). Dissertação de Mestrado de Maria de Fátima Canário. Orientadoras: Nélia Amado e Susana Carreira.

O movimento pela Modelação Matemática no ensino português tem como referência os seguintes investigadores: João Pedro da Ponte, João Filipe Matos, Susana Carreira, Isabel Amorim, Madalena Santos, Jaime Carvalho e Silva, António Domingos, Ana Paula Canavarro e, muito notoriamente, Paulo Abrantes, um significativo conjunto de impulsionadores da Modelação Matemática como área de investigação na Educação Matemática.

Segundo Carreira (1998), a introdução de aplicações e modelação matemática no ensino, em Portugal, ganha maior ímpeto no final dos anos 80 e princípio dos anos 90. O chamado Seminário de Milfontes, que deu origem ao documento *Renovação do Currículo de Matemática* (APM, 1988), foi um dos primeiros passos indispensáveis para a atribuição de relevo à modelação matemática e às aplicações, defendendo a importância de proporcionar aos alunos experiências com modelos matemáticos e com situações problemáticas da realidade.

Por outro lado, em Portugal, nota-se uma clara ligação entre a integração de aplicações e modelação no ensino da Matemática e a utilização de ferramentas tecnológicas, como as calculadoras gráficas e o computador, em várias das experiências que se foram desenvolvendo. Em 1989, Georgina Tomé e Susana Carreira realizaram uma experiência de desenvolvimento curricular no ensino secundário, que deu origem à publicação de um livro pela APM e pelo Projecto Minerva do DEFCUL, sob o título *Matemática – Quod Novis*, em que foi dado um papel central à utilização da folha de cálculo electrónica na construção e exploração de modelos matemáticos em problemas do mundo real, no âmbito do projecto nacional de integração das tecnologias no ensino da Matemática – o Projecto Minerva.

O Projecto Minerva foi, com efeito, um contexto aglutinador de projectos de desenvolvimento curricular e de experiências pedagógicas que permitiram ensaiar metodologias de ensino e abordagens inovadoras, permitindo, em particular, a formação de professores de Matemática na utilização de recursos informáticos que favorecem a representação gráfica de modelos, a simulação, a matematização e a resolução de problemas reais.

O Projecto MAT₇₈₉, coordenado por Paulo Abrantes, foi igualmente um marco importante na integração das aplicações e da modelação no ensino básico, assumindo o facto de as aplicações adquirirem uma importância própria na formação dos alunos. Este trabalho teve ainda a particularidade de trazer para primeiro plano a metodologia de

projectos como uma modalidade de trabalho com aplicações e modelação (Abrantes, 1994).

Do ponto de vista curricular, a relação entre a Matemática e a realidade tornou-se presente nos planos curriculares dos ensinos básico e secundário, no âmbito da reforma educativa que foi realizada no início dos anos 90. Surge de forma explícita a ideia de que o ensino da Matemática tem como um dos seus propósitos desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real. Apesar disso, os avanços em termos das práticas de ensino parecem desenvolver-se muito lentamente e o trabalho com a modelação matemática tem, em Portugal, uma afinidade muito grande com a ênfase que é dada à resolução de problemas no ensino.

Parece ser no ensino secundário que o papel da modelação matemática é assumido com maior clareza, propondo-se que os conceitos matemáticos sejam construídos a partir de situações concretas e que se estabeleça uma maior ligação da Matemática com a vida real, com a tecnologia e com questões abordadas noutras disciplinas. A esta função da modelação e dos modelos matemáticos no currículo do secundário não é alheia a obrigatoriedade de utilização da calculadora gráfica, tanto na prática de sala de aula como nos exames nacionais do ensino secundário.

Vários projectos de investigação, financiados por organismos estatais, foram igualmente janelas de abertura para a investigação sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática através da introdução de aplicações e modelação: são de destacar o Projecto MEM (Modelação no Ensino da Matemática) e o Projecto MARE (Matemática e Realidade), ambos coordenados por João Filipe Matos.

Embora se possam identificar vários pólos de intervenção e de investigação neste domínio, em Portugal, o movimento da Modelação no Ensino da Matemática nunca se generalizou e implantou no país de forma homogénea. Antes, tem vindo a evoluir através da existência de focos de actividade que se vão reacendendo, ao longo do tempo. Actualmente, a existência de um grupo internacional activo e estabelecido tem gerado oportunidades para reactivar a discussão em torno desta temática e tanto no ICME, como no ICTMA, como no CERME, a presença de investigadores portugueses não é muito expressiva mas tem-se mantido, inclusivamente na coordenação dos trabalhos, em particular, com a contribuição da investigadora Susana Carreira.

A modelação matemática no Brasil

Os movimentos educacionais pela modelação matemática no ensino também influenciaram o Brasil, praticamente ao mesmo tempo, com a colaboração dos professores e de representantes brasileiros na comunidade académica internacional de Educação Matemática. A modelação matemática, seja como disciplina em Cursos de Engenharia, Ciências Económicas ou outras, seja com o propósito de integrar a matemática e a realidade no ensino para alunos dos Ensinos Básico e Secundário, passou a influenciar os processos e as metodologias do ensino da Matemática.

O movimento pela modelação matemática no ensino brasileiro, segundo Biembengut (2003), tem como referência três personalidades consideradas fundamentais no impulso e na consolidação da modelação como linha de pesquisa na Educação Matemática:

- Aristides Camargo Barreto, entusiasta em modelar matematicamente músicas, na década de 1970, na Pontifícia Universidade Católica (PUC) do Rio de Janeiro, recorria a modelos matemáticos como estratégia de ensino em disciplinas de Licenciatura em Matemática e em programas de Pós-graduação;
- Ubiratan D' Ambrósio, representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática, nas décadas de 1970 e 1980 promoveu cursos e coordenou projectos na Universidade de Campinas (São Paulo) – UNICAMP que impulsionaram a formação de grupos em matemática aplicada, biomatemática e em modelação;
- Rodney Carlos Bassanezi, que além de actuar nesses cursos e projectos da UNICAMP, tornou-se o principal disseminador da modelação matemática, pois ao adoptá-la nas suas práticas de sala aula (Graduação, Pós-Graduação e Cursos de Extensão) conquistou um número significativo de adeptos por todo o Brasil.

Salett Biembengut pertence aos muitos adeptos da Modelação Matemática através da influência de Bassanezi.

Graças a esses precursores, discussões acerca de como se constrói um modelo matemático e se ensina Matemática, ao mesmo tempo, permitiram emergir a área de pesquisa em modelação matemática no ensino brasileiro. Desde que as primeiras propostas foram lançadas por eles, muito trabalho tem sido feito, com pelo menos 49

dissertações devidas à colaboração de Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Bassanezi (Biembengut, 2003).

Outro factor que tem contribuído para o fortalecimento da investigação em Modelação Matemática é sem dúvida, a realização de conferências levadas a cabo por investigadores de referência por todo o país. Por exemplo, Biembengut, que se perfilou como uma das representantes brasileiras na comunidade internacional de Educação Matemática, realizou nos últimos anos algumas centenas de conferências por todo o país em congressos regionais, estaduais, nacionais e em cursos de formação contínua e pós-graduação.

Segundo Biembengut e Hein (2007), a Modelação Matemática no Ensino não possui um estatuto definido, pois não é possível redigir um manual de instruções sobre a elaboração de modelos matemáticos, mas existem orientações que permitem ajudar os alunos a desenvolverem pesquisas e, ao mesmo tempo, aprenderem o conteúdo matemático em conexão com outras áreas do conhecimento. Biembengut (1990) propõe um método de ensino que agrega conceitos matemáticos e não matemáticos ao processo de investigação científica, que se revela adequado aos objectivos seja do ensino seja da pesquisa em torno de problemas reais.

A ideia de modelação matemática como estratégia de ensino, defendida por Bassanezi, é a de que os alunos devem agrupar-se e escolher um tema/assunto de acordo com os seus interesses e afinidades e, a seguir, sob a orientação do professor, cada grupo levanta questões sobre o tema/assunto, recolhe dados e por fim formula um modelo matemático. O professor ensina a Matemática que emerge dos assuntos, no momento em que se torna necessária. O entendimento de Bassanezi (2002) sobre modelagem matemática no ensino é o mesmo de Niss, Blum e Huntley (1991), isto é, o aluno escolhe uma situação-problema do mundo real, extra-matemática, simplificando-a, estruturando-a e tornando-a mais precisa de acordo com o seu conhecimento matemático e interesse que lhe desperta, até chegar à formulação de um problema matemático e a um modelo real da situação, sob a orientação do professor.

Biembengut contrapõe que esta estratégia, defendida por Bassanezi e por outros investigadores de alguns países da Europa, dos Estados Unidos e da Austrália, em particular, parece difícil na Educação Matemática brasileira com a estrutura vigente: horários, espaço físico, programas curriculares e formação dos professores. A sua proposta assume a forma de um método de ensino, que denominou de Modelação

Matemática no Ensino e que faz apelo à essência da modelação matemática como método de pesquisa, mas tem em conta a estrutura vigente no contexto escolar e o programa curricular.

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

Atendendo ao objectivo formulado neste trabalho, que consiste em compreender as potencialidades que são atribuídas às tarefas de modelação na aprendizagem matemática dos alunos, dando primazia ao testemunho de investigadores, portugueses e brasileiros, reconhecidos nesta área da Educação Matemática, este estudo enquadra-se claramente no paradigma qualitativo.

A investigação qualitativa considera que existem pontos de vista e práticas diferentes, devidas a diferentes perspectivas dos sujeitos e dos seus enquadramentos sociais (Flick, 2002). Esta metodologia de investigação está particularmente vocacionada para a análise de casos concretos, com as suas particularidades de tempo e espaço, partindo das manifestações das pessoas nos seus próprios contextos. Por esta razão, defendo que esta é a metodologia adequada quando se pretende olhar para os diferentes percursos e evoluções da modelação matemática, em Portugal e no Brasil, no plano da implementação de actividades de modelação matemática (dita modelagem matemática, no Brasil) no ensino e aprendizagem da Matemática. Por outro lado, apesar das diferenças culturais, históricas e enquadramentos sócio-económicos bem distintos, não deixa de ser importante notar afinidades visíveis entre ambos, desde logo, a demanda pela alfabetização e pelo acesso à educação de camadas significativas de indivíduos, nos últimos cinquenta anos.

A investigação qualitativa considera a subjectividade do investigador e dos sujeitos estudados como algo que faz parte do processo de investigação. As opiniões de cada sujeito constituem um ponto de partida. Esta metodologia de investigação trabalha sobre textos, tendo como métodos privilegiados de recolha de dados as entrevistas e/ou

as observações. Neste trabalho, em particular, os dados recolhidos através de entrevistas assumem um papel determinante, sendo complementados por informação recolhida através da pesquisa na Internet do percurso profissional e académico de cada um dos informantes. Atendendo ao exposto, este estudo pode ser considerado de *índole documental*.

3.1. Os entrevistados e informantes do estudo

Na planificação deste estudo, após definido o problema de investigação que visa conhecer os percursos e evoluções da modelação matemática em dois contextos distintos, Portugal e Brasil, colocou-se de imediato a questão de saber quem seriam os informantes e como os seleccionar.

Na investigação em educação existem diversas formas de escolher uma amostra. Neste trabalho optei por uma amostra propositada (Santos, 2005), procurando entre os investigadores portugueses e brasileiros em educação matemática, os que reúnem as características indispensáveis para se tornarem informantes neste estudo. Para a selecção dos entrevistados foram tidos em consideração alguns aspectos relevantes, nomeadamente, interesse e trabalho científico reconhecido no âmbito da modelação matemática no ensino e aprendizagem desta disciplina em diversos graus de ensino. Por questões de equidade e exequibilidade do estudo, optei por considerar quatro investigadores, dois portugueses e dois brasileiros.

Actualmente, em Portugal a modelação matemática parece estar um pouco adormecida. Por esta razão, a população em estudo é claramente pequena, mas mesmo assim foi necessário restringir a amostra a dois participantes de cada país.

Na escolha dos participantes, para além do trabalho de investigação desenvolvido ao longo da sua carreira na área da modelação foi ainda considerada a acessibilidade do investigador ao entrevistado. Recordo ainda que um dos aspectos referidos no problema de investigação é a implementação de actividades de modelação matemática no ensino e aprendizagem da Matemática. Este aspecto pesou significativamente na escolha dos entrevistados portugueses. A escolha acabou por se revelar relativamente expedita e a

acessibilidade aos entrevistados surgiu de forma quase natural com a presença dos mesmos nos seminários de investigação no Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências (Ramo de matemática), com quem eu naturalmente tinha trocado algumas palavras sobre este tema.

Este estudo apresenta uma singularidade pouco frequente nos estudos em Educação Matemática, que consiste na identificação dos sujeitos entrevistados. Esta situação foi colocada como uma opção aos quatro professores que gentilmente concordaram com a sua identificação, não se opondo a que as suas ideias fossem expostas neste estudo com a respectiva autoria. Note-se, a este propósito, que apesar da pouca frequência desta situação, Almeida (1995, citado em Amado, 2007) defende que actualmente é tão legítimo falar em anonimato como no direito ao reconhecimento dos participantes.

O Professor Doutor João Pedro da Ponte, actualmente professor e investigador do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa e membro da Unidade de Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, e o Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva, docente do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra e membro do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra, acederam gentilmente a prestar a sua colaboração no meu trabalho e ambos participaram em seminários para alunos de mestrado e de licenciatura na Universidade do Algarve.

A escolha da Professora Doutora Jussara de Loiola Araújo, docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, foi ditada igualmente pela sua presença num seminário deste Mestrado. O entusiasmo e o interesse mostrado por esta professora pela temática da modelação foram determinantes para a minha opção por este estudo. Finalmente, surgiu o nome da Professora Doutora Maria Salett Biembengut, do Departamento de Matemática da Universidade Regional de Blumenau, associada à organização do ICMTA 16 que terá lugar em Julho de 2013, na Universidade onde trabalha, no Brasil, que não me conhecendo, aceitou gentilmente a colaborar neste estudo.

Importa, igualmente, destacar que sendo esta uma investigação de natureza qualitativa, envolve apenas um reduzido número de entrevistados, tão reduzido que não permite generalizações. Deste modo, este estudo apenas reflecte o olhar destes quatro

investigadores não podendo ser encarado como proponente de uma visão geral sobre a modelação matemática, em Portugal e no Brasil.

Passo então a fazer uma breve apresentação dos quatro investigadores.

Professor Doutor João Pedro Mendes da Ponte é doutor em Educação Matemática pela Universidade da Georgia (EUA), sendo, presentemente, professor catedrático e Director do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Foi professor visitante em diversas universidades no Brasil, Espanha e Estados Unidos da América. Tem coordenado diversos projectos de investigação em Didáctica da Matemática, Formação de Professores e Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e dirigiu numerosas teses de mestrado e doutoramento. Elaborou o relatório sobre a adequação da formação de professores ao processo de Bolonha que deu origem à legislação actual e coordenou a equipa que elaborou o novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Desta forma é um informante de relevo no que diz respeito à modelação matemática ao longo dos anos, em Portugal, e poderá dar um testemunho significativo acerca da importância da modelação no ensino/aprendizagem da matemática no ensino básico.

