

DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE PILARES DE BETÃO ARMADO APLICANDO O MÉTODO DA CAPACIDADE REAL

Filipe Alexandre Amaro Silvestre

**Mestrado em Engenharia Civil
Área de Especialização: Estruturas
Dissertação**

ORIENTADOR: Doutor João Manuel Carvalho Estêvão

Abril de 2016

Dissertação submetida na Universidade do Algarve

DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE PILARES DE BETÃO ARMADO APLICANDO O MÉTODO DA CAPACIDADE REAL

Mestrado em Engenharia Civil

Declaração de Autoria do Trabalho

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados serão devidamente citados na listagem de referências incluídas

Filipe Alexandre Amaro Silvestre



Direitos de Cópia ou Copyright

© **Copyright:** Filipe Alexandre Amaro Silvestre

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

A persistência é o caminho do êxito
Charles Chaplin

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor João Estêvão, que é uma referência para mim, agradeço pela forma empolgante como me orientou no decorrer desta dissertação e por todos os conhecimentos que me transmitiu.

Aos meus pais, pelo orgulho demonstrado e por toda a força dada, permitindo-me chegar a este ponto.

Ao André Rosado, pela forma como me ajudou e ensinou a olhar para as situações de outra perspetiva.

À minha família e aos meus amigos, por estarem sempre lá nos bons e nos maus momentos.

RESUMO

Atualmente vive-se em Portugal um período de mudança legislativa, onde se abandonará os regulamentos nacionais atualmente em vigor (RSA e REBAP), em virtude da introdução de uma legislação europeia comunitária, os Eurocódigos Estruturais. Estes documentos, presentemente publicados como normas portuguesas, irão trazer inúmeras mudanças, sendo relevante para o âmbito da presente dissertação as alterações dos valores de cálculo das características mecânicas dos materiais aço e betão, assim como a introdução de um novo método de dimensionamento de estruturas em regiões sísmicas: o dimensionamento pela capacidade real.

Esta trabalho tem como objetivo o aumento da rapidez e rigor dos cálculos necessários para cumprir as novas normas. Por isso, desenvolveu-se um conjunto de rotinas informáticas, que permitem dimensionar automaticamente pilares de betão armado, sujeitos à flexão simples e composta reta, cujos esforços de cálculo são obtidos a partir da determinação dos momentos resistentes das vigas que os confrontam.

PALAVRAS-CHAVE: eurocódigos estruturais, capacidade real, ação sísmica, dimensionamento de pilares de betão armado, cálculo do momento resistente.

ABSTRACT

At this moment, Portugal is going through a period of transformation in its legislation, where the national decree-laws (RSA and REBAP) will be abandoned and replaced with European standards, the Structural Eurocodes. These codes will lead to innumerable relevant changes to the scope of the current dissertation involving modifications to the design values of mechanical characteristics of steel and concrete, as well as the introduction of a new method of design of structures in seismic regions: the capacity design.

The objective within this dissertation is to increase the speed and the accuracy of the calculations to follow the new norms. Hence, an ensemble of IT routines has been developed in order to allow to automatically design reinforced concrete columns, who are subject to simple and composed plane bending, whose design efforts are obtained through the determination of the resisting moment of the beams who confront them.

KEYWORDS: structural eurocodes, capacity design, seismic action, design of reinforced concrete column, resisting moment.

ÍNDICE GERAL

CITAÇÃO	i
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vii
1. INTRODUÇÃO	1
2. DIFERENÇAS ENTRE REBAP E NP EN 1992-1-1	7
2.1. Relações de tensão-extensão	7
2.1.1. No betão	7
2.1.2. Nas armaduras ordinárias	17
3. DIMENSIONAMENTO PELA CAPACIDADE REAL	21
3.1. Metodologia de cálculo	23
3.2. Rotina de cálculo	29
4. CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE DE VIGAS	31
4.1. Dedução dos limites de integração das forças de betão	33
4.2. Distribuição de extensões	35
4.2.1. Linha neutra dentro da secção	35
4.2.2. Linha neutra abaixo da secção	40
4.2.3. Linha neutra acima da secção	42
4.3. Cálculo para momentos negativos	44
4.4. Equilíbrio nodal de uma secção	46

4.5. Dimensionamento de pilares.....	53
5. CASO PRÁTICO.....	57
5.1. Determinação de ações.....	57
5.2. Determinação de esforços.....	60
5.2.1. Momentos fletores.....	60
5.2.2. Esforço axial.....	64
5.2.3. Esforço transversal.....	65
5.3. Dimensionamento das vigas.....	66
5.4. Dimensionamento do pilar.....	71
6. CONCLUSÃO.....	79
7. BIBLIOGRAFIA.....	81

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Zonamento sísmico de Portugal Continental [3].....	2
Figura 1.2 – Mecanismo de piso vazado [1].....	3
Figura 1.3 – Discretização dos parâmetros geométricos de secções retangulares e em T	4
Figura 2.1 – Relação de tensão – extensão do betão segundo o REBAP [7].....	7
Figura 2.2 – Relação de tensão – extensão do betão segundo a NP EN 1992 – 1 – 1 [4]	7
Figura 2.3 – Diagrama de extensões na peça de betão armado (Caso geral).....	9
Figura 2.4 – Exemplo de integração numérica. Adaptado de [9].....	9
Figura 2.5 – Representação do braço da força do diagrama de tensão do troço parabólico	14
Figura 2.6 – Relação de tensão-extensão do aço segundo o REBAP [7].....	17
Figura 2.7 – Relação de tensão-extensão do aço segundo o NP EN 1992 – 1 – 1 [4]	17
Figura 3.1 – Corrente de elos. Adaptado de [10].....	21
Figura 3.2 – Diagramas de tensão-extensão. Adaptado de [11]	21
Figura 3.3 – Tipos de mecanismos dissipativos de energia [1].....	23
Figura 3.4 – Deformada global. Adaptado de [2].....	23
Figura 3.5 – Deformada local. Adaptado de [2].....	24
Figura 3.6 – Equilíbrio de uma viga segundo a capacidade real [3].....	24
Figura 3.7 – Banzos efetivos para o cálculo do momento resistência da viga [3].....	25
Figura 3.8 – Equilíbrio de um pilar segundo a capacidade real [3].....	26
Figura 3.9 – Redistribuição de momentos nos troços acima e abaixo do pilar. Adaptado de [12].....	26
Figura 3.10 – Discretização dos esforços segundo o método da capacidade real. Adaptado de [11].....	27

