

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE LETRAS

UNIVERSIDADE DO ALGARVE
FACULDADE DE CIÊNCIAS
HUMANAS E SOCIAIS

**A VERBALIZAÇÃO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA: OS NÚMEROS
RELATIVOS – UM ESTUDO DE CASO NO SÉTIMO ANO**

Dissertação para a obtenção
do grau de Mestre em Comunicação Educacional

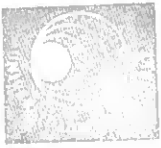
ANA LUCINDA AFONSO SOUSA

FARO

2006

UNIVERSIDADE DO ALGARVE	
SERVIÇO DE DOCUMENTAÇÃO	
03.07.01	70281
376.77	
Sou x den	

dk
3896



Nome: Ana Lucinda Afonso Sousa

Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa e Universidade do Algarve

Orientador: Professor Doutor Manuel Célio Conceição, Prof. Associado da
Universidade do Algarve

Data:

Título da Dissertação: **A verbalização da linguagem matemática: os números
relativos – Um estudo de caso no sétimo ano.**

Júri:



Agradecimentos

A todos os que contribuíram, de diferentes formas, para que a realização deste trabalho se tornasse efectiva, quero deixar aqui o meu maior reconhecimento.

Agradeço a todos os que me auxiliaram neste trabalho, por terem disposto do seu tempo e da sua energia para partilhar comigo as suas ideias sobre o tema em estudo, possibilitando-me um maior enriquecimento de perspectivas; por terem sido os juízes que garantiram a fiabilidade da interpretação dos dados inerentes a este estudo e por me terem ajudado a rever o texto escrito. Neste conjunto de pessoas, desejo destacar particularmente o apoio dos meus amigos e colegas Fátima Trindade, Dina Calado, José Moeda, Ricardo Minhalma, Sónia Carvalho e Cecília Brito.

Ao orientador da dissertação, Professor Doutor Manuel Célio Conceição, agradeço a disponibilidade para conversar comigo acerca deste estudo, os esclarecimentos e sugestões que me deu e, acima de tudo, por ter sempre acreditado em mim e no meu trabalho.

O meu reconhecimento vai também para todos aqueles que me incentivaram no prosseguimento deste trabalho, dando-me a força necessária para que esta investigação chegasse a bom termo; especialmente aos meus amigos e à minha família, pela compreensão demonstrada face à minha indisponibilidade para estar com eles e, em particular, aos meus pais, pelo apoio e oportunidade que me deram para prosseguir os meus estudos e poder chegar até aqui.

Por fim, o meu imenso agradecimento aos alunos e particularmente à professora e especial amiga, Sónia Carvalho, que aceitaram colaborar neste estudo e cujos testemunhos constituíram a base deste trabalho e valorizaram esta investigação.

Resumo

Nesta dissertação, abordamos a utilização da verbalização da linguagem matemática na exploração de situações problemáticas envolvendo os números inteiros relativos.

No estudo, consideram-se os tipos de conhecimentos mobilizados e a verbalização da consciência do desempenho na concretização de questões relacionadas com os números inteiros relativos.

O estudo foi desenvolvido numa escola localizada em São Brás de Alportel e incidiu sobre a análise de três casos de alunos do Ensino Básico, mais concretamente, do 7º ano, durante o ano lectivo 2004/2005.

Optámos, essencialmente, por uma abordagem de investigação qualitativa e estudo multicaso. Foram elaboradas fichas de trabalho e fichas de reflexão para esse fim.

Os resultados permitiram fazer inferências sobre a utilização da verbalização da linguagem matemática na identificação/interpretação dos números inteiros relativos e no auxílio da memorização das regras operatórias da adição algébrica, envolvendo estes números, por parte dos participantes neste estudo. Sem poder generalizar os resultados obtidos, defendemos que a utilização da verbalização da linguagem matemática deverá ser encarada como um importante elemento facilitador da aprendizagem na exploração de situações problemáticas e na resolução de problemas relacionados com os números inteiros relativos. Deste modo, a sua utilização poderá contribuir para o desenvolvimento de ambientes propícios à transmissão do pensamento. São ambientes que permitem aos participantes expor as suas ideias, ouvir os colegas, colocar questões, discutir estratégias e soluções, argumentar e criticar outros pontos de vista, ou seja, promover a comunicação educacional.

Palavras-chave: Verbalização, linguagem matemática, língua de especialidade, comunicação educacional, comunicação matemática, competência matemática.

Abstract

In this dissertation, we study the use of the math language verbalization in the exploration of problematic situations with the relative's numbers.

In this study, we consider the different types of knowledge required and the verbalization of the performance control in the realization of questions related with the relative's numbers.

The study was developed in a school in São Brás de Alportel and consisted in the analysis of three cases of elementary school students, more specifically, of the 7th grade, during the academic year of 2004/2005.

We chose, essentially, a qualitative investigation approach and a multiple case study. Worksheets and reflexion sheets were elaborated for that matter.

The results obtained allowed us to do some inferences in the use of the math language verbalization in the identification/interpretation of the relative's numbers and in the help of memorization of the operative rules of the algebraic addition, including these numbers by the participants in this study. Without generalising the results obtained, we believe that the use of the math language verbalization should be faced like an important element that makes easier the learning in the exploration of problematic situations and in the resolution of problems related with the relative's numbers. This way, their use will contribute to the development of environments propitious to the transmission of thought. They're environments that allow participants to express their ideas, to listen their colleagues, to ask questions, to discuss strategies and solutions, to argue and criticize other points of view, or to promote an educational communication.

Keywords: Verbalization, math language, language for specific purposes, communication, math communication, math competence.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Escolha, pertinência e objectivos da temática em estudo	1
1.2. Problema e questões de estudo	7
2. COMUNICAÇÃO E VERBALIZAÇÃO: LÍNGUA CORRENTE, LÍNGUA DE ESPECIALIDADE E LINGUAGEM MATEMÁTICA	10
2.1. Introdução	10
2.2. Comunicação na aula de matemática	12
2.3. Linguagem como instrumento de aprendizagem	24
2.3.1. Língua corrente e língua de especialidade	25
2.3.2. Linguagem matemática	31
2.4. Verbalização da linguagem matemática	35
2.4.1. Metáfora	38
2.4.2. Analogia	46
2.5. Competência de verbalização e competência matemática	56
2.6. Síntese	66
3. DESENHO METODOLÓGICO	69
3.1. Introdução	69
3.2. Tipo de estudo	69
3.3. Contexto do estudo	71
3.4. Selecção dos casos para o estudo	72

3.5. Instrumentos de investigação	77
3.5.1. Inquéritos	77
3.5.2. Fichas de trabalho e fichas de reflexão	79
3.5.2.1. Ficha de trabalho I	81
3.5.2.2. Ficha de trabalho II	86
3.6. Síntese	91
4. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	92
4.1. Introdução	92
4.2. Respostas a cada uma das questões das fichas	93
4.2.1. Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?	93
4.2.1.1. Ficha de trabalho I e ficha de reflexão I	93
4.2.1.1.1. Questão 1.	93
4.2.1.1.2. Questão 2.	95
4.2.1.1.3. Questão 3.	96
4.2.1.1.4. Questão 4.	98
4.2.1.1.5. Questão 5.	100
4.2.1.1.6. Questão 6.	101
4.2.1.1.7. Questão 7.	103
4.2.2. Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?	105
4.2.2.1. Ficha de trabalho I e ficha de reflexão I	105
4.2.2.1.1. Questão 1.	105

4.2.2.1.2. Questão 2.	106
4.2.2.1.3. Questão 3.	107
4.2.2.1.4. Questão 4.	107
4.2.2.1.5. Questão 5.	108
4.2.2.1.6. Questão 6.	108
4.2.2.1.7. Questão 7.	109
4.2.3. De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?	109
4.2.3.1. Ficha de trabalho II e ficha de reflexão II	110
4.2.3.1.1. Questão 1.	110
4.2.3.1.2. Questão 2.	110
4.2.3.1.3. Questão 3.	114
4.2.3.1.4. Questão 4.	115
4.2.3.1.5. Questão 5.	118
4.2.3.1.6. Questão 6.	119
4.3. Resultados encontrados em cada um dos casos em estudo	121
4.3.1. 1ª questão de investigação: Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?	124
4.3.1.1. Caso C8	124
4.3.1.2. Caso C16	125
4.3.1.3. Caso C20	125
4.3.2. 2ª questão de investigação: Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?	125
4.3.2.1. Caso C8	126
4.3.2.2. Caso C16	126

4.3.2.3. Caso C20	126
4.3.3. 3ª questão de investigação: De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?	127
4.3.3.1. Caso C8	127
4.3.3.2. Caso C16	128
4.3.3.3. Caso C20	128
4.4. Síntese	128
5. CONCLUSÕES	131
Bibliografia	139
Anexos	150

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro I - respostas ao pedido de justificação sobre o raciocínio efectuado para resolver a questão 4. da ficha de trabalho II (Desembaraçar o primeiro parêntesis) 115-116

Quadro II - respostas ao pedido de justificação sobre o raciocínio efectuado para resolver a questão 4. da ficha de trabalho II (Desembaraçar o segundo parêntesis) 117-118

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de Jakobson	12
Figura 2 – Processo de Ensino	30
Figura 3 – Idades dos alunos da turma	72
Figura 4 – Gosto pela Matemática	73
Figura 5 – Classificação obtida no 3º período do 6º ano e no 1º período do 7º ano	75

ANEXOS

Anexo 1 – Inquérito por questionário

Anexo 2 – Dados recolhidos através dos Inquéritos por questionário

Anexo 3 – Quadro síntese da estrutura das Fichas de Trabalho

Anexo 4 – Fichas de Trabalho

Anexo 5 – Fichas de Reflexão

Anexo 6 – Respostas dos alunos que constituem casos de estudo nas Fichas de Trabalho e nas Fichas de Reflexão

1. INTRODUÇÃO

1.1. Escolha, pertinência e objectivos da temática em estudo

A Matemática é uma disciplina muito rica que, num mundo em permanente mudança, desempenha um papel importante porque, em combinação com outros saberes, permite a compreensão de situações da realidade e desenvolve o sentido crítico dos alunos relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos. Como disciplina, contribui para a construção da linguagem com a qual o aluno comunica e se relaciona com os outros. A sua utilização, juntamente com outros ramos do conhecimento auxilia o aluno a compreender o meio em que está inserido, permitindo-lhe fazer escolhas de profissão, ganhar flexibilidade para se adaptar às mudanças tecnológicas e para se sentir motivado a continuar a sua formação ao longo da vida. A matemática fornece ao aluno as ferramentas conceptuais necessárias à vida quotidiana, uma vez que está ligada a necessidades ou problemas da vida real e os seus exemplos baseiam-se em contextos “autênticos”, possíveis de serem concretizados em situações do dia-a-dia.

Durante muito tempo, o ensino da matemática baseou-se num ensino com objectivos predefinidos e centrados em saberes organizados segundo uma lógica sequencial e linear. A resolução de problemas desprovidos de contexto real servia essencialmente para o aluno aplicar e mecanizar conceitos e processos já anteriormente estudados. Para que o aluno obtivesse sucesso na disciplina era necessário apenas dominar a linguagem simbólica e treinar repetitivamente as técnicas

de cálculo. A importância atribuída à resolução de problemas começou a aumentar a partir dos anos 60 quando se começou a falar da Matemática Moderna. Nessa altura, era a resolução de problemas que permitia ao aluno alcançar o conhecimento. Contudo, foi após a revisão curricular de 1989, que a resolução de problemas aliada à utilização das novas tecnologias (calculadoras gráficas e computadores), a interligação da matemática com a realidade, a utilização de actividades que apelam à participação activa do aluno na aprendizagem assumem um papel fundamental. Todavia, os exercícios rotineiros não foram esquecidos, estes são utilizados como ponto de partida para a resolução de problemas.

Ao contrário dos antigos programas, os actuais falam num ensino dirigido para o desenvolvimento de competências. Durante todo o Ensino Básico deve-se desenvolver competências em comunicação e na utilização da linguagem matemática. *“É a necessidade de comunicação oral e escrita que conduz os alunos a verbalizarem os seus raciocínios, explicando, discutindo, confrontando processos e resultados.”* (ME, 1991:16)

Ao aluno é possibilitada uma intervenção constante no processo de ensino-aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento das suas capacidades e para a compreensão da utilidade da matemática na sua vida quotidiana.

No documento curricular divulgado pelo Departamento do Ensino Básico (DEB), são apresentadas as competências a serem desenvolvidas no Ensino Básico, as quais decidimos transcrever por considerarmos serem relevantes:

“ - a predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;

- o gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínios matemáticos e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;

- a aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;

- a compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições;

- a predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;

- a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;

- a tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos;

- a tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos”. (DEB, 2001:57)

Sendo assim, preparar o aluno para que este seja capaz de pensar e de exprimir, perante os outros, as suas ideias, é um dos grandes objectivos do ensino da matemática no Ensino Básico, destacando-se duas capacidades: a comunicação e o raciocínio. Para que este objectivo seja atingido é necessário desenvolver uma linguagem lógico-verbal que conduza as informações e o raciocínio do aluno na busca de soluções e justificações procuradas. Para que esta linguagem se possa desenvolver, é indispensável proporcionar aos alunos experiências diversificadas baseadas em tarefas matematicamente ricas, mas relacionadas com o dia-a-dia, onde a aprendizagem de sinais, símbolos e termos da matemática é fundamental. É perante estas tarefas problemáticas que o aluno tem oportunidade de reflectir sobre

“... um determinado assunto, falando, escrevendo, representando ou trocando experiências em grupo, transmitindo as suas descobertas, dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as ideias dos outros assimilando os conceitos e significados envolvidos nessa linguagem de modo a uni-la com as suas próprias ideias...” (St. Aubyn et alii, 2003:3),

isto é, desenvolvendo a comunicação matemática.

A escolha do tema “*A Verbalização da Linguagem Matemática*”, como tema de investigação no âmbito do mestrado em comunicação educacional, está intimamente ligada a este contexto e à minha experiência profissional vivida no ano lectivo 2003/2004. Pela primeira vez, leccionei a disciplina de matemática a alunos com idades compreendidas entre os 11 anos e os 13 anos. Alunos que sentem, na sua

maioria, a necessidade de trabalhar com objectos concretos, ou de verem a expressão da realidade e da sua experiência nas situações de aprendizagem em que se encontravam envolvidos. Neste sentido, a disciplina de matemática é considerada difícil mas também fundamental, pois generaliza e abstrai da realidade. Este facto pode contribuir para uma inibição da sua aprendizagem.

No programa do 7º ano, existem dois conteúdos que são determinantes, do ponto de vista conceptual e procedimental, para o sucesso em matemática. Um dos conteúdos prende-se com a introdução dos números inteiros relativos e o outro com o conceito de variável como consequência do estudo da álgebra. A nossa escolha recaiu sobre os "*Números inteiros relativos*". Surgiu em situação de sala de aula aquando da apresentação de uma série de situações e problemas, onde os alunos demonstraram dificuldades em entender e aplicar conceitos e termos matemáticos. Estas dificuldades aumentaram quando os alunos se limitaram a decorar várias regras sem entenderem o processo que estava inerente a estas. Mas as maiores dificuldades surgiram quando lhes foi solicitado que explicassem as suas ideias à turma. Os alunos não conseguiram explicar, fazer conjecturas e defender as suas ideias quer oralmente quer por escrito. Os alunos, na sua maioria, lêem bem os enunciados, conseguem com mais ou menos dificuldade resolver os problemas propostos, mas nem sempre conseguem transpor correctamente para a linguagem matemática aquilo que lhes é solicitado. Para os alunos, esta etapa torna-se um obstáculo à aprendizagem difícil de ultrapassar, principalmente quando o problema apresentado relaciona a língua corrente com a linguagem matemática. Provavelmente por apresentarem um vocabulário restrito, falta de hábitos de se expressarem perante uma turma ou do não enquadramento dos

conteúdos em situações concretas e interessantes nas quais a sua aplicação seja necessária.

Na tentativa de compreender se a maior dificuldade dos alunos se situa na compreensão/interpretação dos conceitos matemáticos ou se incide na dificuldade de elaborar uma explicação é que surgiu a necessidade de estudar a verbalização da linguagem matemática na resolução de problemas, envolvendo os números inteiros relativos. Para que os alunos sejam capazes de explicar, perante os outros, qual(ais) a(s) resposta(s) obtida(s) na resolução de actividades matemáticas, torna-se imprescindível socorrerem-se de palavras que pertencem ao seu vocabulário (língua corrente) e/ou ao vocabulário pertencente à matemática (língua de especialidade). Ao fazê-lo, estão a recorrer à verbalização da linguagem matemática. Neste contexto, a utilização da verbalização poderá contribuir para que os conceitos matemáticos ganhem significado e para que as regras operatórias com números inteiros relativos surjam como consequência natural do trabalho. Pretendemos, assim, também verificar se a verbalização da linguagem contribui positivamente para:

- despertar nos alunos a necessidade de utilizar os números inteiros relativos;
- compreender e interpretar geometricamente os números inteiros relativos;
- memorizar as regras operatórias da adição algébrica;
- saber se os alunos sentem dificuldade em interpretar e aplicar as regras memorizadas em situações mais complexas, nomeadamente envolvendo várias operações.

1.2. Problema e questões de estudo

Como já foi referido atrás, o presente estudo visa analisar a utilidade da verbalização da linguagem, por parte dos alunos, no processo de resolução de problemas envolvendo os números inteiros relativos. Com a utilização da verbalização pretende-se potencializar a aquisição de conceitos matemáticos e abrir caminho para a resolução de problemas envolvendo números inteiros relativos.

Assim, esta investigação procura e tenta dar resposta às seguintes questões:

1) Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?

2) Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?

3) De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?

O presente trabalho é constituído por um capítulo onde se apresenta o enquadramento teórico, nomeadamente as quatro temáticas abordadas: a comunicação, a linguagem, a verbalização e a competência. No tema comunicação abordaremos o subtema:

- comunicação na aula de matemática.

No tema linguagem, abordaremos os subtemas:

- língua corrente e língua de especialidade;

- linguagem matemática.

No tema verbalização, abordaremos:

- a verbalização da linguagem matemática;

- a linguagem como instrumento de aprendizagem;
- a linguagem matemática.

No tema competência, abordaremos o subtema:

- competência de verbalização e competência matemática.

No terceiro capítulo, apontamos as etapas do percurso investigativo, mais concretamente:

- a construção de um questionário de caracterização do perfil dos participantes e de informações inerentes à relação destes com a matemática;

- os critérios para a selecção dos participantes no estudo e sua caracterização;

- a construção de dois instrumentos de investigação:

- fichas de trabalho – que apresentam um conjunto de tarefas ligadas à realidade e que envolvem os números inteiros relativos. Estas fichas visam consolidar os conhecimentos adquiridos, privilegiando o apelo à compreensão e evitando a simples mecanização de cálculos. Também aqui se trata de pôr à prova a capacidade adquirida dos alunos de aprender a fazer matemática, utilizando ou não como ferramenta a verbalização da formalização da linguagem;

- fichas de reflexão – onde os participantes explicam de forma simples, coerente e orientada como chegaram ao resultado que apresentaram na ficha de trabalho, esteja esse resultado, certo ou errado.

- a validação dos instrumentos de investigação.

Depois, no quarto capítulo, apresentamos a análise dos dados, ordenados de acordo com as respostas às questões de investigação.

Finalmente no quinto capítulo, procuramos epilogar as principais conclusões resultantes da análise anterior e apresentar algumas recomendações dai recorrentes.

2. COMUNICAÇÃO E VERBALIZAÇÃO: LÍNGUA CORRENTE, LÍNGUA DE ESPECIALIDADE E LINGUAGEM MATEMÁTICA

2.1. Introdução

Neste capítulo, apresentamos uma revisão da literatura relativa às principais temáticas envolvidas nesta dissertação: a verbalização da linguagem matemática e a comunicação educacional. No contexto educativo, estes dois temas estão intimamente relacionados. O primeiro refere-se ao modo como os alunos expõem a sua maneira de encarar os conceitos e os processos matemáticos leccionados, o segundo refere-se à interacção dos diversos intervenientes na sala de aula.

A primeira parte deste capítulo é dedicada à problemática da comunicação. Inicialmente, é feita uma abordagem geral sobre a comunicação e os seus elementos constituintes e depois entra-se no domínio da comunicação matemática propriamente dita. Começamos por definir o que é a comunicação matemática e como esta se desenvolve em contexto de sala de aula.

A segunda parte deste capítulo é dedicada à linguagem. Partimos da definição de linguagem para chegarmos ao significado de linguagem matemática. Note-se que, ao longo deste percurso, é feita a distinção entre língua e linguagem e também entre língua corrente e língua de especialidade.

A terceira parte deste capítulo é dedicada a um dos temas principais em torno do qual gira todo o estudo - a verbalização da linguagem matemática. Começamos por analisar aspectos (considerados relevantes) da utilização da linguagem figurativa, mais

concretamente metáforas e analogias na sala de aula. Clarificamos o seu significado e analisamos a forma como estas figuras podem interferir na compreensão dos conceitos e no desenvolvimento do pensamento dos alunos, isto é, na sua aprendizagem. Apresentamos também as vantagens e desvantagens da sua aplicabilidade em sala de aula, bem como as suas potencialidades e limitações no processo ensino-aprendizagem. De seguida, clarificamos qual o significado atribuído, neste trabalho, à verbalização da linguagem. Ao percorrer esta parte do capítulo o leitor poderá pensar, *a priori*, que foi induzido em erro na pesquisa, na análise e na apresentação da revisão da literatura, uma vez que todo o trabalho se baseia na utilização de metáforas e de analogias no ensino das ciências e não no ensino da matemática. O sucedido deve-se, todavia, ao reduzido número de estudos de investigação existentes sobre o uso de metáforas e analogias especificamente no ensino da matemática e, principalmente, ao facto da linguagem, dos termos e dos conceitos utilizados nas ciências serem muito semelhantes aos utilizados na matemática. E por isso, considerámos que os estudos já elaborados no ensino das ciências serviriam de base para o desenvolvimento do nosso estudo.

Para finalizar, na quarta parte deste capítulo, para além de analisarmos o significado do que é ser matematicamente competente ao longo da Escola Básica, realçamos também o papel da comunicação no desenvolvimento destas competências.

2.2. Comunicação na aula de matemática

A comunicação é um elemento essencial na vida dos seres vivos. É através dela que os humanos são capazes de elaborar, expressar pensamentos e sentimentos em sons, palavras, desenhos, gestos e outras formas. É uma das actividades humanas que, quando acontece, é fácil de reconhecer, mas muito difícil de definir. Podemos entender a comunicação como

“... o processo activo de troca de informação que envolve a codificação (ou formulação), a transmissão e a descodificação (ou compreensão) de uma mensagem entre dois, ou mais, intervenientes.” (Sim-Sim, 1998:21).

Foi nos finais da década de quarenta que os estudos de investigação receberam um novo e decisivo impulso, com o modelo de comunicação de Lasswell e mais tarde, com o modelo de Jakobson (Fiske, 2002:55-56).

Segundo Jakobson, qualquer acto comunicativo baseia-se no seguinte modelo:

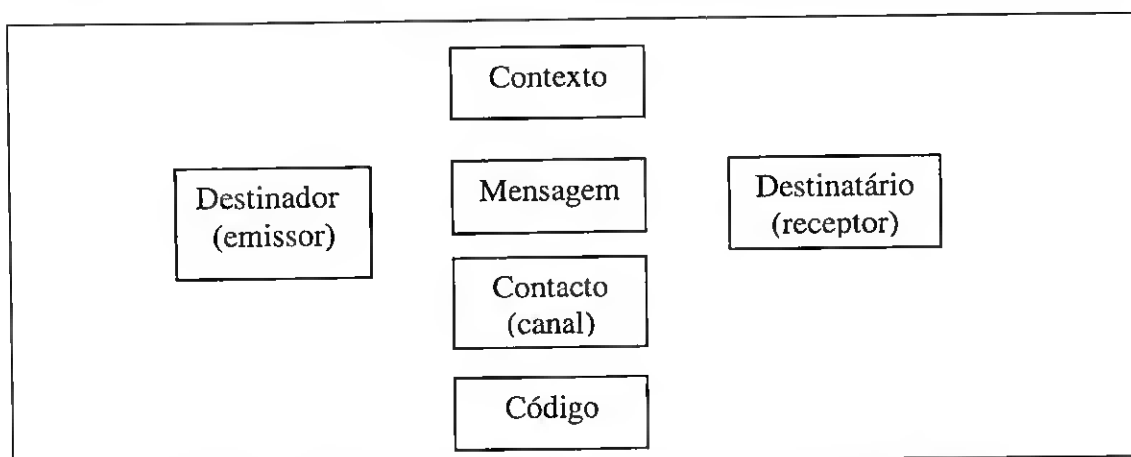


Fig. 1 – Modelo de Jakobson adaptado de Fiske (2002:55)

Para que o acto de comunicação se estabeleça, Jakobson defende a existência de três elementos fundamentais: destinador, mensagem e destinatário. O destinador (ou emissor) é aquele que produz (ou codifica) e envia uma determinada mensagem ao destinatário (ou receptor). Para além destes elementos, também referencia os elementos: contexto, contacto (ou canal) e código. O meio pelo qual a mensagem é enviada é chamado o canal. A mensagem ao ser recebida, necessita ser decodificada, ou seja, decifrada pelo receptor, para tal é necessário que tanto o emissor e o receptor estejam dentro do mesmo contexto e que utilizem o mesmo código. O código é constituído por um conjunto estruturado de sinais e de regras de utilização que chamamos signos. Para Saussure, o signo compõe-se de uma forma física e de um conceito mental que lhe está associado. O signo “...consistia num “significante” e num “significado”.” (Fiske, 2002:66-67). O significante é a imagem apreendida pelos sentidos e o significado é o conceito mental não apreendido pelos sentidos.

Tendo como base este modelo, podemos desenvolver diferentes tipos de comunicação: a comunicação presencial e a comunicação à distância. Enquanto que na comunicação presencial, os participantes encontram-se no mesmo espaço físico e a mensagem é imediatamente recebida pelo receptor, na comunicação à distância é necessário utilizar canais de comunicação diversificados e esperar algum tempo entre o envio e a recepção da mensagem.

Sempre que algo perturbe de alguma forma a transmissão da mensagem e a sua recepção ou decodificação, estamos perante uma situação de ruído na comunicação. Este ruído pode ter o seu início em qualquer um dos elementos que constituem a comunicação.

Com o objectivo de compreender a situação de comunicação e o que poderá ser melhorado ou evitado para que a eficácia da comunicação se mantenha elevada, Shannon e Weaver (Fiske, 2002) defendem a existência de dois factores: a redundância e a entropia. Consideram que, em qualquer acto comunicativo, a utilização destes factores evitam ou filtram o ruído melhorando assim a eficácia da comunicação. A redundância pode constituir um método muito eficaz para a descodificação das mensagens, sempre que transforma as repetições em conteúdos e implicam a participação dos receptores e os levam a compreender a mensagem. A redundância é considerado um factor obrigatório na comunicação porque está associado a diversas funções:

- a previsibilidade;
- a ajuda na superação de problemas de transmissão de uma mensagem “carregada de informação”;
- a ajuda na resolução de problemas relacionados com a audiência (numa turma heterogénea);
- a escolha do canal afecta o seu uso (a fala é mais redundante que a escrita).

A entropia deriva do excesso de informação que durante o acto comunicativo, acaba por impedir que o receptor tenha capacidade para descodificar ou memorizar a informação.

O equilíbrio entre estes dois factores resulta no *feedback*, ou seja, na capacidade de um entendimento entre receptor e emissor e na possibilidade de compreender se há ou não a descodificação, por parte destes elementos, da comunicação.

No contexto educativo, os processos de comunicação têm vindo a ganhar um papel de destaque, influenciando a escola a abandonar o modelo de comunicação unidireccional e a aceitar o modelo pluridireccional. O primeiro modelo trabalha com um único emissor (o professor) e diversos receptores (os alunos), no segundo modelo tanto o professor como os alunos são emissores e receptores de informação. Todos nós sabemos que no processo ensino-aprendizagem há uma progressiva construção do conhecimento que exige algum tempo para o seu desenvolvimento. Só assim é que os alunos podem assimilar novas informações e experiências, construindo os seus próprios significados e posteriormente proceder à sua divulgação. É neste sentido que o segundo modelo de comunicação tem um papel relevante. O professor deixa de ser o centro de interesses da turma e os alunos tornam-se participantes activos em vez de meros receptores passivos.

Vejamos como a utilização da comunicação, em contexto de aula, influencia o processo ensino-aprendizagem na disciplina de matemática.

A partir dos anos oitenta, as sucessivas reformas do ensino da matemática têm enfrentado mudanças significativas em relação ao processo ensino-aprendizagem. Em 1989, o NCTM¹ publicou o livro *Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar*, no qual estão expressas algumas preocupações gerais que têm vindo a influenciar modificações curriculares em muitos países, incluindo Portugal. Neste livro, são apresentados cinco objectivos gerais para os alunos:

¹ NCTM designa a Associação de Professores de Matemática Americana – National Council of Teachers of Mathematics.

- “(1) que aprendam a dar valor à matemática;*
- (2) que adquiram confiança na sua capacidade de fazer matemática;*
- (3) que se tornem aptos a resolver problemas matemáticos;*
- (4) que aprendam a comunicar matematicamente*
- (5) que aprendam a raciocinar matematicamente.” (NCTM, 1991:5-6)*

Estes objectivos estabelecem assim, e em primeiro lugar, a importância de desenvolver nos alunos capacidades de apreciar a matemática pelo papel que esta tem vindo a desempenhar ao longo da história no desenvolvimento cultural, científico e tecnológico da sociedade.

Em segundo lugar, a matemática escolar deve desenvolver nos alunos um sentimento de auto-confiança que lhes permita encarar com segurança situações novas com que são confrontados.

Como terceiro grande objectivo, surge o desenvolvimento nos alunos da capacidade em resolver problemas. Este objectivo realça a importância da resolução de problemas no ensino da matemática.

O quarto objectivo refere-se à necessidade da aprendizagem da simbologia e terminologia matemática e chama a atenção para a importância da comunicação, quer seja oral quer escrita, onde os alunos têm oportunidade de clarificar, aperfeiçoar e consolidar o seu pensamento matemático.

Por fim, o quinto objectivo inclui como elementos fundamentais da actividade matemática a formulação de conjecturas, a procura e recolha de evidências e construção de raciocínio.