Actualmente é nas áreas do ensino da Álgebra e da Estatística e do conhecimento profissional, desenvolvimento profissional e formação dos professores que a sua investigação é mais activa, embora ao longo da sua longa carreira se tenha debruçado sobre outros temas, nomeadamente sobre a modelação matemática. É importante realçar que nos anos noventa este investigador deu particular atenção à modelação matemática, nomeadamente através de um artigo publicado na Revista Educação, intitulado *Problemas de Matemática e Situações da Vida Real*. (Revista de Educação, Vol 2, Nº 2). Por outro lado, uma pesquisa na Internet com as palavras-chave modelação matemática e o nome deste autor conduz-nos a um artigo publicado num site brasileiro intitulado *A Modelação no Processo de Aprendizagem* <http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/textos/JPonte.pdf>). Este facto é bastante interessante quando constatamos o percurso que a modelação seguiu em Portugal e no Brasil.

Em 1993, Ponte publica um artigo intitulado *Necessary research in mathematical modelling and applications*, onde reconhece a necessidade de investigação na área da modelação e das aplicações matemáticas no ensino.

Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva é actualmente professor associado do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra. Como se pode ler na sua página na Internet, é membro das linhas de investigação Análise e História e Metodologia da Matemática do Centro de Matemática da Universidade de Coimbra (CMUC) e secretário-geral da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI). Tem ao longo do seu percurso uma actividade muito intensa na formação de professores, nomeadamente na formação inicial.

Responsável pelos programas de matemática do secundário e autor de manuais de todos os níveis de ensino, tem um conhecimento profundo do ensino da Matemática em Portugal. Tal como o professor João Pedro da Ponte, poderá dar uma perspectiva informada da modelação matemática em Portugal e, em particular, no ensino secundário.

Nos seus livros é evidente a presença da modelação matemática inclusivamente no ensino superior. A modelação está bem presente na página oficial deste professor, pois uma busca na Internet conduz-nos a artigos nacionais e internacionais sobre a modelação matemática, exemplos de modelos matemáticos e informações sobre actividades e congressos neste domínio (<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/model.html>). Ao longo do seu percurso académico tem proferido diversas palestras dedicadas a este tema, desde sessões nos mais diversos encontros nacionais de professores de Matemática – *Profmats* – a cursos e conferências. Como coordenador da equipa que elaborou os actuais programas de Matemática A do Ensino Secundário, teve a preocupação de incluir *as aplicações matemáticas e a modelação* como um tema transversal (DES, 2001, p. 6).

Professora Doutora Jussara de Loiola Araújo tem a graduação de bacharelato e licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (1992), o mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (1994) e o doutoramento em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) (2002). Em 2009 esteve em Portugal, na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa num pós-doutoramento. É professora associada da Universidade Federal de Minas Gerais, com particular incidência na área de Educação Matemática. As suas principais áreas de interesse são: educação matemática, modelagem matemática, novas tecnologias e educação matemática crítica. Na sua actividade profissional, destaca-se a sua participação, por vezes como investigadora

responsável, em diversos projectos de investigação no âmbito da modelação matemática. Entre as disciplinas ministradas na Universidade Federal de Minas Gerais onde trabalha, destacam-se disciplinas relacionadas com a modelação matemática, tanto em cursos de pós-graduação como em licenciaturas.

Professora Doutora Maria Salett Biembengut tem a sua formação inicial em Matemática, com especialização na Universidade de Campinas (UNICAMP). É mestre em Educação Matemática pela UNESP e doutorada em Engenharia de Produção e Sistemas pela UFSC e pós-doutora em Educação pela USP e pela University of New Mexico (USA). Desempenhou funções no Departamento de Matemática e nos Programas de Pós-graduação em Educação e em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Regional de Blumenau (FURB) entre 1990 e 2010. Desde Agosto de 2010, trabalha na Faculdade de Matemática e no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Foi professora visitante das Faculdades de Educação da Universidade de Salamanca, Espanha, e de Matemática da Technische Universitat de Dresden, na Alemanha. Desde 1986 que se dedica à investigação em Modelação ou Modelagem Matemática. Ao longo da sua carreira profissional tem publicado dezenas de artigos em revistas da especialidade. Tem orientado diversas dissertações de mestrado, monografias e iniciações científicas nas áreas de Educação e Educação Matemática. Foi Presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, do Comité Interamericano de Educação Matemática – CIAEM, e é membro do IPC do Grupo de Aplicações & Modelagem da International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). Fundou o Centro de Referência em Modelagem Matemática no Ensino – CREMM. É co-autora do livro *Modelagem Matemática no Ensino*, com Nelson Hein, publicado pela editora Contexto, integrado na colecção Repensando o Ensino. É ainda editora principal do *Journal of Mathematical Modelling and Application*, cuja publicação é aberta e online e teve início em 2009 (<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/index>).

3.2. *A recolha de dados*

Neste estudo, a entrevista é o instrumento definido para a recolha de dados. Para a realização das entrevistas neste estudo, inspirei-me no trabalho do autor brasileiro Clécio de Souza (2008) que se apoiou no testemunho de individualidades de referência nos campos da Etnomatemática e da Cultura Digital para a recolha de dados da sua tese de mestrado. Este investigador realizou entrevistas a três vários investigadores, um brasileiro e dois americanos, por correio electrónico.

Sobre a Entrevista

Existem muitos estudos em educação cujo processo de recolha de dados assenta exclusivamente em entrevistas. A entrevista mais frequente é aquela em que entrevistador e entrevistado conversam pessoalmente acerca de um determinado tema com um determinado propósito (Merriam, 1998). O intento do investigador nesta situação não é manter uma conversa qualquer, mas uma conversa em que pretende recolher determinada informação específica, razão pela qual as entrevistas devem basear-se num guião que ajude o investigador a conduzir a sua conversa com vista a obter a informação relevante para o seu estudo. Como tal, as entrevistas podem assumir um formato mais ou menos estruturado. Neste estudo, seria impossível efectuar uma entrevista presencial com cada um dos investigadores que escolhi. Desta forma, e porque as entrevistas foram realizadas sem a minha presença, a cada um dos entrevistados enviei, por correio electrónico, um guião da entrevista. Esta situação apresenta vantagens e desvantagens. Como vantagem, está a possibilidade de poder enviar a cada um dos informantes o guião da entrevista a que cada um respondeu no momento mais oportuno, tendo naturalmente o tempo necessário para pensar e reflectir sobre as diversas questões apresentadas. Por outro lado, a possibilidade de enviar as entrevistas por correio electrónico permitiu-me entrevistar duas investigadoras que se encontram noutra continente e que de outra forma nunca poderia entrevistar e, por consequência, concretizar o objectivo deste estudo. Uma desvantagem claramente evidente é o facto da minha ausência no momento das respostas e não permitir esclarecer prontamente alguma dúvida ou ideia que me pareça menos clara ou,

eventualmente, colocar novas questões a partir das respostas dos entrevistados. Para minimizar as dificuldades procurei adaptar a entrevista a cada um dos entrevistados, nomeadamente tendo em atenção: as minhas leituras de artigos escritos por cada um dos entrevistados, a sua experiência e percurso profissional, o seu contexto de trabalho e a sua realidade social. Nos anexos 1, 2, 3 e 4 encontram-se as entrevistas aos distintos professores e investigadores devidamente identificadas.

Para além da recolha de dados das entrevistas, foi ainda necessário proceder à recolha de alguma informação adicional através da pesquisa de artigos de investigação da autoria dos quatro informantes. Esta pesquisa permitiu recolher elementos que ajudaram a construir o guião das entrevistas. Por outro lado, foi ainda muito importante aceder às páginas na Internet destes professores. Esta consulta permitiu a apresentação de cada um dos participantes, da sua carreira profissional e das suas publicações.

Capítulo 4

Depoimentos de Investigadores: Portugal e Brasil

4.1. *Entrevista a João Pedro da Ponte (Portugal)*



Fotografia 1. João Pedro da Ponte, no Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, Março de 2008

A primeira questão apresentada a João Pedro da Ponte incide sobre a modelação matemática como possível metodologia para o ensino da Matemática e indaga sobre a evolução desta perspectiva didáctica no nosso país, quer em termos práticos, na realidade escolar, quer em termos da investigação em Educação Matemática.

A aceção que Ponte atribui à modelação matemática mostra-se discordante com a ideia de uma metodologia de ensino e coloca a tónica no processo de modelação

matemática como um processo de carácter abrangente que é próprio da Matemática e que pode ser encontrado em quaisquer situações que envolvam modelos matemáticos, quer estas sejam estritamente matemáticas quer sejam exteriores à Matemática. Daí que a sua perspectiva saliente uma multiplicidade de formas segundo as quais a modelação matemática pode ser integrada no ensino, podendo inclusivamente surgir nas modalidades mais tradicionais, isto é, podendo ocorrer apenas no contexto de exercícios de aplicação. Em todo o caso, Ponte reconhece que nem todas as abordagens poderão ser igualmente eficazes nas aprendizagens dos alunos e alerta para a necessidade de o aferir, por exemplo, em termos da capacidade dos alunos em usar a Matemática na resolução de problemas.

O que parece sobressair é, portanto, uma imagem da presença mais ou menos diluída da modelação matemática no ensino da Matemática, ou seja, de formas não claramente estabelecidas nem geralmente explícitas, mas parecendo estar em forte associação com a actividade de resolução de problemas. Como se sabe, a resolução de problemas e ainda as actividades de natureza investigativa constituem uma das áreas de trabalho que teve e continua a ter expressão significativa na investigação em Educação Matemática portuguesa e nos currículos de Matemática, designadamente no Ensino Básico, onde a resolução de problemas é definida como uma das capacidades transversais a desenvolver ao longo dos três ciclos de ensino.

Acresce registar que Ponte vê a modelação matemática como um processo e descreve-o nos termos em que este é expresso através do ciclo da modelação, fazendo também a diferenciação entre o mundo da Matemática e o mundo exterior à Matemática. Numa visão concordante com a de investigadores como Blum e Niss, parece sobressair da sua resposta, de alguma forma, o argumento mais utilitarista da modelação matemática como fonte de potenciais aprendizagens e de reconhecimento da importância dos modelos matemáticos na resolução de problemas.

Não considero que a modelação matemática seja uma “metodologia de ensino”! Para mim, a modelação matemática é o processo de construção, aperfeiçoamento e validação de modelos matemáticos de situações exteriores à Matemática ou da própria Matemática. Este processo pode estar presente no ensino da Matemática de uma grande variedade de maneiras, muito diferentes umas das outras, pelo que não se

pode falar de “uma” metodologia de ensino, sem sequer de uma “família de metodologias” – podemos seguir abordagens expositivas, em que se apresentam teorias aos alunos sobre a “boa modelação”, seguida de exercícios de aplicação... Podemos seguir abordagens investigativas, em que os alunos constroem e criticam os seus próprios modelos, podemos seguir abordagens instrumentais, em que a modelação é um pretexto para outras coisas, como a crítica de certos valores sociais, etc. etc.

Na aceção que eu apresento acima, a modelação matemática está sempre presente no ensino da Matemática, de forma implícita ou explícita. O que será importante saber é quais as formas mais produtivas em que o processo de modelação poderá estar presente de modo a apoiar a aprendizagem da Matemática por parte dos alunos e o desenvolvimento da sua capacidade para usar a Matemática como um meio de resolução de problemas das mais diversas situações.

No seguimento da questão inicial, pedi uma breve resenha da evolução da investigação no domínio da modelação matemática em Portugal, exprimindo, uma vez mais, a hipótese de a considerar como uma metodologia de ensino, com maior ou menor expressão nas escolas portuguesas.

O investigador respondeu com a reafirmação da sua posição, descartando a possibilidade de pensar na modelação matemática como uma metodologia de ensino. No que se refere à leitura que faz do trabalho de investigação neste campo, sublinha a atenção que teve no início dos anos 90 e refere um novo fôlego que se verifica mais recentemente. Para Ponte, a investigação parece estar bastante aquém do que seria necessário, designadamente ao nível de teorias sólidas e em termos de resultados que permitam traduzir-se em recomendações e orientações para os professores. A ausência de conclusões claras sobre o modo mais eficaz de trabalhar a modelação matemática na sala de aula parece condicionar bastante o lugar que esta poderá ocupar e retirar-lhe, segundo o investigador, um papel mais central no ensino da Matemática. De certa forma, está presente nas palavras do entrevistado a noção de que a modelação matemática tem um lugar no currículo, embora esse lugar seja ainda bastante volátil e pouco definido quando comparado com outro tipo de propostas de trabalho para a aula de Matemática.

Como referi, não me parece que a modelação seja uma “metodologia”. Em termos de investigação em educação matemática, parece-me que tem sido dada alguma atenção às questões da modelação em Portugal, em especial no início dos anos 90, e agora de novo nos últimos anos. No entanto, parece-me que estamos muito longe de ter teorias verdadeiramente profundas sobre este assunto e, muito menos, orientações apropriadas para a prática profissional dos professores. Sem um conhecimento mais aprofundado sobre as potencialidades e os problemas emergentes de se trabalhar a modelação deste ou daquele modo, parece-me pouco prudente pensar que a sua realização pode ser promovida como preocupação central no ensino da Matemática.

Relativamente ao papel da modelação matemática nos currículos do ensino básico e secundário, é interessante notar que o entrevistado aponta claramente para uma presença mais nítida nos programas de ensino secundário e, em particular, nos que se destinam a cursos de Artes Visuais e cursos Tecnológicos, onde as aplicações e a modelação matemática surgem como um tema central. Mesmo assim, coloca a questão da necessidade de aferir os resultados que estes programas poderão estar a produzir nas aprendizagens dos alunos e a forma como os seus objectivos estão a ser concretizados, deixando transparecer a ideia de que este tema suscita dificuldades aos professores de Matemática. Transparece também a sua convicção de que a modelação matemática não pode ser vista como um meio de organização do currículo, mas antes como uma dimensão a ser tida em conta no ensino e no trabalho do professor de Matemática. De alguma forma, Ponte deixa claro que a modelação matemática não deve ser encarada nem como uma metodologia de ensino nem como um tema organizador do currículo, atribuindo-lhe uma importância relativa como meio de promover as aprendizagens da Matemática e deixando em aberto o seu grau de eficácia na aprendizagem. Aparentemente, a modelação matemática retém no currículo o espaço que poderá caber a uma das muitas componentes e formas de trabalho em Matemática.

No ensino secundário, na Matemática B e em MACS, a modelação tem um papel de extraordinário relevo. Um estudo interessante seria

perceber de que modo isso está a ser concretizado nas salas de aula em relação aos objectivos dos programas e quais as consequências que isso está a ter (positivas ou não) na aprendizagem dos respectivos alunos.

Na minha perspectiva a modelação matemática deve ser uma dimensão sempre presente no trabalho do professor, mas que não vejo como requerendo um lugar de “exclusividade”, nem envolvendo qualquer oposição a outras “propostas curriculares”. A ideia que poderá haver uma “proposta curricular” (a modelação ou outra) que sozinha consiga constituir uma orientação curricular adequada para todo o ensino da Matemática, parece-me francamente simplista.

A última questão posta ao entrevistado pretendia fazer uma auscultação acerca de um aparente distanciamento do seu trabalho de investigação relativamente à modelação matemática quando comparada com outras abordagens a que deu mais atenção recentemente, como foi o caso das tarefas de investigação no ensino da Matemática. Ponte reitera que a introdução de actividades de investigação contempla uma ênfase nas questões intrinsecamente matemáticas e que também esta não deverá ser considerada uma metodologia de ensino. Salienta a importância de dar aos contextos estritamente matemáticos, sem renegar os contextos exteriores à Matemática. Mas adianta que também as actividades de investigação podem ser usadas pelos professores de formas muito diversas e defende que, acima de tudo, importa estudar os resultados que permitem alcançar. Critica ainda a expressão “situações problemáticas da realidade” como portadora de ambiguidade e alerta para a necessidade de se encontrarem termos precisos na investigação em Didáctica da Matemática. Curiosamente tal designação aproxima-se de uma terminologia aparentemente instalada no Brasil, com o termo “situação-problema”, que parece surgir em franca ligação com as perspectivas de introdução da modelação matemática no ensino. Em todo o caso, esta observação de Ponte também denota a ausência de uniformidade, a nível internacional, na terminologia e até na matriz teórica em torno da modelação na Educação Matemática.