Figura 3.11 – Fluxograma para dimensionamento pelo método da capacidade real	29
Figura 4.1 a – Fluxograma para o cálculo dos momentos resistentes.....	31
Figura 4.2 – Domínios de extensão [4].....	35
Figura 4.3 – Extensões para linha neutra dentro da secção numa secção retangular.....	35
Figura 4.4 – Extensões para linha neutra dentro da secção para T	38
Figura 4.5 – Distribuição de tensões-extensões numa secção em T com a linha neutra abaixo do banzo.....	39
Figura 4.6 – Distribuição de tensões-extensões numa secção retangular com a linha neutra abaixo da secção	41
Figura 4.7 – Distribuição de tensões-extensões para momentos negativos	44
Figura 4.8 – Cálculo do centro de gravidade	49
Figura 4.9 – Braços das forças resultantes relativamente ao centro de gravidade	50
Figura 4.10 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção em T	50
Figura 4.11 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção retangular.....	52
Figura 4.12 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção em T.....	52
Figura 4.13 – Definição dos braços das forças resultantes em relação à origem	53
Figura 5.1 – Planta e alçado do edifício do caso prático	57
Figura 5.2 – Espectro de resposta para o sismo tipo 1.....	59
Figura 5.3 – Espectro de resposta para o sismo tipo 2.....	59
Figura 5.4 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V1 do piso 1	60
Figura 5.5 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V2... 60	
Figura 5.6 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V1 do piso 2	61

Figura 5.7 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V3 à direita	61
Figura 5.8 – Diagrama de momentos da envolvente da combinação de ações no pilar P2..	62
Figura 5.9 – Diagrama de momentos para a ação sísmica mais gravosa – Sismo tipo 1	63
Figura 5.10 – Diagrama do esforço axial no pilar P2.....	64
Figura 5.11 – Diagramas do esforço transverso.....	65
Figura 5.12 – Dimensionamento das secções.....	68

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1– Dados relativos aos materiais: Betão	8
Quadro 2.2 – Determinação das forças de compressão no betão	13
Quadro 2.3 – Cálculo do braço das forças de compressão no betão.....	16
Quadro 2.4 – Características das classes de aço [4]	17
Quadro 2.5 – Descrição das classes de aço [4]	18
Quadro 2.6 – Dados relativos aos materiais: Aço	18
Quadro 2.7 – Cálculo da tensão existente nas armaduras ordinárias.....	20
Quadro 2.8 – Determinação das forças existentes nas armaduras.....	20
Quadro 3.1 – Disposições para as classes de ductilidade média e alta. Adaptado de [13] ..	28
Quadro 4.1 – Cálculo dos limite superior de integração do troço parabólico do betão	34
Quadro 4.2 – Cálculo dos limites de integração do troço parabólico do diagrama de tensão-extensão do betão	34
Quadro 4.3 – Determinação dos limites do domínio.....	36
Quadro 4.4 – Extensões para linha neutra dentro da secção	37
Quadro 4.5 – Extensões para o banzo de uma secção em T	38
Quadro 4.6 – Extensões para o banzo de uma secção em T	40
Quadro 4.7 – Extensões para linha neutra dentro da secção	40
Quadro 4.8 – Extensões para uma linha neutra abaixo da secção retangular.....	41
Quadro 4.9 – Extensões para linha neutra abaixo da secção	42
Quadro 4.10 – Cálculo das extensões na secção	43
Quadro 4.11 – Cálculo das extensões na secção para momentos negativos.....	44
Quadro 4.12 – Cálculo dos limites superiores de integração do troço parabólico.....	45

Quadro 4.13 – Cálculo dos limites de integração do troço parabólico.....	45
Quadro 4.14 – Cálculo dos limites dos domínios.....	46
Quadro 4.15 – Definição das resultantes das forças na peça	47
Quadro 4.16 – Iteração para linha neutra dentro da secção	47
Quadro 4.17 – Iteração para linha neutra abaixo da secção.....	48
Quadro 4.18 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção retangular....	50
Quadro 4.19 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção em T.....	51
Quadro 4.20 – Cálculo do momento resistente para momentos positivos.....	51
Quadro 4.21 – Cálculo do momento resistente para momentos negativos	52
Quadro 4.22 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção retangular....	55
Quadro 5.1 – Descrição das sobrecargas	58
Quadro 5.2 – Momentos de cálculo para V1 do piso 1	60
Quadro 5.3 – Momentos de cálculo para V2	60
Quadro 5.4 – Momentos de cálculo para V1 do piso 2.....	61
Quadro 5.5 – Momentos de cálculo para V3	61
Quadro 5.6 – Momentos da envolvente das combinações de ações no pilar P2.....	62
Quadro 5.7 – Momentos para a ação sísmica mais gravosa – Sismo tipo 1	63
Quadro 5.8 – Momentos da envolvente das combinações de ações no pilar P2.....	64
Quadro 5.9 – Esforço transverso para a combinação quase permanente.....	65
Quadro 5.10 – Armadura mínima de flexão	66
Quadro 5.11 – Áreas de aço.....	67
Quadro 5.12 – Parâmetros geométricos das secções.....	69
Quadro 5.13 – Momentos resistentes da secção	70
Quadro 5.14 – Momentos de cálculo para dimensionamento o do pilar.....	71

Quadro 5.15 – Determinação das parcelas para o cálculo do esforço transverso	72
Quadro 5.16 – Determinação do esforço transverso de cálculo.....	73
Quadro 5.17 – Dimensionamento do pilar para o sismo da esquerda segundo as tabelas de dimensionamento	73
Quadro 5.18 – Dimensionamento do pilar para o sismo da direita segundo as tabelas de dimensionamento	74
Quadro 5.19 – Dimensionamento do pilar para o sismo da esquerda segundo as rotinas de cálculo.....	74
Quadro 5.20 – Dimensionamento do pilar para o sismo da direita segundo as rotinas de cálculo.....	75
Quadro 5.21 – Variação da quantidade de armadura de cálculo para o sismo da esquerda	75
Quadro 5.22 – Variação da quantidade de armadura de cálculo para o sismo da direita	76
Quadro 5.23 – Dimensionamento do pilar para a envolvente da combinação de ações	76
Quadro 5.24 – Comparação entre momentos dos espectros sísmicos e os momentos segundo as rotinas de cálculo automático.....	77