Em suma, o intuito destes objectivos é que os alunos se tornem capazes de explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, bem como utilizar com eficácia uma diversidade de métodos matemáticos na resolução de problemas.

Podemos deduzir que a resolução de problemas deve estar sempre presente na aprendizagem da matemática (desde o 1º ciclo ao 12º ano) e que esta resolução deve promover capacidades de conhecimento e consequente transmissão à turma – comunicação. De acordo com Sim-Sim (1998), o processo comunicativo, independentemente do tipo de comunicação utilizado, relaciona sempre duas componentes: a compreensão e a produção de conhecimento. A compreensão de conhecimento tem o significado de “receber”, isto é, envolve a recepção, a decifração e a interpretação da mensagem. Caso o emissor e o receptor não dominem o mesmo sistema linguístico a compreensão não se efectua. A produção de conhecimento refere-se à estruturação da mensagem e esta pode ser realizada através da comunicação oral ou da comunicação escrita.

Em sala de aula é habitual surgirem diversos ruídos ou problemas na comunicação, o que dificulta a aprendizagem conduzindo os alunos ao insucesso na disciplina de matemática. Estes ruídos estão relacionados com a intercompreensão e a produção do conhecimento. Dizemos que estamos perante um problema de intercompreensão do conhecimento quando o acto comunicativo professor-aluno não se estabelece. O aluno não entende a mensagem do professor, não consegue seguir os raciocínios deste, o que dificulta a aprendizagem. Note-se que existe uma discrepância entre o processo cognitivo seguido pelo professor e o processo de aprendizagem do aluno. Em relação ao problema de produção do conhecimento, este acontece quando

os alunos não conseguem transmitir as suas ideias perante a turma quer utilizem a comunicação oral ou a escrita. Neste sentido, a comunicação tem um papel de relevo na aquisição/compreensão de múltiplos saberes.

Actualmente este papel também é realçado nas indicações metodológicas do programa do Ensino Básico para a disciplina de matemática. Vejamos:

“A comunicação matemática deve ajudar os estudantes a organizar e consolidar o seu pensamento matemático; (...)”. (pág.34)

Como a aprendizagem é um processo de crescimento gradual dos alunos, esta frase demonstra a quase relação causa-efeito entre a comunicação matemática e o pensamento matemático.

Segundo Martinho (2004:7) a comunicação na aula de matemática desenvolve-se segundo duas perspectivas indissociáveis, também defendidas por Lampert e Cobb (2003): como objectivo curricular e como meio. A primeira perspectiva refere-se aos conhecimentos matemáticos que os alunos devem desenvolver ao longo do seu percurso escolar e a segunda perspectiva às metodologias utilizadas.

A primeira pressupõe a necessidade de desenvolver uma linguagem lógico-verbal que conduz as informações e o raciocínio dos alunos na busca de soluções e justificações procuradas. Nesta perspectiva, o modelo de comunicação frequentemente utilizado pelo professor na transmissão de conceitos e conhecimentos matemáticos é o modelo unidireccional referido anteriormente.

A segunda pressupõe a transmissão desta linguagem. Para que esta linguagem

se possa desenvolver, é indispensável proporcionar aos alunos experiências diversificadas baseadas em tarefas matematicamente ricas, mas relacionadas com o dia-a-dia, onde a aprendizagem de sinais, símbolos e termos da matemática é fundamental. Isto só é possível se o modelo de comunicação mais adequado for o modelo pluridireccional, pois é o modelo onde se estabelece uma comunicação interactiva, participada por todos, onde o professor tem a possibilidade de verificar os diversos estádios de desenvolvimento cognitivo e afectivo em que os alunos se encontram. Significa que a utilização deste modelo pressupõe que

“... à produção de linguagem do emissor corresponde a compreensão do receptor e que este fenómeno é recíproco.” (Pereira, 1992:107).

Na verdade, o acto comunicativo é um dos aspectos que neste contexto se torna relevante, isto porque a linguagem utilizada é “*fundamental para criar a compreensão e é um meio privilegiado para ensinar e aprender.*” (Loureiro, 2000: 131). Também Lomas (2003) refere que o acto comunicativo é “*... um processo cooperativo de interpretação de intencionalidades.*”, em que o receptor interpreta a mensagem elaborada pelo emissor e sobre ela elabora a sua resposta, quer esta seja linguística ou não linguística.

Neste sentido, e em contexto de sala de aula, cabe ao professor proporcionar aos alunos um ambiente propício para que estes, utilizando a comunicação, possam dar sentido ao conhecimento matemático que vai sendo construído. Além disso, deve-se colocar os alunos diante de actividades motivadoras, baseadas na resolução de

problemas envolvendo situações do dia-a-dia, pois é perante estas tarefas problemáticas que os alunos têm oportunidade de reflectir sobre

“... um determinado assunto, falando, escrevendo, representando ou trocando experiências em grupo, transmitindo as suas descobertas, dúvidas, ouvindo, lendo e analisando as ideias dos outros assimilando os conceitos e significados envolvidos nessa linguagem de modo a uni-la com as suas próprias ideias.” (St. Aubyn et alii, 2003:3).

Trata-se de desenvolver a chamada comunicação matemática também designada por Jonhston (1999) e referida por Toledo de “*numerado*”. Repare-se que a comunicação matemática é um misto entre a língua materna (especificidade da língua materna) e linguagem matemática (características da comunicação em matemática).

Para que a comunicação matemática seja possível, é necessário que os alunos estabeleçam uma ligação ou ponte entre conceitos, definições, termos relacionados com a área da matemática e os seus conhecimentos (aqueles que fazem parte da sua “biblioteca pessoal”), isto é, tem de existir um elo entre o conhecimento formal (termos, definições exactos, adequados à situação e pertencentes a uma determinada área) e o conhecimento informal (termos utilizados no dia-a-dia, associados à língua corrente que são do conhecimento dos alunos), em matemática. Johnston (1999) referido por Toledo (2004:5) propôs quatro papéis considerados complementares e que se encontram interligados para estabelecer a ligação entre estes dois tipos de conhecimento e desenvolver uma visão da chamada “*pessoa numerada*”. São eles: o

de decodificador, o de participante, o de utilizador e o de analista.

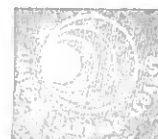
O primeiro papel - o de decodificador - está directamente direccionado para a aquisição de capacidades básicas. É considerada uma perícia técnica que envolve capacidades essenciais e conhecimentos que os alunos devem desenvolver de forma a se tornarem aptos a decodificar e escrever símbolos, seguir regras e convenções;

O segundo papel – o de participante – está relacionado com o entendimento que o aluno tem com a matemática. O aluno passa a ser visto como um participante activo na construção do seu próprio conhecimento;

O terceiro papel – o de utilizador – tal como o nome indica, está relacionado com o uso da matemática em contextos reais. Os alunos utilizam os seus conhecimentos e capacidades em contextos da vida quotidiana, solucionando em seu proveito variadíssimas situações;

O quarto e último papel – o de analista – está relacionado com a utilização crítica da matemática. Os alunos devem utilizar a matemática não só como uma forma de resolver problemas que surgem no dia-a-dia, mas também é importante que procurem entender a estrutura de um problema e que consigam desenvolver processos de resolução, mas é igualmente fundamental que analisem também os erros cometidos e procurem estratégias alternativas. A possibilidade dos alunos discutirem entre si, tentando esclarecer ideias menos claras é também um dos objectivos do ensino da matemática.

A junção destes quatro papéis possibilita o desenvolvimento da chamada “pessoa numerada”: alguém com predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, compreender e interpretar conceitos



matemáticos, elaborar e testar conjecturas, alguém capaz de pensar de uma maneira lógica.

Luís Menezes² defende que a comunicação matemática, para além de ser mais um instrumento do professor, é a “... *essência do ensinar e do aprender matemática*” e que também é o “... *cerne da actividade matemática da aula.*”. Refere ainda que os alunos só aprendem matemática porque “*participam no processo comunicativo*”. Os alunos partem de uma actividade contextualizada e ao resolvê-la necessitam de reflectir e discutir as suas ideias e raciocínios. Para Menezes, esta transmissão é feita essencialmente através da comunicação oral estabelecida na sala de aula, mais concretamente através do discurso estabelecido entre professor-aluno e vice-versa. Embora não seja nosso objectivo debruçarmos sobre o modo como o discurso influencia o desenvolvimento da comunicação matemática (ainda que conscientes da sua importância no processo ensino-aprendizagem desta disciplina), vamos explicar, de uma forma sintética, como é que a comunicação se pode desenvolver durante uma aula de matemática.

Numa sala de aula de matemática, estabelecem-se sempre dois tipos de comunicação: a comunicação oral e a comunicação escrita. Ambas são importantes na expressão das ideias matemáticas, mas aquela que predomina é a comunicação oral.

A comunicação oral é o recurso de comunicação mais acessível, simples, directo que permite revisões quase que imediatas, que pode ser interrompida e reiniciada sempre que se detecte uma falha ou incorrecção. Em contexto de sala de

² Opinião defendida na conferência *Desenvolvendo a Capacidade dos Alunos Comunicarem Matematicamente* inserida no XV Encontro Regional de Educação Matemática – AlgarMat 2006, que se realizou no dia 10 de Março de 2006 na E. B. 2, 3/ S. Dr. João Lúcio.

aula é a mais utilizada, quer pelo professor na transmissão de conhecimentos (mensagens), quer pelos alunos para responderem a exercícios de resposta imediata ou para responder a perguntas formuladas oralmente pelo professor. Abrantes et alii (1999a) defendem que dar a possibilidade para que os alunos falem em voz alta sobre a matemática faz com que estes sejam capazes de juntar as suas ideias, o seu conhecimento, as suas experiências pessoais com a linguagem matemática. Além disso, favorece a convivência dos alunos entre si, o exercício de escutar os outros, tornando-os mais confiantes e sem medos de se expressarem perante a turma. A ideia básica subjacente à comunicação oral é a resolução cooperativa de um problema.

Na sala de aula, geralmente, a comunicação escrita surge depois da comunicação oral (como complemento), sendo a escrita usada mais como um recurso de representações de ideias dos alunos, isto é, escrever sobre a matemática ajuda os alunos a aprenderem o que está a ser ensinado. Além disso, os registos feitos, tanto no quadro como no caderno, recuperam ideias e conceitos que poderiam ficar esquecidos se não os tivéssemos registado na forma de texto. Estes registos ajudam também os alunos a reflectir sobre as suas próprias compreensões relativamente à matemática, fazendo ligações e personalizando os conceitos.

Por parte dos alunos, a escrita tende a ser muito limitada, reduzindo-se muitas vezes à realização de cálculos necessários à resolução de problemas. É importante que, para além de apresentarem a resposta, os alunos sejam capazes de descrever o processo que utilizaram para chegar a essa resposta e que expliquem as suas ideias aos colegas. É na tentativa de estimular estas capacidades que o programa de matemática do Ensino Básico refere que os alunos devem justificar as suas respostas através de

pequenas composições, relatórios onde explicam e justificam os seus raciocínios.

Podemos então concluir que a comunicação, na sala de aula de matemática, deve ser usada pelos alunos de modo a que estes:

- “- criem modelos de situações através da expressão oral e escrita, usando objectos, desenhos e gráficos ou ainda por métodos algébricos;*
- reflectam e clarifiquem o seu próprio pensamento acerca de ideias e situações matemáticas;*
- desenvolvam a compreensão das ideias matemáticas, incluindo o papel das definições;*
- discutam ideias matemáticas e construam conjecturas e argumentos convincentes;*
- apreciem o valor da notação matemática e o seu papel no desenvolvimento das ideias matemáticas.” (NCTM, 1991:93)*

e assim atingir o sucesso nesta disciplina.

2.3. Linguagem como instrumento de aprendizagem

No contexto educativo “... a linguagem da aula constitui o espaço privilegiado onde o ensino e a aprendizagem acontecem.” (Pereira, 1992:103). Segundo Tavares e Valéria (2002), é na sala de aula que os alunos encontram três níveis de utilização da linguagem, os quais se intersectam mutuamente: a utilização da linguagem natural ou

materna³, a linguagem matemática dos matemáticos e uma linguagem matemática tipicamente escolar. Repare-se que, na sala de aula, a utilização da linguagem natural associada à linguagem matemática dos matemáticos contribui para o desenvolvimento da linguagem matemática tipicamente escolar. É a linguagem matemática dos matemáticos (constituída por símbolos, conceitos, termos, etc) que cultiva nos alunos o hábito de analisar o significado de um enunciado e de estabelecer relações. Esta ajuda-os a desenvolver a linguagem matemática necessária para resolver tarefas profissionais ou situações simples do dia-a-dia. De entre estes três níveis aquele que, para o nosso trabalho, é considerado de maior importância é o último. Para que consigamos entender qual ou quais as linguagens utilizadas na aula aquando da utilização do nível linguagem matemática tipicamente escolar, torna-se necessário fazer a distinção entre língua comum (ou língua corrente) e língua de especialidade.

2.3.1. Língua corrente e língua de especialidade

Quer a língua corrente quer a língua de especialidade apresentam registos orais e escritos que podem ser enunciados com diversos níveis de elaboração consoante os intervenientes. Segundo Rondeau (1984:24) (citado por Conceição, 2001:56), a língua comum ou corrente é *“l’ensemble des mots et des expressions qui, dans le contexte où ils sont employés, ne se réfèrent pas à une activité professionnelle.”* A língua corrente é aquela em que todos os falantes *“... partilham entre si os mesmos referentes.”*

³ Note-se que o significado atribuído pelos autores aos termos linguagem natural ou materna, no contexto do nosso trabalho, coincide com o conceito de língua materna.

(Sousa, 2003:83) ou as mesmas referências. Já a língua de especialidade tem uma terminologia especializada, exacta e rigorosa que não é do conhecimento da maior parte dos falantes, as referências só são partilhadas pelos falantes que também têm conhecimentos de especialidade, é constituída por uma estrutura sintáctica e discursiva própria e faz uso de um vocabulário próprio em que

“... os elementos lexicais que a compõem remetem para referentes a cujo significado apenas os especialistas ou iniciados em certos domínios do conhecimento têm acesso.” (Sousa, 2003:83).

O discurso especializado,

“... para além do domínio dos termos científico-técnicos, requer ao seu utilizador o conhecimento de elementos gramaticais, de expressões fixas, dos denominados articuladores de discurso, bem como noções de apropriação comunicativa.” (Sousa, 2003:83).

É essencial que, ao utilizarmos termos científicos referentes a conceitos, na sala de aula, façamos uma utilização adequada da língua de especialidade. Para além de ser necessário que os alunos compreendam o significado dos termos é igualmente importante saber relacioná-los com outras áreas do saber e/ou com a sua “biblioteca pessoal” para, sempre que possível, fazer a transferência de significado destas palavras da língua corrente para a língua de especialidade, ou seja, é necessário fazer a

distinção entre o aspecto denotativo e o conotativo de um termo.

O aspecto denotativo coincide com o significado literal de um vocábulo ou expressão. É objectivo e comum a todos os falantes de uma língua e tem como objectivo principal informar. O aspecto conotativo, usado com um valor muito particular, acrescenta valores especiais ao significado de base, tornando-o subjectivo. Estes valores são principalmente valores afectivos, valores de conhecimentos da especialidade e valores culturais com os quais professores e alunos sugerem coisas, fazem associações ou evocações que alteram e enriquecem o significado inicial do vocábulo ou expressão.

Na aula de matemática, para que os alunos sejam capazes de utilizar o(s) termo(s) no discurso e dele(s) tirar informação, tentam associar o(s) termo(s) apresentado(s) a experiências quotidianas já vividas, isto é, tentam estabelecer uma ligação entre o sentido restrito do(s) termo(s) apresentado(s) num dado contexto com palavras que têm a ver com as suas experiências quotidianas já vividas. Além disso, precisam também de dominar as codificações não linguísticas da disciplina – a linguagem matemática. Como nem todos os alunos conseguem fazê-lo, porque fenómenos como a conotação e erros interpretativos (entre outros) interferem no processo de descodificação, a mensagem transmitida nunca é igual à mensagem compreendida. Assim, torna-se claro que a utilização da língua de especialidade, na maioria das vezes, coloca os alunos perante vários problemas de aprendizagem, podendo mesmo constituir uma fonte de insucesso e de desmotivação.

Depreende-se, então, que neste trabalho os termos língua de especialidade e linguagem matemática estão intimamente ligados, na medida em que considerámos,

no seguimento de Conceição (2005:257), o termo língua de especialidade um “... conjunto de recursos linguísticos de uma determinada língua natural, usados preferencialmente num domínio do saber [a matemática]...” e por falantes que possuem conhecimentos específicos do referido domínio.

É comum dizer-se que a matemática é detentora de uma linguagem própria. A linguagem matemática é, pois uma linguagem fechada, distinta e até limitativa, na medida em que é pouco usual encontrar no dia-a-dia, um grupo de falantes que utilize exclusivamente uma língua de especialidade para comunicar.

Uma forma de facilitar e desenvolver eficazmente o uso desta língua de especialidade é, segundo Brown e Yule (1986), enquadrar a linguagem utilizada em aula em duas dimensões principais: a dimensão substantiva e a dimensão interpessoal (Pereira, 1992:118). A primeira está relacionada com a expressão do conhecimento, mais concretamente com o conteúdo da mensagem do emissor. Esta dimensão está presente em todas as aulas, sejam elas teóricas ou práticas, centradas no professor ou nos alunos. Tem como principal função transferir conhecimento, seja este através de perguntas, respostas ou afirmações. A segunda dimensão (considerada em sala de aula a mais importante, pois é em torno dela que a aprendizagem se desenvolve) utiliza a linguagem para mediar e manter relações interpessoais. Cremos que é baseado nestas duas dimensões que reside a essência da comunicação educacional.

Na mesma linha de pensamento, Hoyles (1985) referida por Menezes (1999), defende que a linguagem utilizada em sala de aula tem duas funções: a função comunicativa e a função cognitiva. A primeira função prende-se com a capacidade dos alunos de, perante uma dada situação, serem capazes de identificar os elementos

importantes e de os transmitir aos outros. A segunda função está relacionada com o desenvolvimento do pensamento matemático, com a capacidade de raciocinar matematicamente. Sempre que os alunos utilizam a língua materna associada à linguagem matemática, estão a promover o pensamento matemático, principalmente quando se encontram em interacção uns com os outros. Associada a estas duas funções e, perante o que referimos atrás, podemos dizer que, por um lado, a função comunicativa está relacionada com a dimensão substantiva porque, para além de saber resolver questões e problemas, é cada vez mais importante que o aluno seja capaz de comunicar e explicar as suas ideias aos outros. E, por outro, a função cognitiva está relacionada com a dimensão interpessoal porque para transmitir um raciocínio lógico, matemático, o aluno tem que fazer uso de uma linguagem adequada ao contexto, a língua de especialidade.

Lappan e Schram (1989) consideram ainda que a sala de aula é o espaço indicado para proporcionar aos alunos situações onde os mesmos possam raciocinar e comunicar as suas ideias aos colegas. Para que isto aconteça, estas autoras também sustentam que é necessário que o professor escute e solicite os alunos para que explicitem o seu pensamento, ajudando-os assim a valorizarem a matemática e a expressão acerca da matemática.

As ideias que acabámos de expor estão relacionadas com duas perspectivas diferentes, utilizadas pelos professores em aula e defendidas por Barnes (1988) sobre a principal função da linguagem na aula: transmissão e interpretação. Tendo como referência estas duas perspectivas é possível caracterizar o processo de ensino (*vide* figura 2).

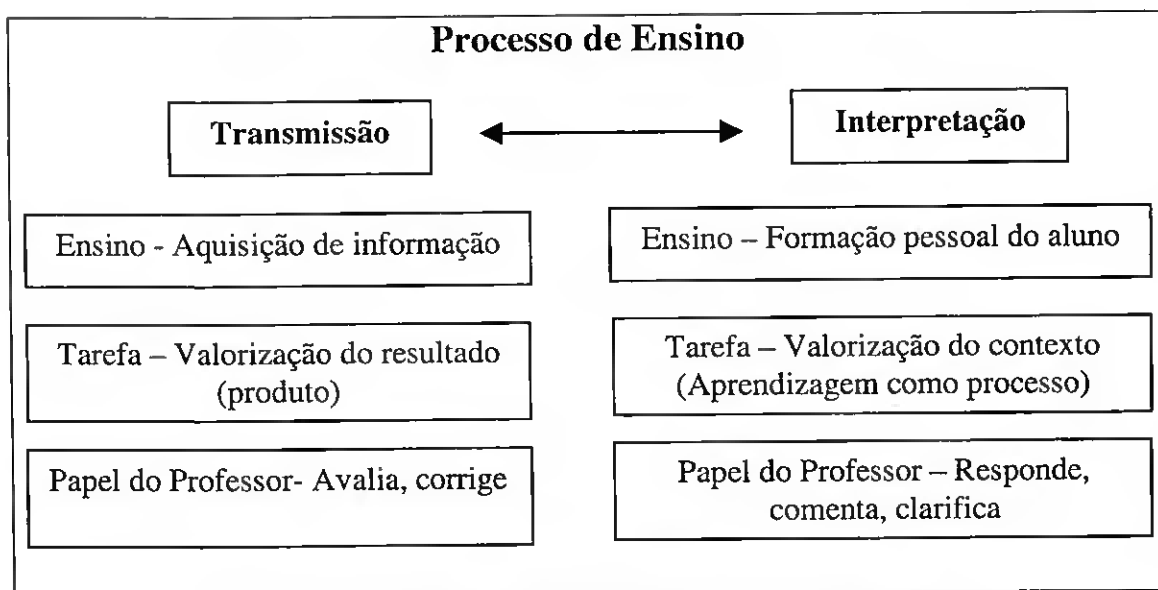


Fig. 2 - Processo de Ensino adaptado de Pereira (1992:114).

Na primeira perspectiva, a linguagem constitui, simplesmente, um meio para comunicar, isto é, é a linguagem que serve para transferir ideias do professor para o aluno e vice-versa. Na segunda perspectiva, para adquirirem conhecimento, os alunos têm de interpretar ideias novas em função daquilo que já conhecem e depois exprimi-las novamente por palavras suas. Estas duas perspectivas desenvolvem nos professores dois objectivos essenciais a alcançar. Um deles tem um carácter mais geral e consiste em proporcionar aos alunos acesso aos recursos implícitos na língua comum ou língua corrente, o outro de carácter mais específico consiste em proporcionar aos alunos meios para que estes possam usar a linguagem matemática e/ou língua de especialidade em seu proveito.

Sobre a finalidade do ensino, existem dois pontos de vista opostos relacionados com estas duas perspectivas. O primeiro surge quando o professor se situa próximo do extremo da transmissão (primeira perspectiva) e o segundo surge

quando o professor se encontra próximo do extremo da interpretação (segunda perspectiva). No primeiro caso, significa que o professor considera que a principal finalidade do ensino consiste em levar os alunos a adquirirem conhecimentos. Para ele, a ênfase é colocada nos produtos da aprendizagem, ou seja, são valorizados os aspectos externos da comunicação (como por exemplo frases correctas e a riqueza do vocabulário). No segundo caso, o professor reconhece e promove o desenvolvimento dos alunos na sua globalidade. Aqui o professor está mais interessado em promover o desenvolvimento dos alunos, ajudando-os a clarificar, desenvolver, elaborar ou pensar sobre os seus pensamentos. A valorização da aprendizagem como processo de construção do conhecimento pelos próprios alunos é fundamental. Depreende-se, então, que para aprender é imprescindível que a linguagem utilizada na aula constitua a base e o principal meio de aprendizagem e não apenas um meio para comunicar, pelo que se re-afirma a importância da área em que se apresenta este trabalho: a comunicação educacional.

2.3.2. Linguagem matemática

Ao procurar num dicionário didáctico o significado de linguagem, a primeira definição que iremos encontrar é, no sentido lato, “... *meio de comunicação utilizado por uma comunidade humana ou animal para transmitir mensagens*.”. Em sentido mais estrito, a linguagem é um sistema de signos (ou sinais), gestos, sons, símbolos ou palavras usado para transmitir mensagens dentro de um contexto espaço-temporal e cultural chamado situação. Simplificando, a linguagem não é mais do que a

faculdade/capacidade humana que permite estabelecer comunicação com os outros. Assim, de um modo geral, podemos considerar a linguagem como uma forma de expressar determinada ideia.

A linguagem humana distingue-se da dos animais pela função comunicativa, pela utilização de signos arbitrários, pelos sistemas de signos, pela linearidade da mensagem, pelos signos discretos diferenciais e pela dupla articulação.

A linguagem é a capacidade universal de todos os seres humanos, isto é, a faculdade própria dos seres humanos que se pode exprimir por meio de sons articulados (linguagem humana). A língua é um sistema social (linguístico) específico de cada uma das comunidades. Podemos também dizer que a língua é a concretização da linguagem num determinado território geográfico ou numa comunidade. De uma forma mais simples, língua é o que aprendemos desde pequenos e que é constituída por sons, palavras e construções. Podemos dizer que a função principal da linguagem é a comunicação e esta faz-se pelo uso da língua.

Na escola, uma das principais funções da linguagem é a de transmitir significado. Para que os alunos aprendam matemática de modo significativo, é preciso que os mesmos consigam dominar os termos matemáticos de modo a serem capazes de os utilizar no discurso e tirar deles um significado e é também preciso que dominem as codificações não linguísticas da disciplina – a linguagem matemática. Estes termos, constituídos por palavras complexas que permitem transmitir diversos significados, apelidados por Nilson Machado (1991) de “*anfíbios*”, na sua maioria, têm a sua origem na matemática e são utilizados no dia-a-dia.

A matemática, para além de utilizar a língua materna como suporte e de usar

as especificidades discursivas da especialidade, utiliza uma linguagem específica comum a uma certa comunidade. Esta linguagem faz uso de um conjunto complexo de símbolos próprios, codificados, e que se relacionam segundo determinadas regras.

“Os símbolos têm uma variedade de funções na nossa cultura e no contexto matemático podem ajudar a ilustrar a estrutura, permitir manipulações de rotina, automatizar e tornar a reflexão possível, ao exteriorizar os pensamentos com alguma estabilidade, firmeza e permanência como objectos que podem ser examinados.” (Matos e Serrazina, 1996:50)

Sendo assim, a linguagem matemática é considerada uma linguagem universal, pois é utilizada supostamente, por um determinado grupo de pessoas que estão familiarizados com ela e que a utilizam para transmitir ideias. Por exemplo: *“cinco somado com dois é igual a sete”*. Utilizando a linguagem matemática, apresentamos uma ideia sem falhas, isto é, com exactidão onde são empregues apenas cinco símbolos $“5+2=7”$ que podem ser compreendidos por qualquer pessoa que saiba manusear os símbolos matemáticos.

Sendo assim, podemos considerar a linguagem matemática como

“... um meio de comunicação possuidor de um código próprio, com uma gramática e que é utilizado por uma certa comunidade.” (Menezes, 1999:75).

Note-se que a linguagem matemática não é sinónimo de língua de especialidade. A linguagem matemática é o conjunto de símbolos usados em matemática, por um determinado grupo de pessoas que estão familiarizadas com esta linguagem. Quando se pretende verbalizar a linguagem matemática o que, na realidade, estamos a fazer é utilizar termos da língua de especialidade, tendo como suporte a língua corrente.

Para Menezes (1999), a linguagem matemática assume três componentes: a linguagem escrita, a linguagem oral e a linguagem pictórica que integra gráficos, diagramas ou desenhos. Segundo Winn (1989), esta última linguagem teria elementos textuais diferentes dos habituais, tais como diagramas, gráficos e desenhos. Estes elementos podem facilitar a aprendizagem científica quando os alunos, por exemplo, perante um problema de geometria, podem recorrer a eles para os ajudar a atribuir sentido ao que foi lido e assim resolver o problema apresentado. Geralmente, a utilização da linguagem pictórica apela à imaginação e à criatividade, requerendo capacidades que vão muito além do cálculo e da memorização de definições e procedimentos. São capacidades de observação, comparação, análise, síntese, relacionamento, interpretação e conclusão necessárias para resolver o problema proposto. Deste modo a linguagem pictórica, para além de desenvolver a capacidade de resolução de problemas, também pode tornar motivante a aprendizagem da matemática, vindo a ser, ela própria, objecto de aprendizagem.

2.4. Verbalização da linguagem matemática

Dois amigos conversam sobre meteorologia:

- Oh Zé, como está o tempo?

- Olha, não está nem frio nem calor. Estão zero graus!

(Popular)

Com o objectivo de resolver com sucesso as actividades apresentadas pelo professor de matemática, os alunos são confrontados com diversas situações ou problemas. Estas situações problemáticas envolvem um predomínio de termos e conceitos matemáticos seguidos de expressões simbólicas estritamente matemáticas, embora existam outras situações que envolvem um predomínio de termos da língua corrente. Medeiros (2001) denominou o primeiro tipo de problemas como sendo problemas simbólicos “não-verbais” e o segundo tipo como sendo problemas simbólicos “verbais”. Para esta autora, o primeiro tipo de problemas envolve generalizações e não se encontra inserido em contextos reais. O segundo tipo de problemas, para além de conter um predomínio de termos da língua materna nos enunciados, pode ou não encontrar-se inserido em contextos reais. Ao resolverem problemas matemáticos inseridos em contexto real, apresentados em língua corrente ou em linguagem matemática ou num misto entre as duas, os alunos produzem o que Medeiros (2001) refere como modelo, mais propriamente o modelo mental. Este modelo pode ser exclusivamente mental ou também material e é constituído por

representações pessoais e privadas dos alunos. É um modelo que deixa de ser um ponto de partida para os alunos, mas seria algo a ser atingido pelos mesmos. O que se verifica é que os alunos, na sua maioria, lêem bem os enunciados, conseguem, com mais ou menos dificuldade, resolver os problemas propostos, ou seja, conseguem construir o chamado modelo mental, no entanto o maior problema encontra-se na fase de transformação do pensamento em discurso. Luria (1987), citado por Oliveira (1991), refere que esta fase se torna num obstáculo à aprendizagem difícil de ultrapassar porque os alunos têm dificuldade em formular a chamada enunciação, ou seja, no momento em que o aluno tem de verbalizar os conceitos (utilizando termos da língua corrente e/ou da língua de especialidade), surgem dificuldades de elaboração do discurso. O aluno nem sempre é capaz de construir e comunicar ideias, explicações e argumentos, com base nos seus argumentos e interpretações. Ligada a esta situação está, sem dúvida, a linguagem matemática com características, regras, conceitos e definições próprios, com os quais a maioria dos alunos ainda está pouco familiarizada (o que também dificulta a sua enunciação).