Também aqui, não me parece que a “implementação de tarefas de investigação” seja propriamente uma “metodologia”... As tarefas de investigação podem ser entendidas de muitas maneiras diferentes e usadas

de modos ainda mais diferentes... Penso que tanto são necessárias no ensino da Matemática situações remetendo para contextos exteriores à Matemática como situações remetendo para contextos da própria Matemática. É importante estudar todos eles, só que não é possível estudar tudo ao mesmo tempo. Numas fases tenho-me dedicado mais a uns e noutras fases mais a outros.

De qualquer modo, devo dizer que não gosto muito da expressão “situações problemáticas da realidade”, que me parece tender a dar origem a interpretações estranhas e muitas vezes divergentes. Foi isso que se notou com muita clareza, quando no fim dos anos de 1990 se usou com alguma frequência expressões semelhantes. Encontrar boas expressões para traduzir as nossas ideias é um aspecto importante dentro da Didática da Matemática.

4.2. Entrevista a Jaime Carvalho e Silva (Portugal)



Fotografia 2. Jaime Carvalho e Silva, na apresentação da Palestra: “Matemática na II Guerra Mundial”, no 4.º Intercâmbio Matemático “Alunos em Comunicação Matemática”, Abril de 2008

A primeira questão colocada a Jaime Carvalho e Silva faz apelo à experiência deste investigador para compreender o que tem acontecido em Portugal com a modelação matemática na prática de sala de aula, no currículo e na investigação em Educação Matemática.

Este entrevistado não enjeita abertamente a ideia de olhar para a modelação matemática como uma metodologia de ensino da Matemática. A sua resposta é ancorada na análise dos currículos de Matemática após a experiência da Matemática Moderna em Portugal. Segundo Carvalho e Silva, imperou a aridez nos programas que vigoraram durante 20 anos após a influência de Sebastião e Silva, francamente defensor das aplicações da Matemática e de temas curriculares com muitas potenciais aplicações à realidade. Assim, Carvalho e Silva vê as aplicações e a modelação matemática como um movimento de reacção à aridez dos programas de Matemática vigentes em determinado período. Mas tal como Ponte, o entrevistado reconhece a distância que se abre entre as actuais recomendações curriculares e as práticas dos professores de Matemática, remetendo para a formação inicial dos professores, fundamentalmente teórica, uma das justificações para o seu desconforto em trabalhar sobre contextos que não sejam puramente matemáticos.

Carvalho e Silva faz igualmente alusão aos programas de Matemática B como sendo os que maior espaço atribuem à modelação matemática em Portugal, mas acrescenta que a prática desvirtua o que é recomendado, inclusivamente devido aos manuais escolares que parecem fugir às aplicações reais e à modelação. Importa ainda notar a observação que faz acerca dos exames do ensino secundário de Matemática B, que embora enquadrados no espírito do programa, não adquirem a influência necessária para provocar alterações significativas nas práticas dos professores.

Em suma, tal como Ponte, também Carvalho e Silva coloca o dedo na ferida que parece ser a falta de formação dos professores de Matemática para incluir a modelação matemática de forma convicta nas suas práticas de ensino. Mas ao contrário de Ponte, não parece enjeitar a atribuição de um maior peso à modelação matemática no ensino e reconhece-lhe uma importância óbvia na formação matemática dos alunos que descreve como demasiado algébrica e pouco suportada pelo uso das tecnologias, em Portugal.

A minha postura é influenciada por três factores:

a) a experiência da matemática “moderna” de Sebastião e Silva

b) os contactos com outras experiências nomeadamente as do COMAP

c) as insuficiências do ensino da Matemática em Portugal com temas áridos que suscitam desinteresse e mesmo aversão por parte dos alunos, com frequentes questões como “para que serve isto?” que ficam sem resposta.

No currículo de Matemática nota-se uma descontinuidade tremenda e inexplicável entre os programas experimentais de Sebastião e Silva e os programas que se lhe seguiram e estiveram em vigor até 1990. Nem os programas do 12º ano (da autoria do Prof. César de Freitas) corrigiram o erro. Em Sebastião e Silva havia muitas aplicações (programação linear, por exemplo) e nos programas que se lhe seguiram (e deveriam ter beneficiado da experiência...) e que estiveram em vigor 20 anos, apenas aparecia um cheiro de aplicações nos problemas de máximos e mínimos!!!

Os programas desde 1991 incentivam o trabalho das aplicações na sala de aula, mas a prática está muito longe das orientações legais: as aplicações na sala de aula são muitas vezes meras ilustrações ou pretextos para fazer trabalho algébrico. A razão principal está na preparação inicial dos professores de Matemática que é quase 100% de Matemática Pura sendo muito poucas as aplicações estudadas e mesmo disciplinas como Análise Numérica e Estatística são frequentemente extremamente teóricas.

Um programa como o atual de Matemática B é o que mais sofre com esta situação pois (e basta ver os manuais) as aplicações rareiam e o trabalho feito é quase 100% algébrico, recorrendo-se muito pouco ao uso da tecnologia. Curiosamente os exames desta disciplina são mais adequados do que os próprios manuais escolares!

Na investigação matemática também se verifica o efeito da preparação muito virada para a Matemática Pura pois as teses raramente versam temas de aplicações e modelação ou métodos numéricos ou exploratórios com ligações práticas.

A questão seguinte visou obter uma perspectiva sobre a evolução do trabalho desenvolvido neste domínio em Portugal e sobre potenciais factores que possam estar a condicioná-lo no nosso país.

Carvalho e Silva resumiu a sua resposta, sublinhando o pouco investimento que se verifica em Portugal sobre as aplicações e a modelação matemática. Refere alguns avanços, aparentemente tímidos, no âmbito dos currículos para os alunos do ensino secundário, em cursos orientados para as ciências sociais, que trouxeram o tema de Grafos, até então ausente. Relativamente aos currículos do ensino básico, não tece qualquer consideração, ainda que atrás tenha aludido às indicações expressas nos currículos portugueses, em geral.

Para este investigador, a mudança curricular não parece ser suficientemente capaz de dar mais relevo à modelação matemática e, tal como Ponte, regista uma grande necessidade de trabalho a realizar, neste âmbito, na investigação em Educação Matemática, em Portugal.

Como já disse há muito pouco investimento das Aplicações e Modelação Matemática, sendo notada uma ligeira influência de uma disciplina como “Matemática Aplicada às Ciências Sócios” que levou ao aparecimento de vários temas quase ausentes da discussão educacional como o dos Grafos.

Será necessária muita mais investigação do que a que é feita atualmente em Portugal.

Relativamente ao lugar a atribuir à modelação matemática no ensino básico e secundário, Carvalho e Silva é peremptório: considera-a uma componente essencial da formação de qualquer cidadão no presente. Nesta perspectiva, a modelação matemática parece merecer um maior destaque, para Jaime Carvalho e Silva, do aquele que se regista nas palavras de Ponte, e não se nota que lhe atribua meramente um valor relativo. Pelo contrário, emerge a sua percepção de que esta é uma abordagem cada vez mais importante e que vem sendo claramente assinalada nos estudos do PISA.

A Modelação Matemática é uma componente essencial da formação de qualquer cidadão do século XXI. Veja-se a importância que lhe é dada pelos objetivos do programa internacional PISA.

Relativamente ao modo como o entrevistado coloca em prática a modelação matemática na sua actividade como docente, Jaime Carvalho e Silva explica que nas várias disciplinas que lecciona, no ensino superior e na formação de professores, a modelação matemática está presente e é essencial. Mostra um exemplo do tipo de tarefas que propõe aos seus alunos e refere que utiliza a modelação frequentemente, a par do recurso às tecnologias e à História da Matemática, sugerindo que estas três propostas podem combinar-se no ensino da Matemática e na formação inicial de professores. Além disso, afirma que segue a filosofia presente no programa do ensino secundário de que é co-autor. Percebe-se que a mesma espelha a sua visão acerca da viabilidade de integração da modelação matemática no ensino e a sua concepção sobre a importância que tem na formação de todos os alunos, tanto dos mais jovens como dos mais avançados que frequentam o ensino superior ou fazem a sua formação inicial para se tornarem futuros professores de Matemática.

A minha prática é muito variada, incluindo disciplinas como Análise Matemática e Álgebra Linear onde as turmas são muito grandes ou a formação de professores com o uso de Tecnologia ou a História da matemática.

Em todas a Modelação é um ingrediente essencial. Para a Análise Matemática pode ser consultado o meu manual sobre o assunto. Para a Álgebra Linear mando em anexo uma folha prática que usei quando leccionei a disciplina.

Em todas as actividades de formação de professores (incluindo a história) uso repetidamente a Modelação e a filosofia básica é a que se encontra espelhada no programa do Ensino Secundário.

A última questão apresentada a Jaime Carvalho e Silva indagou sobre o futuro da modelação matemática em Portugal e em todo o mundo. O entrevistado mostrou-se confiante sobre a influência de projectos de relevo, de publicações destacadas, do papel

das competições baseadas em trabalhos de modelação matemática para alunos de vários níveis de ensino, em curso na actualidade, e no crescimento de perspectivas educacionais como a da EMR, ligada ao Instituto Freudenthal, na Holanda. Fez ainda referência à importância do grupo internacional ICTMA e ofereceu assim uma imagem de vigor que parece prometer desenvolvimentos para a afirmação da modelação matemática no ensino da Matemática, no plano internacional. Entretanto, não deixa de frisar que Portugal terá de se envolver mais neste movimento e não poderá deixar de o acompanhar, considerando que o caminho a percorrer é bastante longo e que faltam estudos em temas diversos como a utilização de métodos numéricos, largamente esquecida no ensino actual.

Penso que o sucesso de projectos como o COMAP (<http://www.comap.com/>) que inclui várias competições de muito sucesso (Mathematical Contest in Modeling (MCM), The Interdisciplinary Contest in Modeling (ICM), High School Mathematical Contest in Modeling) e das propostas como a do Instituto Freudenthal (a Matemática Realista) auguram um grande sucesso ao aumento do trabalho nas aplicações e modelação matemática. Se a isto juntarmos o grupo internacional ICTMA (<http://www.ictma.net/>) e o estudo do ICMI sobre o assunto (<http://www.springer.com/education+%26+language/mathematics+education/book/97-0-387-29820-7>), então não poderemos em Portugal ignorar esta tendência. Mas ainda falta um grande caminho a percorrer: por exemplo, ainda há muito poucas propostas de integração de métodos numéricos no ensino secundário e muito poucos estudos sobre este último assunto.

4.3. *Entrevista a Salett Biembengut (Brasil)*



Fotografia 3. Salett Biembengut, na apresentação da Palestra: “A Modelagem Matemática como Recurso Metodológico na Formação de Educadores e Educandos”, na III Jornada Pedagógica de Matemática do Vale do Paranhana, Setembro de 2011

A entrevista a Salett Biembengut foi a que gerou uma resposta escrita mais longa e mais detalhada, que oferece bastante informação específica e factual sobre aspectos do ensino da modelação matemática no Brasil.

A primeira questão formulada a esta investigadora referia-se às suas principais motivações e ao seu gosto pela modelação matemática no ensino e na investigação, sendo transmitida na pergunta a ideia de que se tratará de uma metodologia de ensino. Biembengut optou por deixar a resposta a esta primeira pergunta para o final da entrevista, declarando que o faria no fim. Assim, debruçou-se sobre a segunda questão que lhe coloquei, referente à evolução que regista, no seu país, no que diz respeito à presença da modelação matemática nos diferentes graus de escolaridade, nas práticas de ensino, nos currículos e na investigação.

Biembengut traça as origens do movimento da Modelação Matemática, nos anos 70, claramente no ensino superior brasileiro. Refere-se a disciplinas de Matemática, envolvendo cálculo diferencial e integral como o cadinho de experiências de que resultaram êxitos interessantes que se foram difundindo, tendo por principal motivação a tentativa de revelar a aplicabilidade da Matemática na resolução de problemas exteriores à Matemática e procurando mostrar aos estudantes a utilidade da Matemática.

Faz referência também a cursos de mestrado nos anos 80 que levaram ao aparecimento de um primeiro pequeno grupo de entusiastas que começaram a trabalhar no terreno, a fazer propostas e a desenvolver investigação a partir desses trabalhos. Surgiram assim grupos de investigação em torno da modelação matemática que foram crescendo, bem como o número de artigos e de dissertações de mestrado e doutoramento nesta área. É de sublinhar que o número de investigações indicado pela entrevistada, apenas produzidas pelo grupo CREMM que dirige, excede largamente o total de dissertações e artigos nesta área de investigação, no nosso país, patenteando uma actividade muito superior no Brasil, no que concerne a este domínio de investigação.

Na sequência da sua resposta, percebe-se que o movimento da investigação não foi totalmente acompanhado pela prática educativa pois faz notar que os parâmetros curriculares nacionais no Brasil não contêm uma referência explícita à modelação matemática, ainda que esta possa aparecer de forma difusa, um pouco à semelhança do que sucede em Portugal no currículo do ensino básico. Para além destes parâmetros ou orientações curriculares, parece ter havido a vontade de integrar a modelação matemática regionalmente, em todos os estados do Brasil, embora não seja fácil saber até que ponto esta intenção foi concretizada neste país.

Um outro aspecto interessante é o facto de se sentir mais a presença da modelação matemática no ensino fundamental (correspondente ao nosso ensino básico) do que no ensino médio (correspondente ao nosso ensino secundário), estando aqui muito ausente e apenas ligada ao estudo de funções. Não menos curioso é o facto de apontar uma quase total ausência da modelação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, no ensino superior, apesar de ter sido esse o contexto em que a modelação matemática teve a sua primeira grande raiz, fenómeno que explica através da prática muito tradicional que é seguida nestas disciplinas.

Regista como um avanço positivo a presença de disciplinas de modelação matemática na formação dos futuros professores de Matemática, designadamente na licenciatura em Matemática, um cenário que é bastante diferente do que acontece em Portugal, onde esta situação é pouco frequente.

Considera que há necessidade de fazer maiores progressos na introdução da modelação matemática no Brasil, sobretudo ao nível do ensino médio e superior, assinalando as práticas dos professores como muito coladas à sua experiência enquanto alunos.

Vou começar respondendo do item iv) para o i):

iv) na investigação em Educação Matemática no Brasil?

As primeiras propostas de MM para a Educação começaram pelo professor Aristides Barreto nos anos de 1970. Ele era engenheiro civil e fez doutorado em matemática pura. Como era professor de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de engenharia, em particular, e devido às reclamações dos estudantes sobre a 'não' serventia do CDI ele começou a fazer as primeiras experiências; como os resultados foram satisfatórios, o Prof. Aristides passou a divulgá-los. E assim, pouco a pouco a proposta dele foi disseminando, ganhando adeptos.