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Letras latinas

A_{Ed} – valor de cálculo da ação sísmica [kN]

a_1 – recobrimento da face inferior da peça [m]

a_2 – recobrimento da face superior da peça [m]

a_3 – recobrimento da face inferior do banzo da peça [m]

a_4 – recobrimento da face superior do banzo da peça [m]

a_{gR} – valor de referência da aceleração à superfície [m/s²]

b – largura total de uma secção transversal, ou largura real do banzo de uma viga em T ou L [m]

b_w – largura da alma de vigas em T, I, ou L [m]

b_c – dimensão da secção transversal de um pilar [m]

E_s – valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de uma armadura [GPa]

E_d – valor de cálculo de uma determinada combinação de ações [kN/m]

ELU – estados limites últimos

F_{c1} – força de compressão no troço parabólico do diagrama de extensão da peça de betão [kN]

F_{c2} – força de compressão no troço retangular do diagrama de extensão da peça de betão [kN]

F_{c3} – força de compressão no troço parabólico do diagrama de extensão no banzo da peça de betão [kN]

F_{c4} – força de compressão no troço retangular do diagrama de extensão no banzo da peça de betão [kN]

f_{cd} – valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]

f_{ck} – valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade [MPa]

F_{s1} – força nas armaduras inferiores da peça [kN]

F_{s2} – força nas armaduras superiores da peça [kN]

F_{s3} – força nas armaduras inferiores do banzo da peça [kN]

F_{s4} – força nas armaduras superiores do banzo da peça [kN]

f_{yd} – valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado [MPa]

f_{yk} – valor característico da tensão de cedência à tração do aço das armaduras para betão armado [MPa]

G – valor de cálculo de uma ação permanente [kN/m]

h – altura total de uma secção transversal [m]

h_f – altura do banzo de vigas em T, I, ou L [m]

k – coeficiente de majoração das propriedades do aço [adimensional]

l_{cl} – comprimento livre de uma viga ou de um pilar [m]

LN – linha neutra [m]

LN_{max} – linha neutra para extensões máximas [m]

$\sum M_{Rb}$ – soma dos valores de cálculo dos momentos resistentes dos pilares ligados a um nó na direção considerada [kN·m]

$\sum M_{Rc}$ – soma dos valores de cálculo dos momentos resistentes das vigas ligadas a um nó na direção considerada [kN·m]

$M_{i,d}$ – momento no extremo de uma viga ou de um pilar para o cálculo do esforço transversal pela capacidade real [kN·m]

$M_{Rb,i}$ – valor de cálculo do momento resistente de uma viga na extremidade i [kN·m]

$M_{Rc,i}$ – valor de cálculo do momento resistente de um pilar na extremidade i [kN·m]

Q – valor de cálculo de uma sobrecarga [kN/m]

q – coeficiente de comportamento [adimensional]

REBAP – regulamento de estruturas de betão armado e pré esforçado

RSA – regulamento de segurança e ações

S – coeficiente do solo [adimensional]

$V_{Ed(g+\psi_2 \cdot q)}$ – valor de cálculo do esforço transversal de uma viga para a combinação de ações quase permanente [kN]

V_{Ed}' – valor de cálculo do esforço transversal de uma viga corrigido [kN]

x_1 – limite de integração inferior do troço parabólico de compressão do betão [m]

x_2 – limite de integração superior do troço parabólico de compressão do betão [m]

X_{Fc1_0} – distância desde o centro de gravidade do troço parabólico de compressão do betão à origem do referencial de compressão do betão [m]

X_{Fc2_0} – distância desde o centro de gravidade do troço retangular de compressão do betão à origem do referencial de compressão do betão [m]

$X_{CGFc,i}$ – distância desde o centro de gravidade de uma das componentes das tensões de compressão do betão ao centro de gravidade da peça [m]

$X_{CGFs,i}$ – distância desde o centro de gravidade de uma determinada armadura ordinária ao centro de gravidade da peça [m]

Letras gregas

α_{cc} – coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à compressão bem como os efeitos desfavoráveis do modo como a carga é aplicada [adimensional]

β – coeficiente que relaciona a armadura principal com a secundária [adimensional]

ε_1 – extensão no elemento correspondente à distância x_1 [adimensional]

ε_2 – extensão no elemento correspondente à distância x_2 [adimensional]

ε_{a1} – extensão de tração a uma distância igual ao recobrimento [adimensional]

ε_c – extensão do betão à compressão [adimensional]

ε_h – extensão de compressão a uma distância igual à altura da peça [adimensional]

ε_{c2} – extensão de cedência do betão à compressão [adimensional]

ε_{cu2} – extensão última do betão à compressão [adimensional]

ε_{s1} – extensão nas armaduras inferiores da peça de betão armado [adimensional]

ε_{s2} – extensão nas armaduras superiores da peça de betão armado [adimensional]

ε_{uk} – valor característico da extensão do aço da armadura da peça de betão armado [adimensional]

ε_{ud} – valor de cálculo da extensão do aço da armadura da peça de betão armado [adimensional]

γ_c – coeficiente parcial relativo ao betão [adimensional]

γ_I – coeficiente de importância [adimensional]

γ_s – coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão armado [adimensional]

γ_{Rd} – coeficiente de incerteza do modelo no valor de cálculo das resistências para o cálculo dos esforços pela capacidade real, tendo em conta várias fontes de sobrerresistência [adimensional]

σ_c – tensão de compressão no betão [kN/m]

σ_s – tensão de tração nas armaduras ordinárias [kN/m]

v – valor do esforço axial reduzido [adimensional]

μ – valor do momento fletor reduzido [adimensional]

1. INTRODUÇÃO

Os sismos são catástrofes naturais com efeitos devastadores, sendo o próprio Homem o principal responsável por perdas humanas e materiais, pois a falta de preparação das construções para resistirem a forças submetidas às estruturas durante um abalo sísmico, provocam em certas situações, o seu colapso, colocando em risco pessoas e bens. Com vista à colmatação destes efeitos, surgiram diretivas comunitárias, designadas por Eurocódigos Estruturais, a que vários países, incluindo Portugal, aderiram.

Um dos conceitos que é necessário compreender é o coeficiente de comportamento. O valor deste coeficiente depende de fatores como: o tipo de sistema estrutural, os modos de rotura, a regularidade em planta e em alçado. Este coeficiente é utilizado para obter o espectro de resposta de cálculo e é proporcional à relação entre a força de inércia, que se desenvolve em regime elástico linear, e a força efetivamente instalada na estrutura, quando é ultrapassado o ponto de cedência, e esta entra em comportamento não linear. De modo a que o conjunto tenha um bom comportamento à ação sísmica, é necessário que possua ductilidade, isto é, a capacidade de se deformar sem perda significativa de resistência, dissipando a energia transmitida pela ação, a partir de mecanismos histeréticos (ciclos de carga e descarga), sendo que a energia dissipada depende do número de rótulas plásticas que se poderão formar num determinado número de ciclos, sem que surjam mecanismos de colapso [1], [2].