Com vista a ultrapassar este obstáculo, pretende-se que, na aula de matemática, a tónica assente essencialmente na comunicação baseada não só na linguagem matemática, mas também na oralidade para facilitar a percepção do aluno e, conseqüentemente, o ensino-aprendizagem da matemática. Procura-se, cada vez mais, desenvolver novas abordagens e estratégias face a situações novas que vão sobretudo ao encontro dos interesses dos alunos.

Ao longo da minha prática lectiva, constatei, em contexto de sala de aula, que a maioria dos conceitos, regras e definições, de uma forma consciente ou inconsciente,

são construídos e depois transmitidos aos alunos a partir da linguagem figurativa. Esta linguagem abrange diversas figuras como por exemplo: a comparação, a hipérbole, a metáfora, etc.

Nos últimos anos, tem existido um crescente interesse dos investigadores sobre a utilização da linguagem figurativa na sala de aula, bem como os seus efeitos na educação. A análise da literatura permite-nos constatar a existência de uma grande variedade de estudos dedicados à utilização desta linguagem figurativa, principalmente às metáforas e analogias, no ensino das ciências. Esta linguagem foi analisada enquanto estratégia fundamental no processo ensino-aprendizagem de temas complexos de áreas científicas. Embora não se conheça muito bem como as actividades que envolvem a utilização do uso das metáforas e das analogias se efectuem no pensamento, alguns estudos consideram essas actividades como instrumentos de valor na construção dos conceitos científicos. Destacamos Cachapuz (1989) que sustenta a utilização da linguagem figurativa mais concretamente a utilização das metáforas e das analogias no ensino das ciências. Este autor considera que a sua utilização facilita a transferência do conhecimento de um domínio conceptual para outro.

Embora todas as figuras que constituem a linguagem figurativa tenham um papel significativo no processo ensino-aprendizagem, vamos restringir-nos apenas àquelas que estão relacionadas com o nosso trabalho e que, de uma forma aparentemente simples, poderão ser usadas, por professores e alunos, na explicitação da linguagem matemática, utilizando a língua corrente e/ou a língua de especialidade - verbalização da linguagem matemática. São elas a metáfora e a analogia.

Os termos metáfora e analogia são, por vezes, difíceis de diferenciar por serem considerados sinónimos. No entanto, ambos aparecem com diferentes sentidos dependendo das perspectivas. Duit (1991), citado por Bozelli (2005:2), também não consegue fazer a distinção entre as duas figuras de estilo. Considera que ambas expressam comparações e salientam semelhanças, mas fazem-no de maneiras diferentes.

“Uma analogia compara explicitamente as estruturas de dois domínios; indica identidade de partes das estruturas, Uma metáfora compara implicitamente, realçando características ou qualidades relacionais que não coincidem em dois domínios.” (pág. 2).

Na perspectiva educacional, estas figuras são consideradas ferramentas de uso frequente no processo de construção das noções e conceitos científicos. São utilizadas como estratégias didáticas fundamentais no processo ensino-aprendizagem.

2.4.1. Metáfora

A metáfora pode ser considerada de comparação abreviada em que a expressão comparativa é omitida. A sua aplicação produz um efeito de surpresa, uma vez que a palavra passa a ter um significado que vai mais além do que é o habitual. Podemos considerar que é uma das características básicas da comunicação humana que torna as pessoas capazes de lidar com experiências novas. Citando Bozelli:

“ ... uma metáfora é uma figura de linguagem que envolve o ver e, portanto, o compreender de uma coisa em termos de uma outra, sendo um fenómeno conceitual ao invés de um fenómeno exclusivamente linguístico (Pimm, 1988 apud Medeiros, 2001).” (pág. 2)

A sua utilização ajuda as pessoas a descrever alguma coisa nunca encontrada antes ou então a compreender uma ideia. Também pode ser definida matematicamente

“... como o conjunto de correspondências conceptuais que se podem estabelecer, com base em atributos/relações de semelhança entre a fonte - o domínio familiar - e o alvo - o domínio científico -, sendo portanto ser constituída por três elementos, a fonte, o alvo e o conjunto de correspondências conceptuais que se podem estabelecer entre o domínio familiar e o domínio científico.”
(Nascimento, 2000b: nota de rodapé nº 1)

Fazendo uma breve perspectiva da utilização das metáforas, constatámos que estas foram utilizadas em diversos campos e com diversos objectivos. O conhecimento científico foi-se construindo através de metáforas que serviram para explicar e compreender fenómenos e factos que conduziram a determinadas teorias científicas. Kuhn (1970) citado por Oliveira (1991:186) vai ainda mais longe, afirmando que a ciência pura não pode prescindir das metáforas. Para este autor, são elas que governam o progresso científico que ocorre quando os cientistas modificam ou mesmo abandonam certas metáforas dando lugar a outras melhores.

Durante muito tempo a linguagem metafórica foi considerada uma das características principais dos poetas e dos escritores. Era considerada uma figura retórica que servia para enriquecer o discurso. Petrie, citado por Oliveira (1991:186), sustenta que

“... a originalidade da linguagem metafórica está em que além de estabelecer uma banal relação de semelhança, estabelece uma criativa semelhança com grande eficácia no desenvolvimento e extensão do pensamento.”

No campo educacional, Simons (1984) citado por Oliveira (1991:187), defende que a utilização, no processo ensino-aprendizagem, da linguagem metafórica dá origem a três teorias que correspondem a três funções implícitas. Associada à primeira teoria está a função concretizar, à segunda teoria a função assimilar activamente e à terceira teoria a função estruturar.

Na primeira teoria, defendida por Ortony (1975), a linguagem metafórica é utilizada como um instrumento que concretiza, motiva e vivencia conceitos abstractos, ultrapassando as limitações da língua corrente. Na segunda teoria, Mayer (1985) sustenta que a linguagem metafórica é um processo que integra novas informações naquelas já existentes. O uso da linguagem metafórica faz com que as experiências e os conhecimentos anteriores sejam transferidos para novos conhecimentos, de tal modo que a aprendizagem de novas ideias se torne mais fácil e compreensível. Na terceira teoria defendida por Tourangean e Sternberg (1982), a utilização da linguagem metafórica conduz ao aparecimento de um pensamento novo, o

pensamento metafórico.

“Este novo tipo de pensamento caracteriza-se pela aquisição dum estrutura relacional entre o conceito e as ideias-chave tendo características metacognitivas e interdisciplinares que estão na origem da aquisição da capacidade dos alunos fazerem inferências sobre qualquer problema ou situação”. (Oliveira, 1991:187)

Também Elbow (1986) descreve a linguagem metafórica como um processo de “*triangulação*” (Oliveira, 1991:187). Neste processo, a metáfora é o elo de ligação entre duas ideias já existentes, mas sem significado entre elas. A metáfora é a responsável pela transformação do conhecimento antigo (as duas ideias) em novos pontos de vista.

Para Hayes (1982) a metáfora é a

“... significação natural de uma palavra que se transporta para outra por virtude de relação da semelhança que se subentende, condensando numa frase uma semelhança significativa.” (Oliveira, 1991:185).

Já para Boaventura de Sousa Santos (1989) e citado por Oliveira, 1991, as metáforas são “*esquemas de interpretação*”, formas de interpretar uma realidade. Não podemos esquecer o facto dos alunos serem diferentes e possuírem diferentes tipos de interpretação, o que possibilitará ou não o enriquecimento das interpretações dadas às metáforas apresentadas.

Matos e Serrazina (1996) referem que

“... a Matemática utiliza conceitos profundamente enraizados na nossa experiência quotidiana como modo de facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos.” (pág. 53).

Acrescentam ainda que os conceitos matemáticos são encarados *“como se fossem”* entidades da nossa vida quotidiana. Esta forma de encarar os conceitos matemáticos, em educação matemática, também se designa por abordagem metafórica e baseia-se na aplicação das metáforas.

Low (1988), citado por Nolder, 1991, e por Matos e Serrazina, 1996, definiu metáfora como uma reclassificação a qual envolve *“tratar X como se ele fosse, em alguns casos Y”* (pág. 53) em que X e Y são apresentados como assuntos primários e secundários da metáfora. Geralmente a escolha do assunto secundário baseia-se num ponto ou em pontos de semelhança entre os assuntos primários e secundários. Na mesma linha de pensamento, Medeiros (2001) considera que o modelo mental elaborado pelos alunos aquando da resolução de problemas *“... é uma metáfora de um objecto ou teoria.”* (pág. 219).

Matos e Serrazina (1996) referem também que uma metáfora pode ter a forma *“X é Y”* (pág. 53). Repare-se que neste caso concreto a metáfora é vista como uma analogia.

Numa sala de aula, a utilização da linguagem metafórica pode ser feita quer pelo professor quer pelos alunos. Geralmente as metáforas utilizadas pelo professor

servem para ajudar a compreensão dos alunos em relação aos conceitos matemáticos. É a metáfora que estabelece a ligação entre um conceito ou ideia abstracta não familiar dos alunos a algo concreto e familiar dos mesmos. Com a utilização da metáfora, o professor espera que os alunos se recordem do conceito ou da ideia apresentada anteriormente.

As metáforas utilizadas pelos alunos para além de servirem como termo de comparação entre algo novo e alguma coisa mais familiar, ajudam a visualização do familiar de maneira totalmente nova. Por outro lado, também ajudam a desenvolver a linguagem matemática e a comunicação.

Oliveira (1991) considera que a utilização, por parte dos alunos, da linguagem metafórica auxilia os mesmos a desenvolverem a aprendizagem. Esta autora apresenta um conjunto de vantagens educativas que os alunos podem obter com a utilização da linguagem metafórica, as quais decidimos transcrever por considerarmos serem relevantes:

- 1. activa o raciocínio analógico*
- 2. organiza a percepção*
- 3. desenvolve a aquisição do pensamento metafórico*
- 4. desenvolve capacidades cognitivas elevadas como a criatividade*
- 5. faz a ligação (ponte cognitiva) entre o conhecido e o desconhecido*
- 6. funciona como organizador prévio*
- 7. transforma o conhecimento factual em conceptual*
- 8. torna significativa e motivante a informação*

9. *facilita a aquisição de novos conceitos*
10. *faz a ligação entre conceitos*
11. *torna compreensível os conceitos, nomeadamente os abstractos*
12. *alarga em extensão um conceito pelo aumento de flexibilidade e versatilidade do pensamento*
13. *aumenta a memória*
14. *estimula a solução de problemas e a identificação de novos problemas*
15. *fomenta a elaboração de hipótese*
16. *torna a comunicação mais variada, interessante e agradável*
17. *fomenta um estilo menos rígido e mais expressivo do discurso.”* (pág. 188)

A utilização da linguagem metafórica acarreta certas limitações em termos culturais e cognitivos. Uma delas é ser redutora da realidade; uma vez que são apenas salientados os aspectos mais relevantes para se estabelecer a ligação entre algo desconhecido (conceito científico) e algo conhecido e familiar para os alunos. A outra prende-se com o modo como a linguagem metafórica pode ser compreendida quer por professores quer por alunos. Os professores quando utilizam as metáforas, fazem-no conscientes que estão a estabelecer uma relação entre o conceito a leccionar e uma determinada realidade familiar a todos os intervenientes do processo ensino-aprendizagem (professores e alunos). Assim, quando o professor de matemática apresenta os números inteiros relativos, associa-os por exemplo a um débito. Ao “devo”, associa o sinal de “-” e ao “tenho”, associa o sinal de “+”. Em termos cognitivos, os alunos, por sua vez, irão associar imediatamente a metáfora utilizada aos conceitos adquiridos e assimilados. Sempre que o professor se referir aos números

inteiros relativos, os alunos irão identificá-los como “débitos”. Como a principal limitação da linguagem metafórica é ser redutora da realidade, para se obter todas estas vantagens descritas anteriormente, é necessário que o professor determine muito bem quais os limites de uma dada metáfora.

A leitura crítica da literatura sobre a linguagem metafórica permite-nos identificar diversas vantagens e desvantagens da sua utilização no ensino da matemática.

As vantagens:

- “1. As descrições metafóricas permitem-nos descrever fenómenos que de outro modo seria impossível.*
- 2. A metáfora torna possível que novos conceitos sejam sistematicamente relacionados com coisas já compreendidas.*
- 3. A metáfora alarga o pensamento.*
- 4. A metáfora exige a atenção.” (Matos e Serrazina, 1996:57-58)*

As desvantagens:

- “1. As metáforas podem desviar ou distorcer a percepção.*
- 2. Algumas metáforas elementares não são aplicáveis em contextos mais avançados. Por exemplo as crianças a quem foi ensinado que a multiplicação torna maior têm sérios problemas quando chegam às fracções.*

3. *Uma metáfora não pode estruturar um conceito adequadamente.*

4. *O uso de metáforas pode ser feito para além da sua utilidade.*” (Matos e Serrazina, 1996:58)

2.4.2. Analogia

Analogia é um conceito matemático que significa “proporção”, isto é,

“Operacionalmente a analogia é definida como uma proporção do tipo A está para B, assim como C está para D, de tal modo que a relação entre A e B é semelhante à relação existente entre C e D – A e B pertencem a um domínio familiar e C e D pertencem a um domínio científico e as relações que se podem estabelecer entre o domínio familiar e o domínio científico são implícitas.”(Nascimento, 2000b: nota de rodapé nº 2)

Esta definição foi abandonada na medida que uma analogia não corresponde a uma identidade de duas relações, mas sim a uma similitude de correlações (Perelmam, 1987). Isto significa que a analogia deixou de ser considerada uma igualdade simétrica para passar a ser uma relação que é associada a outra relação, com a finalidade de clarificar, organizar e avaliar o desconhecido a partir de algo conhecido.

Ao percorrermos a literatura relativa à utilização de analogias no ensino e na aprendizagem das ciências e de acordo com as perspectivas de cada um dos investigadores, deparamo-nos com diversas definições de analogia. Para alguns investigadores, a analogia é entendida como um processo cognitivo que envolve uma

comparação explícita de duas coisas (Newby, 1987). Para outros, a analogia deixa de ser uma comparação explícita tornando-se uma comparação baseada em semelhanças entre estruturas de dois domínios de conhecimento diferentes, um conhecido e outro desconhecido. (Duit, 1991).

Segundo Hayes (1982) e citado por Oliveira, 1991, uma analogia é

“... uma relação de semelhança entre objectos diferentes quer por motivos de semelhança (pode-se inferir de uma semelhança comprovada uma semelhança não comprovada) quer por motivos de dependência causal.” (pág. 185)

Apesar da variedade terminológica associada à analogia e às diferentes perspectivas teóricas de cada autor, na maioria das vezes, esta palavra é descrita como uma comparação ou relação entre algo conhecido e algo pouco conhecido ou desconhecido. A sua utilização envolve a transferência de informação de um domínio que já existe na memória para outro domínio a ser explicado. Quer isto dizer que, ao utilizarmos a analogia, temos de ter presente termos utilizados para designar o conceito/fenómeno pertencente ao domínio conhecido e ao domínio desconhecido. Assim, sempre que nos referirmos ao termo *domínio* falamos da rede conceptual abrangente a que pertencem o domínio desconhecido e o domínio conhecido; quando nos referimos ao termo *alvo* falamos do domínio desconhecido. Este termo refere-se ao fenómeno que, através da analogia, vai ser objecto de compreensão, descrição e explicação; refere-se ao termo *analógico*, quando falamos do domínio conhecido. Este termo refere-se ao conceito/fenómeno conhecido através do qual ocorre a

compreensão, descrição e explicação do domínio desconhecido, isto é, do *alvo*. (Duarte, 2000:3).

Foi nas décadas de 80 e 90 que se assistiu a um reforço do número de trabalhos de investigação sobre a utilidade das analogias no ensino das ciências. Estes trabalhos incidiram fundamentalmente sobre quatro linhas de investigação:

- “(1) a utilização e exploração didáctica de analogias;*
- (2) as analogias nos manuais escolares;*
- (3) as analogias na prática dos professores de ciências;*
- (4) as analogias e as concepções de professores sobre o seu papel no processo de ensino-aprendizagem.” (Duarte, 2000:6-7).*

Procuraremos apresentar sucintamente as características mais importantes correspondentes à primeira linha de investigação, anunciadas anteriormente e que, por estarem relacionadas com a educação, são relevantes para o nosso estudo. Na primeira linha de investigação foram realizados trabalhos relacionados com:

- a) os diferentes tipos de analogias utilizados pelo professor ou investigador

Em sala de aula o professor pode utilizar dois tipos de analogias consoante a função que queira desenvolver. Se pretender desenvolver a função explicativa/comunicativa deve utilizar as analogias simples ou proporcionais. Estas analogias proporcionam a criação de semelhanças entre duas situações: uma conhecida e outra desconhecida. Se pretender desenvolver a função criativa/generativa

deve utilizar as analogias preditivas (Indurkha, 1992 citado por Duarte, pág.2). Este tipo de analogias envolve a previsão de mais semelhanças a partir das existentes. Na mesma linha de pensamento Glynn et alli (1989:383), citado por Duarte (2000:2), defende que

“... as analogias têm uma função explicativa, quando colocam conceitos e princípios novos em termos familiares; têm uma função criativa quando estimulam a solução de um problema, a identificação de um problema novo e a generalização de hipóteses.”

Desta forma podemos considerar que o uso das analogias, por parte dos professores, ajuda a estabelecer a comunicação científica, na medida que aproxima dois assuntos heterogêneos, ou seja, um assunto que pertence ao domínio desconhecido dos alunos (*alvo*) a um domínio mais familiar dos mesmos (*análogo*), permitindo assim o desenvolvimento da ciência. São as analogias que conferem “*poder discursivo*” (Duarte, 2000:2) ao conhecimento científico, isto porque são elas que propiciam uma nova visão de algo não observável. Significa que a utilização das analogias no ensino, em particular na matemática, poderá facilitar a transferência do conhecimento de um domínio para outro. Partimos do princípio de que o recurso ao raciocínio análogo auxilia na compreensão e posterior explicação do conhecimento matemático. Repare-se que os alunos são portadores de alguns conhecimentos sobre o assunto *alvo* e, a partir desses, desenvolvem os conceitos matemáticos a serem trabalhados. É ao professor que compete desenvolver uma forma de conhecimento

escolar que mantenha uma postura de diálogo professor-aluno, onde é fundamental que os alunos falem sobre o assunto *alvo* que está sendo proposto, permitindo-lhes a apresentação e troca de possíveis *análogos*. É neste momento que os alunos, através de uma intervenção mais activa, têm oportunidade de gerar imagens mentais e esquemas intuitivos sobre o assunto apresentado, permitindo-lhes avaliar e modificar as suas próprias explicações e assim desenvolver as suas capacidades comunicativas.

b) as estratégias utilizadas

A crescente importância atribuída ao uso de analogias no processo de ensino-aprendizagem das ciências fez desenvolver uma maior utilização das mesmas de um modo desorganizado e desprovido de uma metodologia. Este problema mereceu a atenção de vários investigadores, tais como Glynn (1991) e Dagher (2000), o que contribuiu para o desenvolvimento de modelos de ensino com recurso a analogias.

De seguida procuraremos, de um modo resumido, apresentar os modelos mais representativos sobre os quais existem alguns estudos e que estão, de alguma forma, relacionados com o nosso trabalho. Os modelos podem ser agrupados em três tipos consoante a estratégia que privilegiam. São eles: os modelos centrados no professor, os modelos centrados nos alunos e, por último, os modelos centrados no professor e nos alunos (Duarte, 2000:14). De entre estes três tipos de modelos, abordaremos de forma mais detalhada, apenas os dois últimos por serem os mais significativos para o nosso trabalho.

Relativamente aos modelos centrados no professor, destacamos o modelo

desenvolvido por Glynn (1991) denominado de “*Teaching-with-Analogies*” abreviadamente *TWA*. Este modelo compreende seis etapas que são:

- “(1) *introduzir o conceito alvo;*
- (2) propor uma experiência ou ideia como análoga da anterior;*
- (3) identificar os aspectos semelhantes entre o conceito alvo e o análogo;*
- (4) relacionar as semelhanças entre dois domínios;*
- (5) esboçar as conclusões sobre o alvo;*
- (6) indicar onde falha a analogia.”* (Duarte, 2000:14)

O importante neste modelo é que os alunos entendam a analogia da mesma forma que o professor pensa que eles o farão. Caso contrário o modelo torna-se inexecutável.

Ao longo da nossa revisão pela literatura, constatámos que todos os modelos centrados no professor, embora com as suas particularidades, apresentam pontos comuns: uma fase de planeamento, uma fase de implementação e uma fase de avaliação.

Relativamente aos modelos centrados nos alunos, destacamos o modelo de “*Analogias Produzidas pelos Alunos*” (Duarte, 2000:15) proposto por Wong (1993a, b), baseado no princípio de que os alunos devem ser estimulados a criar, a aplicar e avaliar e/ou alterar a analogia produzida. Este modelo é constituído por quatro etapas:

- “(1) explicação do fenómeno em estudo;
- (2) concepção de analogias que permitam compreender o fenómeno;
- (3) aplicação da analogia ao fenómeno, apontando as semelhanças e diferenças;
- (4) avaliação da adequação das analogias propostas.” (Duarte, 2000:15)

A sua aplicação apresenta vantagens e limitações. As vantagens estão relacionadas com:

- a resolução de problemas: aquando da resolução dos problemas, os alunos podem trabalhar em contextos diversos dependendo da própria solução apresentada e do tipo de actividades propostas;
- as actividades propostas: como os problemas propostos advêm de conhecimentos familiares dos alunos, as questões apresentadas são mais interessantes e relevantes para os mesmos.

Relativamente às limitações, estas situam-se ao nível da selecção do *analógico*, mais concretamente na:

- selecção de uma fonte análoga: para promover a compreensão do conhecimento científico torna-se imprescindível que os alunos tenham conhecimento do domínio *alvo* sobre o qual estão a trabalhar;
- incompreensão do *alvo*: a insuficiência de conhecimentos científicos apresentados pelos alunos poderá ou não reforçar concepções alternativas;
- inclusão no domínio *alvo* de alternativas presentes no domínio *analógico*: a explicação do funcionamento dos analógicos muitas vezes não é do conhecimento dos alunos, o que dificulta a compreensão.

Os alunos ao utilizarem este modelo são incentivados a identificar, a confrontar e trabalhar conhecimentos seus com um grau de autonomia elevado, o que permite que a intervenção do professor passe a ser mínima. Por todos estes motivos apresentados é que a utilização de analogias deve ser feita em interacção com o professor.

Relativamente aos modelos centrados no professor e nos alunos, destacamos o modelo proposto por Cachapuz (1989) denominado por “*Modelo de Ensino Assistido por Analogias*” onde o autor faz duas distinções. A primeira distinção está associada à estratégia centrada nos alunos (ECA) e verifica-se quando os mesmos seleccionam o domínio familiar ou analógico. A segunda distinção está associada à estratégia centrada no professor (ECP) e surge na situação de ser o professor a apresentá-la. A opção entre estas duas estratégias está relacionada, segundo este autor, com o objectivo de ensino e o horizonte do professor. Assim se o objectivo for introduzir conceitos novos aos alunos, a estratégia mais adequada é a ECP. Nesta situação, as analogias utilizadas exercem uma função organizadora, fomentando a inclusão de novas informações aos conhecimentos prévios dos alunos. Se, por outro lado, o domínio em estudo estiver organizado pelos alunos, embora seja deficiente, a ECA é a mais adequada.

O modelo é constituído por quatro etapas:

- “(1) apresentação da situação problema/conceito pertencendo ao domínio em estudo;
- (2) introdução do(s) conceito(s) que pertence(m) ao domínio familiar (sub-domínio analógico);

(3) *exploração interactiva da correspondência estabelecida;*

(4) *estabelecimento dos limites da analogia.*" (Cachapuz, 1989:123).

Este autor também aponta algumas questões como factores limitativos para a aplicação deste modelo. Estas questões prendem-se com a faixa etária dos alunos ou do público alvo, com a selecção de aspectos relevantes do domínio analógico, com o estabelecimento dos limites da analogia e com a importância da acção do professor face à selecção e/ou abandono de analogias que podem ser inadequadas à transmissão dos conceitos.

Estes trabalhos, na sua maioria, foram desenvolvidos no Ensino Secundário nas disciplinas de Física, Química e Biologia. Os resultados obtidos com estes estudos estão em concordância com as opiniões defendidas por Dagher (2000) e por Duit (1991) e referidas por Duarte (2000), podendo constituir um sólido apoio à conclusão de que o uso de analogias pode facilitar a aprendizagem.

Do exposto, podemos também concluir que o emprego de um método com recurso às analogias não só ajuda ou facilita a aprendizagem dos alunos, mas também abre novas perspectivas de visão e, então, reestrutura o domínio familiar ou análogo. No entanto, estes modelos devem ser utilizados de uma forma interactiva, envolvendo alunos e professores.

Apesar de todas as vantagens e da necessidade da utilização das analogias no ensino das ciências, segundo alguns investigadores não podemos deixar de ter em conta algumas dificuldades que podem derivar da sua utilização. Assim, as vantagens são:

- “1. Levam à activação do raciocínio analógico, organizam a percepção, desenvolvem capacidades cognitivas como a criatividade e a tomada de decisões;*
 - 2. Tornam o conhecimento científico mais inteligível e plausível, facilitando a compreensão e visualização de conceitos abstractos, podendo promover o interesse dos alunos;*
 - 3. Constituem um instrumento poderoso e eficaz no processo de facilitar a evolução ou a mudança conceptual;*
 - 4. Permitem perceber, de uma forma mais evidente, eventuais concepções alternativas;*
 - 5. Podem ser usadas para avaliar o conhecimento e a compreensão dos alunos.”*
- (Duarte, 2000:2).

E as desvantagens são:

- “1. A analogia pode ser interpretada como o conceito em estudo, ou dela serem apenas retidos os detalhes mais evidentes e apelativos, sem se chegar a atingir o que se pretendia;*
- 2. Pode ocorrer um raciocínio analógico que leve à compreensão da analogia;*
- 3. A analogia pode não ser reconhecida como tal, não ficando explícita a sua utilidade;*
- 4. Os alunos podem centrar-se nos aspectos positivos da analogia e desvalorizar as suas limitações.”* (Duarte, 2000:2).

A utilização da verbalização da linguagem corresponde, no nosso trabalho, à utilização da linguagem figurativa, nomeadamente à utilização de metáforas e de

analogias.

Vejamos o exemplo apresentado em *incipit* desta secção. Aparentemente é um exemplo comum no sentido que relata a conversa entre dois amigos sobre a meteorologia. No entanto, nesta situação está implícita a utilização da verbalização da linguagem, nomeadamente a utilização de metáforas e de analogias. Note-se que na conversa foi transmitida uma informação que faz uso de conhecimentos matemáticos relacionados com os números inteiros relativos e também da linguagem figurativa, descrita anteriormente (e que no nosso trabalho de investigação denominamos de verbalização). Repare-se que não é só no decorrer de uma aula de matemática que a sua aplicabilidade se torna eficaz. Constatámos que é a verbalização, mais concretamente a sua utilização, que interliga a língua corrente à linguagem matemática, contribuindo para o sucesso na transmissão do pensamento.

2.5. Competência de verbalização e competência matemática

Ficou explícito que a capacidade para “*dizer o que se quer dizer e entender o que nos dizem*” – ideia expressa no relatório Cockcroft (1982) e citada por Matos e Serrazina (1996) – é actualmente uma das finalidades a ser desenvolvida ao longo de todo o percurso escolar dos alunos, em particular no ensino da matemática. Para que os alunos se transformem em indivíduos competentes, torna-se imprescindível dotá-los de ferramentas eficientes promotoras de saberes indispensáveis à aquisição de outros saberes. Embora não seja o único local, é principalmente na escola onde os alunos encontram, analisam, seleccionam e organizam informação que

consequentemente acedem ao conhecimento, adquirindo competências. Compete portanto à escola promover a transferência de conhecimentos e competências para a vida prática (entre outras coisas), contribuindo para a formação dos indivíduos. É neste sentido que a noção de competências surge na actual Reorganização Curricular:

“... o processo pressupõe uma transformação gradual do tipo de orientações curriculares formuladas a nível nacional: de programas por disciplina e por ano de escolaridade, baseados em tópicos a ensinar e indicações metodológicas correspondentes, para competências a desenvolver e tipos de experiências a proporcionar por área disciplinar e por ciclo e considerando o ensino básico como um todo.” (DEB, 2001)⁴

Além de surgir como um dos pilares em torno do qual se organiza, se desenvolve e se gere o currículo, esta noção de competências, que deve ser desenvolvida por todos os alunos ao longo do Ensino Básico, é apresentada sob a forma de três níveis: competências gerais, competências transversais e competências essenciais.

Antes de analisar estes três níveis de competências na disciplina de matemática, considerámos pertinente clarificar o significado do termo “*competência*”, atendendo ao facto de que goza hoje em dia de uma grande aceitação e, por isso, é alvo de grande atenção e interesse por parte de todos.

Actualmente somos confrontados (podemos mesmo dizer “bombardeados”)

⁴ Retirado da nota de apresentação do livro publicado pelo Departamento do Ensino Básico intitulado *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*.

com o termo “*competência*”, uma vez que surge nos mais variados contextos, sobretudo quando se refere às organizações laborais, à formação profissional ou em serviços e à educação em geral. Eis alguns exemplos: um indivíduo que queira integrar numa determinada empresa, para além de habilitações, tem de demonstrar que é competente; note-se que o primeiro-ministro se demitiu por não reunir todas as competências exigidas para exercer o cargo; para concluir com sucesso o seu percurso escolar, um aluno necessita desenvolver competências de diversa ordem. No contexto escolar, desenvolver as competências de um aluno não significa substituir um conhecimento limitado ou uma técnica inadequada para a resolução de certos problemas por outros melhores, mas sim aumentar continuamente as possibilidades de resposta desse aluno, para que o conjunto de ferramentas de que dispõe seja diversificado e para que saiba como usar as mais adequadas para cada situação. Mas afinal, o que significa competência?