Nos anos de 1980, em 1986, quando ouvi meu professor de mestrado Rodney Bassanezi falar de modelagem, éramos poucos entusiastas; talvez em torno de 10. E assim, fomos fazendo trabalhos e contando nossas propostas. Nos anos de 1990 o grupo de adeptos era significativo. Formam-se então os primeiros grupos de pesquisas; estudantes nos programas de Mestrado ou Doutorado fazendo pesquisa sobre MM. Atualmente o número de pesquisas é grande. Eu disponho no CREMM de mais de 1000 trabalhos (artigos, dissertações de mestrado, teses de doutorado). Isso quer dizer que há mais que isso.

iii) nos currículos de Matemática no Brasil

Neste movimento crescente, no final dos anos 1990, devida as políticas educacionais, algumas alterações curriculares ocorreram. Em 1997, por exemplo, o governo federal propôs os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e nestes constam propostas de Modelagem, embora a denominação Modelagem ou Modelação não está explícita. Além deste documento federal, cada Estado deveria elaborar uma Proposta Pedagógica; de igual forma, cada município. Não sei lhe precisar se todos os 26 estados têm, tampouco sobre os municípios. Mas, dos diversos que tenho conhecimento, por exemplo, estados do sul e do sudeste, a modelagem aparece explicitamente como uma das propostas metodológicas.

ii) nas práticas da sala de aula

Nas práticas de sala de aula há crescente movimento no Ensino Fundamental em particular nos 6º e 7º anos, cujo conteúdo programático envolve: números inteiros e racionais, geometria e sistemas de medidas (6º) e razão e proporção, porcentagem, juros (7º). No Brasil o Ensino Fundamental compõe de 9 anos (estudantes de 6 a 14 anos de idade).

No Ensino Médio – 3 anos (estudantes de 15 a 17) é raro se utilizar a Modelagem. Quando é utilizada, fica restrita ao 1º ano ao abordar Funções.

Na Educação Superior, salvo experiências isoladas, as disciplinas de matemática são tratadas da forma mais tradicional possível. Por exemplo, numa pesquisa que realizei no início dos anos 2000, a disciplina de CDI era tratada da mesma maneira (os mesmos clássicos exercícios, etc.) em disciplinas de Cursos de Arquitetura, Engenharias, Biologia, etc.

O que posso lhe afirmar é que embora as pesquisas cresçam, dia após dia e os documentos oficiais apresentem indicações, pouco avançamos nas práticas de sala de aula. As práticas de sala de aula, da maioria dos professores de matemática, continuam semelhantes às que nossos antepassados tiveram.

Algo bom que ocorreu em meados dos anos de 1990 foi nos Cursos de Formação de Professores de Matemática – chamamos de Licenciatura em Matemática. As mudanças curriculares propostas pelo Ministério de Educação levaram vários Cursos de Licenciatura a inserirem na grade curricular a disciplina de MM ou disciplinas que abordassem a MM. Em pesquisa que realizei no ano passado, verifiquei que há no Brasil cerca de 500 Cursos de Licenciatura em Matemática e destes consegui identificar que cerca de 30% têm a disciplina de MM ou que abordam MM. Não quer dizer que há somente 30%; estes são os que consegui identificar. Isso é ótimo. Vamos ver possíveis mudanças num futuro.

i) Nos diversos níveis de ensino

Creio que este item está respondido no item ii). Mas vale destacar que a dificuldade, no meu ponto de vista, em tornar a MM uma prática em sala de aula, em particular, em níveis do Ensino Médio e da Educação Superior (todos os cursos da graduação que têm a disciplina de

matemática) está na formação dos professores – como aprenderam seguem a ensinar: da mesma forma, eles se utilizam dos mesmos livros textos.

Na terceira pergunta que lhe enderecei, procurei saber o que pode estar na base do relativo avanço do Brasil na introdução da modelação matemática no ensino. Biembengut afirma que esse avanço não é ainda suficiente mas alega que tem havido bastante investimento na investigação e na formação contínua de professores, para além da realização de encontros e congressos a que os professores estão a aderir cada vez mais. Refere a existência de congressos nacionais bi-anuais exclusivamente dedicados à modelação na educação matemática (à semelhança do que se passa com o congresso internacional ICTMA) e sublinha que este tipo de fóruns motiva os professores a alterarem as suas práticas de ensino.

Embora não evoluímos como eu gostaria, creio que este avanço se deva a alguns factores. Um deles é o grande investimento por meio de governos: federal, estaduais e municipais para pesquisa, promoção de cursos de formação continuada para professores e também, promoção de eventos (congressos, encontros). Os eventos crescem em números de participantes a cada ano.

Por exemplo, desde 1999 ocorrem bi-anualmente congressos Nacional de Modelagem na Educação Matemática. No primeiro, havia pouco mais de 100 participantes, no último que ocorreu no ano passado, cerca de 400. O Encontro Nacional de Educação Matemática que ocorreu neste ano na Baía, teve mais de 5000 participantes. Eventos como estes motivam mais e mais os professores a mudarem suas práticas em sala de aula.

Coloquei seguidamente a questão de saber qual é a visibilidade da modelação matemática e o seu peso relativamente a outras propostas nos currículos de Matemática. A entrevistada sublinhou que a modelação matemática está contemplada nas directrizes curriculares oficiais e defende que esse é um bom princípio. No entanto, mostra que uma grande parcela de trabalho cabe aos professores e faz alusão à colaboração entre

professores de várias disciplinas, sugerindo a modelação matemática como um meio aglutinador de disciplinas da área das ciências, o que poderá estar relacionado com uma aposta na interdisciplinaridade, em que o Brasil parece ter maior tradição do que Portugal. Refere ainda que tem um projecto em preparação nesse sentido.

Como disse na questão 2, já avançamos pelo menos nos documentos oficiais de Educação: sejam documentos federais como o PCN (para Ensino Fundamental e Médio) e o que orienta os Cursos de Licenciatura de Matemática (formação de professores).

Nas Leis de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996, o Ensino Médio – última etapa da Educação Básica, tem o currículo dividido em três grandes áreas do conhecimento, estabelecidas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais: Linguagens e Códigos: Língua Portuguesa, Educação Artística e Outros Idiomas; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Física, Química, Biologia, Matemática; e Ciências Humanas: História, Geografia, Sociologia e Filosofia.

O propósito desta DCN é que os professores de cada grande área se reúnam para preparar o programa curricular das referidas disciplinas, de forma integrada. Na prática isso ainda não acontece (salvo experiências isoladas). Contudo, estar nos documentos já é um 'primeiro passo'. Na área Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Física, Química, Biologia, Matemática a modelagem matemática permitiria integrar estas disciplinas. Devo desenvolver um projeto neste ano (envio-lhe o projeto para se inteirar).

Relativamente ao futuro da modelação matemática no ensino, tanto no Brasil, como no mundo inteiro, Biembengut declara que a modelação, como método de pesquisa, em todas as disciplinas pode contribuir para melhorar a formação dos jovens em qualquer país. É interessante observar a tónica que coloca no facto de se tratar de um método e de este poder atravessar todas as áreas disciplinares.

Penso que a Modelagem como método de pesquisa em todos os níveis de ensino, não apenas para o ensino de matemática, mas sim, para

todas as disciplinas do currículo pode efetivamente, possa contribuir para melhor formação de nossas crianças, nossos jovens não apenas no Brasil, mas em todo mundo.

A última questão pretendia conhecer a posição da entrevistada relativamente à permanência da modelação matemática no ensino por contraponto a outros movimentos que foram abandonados. Responde que a chave estará na preparação dos professores de Matemática e de Ciências da Natureza e que o caminho a seguir passa por encarar a modelação como um método de pesquisa, isto é, algo mais do que uma abordagem para ensinar Matemática.

Se conseguirmos preparar nossos professores de matemática, de ciências da natureza nesse caminho, creio que a Modelagem tornar-se-á uma 'prática tradicional', especialmente, se a desenvolvermos como método de pesquisa, mais do que para só ensinar matemática.

Por fim, Biembengut responde à pergunta inicial, acerca das suas motivações pessoais e do seu envolvimento na investigação em torno da modelação matemática. Apresenta uma resposta bastante longa, desenvolvida e recheada de episódios interessantes que permitem compreender a sua actividade neste domínio a partir da sua trajectória de formação. Faz assentar toda a sua perspectiva na defesa de valores: a natureza e a educação, que ela própria inscreve na realidade do seu país.

Biembengut explica, com muita autenticidade e vivacidade, o percurso que tem vindo a realizar desde que iniciou a sua carreira profissional. A primeira turma que leccionou funcionava em regime nocturno e era formada por alunos que trabalhavam durante o dia no corte de cana. Este grupo de alunos foi um grande desafio que a entrevistada agarrou e que veio a tornar-se no início do seu percurso na modelação matemática. A partir da experiência que realizou nesse momento, em que lhes propôs a construção de maquetas de casas, percebeu que era possível proporcionar aos alunos uma variedade de aprendizagens que excedia muito os conteúdos curriculares. Desde esse primeiro encontro com a modelação matemática, a investigadora não cessou de realizar experiências em todos os níveis de ensino e de ajudar professores de todo o país, com materiais, sugestões, ideias, discussões, palestras. Como refere no final, estas

são as suas grandes vantagens: ter um contacto muito forte e muito próximo com a realidade educativa, ter realizado centenas de experiências no terreno, com estudantes de todos os níveis de ensino, e manter um contacto permanente com os professores, acreditando que são capazes de alterar as suas práticas de ensino quando são apoiados.

Para responder esta sua questão, farei breve relato de minha trajetória educacional. Mas antes preciso dizer que tenho como fonte: a natureza, em especial do meu país; e como premissa, que a Educação é caminho para 'salvar' esta natureza.

Eu fiz Licenciatura de Matemática por falta de opção. Desejava seguir outra carreira, mas por razões familiares e viver distante de uma Universidade pública, freqüentei um Curso no período noturno, de uma Instituição Privada. Não tinha a menor idéia em tornar-me professora. Ao concluir o curso e sem possibilidade de atuar em algo que eu supunha ser de meu interesse, por falta de opção, me inscrevi para ser professora.

Assim, em agosto de 1981, assumi uma turma de 8ª série (atualmente 9º ano) do Ensino Fundamental. Uma turma de uma escola que estava a 10 km da cidade que eu morava – interior de São Paulo. Era 2º semestre letivo, e estes estudantes tinham tido já 2 professores de matemática naquele ano letivo – professores que desistiram por razões pessoais. Depois de estudar em algum livro texto o que eu deveria ensinar, fui então 'dar aulas'.

No primeiro dia que adentrei a sala de aula, período noturno, verifiquei que a maioria dos estudantes (jovens entre 13 a 15 anos) dormia sobre a carteira. Dormia porque levantavam às 5h da manhã para trabalhar no corte de cana. Este momento foi muito forte para mim. Num primeiro instante, me questionei: o que faço aqui? Como posso ter a pretensão de ensinar algo que acabei de estudar? Algo que nem eu mesma sei qual é o valor para eles?

Ao perceberem minha presença, desculparam-se dizendo que estavam ali, pois precisavam do diploma da 8ª série para ter um emprego melhor em uma fábrica. Creio que nasci para a Educação neste momento,

neste dia. O que mais me surpreendeu foi o sonho que eles tinham para o futuro – ter um emprego de operário em uma fábrica de papelão.

Isso me fez viajar no tempo, retornar a minha infância pobre e lembrar que a escola para mim era meu melhor endereço. Por meio dela, dos meus livros, mesmo em um ensino tradicional, eu podia viajar no tempo: fazer peregrinação pelo passado, ter alusão ao futuro. Sonhava em ser. E os livros me permitiam isso. Desejei então, em agosto de 1981, em estimular aqueles estudantes pobres, humildes a sonhos maiores. Não sabia como, mas desejava.

Sem saber como fazer a diferença para eles, fui pedir aos colegas, professores da escola sugestões sobre o que fazer, onde estudar, o que buscar. E eles disseram: estes estudantes são fracos, só querem o diploma e você não vai mudar nada. Você está a começar como professora, logo vai desanimar.

Apesar desse “alento” dos colegas, no ano seguinte, com mais turmas de estudantes nessa mesma escola, passei a buscar por cursos de formação continuada. Não havia muitos na época. E os que existiam ocorriam nas férias e nas Universidades públicas. Contrariando meus familiares nas férias eu procurava por Cursos. Contudo, de matemática, pois se quer tinha idéia de que eu precisava saber. Em 1985, decidi fazer uma Pós-Graduação em Matemática – na Universidade de Campinas (cerca de 60 km de onde morava).

Nestes anos todos (de 1981 a 1986) continuei com minhas aulas de matemática, a apresentar os conteúdos da forma em que estavam nos livros textos. Entretanto, antes e depois das aulas e nos intervalos eu permanecia com eles: a conversar sobre diversas coisas, a cantar. Era muito agradável.

No curso de Pós-Graduação eu aprendia muita matemática, contudo, nada que eu pudesse mudar a concepção de meus estudantes sobre matemática. Já no final de cursar as disciplinas desta Pós-Graduação, meu orientador sugeriu-me que fizesse outra disciplina – Tópicos de Análise com um professor – Rodney C. Bassanezi. Obedeci ao orientador e me inscrevi na disciplina.

E então, na primeira aula, este professor Rodney falou de modelagem e apresentou um modelo de 'como plantar batatas'. E a partir deste modelo, fez toda revisão de Cálculo Diferencial Integral. Foi suficiente para que eu o procurasse, ao final da aula, para saber como eu poderia levar esta idéia para minhas aulas no Ensino Fundamental. Conversamos em torno de 30 minutos e então ele sugeriu que eu construísse maquete de casas com meus estudantes.

Fiquei animada com a idéia. A dúvida era: como fazer, com quais turmas. Até esse momento, eu nunca havia lido nada de Modelagem, tampouco, sabia fazer. Como eu tinha várias turmas, optei por realizar uma experiência com uma turma de estudantes da 5ª série (atual 6º ano), do período noturno; estudantes que já tinham reprovado a 5ª série pelo menos quatro vezes. A maioria tinha entre 13 a 15 anos de idade. Ao chegar a classe e fazer a proposta a eles: 'fazer a maquete de uma casa', eles aceitaram. Não entenderam muito bem, mas para eles deixar de ter aulas 'chatas' de matemática para ter 'educação artística' poderia ser melhor. Durante um semestre letivo (agosto - início de dezembro), a sala de aula tornava-se uma oficina. Na medida em que os estudantes faziam seus projetos de uma casa que gostariam de ter, a motivação pelas aulas aumentava a cada momento.

O resultado foi surpreendente. Não fizeram registros em cadernos, tampouco, avaliações escritas. Contudo, as questões levantadas por eles, o empenho deles em realizar seus trabalhos e a qualidade final tanto do projeto (planta baixa e em perspectiva, orçamento) quanto da maquete foram suficientes para eu verificar o quanto aprenderam; não apenas de matemática, mas também, de física, química, conforto ambiental, dentre outras coisas. Nas aulas, conversávamos de tudo; discutíamos sobre política, problemas sociais, urbanismos, etc.. Assuntos que emergiam de suas dúvidas. Percebi que essa proposta instigava lhes sonhos em ser, em ter.

Cada acontecimento desse período eu relatava ao prof. Rodney (que desde então passou a ser meu orientador). Ele ficava motivado também. No ano seguinte, 1987, decidi por levar a proposta para outras turmas.

Dentre elas, uma de 1ª série do Ensino Médio de uma escola privada, cujos estudantes eram de classe média alta. Com receio de ter problemas, resolvi propor a feitura de um bairro de uma cidade. E mais, não fiz na disciplina de matemática, mas sim, na de Desenho de Geométrico. O resultado também foi especial. Tratamos de vários assuntos muito além de geometria plana e espacial (conteúdos da disciplina). Resultado: esses estudantes solicitaram a coordenação do curso que eu fosse professora de matemática deles no ano seguinte, na 2ª série.