A NP EN 1992-1-1:2010 (EC8) prevê três classes de ductilidade diferentes:

- Classe de Ductilidade Baixa (DCL);
- Classe de Ductilidade Média (DCM);
- Classe de Ductilidade Alta (DCH). [3]

Os edifícios de DCL não são projetados visando a exploração da ductilidade da estrutura, mas somente tendo em conta a capacidade resistente dos seus elementos estruturais. Estas estruturas possuem um procedimento de dimensionamento para as ações sísmicas, tal como para qualquer outra ação horizontal, como é o caso do vento. É esperado que o conjunto tenha uma resposta elástica à combinação sísmica, atribuindo-lhe um valor de coeficiente de comportamento $q=1.5$, de forma a prever a sobrerresistência dos materiais adotados, que advém das seguintes situações:

- As reais resistências dos materiais aço e betão, devido ao facto de no processo de cálculo utilizarem-se valores característicos em vez dos exatos. Para além disso, ainda existem os fatores parciais de segurança que reduzem ainda mais as capacidades dos materiais;

- O facto de, frequentemente, as armaduras de reforço serem controladas por ações não sísmicas e/ou por terem requisitos mínimos de reforço, etc;
- Imposição de área de armadura máxima para uma determinada secção;
- Diferenças entre a área de aço de cálculo e a efetivamente colocada na peça de betão armado [1].

O EC8 recomenda a aplicação da tipologia DCL apenas em casos de baixa sismicidade. No respetivo Anexo Nacional considera-se que essas zonas estão localizadas apenas onde o produto do valor de referência da aceleração à superfície, a_{gR} , pelo coeficiente de importância, γ_I , e pelo coeficiente do tipo de solo, S , não for inferior a 0.98 m/s^2 [3].

O Anexo Nacional do EC8 define um zonamento sísmico, para sismos próximos o tipo 1 e para sismos afastados o tipo 2, de acordo com a Figura 1.1. Posto isto, e após análise dos valores de cálculo das acelerações, e contabilizando apenas edifícios correntes, constata-se que em Portugal, apenas é possível realizar projeto para estruturas de baixa ductilidade, nas zonas 1.6 e em algumas 1.5 (sismos afastados), enquanto que para os sismos próximos só é possível a sua aplicação na zona 2.5, em que o solo de fundação seja do tipo A, sendo esta última situação, por sobreposição dos casos (sismos tipo 1 e 2), a única exceção à aplicação do método da capacidade real.

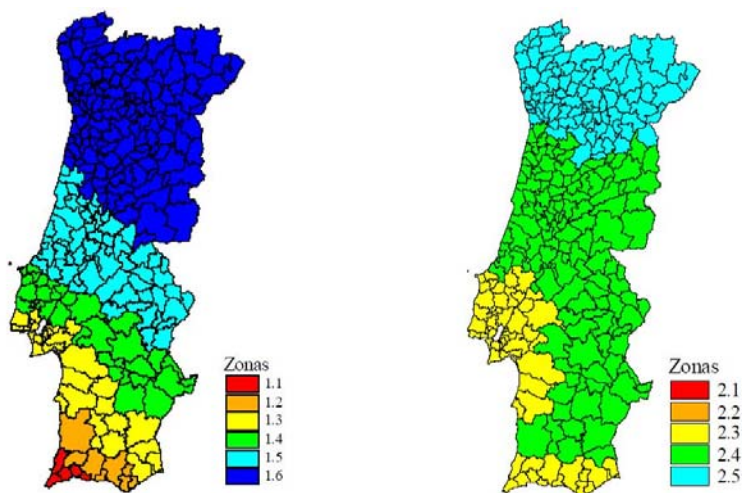


Figura 1.1 – Zonamento sísmico de Portugal Continental [3]

No EC8 existe a possibilidade do dimensionamento estrutural ser baseado mais em resistência e menos ductilidade, ou vice-versa, escolhendo entre as classes de ductilidade média (DCM) ou alta (DCH). Estes tipos de edifícios têm coeficientes de comportamento mais elevados que o considerado para DCL ($q=1.5$). Desta forma, e para o caso de edifícios em betão armado, as estruturas DCM tomam o valor mínimo de $q=3.5$ enquanto para DCH é de $q=4.5$ [1], [3].

Estes dois tipos de estrutura são praticamente equivalentes no seu desempenho sísmico para ações inferiores às regulamentares. Contudo, as DCM são um pouco mais fáceis de

projetar e implementar em obra, e podem conduzir a um melhor desempenho em sismos moderados. Por outro lado, as DCH permitem proporcionar margens de segurança maiores associadas a mecanismos de colapso locais ou globais, resultantes de terremotos muito mais fortes do que o estabelecido para a ação sísmica de cálculo, podendo ter algumas vantagens económicas em regiões de alta sismicidade [1].

Segundo o EC8, o projeto de estruturas que assegurem a resistência aos sismos, tem que garantir os requisitos de exigência de não colapso e de limitação de danos. A exigência de não colapso implica que, aquando a ocorrência de um fenómeno sísmico raro, as estruturas sejam dotadas de mecanismos que permitam dar resposta às solicitações impostas, impedido o seu colapso e garantindo a salvaguarda das vidas humanas. A exigência de limitação de danos surge como garantia de que, face a um sismo relativamente frequente, as estruturas não sofram danos significativos, minimizando as perdas económicas. Estes princípios do EC8 concretizam-se, em projeto, por intermédio da verificação ao Estado Limite Último (ELU), em que surgem dois métodos de dimensionamento: dimensionamento direto e dimensionamento pela capacidade real, deste último falar-se-á mais à frente nesta dissertação [1], [2], [3], [5].

O dimensionamento direto é semelhante à metodologia prevista no RSA [6], na qual a não linearidade da estrutura é tida em conta após efetuar-se uma análise elástica linear da estrutura e obterem-se os respetivos esforços, sendo estes depois divididos pelo coeficiente de comportamento adequado, verificando-se assim a segurança da estrutura. Este é o método a seguir no EC8 quando for possível a utilização da classe de ductilidade baixa [2], [5].

Desta forma, não são controlados os possíveis mecanismos de colapso da estrutura, sendo que estes podem ser pouco dissipativos de energia, como é o caso dos mecanismos de piso flexível, exposto na Figura 1.2.