Num dado campo é o que faz com que as pessoas pensem, ajam e aprendam de forma independente, transferindo esse conhecimento para novos domínios e, simultaneamente, permitindo-lhes procurar soluções para novos problemas. Este termo pode ser visto como uma qualificação, uma habilidade, um conjunto de desempenhos pré-determinados e padronizados em comportamentos passíveis de serem observados; remetendo-nos para a prática do dia-a-dia, que mobiliza apenas saberes do senso comum ou saberes de experiência. No entanto, esta noção não é totalmente verdadeira, pois uma competência remete para situações nas quais é preciso tomar decisões e resolver problemas, apelando para noções, conhecimentos, informações, métodos e técnicas.

Segundo Boterf (1994) citado por Valadares (2003), “... *competência é um conceito que se encontra ainda numa fase de desenvolvimento ou evolução*”. Para este autor, esta evolução parte do simples somatório de saberes, saber-fazer e saber-ser, para a noção mais abrangente do saber agir e reagir perante uma situação complexa. Segundo ele, o termo competência significa saber. Um saber que mobiliza diversos tipos de saberes, que combina, que age e reage perante situações complexas, que pode ser transmitido e, por último, partilhado.

Segundo Santos⁵, o termo competência aparece associado a determinadas características. São elas a acção (associado a um saber em uso), a situação com um certo nível de complexidade (associada a um saber agir) e a integração (associado a um saber partilhado).

Na mesma linha de pensamento, Perrenoud considera o termo competência a “*capacidade de agir eficazmente num determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles.*” (Perrenoud, 1999:7)

Chomsky, citado por Rey, defende que competência é a capacidade de produzir infinitamente (1996, p.38) e que a competência linguística é uma competência inata (1996, p.47). Perrenoud (1999) refuta esta ideia, dizendo que “*A competência constrói-se face a uma «família de situações análogas».*”. Para este autor, quando estamos perante uma situação nova, o que procuramos fazer em primeiro lugar é uma analogia com outra situação que conhecemos do passado. Em seguida, mobilizamos recursos idênticos ao que fizemos anteriormente. No entanto,

⁵ Opinião defendida na conferência plenária *Avaliação Formativa: uma ideia a prosseguir ou mais uma moda?* Inserida no XV Encontro Regional de Educação Matemática – AlgarMat 2006, que se realizou no dia 10 de Março de 2006 na E. B. 2, 3/ S. Dr. João Lúcio.

isso não é suficiente. Se a situação é nova, ela tem algo diferente da anterior. É então que devemos introduzir um certo nível de criatividade, de forma a sermos capazes de responder à situação quando comparada com todas as anteriores conhecidas. Neste sentido, os saberes são para este autor indispensáveis mas, por si só, insuficientes na construção de competências. Para ele, os saberes só têm o devido valor quando integrados nas competências.

Em síntese, o conceito de competência diz respeito à capacidade do indivíduo de dispor de um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações, etc) para produzir desempenhos adequados a situações concretas.

Tal como já foi referido anteriormente, o termo competência é também amplamente usado no domínio da educação. Refere-se a

“... uma noção ampla que integra conhecimentos, capacidades e atitudes e que pode ser entendida como saber em acção ou em uso em situações diversas. Deste modo, não se trata de adicionar a um conjunto de conhecimentos um certo número de capacidades e atitudes, mas sim de promover o desenvolvimento integrado de capacidades e atitudes que viabilizam a utilização dos conhecimentos em situações diversas, mais familiares ou menos familiares ao aluno.” (DEB, 2001:9).

Neste contexto, a competência diz respeito ao processo de activar recursos, por exemplo conhecimentos, capacidades, estratégias em diversos tipos de situação e não em produzir respostas ou executar tarefas previamente determinadas.

No documento de orientação curricular do Ensino Básico é apresentado “... o conjunto de competências consideradas essenciais na âmbito do currículo nacional.” (DEB, 2001:9).

As competências essenciais, tal como a própria designação indica, procuram acentuar os “... saberes que se consideram fundamentais, para todos os cidadãos, na nossa sociedade actual, tanto a nível geral como nas diversas áreas do currículo.” (DEB, 2001:10). Nestas competências estão incluídas as aprendizagens consideradas centrais em cada uma das áreas disciplinares, onde os alunos têm a possibilidade de desenvolver

“... uma compreensão da natureza e dos processos dessa disciplina, assim como uma atitude positiva face à actividade intelectual e ao trabalho prático que lhe são inerentes.” (DEB, 2001:10)

No documento acima mencionado, para além de enunciar as competências consideradas essenciais também distingue competências gerais de competências específicas. É nas competências gerais que se insere o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes que cada escola deve proporcionar a todos os alunos ao longo de todo o Ensino Básico, ou seja, correspondem “... a um perfil à saída do ensino básico.” (DEB, 2001:10). Este conjunto de competências atravessa todas as áreas de aprendizagem propostas pelo currículo, ao longo dos vários ciclos de escolaridade, e permite aos alunos apropriarem-se de métodos de estudo e de trabalho que favorecem uma cada vez maior autonomia na realização das suas aprendizagens.

E por último, as competências específicas que são elaboradas a partir das competências gerais e entendidas como aprendizagens centrais em cada uma das áreas disciplinares ou disciplinas.

Em relação ao ensino da matemática, a noção de competência matemática envolve o próprio conceito de competência, acima mencionado, e está relacionado com o conceito de literacia adoptado nos estudos de literacia internacional, como é o caso de PISA⁶ onde se pode ler:

“A literacia matemática no PISA é definida como a capacidade de um individuo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo.” (GAVE, 2004:11).

Também Abrantes et alii (1999b) chamam a atenção para o termo literacia que coloca o foco não na aquisição mecanizada de conhecimentos e capacidades, mas sim no seu uso efectivo (saber em acção).

O próprio conceito de literacia, diz respeito à

“... capacidade de os alunos aplicarem os seus conhecimentos, analisarem, raciocinarem e comunicarem com eficiência, à medida que colocam, resolvem e interpretam problemas numa variedade de situações.” (GAVE, 2004:6),

⁶ PISA- Programme for International Student Assessment (OCDE 2000, 2003).

o que pressupõe o desenvolvimento do conhecimento de forma consciente e com uma determinada finalidade.

Podemos assim concluir que a competência matemática se relaciona com o uso mais abrangente e funcional da matemática e não com um saber que envolve apenas conhecimentos e procedimentos matemáticos.

No documento de orientação curricular do Ensino Básico, o desenvolvimento das competências surge como condição indispensável para a aquisição de saberes não só da matemática como nas diversas disciplinas ou áreas disciplinares e potencia o aparecimento da chamada competência matemática. É a competência matemática que

“... trata de promover o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes e não de adicionar capacidades de resolução de problemas, raciocínios, comunicação e atitudes favoráveis à actividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo.” (DEB, 2001:58)

Neste documento, aparecem associados à competência matemática, os termos: predisposição, aptidão e tendência. A predisposição é entendida como meio para o qual se procura regularidades ou se elaboram e testam conjecturas. Por sua vez, a aptidão surge como forma de comunicar ideias matemáticas ou para analisar erros cometidos ou ensaiar estratégias alternativas. E por fim, a tendência serve para procurar uma estrutura abstracta subjacente a uma situação.

Na mesma linha de pensamento, também a APM (2001) defende que ser-se matematicamente competente implica ter, para além do domínio dos conhecimentos matemáticos, também capacidade para os identificar e mobilizar em situações concretas, assim como a disposição para o fazer. Neste sentido, ser matematicamente competente compreende um conjunto de competências a serem desenvolvidas durante o Ensino Básico, as quais decidimos transcrever por considerarmos serem relevantes:

“- a predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;

- o gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínios matemáticos e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;

- a aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;

- a compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições;

- a predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;

- a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;

- a tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos;
- a tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos.” (DEB, 2001:57)

Em síntese, a competência matemática está associada à aptidão para mobilizar saberes de ordem cultural, científica e tecnológica de forma a compreender a realidade, resolver situações problemáticas e comunicar adequadamente utilizando ou a língua corrente ou a linguagem matemática ou ambas. Esta competência matemática só é susceptível de ser desenvolvida nos alunos se promovermos o trabalho autónomo e reflexivo (em grupo ou individual), se realizarmos investigações e projectos com significado onde os alunos encontram e desenvolvem os conhecimentos, as capacidades e as atitudes de uma forma integrada e contextualizada, isto é, promovendo a comunicação e conseqüentemente a aptidão de ser considerado matematicamente competente. Desta forma, torna-se claro que, em sala de aula, o modo como os alunos apresentam, confrontam e argumentam as suas ideias, tem um papel decisivo na aquisição da competência matemática. A comunicação que se estabelece, em sala de aula, é a responsável pelo favorecimento da análise e também pelo aperfeiçoamento das ideias matemáticas dos alunos, conduzindo-os ao sucesso nesta disciplina.

2.6. Síntese

No contexto educativo, os processos de comunicação têm vindo a ganhar um papel de destaque, levando a escola a aceitar o modelo de comunicação pluridimensional, onde professores e alunos são simultaneamente emissores e receptores de informação. O professor deixa de ser o centro de interesses e os alunos tornam-se participantes activos no processo ensino-aprendizagem.

Na sala de aula, independentemente do tipo de comunicação utilizado, relaciona-se sempre duas componentes: a compreensão (decifração e a interpretação da mensagem) e a produção de conhecimento (estruturação da mensagem). Tomando como referência os diversos estudos já elaborados na área da matemática, a comunicação que se desenvolve na aula é apelidada – comunicação matemática. É um dos meios através do qual os alunos:

- tomam consciência dos processos de construção e validação do conhecimento matemático;
- aprendem as razões que fazem com que algo tenha ou não sentido;
- e determinam se uma certa afirmação é ou não verdade, em matemática.

Para aprender, é imprescindível que a linguagem utilizada na aula constitua a base e o principal meio de aprendizagem e não apenas um meio para comunicar. Uma das principais funções da linguagem é a de transmitir significado. Para que os alunos aprendam matemática de modo significativo, é preciso que os mesmos consigam dominar os termos matemáticos (língua de especialidade) de modo a serem capazes de os utilizar no discurso e tirar deles um significado e é preciso que dominem as

codificações não linguísticas da disciplina (linguagem matemática). Assim sendo, é fundamental dotar os alunos de ferramentas que os ajudem a desenvolver a linguagem necessária que lhes permita interpretar as situações e posteriormente comunicar as suas ideias e raciocínios. A comunicação educacional em matemática é cada vez mais um imperativo. É preciso que as malfadadas nuvens do insucesso escolar, nesta disciplina, comecem finalmente a dissipar-se e que a matemática deixe de ser encarada pela maioria dos alunos como um “bicho-de-sete-cabeças” intransponível e assustador.

No que diz respeito à verbalização da linguagem matemática, sinteticamente, podemos dizer que esta é uma das ferramentas de que os alunos se socorrem para os ajudar a explicar conceitos fundamentais de modo que se tornem significativos para eles próprios. Neste trabalho, está relacionada com a utilização da linguagem figurativa. Pela revisão da literatura que realizámos, a utilização da linguagem figurativa, mais concretamente o uso de analogias e metáforas, foi considerada, por diversos autores, responsável pela realização de aprendizagens significativas, na medida em que esta linguagem foi utilizada como instrumento básico de construção do próprio conhecimento dos alunos.

Por último e de acordo com a revisão da literatura que fizemos, podemos dizer que a competência matemática não se relaciona com um saber que envolve apenas conhecimentos e procedimentos matemáticos, mas sim com o uso mais abrangente e funcional da matemática. Actualmente o desenvolvimento de competências, no Ensino Básico, surge como condição indispensável para a aquisição de saberes não só da

matemática, como nas diversas disciplinas ou áreas disciplinares e potencia o aparecimento da chamada competência matemática.

E o estudo que seguidamente apresentamos procura evidenciar a existência da competência matemática, ao verificar se os alunos (aquando do estudo dos números inteiros relativos) são capazes de comunicar e explicar as ideias matemáticas através do uso da verbalização da linguagem matemática (língua corrente e/ou língua de especialidade).

3. DESENHO METODOLÓGICO

3.1. Introdução

Neste capítulo, apresentamos o percurso metodológico do nosso estudo. Primeiro, desenvolvendo o tipo de estudo adoptado e, depois, caracterizando quer o contexto quer os participantes do mesmo.

Note-se também que, neste trabalho a investigadora não é a professora dos sujeitos em estudo, isto porque no ano a que se reporta este trabalho não leccionámos 7º ano. Propusemo-nos assim, trabalhar com uma professora de matemática que conhecemos pessoalmente e que, nesse mesmo ano, leccionava o 7º ano na Escola E. B 2,3 Poeta Bernardo Passos, em São Brás de Alportel.

3.2. Tipo de estudo

Como tem vindo a ser explicado ao longo desta dissertação, este trabalho insere-se na problemática do uso da verbalização da linguagem na abordagem dos números inteiros relativos.

Trata-se de uma investigação particularista, que se debruça sobre uma situação específica, que se supõe única, procurando descobrir o que nela há de mais essencial e característico; onde o investigador não intervém sobre a situação, mas apresenta-a tal como ela lhe surge, recolhendo dados não exclusivamente quantitativos num contexto real e natural. Os resultados daí obtidos, por serem únicos e respeitantes aos

indivíduos em investigação, não são susceptíveis de generalizações nem extrapolações dos mesmos a outros contextos.

Perante esta situação, existiu da nossa parte alguma dificuldade em classificar o tipo de abordagem usada, no entanto adoptámos a metodologia de investigação de natureza qualitativa, recorrendo a estudos de caso (Yin, 2005), mais concretamente, a uma variante do estudo de caso – um estudo multicaso – constituído por três casos individuais (três alunos).

Para Yin, (2005), os estudos de caso

“... representam a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo “como” e “por que”, quando o pesquisador tem pouco controlo e sobre os acontecimentos e quando o foco se encontra em fenómenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real.” (pág. 19)

Em comparação com os estudos de caso único, os casos múltiplos apresentam vantagens e desvantagens. Os casos múltiplos são considerados mais convincentes e, no decorrer da investigação, poderão exigir mais tempo e amplos recursos do que os inicialmente previstos. Estes casos deverão ser cuidadosamente seleccionados de modo a prever resultados semelhantes ou então produzir resultados contrastantes relacionados apenas por razões previsíveis (Yin, 2005).

A metodologia do estudo de caso permite a descrição e análise detalhada dos contextos específicos e dos seus actores participantes, orientando-se pela necessidade da compreensão profunda da realidade singular (Yin, 2005).

Patton (2001) e Yin (2005) sugerem que a metodologia de estudo de caso deve recorrer a um leque diversificado de evidências de modo a permitir uma descrição rica e profunda do fenómeno em estudo. Neste sentido, e com o objectivo de triangularmos os dados a fim de aumentar a sua validade externa, foram realizados:

- Inquéritos por questionário;
- Fichas de Trabalho;
- Fichas de Reflexão.

A unidade de análise que pretendemos estudar relaciona-se com a reacção dos participantes, neste estudo, ao utilizarem a verbalização da linguagem matemática na resolução de problemas envolvendo números inteiros relativos.

3.3. Contexto do estudo

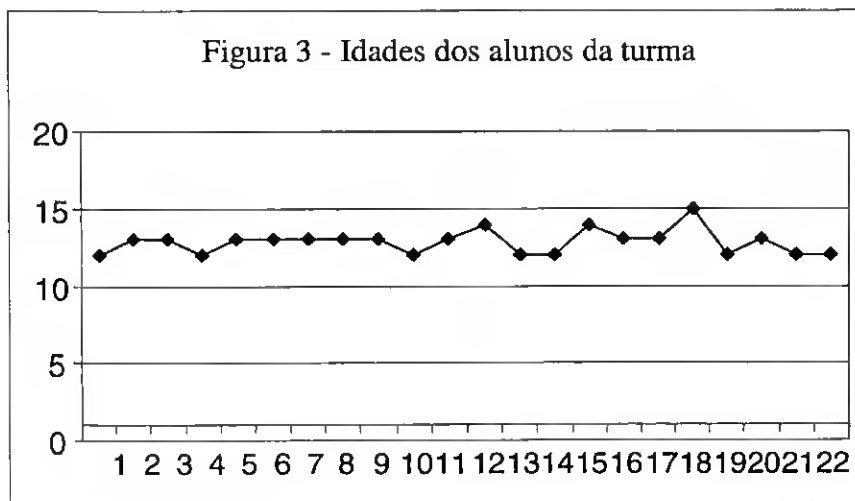
O estudo que apresentamos decorreu num contexto de ensino-aprendizagem de sala de aula, na escola do 3º ciclo em São Brás de Alportel, e os dados recolhidos referem-se ao segundo período do ano lectivo 2003/2004. Os participantes deste estudo foram seleccionados de entre os alunos de uma turma do 7º ano de escolaridade.

A turma sobre a qual incidiu o nosso estudo era constituída por 22 alunos, de entre os quais 12 eram rapazes e 10 raparigas.

Por questões de sigilo e para facilitar o tratamento e a análise dos dados retirados dos instrumentos de investigação, foi atribuído um código numérico aos alunos (de 1 a 22).

A caracterização da turma a que pertencem os participantes deste estudo foi realizada a partir da informação recolhida com a aplicação de um questionário construído para o efeito. Este questionário foi elaborado com o objectivo de conhecer o perfil, bem como a relação destes alunos do 7º ano do Ensino Básico com a matemática (ver anexo 1 e síntese da informação recolhida no anexo 2).

Os alunos da turma tinham idades compreendidas entre os 12 e os 15 anos, verificando-se um maior número de alunos entre os 13 anos.



3.4. Selecção dos casos para o estudo

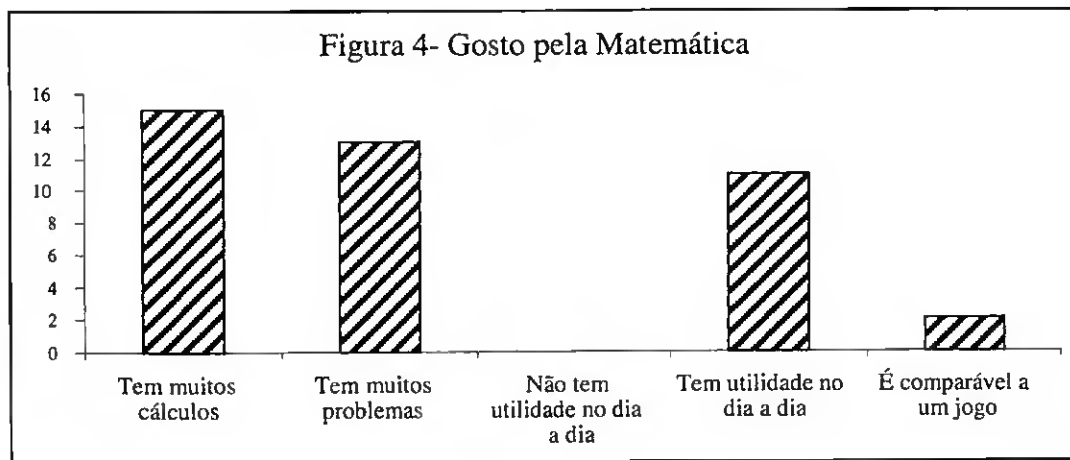
Quanto à sua origem, seis eram naturais do Algarve, cinco nasceram fora de Portugal (Irlanda, Inglaterra, África do Sul, Alemanha e Ucrânia), nove eram de outras regiões do país e os restantes dois alunos não responderam.

Os inquiridos residiam, na sua maioria, nos arredores de São Brás de Alportel.

Relativamente ao número de reprovações, apenas cinco alunos ficaram retidos

no 7º ano, quatro reprovaram uma vez durante o seu percurso escolar (no 4º, 2º, 6º e 2º anos) e um reprovou duas vezes (no 3º e 5º anos).

Quanto ao gosto pela matemática, doze alunos revelaram gostar da matemática, nove afirmaram não gostar da matemática e um aluno indicou outra opção que não constava no grupo de respostas: "Assim-assim". Dos alunos que revelaram gosto pela disciplina em questão (ver figura 4), 8 gostavam porque tem muitos cálculos, 5 porque tem muitos problemas, 11 porque tem utilidade no dia-a-dia, 2 alunos porque é comparável a um jogo e 7 alunos indicaram não gostar de matemática porque tem muitos cálculos e tem muitos problemas. O aluno que considerou gostar da matemática "Assim-assim" indicou outra razão que não consta no grupo de opções: "É muito complicada".



Apenas 5 dos 22 alunos indicaram já terem obtido uma classificação negativa na disciplina de matemática durante o seu percurso no Ensino Básico, mais concretamente, no 6º e 7º anos de escolaridade.

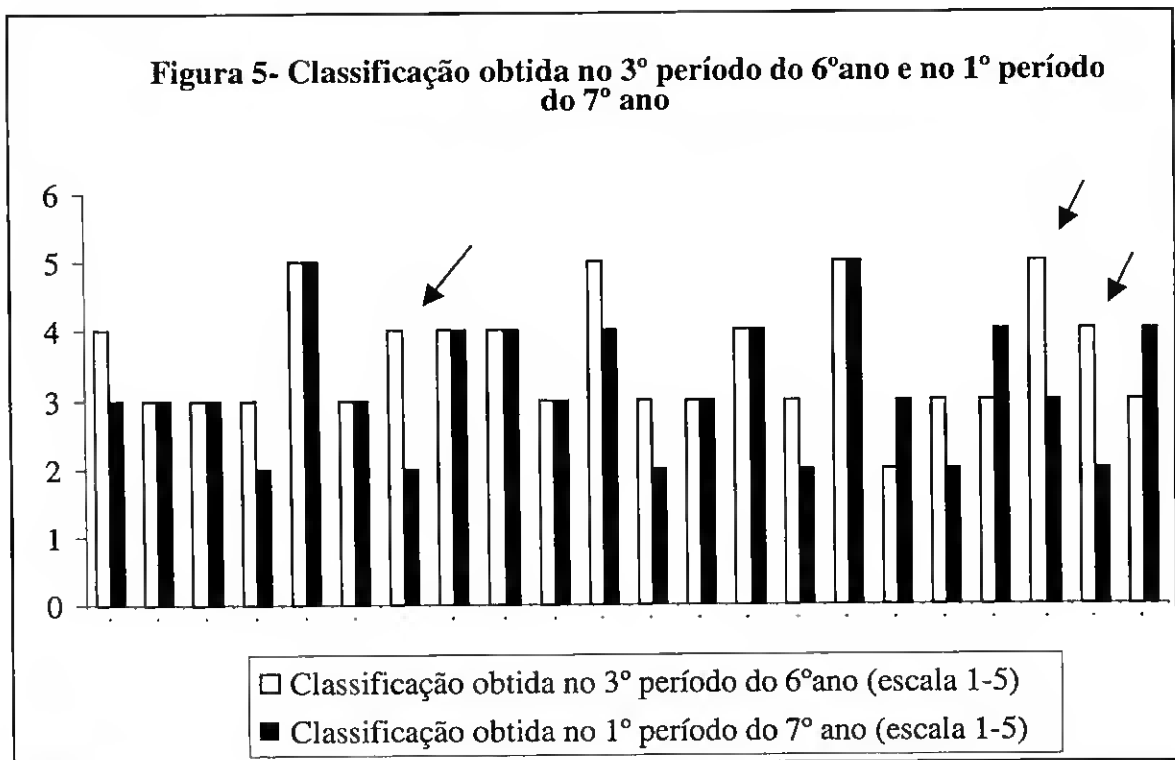
Relativamente à questão 3.2., os inquiridos indicaram como causas para um

aproveitamento menos satisfatório na disciplina de matemática: o mau ambiente na turma (12 alunos); o facto do professor ter faltado muito (1 aluno); o facto de terem tido mais do que um professor ao longo do ano (1 aluno); o facto do professor explicar mal, porque:

- usava uma linguagem que os alunos não percebiam (9 alunos);
- resolvia os exercícios sem explicar (7 alunos);
- explicava a matéria utilizando palavras difíceis (10 alunos);
- esclarecia as dúvidas recorrendo às definições do manual ou sempre aos mesmos exemplos (12 alunos);

o facto de terem tido aulas muito teóricas (3 alunos); os exercícios propostos terem cálculos complicados (19 alunos); terem faltado muito por motivo de doença (1 aluno), terem perdido o interesse pelo estudo (4 alunos) e terem tido dificuldade em perceber a matéria (18 alunos).

Quanto à questão 4. do questionário aplicado aos alunos (“Que classificação, obtiveste, na disciplina de matemática, no terceiro período do 6º ano de escolaridade? E no primeiro período do 7º ano?”), as classificações referidas variaram entre os níveis 2 a 5. Observando a figura 5, podemos constatar que, de um modo geral, não se verificou grandes discrepâncias entre as classificações do terceiro período do 6º ano e as do primeiro período do 7º ano, à excepção de três casos: um caso sofreu uma descida do nível 5 para o nível 3 e os outros dois casos do nível 4 para o nível 2.



De seguida, enunciamos os critérios adoptados para a selecção dos três casos em estudo que surgiram da informação recolhida nos inquéritos por questionário. Os critérios foram os seguintes:

- pertencer à faixa etária entre os 12 e 13 anos;
- frequentar o 7º ano pela primeira vez;
- nunca ter reprovado durante o percurso escolar;
- nunca ter obtido classificação negativa na disciplina de matemática;
- provir de diferentes países (um participante da Ucrânia e dois de Portugal);
- revelar gosto pela disciplina de matemática;
- demonstrar que as dificuldades sentidas no ensino da matemática estão

relacionadas com a comunicação matemática (utilização de uma linguagem complicada, cálculos complicados e actividades diversificadas);

- existir discrepância entre as classificações atribuídas aos alunos no terceiro período do 6º ano e no primeiro período do 7º ano.

A aplicabilidade destes critérios conduziu-nos à selecção dos alunos com os códigos de identificação 8, 16 e 20. Assim, as siglas C8, C16 e C20 correspondem ao caso 8, caso 16 e caso 20. Podemos então especificar as características de cada um dos casos que fazem parte do nosso estudo.

Estes três casos são semelhantes na medida em que apresentam as mesmas características: nunca reprovaram de ano, não obtiveram classificação negativa à disciplina de matemática e gostam de matemática. Os casos C8 e C16 indicam os mesmos motivos para justificarem o gosto pela disciplina: tem muitos cálculos e utilidade no dia-a-dia, o caso C20 justifica a sua resposta indicando que tem utilidade no dia-a-dia e é comparável a um jogo.

No que diz respeito aos motivos apontados para um aproveitamento menos satisfatório na disciplina, cada caso seleccionou aquela(s) que melhor representa(m) a sua situação sem terem indicado outras razões. O C8 indica: o professor explicava mal porque não utilizava exemplos do dia-a-dia, esclarecia as dúvidas recorrendo às definições do manual ou aos mesmos exemplos e os exercícios propostos apresentavam cálculos complicados. O C16 é semelhante ao C8, no entanto este último acrescenta mais um motivo: dificuldade em perceber a matéria. Já o C20 indica os seguintes motivos: o professor explicava mal, porque esclarecia as dúvidas recorrendo às definições do manual ou aos mesmos exemplos, os exercícios propostos

tinham cálculos complicados e sentia dificuldade em perceber a matéria.

Relativamente à classificação que os casos em estudo, C8, C16 e C20, obtiveram no terceiro período do 6º ano e no primeiro período do 7º ano apenas o C20 revelou uma descida significativa, de nível 5 para nível 3. O C8 e o C16 mantiveram as classificações de nível 4 e nível 5 respectivamente.

3.5. Instrumentos de investigação

Os instrumentos de investigação que elaborámos foram: os inquéritos, as fichas de trabalho e as fichas de reflexão.

3.5.1. Inquéritos

O inquérito que elaborámos (ver anexo 1) foi o instrumento determinante na selecção dos casos para este estudo. Pretendeu-se salientar a caracterização dos alunos da turma, em particular os participantes no estudo, especialmente na relação destes com a matemática.

O inquérito é constituído por dois grupos, o primeiro referente à identificação dos inquiridos e o segundo grupo referente à relação dos mesmos com a disciplina de matemática. No total é composto por 10 questões, 5 questões de identificação pessoal dos inquiridos referentes ao grupo I e as 5 restantes questões referentes ao grupo II.

Atendendo à faixa etária dos inquiridos, consideramos que a apresentação de alternativas de resposta que justificam a resposta dada pelos mesmos às questões 2. e

3.2. (do grupo II) foram importantes, na medida em que estas perguntas são de fácil resposta e também são para a investigadora, de fácil análise. Optámos também, nestas questões, por apresentar uma opção em aberto.

Relativamente à questão 2. do grupo II, pretendemos verificar qual a relação dos inquiridos com a matemática. Esta relação poderá estar associada à resolução de inúmeros problemas que envolvem muitos cálculos ou à sua ligação com a realidade e consequente utilidade no dia-a-dia e/ou à sua comparação com jogos.

Com a questão 3.2. do grupo II, pretendeu-se analisar os motivos inerentes ao aproveitamento menos satisfatório na disciplina de matemática que poderá advir do ambiente em sala de aula, da instabilidade do corpo docente, das metodologias utilizadas pelo professor ou da desmotivação dos alunos. Relativamente às metodologias utilizadas pelo professor, salienta-se a linguagem utilizada, o recurso a actividades diversificadas ligadas ao real e/ou à excessiva utilização da linguagem matemática (definições e termos matemáticos).

Por último, com a questão 4., procurámos averiguar se existe alguma relação nomeadamente entre as classificações atribuídas no terceiro período aos alunos no 6º e 7º anos. Este inquérito foi aplicado na aula, no dia anterior à aplicação das fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão. Para o seu preenchimento foi concedido um período de tempo de aproximadamente 15 minutos, tempo que se revelou adequado.

As respostas obtidas neste inquérito foram lançadas numa folha de Excel e, após análise dos resultados, foram computadas em frequência de resposta. (ver anexo

2)

3.5.2. Fichas de trabalho e fichas de reflexão

As fichas de trabalho elaboradas (*vide* anexo 4) incidiram sobre o conteúdo programático “Números Inteiros Relativos”, mais concretamente com:

- a ordenação/representação de números inteiros relativos;
- números simétricos;
- simplificação da escrita;
- operações com números inteiros relativos.

Estas fichas foram elaboradas, tendo sempre a preocupação de adequar a linguagem nelas expressa à faixa etária dos alunos. Procurámos deste modo incentivar a investigação, a comunicação escrita e o raciocínio matemático, sem nunca descurar das técnicas de cálculo.