Vale destacar que meu trabalho de final de Pós-Graduação (sob a orientação do prof. Rodney) era de Modelagem Matemática com equações diferenciais para estudar crescimento de tumores cancerígenos. As experiências que eu realizava em sala de aula eram apenas para melhorar minhas práticas – jamais pensei que tornariam meu foco de pesquisa. Em alguns momentos, nos intervalos, o prof. Rodney e eu conversávamos a respeito das experiências que eu fazia em sala de aula. Foi assim que ele me sugeriu (1) a leitura de alguns artigos a respeito de Modelagem voltada ao ensino de matemática e especialmente, (2) que eu fizesse um Mestrado em Educação Matemática – o primeiro no Brasil, criado poucos anos antes.

Com isso, concluí o Curso que fazia na UNICAMP e em 1988 fui para esse Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Continuei como professora de Ensino Médio, durante o Mestrado. E ainda passei a ler o que tinha disponível na biblioteca sobre Modelagem. A maioria dos artigos era de professores de outros países, portanto, outras realidades educacionais: Mc Lone, Oke e Bajpai, Werner Blum, Mogen Niss. De brasileiros, havia algo dos professores Aristides C. Barreto, Rodney Bassanezi e Ubiratan D'Ambrosio.

Para a maioria desses autores, que incluía meu orientador Rodney Bassanezi: os estudantes deveriam se agrupar e escolher um tema/assunto de acordo com interesses e afinidades e, a seguir, sob a orientação do professor cada grupo levantaria questões sobre o tema/assunto, dados - pesquisa e, então formularia um modelo matemático. Rodney acreditava

que o professor aprenderia com o estudante e este, por sua vez, tornar-se-ia mais motivado e, portanto, co-responsável pelo seu aprendizado. A defesa do Rodney baseava-se nos trabalhos que ele realizava em Cursos de pós-graduação e Cursos de formação continuada em diversas regiões do país.

Assim, nos dois anos seguintes (1988 e 1989) decidi realizar um trabalho que melhor se aproximasse da proposta do Rodney, isto é: estudantes reunirem de acordo com interesses e escolherem um assunto para modelar. Durante o ano letivo de 1988 implantei a modelagem em 4 turmas: duas 1as séries e duas 2as séries do Ensino Médio. Nas duas 1as séries do Ensino Médio formaram-se dez grupos que escolheram, respectivamente, dez assuntos cujos trabalhos foram desenvolvidos na própria sala de aula, limitados ao conteúdo matemático programático, durante todo. E nas outras duas 2as séries, cujos estudantes já haviam participado do projeto no ano anterior, formaram-se onze grupos, cujos trabalhos foram desenvolvidos paralelamente às aulas regulares.

Apesar de resultados positivos comparados ao ensino tradicional, nos projetos em que implantei a proposta de Bassanezi alguns problemas ocorridos levaram-me a refletir sobre estes problemas. Me senti 'um tanto incompetente'; e busquei estudar teorias de aprendizagem, filosofia da educação, antropologia, etc. Lia compulsivamente, tudo que eu supunha obter respostas as dificuldades que enfrentava com as experiências de modelagem. Isso me levou a ousar e prescrever minhas ideias, baseadas nessas diversas experiências.

Outra coisa importante que ocorreu neste período: em julho de 1987, devido ao meu entusiasmo com os resultados das diversas experiências, me utilizando de tema único para desenvolver o conteúdo programático (e não programático), Rodney me convidou para ser monitora de um curso que ele ministraria para professores numa cidade no interior do Estado de São Paulo. Ele queria que eu relatasse aos professores os trabalhos que eu vinha fazendo. O interesse daqueles professores foi grande e no final do curso, pediram à coordenação que eu ministrasse um curso sobre minhas experiências: ensinando-os a fazer.

Essa solicitação me motivou de tal forma, que passei a escrever as experiências, como fazê-las, com exemplos. E assim, ministrei um primeiro curso sobre o tema: maquete de casas. Deste, surgiu outro convite, e mais outro, e mais outro. Com isso ‘rodei’ (e ainda ‘rodo) pelo Brasil inteiro. Um curso levava a outro. Os participantes contavam para alguém e lá surgia outro convite. Passei (até os dias atuais) a incluir nas minhas horas possíveis (finais de semana, feriados, férias) os convites que recebia. Até os dias atuais foram algumas centenas: no Brasil e demais países da América do Sul. Preparava materiais didáticos para os cursos, com temas diversos e interessantes: abelhas, formigas, plantações de maçã, uva etc; criação de animais: frangos, perus, porcos; ornamentos, roupas etc etc etc.).

Esses contínuos encontros com os professores me traziam muita motivação. A maioria tinha uma história como a minha: com formação em cursos noturnos, opção para ser professor por não ter outra, mas com muita vontade em melhorar as práticas de sala de aula. Por isso, eu escrevia materiais didáticos para eles. Datilografava e eles fotocopiavam (hoje digito e envio pela internet). Por diversas vezes o professor Rodney Bassanezi dizia que eu deveria transformar em livros meus escritos. Não pensava nesta possibilidade. Queria apenas melhorar os ânimos, as motivações desses colegas professores.

Nas discussões no meio acadêmico ouvia outras coisas: propostas e mais propostas para professores de matemática como esses da Educação Básica, que eu conhecia, passava dias ao lado deles, a conversar de tudo. Observava que as propostas de vários colegas doutores do meio acadêmico não estavam em sintonia com a realidade. Baseavam-se em alguns experimentos, estudo de casos, coisas pontuais e baseados nesta parca vivência (embora seguissem todos os requisitos da pesquisa científica), sempre julgavam que os professores da Educação Básica eram: ‘resistentes a mudanças’, ‘formação precária’, etc etc. Nos cursos ou palestras, muitos desses colegas doutores, pesquisadores sempre vinham com discursos sobre o que os professores deveriam fazer, contudo, quase nunca diziam COMO FAZER.

Como o professor pode mudar a forma de ensinar quando não se sabe por quais caminhos? Como esperar que esses professores (que têm mais de 40 horas/aula semanais, mais família e salário não compatível) disponham de tempo para ler, estudar e preparar aulas diferentes, sem ter qualquer segurança se vai ou não dar certo?

Creio que por essas coisas, sem qualquer pretensão, me vi na obrigação de ousar e dizer o que pensava, o que penso, a partir de grande vivência e de centenas e centenas de experiências com estudantes em todos os níveis.

Nos anos de 1990 (entre 1990 a 1993) fiz 22 experiências de Modelagem com estudantes de Engenharia (civil, elétrica e química) nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral. Destas, enveredei para Cursos de Economia, Administração, Arquitetura, Biologia, etc.

O número de adeptos aumentava (e aumenta). Passei a receber cartas por correio postal e hoje, e-mail. Desde os anos de 1988, milhares. Recebo mais de uma centena por mês. Pedindo sugestões, materiais, relatando experiências etc. Respondo todas.

Tenho me dedicado a esse trabalho de forma incansável, todos os dias do ano. Motivada em mudar a Educação. Já orientei dezenas e dezenas de trabalhos de mestrado, iniciação científica, etc. Tive e continuo tendo vários projetos. Atualmente, fazem parte do meu grupo de pesquisa no Centro de Referência de Modelagem Matemática – CREMM (www.furb.br/cremm) que criei em 2006, 15 estudantes (de iniciação científica e de mestrado) e dezenas de professores voluntários em aplicar as propostas.

O que publiquei é mínimo frente ao que tenho escrito, especialmente, para atender todos os interessados. Graças a diversos professores voluntários, realizei experiências com crianças da Educação Infantil (5 anos), Séries Iniciais do Ensino Fundamental (6 a 10 anos), Séries Finais do Ensino Fundamental (11 a 14 anos), Ensino Médio (15 a 17), Educação Superior (em quase todos os cursos que têm matemática), formação continuada de professores. Alguns milhares de estudantes e professores voluntários participaram e ainda, participam de nossas

investidas, nossos sonhos. Dessas tantas e tantas experiências estudei, refleti sobre muitas coisas: aprendizagem, criatividade, motivação, interesse, necessidade, empenho, competência, etc etc etc.

Como eu disse no início desse relato, eu queria ‘instigar’ o sonho daqueles meus estudantes cortadores de cana. Não sei se consegui ‘instigar o sonho deles’, mas tenho certeza, que esta trajetória que tenho feito, me fazendo valer da ‘Modelagem’ (da forma que eu concebo) tem instigado cada dia mais os meus sonhos em ‘preservar a natureza deste meu lindo país’, com o meu jeito alegre e afetivo de ser e estar com estas pessoas, professores deste continente. Posso dizer que a ‘turminha’ da 5ª série de estudantes cortadores de cana em 1986, me ensinou a prescrever um mapa de modelagem, mapa que me tem permitido a peregrinar nele e dele para tantos outros possíveis.

4.4. Entrevista a Jussara de Loiola Araújo (Brasil)



Fotografia 4. Jussara de Loiola Araújo, na abertura da VI CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática, Novembro de 2009

A entrevista a Jussara Araújo inicia-se com a intenção de conhecer as suas motivações e o seu gosto pela modelação matemática como metodologia de ensino, no

Brasil. A entrevistada define o início do seu interesse pelo tema com a sua tese de doutoramento e explica que partilhou das ideias de outros investigadores como Marcelo Borba e Jonei Barbosa, tendo igualmente recebido a influência de Rodney Bassanezi, especialmente no âmbito de uma disciplina dedicada a este assunto. Mas Jussara Araújo acrescenta que o seu primeiro contacto com o assunto foi bastante teórico e fruto de leituras de artigos. Ao retomar as suas funções docentes, procurou pôr em prática as ideias teóricas que foi conhecendo e aprendendo, em disciplinas de Matemática do ensino superior, o que nos dá novos indícios de que a corrente brasileira da modelação matemática está bastante associada ao ensino da Matemática a nível superior. Jussara Araújo comenta que as suas motivações evoluíram, à medida que se envolveu na apresentação dos seus trabalhos de investigação e continua a trabalhar nesta área por razões educacionais, académicas e também políticas.

Acredito que a origem dessas motivações esteja em meu doutorado, realizado na Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Rio Claro, São Paulo. Lá, tive contato, pela primeira vez, com a modelagem na educação matemática, por intermédio do trabalho de meu orientador, Marcelo Borba, do colega de doutorado, Jonei Barbosa, e do professor José Antônio Salvador, da Universidade Federal de São Carlos. E o tema modelagem foi incorporado à minha tese de doutorado. Mas esse contato inicial foi teórico, ou seja, fiz leituras, estudei artigos e livros e tive o prazer de ser aluna do professor Rodney Bassanezi em uma disciplina sobre o assunto. Ele é considerado um dos precursores da modelagem na educação matemática brasileira. Esse contato teórico causou-me boa impressão e o contexto empírico na pesquisa de doutorado foi a prática de modelagem do Prof. Salvador em turmas de Cálculo Diferencial e Integral. Por causa dos estudos e da pesquisa que realizei acreditava que a modelagem era uma possibilidade de resposta às minhas inquietações relativas aos problemas na disciplina Cálculo. Quando retornei para Belo Horizonte, após o doutorado, e reassumi minhas atividades na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), procurei colocar em prática, em minhas aulas, o que tinha entendido de modelagem. Essa prática aconteceu, principalmente, na disciplina Matemática I, ofertada

para o curso de Geografia da UFMG, que tem por programa o conteúdo de Cálculo, como já descrevi em alguns trabalhos. Mas realizei experiências também em Matemática (ofertada para Biologia e Farmácia). Essas experiências aconteceram, também, como contexto de pesquisas que eu desenvolvia à época, dando continuidade à pesquisa de doutorado. Aí, as relações entre educação e pesquisa (ensino e investigação) foram tomando dimensões mais amplas, eu passei a relatar e analisar a experiência em congressos e em artigos, nacionais e internacionais, fui sendo reconhecida como pesquisadora desse campo de investigação, tornei-me sub-coordenadora do Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) (www.sbem.com.br/gt10) e estou completamente envolvida com as atividades da comunidade de modelagem na educação matemática. Resumindo, minhas motivações têm caráter educacional, investigativo e político.

A questão subsequente pedia um retrato da evolução da modelação matemática no ensino, nas práticas, nos currículos e na investigação. Jussara Araújo confirma as informações que Biembengut também deu no seu depoimento. O movimento da modelação matemática no Brasil nasce no ensino superior (e parece continuar nesse nível de ensino e existir uma importante incubadora de projectos e de experiências) e está inegavelmente marcado pela influência de Bassanezi. O alastramento a outros níveis de ensino tem sido feito de forma lenta, segundo a investigadora, e tem estado interligado com outras perspectivas de ensino como a Pedagogia de Projectos e a Etnomatemática. Porém, na visão da entrevistada, a presença da modelação matemática é ainda pouco marcante nos níveis de escolaridade não superiores. Afirma que essa evolução lenta vai sendo relativamente visível e assinala as resistências de muitos professores, principalmente o receio de levarem a modelação matemática para a sua sala de aula. Observa que os documentos oficiais indicam explicitamente a modelação matemática mas contrapõe que esta recomendação não tem carácter de obrigatoriedade. Por contraste, regista um avanço muito rápido e significativo ao nível da investigação que está a ser feita no Brasil, nesta área, referindo os grupos e centros de investigação dedicados a este campo, as dissertações de mestrado e doutoramento produzidas, as

conferências bi-anuais centradas na modelação matemática e outro tipo de congressos de Educação Matemática que se vêm multiplicando no seu país.

É difícil responder esta pergunta. Um resumo pode ser encontrado naquele artigo que enviei para você, publicado na ZDM. Mas vamos lá:

i) começou no ensino superior, com o Prof. Rodney Bassanezi. Depois, foi se espalhando por outros níveis de ensino, mas de uma forma misturada com o trabalho com projetos e a etnomatemática, além de outras abordagens. Mas não creio que esteja muito difundida, que seja uma presença marcante.

ii) tem acontecido mais, a cada dia, mas de forma muito lenta. Acho que os professores encontram muitos obstáculos, têm muitos medos, e acabam não levando a modelagem para sua prática.

iii) os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) falam da modelagem. Eu acho! Mas os PCN trazem orientações, e não obrigações que o professor deve cumprir. E para lhe ser franca, não conheço os currículos estaduais o suficiente para falar que a modelagem está lá.

iv) esta está a todo vapor! Temos o GT de Modelagem da SBEM, as conferências nacionais de modelagem acontecendo a cada dois anos, e é um tema recorrente em congressos mais gerais da educação matemática no Brasil. Outro sinal dessa evolução é o número de pesquisas de mestrado e doutorado sendo desenvolvidas sobre modelagem.

Relativamente aos factores que têm contribuído para a difusão da modelação matemática no Brasil, a entrevistada dá muita importância ao trabalho realizado por Bassanezi e por Ubiratan D' Ambrósio que a combinaram de forma muito interessante com a Etnomatemática, o que veio a constituir um grande impulso para este tema. Foi esta influência que captou a atenção e o interesse de muitos professores de Matemática para a modelação matemática e também de muitos jovens investigadores que enveredaram por esse caminho nas suas dissertações. E acrescenta que muita da difusão das ideias sobre a modelação matemática tem na sua base o trabalho feito pelos jovens investigadores.

Compara o caso brasileiro com o caso português e admite que Portugal poderá não ter alargado a modelação matemática a outras perspectivas, considerando que se tenha mantido bastante colada à perspectiva da resolução de problemas.

Acrescenta que a mistura da modelação matemática com as ideias da Etnomatemática comporta alguns riscos, em particular, o de se tornar estranha na comunidade internacional e deixar de ser vista como modelação matemática.