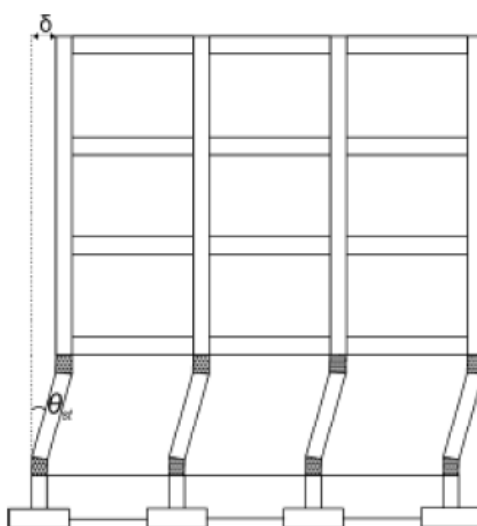


Figura 1.2 – Mecanismo de piso vazado [1]

No contexto da aplicação dos Eurocódigos Estruturais, será necessária uma adaptação das rotinas e tabelas de cálculo, anteriormente usadas no dimensionamento sísmico de estruturas de betão armado, designadamente no novo contexto das estruturas de ductilidade DCM e DCH. Para estes tipos de classes, é necessária a aplicação do método de dimensionamento pela capacidade real, exigindo que os pilares apresentem uma resistência real superior à resistência real das vigas que concorrem no nó, tendo em conta a quantidade de armadura efetivamente colocada na viga. A resistência dessas vigas também deve ter em conta a colaboração de parte das lajes de betão armado que nela se apoiam (caso sejam betonadas em conjunto com as vigas), que são consideradas como integrantes dos banzos de uma viga de secção transversal em "T". Desta forma, assumiu-se dois tipos de discretização das secções, como é possível observar na Figura 1.3.

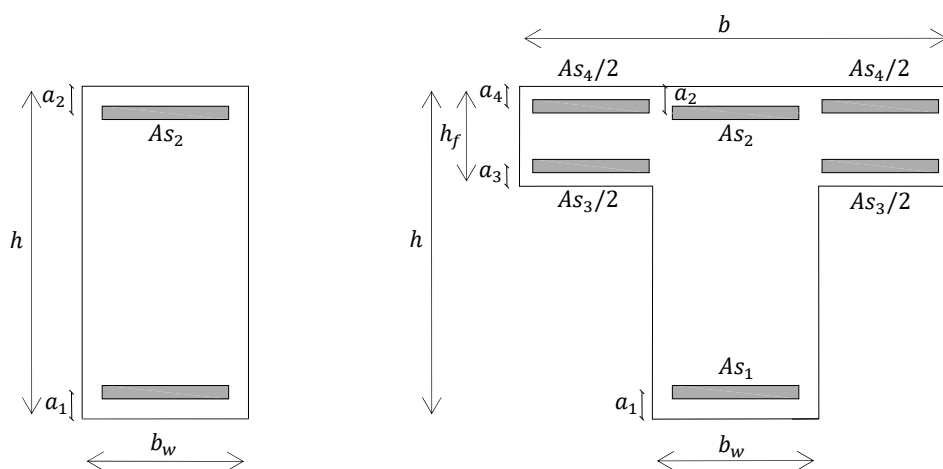


Figura 1.3 – Discretização dos parâmetros geométricos de secções retangulares e em T

As tabelas tradicionais de betão armado e os programas de cálculo automático não têm em conta a possível existência de armaduras na face inferior dos banzos. Por outro lado, é necessário ter presente que a NP EN 1992-1-1:2010 (EC2) [4] apresenta um diagrama de cálculo das armaduras com um ramo inclinado após a plastificação e estipula regras para a distribuição de tensões em banzos comprimidos semelhantes às estipuladas para os pilares, o que requer uma mudança nas rotinas informáticas no contexto do RSA [6] e REBAP [7], pois são fatores que podem influenciar o real momento resistente das vigas.

No contexto dos Eurocódigos Estruturais, não existem problemas em projetar estruturas para situações de projeto persistentes de acordo com as tabelas existentes, pois estaremos do lado da segurança. Contudo, em situações de projeto sísmicas, é necessário aplicar o método de dimensionamento pela capacidade real, onde é preciso ter em conta a área de aço efetivamente colocado na peça de betão armado, de modo a calcular o momento resistente das vigas. O uso das anteriores tabelas de cálculo irá originar um valor resistente inferior ao que o elemento é efetivamente capaz de suportar, pondo em causa as relações implícitas a esse método de dimensionamento, designadamente tendo como consequência que as rótulas plásticas se formem nos pilares e não nas vigas.

Neste contexto, é apresentado um conjunto de rotinas informáticas, destinadas ao cálculo automático das armaduras dos pilares de betão armado, indispensável para a verificação de segurança nas situações de projeto sísmicas previstas no EC8 e ainda tendo por base o estabelecido no EC2, em virtude de auxiliar os técnicos na execução de projeto de estruturas DCM e DCH, localizadas em zonas que apresentem uma perigosidade sísmica não negligenciável.

De modo a criar as referidas rotinas de cálculo, partiu-se da premissa exposta no sistema de equações 1.1 que consiste no equilíbrio estático de uma determinada secção de betão armado.

$$\begin{cases} \sum F_{c,i} + \sum F_{s,i} = N_{Ed} \\ \sum M_{c,i} + \sum M_{s,i} = M_{Rd} \end{cases} \quad (1.1)$$

Onde $F_{c,i}$ são as resultantes das forças instaladas no betão, $F_{s,i}$ são as resultantes das forças instaladas nas armaduras ordinárias, $M_{c,i}$ é o momento fletor resultante das forças aplicadas ao betão, $M_{s,i}$ é o momento fletor resultante das forças aplicadas nas armaduras, N_{Ed} é o esforço normal de cálculo e M_{Rd} é o momento fletor resistente da secção.

Posto isto, no decorrer da presente dissertação irá ser demonstrada a determinação das forças resultantes no betão e nas armaduras ordinárias, bem como, o cálculo dos respetivos braços.

2. DIFERENÇAS ENTRE REBAP E NP EN 1992-1-1

Numa época de mudança de legislação, como a aquela que se vive aquando da redação desta dissertação, urge entender quais as diferenças entre o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado e os Eurocódigos Estruturais, que no âmbito do presente trabalho são o EC 2 – Projeto de Estruturas de Betão Armado e o EC 8 – Projeto de Estruturas para Resistência aos Sismos.