A primeira ficha (ficha de trabalho I) trata a interpretação, a ordenação, a comparação e a representação na recta numérica dos números inteiros relativos, a segunda (ficha de trabalho II) trata a adição algébrica e a simplificação da escrita desses números.

Cada ficha de trabalho é acompanhada por uma ficha de reflexão (*vide* anexo 5). Estas últimas fichas explicam aos alunos, de uma forma orientada, como chegaram aos resultados apresentados nas fichas de trabalho I e II, quer estes estejam certos ou errados. O objectivo é “obrigar” os alunos a tomarem consciência das dificuldades que tiveram (ou não) para resolver as questões apresentadas nas fichas de trabalho I e II, ou seja, promover a metacognição.

A metacognição é “... *um nível superior de conhecimento na medida em que é a consciência do próprio conhecimento.*” (Sim-Sim, 1998:217).

Este termo foi utilizado pela primeira vez por Flavell, na década de setenta, e referia-se ao conhecimento e controlo tanto dos processos como dos produtos cognitivos. Neste sentido, podemos considerar a metacognição a ferramenta que auxilia a ligação entre a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo dos alunos, uma vez que sempre que pensamos acerca da nossa maneira de pensar estamos a desenvolver a metacognição.

Foi com o intuito de exercitar a metacognição que elaborámos as chamadas “Fichas de Reflexão”, tomando como referência os três aspectos defendidos por Schoenfeld e que passamos a transcrever:

“a) o conhecimento de cada um acerca do seu próprio saber e dos processos que o integram e organizam;

b) a verificação e auto-regulação dos conhecimentos e dos processos que podem ser úteis na resolução de problemas;

c) as concepções acerca da Matemática e, em geral, acerca do mundo que nos rodeia.” (Matos e Serrazina, 1996:145)

Acrescentamos ainda o facto desta metodologia já ter sido testada e validada por Conceição (2003), num estudo sobre o inglês de especialidade, na disciplina de matemática.

Consideramos também que esta fase de reflectir sobre o trabalho realizado se torna imprescindível, na medida em que pode ajudar os alunos a perceberem melhor aquilo que foi feito e ver as limitações da abordagem utilizada.

Note-se que, nas questões que compõem as fichas de reflexão são, sempre que possível, apresentadas várias opções de resposta, sendo a última uma opção aberta.

As fichas foram aplicadas a todos os alunos da turma, durante o segundo período em horário normal de aulas, mediante autorização prévia da Presidente do Conselho Executivo da Escola e foram realizadas durante dois blocos de 90 minutos cada. Em cada bloco, foi apresentada uma ficha de trabalho seguida de uma ficha de reflexão. O tempo previsto para a execução das fichas foi distribuído da seguinte forma: os primeiros 45 minutos foram destinados à resolução da ficha de trabalho e os restantes 45 minutos à resolução da respectiva ficha de reflexão. De um modo geral, os alunos consideraram suficiente o tempo previsto para a realização de cada uma das etapas do trabalho.

Seguidamente, especificamos o conteúdo e objectivos de cada uma das questões que constituem as fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão.

3.5.2.1. Ficha de trabalho I

A ficha de trabalho I (*vide* anexo 4) é constituída por 7 questões, algumas delas com várias alíneas.

Questão 1.

Com a apresentação desta questão, pretendemos que os alunos se familiarizassem com os números inteiros relativos, sentissem a necessidade da sua utilização no dia-a-dia e fossem capazes de interpretar uma situação da vida real utilizando estes números. Para cumprir estes objectivos, foi necessário introduzir uma nova simbologia: o sinal posicional (+ ou -). Propôs-se então aos alunos que traduzissem uma frase apresentada em língua corrente para a linguagem matemática. Com a resolução desta questão, procuramos que os alunos identificassem os números inteiros relativos, socorrendo-se da linguagem figurativa (nomeadamente analogias e metáforas).

Na ficha de reflexão I, questão 1. e 2., procuramos verificar:

- se a língua corrente foi associada à simbologia inerente ao contexto;
- se a extensão da recta numérica, para a esquerda, foi compreendida e aplicada numa situação da vida real;
- se os termos matemáticos foram associados à língua corrente.

Questão 2.

Esta questão consistiu na apresentação, através de uma banda desenhada, de uma situação da vida real. Esta situação, descrita em língua corrente e em linguagem matemática, foi apresentada de duas formas diferentes, recorrendo aos números inteiros relativos. Pretendemos que os alunos argumentassem, num pequeno texto, ambas as situações. A elaboração do texto visa:

- desenvolver a comunicação matemática;

- reconhecer que, dependendo do contexto, uma mesma situação pode ser representada por números inteiros relativos diferentes;

- relacionar a língua corrente com a linguagem matemática.

É de notar que, na ficha de reflexão I não existe nenhuma referência a esta questão, isto porque os alunos, ao elaborarem a composição, explicitam as suas ideias e conseqüentemente tomam consciência das dificuldades que tiveram.

Questão 3.

Nesta questão, pretendeu-se que os alunos fossem capazes de compreender, interpretar, comparar e ordenar os números inteiros relativos. Para cumprir estes objectivos, foi apresentada uma situação contextualizada descrita em língua corrente e na língua de especialidade.

Esta tarefa também pode auxiliar a resolução de outras questões, neste caso concreto, as questões 4. e 6. desta mesma ficha de trabalho. Por isso é que esta questão é referida diversas vezes ao longo da ficha de reflexão I.

Questão 4.

No que concerne ao conteúdo e aos objectivos, esta questão é semelhante à questão 3.. Todavia o que as distingue é a forma de apresentação. Esta questão descreve uma situação desprovida de contexto real onde se utiliza a língua de especialidade e a linguagem matemática aliada à linguagem icónica (a recta numérica).

Na ficha de reflexão I, para além de questionarmos os alunos acerca da

associação entre o conceito matemático (abcissa) e a linguagem matemática, pretendíamos também conhecer de que linguagem (linguagem matemática, língua corrente ou língua de especialidade) se socorreram os alunos para resolver as questões propostas.

Questão 5.

Esta questão é semelhante à questão 4., diferindo apenas no modo de apresentação. A questão 5. utiliza apenas a linguagem matemática desprovida de contexto real.

Dado que as questões da ficha de trabalho, nomeadamente a 3.3., 4.2. e 5., têm os mesmos objectivos, foram apenas elaboradas recorrendo a diferentes tipos de linguagem. Na ficha de reflexão, solicitamos aos alunos que, para além da ordenação destas questões por grau de dificuldade, justificassem a resposta considerada a mais difícil. Para tal justificação, decidimos apresentar várias alternativas de resposta. Estas alternativas estão relacionadas com o tipo de linguagem utilizada pelos alunos: linguagem matemática, língua corrente e língua de especialidade. Repare-se que, esta questão, não só permite identificar as dificuldades surgidas, como também analisar a forma como os alunos seleccionaram essas alternativas de resposta.

Questão 6.

Com esta questão procurou-se que os alunos, para além de compararem números inteiros relativos, fossem capazes de reconhecer e utilizar adequadamente a simbologia inerente a este contexto ($<$, $>$ ou $=$). Note-se que, nesta questão, utilizou-se

apenas a linguagem matemática desprovida de contexto real.

Pretendeu-se averiguar, na ficha de reflexão I, qual o grau de dificuldade sentida pelos alunos na resolução desta questão e as razões subjacentes a essa escolha.

Assim, as questões 3., 4., 5. e 6. (da ficha de trabalho I) apesar de abordarem os mesmos conteúdos programáticos, foram elaboradas recorrendo a vários tipos de linguagem. Na questão:

3. usou-se a língua corrente e a língua de especialidade;

4. usou-se a linguagem matemática/icónica e a língua de especialidade;

5. e 6. usou-se a linguagem matemática.

Juntando a resolução destas questões às respectivas respostas dadas na ficha de reflexão I, pretendemos testar de que forma os alunos identificam e relacionam os números inteiros relativos quando estes surgem descritos em língua corrente, na língua de especialidade e em linguagem matemática.

Questão 7.

Esta questão baseou-se numa situação comum da vida real, numa carta descrita em língua corrente e em linguagem matemática. Propôs-se aos alunos que completassem os espaços em branco, utilizando os números inteiros relativos indicados no enunciado. Para concretizar esta tarefa, foi necessário que os alunos relacionassem a língua corrente com a linguagem matemática, sentissem a necessidade de utilizar esses números e que, a partir de uma situação contextualizada, fossem capazes de comparar e ordenar os números inteiros relativos. Nesta questão, não havia um apelo explícito à utilização da linguagem figurativa, no entanto o seu

conhecimento era necessário para a correcta realização desta questão.

Na ficha de reflexão I, procurou-se averiguar se os alunos são capazes de operar com números inteiros relativos, socorrendo-se apenas da interpretação/compreensão de uma situação habitual da vida real. Como consequência deste facto, considerámos importante analisar apenas as respostas dadas pelos alunos, na ficha de trabalho, no primeiro espaço da referida carta.

Em síntese, com a resolução desta ficha de trabalho juntamente com as respostas dadas na respectiva ficha de reflexão, pretendemos dar resposta às seguintes questões de investigação:

1) Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?

2) Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?

3.5.2.2. Ficha de trabalho II

Esta ficha (*vide* anexo 4) é constituída por 6 questões, algumas delas com várias alíneas, com uma estrutura semelhante à da ficha de trabalho I.

Questão 1.

Nesta questão, pretendeu-se que os alunos fossem capazes de interpretar uma situação descrita em língua corrente e na língua de especialidade e que,

posteriormente, identificassem a simbologia adequada a cada uma das situações apresentadas. O objectivo foi propor aos alunos a tradução de frases para a linguagem matemática.

Na ficha de reflexão II, procurou-se apurar se o termo matemático, simétrico, foi associado à língua corrente, à linguagem matemática ou à língua de especialidade. Para tal, solicitou-se aos alunos que, por meio de setas, fizessem a correspondência entre as duas colunas. Para realizarem esta questão, os alunos tinham de saber utilizar analogias e/ou metáforas na identificação dos termos matemáticos apresentados.

Questão 2.

Esta questão baseou-se na apresentação de expressões matemáticas desprovidas de contexto real. Procurámos, primeiro verificar se os alunos eram capazes de identificar a simbologia adequada a cada uma das expressões apresentadas e em seguida se conseguiam simplificar a sua escrita, isto é, desembaraçar de parêntesis. Para cumprir estes objectivos, foi solicitado aos alunos que completassem os rectângulos e seguidamente que indicassem as afirmações em que se basearam para os preencher. Os alunos podiam escolher, de acordo com o seu raciocínio, um máximo de 5 afirmações entre 10. Estas afirmações visam desenvolver nos alunos a capacidade de memorização das regras operatórias envolvendo números inteiros relativos, utilizando para isso a:

- linguagem matemática (as regras);
- língua corrente (semelhança com as regras);
- língua de especialidade;

A ficha de reflexão II não referencia esta questão, pois os alunos, na própria ficha de trabalho II, executam a tarefa fazendo a revisão/explicitação da matéria e, posteriormente, assinalam os mecanismos cognitivos que justificam a(s) resposta(s) dada(s).

Questão 3.

Procuramos que os alunos fossem capazes de:

- interpretar situações da vida real utilizando para isso os números inteiros relativos;
- operar com números inteiros relativos;
- utilizar a simbologia inerente ao contexto.

Para atingir estes objectivos, propôs-se então aos alunos a tradução de frases apresentadas em língua corrente e na língua de especialidade para a linguagem matemática.

Na ficha de reflexão II, procurou-se analisar se a verbalização da linguagem foi associada à língua corrente ou à língua de especialidade aquando da compreensão ou produção da linguagem matemática.

Questão 4.

A questão 4. apenas difere da questão 2. na medida em que apresenta expressões matemáticas mais complexas. Aos alunos foi proposto que, após o desembaraçar dos dois parêntesis, indicassem na própria ficha de trabalho (sem qualquer ordem) as afirmações que justificaram a simplificação apresentada.

Questão 5.

Com esta questão pretendeu-se averiguar se os alunos eram capazes de aplicar as regras operatórias da adição algébrica de números inteiros relativos em expressões numéricas simplificadas. Estas expressões foram apresentadas desprovidas de contexto real. Com a resolução desta questão, procuramos que os alunos tomassem conhecimento das regras operatórias usadas na linguagem dos números relativos e que fossem capazes de fazer analogias com as regras que se usam no dia-a-dia. Assim, as regras irão ser memorizadas e tornar-se-ão mais familiares aos alunos. Solicitou-se, então aos alunos que efectuassem as operações.

Na ficha de reflexão II, pretendeu-se analisar se os alunos, nas alíneas 5.1. e 5.2., memorizaram as regras operatórias utilizando como auxílio:

- a linguagem matemática (regras);
- a língua corrente (analogias com as regras);
- a língua de especialidade (termos).

Questão 6.

A questão 6. baseou-se na apresentação de uma situação ligada à realidade e descrita em língua corrente. Procuramos que os alunos fossem capazes de interpretar e traduzir o enunciado do problema da língua corrente para a linguagem matemática, surgindo então uma expressão numérica. Esta expressão será trabalhada dentro dos conhecimentos algébricos (as regras operatórias) e a solução será analisada no contexto da língua corrente do enunciado do problema.

Mais uma vez, podemos constatar que as questões 5.3. e 6. têm os mesmos

objectivos e apenas diferem no modo de apresentação. Enquanto que a questão 5.3. foi apresentada em linguagem matemática desprovida de contexto real, a questão 6. foi apresentada em língua corrente e baseada numa situação concreta do dia-a-dia. Como tal, na ficha de reflexão II, inquirimos os alunos acerca do grau de dificuldade destas questões e pediu-se também a justificação da resposta considerada a mais difícil. Tal como aconteceu na questão de reflexão para a pergunta 5. da ficha de trabalho I, aqui também são apresentadas várias alternativas de resposta destinadas às justificações dadas.

Em suma, com a resolução desta ficha de trabalho II em conjunto com as respostas dadas na respectiva ficha de reflexão II, pretendemos dar resposta à questão de investigação:

3) De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?

Para efeitos de validação, estes instrumentos de investigação foram testados por um grupo de avaliadores. O grupo foi constituído por: cinco alunos do 3º ciclo e por cinco professores do mesmo ciclo, três de Matemática e dois de Português.

Para além de pretendermos avaliar a qualidade destes instrumentos, pretendíamos também verificar a sua adequação, assim como a adequação dos procedimentos metodológicos utilizados. As sugestões de alteração indicadas incidiram principalmente sobre aspectos formais que, após terem sido considerados, não alteraram o conteúdo destes instrumentos.

3.6. Síntese

Neste capítulo, foi apresentado e fundamentado o percurso metodológico do estudo do uso da verbalização da linguagem matemática na abordagem dos números inteiros relativos no 7º ano de escolaridade. Apresentámos a definição do tipo de estudo, expusemos os objectivos do mesmo, delimitámos as questões de investigação e caracterizámos o contexto, os intervenientes e os materiais de recolha das fontes de evidência.

Este trabalho foi desenvolvido em contexto de sala de aula e baseou-se num estudo de natureza qualitativa, um estudo multicaso. Foi dada relevância não só à caracterização dos intervenientes, mas também à caracterização dos restantes alunos da turma. Para este estudo, usamos dados recolhidos em sala de aula e dados recolhidos através de instrumentos de investigação elaborados propositadamente para o efeito.

No capítulo seguinte, apresentamos a análise dos dados recolhidos relativamente ao desempenho que os três intervenientes revelaram em relação à verbalização da linguagem e à reflexão acerca desse desempenho.

4. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. Introdução

Neste capítulo, procedemos à análise e discussão dos resultados obtidos relativamente a cada um dos casos em estudo. Face às questões de investigação formuladas, começámos por analisar detalhadamente as respostas dadas pelos participantes, neste estudo, a cada questão que constitui as fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão. Esta descrição far-se-á tendo sempre presente os objectivos constantes quer nas fichas de trabalho, quer nas de reflexão (mencionadas no capítulo III). Seguidamente construímos uma síntese dos resultados encontrados para cada um dos casos em estudo.

É nosso intuito começar por analisar o modo como a verbalização da linguagem poderá ser utilizada pelos alunos aquando da leccionação dos números inteiros relativos e estabelecer um paralelo entre o desempenho em questões concebidas para este fim e a capacidade de auto-reflexão acerca do desempenho de cada um dos participantes no estudo. Desta forma, evidenciaremos a questão da metacognição mencionada no capítulo III, cuja análise foi testada e validada por Conceição (2003), num estudo sobre o inglês de especialidade, na disciplina de inglês. Assim, não nos interessa apenas verificar se os participantes são ou não capazes de utilizar a verbalização da linguagem matemática na resolução de problemas matemáticos, mas também evidenciar o caminho e as fases dessa compreensão. Os pontos que a seguir apresentamos correspondem às três perguntas de investigação.

4.2. Respostas a cada uma das questões das fichas

4.2.1. Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?

Na tentativa de responder a esta questão de investigação (e porque este trabalho se caracteriza, fundamentalmente, pela concretização de questões que se prendem quer com a utilização da verbalização da linguagem matemática, envolvendo os números inteiros relativos, quer com a reflexão acerca dessa utilização), apresentamos de seguida, as respostas dadas pelos três casos em estudo nas fichas de trabalho e fichas de reflexão. As respostas dadas, nas fichas de trabalho e nas fichas de reflexão, pelos três participantes que constituem os casos C8, C16 e C20 são apresentadas no anexo 6.

4.2.1.1. Ficha de trabalho I e ficha de reflexão I

4.2.1.1.1. Questão 1.

Para a resolução desta questão, espera-se que os participantes sejam capazes de accionar, de modo adequado, os seus conhecimentos sobre os números inteiros relativos, de forma a identificarem correctamente a simbologia inerente ao contexto. É também necessário que estes relacionem a língua corrente com a linguagem matemática e vice-versa. Para que isto aconteça, os participantes, podem socorrer-se da linguagem figurativa (mencionada no capítulo II), mais concretamente a utilização de metáforas e analogias para a concretização desta questão.

Os três participantes neste estudo responderam de modo adequado a esta questão. Constatámos que, para interpretar as frases apresentadas na ficha de trabalho I, os participantes tiveram de utilizar uma origem de contagem, uma unidade de contagem e a possibilidade de contar de um e de outro lado dessa origem. Na questão 1.5. desta mesma ficha, e relativamente ao modo de contagem do tempo, os três casos em estudo, mostraram que conheciam o calendário Cristão. Este calendário baseia-se na divisão da história em acontecimentos que tiveram lugar antes ou depois de Cristo. Podemos inferir que, nesta questão, os três participantes revelaram ter capacidade de relacionar, de forma correcta, a língua corrente com a linguagem matemática utilizando para isso analogias e conseqüentemente aplicaram a simbologia intrínseca aos números inteiros relativos.

Analisando as respostas dadas à pergunta 1. da ficha de reflexão I, o C8 e o C16 conseguiram associar de forma adequada “Ferve” a “Número positivo”, “Funde” a “Zero”, “Nascimento de Cristo” a “Zero” e “Abaixo de zero” a “Número negativo” enquanto o C20 associou de forma não adequada “Nascimento de Cristo” a “número positivo”. Depreende-se, então, que relativamente ao tempo cronológico o C8 e o C16 conseguiram, de uma forma eficaz, fixar a origem para referenciar um acontecimento (Nascimento de Cristo), sendo os tempos negativos e positivos respectivamente anteriores ou posteriores a esse momento de origem. Já em relação ao C20, não sabemos qual foi a origem de contagem que utilizou, no entanto respondeu adequadamente à questão 1.5. da ficha de trabalho I.

Na questão 2. da ficha de reflexão, os três participantes identificaram correctamente o “rés-do-chão” com o “ponto origem” e as “caves” com os “números

negativos”. Assim, podemos deduzir que os três participantes neste estudo conseguiram encontrar e utilizar adequadamente analogias que os ajudaram a relacionar/interpretar frases apresentadas em língua corrente.

Relativamente à questão 1. da ficha de trabalho I e analisando as respostas dadas na ficha de reflexão I (questões 1. e 2.), podemos depreender que os três participantes, de um modo geral, sabem utilizar analogias e que a sua utilização poderá contribuir para a compreensão/interpretação dos conceitos matemáticos e consequentemente despertar nos mesmos a necessidade de utilizar, numa situação da vida real, os números inteiros relativos. Também constatámos que a extensão da recta numérica, para a esquerda, foi compreendida e aplicada numa situação da vida real. Em suma, o C8 e o C16 conseguiram, de uma forma eficaz, associar a língua corrente aos termos matemáticos (origem, número positivo e número negativo) enquanto que o C20 não foi tão eficaz.

4.2.1.1.2. Questão 2.

Para esta questão, apenas o C8 e C16 apresentam um pequeno texto enquanto que o C20 não respondeu. Verificámos que o C8 e o C16 revelaram facilidade na explicitação das suas ideias e conseguiram, de uma forma simples mas coerente, apresentar as justificações adequadas à questão apresentada. Relativamente ao C20, lamentamos que não tenha respondido a esta questão.

Tal como já foi explicado no capítulo III, na ficha de reflexão I não fazemos nenhuma referência a esta questão, porque os participantes ao elaborarem a

composição, explicitam as suas ideias e conseqüentemente tomam consciência das dificuldades que tiveram.

Podemos inferir que, nesta questão, os participantes C8 e C16 revelaram desenvolver capacidades de leitura e interpretação do enunciado e accionaram, de forma razoável, os conhecimentos requeridos para a compreensão da banda desenhada. A saber: conhecimentos da simbologia e dos termos matemáticos associados aos números inteiros relativos, conhecimentos da língua corrente e linguagem matemática, bem como na relação da língua corrente com a língua de especialidade. De acordo com as respostas dadas a esta questão, depreende-se que os participantes C8 e C16 reconheceram que, dependendo do contexto, uma mesma situação pode ser representada por números inteiros relativos diferentes e que, para além de compreenderem o significado dos termos matemáticos, bem como outras significações que lhes estão associadas, conseguem fazer a transferência de significado destes termos da língua corrente para a língua de especialidade desenvolvendo assim a comunicação matemática.

4.2.1.1.3. Questão 3.

De entre as alíneas 3.1.1., 3.1.2. e 3.1.3. apresentadas, o C20 não respondeu de forma adequada à alínea 3.1.3. (“O Bernardo está a uma altitude inferior ao do Daniel.”) de acordo com o enunciado, considerando esta afirmação verdadeira, quando na verdade é falsa. Na alínea 3.2., os três participantes associaram correctamente um número inteiro relativo ao local a que cada um dos amigos se

encontrava. Na alínea 3.3. (“Ordena por ordem crescente os números relativos que identificaste na alínea anterior.”), o C16 respondeu adequadamente ($-3 < -1 < 0 < 2$), enquanto que o C20 não respondeu à questão apresentada. Comparando a resposta dada à alínea 3.2. (0; -1; 2; -3) com a da alínea 3.3. ($-3 > -2 > -1 > 0$), verificámos que existiu uma desatenção por parte do C20, pois utilizou o -2 em vez de 2. Contudo, verificámos que conseguiu ordenar correctamente os números inteiros relativos apesar de não saber utilizar adequadamente os símbolos matemáticos (<, > ou =). Também o C8, na alínea 3.3., não se socorreu dos símbolos matemáticos, embora tivesse dado a resposta adequada (-3, -1, 0, 2).

Os resultados obtidos, a partir do tratamento das respostas dos participantes deste estudo a esta questão (ficha de trabalho I), permitiram inferir que, desta vez, foi o C16 quem demonstrou, com maior eficácia, ter os conhecimentos necessários para a resolução desta questão. Conseguiu não só relacionar uma situação da vida real, descrita em língua corrente e língua de especialidade, com os conhecimentos dos números inteiros relativos como também utilizou adequadamente os símbolos matemáticos (<, > ou =). De um modo geral, os três casos em estudo foram capazes de compreender, interpretar, comparar e ordenar os números inteiros relativos, conseguindo accionar e relacionar os conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade.

Tal como já foi referido no capítulo III, esta questão auxilia a resolução de outras questões, neste caso concreto, as questões 4. e 6. desta mesma ficha de trabalho. Devido a este facto, não se apresenta uma questão concreta na ficha de reflexão, mas será referida diversas vezes ao longo da ficha de reflexão I.

4.2.1.1.4. Questão 4.

Nesta questão, os três participantes responderam de forma adequada às alíneas 4.1. e 4.2., no entanto apenas o C16 utilizou, nas duas alíneas, a simbologia adequada.

Mais uma vez se constatou que, na alínea 4.2., o C8 não soube utilizar os símbolos matemáticos ($<$, $>$ ou $=$) apesar de apresentar a resposta adequada e o C20, em vez de utilizar o símbolo “menor ($<$)”, utilizou o símbolo “maior ($>$)”.

Os resultados obtidos permitiram inferir que o C16 activou, com maior eficácia os processos inerentes à realização desta questão, enquanto que o C8 e o C20 não foram tão eficientes. Podemos constatar que o C8 e o C20, para além de utilizarem com alguma facilidade a linguagem matemática, sabem interpretar um problema desprovido da realidade, mas descrito em linguagem matemática (com recurso à linguagem pictórica) e em língua de especialidade, no entanto revelam dificuldades na utilização da simbologia inerente ao contexto.

Na ficha de reflexão I, para além de verificarmos se o conhecimento do termo “abscissa” ajudou os três participantes (questão 3.1.), também verificamos qual o tipo de linguagem utilizada para a resolução desta questão (questão 3.2.). Relativamente à ajuda prestada pelo conhecimento do termo “abscissa” na resolução da questão 4.1., os três participantes, responderam afirmativamente. O C8 justificou a sua resposta da seguinte forma: “Porque eu já não me lembrava como é que aquilo se fazia muito bem.”, o C16 “Porque a abscissa é o número correspondente a uma letra indicada.” E o C20 apresentou “Para dizer os números das letras.”. No que diz respeito ao tipo de linguagem utilizada, o C8 indicou “utilizaste a visualização da recta graduada.”,

“relacionaste com a questão 3.2.” e “relacionaste a posição de cada um dos pontos com o ponto-origem.”, o C16 “relacionaste a posição de cada um dos pontos com o ponto origem.” E o C20 “visualizaste a recta graduada.”.

Perante estes resultados, podemos concluir que os três participantes reconhecem e sabem utilizar os termos matemáticos e a simbologia inerente ao contexto. Contudo apresentam dificuldades em explicitar, por escrito, o modo como o conhecimento do termo matemático os ajudou na resolução da questão 4.1. da ficha de trabalho I. No que diz respeito ao tipo de linguagem utilizada, o C16 e o C20, socorrem-se apenas da língua de especialidade enquanto que o C8, para além de se socorrer da língua de especialidade, recorre também à língua corrente (questão 3.). Também concluímos que a apresentação da recta graduada, isto é, a utilização da linguagem pictórica associada à língua de especialidade, facilitou os três participantes a atribuir sentido ao que foi lido e assim resolver o problema apresentado.

Analisando as respostas dadas pelos três casos em estudo, quer na ficha de trabalho I quer na ficha de reflexão I, verificamos que o C8 consegue, de forma mais eficaz, resolver problemas descritos em língua de especialidade e em linguagem matemática desprovidos de contexto real onde o recurso à linguagem pictórica o ajudou a estabelecer a ligação entre o conhecimento formal e o informal. O C8 conseguiu ainda resolver a questão 4. da ficha de trabalho comparando-a a outra situação contextualizada (o caso da questão 3.), isto é, conseguiu relacionar a língua de especialidade com a língua corrente. O que não aconteceu com os casos C16 e C20 que utilizaram apenas os conhecimentos da língua de especialidade.

4.2.1.1.5. Questão 5.

Os três participantes conseguiram responder de forma adequada a esta questão. Tal como aconteceu nas questões 3. e 4. da ficha de trabalho I, verificámos que o C8 e o C20 utilizaram inadequadamente os símbolos matemáticos. O primeiro caso não utilizou nenhum símbolo matemático e o segundo caso em vez de utilizar o símbolo “menor (<)” utilizou o símbolo “maior (>)”.

Podemos inferir que os três participantes não revelaram dificuldade em resolver um problema descrito em linguagem matemática desprovido de contexto real, contudo demonstraram algumas dificuldades na utilização da simbologia (o C8 e o C20).

Na ficha de reflexão I, ao indagarmos os participantes sobre qual das questões 3.3., 4.2. e 5. seria considerada a mais difícil e porquê, o C8 e o C16 indicaram a questão 5. como a mais difícil e o C20 a questão 3.3.. O C8 e o C20 justificaram as suas escolhas, apresentando a mesma resposta “dificuldade em encontrar semelhanças com situações da vida real.” E o C16 apresentou outra opção que não fazia parte do grupo de respostas, indicou “O 3.3. e 4.2. só têm 4 números e o 5. tem 7 números.”.

Perante estes resultados, podemos concluir que enquanto o C8 e o C20 para além de não revelarem dificuldades em resolver um problema apresentado em linguagem matemática desprovida de contexto real, demonstraram necessidade em utilizar conhecimentos da língua corrente para o resolver.

Na ficha de reflexão o C16 revelou, de uma forma confusa, dificuldades em resolver problemas apresentados em linguagem matemática referindo-se apenas ao

número de elementos que as questões (3.3. e 5.) apresentam. Sendo assim, somos levados a deduzir que o C16 revela não só dificuldades em resolver um problema apresentado em linguagem matemática, como também dificuldades em encontrar semelhanças com situações da vida real, isto é, não consegue relacionar a linguagem matemática com a língua corrente.

4.2.1.1.6. Questão 6.

Os três participantes responderam de modo adequado a esta questão, pois para além de comparar os números inteiros relativos, revelaram saber utilizar os símbolos matemáticos.

Relativamente ao C8, verificámos que conseguiu utilizar, nesta questão, os símbolos (<, > ou 0) ao contrário do que aconteceu nas questões 3., 4. e 5. da ficha de trabalho I. Isto revela-nos que o C8 apresenta dificuldades na aplicação adequada da simbologia aquando da ordenação dos números inteiros relativos e não na sua comparação.

Podemos inferir que, na questão 6., os participantes revelaram accionar, de forma razoável, os conhecimentos matemáticos requeridos para a resolução desta questão descontextualizada, descrita em linguagem matemática.

Na ficha de reflexão I, podemos também verificar que esta questão foi considerada pelos três casos de fácil resolução. O C8 justificou esta opção de resposta, assinalando as seguintes opções:

A) conheces a simbologia;

- B) sabes aplicar a simbologia;
- C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula;
- E) visualizaste a recta numérica;

e não,

- D) relacionaste com o exercício 3.1.;
- F) pensaste “Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”.