Eu faço uma análise sobre isso no artigo da ZDM, levantando algumas hipóteses, já que não fiz um estudo da história da modelagem no Brasil. Mas eu acho que o começo do trabalho com Rodney Bassanezi e Ubiratan D'Ambrosio, que mesclaram a modelagem com a etnomatemática, é um motivo de peso para a evolução. Você pode encontrar um histórico (assim como outras informações) no site do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino: <http://www.furb.br/cremm/>.

A influência deles no Brasil chamou a atenção de professores de matemática para a modelagem. E a influência deles no programa de pós-graduação em educação matemática da UNESP deu origem a várias pesquisas (inclusive a minha). E esses pesquisadores voltaram para sua região de origem e começaram a difundir a modelagem por lá. Aí, a coisa foi se espalhando. Eu fico muito feliz e orgulhosa de fazer parte dessa história!

Acho que Portugal, assim como outros países, ficaram presos a uma concepção de modelagem muito próxima àquela praticada pela Matemática Aplicada, como campo científico. Não aconteceu, nesses casos, o diálogo com a etnomatemática. O que aconteceu no Brasil é bom e é ruim. Muitas vezes, a comunidade internacional não reconhece o que fazemos em nossas salas de aula como modelagem. A modelagem, em Portugal, é muito parecida com o que chamamos resolução de problemas. Mas posso estar equivocada.

No que diz respeito à visibilidade da modelação matemática nos currículos brasileiros, Jussara Araújo reconhece alguma presença explícita mas acha que é inferior à que foi concedida ao uso das tecnologias e à interdisciplinaridade.

Sei falar sobre os PCN. Acho que dentre as novas tendências da educação matemática, ela tem uma visibilidade moderada. O uso das tecnologias e o trabalho interdisciplinar são muito mais visíveis.

Uma outra questão colocada a Jussara Araújo procurou perceber como tem sido o seu trabalho de integração da modelação matemática com a perspectiva da Educação Matemática Crítica que está visível em muitos dos seus artigos. Perguntei ainda como reagem os alunos a esta combinação nas aulas de Matemática.

Admitiu que a combinação pode parecer contraditória mas explicou que coloca grande ênfase na análise crítica dos modelos matemáticos, em especial, fazendo os alunos reflectir sobre o seu uso na sociedade. Defende assim a perspectiva de uma Matemática em acção, em que os alunos são alfabetizados matematicamente quando discutem as implicações dos modelos matemáticos e as avaliam em termos de justiça social. Refere ainda a influência que recebeu das ideias de Paulo Freire e fala na vontade que sentiu de as transportar para as suas aulas de Matemática. E termina por referir que esta foi a sua porta de entrada na perspectiva sócio-crítica da educação matemática.

Sobre a adesão dos seus alunos a este tipo de trabalho, Jussara Araújo afirma que é bastante grande, especialmente com os alunos de Geografia cujo conhecimento de Matemática é mais frágil. Nota que os alunos e entusiasmam ao perceberem a presença da Matemática na realidade e comenta que isto se torna numa barreira ao desenvolvimento de uma atitude mais crítica por parte dos alunos. Conclui, dizendo que esta dificuldade constitui um dos objectos da sua investigação no presente.

É uma mistura que, em princípio, pode parecer contraditória. Ao mesmo tempo em que eu incentivo meus alunos a usarem a matemática para resolver problemas da realidade (aqui está a modelagem) eu peço que eles questionem, critiquem, o uso de modelos matemáticos na sociedade (aqui está a educação matemática crítica). O ponto é que

modelos matemáticos são usados na sociedade para tomar decisões, para criar realidade. E se os alunos não são alfabetizados matematicamente para saber usar essa ciência para resolver problemas da realidade, eles não saberão enxergar esse uso e nem discutir questões de justiça, por exemplo, quando a matemática está em ação. Lembro-me de quando eu era aluna da licenciatura em matemática (formação de professores) e tive contato, pela primeira vez, com o trabalho de Paulo Freire. Eu me perguntei: será que é possível levar essas ideias para a matemática? Acredito que a modelagem na perspectiva sócio-crítica é um caminho nesse sentido.

De minha experiência com os alunos da Geografia, acho que o envolvimento é muito grande. Mas encontro um problema: como eles têm, em geral, dificuldades com a matemática, ao se darem conta de que a matemática pode ser usada para resolver problemas reais, eles acabam se encantando e não chegam a ser críticos, algumas vezes. Aí, minha pesquisa atual visa trabalhar com essa “contradição”, usando a teoria da atividade.

Por fim, perguntei a Jussara Araújo o que pensa acerca do futuro da modelação matemática no Brasil e no mundo. A entrevistada teceu um cenário otimista, tendo em conta a actividade intensa que se vem registando em diversos fóruns e grupos de investigação, mas levanta o problema dos exames em larga escala, como potenciais condicionadores da dinâmica em curso. Curiosamente refere os estudos do PISA como podendo ser eventuais travões a este movimento, ao contrário do que defende Jaime Carvalho e Silva que os vê como impulsionadores, por mostrarem uma valorização da capacidade de utilização da Matemática em problemas do mundo real.

Por um lado é promissor, se considerarmos o avanço que vem acontecendo no Brasil e no mundo, em geral. Mas temo que os exames em larga escala (por exemplo, Pisa) acabem por desestimular essa prática. Mas isso depende, certamente, do que é incentivado nesses exames.

Capítulo 5

Considerações Finais

Começarei por fazer uma breve resenha do presente estudo e retomar os seus objectivos com vista a enquadrar um conjunto de considerações de índole conclusiva.

Este estudo pretende abordar o desenvolvimento da introdução da modelação matemática no ensino da Matemática, nos vários níveis de ensino, indo em busca das suas origens e motivações e das trajectórias seguidas, quer na prática, quer na investigação, em Portugal e no Brasil.

Através de uma revisão de literatura que visou aprofundar alguns dos movimentos mais significativos que se registaram nas últimas décadas, a nível nacional e internacional, no ensino da Matemática, considerarei algumas marcas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) nos anos 70, especialmente a tendência para uma ênfase na matemática pura e para uma aridez de conteúdos matemáticos que se tornou alvo de críticas sucessivas, tendo em conta os fracos resultados observados no desempenho dos alunos. Assinalei ainda a formação de novas perspectivas no ensino e aprendizagem da Matemática, o papel dos documentos orientadores oriundos dos Estados Unidos da América, e o início de uma tomada de consciência acerca dos problemas específicos da formação matemática dos cidadãos, que se cristalizou na afirmação da Educação Matemática.

Sublinhei a importância da corrente de trabalho e de investigação que se gerou em torno da resolução de problemas no ensino da Matemática e mostrei como se reflectiu em diversos países, incluindo em Portugal. Ilustrei igualmente outras abordagens que se foram fazendo sentir, em prol de uma matemática contextualizada e com significado, apoiada em situações realistas e em problemas que tivessem em conta contextos da

realidade e do quotidiano dos alunos, fazendo referência à EMR, com as suas raízes na obra de Freudenthal. Referi como outras teorias ganharam corpo e importância no seio da Educação Matemática, designadamente as que davam ênfase a aprendizagens mais globalizantes, como o caso da Pedagogia de Projectos, que teve e continua a ter alguma expressão no Brasil. Relativamente a este país, sublinhei a individualidade do seu percurso, caracterizada pela influência de Ubiratan D'Ambrósio, e pelo desenvolvimento da perspectiva da Etnomatemática, em conjugação com um ideário cultural e educacional expresso na evidente valorização da alfabetização e da educação para a cidadania.

Referi o percurso que se foi traçando a nível internacional na investigação em torno da modelação e das aplicações da Matemática, atribuindo especial importância ao trabalho do Grupo Internacional ICTMA, que tem traçado fortemente o rumo deste domínio de investigação. Considerei os seus avanços, desde as primeiras propostas, aliadas à introdução de problemas de aplicação da Matemática até à ênfase no processo de modelação matemática, espelhado no chamado ciclo da modelação, actualmente visto como um dos modelos de descrição da actividade de modelação na matemática escolar.

Fiz ainda algumas referências a autores e investigadores portugueses e brasileiros e às suas contribuições para o trajecto que cada um destes países foi percorrendo, acabando por verificar que a modelação matemática tende a ser encarada no Brasil como uma das formas de organizar e tratar o ensino da Matemática, isto é, assumindo-se como uma metodologia de ensino da Matemática e um eixo organizador do currículo de Matemática.

O estudo envolveu, numa segunda fase, a recolha de dados provenientes de entrevistas conduzidas por e-mail a quatro peritos, dois portugueses e dois brasileiros. A condução das entrevistas foi idealizada a partir do conhecimento que adquiri das suas contribuições para o domínio da modelação matemática e do seu conhecimento da investigação e da prática em cada um dos dois países.

Feita uma análise das narrativas presentes nas quatro entrevistas, podem agora ser extraídas algumas conclusões relativamente apoiadas quer nas suas perspectivas como informantes privilegiados quer no referencial teórico desenvolvido.

As raízes da modelação matemática em Portugal e no Brasil

Em Portugal, a modelação matemática surge a partir de algumas experiências e de projectos que se realizaram em diversos níveis de ensino, mas com particular incidência no ensino secundário, esporadicamente também no ensino superior. Resultam igualmente de uma procura crescente da utilização das tecnologias na aula de Matemática. No ensino básico, as experiências são mais escassas mas acontecem igualmente sob a influência da Educação Matemática Realista, especificamente com o trabalho desenvolvido por Paulo Abrantes, onde a aposta no trabalho de projecto aparece como uma novidade importante.

Forma-se um pequeno grupo de investigadores que apostam na modelação matemática, que publicam um pequeno número de obras para professores e artigos de investigação e produzem algumas dissertações de mestrado e doutoramento. O movimento não tem uma expressão muito significativa na prática educacional e os currículos não dão, em geral, um lugar de destaque à modelação matemática, com excepção de alguns dos programas de Matemática do ensino secundário, em que a modelação matemática volta a estar interligada com o recurso às tecnologias.

De acordo com os entrevistados portugueses, a modelação matemática está longe de ser uma prática generalizada dos professores de Matemática no presente.

No Brasil, a modelação matemática tem as suas raízes bem definidas no ensino superior, começando com a influência de um pequeno número de mestres, mas alargando-se consideravelmente, por via das investigações que começam a ser feitas em grande número por estudantes de pós-graduação. Por outro lado, a modelação matemática vê-se permeada de outras perspectivas e ganha contornos distintivos: a Etnomatemática, a pedagogia de projectos, a educação matemática crítica. Este facto parece ter contribuído para a sua popularização e ajudou a que fosse mais abraçada por diversos investigadores bem como professores. São avultados os trabalhos publicados, quer sejam materiais para professores, quer artigos de investigação e dissertações. De certa forma, a modelação matemática adquiriu um estatuto mais abrangente no Brasil e, em certos casos, é defendida como uma metodologia de ensino em Matemática.

A modelação matemática nos currículos e na formação de professores

Todos os entrevistados revelaram um aspecto em comum: o facto de se encontrarem nos currículos de Matemática do ensino básico e secundário, nos dois países, referências e recomendações mais ou menos explícitas à integração de questões de modelação matemática na sala de aula. No caso português, Ponte considera que o trabalho em modelação matemática não deve ser visto como uma metodologia de ensino e não deverá ser um eixo organizador do currículo, até porque, do seu ponto de vista, não existem resultados nem teorias suficientes para decidir acerca da forma de ser integrada nos currículos de modo a produzir os resultados desejados para a aprendizagem. Para este entrevistado, a investigação tem de ser claramente incrementada e deverá conduzir a recomendações e orientações práticas para os professores. Por outro lado, ambos os entrevistados portugueses referem a necessidade de se conhecer melhor o tipo de trabalho e de resultados que estão a ser alcançados no ensino secundário, em particular, onde há indicações curriculares mais específicas acerca da utilização de modelação matemática.

As entrevistadas brasileiras reconhecem como um bom princípio o facto de os currículos terem referências ao trabalho com modelação matemática mas consideram que se trata ainda de uma situação insuficiente. Igualmente, salientam a falta de formação dos professores de Matemática, embora se verifique no Brasil uma maior preocupação com esta área na formação inicial de professores do que no caso português.

Em particular, no caso do Brasil, fica a ideia de que o avanço da investigação se está a operar a partir da prática educativa, isto é, a partir de sucessivas experiências que vão sendo contextos importantes de investigação e de disseminação. Há aqui uma certa semelhança ao que parece ter sido o caminho seguido pelos investigadores portugueses, ainda que no caso português a disseminação pareça ser menos eficiente.

No Brasil, é clara uma forte aposta na formação dos professores, considerada ainda muito insuficiente, a qual parece estar a realizar-se com uma grande contribuição dos académicos e dos investigadores, muitos deles igualmente a aplicarem na sua prática docente ideias, teorias e propostas. Em Portugal, pelo contrário, esta aposta está muito atrasada e nem mesmo as avaliações internacionais ou os exames nacionais

parecem estar a criar a vontade de alterar as práticas de sala de aula relativamente à introdução da modelação matemática.

No que diz respeito à maior ou menor presença de propostas de modelação, parece haver uma diferença interessante entre Portugal e Brasil: em Portugal, maior expressão da modelação e aplicações no ensino secundário e no Brasil, maior presença no ensino básico. Não será alheio a este fenómeno o modo como estes dois países começaram a evoluir neste campo.

Um outro aspecto de destacar é a maior proximidade da modelação matemática com a resolução de problemas em Portugal, enquanto no Brasil é dada grande atenção à interdisciplinaridade e à perspectiva da modelação matemática como um modo de pesquisa ou uma forma de discutir a influência da Matemática na sociedade e noutras área do saber.

A investigação sobre a modelação matemática no ensino

Os dois países parecem apresentar níveis de desenvolvimento na investigação sobre modelação matemática bem diferentes.

O Brasil tem actualmente um forte terreno de investigação neste domínio, caracterizado por vários grupos de investigação perfeitamente institucionalizados e organizados, liderando vários projectos, produzindo artigos, teses e conferências de grande projecção, tanto nacional como internacional. Em particular, produzem-se conferências bi-anuais sobre o tema que aglutinam muitos professores e investigadores. Assim, a área da modelação matemática parece estar a afirmar-se como uma área que conquista cada vez maior número de adeptos e que galvaniza grande parte das tendências de desenvolvimento da Educação Matemática naquele país, mantendo uma visão de maior abrangência, ao continuar a cruzar-se com muitas outras correntes, como sejam a aposta na interdisciplinaridade, a utilização das tecnologias, ou a educação matemática crítica. Este ímpeto de desenvolvimento tem vindo igualmente a traduzir-se numa afirmação deste trabalho científico a nível internacional.

Em Portugal, pelo contrário, a investigação em torno deste tema permanece muito circunscrita a um pequeno grupo de investigadores e está muito centrada em projectos de dissertação de alunos de mestrado ou doutoramento. Não existe efectivamente uma

rede de investigadores ou mesmo qualquer centro de agregação da investigação no nosso país, o que parece enfraquecer o seu progresso e a sua influência na comunidade de educadores matemáticos. Em todo o caso, os investigadores portugueses entrevistados referem peremptoriamente a necessidade clara de apostar na investigação neste domínio, especialmente como via para a obtenção de resultados mais conclusivos sobre a forma de passar a modelação para a prática de sala de aula.