2.1. RELAÇÕES DE TENSÃO-EXTENSÃO

2.1.1 NO BETÃO

Com o surgimento das novas Normas Portuguesas (EC2 e EC8), alteraram-se alguns parâmetros relativos ao betão, um dos quais, a tensão de rotura à compressão, calculada através de $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$. O coeficiente α_{cc} tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à compressão, bem como os efeitos desfavoráveis do modo como a carga é aplicada. Segundo o REBAP, Figura 2.1, este coeficiente toma o valor de 0.85 enquanto que à luz da nova Norma Portuguesa, Figura 2.2, atribui-se o valor 1.0, o que proporciona um melhoramento de 25% desta característica mecânica do betão [4], [7].

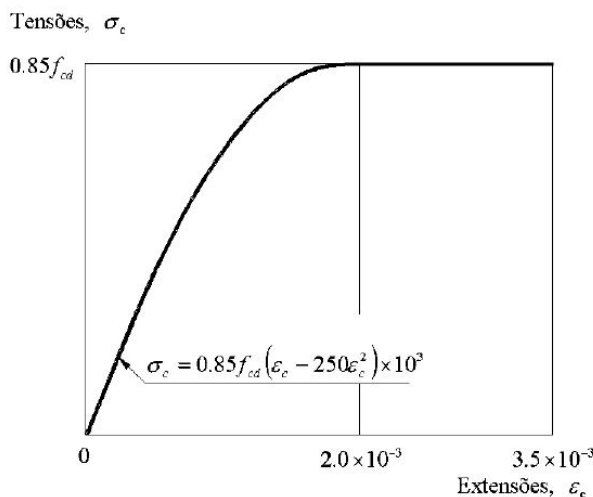


Figura 2.1 – Relação de tensão – extensão do betão segundo o REBAP [7]

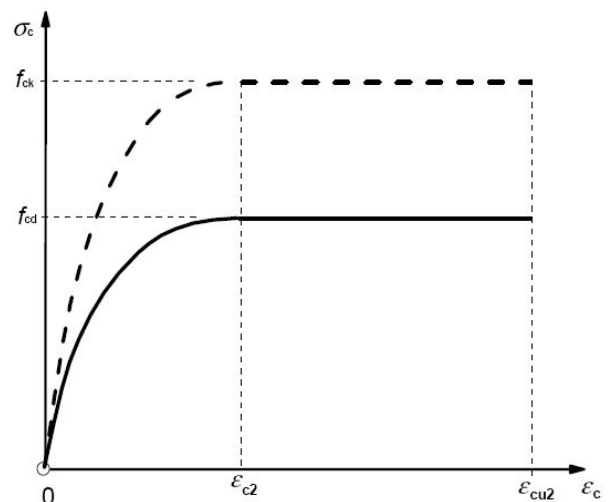


Figura 2.2 – Relação de tensão – extensão do betão segundo a NP EN 1992 – 1 – 1 [4]

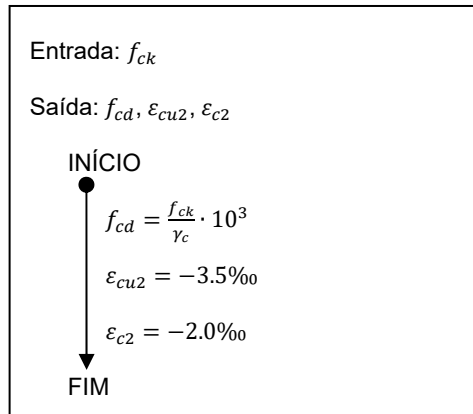
Considerando apenas o modelo de tensão-extensão no betão para o EC2, Figura 2.2, definiu-se à partida que a presente dissertação, focar-se-á em betões correntes, ou seja, inferiores ou iguais à classe de resistência à compressão C50/60. Deste modo, o modelo de tensões-extensões adotado é do tipo parábola-retângulo, que segundo a cláusula 3.1.7 da referida norma, obtêm-se através das expressões que se seguem:

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right], 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (2.1)$$

$$\sigma_c = f_{cd}, \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \quad (2.2)$$

O fator ε_{c2} consiste na extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima, sendo o ponto de transição do diagrama parabólico para o retangular. Por outro lado, ε_{cu2} é definido como a extensão última do betão à compressão, enquanto que o expoente n depende da classe do betão. Para classes de resistência correntes, as variáveis acima definidas tomam os valores de 2.0‰, 3.5‰ e 2.0 respectivamente. Deste modo, é possível fazer uma sub-rotina com os parâmetros mecânicos conforme o descrito no Quadro 2.1.

Quadro 2.1– Dados relativos aos materiais: Betão



Apenas contemplando betões correntes ($n=2$), é possível simplificar a equação 2.1, à qual, multiplicando a largura da secção transversal (que é constante), obtêm-se a força resultante no troço parabólico do diagrama de tensões no betão, presente na equação 2.3:

$$F_c = b \cdot f_{cd} \cdot \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] d\varepsilon \quad (2.3)$$

A teoria de Euler-Bernoulli estabelece um modelo de tensão-extensão que define que uma secção sujeita a um momento fletor permanece plana depois de se deformar, possuindo uma superfície neutra em que ao longo da qual as extensões e tensões normais são nulas. Definiu ainda que as extensões variam linearmente na peça [8], como se pode constatar na Figura 2.3.

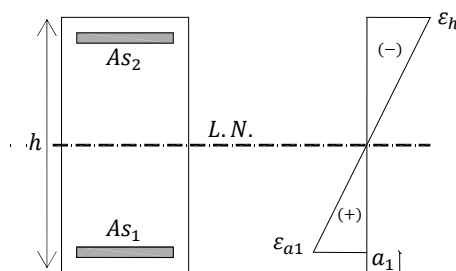


Figura 2.3 – Diagrama de extensões na peça de betão armado (Caso geral)

A resolução do integral da equação 2.3, pode ser realizada de forma numérica (aproximada) ou analítica (exata). A integração numérica consiste em dividir o domínio do problema em parcelas mais pequenas, mais fáceis de calcular, conduzindo a uma solução do sistema global através da compatibilização das condições de fronteira de cada elemento, como o exemplo que se pode comprovar na Figura 2.4. Tal simplificação traduz-se num valor final aproximado. Com o aumento do rigor dos resultados, conduzir-se-á a um número de cálculos, elaborados internamente, demasiado elevado [9].