O C16 justificou esta opção de resposta, escolhendo:

- B) sabes aplicar a simbologia;
- F) pensaste “Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”

E não,

- A) conheces a simbologia;
- C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula;
- D) relacionaste com o exercício 3.1.;
- E) visualizaste a recta numérica.

O C20 justificou a sua opção de resposta, assinalando as seguintes opções:

- A) conheces a simbologia;
- B) sabes aplicar a simbologia;
- C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula;
- F) pensaste “Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”

e não,

- D) relacionaste com o exercício 3.1..

Relativamente aos motivos apresentados, verificámos que o C8 aponta saber aplicar a simbologia inerente aos números inteiros relativos socorrendo-se, para isso,

da língua de especialidade, enquanto que o C16 e o C20 apontam saber aplicar a simbologia (linguagem matemática) recorrendo quer à língua corrente quer à língua de especialidade.

4.2.1.1.7. Questão 7.

Nesta questão, os participantes neste estudo tiveram de accionar as suas capacidades de compreensão do texto para depois interpretarem e aplicarem os números inteiros relativos necessários à realização desta questão.

O C8 respondeu de forma adequada a esta questão. Revelou que não tem qualquer dificuldade em interpretar um texto apresentado em língua corrente e em linguagem matemática. Podemos, assim, deduzir que conseguiu associar a variação da temperatura aos números inteiros relativos, isto é, conseguiu utilizar adequadamente analogias para a concretização desta questão. No entanto, na ficha de reflexão I, não conseguiu explicitar o modo como efectuou a adição dos dois números inteiros relativos. Este apresenta como justificação: “Porque vi que ao meio-dia tinha subido 4°C mas a neve continuava a cair.”

O C16 não respondeu de forma adequada ao terceiro período que constitui a referida carta (“Como eu gostava de estar em Portugal! Ontem vi no boletim meteorológico que em Faro estava quentinho, _____°C.”) considera +3 quando é +13 e em “A torre é constituída por ____ andares...” considera 13 quando é 3. Contudo, na ficha de reflexão I, conseguiu explicitar de uma forma simples, utilizando a linguagem matemática e a língua corrente, o modo como efectuou a soma dos dois números

inteiros relativos correspondentes ao primeiro espaço da carta. Este apresenta como justificação: “Se a temperatura tinha subido 4°C e estava -2°C , então $(-2^{\circ} - 4^{\circ} = -6^{\circ}\text{C})$.”

O C20 não respondeu de forma adequada às frases: “Está um frio de rachar! Hoje, ao acordar, o termómetro marcava $___^{\circ}\text{C}$.” porque considera -2 quando é -6 , em “Felizmente ao meio-dia, a temperatura tinha subido 4°C , mas a neve continuava a cair, estavam $___^{\circ}\text{C}$.” considera -6 quando é -2 . Na ficha de reflexão I, verificámos também que o C20 não conseguiu consciencializar-se do seu erro nem explicitar o modo como efectuou a adição dos números inteiros relativos, indicando como justificação: «Porque lá dizia: “Está um frio de rachar! Hoje, ao acordar, o termómetro marca -2 $^{\circ}\text{C}$. “».

Assim sendo, o C16 foi o único que conseguiu efectuar a adição de dois números inteiros relativos (utilizando a interpretação/compreensão de uma situação contextualizada) e apresentou uma justificação coerente para a resolução do primeiro espaço da carta, enquanto que os outros dois casos apresentam uma justificação confusa.

Fazendo uma síntese, ao longo da resolução quer da ficha de trabalho I quer da ficha de reflexão I, os casos em estudo revelaram diferentes níveis de sucesso nos resultados que apresentaram. No entanto, o C16 revelou ter maior capacidade do que o C20 e o C8 de se socorrer da verbalização da linguagem para a concretização das questões apresentadas. O C16 revelou aplicar, de forma razoável, os conhecimentos matemáticos requeridos para a resolução das questões envolvendo os números inteiros relativos, demonstrando possuir conhecimentos quer da língua corrente quer da língua

de especialidade e demonstrando que sabe utilizá-los de acordo com as situações apresentadas.

4.2.2. Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?

A resposta a esta questão de investigação obedeceu à necessidade de avaliar o desempenho dos três participantes neste estudo, no que respeita à formalização de situações da vida real envolvendo os números inteiros relativos e foi construída com base nos resultados obtidos a partir do tratamento das respostas dos casos em estudo na ficha de trabalho I e respectiva ficha de reflexão, que atrás apresentámos.

Os resultados encontrados no tratamento dos dados referentes às respostas dos três participantes permitiram, assim, inferir sobre o tipo de linguagem que utilizaram nas diversas questões apresentadas.

4.2.2.1. Ficha de trabalho I e ficha de reflexão I

4.2.2.1.1. Questão 1.

A questão 1. da ficha de trabalho I pressupunha que os três casos em estudo tivessem de recorrer à língua corrente e à língua de especialidade para serem capazes de compreender a informação contida em cada uma das frases apresentadas e consequentemente traduzi-la para a linguagem matemática.

Os resultados encontrados permitiram inferir que o C8 e o C16 activaram, com maior eficácia, os processos inerentes à resolução desta questão, socorrendo-se para isso tanto da língua corrente como da língua de especialidade enquanto que o C20 não foi tão eficiente. O C20 conseguiu formalizar uma situação da vida real envolvendo os números inteiros relativos (alínea 1.5.), no entanto não conseguiu relacionar a língua corrente com a língua de especialidade.

4.2.2.1.2. Questão 2.

Para a resolução desta questão, esperava-se que os participantes fossem capazes de argumentar, num pequeno texto, as situações apresentadas, socorrendo-se para isso: dos conhecimentos da simbologia e dos termos matemáticos associados aos números inteiros relativos, dos conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade.

Os resultados encontrados permitiram inferir que tanto o C8 e o C16 conseguiram, de uma forma eficaz, explicitar as situações apresentadas recorrendo para isso à língua corrente (utilizando analogias adequadas à resolução desta questão) e à língua de especialidade, isto é, conseguiram utilizar com sucesso a verbalização da linguagem matemática. Note-se que o C20 não respondeu a esta questão.

4.2.2.1.3. Questão 3.

Esta questão mediu o desempenho dos três casos no que respeita à utilização da língua corrente no apoio à resolução de outras questões apresentadas em linguagem matemática ou num misto entre linguagem matemática e língua de especialidade.

Os resultados encontrados permitiram inferir que o C8, o C16 e o C20 conseguiram accionar os conhecimentos necessários à realização desta questão. No entanto o C16, para além de ter conseguido relacionar uma situação da vida real, descrita em língua corrente e língua de especialidade, com os conhecimentos dos números inteiros relativos também utilizou adequadamente os símbolos matemáticos ($<$, $>$ ou $=$).

4.2.2.1.4. Questão 4.

Esta questão requeria, da parte dos três participantes, a capacidade de utilizar a linguagem matemática aliada à linguagem pictórica, na resolução de uma situação descrita em linguagem matemática e na língua de especialidade.

Os resultados obtidos, permitiram inferir que, enquanto que o C8 conseguiu, de uma forma eficaz, resolver esta questão socorrendo-se para isso de conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade, o C16 e o C20 conseguiram utilizar apenas os conhecimentos da língua de especialidade.

4.2.2.1.5. Questão 5.

Para a resolução desta questão, esperava-se que os participantes fossem capazes de accionar, de modo adequado, os seus conhecimentos sobre os números inteiros relativos, de forma a identificarem correctamente a simbologia inerente ao contexto.

Podemos inferir que, nesta questão, os participantes revelaram accionar, de uma forma razoável, os conhecimentos matemáticos requeridos para a resolução desta questão descontextualizada, descrita em linguagem matemática. No entanto, o C8 e o C20 revelaram ter maior capacidade do que o C16 de se socorrerem de conhecimentos da língua de especialidade e da língua corrente, para a resolução desta questão.

4.2.2.1.6. Questão 6.

Tal como na questão anterior, esta questão requeria dos três participantes capacidade de utilizar adequadamente a simbologia inerente aos números inteiros relativos, na resolução de uma situação descrita em linguagem matemática.

Os resultados encontrados permitiram inferir que os três participantes, neste estudo, conseguiram accionar os conhecimentos necessários à realização desta questão. Assim, depreende-se que os três participantes sabem não só relacionar uma situação descrita em linguagem matemática, com os conhecimentos dos números inteiros relativos, como também sabem utilizar adequadamente os símbolos matemáticos ($<$, $>$ ou $=$).

4.2.2.1.7. Questão 7.

A questão 7. pressupunha que os três casos em estudo tivessem de recorrer tanto à língua de especialidade como à língua corrente, para primeiro compreenderem a informação contida no enunciado e depois procederem à sua resolução.

Os resultados encontrados permitiram inferir que o C16 foi o mais eficiente, enquanto que o C8 foi razoavelmente eficiente e o C20 foi o menos eficiente.

Assim, de um modo geral, constatámos que os três casos em estudo revelaram diferentes níveis de sucesso nas respostas que apresentaram. Contudo o C16 demonstrou que dominava conhecimentos da língua, conhecimento da especialidade e conhecimento da língua de especialidade. Perante estes resultados e tendo por base tudo o que foi referido no capítulo II, podemos concluir que este participante conseguiu desenvolver competências matemáticas. Sendo assim podemos denominar o C16 de matematicamente competente.

4.2.3. De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?

A resposta à terceira e última questão de investigação foi construída com base nos resultados obtidos através das respostas dadas, na ficha de trabalho II e ficha de reflexão II, e que passamos a apresentar de seguida.

4.2.3.1. Ficha de trabalho II e ficha de reflexão II

4.2.3.1.1. Questão 1.

Com esta questão procurou-se que os três casos em estudo fossem capazes de interpretar uma situação descrita em língua corrente e em língua de especialidade e que, posteriormente, identificassem a simbologia adequada a cada uma das situações apresentadas.

Os três participantes responderam de forma adequada a esta questão. Podemos, assim, inferir que revelaram capacidade de relacionar correctamente o conceito matemático (simétrico) inerente aos números inteiros relativos e aplicá-lo perante uma situação descrita em língua corrente e em língua de especialidade.

Na ficha de reflexão II, nomeadamente na questão 1., os três casos em estudo demonstraram facilidade na identificação e na aplicação dos termos matemáticos, pois conseguiram de uma forma adequada fazer a correspondência entre as duas colunas. Assim, podemos deduzir que os três participantes neste estudo apresentam relativa facilidade na compreensão/aplicação das analogias apresentadas. Estas serviram para estabelecer a ligação entre os termos matemáticos não familiares dos alunos a algo concreto e familiar dos mesmos.

4.2.3.1.2. Questão 2.

Para resolver esta questão foi solicitado aos participantes neste estudo que primeiro completassem os rectângulos e seguidamente que indicassem as afirmações

em que se basearam para os preencher. Quanto à simplificação da escrita das expressões apresentadas, os três participantes responderam de forma adequada. Em relação às afirmações que assinalaram para justificar o modo como pensaram, o C8 na primeira expressão indicou as alíneas E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis, G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados e J) «-» seguido de «+» é o mesmo que «-», na segunda expressão as alíneas C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados, E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis e H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+», na terceira expressão as alíneas A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis, B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+» e D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados, e na quarta expressão as alíneas A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis, B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+», F) «+» seguido de «-» é o mesmo que «+» e I) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados. Destas afirmações apenas a alínea B) da última expressão está incorrecta. O C16 indicou para a primeira expressão a alínea F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados, para a segunda expressão as alíneas E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis, G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados, H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+» e I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-», para a terceira expressão as alíneas B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+», C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados e D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados, e para a quarta

expressão indicou as alíneas A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis e J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis. O C16 respondeu de forma adequada à primeira expressão, na segunda expressão as alíneas G) e I) estão incorrectas, na terceira expressão a alínea C) está incorrecta e na quarta expressão as alíneas apresentadas estão correctas. Repare-se que o C16, ao assinalar na primeira e na quarta expressão as alíneas F) e J) respectivamente, leva-nos a deduzir que primeiro efectuou a simplificação da expressão, utilizando para isso regras matemáticas e só depois é que assinalou a afirmação que justifica o modo como pensou. O C20 indicou para a primeira expressão as alíneas E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis, G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados, I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-» e J) «-» seguido de «+» é o mesmo que «-», para a segunda expressão as alíneas C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados e H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+», para a terceira expressão as alíneas B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+» e D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados e para a quarta expressão as alíneas A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis, F) «+» seguido de «-» é o mesmo que «+», G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados, I) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados, J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis e L). Na alínea L), a opção de resposta em aberto, o interveniente expõe um exemplo que relaciona a multiplicação de dois números inteiros relativos. Por estar fora de contexto e não ser relevante para a

execução desta tarefa bem como para a sua reflexão, optámos por não o transcrever. Todas as alíneas assinaladas pelo C20 são adequadas à resolução desta questão, à excepção da alínea L). Contudo, tal como aconteceu no caso C16, a alínea I) da primeira expressão e as alíneas G) e J) da quarta expressão, foram assinaladas após a simplificação das respectivas expressões. O que nos permite concluir que ambos os casos (C16 e C20), para além de possuírem conhecimentos matemáticos, sabem relacioná-los e aplicá-los tirando deles significado, o que facilitará a memorização das regras.

Perante estes resultados, podemos inferir que os três participantes conseguiram, de uma forma eficaz, accionar os conhecimentos necessários à execução desta tarefa e aplicar adequadamente a simbologia. Podemos também verificar que, pela seguinte ordem, o C20, o C8 e o C16 sabem aplicar as regras de simplificação socorrendo-se para isso dos conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade. O caso C20 demonstrou accionar, de forma eficaz, capacidades de utilização da verbalização da linguagem associada tanto à língua corrente como à linguagem matemática. O C16 e o C8 não foram tão eficientes, no entanto demonstraram também capacidade na utilização da verbalização associada apenas à língua de especialidade.

4.2.3.1.3. Questão 3.

Para esta questão (alíneas 3.1.1., 3.1.2., 3.1.3. e 3.1.4.), os três casos em estudo conseguiram, de uma forma razoável, traduzir as frases para a linguagem matemática, apesar do C8 responder incorrectamente à alínea 3.1.4..

Podemos inferir que, o C20 accionou com maior eficiência os conhecimentos sobre os números inteiros relativos e conseguiu, para além de traduzir as frases, simplificá-las, apresentando o resultado em linguagem matemática, seguindo-se o C16 e depois o C8.

O C16 não conseguiu, nas alíneas 3.1.1. e 3.1.2., fazer a relação entre os termos utilizados em língua corrente com a simbologia, mas conseguiu fazê-lo nas alíneas 3.1.3. e 3.1.4.. O C8 limitou-se apenas a traduzir as frases, o que nos leva a concluir que consegue, com alguma facilidade, relacionar a língua corrente com a linguagem matemática socorrendo-se da utilização de metáforas (assunto desenvolvido no capítulo II).

Analisando as respostas dadas na ficha de reflexão II à questão 2., podemos constatar que apenas o C8 considerou as alíneas 3.1.1. e 3.1.2. facilitadoras para a resolução das alíneas 3.1.3. e 3.1.4.. O C8 justificou esta opção com as seguintes respostas: "A) associaste a uma situação da vida real." e que "B) pensaste nas operações (soma e subtracção)". O C16 e o C20 justificaram as suas respostas de igual modo, indicando que não "A) associaste a uma situação da vida real." mas sim "B) pensaste nas operações (soma e subtracção)".

Podemos então inferir que o C20 conseguiu relacionar os números inteiros relativos com a língua corrente e a linguagem matemática, enquanto que o C8 e o C16 apenas conseguiram relacionar esses números apenas com a linguagem matemática (as operações).

4.2.3.1.4. Questão 4.

Nesta questão, os três participantes conseguiram de uma forma razoável simplificar as expressões apresentadas nas alíneas 4.1.1., 4.1.2., 4.1.3. e 4.1.4..

Apresentamos de seguida os quadros com as respostas dadas pelos três casos em estudo, justificando o modo como tentaram resolver a questão 4. da ficha de trabalho II, mais concretamente, como pensaram para desembaraçar o primeiro e o segundo parêntesis.

Quadro I - respostas ao pedido de justificação sobre o raciocínio efectuado para resolver a questão 4. da ficha de trabalho II (Desembaraçar o primeiro parêntesis)

Casos em estudo	Respostas
Desembaraçar o primeiro parêntesis	
C8	4.1.1. J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».
	4.1.2. I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.

	<p>4.1.3. J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+» e para a alínea.</p>
	<p>4.1.4. A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».</p>
C16	<p>4.1.1. L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; D) Negar que não gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.2. Não indicou nenhuma afirmação.</p>
	<p>4.1.3. A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número.</p>
	<p>4.1.4. B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
C20	<p>4.1.1. F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.2. B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.3. F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.4. H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>

Da análise feita a estes dados, observou-se que:

- todas as afirmações apontadas pelo C8 estão correctas;
- das afirmações apontadas pelo C16, na alíneas 4.1.1. a afirmação D) está incorrecta e na alínea 4.1.3. ambas as afirmações A) e E) estão incorrectas;
- a afirmação H), indicada pelo C20, na alínea 4.1.4 está incorrecta.

Quadro II - respostas ao pedido de justificação sobre o raciocínio efectuado para resolver a questão 4. da ficha de trabalho II (Desembaraçar o segundo parêntesis)

Casos em estudo	Respostas
Desembaraçar o segundo parêntesis	
C8	<p>4.1.1. J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L)«+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.2. I)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; A)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.3. C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número; H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.4. C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número; G)«-» seguido de «-» é o mesmo que «+»; D) Negar que não gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
C16	<p>4.1.1. F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.2. I)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis.</p>
	<p>4.1.3. H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
	<p>4.1.4. C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».</p>
	<p>4.1.1. L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».</p>

C20	4.1.2. I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».
	4.1.3. A)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-».
	4.1.4. G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».

Da análise feita a estes dados, podemos verificar que:

- todas as afirmações apontadas pelo C8 e C16 estão correctas;
- das afirmações apontadas pelo C20, na alínea 4.1.3. a afirmação A) está incorrecta.

Perante estes resultados, podemos inferir que o C8 accionou com maior eficácia os conhecimentos necessários para a realização desta tarefa, seguindo-se o C20 e depois o C16. Note-se que o problema está descrito em linguagem matemática desprovida de contexto real. Verificámos também que o participante C8 conseguiu, com relativa facilidade, compreender as regras e em seguida aplicá-las, utilizando para isso a verbalização (conhecimentos da língua corrente e conhecimentos da língua de especialidade). E que os participantes C16 e C20 conseguiram, de uma forma considerada razoável, compreender e aplicar as regras socorrendo-se apenas de conhecimentos da língua de especialidade.

4.2.3.1.5. Questão 5.

Nesta questão (alíneas 5.1., 5.2. e 5.3.), os três participantes conseguiram de uma forma adequada efectuar as operações apresentadas.

Ao indagarmos os participantes, na ficha de reflexão II, sobre o modo como raciocinaram para efectuar as operações das alíneas 5.1. e 5.2. da ficha de trabalho II, observámos que na alínea 5.1., o C8 apresentou “B) quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se.” e na alínea 5.2. “C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.”. O C16 e o C20 apresentaram para a alínea 5.1. as mesmas respostas, as afirmações “A) em situações em que o sinal «-» está associado ao devo e o sinal «+» ao tenho.” e “B) quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se.”. E para a alínea 5.2. indicaram “C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.”

Perante estes resultados e analisando as respostas dadas pelos três casos em estudo, quer na ficha de trabalho II quer na ficha de reflexão II, podemos concluir que o C8 revela saber utilizar a língua de especialidade para aplicar as regras operatórias. Já o C16 e o C20 conseguiram empregar na alínea 5.1. a língua de especialidade e a língua corrente, utilizando para isso analogias com as regras que se usam no dia-a-dia, mas para resolver a alínea 5.2. apenas utilizaram a língua de especialidade.

4.2.3.1.6. Questão 6.

Nesta questão, os três casos em estudo accionaram com eficácia a capacidade de compreender/interpretar o enunciado do problema e conseguiram apresentar uma expressão numérica. Após a aplicação das regras operatórias e consequente execução do problema, o C16 apresentou um resultado com erro de cálculo.

Podemos assim inferir que, os três participantes conseguiram relacionar a língua corrente com os números inteiros relativos (linguagem matemática).

Relativamente às respostas dadas à questão 4. da ficha de reflexão II, podemos verificar também que, para os três casos, de entre as questões 5.3. e 6., a que consideraram mais difícil foi a questão 6.. O C8 justificou esta opção de resposta indicando que teve de:

- perceber o enunciado;
- traduzir o enunciado por uma expressão numérica;
- utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe;
- utilizar as regras operatórias.

O C16 justificou esta opção de resposta indicando apenas uma afirmação, que teve de:

- utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe.

O C20 justificou esta opção de resposta indicando que teve de:

- interpretar o enunciado;
- traduzir o enunciado por uma expressão numérica;
- utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe;
- utilizar as regras operatórias.

Analisando as respostas dadas pelos três casos em estudo, podemos concluir que a questão 6. foi considerada a mais difícil, pois para além dos participantes terem de interpretar o enunciado do problema, relacionando a língua corrente com a língua

de especialidade, tiveram de aplicar as regras operatórias. Para a aplicação destas regras, os três casos em estudo tiveram de recorrer a conhecimentos da língua, a conhecimentos da especialidade e a conhecimentos da língua de especialidade.

Podemos constatar que os três participantes neste estudo demonstraram capacidades de utilizar a verbalização da linguagem no auxílio da memorização e aplicação das regras operatórias. Para isso, o C20 socorreu-se da língua corrente e da língua de especialidade, enquanto que o C8 e o C16 apenas se socorreram da língua corrente.

Em síntese, podemos inferir que os três casos conseguiram aplicar as regras operatórias, embora tenham revelado diferentes níveis de sucesso nos resultados que apresentaram. Assim, constatámos que o C20 e o C16 conseguiram, com maior eficácia, explicitar o modo como memorizaram as regras operatórias, utilizando conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade - verbalização da linguagem. Em relação ao C8, este revelou-se menos eficiente, pois só conseguiu memorizar as regras operatórias, utilizando apenas conhecimentos da língua corrente.

4.3. Resultados encontrados em cada um dos casos em estudo

A descrição das respostas dadas pelos participantes neste estudo às fichas de trabalho e às fichas de reflexão permite-nos verificar a sua capacidade de identificar/relacionar os números inteiros relativos e o modo como é feita a memorização das regras operatórias da adição algébrica envolvendo estes números. Para que isto aconteça, é necessário averiguar os tipos de conhecimento de que se

socorreram e as estratégias de que se serviram. É através dos resultados obtidos em cada uma das fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão, que podemos tentar inferir se cada participante neste estudo mobilizou ou não o tipo de conhecimentos adequados à resolução das questões apresentadas e se usou ou não as estratégias adequadas à concretização das mesmas questões.

Tal como já foi referido e, de certa forma, já era esperado, os três casos em estudo revelaram diferentes níveis de sucesso em termos de resultados esperados.

Na ficha de trabalho I, o C16 destaca-se pelo nível francamente positivo, pois conseguiu resolver correctamente 19 questões sobre um total de 20. O C20 destaca-se pelo nível menos positivo. Na ficha de trabalho I apresenta 14 respostas adequadas, 2 erradas, 3 incompletas e não responde a 1 questão. O C8 constitui um caso intermédio porque apresenta 17 respostas adequadas e 3 incompletas.

Na ficha de trabalho II, o C20 destaca-se pelo nível francamente positivo, pois conseguiu resolver correctamente 25 questões sobre um total de 26. O C16 destaca-se pelo nível menos positivo. Na ficha de trabalho II apresenta 16 respostas adequadas, 6 erradas, 3 incompletas e não responde a 1 questão. O C8 constitui um caso intermédio porque apresenta 24 respostas adequadas e 2 incompletas.

Em relação à mobilização de conhecimentos envolvidos na concretização das questões apresentadas nas fichas de trabalho I e II, os participantes revelaram diferentes níveis de facilidade/dificuldade consoante o objectivo das questões apresentadas.

Observando as respostas dadas, pelos três casos em estudo, às questões das fichas de trabalho I e II, verificámos que onde ocorreu um maior número de falhas

(como já suspeitávamos) foi na questão 7., seguida da questão 5 da ficha de trabalho I e na questão 4., seguida da questão 6 da ficha de trabalho II. Este registo permite-nos inferir que estas falhas se verificam, essencialmente, ao nível dos conhecimentos da língua de especialidade e da relação desta com a língua corrente. Note-se que na ficha de trabalho I, o C20 constitui o caso que maior número de falhas reuniu nas questões porque revelou ter dificuldade na identificação/relação dos números inteiros relativos, principalmente quando estes se apresentam descritos em linguagem matemática e língua corrente. Na ficha de trabalho II, o C16 constitui o caso que maior número de falhas reuniu nas questões porque revelou ter dificuldades em interpretar e aplicar as regras memorizadas em situações descritas em linguagem matemática e língua corrente.

Embora os casos em estudo tenham demonstrado diferentes níveis de sucesso nas questões que constituem as fichas de trabalho I e II, não se pode considerar que tenha acontecido o mesmo nas respectivas fichas de reflexão; onde, de um modo geral, os participantes conseguiram explicitar melhor o seu processo de compreensão aquando da resolução da ficha de trabalho I. Talvez o aparecimento de analogias aplicadas a situações simples da vida real contribuísse para uma reflexão mais eficaz. Temos, como exemplo, o que sucedeu ao C8 na questão 7. da ficha de trabalho I. Apesar da sua resposta estar correcta, na resposta à reflexão sobre esta questão, não conseguiu explicar como é que utilizou a analogia apresentada.

Para os três casos em estudo, as questões consideradas de fácil resolução foram, na ficha de trabalho I, a questão 6. (linguagem matemática), seguida da questão 3. (língua corrente nas alíneas 3.1. e 3.2.; língua corrente e língua de especialidade na

alínea 3.3.) e, na ficha de trabalho II, a questão 4. (linguagem matemática) seguida da questão 3. (língua corrente e língua de especialidade). É compreensível que assim seja, dadas as características das próprias questões, os conhecimentos envolvidos e até os próprios mecanismos cognitivos requeridos para a sua execução.

4.3.1. 1ª questão de investigação: Que conhecimentos são mobilizados pelos alunos na identificação e na relação dos números inteiros relativos?

Os conhecimentos envolvidos na identificação e na relação dos números inteiros relativos são conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade. Face aos dados obtidos, podemos concluir que os três participantes neste estudo mobilizaram, com níveis de sucesso diferentes, duas formas de identificar e relacionar os números inteiros relativos.

4.3.1.1. Caso C8

Conseguiu mobilizar de forma considerada razoável os dois tipos de conhecimento. Revelou um nível médio alto de facilidade/dificuldade nessa mobilização. As falhas que este caso apresenta dispersam-se pelas questões, envolvendo apenas conhecimentos da língua de especialidade.

4.3.1.2. Caso C16

Mobilizou os dois tipos de conhecimento com muito sucesso, revelando facilidade nessa mobilização. As falhas surgem em número diminuto neste caso, por isso consideramos desonesto apontar fraquezas num determinado tipo de conhecimento.

4.3.1.3. Caso C20

Apesar de ter mobilizado os dois tipos de conhecimento, revelou algumas dificuldades nessa mobilização. O desempenho deste aluno ao nível dos conhecimentos da língua corrente e da língua de especialidade, também se revelou fraco.

4.3.2. 2ª questão de investigação: Como é feita a formalização de uma situação da vida real que envolve os números inteiros relativos?

De acordo com o que temos vindo a referir, a formalização de situações da vida real envolvendo os números inteiros relativos é feita utilizando conhecimentos da língua, conhecimento da especialidade e conhecimentos da língua de especialidade. Perante os dados conseguidos, podemos mais uma vez concluir que os três

participantes no estudo conseguiram, com níveis de sucesso diferentes, mobilizar os três tipos de conhecimento.

4.3.2.1. Caso C8

Mobilizou os três tipos de conhecimento com relativo sucesso. Neste caso, as falhas dispersam-se por dois níveis de conhecimento, o conhecimento da língua de especialidade e na relação entre a língua corrente e a língua de especialidade.

4.3.2.2. Caso C16

O que ficou registado sobre este participante, relativamente à 1ª questão, pode ser retomado em relação à utilização da verbalização da linguagem na formalização de uma situação da vida real envolvendo números inteiros relativos, isto é, este participante mobilizou com pleno sucesso conhecimentos da língua, conhecimentos da especialidade e conhecimentos da língua de especialidade.

4.3.2.3. Caso C20

Apesar de ter mobilizado os três tipos de conhecimento, revelou muitas dificuldades nessa mobilização. O desempenho deste participante foi notoriamente fraco ao nível do conhecimento da língua de especialidade.

4.3.3. 3ª questão de investigação: De que modo é que os alunos memorizam as regras operatórias?

Nesta questão, incidimos na utilização da verbalização da linguagem como auxílio à memorização das regras operatórias. Os conhecimentos envolvidos nesta memorização são: conhecimentos da língua (analogias com as regras), conhecimentos da especialidade (regras) e conhecimentos da língua de especialidade (termos).

4.3.3.1. Caso C8

Pela análise feita aos dados apresentados, verificamos que este participante activou conhecimentos da língua e conhecimentos da especialidade, ainda que tenha revelado algumas falhas ao nível dos conhecimentos da língua de especialidade.

4.3.3.2. Caso C16

Este participante conseguiu, com relativa facilidade, accionar os três tipos de conhecimentos, revelando um nível médio de facilidade/dificuldade na compreensão e aplicação das regras operatórias. É de salientar que este participante falhou nalgumas questões, mas também teve sucesso noutras, portanto, não podemos apontar fragilidades num determinado tipo de conhecimento.

4.3.3.3. Caso C20

Pela análise feita aos dados apresentados, verificamos também, que este participante conseguiu accionar os três tipos de conhecimentos com muito sucesso, revelando facilidade na compreensão e aplicação das regras operatórias. Não podemos fazer inferências significativas porque este participante falhou apenas numa questão.

4.4. Síntese

A análise das informações obtidas com a aplicação das fichas de reflexão permitiu-nos avaliar o desempenho dos alunos, na resolução das tarefas, e ajuizar acerca das capacidades metacognitivas de que se serviram. Após a análise detalhada das respostas nas fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão, discutimos a relação entre o desempenho e grau de consciência e de reflexão entre as respostas dadas nas fichas de trabalho e as reflexões acerca dessas respostas. Constatámos que não existe uma relação linear entre o desempenho revelado (respostas às fichas de trabalho) e a consciência (respostas às fichas de reflexão) da utilização e activação de conhecimentos necessários para esse desempenho.