Todos os entrevistados se referiram ao facto de haver um receio generalizado dos professores de Matemática em introduzirem nas suas aulas situações de modelação matemática. Ponte refere, inclusivamente, que a própria terminologia neste domínio ainda não está suficientemente clara (referindo-se ao termo “situação problemática da realidade”) e que isso pode constituir factor de complexidade e de desorientação. De igual modo, os peritos que interroguei fazem alusão à preparação demasiado académica, teórica e espartilhada dos professores de Matemática como um dos principais factores que os leva a recuar perante a possibilidade de usarem situações do mundo real nas suas aulas. De facto, notam a tendência para o recurso a situações bastante artificiais e pouco abertas ao verdadeiro trabalho de modelação matemática. No entanto, os investigadores portugueses referem a importância na formação dos jovens actuais do contacto com modelos matemáticos e com a modelação matemática, designadamente Jaime Carvalho e Silva, que sublinha a existência de competições internacionais com este tipo de abordagem e chama a atenção para o que vem sendo a tendência de projectos internacionais como o PISA.

Referências

- Abrantes, P. (1992). Pode-se aprender na escola a usar a matemática em problemas da vida real? *Educação e Matemática*, 23, 25-29.
- Abrantes, P. (1993). Actividades de aprendizagem que envolvem a matemática em situações da vida real. Em T. Breiteig, I. Huntley e G. Kaiser-Messmer (Eds.), *Teaching and learning mathematics in context* (pp. 103 – 114). Chichester: Ellis Horwood.
- Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de Projeto e a Relação dos Alunos com a Matemática*. Tese de Doutorado. A. P. M. 1994.
- Abrantes P., Leal, L. Teixeira, P., e Veloso, E. (1997). *Mat 789: Inovação curricular em matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A matemática na educação básica*. Lisboa: DEB – ME.
- Alrø, H.; Skovsmose, O. (2006). Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. Traduzido por: Figueiredo, O. A. Tradução de: Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection and Critique. 2002. Belo Horizonte: Autêntica.
- Amado, N. e Carreira, S. (2008). Utilização pedagógica do computador por professores estagiários de matemática – diferenças na prática da sala de aula. In *Tecnologias e educação matemática*. Sociedade portuguesa de ciências da educação, secção de educação matemática.
- Aragão, R. M. R. (1976). *Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel: sistematização dos aspectos teóricos*. Tese (Doutorado em Ciências – Educação). Pós-Graduação em Ciência – Educação, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem Matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p. 65-74, junho/2003.
(Acedido através da Internet em 31 – 07 – 2009)
- Barbosa, J. C. e Silva, J. N. D. (2007). Modelagem Matemática e as Discussões Técnicas. (UFBA/UEF). (Acedido através da Internet em 17-09-2009).
- Barbosa, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. *Acta Scientiae Canoas* v. 10 N.1 p. 47-58 jan./jun. 2008. (Acedido através da Internet em 26 – 08 – 2009).

- Bassanezi, R. C. (1999). Modelagem Matemática. Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. *Biomatemática IX* (1999). (Acedido através da Internet em 23 – 04 – 2009).
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo.
- Battista, M. (1994). On Greeno's environmental model view of conceptual domains: a spatial/geometric perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 86-89.
- Biembengut, M. S. (1990). Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de matemática em Cursos de 1.º e 2.º graus. 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.
- Biembengut, M. S. e Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*. 3.ª ed.. São Paulo: Contexto, 2003. ISBN 85-7244-136-0
- Biembengut, M. S.; Vieira, E. M.; Favere, J. (2005). Considerações Históricas Sobre a Modelagem Matemática no Brasil. In *Anais do III Congresso Nacional do Ensino da Matemática*. Canoas, 2005.
- Biembengut, M. S. e Hein, N. (2007). Educação Matemática: A Ponte entre Matemática Pura e Aplicada. In *Anais do III Seminário de Avaliação das Feiras Catarinenses de Matemática*. Blumenau, 2007.
- Biembengut, M. S. e Dorow, K. C. (2008). Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. *Dynamis revista tecno-científica* ISSN-1982-4866 (jan-mar/2008) n.14, vol.1, 54-61. (Acedido através da Internet em 07 – 05 – 2009).
- Bishop, A. (1991). *Enculturación Matemática – La Educación Matemática desde una perspectiva cultural*. 1ª Ed. Barcelona: Editora Paidós.
- Blum, W e Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37- 68.
- Blum, W. (2002). ICMI study 14: Applications and modeling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149 – 171.
- Blum, W. & Leiss, D. (2005). “Filling Up” – the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. (*Proceedings of CERME4, WG 13, Modelling and Applications*). Sant Feliu de Guíxols, Spain. [disponível em http://ermeweb.free.fr/CERME4/CERME4_WG13.pdf].

- Borba, M. C.; Pentead, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica. 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- Borba, M. C. e Skovsmose, O. (2001). A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. In. *Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia*. Campinas: Papyrus, p. 127 – 160.
- Borba, M. C. e Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. New York: Springer Science & Business Media, Inc., 2005.
- Burak, D. e Klüber, T. E. (2008). Educação Matemática: contribuições para a compreensão da sua natureza. ACTA SCIENTIAE, Revista de Ensino de Ciências e Matemática. Vol. 10 - Nº 2; p. 93 – 106, Jul./Dez. 2008, ISSN 1517-4492. (Acedido através da Internet em 26-08-2009).
- Buriasco, R. L. C. e Ferreira, P. E. A. (2008). Análise de Registros Escritos de Professores da Educação Básica em Questões Não-rotineiras de Matemática. http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/59-2-A-gt11_ferreira_ta.pdf (Acedido através da Internet em 02-06-2009)
- Caldeira, A. D. e Vieira, E. M. (2008). Vertentes Teóricas Presentes nas Produções Científicas de Modelagem Matemática no Cenário Internacional: Análise dos Artigos Publicados nas *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications – ICTMA books* dos anos de 2001 a 2007. (Acedido através da Internet em 30-04-2009).
- Canavarro, A. P. (2005). Matemática na Escola: Muro ou ponte? In *Actas do V CIBEM* (pp. 1 – 25). Porto: APM.
- Caraça, B. J. (1942). Nota. *Gazeta de Matemática*, 12, 16.
- Caraça, B. J. (1943). Algumas reflexões sobre os exames de aptidão. *Gazeta de Matemática*, 17, 6-8.
- Carreira, S. (1992). *A aprendizagem da trigonometria num contexto de Aplicações e Modelação com recurso à folha de cálculo*. (Tese de mestrado, Faculdade de Ciências de Lisboa). Lisboa: APM.
- Carreira, S. (1999). *Significado e Aprendizagem da Matemática: Dos problemas de aplicação à produção de metáforas conceptuais*. (Tese de Doutoramento). Colecção Teses. Lisboa: APM.
- Carreira, S. (2009). Matemática e tecnologias – Ao encontro dos “nativos digitais” com os “manipulativos virtuais”. *Quadrante*, XVIII, (1-2), p. 53-85.

- Coelho, M. A. V. M. P.; Carvalho, D. L. (2007). A Problematização de Significados sobre Resolução de Problemas. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Anais. Belo Horizonte: Centro Universitário de Belo Horizonte (Uni-BH).
- Coll, C. et al. (1996). *Construtivismo na Sala de Aula*. Editora Ática, 1996.
- Costa, A. C. G. (2001). Educação por projetos, 20.
- Costa, C. (2000). Visualização, veículo para a educação em geometria. (Acedido através da Internet em 02-06-2009).
- Cunningham, S. (1991). The visualization environment for mathematics education. In W. Zimmermann e S. Cunningham (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 67-76). Washington: MAA.
- D'Ambrosio, U. (1983). Un enfoque holístico al concepto de currículo. *Interdisciplinaria*, Buenos Aires, v. 4, n. 1, p. 49-59.
- D'Ambrosio, U. (1986). *Da Realidade à Ação: reflexões sobre Educação e Matemática*. São Paulo: Summus, 1986.
- D'Ambrosio, U. (1999). *Educação para uma sociedade em transição*. Campinas: Papyrus Editora, 1999.
- D'Ambrósio U. (2005). A matemática como prioridade numa sociedade moderna. *Dialogia*, São Paulo, p. 31 – 44.
http://portal.uninove.br/marketing/cope/pdfs_revistas/dialogia/dialogia_v4/dialog_v4.pdf
 (Acedido através da Internet em 11-05-2009)
- D'Ambrósio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. (Acedido através da Internet em 02-12-2009).
- Delizoicov, D. et al. (2002). Sociogênese do conhecimento e pesquisa em ensino: contribuições a partir do referencial Fleckiano. *Cad. Cat. Ens. Fís.*, Florianópolis, v.19, N° Especial, p.52-69.
- Diniz, L. N. (2003). *As influências das tecnologias informáticas nas discussões matemáticas dos alunos*. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Centro de Pesquisa e Extensão, Universidade Católica do Salvador, Salvador.
- Diniz, L. N. (2007). Educação Matemática II - Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.
http://ava.ead.ftc.br/conteudo/circuito1/pos_graduacao/Curso-Educacao_matematica_com_novas_tecnologias/07-educacao_matematica_2/disciplina.pdf
 (Acedido através da Internet em 03 – 11 – 2009).

- Dreyfus, T. (1990). Advanced Mathematical thinking. Em P. Nesher e J. Kilpatrick. (Eds). *Mathematics and Cognition* (pp 113-134). Cambridge: University Press.
- Dreyfus, T. (1995). Imagery for diagrams. Em Rosamund Sutherland & John Mason (Eds), *Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education*, (p. 3-17). New York: Springer.
- Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Fleck, L. (1986). *La génesis y el desarrollo de un hecho científico*. Prólogo de Lothar Schäfer e Thomas Schenelle. Madrid: Alianza Universidad.
- Freudental, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Godoy, Elenilton Vieira; Santos, Vinício de Macedo. (s.d.). O Currículo de Matemática, no Ensino Médio: Uma Análise Considerando as Dimensões Culturais, Sociais, Formativas e Políticas. (Acedido através da Internet em 17-0-2009).
- Gravemeijer, K. (1998). From a different perspective: Building on students' informal knowledge. Em R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing, learning environments for developing understanding of geometry and space*, (pp. 45-66). Londres: Lawrence Erlbaum.
- Gravemeijer, K. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? Em L. Santos, A. P. Canavarró, J. Brocardo (Eds), *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas*. Lisboa: APM.
- Gray, E. e Pitta, D. (1999). Images and their frames of reference: A perspective on Cognition development in elementary Arithmetic. Em O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of 23th PME conference* (Vol. 3, pp 49-56), Haifa: Israel Institute of Technology, Department of Education in Tecnology and Science.
- Gromov, M. (1998). Possible trends in mathematics in the coming decades. Notices of the AMS, Providence, V. 4S, Nº. 7, p. 846-847.
- Gutierrez, A. (1996). Visualization in 3 – dimensional geometry: in search of a framework. Em L. Puig e Gutierrez (Eds.), *Proceedings of 20th PME conference* (Vol. 3, pp 19-26), Valencia: Universitat de València, Dept. de Didàctica de la Matemática.
- Guzmán, M. (1996). *El Rincon de la Pizarra*. Madrid: Ediciones Pirâmides.
- Hernández, F. e Ventura, M. (1998). *A organização do currículo por projetos de trabalho – O conhecimento é um caleidoscópio*. 5ª Edª, Porto Alegre: Artes Médicas.

- Hershkowitz, R., Parzysz, B e Dormolen, J. (1996). Space and shape. In A. Bishop et al., *International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 161 – 204). Londres: Kluwer.
- Heuvel- Panhuizen, M. V. D. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-R Press/Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Higginson, W. (1980). On the foundations of mathematics education: *For the Learning of Mathematics*. Vol. 1, n. ° 2, p. 3-7.
- Howson, G.; Keitel, C. e Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. New York: Cambridge University Press.
- Fazenda, I. (Org), (1999). *Práticas interdisciplinares na escola*. 6ª ed., São Paulo: Cortez.
- Keitel C. (1993). Implicit Mathematical models in Social Practice and Explicit Mathematics Teaching by Applications. In *Innovation in Maths Education by modelling and applications*. Ellis Horwood.
- Keitel, C. (2004). Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas? In J. Gimenez, L. Santos, J. P. Ponte (Eds), *La actividad matemática en el aula: Homenaje a Paulo Abrantes*. Madrid: GRAÓ.
- Kilpatrick, J. (1996). Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a EM como campo Profissional e científico. *Zetetiké*, Campinas: CEMPEM- FE – Unicamp, v.4, n.5, p.99-120, jan./jun.
- Kiser, L. (1987). Spatial-visual ability: can computer visualization Facilitate achievement? *Educational Technology*, Nov, 36-40.
- Leite, L. (1994). *A pedagogia de projetos em questão*. Mimeo, MG.
- Lerner, D. (2005). *Ler e Escrever na Escola: o real, o possível e o necessário*. Porto Alegre: Artmed.
- Love, E. (1995). The Functions of Visualizations in Learning Geometry. Em Rosamund Sutherland e John Mason (Eds), *Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education*, (p. 125-141). New York: Springer.
- Malheiros, A. P. S. (s. d.). Modelagem matemática e pedagogia de projetos: possíveis intersecções.
(Acedido através da Internet em 06 – 07 – 2009).
- Marina, J. A. (1995). *Teoria da Inteligência Criadora*. Lisboa: Editorial Caminho.
- Mariconda, P. (2008). Exposição Einstein. De Galileu a Einstein: do tempo da física ao tempo vivido, Palestra de - 01/11/2008 (Acedido através da Internet em 29 – 05 – 2009).

- Mariotti, A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. Em R. Sutherland e J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education*, (p. 97-116). New York: Springer.
- Matos, J. F. (2008). Mediação e colaboração na aprendizagem em matemática com as TIC. Sociedade portuguesa de ciências da educação, secção de educação matemática.
- Matos, J. M. (2002). Saber matemática no básico: Uma comparação com outros tempos. *Educação e Matemática*, 69, 2 – 8.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico: competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Medeiros, K. M. (2001). O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula. In: *Educação Matemática em Revista*. n. 9/10, abril 2001. p. 32-39
- Medeiros, K. M. (2003). A Influência da Calculadora na Resolução de Problemas Matemáticos Abertos. In: *Educação Matemática em Revista*. N.º. 14, ago. 2003. p. 19-28.
- Mendes, I. A. (2006). Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo.
- Miguel, A. et al. (2004). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*, n. 27, p.70-93.
- Miles, F. (2000). A picture is worth a thousand words. (acedido em <http://www.ex.ac.uk/~PErnest/pome11/art9.htm>; 13/3.)
- Miorim, M. Â. (1998). *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual.
- Mizukami, M. G. N. (1986). Ensino: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986. <http://www.ufvjm.edu.br/site/educacaoemquimica/files/2010/10/ABORDAGENS-DO-PROCESSO.pdf> (Acedido através da Internet em 10-05-2011).
- Moreira, M. A e Masini, E. F. S. (2006). *Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel*. 2.ª Ed. São Paulo: Centauro.
- NCTM (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e avaliação e matemática escolar*. Lisboa: APM.