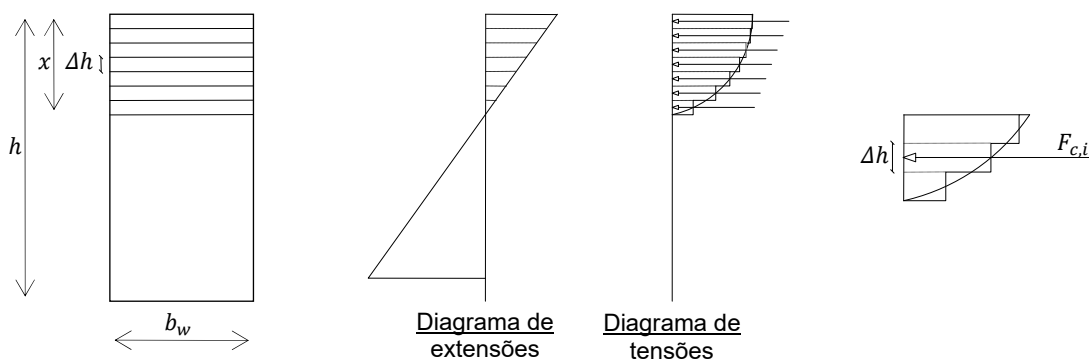


Figura 2.4 – Exemplo de integração numérica. Adaptado de [9]

Por outro lado, temos a integração exata, na qual é necessário desenvolver expressões analíticas que definem uma determinada função. Na presente dissertação optou-se por esta metodologia, pois permite resultados exatos ao invés dos aproximados.

Posto isto, é necessário deduzir a expressão que define as extensões ao longo do elemento (equação de uma reta), como o demonstrado na Figura 2.3, a fim de realizar uma mudança de variável à equação 2.3:

$$\varepsilon = \varepsilon_{a1} + \frac{(\varepsilon_h - \varepsilon_{a1})}{h - a_1} \cdot (x - a_1) \quad (2.4)$$

Deste modo, obtém-se o seguinte integral:

$$F_c = b \cdot f_{cd} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_{a1} + \frac{(\varepsilon_h - \varepsilon_{a1})}{h - a_1} \cdot (x - a_1)}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right] dx \quad (2.5)$$

Desenvolvendo a divisão presente na equação acima, teremos:

$$\frac{\varepsilon_{a1} + \frac{(\varepsilon_h - \varepsilon_{a1})}{h - a_1} \cdot (x - a_1)}{\varepsilon_{c2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{c2}} + \frac{x \cdot \varepsilon_h}{h \cdot \varepsilon_{c2} - a_1 \cdot \varepsilon_{c2}} - \frac{x \cdot \varepsilon_{a1}}{h \cdot \varepsilon_{c2} - a_1 \cdot \varepsilon_{c2}} - \frac{a_1 \cdot \varepsilon_h}{h \cdot \varepsilon_{c2} - a_1 \cdot \varepsilon_{c2}} + \frac{a_1 \cdot \varepsilon_{a1}}{h \cdot \varepsilon_{c2} - a_1 \cdot \varepsilon_{c2}} \quad (2.6)$$

Simplificando e pondo em evidência os termos que têm um valor constante, chega-se a:

$$A = \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_{a1}}{\varepsilon_{c2} \cdot (h - a_1)} \quad (2.7)$$

$$B = \frac{1}{\varepsilon_{c2}} \cdot \left(\frac{(\varepsilon_{a1} - \varepsilon_h) \cdot a_1}{h - a_1} + \varepsilon_{a1} \right)$$

Após as simplificações obtidas em 2.7 é possível fazer a respetiva substituição na equação 2.5, obtendo-se o seguinte:

$$F_c = b \cdot f_{cd} \cdot \int_{x_1}^{x_2} 1 - [1 - (A \cdot x + B)]^2 dx \quad (2.8)$$

Desenvolvendo novamente o argumento da expressão 2.8, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 1 - [1 - (A \cdot x + B)]^2 &\Leftrightarrow 2 \cdot A \cdot x - 2 \cdot A \cdot B \cdot x - A^2 \cdot x^2 - B^2 + 2 \cdot B \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow 2 \cdot A \cdot x \cdot \left(\frac{-A \cdot x}{2} - B + 1 \right) + B \cdot (-B + 2)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Integrando a primeira parcela da equação 2.9, chega-se a:

$$\begin{aligned}
 &\int_{x_1}^{x_2} 2 \cdot A \cdot x \cdot \left(\frac{-A \cdot x}{2} - B + 1 \right) dx \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow A \cdot x_2^2 - A \cdot x_1^2 + \frac{A^2 \cdot x_1^3}{3} - \frac{A^2 \cdot x_2^3}{3} + A \cdot B \cdot x_1^2 - A \cdot B \cdot x_2^2 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow A \cdot \left(-x_1^2 + x_2^2 + A \cdot \left(\frac{x_1^3}{3} - \frac{x_2^3}{3} \right) + B \cdot (x_1^2 - x_2^2) \right)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Integrando a segunda parcela da expressão 2.8, obtém-se:

$$\int_{x_1}^{x_2} B \cdot (-B + 2) dx = B \cdot (x_1 - x_2) \cdot (B - 2) \tag{2.11}$$

Somando e simplificando as parcelas:

$$\begin{aligned}
 F_c &= b \cdot fcd \cdot \left[A \cdot \left(-x_1^2 + x_2^2 + A \cdot \left(\frac{x_1^3}{3} - \frac{x_2^3}{3} \right) + B \cdot (x_1^2 - x_2^2) \right) + B \cdot (x_1 - x_2) \cdot (B - 2) \right] \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_c = b \cdot fcd \cdot A \cdot \left[-x_1^2 + x_2^2 + A \cdot \left(\frac{x_1^3}{3} - \frac{x_2^3}{3} \right) + B \cdot (x_1^2 - x_2^2) + \frac{B}{A} \cdot (x_1 - x_2) \cdot (B - 2) \right] \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow F_c = b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[\left(-1 + \frac{A}{3} \cdot \frac{x_1^3 - x_2^3}{x_1^2 - x_2^2} \right) + B + \frac{B}{A} \cdot \frac{(x_1 - x_2)}{x_1^2 - x_2^2} \cdot (B - 2) \right]
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Fazendo novamente uma mudança de variável:

$$C = \frac{x_1^3 - x_2^3}{x_1^2 - x_2^2} \quad (2.13)$$

$$F_c = b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[-1 + \frac{A}{3} \cdot C + B + \frac{B^2 - 2 \cdot B}{A \cdot (x_1 + x_2)} \right] \quad (2.14)$$

Substituindo o argumento dentro de parêntesis retos na expressão 2.14 por uma variável D obtém-se:

$$D = \frac{A}{3} \cdot C + \frac{B^2 - 2 \cdot B}{A \cdot (x_1 + x_2)} + B - 1 \quad (2.15)$$

Após as simplificações assumidas anteriormente, é possível obter a equação 2.16, definindo-se, desta forma, a força de compressão no betão para a sua parcela parabólica.