Analisando as respostas dadas na ficha de trabalho I e respectiva ficha de reflexão, constatámos que, de um modo geral, os três casos não evidenciaram dificuldades em interpretar um problema da vida real envolvendo os números inteiros relativos, descrito em língua corrente (questões 1., 3.1. e 3.2.). Identificaram facilmente os termos matemáticos (ponto-origem, abcissa) quando estes surgem

integrados em questões relacionadas com a vida real descrita apenas em língua corrente. No entanto, pelas respostas dadas na ficha de reflexão, inferimos que pensaram de modo diferente. O C8 e o C16 identificaram os números inteiros relativos, recorrendo à língua de especialidade e à língua corrente enquanto que o C20, recorrendo apenas à língua corrente.

Constatámos também que, os três casos não apresentaram dificuldades na resolução das questões, 5. e 6. descritas em linguagem matemática. Estas surgiram quando lhes foi pedido que, perante uma situação do dia-a-dia (questão 3.3. e 4.), relacionassem a língua corrente com a língua de especialidade. Para o C16 foi mais difícil, seguindo-se o C8 e o C20.

Ainda nesta mesma ficha, podemos inferir que nas questões 2. e 7. descritas em língua corrente e em linguagem matemática, os três participantes no estudo conseguiram, com níveis de sucesso diferentes, concretizar estas questões. Na questão 2., verificámos que o C8 e o C16 conseguiram, para além de interpretar o enunciado, relacionar a língua corrente com a linguagem matemática, apresentando as suas ideias sob a forma de um texto. Na questão 7., o C16, o C20 e o C8 (por esta ordem) demonstraram conhecer e relacionar os termos matemáticos relativos aos números inteiros, sabendo identificá-los em língua corrente e em linguagem matemática a partir de uma situação do dia-a-dia, e conseguem depois formalizá-los utilizando apenas a linguagem matemática.

Relativamente às respostas dadas pelos participantes neste estudo à ficha de trabalho II e respectiva ficha de reflexão, somos levados a concluir que de um modo geral, os três participantes neste estudo, sabem aplicar as regras operatórias quer estas

se apresentem ligadas a uma situação do dia-a-dia ou não. No entanto, o C20 demonstrou ser capaz de verbalizar a sua consciência do desempenho na compreensão e aplicação das regras operatórias, mobilizando para isso conhecimentos da língua e da língua de especialidade; seguindo-se o C16 e por último o C8. O C16 e o C8 demonstraram saber aplicar as regras operatórias em todas as situações apresentadas, embora revelassem algumas dificuldades na mobilização de conhecimentos da língua de especialidade.

Verificámos que o C16 pareceu destacar-se pelo nível francamente positivo em termos de mobilização de conhecimentos envolvidos, nas questões apresentada nas fichas. Este facto surpreendeu-nos pela positiva, pois partimos do (falso) pressuposto que, por este caso provir de um país estrangeiro, tivesse mais dificuldades (que os restantes casos em estudo) no accionamento de conhecimentos de língua e de conhecimentos da especialidade.

A leitura dos dados que analisámos permitir-nos-á tirar conclusões sobre os resultados e ainda tirar algumas consequências pedagógico-didácticas no que se refere à utilização da verbalização da linguagem no ensino da matemática. Pontos estes, que serão desenvolvidos nas conclusões desta dissertação.

5. CONCLUSÕES

Nesta dissertação, começamos por justificar a escolha, pertinência e objectivos da temática em estudo. No capítulo II, apresentamos a revisão da literatura relativa às principais temáticas envolvidas neste trabalho: a comunicação e a verbalização da linguagem matemática. Com base nesta revisão da literatura e da interpretação que dela fizemos, descrevemos no capítulo III o estudo desenvolvido e no capítulo IV analisamos os dados recolhidos, de acordo com as questões de investigação e os objectivos deste estudo. Neste capítulo, apresentamos as conclusões do estudo, assim como as limitações do mesmo e as recomendações que dele decorrem, permitindo, assim, delinear sugestões para futuros estudos.

As conclusões que a seguir apresentamos procuram responder a cada uma das questões de investigação formuladas. No entanto, e tendo em conta o problema e a metodologia empregue nesta dissertação, estas conclusões não pretendem ser generalizáveis aos alunos que aprendem matemática, isto é, não se procura que estes casos sejam empiricamente representativos de uma determinada população.

Com a resolução das fichas de trabalho e respectivas fichas de reflexão, os participantes neste estudo, conseguiram com nível considerado razoável identificar/interpretar os números inteiros relativos e aplicar as regras operatórias da adição algébrica desses números.

De certo modo, ficámos surpreendidos com o grau de consciência dos desempenhos dos participantes em relação às questões das fichas de reflexão I e II, na medida em que estes não revelaram nenhuma resistência à sua concretização. Pelo

contrário, demonstraram um nível razoável de consciência dos seus desempenhos e até, curiosamente, pareceu-nos que resolveram estas questões sem se terem apercebido que estavam a realizar uma consciencialização relativa às tarefas propostas e realizadas por eles nas fichas de trabalho. Digamos que entre o resultado de desempenho prestado pelos participantes neste estudo e a sua consciencialização não houve grandes disparidades. Todavia, não podemos afirmar que existiu uma relação directamente proporcional entre o desempenho dos participantes neste estudo e a verbalização da consciência dos seus desempenhos, porque nalgumas situações pontuais quanto melhor foi o seu desempenho, pior foi a sua capacidade de reflexão e vice-versa. A título exemplificativo, temos o desempenho na questão 1. e 7. da ficha de trabalho I e a verbalização da consciência desses desempenhos. Na questão 2. da ficha de reflexão II, os participantes demonstraram possuir um conhecimento bem estruturado sobre o grau de consciência dos desempenhos às questões formuladas e, no entanto, não conseguiram antever que esta consciencialização poderia ter sido encarada como ferramenta didáctica utilizadas com a intenção de aumentar a sua compreensão sobre os conceitos matemáticos estudados. Isto significa que nem todas as actividades apresentadas neste estudo, que visaram melhorar o desempenho dos participantes, desenvolveram necessariamente as capacidades metacognitivas. Neste sentido, consideramos que pedagogicamente devem ser elaboradas, e posteriormente apresentadas, actividades que permitam, em simultâneo, desenvolver o desempenho e as capacidades metacognitivas dos alunos.

Perante os resultados obtidos, somos induzidos a defender que, no ensino da matemática, os aspectos metacognitivos são importantes e estes devem ser utilizados e

desenvolvidos com vista a que os alunos melhorem a qualidade das suas decisões para resolver problemas, quer tomem ou não consciência de técnicas, conceitos e termos; desenvolvendo assim capacidades que permitam uma eficaz utilização dos conhecimentos matemáticos e conseqüentemente contribuir para o desenvolvimento da comunicação educacional.

A utilização da verbalização da linguagem, aquando da leccionação dos números inteiros relativos, evidencia várias dificuldades ao nível da interpretação e da produção de conhecimento. A primeira, possivelmente a mais determinante, está relacionada com a língua de especialidade, mais concretamente com o conhecimento dos termos, dos conceitos matemáticos que os participantes neste estudo demonstraram possuir. Esta dificuldade remete-nos para a importância que o conhecimento da língua de especialidade assume quando se pretende utilizar a verbalização para promover a compreensão/interpretação dos números inteiros relativos e/ou ajudar à memorização das regras operatórias da adição algébrica desses números. Por exemplo, na questão 4. da ficha de trabalho I, os participantes neste estudo não apresentaram dificuldades acrescidas em interpretar um problema da vida real, recorrendo apenas à língua de especialidade. Estas surgem quando lhes é pedido que, perante uma situação do dia-a-dia, relacionem as duas línguas, isto é, a língua corrente e a língua de especialidade (caso da questão 3. da ficha de trabalho I). Estas conclusões foram confirmadas pelos participantes neste estudo quando estes responderam à ficha de reflexão I (questões 3. e 4.).

Estes resultados permitem inferir as potencialidades de estratégias de ensino, onde os alunos são incentivados a utilizar a verbalização da linguagem quer na

compreensão dos conceitos matemáticos quer na consciencialização das dificuldades sentidas por eles. A segunda está relacionada com a apresentação e posterior resolução de situações concretas da vida real, onde os alunos têm a possibilidade de utilizar a verbalização da linguagem para solucionar os problemas propostos. Constatámos que os participantes foram capazes de resolver problemas contextualizados descritos em língua corrente, utilizando para isso a verbalização da linguagem e que estas actividades matemáticas, o vocabulário usado e a dimensão do enunciado influenciaram o desempenho dos participantes neste estudo. O grande obstáculo que estes, em particular, e todos os alunos, em geral, manifestam é ultrapassar o confronto entre conteúdos relacionados com a interpretação/relação dos números inteiros relativos e a verbalização desses conhecimentos. Para que seja possível ultrapassar este obstáculo, é preciso que os participantes neste estudo (e todos os alunos em geral) consigam dominar os termos matemáticos de modo a serem capazes de os utilizar no discurso e tirar deles um significado e consigam igualmente dominar as codificações não linguísticas da disciplina (a linguagem matemática). E cremos que o instrumento que possibilita a transformação do pensamento matemático em discurso, ou seja, que promove a comunicação educacional é a verbalização da linguagem.

De acordo com os resultados obtidos, podemos constatar que os três participantes neste estudo conseguiram utilizar analogias e metáforas apresentadas e consequentemente empregá-las na resolução desses problemas. As analogias auxiliaram a compreensão/interpretação dos conceitos matemáticos e consequentemente despertaram a necessidade de utilizar, numa situação da vida real, os números inteiros relativos.

Na questão 2. da ficha de trabalho I, os participantes neste estudo tiveram a possibilidade de reflectir sobre o seu pensamento e clarificar o mesmo, mas também desenvolver as suas capacidades em língua corrente, porque foram capazes de interpretar um problema descrito em língua corrente e linguagem matemática e, posteriormente, resolvê-lo escrevendo a sua resolução (as suas ideias). Repare-se que a resolução que apresentaram envolvia conceitos e termos matemáticos relacionados com os números inteiros relativos sob a forma de uma banda desenhada. Pensamos que a utilização da linguagem pictórica (banda desenhada) também facilitou a compreensão por parte dos participantes neste estudo e permitiu-lhes interpretar a situação apresentada. Os participantes tiveram oportunidade de avaliar o seu texto e voltarem a reformular a sua explicitação, por sua própria iniciativa. Apesar das dificuldades que demonstraram na explicitação das suas ideias, a análise dos dados (sobretudo no desempenho dos alunos verificados na questão 2. da ficha de trabalho I) permitiu-nos concluir que, de um modo geral, a apresentação por escrito de ideias e raciocínios ajudou os participantes neste estudo a comunicarem mais facilmente as suas ideias, a organizarem o seu pensamento e a estruturarem a resolução dos problemas descritos num misto entre a língua corrente e a linguagem matemática.

Aquando da resolução da questão 1. e 2. da ficha de trabalho I, os participantes neste estudo reconheceram que, dependendo do contexto, uma mesma situação pode ser representada por números inteiros relativos diferentes. Para além de compreenderem o significado dos termos matemáticos, bem como outras significações que lhes estão associadas, conseguiram fazer a transferência de significado destes

termos da língua corrente para a língua de especialidade, desenvolvendo assim a comunicação matemática.

Apurámos também que os participantes neste estudo identificaram facilmente as regras operatórias quando estas surgem integradas em problemas da vida real e são descritas em língua corrente. Já o mesmo não acontece quando as regras aparecem associadas à língua de especialidade. Como exemplo, temos o caso da questão 4. da ficha de reflexão II, quando se solicitou aos participantes para justificarem qual a questão considerada a mais difícil.

Face a estes resultados, podemos concluir que os participantes, em particular, e os alunos, em geral, sem saber avaliar o que estão fazendo, muitas vezes utilizam a verbalização da linguagem para compreender um conteúdo e, sempre que o fazem, usam comparações utilizadas no dia-a-dia; pois só assim é possível comparar algo a partir de um conhecimento dito familiar. Isto significa que, quando conhecemos alguma coisa realmente, o que estamos a fazer é estabelecer relações entre o conhecimento novo e outros que já tínhamos ou estamos tendo. Desta forma, defendemos que a utilização da verbalização da linguagem matemática deverá ser feita quer por professores quer por alunos. Note-se que em contexto de aula, é comum o professor se socorrer da verbalização da linguagem matemática para facilitar a compreensão de determinados conteúdos, principalmente, quando o assunto é na perspectiva do professor de difícil aprendizagem, o que não acontece com os alunos. A utilização da verbalização da linguagem matemática poderá ser uma mais valia para que se entenda o processo de elaboração e/ou interpretação dos números inteiros relativos em situação de ensino e aprendizagem. Em suma, consideramos que a

utilização da verbalização da linguagem matemática poderá ser tomada como um ferramenta útil no processo de explicitação das regras operatórias, envolvendo os números inteiros relativos e também na identificação/relação destes números.

Relativamente às limitações deste estudo, uma delas está relacionada com os instrumentos utilizados para a recolha dos dados, mais concretamente com a forma, com os conteúdos seleccionados, assim como o espaço e o tempo onde foram aplicados. Outra limitação, como já foi referido anteriormente, prende-se com o facto deste trabalho ser um estudo de caso onde se procede à interpretação dos dados com vista a analisar as tendências reveladas e onde não se procede a generalizações. Uma outra limitação deste estudo, é o facto de não ser possível, nas fichas de reflexão, relacionar outras informações sobre os conhecimentos dos participantes no estudo, nomeadamente as relações que se podem estabelecer entre as seguintes variáveis:

- conhecimento da língua materna;
- conhecimento da língua de especialidade;
- conhecimentos da especialidade;

Estas limitações associadas aos resultados referidos anteriormente, permitem deixar algumas recomendações para futuras investigações, nomeadamente:

- investigar que factores contextuais podem favorecer ou impedir a utilização adequada e pertinente por parte dos alunos da verbalização da linguagem matemática, em determinados conteúdos matemáticos;

- investigar se o envolvimento dos alunos na utilização da verbalização da linguagem matemática pode contribuir para atingir objectivos educacionais como, por exemplo, o da competência matemática.

Para que os alunos aprendam matemática, é fundamental uma educação permanente, onde estes possam não só dominar o conteúdo mas também os processos de aprendizagem. A comunicação que se estabelece, em sala de aula, é a principal responsável pelo favorecimento da análise e também pelo aperfeiçoamento das ideias matemáticas dos alunos, conduzindo-os ao sucesso na disciplina. Como nem sempre a mensagem transmitida é igual à mensagem compreendida, é necessário que a aula de matemática se torne num ambiente propício à promoção da comunicação educacional. Estes ambientes devem permitir aos alunos exporem as suas ideias, ouvir os colegas, colocar questões, discutir estratégias e soluções, argumentar e criticar outros pontos de vista.

Por tudo aquilo que já foi referido ao longo desta dissertação e por considerarmos que o instrumento que possibilita a transformação do pensamento matemático em discurso é a verbalização da linguagem, defendemos que a sua utilização deverá ser encarada como um importante elemento facilitador da aprendizagem na disciplina de matemática que não deverá ser descurada, de forma alguma, no processo de ensino-aprendizagem.

BIBLIOGRAFIA

- Abrantes, P., 1988, *Um (bom) problema (não) é (só)....*, Educação e Matemática, n. 8, pp. 7-10 e 35.
- Abrantes, P., 1994, *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática: a experiência do projecto MAT₇₈₉*, tese de doutoramento, Lisboa: APM.
- Abrantes, P. et alii, 1999a, *Investigações matemáticas na aula e no currículo*, Lisboa: APM e Projecto MPT.
- Abrantes, P. et alii, 1999b, *A matemática na educação básica*, Lisboa: Ministério da Educação, DEB.
- Almiro, J. P., 1997, *O discurso na aula de matemática e o desenvolvimento profissional do professor*, tese de mestrado, Lisboa: DEFCUL.
- APM, 1988, *Renovação do currículo de matemática*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- APM, 2001, *Competências matemáticas essenciais na educação básica*, in *Competências essenciais no ensino básico - visões multidisciplinares*, Cadernos do CRIAP, Porto: ASA.
- Aragón, M. M. et al., 1997, *Lás analogias como estratégia didáctica en la enseñanza de la física y la química*, Enseñanza de las ciencias, n. Extra, pp. 235-236.
- Aubyn, Marinela Cabral St et alii, 2003, *Mat10*, Lisboa: Lisboa Editora.

- Barnes, D., 1988, *From communication to curriculum*, Harmondsworth: Penguin Books.
- Boavida, A., 1993, *Resolução de problemas em educação matemática: contributo para uma análise epistemológica e educativa das representações pessoais dos professores*, tese de mestrado, Lisboa: APM.
- Bozelli, Fernanda C. et alii, 2003, *Analogias e metáforas no ensino de física: o discurso do professor e o discurso do aluno*, Enseñanza de las ciencias, IX Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de Física.
- Bozelli, Fernanda C. et alii, 2005, *Interpretações sobre o conceito de metáforas e analogias presentes em licenciados de física*, Enseñanza de las ciencias, n. Extra.
- Brown, G. & Yule, G., 1986, *Discourse analysis*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Cachapuz, A. F., 1989, *Linguagem metafórica e o ensino das ciências.*, Revista Portuguesa de Educação, vol.2 (3), pp. 117-129.
- Cachapuz, A. F., 1997, *Pensar analogias/metáforas: da necessidade epistemológica à mudança no ensino das ciências*, Actas do Encontro de Didácticas e Metodologias da Educação, pp.152-163, Braga: Universidade do Minho.
- Canavarro, A. P., 1993, *Concepção e prática de professores de matemática: três estudos de caso*, tese de mestrado, Lisboa: APM.

- Canavarro, A. P. et alii, 1993, *O currículo na prática lectiva: dois estudos de caso*, Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Castro, R., 1991, *Aspectos da interacção verbal em contexto pedagógico*, Lisboa: Horizonte.
- CNE, 1999, *Ensino experimental e construção de saberes*, Lisboa: Ministério da Educação.
- Conceição, Filomena, 2003, *A compreensão da leitura em inglês - um estudo de caso na língua estrangeira de especialidade*, tese de mestrado, Faro: Universidade do Algarve.
- Conceição, M. C., 2005, “Retóricas e representações discursivas de conhecimentos de especialidade”, in Carvalho, J. e A. Carvalho, (coord.), *Retóricas*, Lisboa: Colibri, pp. 257-279.
- Dagher, Z. R., 2000, “O caso das analogias no ensino da ciência para a compreensão”, in J. J. Mintzes, J. H. Wandersee & J. D. Novak (Eds.), *Ensinando ciência para a compreensão*, pp. 180-193, Lisboa: Plátano Edições Técnicas.
- Delgado, M., 1993, *Os professores de matemática e a resolução de problemas*, tese de mestrado, Lisboa: APM.
- Duarte, Maria da Conceição, 2000, *Analogias na educação em ciências: contributos e desafios*, Braga: IEP.
- Duit, R., 1991, *On the role of analogies and metaphors in learning science*, Science education, pp.649-672.

- Ferraz, D.F., Terrazzan, E. A., 2001, *O uso de analogias como recurso didáctico por professores de biologia no ensino médio*, Revista da ABRAPEC, vol. 1, n. 3, pp. 124-135, in <http://www.fc.unesp.br/abrapec/revista.htm>, consultado em 07/07/2006.
- Ferraz, D., Terrazzan, E., 2003, *Uso espontâneo de analogias por professores de biologia e o uso sistematizado de analogias: que relação?*, Ciência & Educação, vol.9, n. 2, pp. 213-228.
- Fiske, Jonh., 2002, *Introdução ao estudo da comunicação*, Porto: Edições Asa.
- Fonseca, H., Brunheira, L., & Ponte, J. P., 1999, *As actividades de investigação. O professor e a aula de matemática*, Actas do ProfMat 99, pp. 177-188, Lisboa: APM.
- Fonseca, Helena, 2000, *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula*, tese de mestrado, Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Galisson, R., Coste, D., 1983, *Dicionário de didáctica das línguas*, Coimbra: Livraria Almedina.
- Gave/Me, 2004, *Resultados do estudo internacional PISA 2003 - primeiro relatório nacional*, Lisboa: EME.
- Glynn, S., 1991, "Explaining science concepts: a teaching-with-analogies model", in Glynn, S. M., Yeany, R. H. & Britton, B. K. (eds.), *The psychology of learning science*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associate, pp. 219-240.

- Gonçalves, M. F., (coord), 2002, *Os portugueses e a ciência*, Lisboa: Dom Quixote cap. 6.
- Gordillo, M. M., 2003, *Metáforas y simulaciones: alternativas para la didáctica y la enseñanza de las ciencias*, Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, vol. 2, n. 3, pp. 1-21.
- Guimarães, H, 1988, *Ensinar matemática: concepções e prática*, tese de mestrado, Lisboa: APM.
- Jorge, W., 1990, *Analogia no ensino da física*. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Vol. 7(3), pp.196-202.
- Lappan, G., Schram, P., 1989, “Communication and reasoning: critical dimensions of sense making in mathematics”, in P. R. Trafton e A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics: 1989 yearbook*, Reston, VA: NCTM.
- Le Boterf, G., 1994, *De la compétence. Essai sur un attracteur étrange*, Paris: Les Éditions D’Organisation.
- Lomas, Carlos, 2003, *O valor das palavras (1) falar, ler e escrever nas aulas*, Porto: Edições Asa.
- Loureiro, Manuel Joaquim, 2000, *Discurso e compreensão na sala de aula*, Porto: Edições Asa.
- Lima, Mário, (coord.), 2002, *Enigmat – o ensino-aprendizagem da matemática*, Porto: Edições Asa.

- Martinho, Maria Helena, 2004, *A comunicação na sala de aula de matemática: contributos para o desenvolvimento profissional do professor*, tese de doutoramento, Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Matos, José M., Serrazina, Maria de Lurdes, 1996, *Didáctica da matemática*, Lisboa: Universidades Aberta.
- Mayer, P., 1985, *Structural analysis of science prose: can we increase problem-solving performance*, *Understanding Expository Texts*, Hillsdale, N.Y.: Erlbaum, pp. 65-87.
- ME, 1991, *Programa de matemática: plano de organização de ensino - aprendizagem(vol.II). Ensino básico, 2º ciclo, reforma educativa, direcção geral dos ensinos básico e secundário*, Lisboa: Imprensa Nacional – Casa da Moeda.
- ME, 2001, *Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais*, Lisboa: Departamento da Educação Básica.
- Medeiros, Cleide F. de, 2001, *Modelos mentais e metáforas na resolução de problemas matemáticos verbais*, *Ciência & Educação*, vol. 7, n. 2, pp. 209-234.
- Menezes, Luís, 1995, *Concepções e práticas de professores de matemática: contributos para o estudo da pergunta*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Menezes, Luís, 1997, *O discurso da aula de matemática*, *Educação e Matemática*, n. 44, pp. 5-8 e 11.

- Menezes, Luís, 1998, *Concepções e práticas discursivas do professor de matemática: um estudo de caso*, Lisboa: APM.
- Menezes, Luís, 1999, *Matemática, linguagem e comunicação*, Actas do ProfMat99, pp. 71-81, Lisboa: APM.
- Menezes, Luís et alii, 2000, *Investigar a comunicação matemática no 1º ciclo*, Lisboa: APM.
- Mestre, Rita, Matos, João F., 2005, *As actividades de investigação na formação de alunos matematicamente competentes – uma experiência no 1º ciclo*, Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Moreira, D., 2002, *Educação matemática e comunicação: uma abordagem no 1º ciclo*, Educação e Matemática, n. 26, pp. 27-32.
- Nascimento, Ana Cláudia Lobão, 2000a, “Linguagem e construção do conhecimento didáctico: metáforas e analogias no ensino do tema equilíbrio químico (10º ano de escolaridade).”, in Encontro de Educação em Ciências.
- Nascimento, Ana Cláudia Lobão, 2000b, *Exploração de metáforas e de analogias no ensino de conceitos de química*, Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Nagem, R. L. & Gonçalves, V. M., 2000, *O desenvolvimento do pensamento analógico e metafórico no processo de criação e inovação. 1 epograss. 10. encontro de pesquisas e pós-graduação dos CEFETs Rio de Janeiro, Paraná e Minas Gerais: Belo Horizonte.*
- Nagem, R. L. et alii, 2001, *Uma proposta de metodologia de ensino com analogias*, Revista Portuguesa de Educação, vol. 14, n. 1, pp. 197-213.

- Nagem, R. L. et alii, 2003, *Analogias e metáforas no cotidiano do professor*, Paraná e Minas Gerais: Belo Horizonte.
- NCTM, 1991, *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*, Lisboa: APM e IIE.
- NCTM, 1994, *Normas profissionais para o ensino da matemática*, Lisboa: APM e IIE.
- Neves, Maria Augusta Ferreira, Guerreiro, Luís e Neves, Armando, 2003, *Matemática 7º ano*, Lisboa: Porto Editora.
- Newby, T., 1987, *Learning abstract concepts: the use of analogies as a mediational strategy*, *Journal of instructional development*, 10(2), pp. 20-26.
- Nolder, R., 1991, "Mixing metaphor and mathematics in the secondary classroom", in Durkin, K., Shire, B., *Language in mathematical education research and practice*, Open University Press.
- Oliva, J., 2004, *El pensamiento analógico desde la investigación educativa y desde la perspectiva del profesor de ciencias*, *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias*, in <http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen3/numero3/art7.pdf>, consultado em 10/07/2006.
- Oliveira, H. M. et alii, 1996, "Explorar, investigar e discutir na aula de matemática", in A. Roque & M. J. Lagarto (Orgs.), *Actas do ProfMat 96*, pp. 207-213, Lisboa: APM.
- Oliveira, M. Teresa Morais, 1991, *Didáctica da biologia*, Lisboa: Universidade Aberta.

- Ortony, A., 1975, *Why metaphors are necessary and not just nice*, Education teory, pp. 45-53.
- Pádua, I. C. A., 2004, “Analogias, metáforas e a construção do conhecimento: por um processo ensino-aprendizagem mais significativo”, in <http://www.anped.org.br/26/trabalhos/isabelcamposaraujopadua.ttf>, consultado em 12/07/2006.
- Patton, M. Q., 2001, *Qualitative research & evaluation methods*, Newbury Park, California: Sage.
- Pedro, Emília Ribeiro, 1992, *O discurso na aula: uma análise sociolinguística da prática escolar em Portugal*, Lisboa: Editorial Caminho.
- Perelman, Chaim, 1987, *Analogia e metáfora. Enciclopédia einaudi. Oral/escrito argumentação*, V.11, Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.
- Pereira, Mariana P., 1992, *Didáctica das ciências da natureza*, Lisboa: Universidade Aberta.
- Perrenoud, Philippe, 1999, *Construir as competências desde a escola*, Porto Alegre: Editora Artes Médicas do Sul.
- Ponte, J. P. et alii, 1991, *O processo de experimentação dos novos programas de matemática: um estudo de caso*, Lisboa: IIE.
- Ponte, João Pedro da, 1994, *Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal*, Lisboa: IIE.

- Ponte, João Pedro da, 1999, *O estudo de caso na investigação em educação matemática*, Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Rey, B., 1996, *Les compétences transversales en question*, Porto: Edições Asa.
- Robotti, Elisabetta, 2002, *Le rôle médiateur de la verbalisation entre les aspects figuraux et théoriques dans le processus de démonstration d'un problème de géométrie plane*, tese de doutoramento, Genova: Université de Génova.
- Romão, M. M., 1998, *O papel da comunicação na aprendizagem da matemática: um estudo realizado com quatro professores no contexto das aulas de apoio de matemática*, tese de mestrado, Lisboa: APM.
- Segurado, I., 1998, *A investigação como parte da experiência matemática dos alunos do 2º ciclo*, tese de mestrado, Lisboa: APM.
- Sim-Sim, Inês, 1998, *Desenvolvimento da linguagem*, Lisboa: Universidade Aberta.
- Sousa, Norberta M. G. C., 2003, *Português no ensino profissional: uma abordagem lexical e terminodidáctica*, tese de mestrado, Faro: Universidade do Algarve.
- Tavares, Salvador, Valéria, Márcia, 2002, *Construção de conceitos geométricos: quando as questões abertas se fecham*, Brasil: GT19 - Educação Matemática.
- Toledo, Maria E. R. de O., "Numeramento, metacognição e aprendizagem matemática de jovens e adultos", in
<http://www.anped.oy.br/25/excedentes25/marielenaoliveiratoledo18.rtf>,
consultado em 7/03/2006.

Tourangean, R. & Sternberg, R., 1982, *Understanding and appreciating metaphors*, Cognition, pp. 203-244.

Valadares, Lídia Maria, 2003, *Transversalidade da língua portuguesa*, Porto: Edições Asa.

Winn, William, LI, Tan-Zhu, 1989, *Do diagrams permit more rapid and accurate problem – solving than text*, American Educational, Research Association, S. Francisco: USA.

Yin, Robert K., 2005, *Estudo de caso: planejamento e métodos*, trad. Daniel Grassi, Porto Alegre: Bookman, 3^a ed..

ANEXOS

ANEXOS

Anexo 1 – Inquérito por questionário

Anexo 2 – Dados recolhidos através dos Inquéritos por questionário

Anexo 3 – Quadro síntese da estrutura das Fichas de Trabalho

Anexo 4 – Fichas de Trabalho

Anexo 5 – Fichas de Reflexão

Anexo 6 – Respostas dos alunos que constituem casos de estudo nas Fichas de Trabalho e nas Fichas de Reflexão

Anexo 1 – Inquérito por questionário

FACULDADE DE LETRAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS DA
UNIVERSIDADE DO ALGARVE

2004/2005

Questionário

Código de Identificação: _____ (não preencher)

Este questionário faz parte de um trabalho de investigação no âmbito da Comunicação Educacional e pretende conhecer o perfil, bem como a relação dos alunos do sétimo ano do Ensino Básico com a Matemática. Agradeço que respondas com sinceridade, tendo em conta que não há respostas certas nem erradas. Todas as informações são confidenciais e serão usadas exclusivamente para fins de investigação.