- NCTM (2000). *Principles and Standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Neto, M. O. T. (2007). Os Significados Produzidos por Estudantes durante a Resolução de Problemas em Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 9., 2007, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte: Centro Universitário de Belo Horizonte (Uni-BH). 2007.
- Niss, Mogen.; Blum, Werner e Huntley, Ian (eds), *Teaching of Mathematical Modelling and Application*, Chichester: Ellis Horwood, 1991.
- Niss, M. (1992). O papel das aplicações e da modelação na matemática escolar. *Educação e Matemática*, 23, 1 – 2.
- Oliveira, P. R. de. (2005). *Currículos de matemática: do programa ao projeto*. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: M. A. V. Bicudo (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP.
- Onuchic, L. e Allevato, N. (2004). Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M.A.V. e Borba, M. C. (Orgs.). *Educação Matemática: Pesquisa em Movimento*, (p. 213-231). São Paulo: Cortez.
- Onuchic, L. e Allevato, N. (2006). Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas: uma nova possibilidade para o trabalho em sala de aula. In *Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, Actas*. Águas de Lindóia: PUCSP.
- Ormell, C. P. (1991). A modeling view of Mathematics. Em M. Niss, W. Blum, e I. Huntley (Eds), *Teaching of Mathematical Modelling and Applications* (vol. 1). Chichester: Ellis Horwood.
- Perrenoud, P. (2000). *Pedagogia diferenciada: das intenções à ação*. Artmed. Porto Alegre.
- Pesci, A. (1995). Visualization in Mathematics and graphical mediators: an experience with 11-12 Year old pupils. Em Rosamund Sutherland & John Mason (Eds), *Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education*, (p. 33-51). New York: Springer.
- Petraglia, I. C. (2005). *Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber*. 9.^a Ed. Petrópolis, RJ: Vozes.
- Pimentel, R. A. e Paula, M. J. (2007). A Dinâmica dos Processos de Aprendizagem em uma Atividade de Investigação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática

- (ENEM), 9., 2007, Belo Horizonte. Anais... Belo Horizonte: Centro Universitário de Belo Horizonte (Uni-BH).
- Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In UNESCO (Ed.). *New Trends in mathematics teaching*, Vol IV. Paris, p. 232-248.
- Pollak, H. (2001). *History of the Teaching of Modeling*.
- Polya, G. (1945). *Como resolver problemas: Um aspecto novo do método matemático*. Lisboa: Gradiva.
- Polya, G. (2006). *A Arte de Resolver Problemas*. (Traduzido por: Araújo, H. L. Tradução de: How to solve it: a new aspect of mathematical method). Rio de Janeiro: Interciência.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., e Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P.; Ferreira, C.; Brunheira, L.; Oliveira, H. e Varandas, J. (1999). Investigando as Aulas de Investigações Matemáticas. In: Abrantes, P.; ponte, J. P.; Fonseca, H.; Brunheira, L. (Org.). *Investigações Matemáticas na Aula e no Currículo*. p. 133-151. Lisboa: Projeto MPT e APM. Disponível em: http://ia.fc.ul.pt/textos/p_133-151.PDF. (Acedido através da Internet em: 10-10- 2009).
- Ponte, J. P. (2002). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa Conferência realizada no Seminário sobre “O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas”, promovido pelo Conselho Nacional de Educação, em Lisboa, no dia 28 de Novembro de 2002. (Acedido através da Internet em 26-04-2009).
- Ponte, J. P.; Brocardo, J. e Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autentica. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H. M.; Brenda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, M. E. G.; Oliveira, P. O. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Direcção Geral da Inovação e do Desenvolvimento Curricular, DGIDC, Ministério da Educação.
- Reis, M. M. V. e Zuffi, E. M. (2007). Estudo de um Caso de Implementação da Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino Médio. In: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n. 28, p. 113-138, nov. 2007.
- Rico, L. (1997). *Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas em Educación Secundária*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Rius, E. B. (1989a). Educación Matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología. *Educación Matemática*. México: Iberoamérica, v.1, n.2, p.28-42.

- Rius, E. B. (1989b) Educación Matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología. *Educación Matemática*. México: Iberoamérica v.1, n.3, p.30-36.
- Santos, B. V. de S. (1989). *Introdução a uma ciência pós-moderna*. Rio de Janeiro: Graal.
- Santos, B. V. de S. (2005). *Um discurso sobre as ciências*. 4.ed. São Paulo. Cortez.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n. 14, p. 66-91.
- Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez.
- Santos, A. G. (2008). Projeto pedagógico (PP): A busca da totalidade do conhecimento escolar.
<http://www.ajes.edu.br/arquivos/20081007183452.pdf>.
 (Acedido através da Internet em 03 – 11 – 2009).
- Santos, L. (2000). *A prática lectiva como atividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do Ensino Secundário*. Tese de Doutoramento. Lisboa: APM.
- Senechal, M. (1991). Visualization and visual thinking, Em Joseph Malkevitch (Eds), *Geometry Future*, (p. 15-21), comap, Inc. USA.
- Schroeder, T. L. e Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Silva, J. S. (1964). *Guia para a utilização do compêndio de Matemática* (policopiado). Lisboa: Ministério da Educação.
- Simon, M. (1997). An imperative for research on mathematics teacher development. Em Elizabett Fennema & Barbara Scott Nelson (Eds), *Mathematics Teachers in Transition*, (p. 55 – 86). Nova Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Solano, A. e Presmeg, N. (1995). Visualization as a relation of images. *Proceedings of PME XIX*, Recife, Vol 3, pp 66-73.
- Swetz, F. (1992). Quando e como podemos usar modelação? *Educação Matemática*, 23, 45 – 48.

- Tartre, L. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol 21, nº 3, p. 216-229.
- Vione, M. T. (2008). Projetos de intervenção pedagógica em educação matemática. <http://www.ajes.edu.br/arquivos/20081007183452.pdf>. (Acedido através da Internet em 03 – 11 – 2009).
- Yamamoto, F. S.; Alves, S.; Filho, E. P. M.; Oliveira, A. P. de. Notas em Matemática Aplicada 19. São Carlos - SP, Brasil, 2005. (Acedido através da Internet em 29-05-2009).
- Wielewski, G. D. (2008). O Movimento da Matemática Moderna e a formação de grupos de professores de Matemática no Brasil. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_Co_Wielewski_4867d3f1d955d.pdf>. (Acedido através da Internet em: 16-11-2009. p. 1-10.
- Wurman, R. S. (1991). *Ansiedade de Informação: Como Transformar Informação em Compreensão*. São Paulo: Cultura Editores Associados, 1991.
- Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? Em W. Zimmermann e S. Cunningham (Eds.). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp 1-7). Washington: MAA.
- Zulkardi, Z. (1999). *How to design lessons based on the realistic approach*. University of Twente. (Disponível em: <http://www.geocities.com/ratuilma/rme.htmltuilma/rme.html>).

Anexos

Anexo 1 – Guião da entrevista a João Pedro da Ponte

Exmo. Senhor

Professor Doutor João Pedro da Ponte

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Faro, 13 de Novembro de 2010

Eu, António Júlio Nunes Pais, aluno de Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências, área de especialização de Matemática, na Universidade do Algarve, venho solicitar a colaboração de Vossa Excelência na resposta a uma entrevista, por escrito, subordinada ao Tema da Modelação Matemática no Ensino em Portugal e no Brasil. Desde já me comprometo a garantir a confidencialidade de toda a informação prestada e a manter o anonimato, a menos que o Sr. Professor manifeste vontade em que a autoria do seu depoimento seja revelada. Comprometo-me ainda a não utilizar esta informação para outros fins que não sejam o da realização da minha tese de Mestrado, que está a ser orientada pelas Professoras Doutoradas Nélia Amado e Susana Carreira.

1. Das leituras que tenho realizado acerca da Modelação Matemática no ensino, o Sr. Professor surge como um dos primeiros investigadores, em Portugal, a debruçar-se sobre esta metodologia de ensino. Dentro desta sua experiência e, em traços largos, como descreve a evolução desta abordagem de ensino/aprendizagem no nosso país: i) na prática da sala de aula, ii) no currículo de Matemática e iii) na investigação em Educação Matemática?
2. Na perspectiva do Sr. Professor, esta metodologia tem vingado na comunidade da Educação Matemática em Portugal? A que factores atribui o estado actual relativamente à implementação desta metodologia no nosso país?

3. No entendimento do Sr. Professor, qual o papel e o lugar que devem ser atribuídos à Modelação Matemática, actualmente, no ensino básico e secundário, nomeadamente face a outro tipo de propostas curriculares?

Para terminar esta entrevista permita-me a ousadia de lhe colocar uma pergunta de carácter mais pessoal relativamente ao ensino da Matemática:

4. Tendo o Sr. Professor sido um dos pioneiros, conjuntamente com o Sr. Professor Paulo Abrantes, a debruçarem-se sobre as “situações problemáticas da realidade” no nosso País, o que o levou investir mais noutras metodologias, designadamente, na implementação de tarefas de investigação?

Muito grato pela atenção dispensada.

Com os melhores cumprimentos

António Júlio Nunes Pais

Anexo 2 – Guião da entrevista a Jaime Carvalho e Silva

Exmo. Senhor

Professor Doutor Jaime Carvalho e Silva

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Faro, 13 de Novembro de 2010

Eu, António Júlio Nunes Pais, aluno de Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências, área de especialização de Matemática, na Universidade do Algarve, venho solicitar a colaboração de Vossa Excelência na resposta a uma entrevista, por escrito, subordinada ao Tema da Modelação Matemática no Ensino em Portugal e no Brasil. Desde já me comprometo a garantir a confidencialidade de toda a informação prestada e a manter o anonimato, a menos que o Sr. Professor manifeste vontade em que a autoria do seu depoimento seja revelada. Comprometo-me ainda a não utilizar esta informação para outros fins que não sejam o da realização da minha tese de Mestrado, que está a ser orientada pelas Professoras Doutoradas Nélia Amado e Susana Carreira.

1. Das leituras que tenho realizado acerca da Modelação Matemática no ensino, o Sr. Professor surge como um dos primeiros investigadores, em Portugal, a debruçar-se sobre esta metodologia de ensino. Dentro desta sua experiência e, em traços largos, como descreve a evolução desta abordagem de ensino/aprendizagem no nosso país: i) na prática da sala de aula, ii) no currículo de Matemática e iii) na investigação em Educação Matemática?
2. Na perspectiva do Sr. Professor, esta metodologia tem vingado na comunidade da Educação Matemática em Portugal? A que factores atribui o estado actual relativamente à implementação desta metodologia no nosso país?

3. No entendimento do Sr. Professor, qual o papel e o lugar que devem ser atribuídos à Modelação Matemática, actualmente, no ensino básico e secundário, nomeadamente face a outro tipo de propostas curriculares?
4. Como integra a Modelação Matemática na sua prática docente e como descreve o envolvimento dos seus alunos relativamente a este tipo de metodologia?
5. Na qualidade de Secretário-Geral da ICMI que Vossa Excelência detém presentemente, e do seu conhecimento acerca do estado actual do ensino da Matemática a nível internacional, como perspectiva o futuro da Modelação Matemática em Portugal e no mundo?

Muito grato pela atenção dispensada.

Com os melhores cumprimentos

António Júlio Nunes Pais

Anexo 3 – Guião da entrevista a Salett Biembengut

Exma. Senhora

Professora Doutora MARIA SALETT BIEMBENGUT
Departamento de Matemática – Universidade Regional de Blumenau,
Brasil.

Faro, 13 de Novembro de 2010

Eu, António Júlio Nunes Pais, aluno de Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências, área de especialização de Matemática, na Universidade do Algarve (Portugal), venho solicitar a colaboração de Vossa Excelência na resposta a uma entrevista, por escrito, subordinada ao Tema da Modelação Matemática no Ensino em Portugal e no Brasil. Desde já me comprometo a garantir a confidencialidade de toda a informação prestada e a manter o anonimato, a menos que a Sra. Professora manifeste vontade em que a autoria do seu depoimento seja revelada. Comprometo-me ainda a não utilizar esta informação para outros fins que não sejam o da realização da minha tese de Mestrado, que está a ser orientada pelas Professoras Doutoradas Nélia Amado e Susana Carreira.

1. Das leituras que tenho realizado acerca da Modelação Matemática no ensino, a Sr.^a Professora surge como uma das principais investigadoras, no Brasil, a debruçar-se sobre esta metodologia de ensino.
Quais têm sido as principais motivações para tão grande empenho, gosto e envolvimento nesta área de ensino e investigação?
2. Dentro da sua experiência e, em traços largos, como descreve a evolução desta abordagem de ensino/aprendizagem no seu país: i) nos diversos níveis de ensino, ii) nas práticas da sala de aula, iii) nos currículos de Matemática no Brasil e iv) na investigação em Educação Matemática no Brasil?

3. Na perspectiva da Sr.^a Professora, a que se deve a grande evolução desta metodologia no Brasil? Com base no seu conhecimento, a que factores atribui esta evolução comparativamente ao que acontece em Portugal?
4. No entendimento da Sr.^a Professora, qual a visibilidade da Modelação Matemática, actualmente, nos currículos dos vários graus de ensino, no Brasil, nomeadamente face a outro tipo de propostas curriculares?
5. Como é que a Sr.^a Professora perspectiva o futuro da Modelação Matemática no Brasil, e no mundo de um modo geral?
6. Como encara a ideia de que esta metodologia possa ser apenas uma “onda” semelhante a outras correntes que surgiram na Educação Matemática e que foram abandonadas (por exemplo, a Matemática Moderna)?

Muito grato pela atenção dispensada.

Com os melhores cumprimentos

António Júlio Nunes Pais

Anexo 4 – Guião da entrevista a Jussara de Loiola Araújo

Exma. Senhora

Professora Doutora Jussara de Loiola Araújo
Departamento de Matemática e Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.

Faro, 13 de Novembro de 2010

Eu, António Júlio Nunes Pais, aluno de Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências, área de especialização de Matemática, na Universidade do Algarve, venho solicitar a colaboração de Vossa Excelência na resposta a uma entrevista, por escrito, subordinada ao Tema da Modelação (Modelagem) Matemática no Ensino em Portugal e no Brasil. Desde já me comprometo a garantir a confidencialidade de toda a informação prestada e a manter o anonimato, a menos que a Sra. Professora manifeste vontade em que a autoria do seu depoimento seja revelada. Comprometo-me ainda a não utilizar esta informação para outros fins que não sejam o da realização da minha tese de Mestrado, que está a ser orientada pelas Professoras Doutoras Nélia Amado e Susana Carreira.

1. Das leituras que tenho realizado acerca da Modelação Matemática no ensino, a Sr.^a Professora surge como uma das principais investigadoras, no Brasil, a debruçar-se sobre esta metodologia de ensino.
Quais têm sido as principais motivações para tão grande empenho, gosto e envolvimento nesta área de ensino e investigação?
2. Dentro da sua experiência e, em traços largos, como descreve a evolução desta abordagem de ensino/aprendizagem no seu país: i) nos diversos níveis de ensino, ii) nas práticas da sala de aula, iii) nos currículos de Matemática no Brasil e iv) na investigação em Educação Matemática no Brasil?

3. Na perspectiva da Sr.^a Professora, a que se deve a grande evolução desta metodologia no Brasil? Com base no seu conhecimento, a que factores atribui esta evolução comparativamente ao que acontece em Portugal?
4. No entendimento da Sr.^a Professora, qual a visibilidade da Modelação Matemática, actualmente, nos currículos dos vários graus de ensino, no Brasil, nomeadamente face a outro tipo de propostas curriculares?
5. O trabalho de investigação da Sr.^a Professora surge como uma referência na perspectiva sócio-crítica da Modelação Matemática no Brasil. Como integra a perspectiva da Educação Matemática Crítica com a Modelação Matemática? Tendo por base a sua experiência, como descreve o envolvimento dos seus alunos relativamente a esta conjugação entre Educação Matemática Crítica e Modelação Matemática?
6. Como é que a Sr.^a Professora perspectiva o futuro da Modelação Matemática no Brasil, e no mundo de um modo geral?

Muito grato pela atenção dispensada.

Com os melhores cumprimentos

António Júlio Nunes Pais