GRUPO I

Nome: _____ Idade: _____

Nacionalidade: _____ Naturalidade: _____

Local de Residência: _____

GRUPO II

1. Ao longo do teu percurso escolar, quantas vezes reprovaste de ano? _____

Quando? _____

2. Gostas de Matemática? SIM _____ NÃO _____

Coloca um ✓ no(s) motivo(s) que considerares mais adequado(s) à resposta que deste.

- Tem muitos cálculos.
- Tem muitos problemas.
- Não tem utilidade no dia-a-dia.
- Tem utilidade no dia-a-dia.
- É comparável a um jogo.
- Outra(s). Qual(ais)? _____

3. Alguma vez obtiveste classificação negativa na disciplina de Matemática?

NÃO _____ SIM _____

3.1. Em que ano(s) ? _____

3.2. Assinala com um ✓ o(s) motivo(s) que consideras mais adequado(s).

Sempre que obtiveste aproveitamento menos satisfatório na disciplina de Matemática, pensas que foi devido:

- Ao mau ambiente na turma.
- Ao professor ter faltado muito.
- A teres tido mais do que um professor ao longo do ano.
- A teres mudado de escola durante o ano lectivo.
- Ao professor explicar mal. Porquê?

Coloca uma cruz na(s) afirmação(ões) que consideras mais adequada(s).

Porque...

- usava uma linguagem que eu não percebia;
 - resolvia os exercícios sem explicar;
 - não utilizava exemplos do dia a dia;
 - explicava a matéria utilizando palavras difíceis;
 - esclarecia as dúvidas recorrendo às definições do manual ou sempre aos mesmos exemplos;
 - outra(s) razão(ões). Qual(ais)? _____
- _____
- _____

- A teres tido aulas muito teóricas.
 - Aos exercícios propostos terem cálculos complicados.
 - A teres faltado muito por motivo de doença.
 - A teres perdido o interesse pelo estudo.
 - A teres tido dificuldade em perceber a matéria.
 - Outra(s). Qual(ais)? _____
- _____
- _____

4. Que classificação obtiveste, na disciplina de Matemática, no terceiro período do 6º ano de escolaridade? _____ E no primeiro período do 7º ano? _____

Muito obrigada pela tua colaboração.

Anexo 2 – Dados recolhidos através dos Inquéritos por
questionário

DADOS RECOLHIDOS ATRAVÉS DOS INQUÉRITOS POR QUESTIONÁRIO

código/identificação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
idade	12	13	13	12	13	13	13	13	13	12	13	14	12	12	14	13	13	15	12	13
nacionalidade	P	Irlanda	I	P	P	P	P	P	A	P	A	P	P	P	P	U	P	P	P	P
naturalidade	Lx	Irlanda	Inglaterra	P	Afr. Sul	Loulé	São Brás	P	Barreiro	P	A	Faro	Faro	Faro		Ucrânia	P		SBrás	P
local de residência	São Brás	Alportel	São Brás	São Brás	São Brás	São Brás	Bico Alto	São Brás	São Brás	Agostos	São Brás	Vilarrinhos	São Romão	Azinheira		São Brás	São Brás	São Romão	São Brás	Gralheira
RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA																				
1, reprovações de ano	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2	0	0
anos			4º				2º					6º			2º			3º e 5º		
2, gosto pela Matemática	N	S	S	S	S	N	S	S	S	S	Assim	N	N	N	N	S	N	N	N	S
motivos																				
tem muitos cálculos		x	x	x	x	x	x	x				x	x	x		x	x	x	x	
tem muitos problemas	x		x		x		x		x		x	x	x	x	x			x	x	
não tem utilidade no dia a dia																				
tem utilidade no dia a dia		x	x		x		x	x	x	x						x				x
é comparável a um jogo							x													x
outra(s)																				muito complicada
3, classificação negativa a Mat.	N	N	N	N	N	S	N	N	N	S	N	S	N	N	S	N	S	N	N	N
anos						6º				7º		7º			7º		6º			

código/identificação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
motivos do aproveitamento menos satisfatório a Matemática																						
mau ambiente na turma		x	x	x	x		x	x	x	x		x			x		x	x				
o prof. faltava muito											x											x
diferentes prof. ao longo do ano																						
mudança de escola																						
o prof. explicava mal, porque...																						
?usava uma linguagem que eu não percebia	x		x				x			x		x	x				x	x				x
?resolvia os exercícios sem explicar	x		x			x	x			x				x			x					
?não utilizava exemplos do dia a dia		x			x			x							x			x			x	x
?explicava a matéria utilizando palavras difíceis		x	x	x										x		x		x	x	x	x	
?esclarecia as dúvidas recorrendo às definições do manual ou aos mesmos exemplos	x	x	x		x		x	x						x		x		x	x	x	x	
aulas muito teóricas			x															x	x			
exercícios propostos com cálculos complicados	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x		x		x	x	x	x	x	x	x
faltas excessivas por doença											x											
desinteresse pelo estudo				x								x						x				x
dificuldade em perceber a matéria	x	x	x			x	x			x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
4, classificação a Matemática. Escala: 1 a 5																						
terceiro período do 6º ano	4	3	3	3	5	3	4	4	4	3	5	3	3	4	3	5	2	3	3	5	4	3
primeiro período do 7º ano	3	3	3	2	5	3	2	4	4	3	4	2	3	4	2	5	3	2	4	3	2	4

Anexo 3 – Quadro síntese da estrutura
das Fichas de Trabalho

Ficha de Trabalho I

QUADRO SÍNTESE DA ESTRUTURA DA FICHA DE TRABALHO I

Questões	Conteúdos	Objectivos	Linguagem utilizada	Questões de reflexão
1.1. 1.2. 1.4. 1.5.	Os números inteiros relativos.	- Interpretar situações/fenómenos reais usando números inteiros relativos;	-Língua corrente;	1.
1.3.		- Utilizar a simbologia (sinal +; -) nas frases apresentadas em língua corrente;		2.
		- Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática;		
2.		- Traduzir frases da língua corrente para a linguagem matemática;		
		- Compreender a extensão da recta numérica para a esquerda, a partir de uma situação da vida real.		
		- Reconhecer a necessidade de utilizar os números inteiros relativos;	-Língua corrente;	*
		- Reconhecer que, perante uma situação da vida real, os números inteiros relativos podem ter mais do que uma representação;		
		- Desenvolver a comunicação matemática interpretando, analisando, criticando e elaborando conjecturas a partir de uma situação da vida quotidiana. (Apresentação de um pequeno texto escrito).	-Linguagem matemática.	
3.1.		- Compreender e aplicar os números inteiros relativos em contexto real;	-Língua corrente;	5.

3.2.	Ordenação/representação de números inteiros relativos.	- Comparar/ordenar números relativos recorrendo a situações contextualizadas.	- Língua de especialidade.	3.2.
3.3.				4.
4.1.		- Identificar a abcissa de um ponto;	-Linguagem matemática;	3.1.
4.2		- Comparar/ordenar números inteiros relativos, a partir da sua representação na recta numérica.	-Língua de especialidade.	3.2.
5.		- Comparar/ordenar números inteiros relativos.	-Linguagem matemática.	4.
6.		- Utilizar adequadamente os símbolos matemáticos (<, > ou =) para comparar números inteiros relativos.	-Linguagem matemática.	4.1.
7.	Ordenação de números inteiros relativos.	- Sentir a necessidade de utilizar os números inteiros relativos; - Interpretar situações da vida real usando os números inteiros relativos; - Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática; - Comparar/ordenar números inteiros relativos a partir de uma situação da vida real; - Efectuar a soma de números inteiros relativos, em situações contextualizadas (temperaturas);	-Língua corrente; -Linguagem matemática.	5.
				6.

* Note-se que na ficha de reflexão I não existe nenhuma referência a esta questão, isto porque os alunos, ao elaborarem a composição, explicitam as suas ideias e conseqüentemente tomam consciência das dificuldades que tiveram.

Ficha de Trabalho II

QUADRO SÍNTESE DA ESTRUTURA DA FICHA DE TRABALHO II

Questões	Conteúdos	Objectivos	Linguagem utilizada	Questões de reflexão
1.1. 1.2.	Números simétricos.	- Traduzir frases da língua corrente para a linguagem matemática; - Identificar a simbologia adequada a cada uma das frases, utilizando o conceito de simétrico associado ao símbolo «-»;	-Língua corrente; -Língua de especialidade.	1.
2.	Números simétricos.	- Identificar a simbologia adequada a cada uma das expressões, utilizando o conceito de simétrico associado ao símbolo «-»; - Simplificar a escrita (desembaraçar de parêntesis).	-Língua corrente; -Linguagem matemática.	Ficha de trabalho 2.
4. 4.1.	Simplificação da escrita.	- Simplificar a escrita de expressões numéricas (desembaraçar de parêntesis);	-Linguagem matemática.	Ficha de trabalho 4. 4.2.
3.	Adição algébrica de números inteiros relativos. Expressões numéricas.	- Utilizar a simbologia inerente ao contexto; - Traduzir frases, que envolvem a adição algébrica de números inteiros relativos, da língua corrente para a linguagem matemática; - Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática.	-Língua corrente; - Língua de especialidade	2.

5.1. 5.2.	Regras operatórias da soma algébrica de números inteiros relativos;	- Aplicar as regras operatórias da adição algébrica de números inteiros relativos em expressões numéricas simplificadas.	-Linguagem matemática.	3.
5.3.				4.
6.	Expressões numéricas.	<ul style="list-style-type: none"> - Traduzir o enunciado de um problema da língua corrente para a linguagem matemática, utilizando os números relativos e a adição algébrica; - Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática; - Simplificar a escrita; - Utilizar as regras operatórias da adição algébrica. 	-Língua corrente.	

Anexo 4 – Fichas de Trabalho

Ficha de Trabalho I

Código de Identificação: _____ (não preencher)

ESCOLA E. B. 2,3 POETA BERNARDO PASSOS
FICHA DE TRABALHO I

7º ANO

2004/2005

Nome: _____

1. Associa um número positivo, negativo ou zero a cada uma das frases seguintes:

1.1. O gelo funde a zero graus; _____

1.2. A água ferve a cem graus; _____

1.3. No Centro Comercial estou na segunda cave; _____

1.4. A temperatura na Serra da Estrela era de três graus abaixo de zero; _____

1.5. O matemático Thales de Mileto nasceu em 625 a. C.. _____

2. A banda desenhada retrata uma situação da vida quotidiana. O João apresenta uma frase à qual a Maria e o André respondem.



Ambas as respostas apresentadas estão certas. Explica os motivos de cada um dos amigos.

3. Quatro amigos vão a um Centro Comercial às compras. Para não estragar a surpresa dos presentes comprados, decidem separar-se. A certa altura verifica-se a seguinte situação:

- O João está no rés-do-chão;
- O Carlos está no 2º andar;
- O Bernardo está na primeira cave;
- O Daniel está na terceira cave.

3.1. Diz se são verdadeiras ou falsas as afirmações:

3.1.1. O João está a uma altitude superior à do Bernardo; _____

3.1.2. O Carlos está a uma altitude inferior à do João; _____

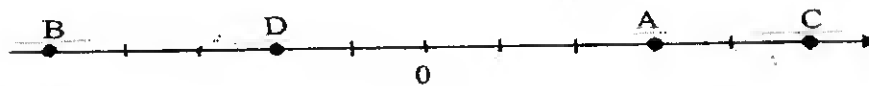
3.1.3. O Bernardo está a uma altitude inferior à do Daniel. _____

3.2. Associa a um número relativo o local em que cada um dos amigos se encontra:

João ____ Bernardo ____ Carlos ____ Daniel ____

3.3. Ordena por ordem crescente os números relativos que identificaste na alínea anterior.

4. Considera a recta graduada e os pontos A, B, C e D.



4.1. Qual a abcissa dos pontos A, B, C e D?

4.2. Ordena por ordem crescente as abcissas dos pontos representados na recta.

5. Ordena por ordem crescente os seguintes números: -3 ; $+3$; -5 ; 0 ; $+2$; $+1$; $+4$.

6. Completa com um dos sinais, $=$, $>$ ou $<$, de modo a obter afirmações verdadeiras:

6.1. -3 ___ 7

6.2. 4 ___ 0

6.3. 10 ___ 2

6.4. -5 ___ -4

6.5. 0 ___ -3

7. De Paris, a Joana escreveu para a sua amiga Ana. Completa a carta com os números:

-2 : $+13$: -6 : $+1888$: $+3$: $+321$

Querida Ana

Está um frio de rachar! Hoje, ao acordar, o termómetro marcava _____ °C.

Felizmente, ao meio-dia, a temperatura tinha subido 4° C, mas a neve continuava a cair, estavam _____ °C.

Como eu gostava de estar em Portugal! Ontem vi no boletim meteorológico que em Faro estava quentinho, _____ °C.

No fim-de-semana estive na Torre Eiffel. Fiquei espantada! Sabias que a Torre Eiffel foi construída no ano de _____ por Gustave Eiffel? A torre é constituída por _____ andares e tem uma altura de _____ metros.

Jinhos geladinhos

Joana

Ficha de Trabalho II

Código de Identificação: _____ (não preencher)

ESCOLA E. B. 2,3 POETA BERNARDO PASSOS
FICHA DE TRABALHO II

7º ANO

2004/2005

Nome: _____

1. Usa os números relativos para escrever em linguagem matemática as expressões:

1.1. O simétrico de menos 3; _____

1.2. Nego que não tenho 5 gelados. _____

2. Observa a tabela.

Na primeira linha, coloca em cada um dos a expressão simplificada e depois assinala com uma cruz a(s) afirmação(ões) em que pensaste. Podes escolher no **máximo cinco afirmações** para cada coluna.

	$-(+3)$ = <input type="checkbox"/>	$-(-2)$ = <input type="checkbox"/>	$+(+1)$ = <input type="checkbox"/>	$+(-3)$ = <input type="checkbox"/>
A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis.				
B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».				
C) Negar que não gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.				
D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.				
E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis.				
F) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».				
G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.				
H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+»				
I) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.				
J) «-» seguido de «+» é o mesmo que «-».				

L) Outra(s) situação(ões). Qual(ais)? _____

3. Traduz para linguagem matemática as expressões:

3.1.1. Devo 5 euros à Maria e tenho 3 euros; _____

3.1.2. Devo 3 euros à Joana e 5 euros ao Carlos; _____

3.1.3. A soma de três com menos um; _____

3.1.4. A diferença entre menos doze e menos quatro; _____

4. 4.1. Simplifica a escrita, tirando os parêntesis:

4.1.1. $(+18) + (+27)$; _____

4.1.2. $(-30) + (-15)$; _____

4.1.3. $(+18) - (+10)$; _____

4.1.4. $(-20) - (-15)$. _____

4.2. Considera as afirmações:

- A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».
- B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.
- C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis.
- D) Negar que não gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.
- E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número.
- F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.
- G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».
- H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.
- I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».
- J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis.
- L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».

Completa a tabela com a(s) afirmação(ões) em que pensaste para desembaraçar cada um dos parêntesis na questão 4.. Podes escolher no **máximo cinco afirmações**.

	Desembaraçar o 1º parêntesis					Desembaraçar o 2º parêntesis				
4.1.1.										
4.1.2.										
4.1.3.										
4.1.4.										

5. Efectua as operações:

5.1. $3 - 5 =$ _____

5.2. $-2 - 7 =$ _____

5.3. $-5 + 2 - 4 =$ _____

6. O Frederico andou por montes e vales para atingir o cimo de uma serra. Partiu de um local situada a zero metros de altitude, subiu 820m, desceu 220m, subiu 675m, desceu 84m e subiu 450m. Qual a altitude atingida pelo Frederico?

Anexo 5 – Fichas de Reflexão

Ficha de Reflexão I

Código de Identificação: _____ (não preencher)

ESCOLA E. B. 2, 3 POETA BERNARDO PASSOS
FICHA DE REFLEXÃO I

NOME: _____

1. Utiliza uma seta para fazeres a correspondência, entre as colunas da esquerda e da direita.

Quando respondeste às alíneas 1.1., 1.2., 1.4. e 1.5. associaste:

- | | |
|------------------------|-------------------|
| Ferve • | • Número positivo |
| Funde • | • Número negativo |
| Nascimento de Cristo • | • Zero |
| Abaixo de zero • | |

2. Assinala com uma • a resposta correcta.

Ao responderes à questão 1.3. identificaste:

- | | | | | | |
|-------------------|---|----------------------|----------------|---|----------------------|
| O rés-do-chão com | { | o ponto - origem ○ | e as caves com | { | o ponto - origem ○ |
| | | um número positivo ○ | | | um número positivo ○ |
| | | um número negativo ○ | | | um número negativo ○ |

3. Ao responderes à questão 4.1....

3.1. o termo *abcissa* ajudou-te?

Sim

Não

(Assinala com uma cruz)

Porquê? _____

3.2. Coloca um \surd na(s) afirmação(ões) que considerares mais adequada(s).

Ao responderes à questão 4.1....

A) visualizaste a recta graduada.

B) relacionaste com a questão 3.2..

C) relacionaste a posição de cada um dos pontos com o ponto-origem.

D) outra(s) situação(ões). Qual(ais)? _____

4. Ordena as questões 3.3., 4.2. e 5. por grau de dificuldade, da mais fácil para a mais difícil.



4.1. Coloca uma cruz na(s) afirmação(ões) que considerares mais adequada(s).

Na questão anterior, ao seleccionares a questão mais difícil, a tua escolha deveu-se a teres tido dificuldade em...

- (A) perceber o enunciado.
 - (B) relacionar com situações estudadas na aula.
 - (C) encontrar semelhanças com situações da vida real.
 - (D) visualizar os números inteiros relativos na recta orientada.
 - (E) comparar os números inteiros relativos.
 - (F) outra(s) situação(ões). Qual(ais)? _____
- _____
- _____

5. Coloca uma cruz no que considerares mais adequado.

Consideraste a questão 6...

difícil dificuldade média fácil

Porquê? Porque...

- A) conheces a simbologia.
- B) sabes aplicar a simbologia.
- C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula.
- D) relacionaste com o exercício 3.1..
- E) visualizaste a recta numérica.
- F) pensaste “Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”.

SIM	NÃO

G) outra(s) razão(ões). Qual(ais)? _____

6. Na questão 7., ao completares o primeiro espaço, qual foi a primeira resposta que deste? _____.

Porquê? _____

Ficha de Reflexão II

Código de Identificação: _____ (não preencher)

ESCOLA E. B. 2, 3 BERNARDO PASSOS
FICHA DE REFLEXÃO II

NOME: _____

1. Utiliza uma seta para fazeres a correspondência, entre as colunas da esquerda e da direita.

Ao responderes à questão...

- pensaste no valor absoluto de um número relativo.

1.1.●

- pensaste no simétrico de um número relativo.

1.2.●

- pensaste na simetria dos números relativos em relação ao ponto-origem.

2. Assinala com uma cruz o que considerares mais adequado.

Na resolução das questões 3.1.3. e 3.1.4., as questões 3.1.1. e 3.1.2. ajudaram-te?

Sim

Não

Porquê? Porque...

A) associaste a uma situação da vida real.

B) pensaste nas operações (soma e subtracção).

C) outra(s) situação(ões). Qual(ais)? _____

SIM	NÃO
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Coloca uma cruz naquela(s) afirmação(ões) que considerares mais adequada(s).

Ao efectuares as operações das alíneas 5.1. e 5.2. pensaste...

	5.1.	5.2.
A) em situações em que o sinal «-» está associado ao dezo e o sinal «+» ao tenho.		
B) quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se.		
C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.		

D) outra(s) situação(ões). Qual(ais)? _____

4. Ao resolveres as questões 5.3. e 6., qual foi aquela que tiveste mais dificuldade?

5.3.

6.

Coloca uma cruz no que considerares mais adequado.

Porque tiveste de...

- | | |
|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | A) perceber o enunciado. |
| <input type="checkbox"/> | B) interpretar o enunciado. |
| <input type="checkbox"/> | C) traduzir o enunciado por uma expressão numérica. |
| <input type="checkbox"/> | D) utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe. |
| <input type="checkbox"/> | E) simplificar a escrita. |
| <input type="checkbox"/> | F) utilizar as regras operatórias. |
| <input type="checkbox"/> | G) encontrar semelhanças com situações da vida real. |

H) outra(s) razão(ões). Qual(ais)? _____

Anexo 6 – Respostas dos alunos que constituem casos de estudo
nas Fichas de Trabalho e nas Fichas de Reflexão

Ficha de Trabalho I

RESPOSTAS DOS ALUNOS QUE CONSTITUEM CASOS DE ESTUDO NA
FICHA DE TRABALHO I

Questões	Caso C8	Caso C16	Caso C20
1.1.	0	0	0
1.2.	100	+100	100
1.3.	-2	-2	-2
1.4.	-3	-3	-3
1.5.	-625	-625	-625
2.	O motivo da Maria é que o João retirou 100 euros da sua conta. (= -100) O motivo do André é que o João ficou com 100 euros na mão para gastar.	O motivo do André era dizer que ele tem na carteira mais 100 euros. O motivo da Maria era dizer que ele tem menos 100 euros na sua conta.	-----
3.1.1.	V	Verdade	V
3.1.2.	F	Falso	F
3.1.3.	F	Falso	V
3.2.	0; -1; 2 e -3	0; -1; 2 e -3	0; -1; 2 e -3
3.3.	-3, -1, 0, 2	$-3 < -1 < 0 < 2$	$-3 > -2 > -1 > 0$
4.1.	A → 3; B → -5; C → 5 e D → -2	A=3; B = -5; C= 5 e D= -2	A) 3; B) -5; C) 5 e D) -2
4.2.	-5; -2; 3; 5	$-5 < -2 < 3 < 5$	$-5 > -2 > 3 > 5$
5.	-5; -3; 0; +1; +2; +3; +4	$-5 < -3 < 0 < +1 < +2 < +3 < +4$	$-5 > -3 > 0 > 1 > 2 > 3 > 4$
6.1.	<	<	<
6.2.	>	>	>
6.3.	>	>	>
6.4.	<	<	<
6.5.	>	>	>
7.	-6; -2; 13; 1888; 3; 321	-6; -2; +3; 1888; +13; +321	-2; -6; 13; 1888; 3; 321

Ficha de Reflexão I

RESPOSTAS DOS ALUNOS QUE CONSTITUEM CASOS DE ESTUDO NA FICHA DE REFLEXÃO I.

Questões	Caso C8	Caso C16	Caso C20
1.	Ferve/número positivo; Funde/zero; Nascimento de Cristo/ zero; Abaixo de zero/número negativo.	Ferve/número positivo; Funde/zero; Nascimento de Cristo/zero; Abaixo de zero/número negativo.	Ferve/número positivo; Funde/zero; Nascimento de Cristo/número positivo; Abaixo de zero/número negativo.
2.	o ponto-origem; um número negativo.	o ponto-origem; um número negativo.	o ponto-origem; um número negativo.
3.1.	Sim. Porque eu já não me lembrava como é que aquilo se fazia muito bem.	Sim. Porque a abcissa é um número correspondente a uma letra indicada.	Sim. Para dizer os números das letras.
3.2.	A) visualizaste a recta graduada; B) relacionaste com a questão 3.2.; C) relacionaste a posição de cada um dos pontos com o ponto-origem.	C) relacionaste a posição de cada um dos pontos com o ponto-origem.	A) visualizaste a recta graduada;
4.	3.3.; 4.2.; 5	3.3.; 4.2.; 5	5; 4.2.; 3.3.
4.1.	C) encontrar semelhanças com situações da vida real.	O 3.3. e o 4.2. só têm 4 números e o 5. têm 7.	C) encontrar semelhanças com situações da vida real.
5.	Fácil. <u>Sim porque:</u> A) conheces a simbologia; B) sabes aplicar a simbologia; C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula; E) visualizaste a	Fácil. <u>Sim porque:</u> B) sabes aplicar a simbologia; F) pensaste "Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é."	Fácil. <u>Sim porque:</u> A) conheces a simbologia; B) sabes aplicar a simbologia; C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula; .; F) pensaste

	<p>recta numérica. <u>Não porque:</u> D) relacionaste com o exercício 3.1.; F) pensaste “Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”.</p>	<p><u>Não porque:</u> A) conheces a simbologia; C) relacionaste com a(s) situação(ões) estudada(s) na aula; D) relacionaste com o exercício 3.1.; E) visualizaste a recta numérica.</p>	<p>“Quanto mais à esquerda um número se encontra mais pequeno é.”. <u>Não porque:</u> D) relacionaste com o exercício 3.1</p>
6.	<p>.-6. Porque vi que ao meio-dia tinha subido 4°C mas a neve continuava a cair.</p>	<p>-6. Se a temperatura tinha subido 4°C e estava -2°C. $-2^{\circ}\text{C} - 4^{\circ}\text{C} = -6^{\circ}\text{C}$</p>	<p>-2. Porque lá dizia: “está um frio de rachar! Hoje, ao acordar, o termómetro marca <u>-2</u> °C</p>

Ficha de Trabalho II

RESPOSTAS DOS ALUNOS QUE CONSTITUEM CASOS DE ESTUDO NA FICHA DE TRABALHO II

Questões	Caso C8	Caso C16	Caso C20
1.1.	3	+3	+3
1.2.	5	+5	+5
2.	-3 E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; J) «-» seguido de «+» é o mesmo que «-».	-3 F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.	-3 E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; J) «-» seguido de «+» é o mesmo que «-».
	2 C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados; E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».	+2 E) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+»; I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».	+2 C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados; H) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».
	1 A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.	+1 B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; C) Negar que não gosto de gelado é o mesmo que gostar de gelados; D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.	+1 B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; D) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.

	-3 A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; B) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; F) «+» seguido de «-» é o mesmo que «+»; I) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.	-3 A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis.	-3 A) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; F) «+» seguido de «-» é o mesmo que «+»; G) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; I) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L) No caso da multiplicação: $2(-2)+(-3) = -4+(-3) = -7$.
3.1.1.	-5+3	+3 e -5 = -2	-5+3
3.1.2.	-3-5	-3 e -5 = -8	-3+(-5)
3.1.3.	3-1	3+(-1) = -4	3+(-1)
3.1.4.	-12-4	-12- (-4) = 8	-12-(-4)
4.1.1.	18+27	18+27 = 45	18+27
4.1.2.	-30-15	(-45)	-30-15
4.1.3.	18-10	18+(-10) = 8	18-10
4.1.4.	-20+15	(-20)+15 = -5	-20+15
4.1.	Desembaraçar o 1º parêntesis		
4.1.1.	J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que	L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; D) Negar que não gosto de gelados é	F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.

	<p>está dentro do parêntesis;L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».</p>	<p>o mesmo que gostar de gelados.</p>	
4.1.2.	<p>I) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>	<p>Não indicou nenhuma afirmação.</p>	<p>B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>
4.1.3.	<p>J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».</p>	<p>A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número.</p>	<p>F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>
4.1.4.	<p>A) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados; I)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-».</p>	<p>B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>	<p>H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>

Desembaraçar o 2º parêntesis

<p>4.1.1.</p>	<p>J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis; L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+»; F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>	<p>F) Afirmar que gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>	<p>L) «+» seguido de «+» é o mesmo que «+».</p>
<p>4.1.2.</p>	<p>D) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; A)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; B) Afirmar que não gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>	<p>D) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-»; J) O sinal de «+» antes de um parêntesis mantém o sinal que está dentro do parêntesis.</p>	<p>D) «+» seguido de «-» é o mesmo que «-».</p>
<p>4.1.3.</p>	<p>C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número; H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>	<p>H) Negar que gosto de gelados é o mesmo que não gostar de gelados.</p>	<p>A)«+» seguido de «-» é o mesmo que «-».</p>

4.1.4.	<p>C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; E) Subtrair um número é o mesmo que somar o simétrico desse número; G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+»; D) Negar que não gosto de gelados é o mesmo que gostar de gelados.</p>	<p>C) O sinal de «-» antes de um parêntesis troca o sinal que está dentro do parêntesis; G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».</p>	<p>G) «-» seguido de «-» é o mesmo que «+».</p>
5.1.	-2	-2	-2
5.2.	-9	-9	-9
5.3.	-7	-7	-7
6.	$820-220+675-84+450$ $= 600+675-84+450$ $=1275-84+450$ $=1291+450$ $=1641m$ <p>O Frederico atingiu a altitude de 1641m.</p>	$820-220+675-84+450$ $= 600+675-84+450$ $= 1275-84+450$ $=1111+450$ $=1560$	$820-220+675-84+450=$ $1641m$ <p>A altitude atingida pelo Frederico foi 1641m de altitude.</p>

Ficha de Reflexão II

RESPOSTAS DOS ALUNOS QUE CONSTITUEM CASOS DE ESTUDO NA FICHA DE REFLEXÃO II.

Questões	Caso C8	Caso C16	Caso C20
1.	1.1. pensaste no simétrico de um número relativo; 1.2. pensaste no valor absoluto de um número relativo.	1.1. pensaste no valor absoluto de um número relativo; pensaste na simetria dos números relativos em relação ao ponto-origem. 1.2. pensaste no simétrico de um número relativo; pensaste na simetria dos números relativos em relação ao ponto-origem.	1.1. pensaste no simétrico de um número relativo. 1.2. pensaste no valor absoluto de um número relativo; pensaste na simetria dos números relativos em relação ao ponto-origem.
2.	Sim. <u>Sim porque:</u> A) associaste a uma situação da vida real; B) pensaste nas operações (soma e subtração).	Não. <u>Sim porque:</u> B) pensaste nas operações (soma e subtração). <u>Não porque:</u> A) associaste a uma situação da vida real.	Não. <u>Sim porque:</u> B) pensaste nas operações (soma e subtração). <u>Não porque:</u> A) associaste a uma situação da vida real.
	5.1. B) quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se.	5.1. A) em situações em que o sinal «-» está associado ao devo e o sinal «+» ao tenho; B)	5.1. A) em situações em que o sinal «-» está associado ao devo e o sinal «+» ao tenho; B)

3.	5.2. C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.	quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se. 5.2. C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.	quando os sinais são diferentes dá-se o sinal do número maior e subtrai-se. 5.2. C) quando os sinais são iguais dá-se o mesmo sinal e soma-se.
4.	6.A) perceber o enunciado; C) traduzir o enunciado por uma expressão numérica; D) utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe; F) utilizar as regras operatórias.	6.D) utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe;	6. B) interpretar o enunciado; C) traduzir o enunciado por uma expressão numérica; D) utilizar situações em que o sinal «-» está associado ao desce e o sinal «+» ao sobe; F) utilizar as regras operatórias.