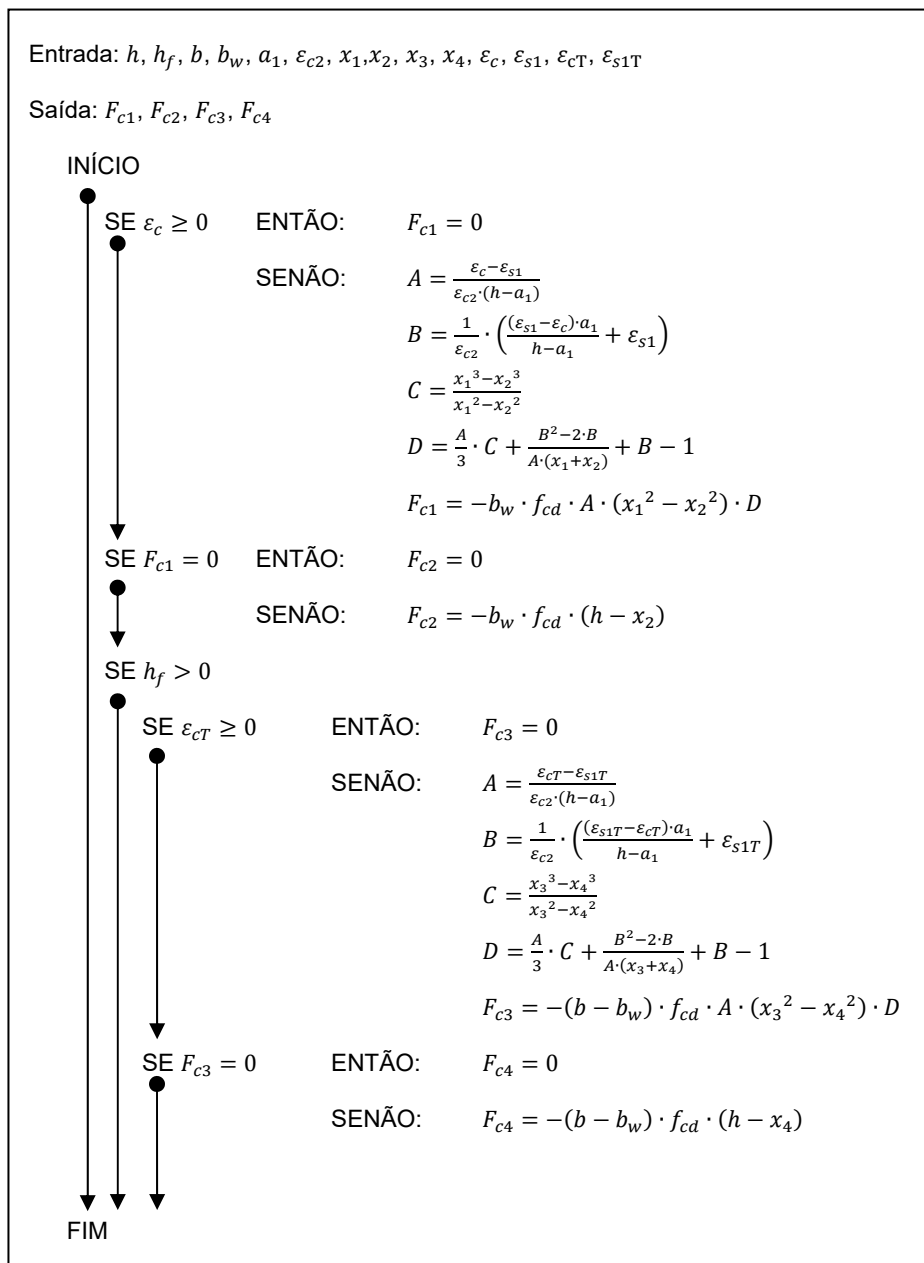
$$F_{c1} = b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot D \quad (2.16)$$

Por outro lado, a força de compressão resultante da parcela retangular do diagrama de betão só existe quando o betão está sujeito a extensões entre ε_{c2} e ε_{cu2} , sendo a força atuante obtida pela área dessa parcela multiplicada pela tensão de cálculo do betão, originando assim o disposto na equação 2.17.

$$F_{c2} = b \cdot fcd \cdot (h - x_2) \quad (2.17)$$

Desta forma, foi possível criar a rotina para o cálculo das forças de compressão no betão, apresentando-se no Quadro 2.2 o seu pseudo-código.

Quadro 2.2 – Determinação das forças de compressão no betão



De modo a posteriormente se proceder ao equilíbrio de momentos da secção de betão armado, é necessário conhecer o braço da força de compressão resultante do diagrama de tensão do troço parabólico, Figura 2.5, sendo esta, medida desde o limite inferior da peça. A referida distância é definida pelos seguintes integrais:

$$X_{Fc1_0} = \frac{\int x \cdot \sigma_c}{\int \sigma_c} \quad (2.18)$$

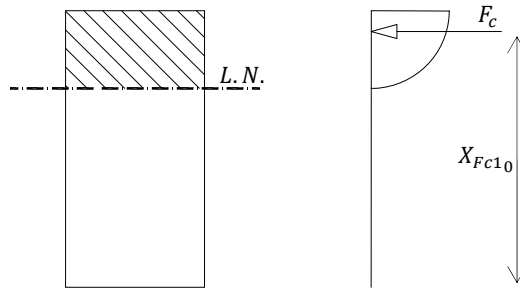


Figura 2.5 – Representação do braço da força do diagrama de tensão do troço parabólico

Dado que o denominador da equação 2.18 é dado pela expressão 2.16, é necessário resolver o numerador:

$$x \cdot (1 - [1 - (A \cdot x + B)]^2) \Leftrightarrow 2 \cdot A \cdot x^2 - 2 \cdot A \cdot B \cdot x^2 - A^2 \cdot x^3 - B^2 \cdot x + 2 \cdot B \cdot x \Leftrightarrow \quad (2.19)$$

Pondo em evidência termos semelhantes, obtêm-se as seguintes equações:

$$2 \cdot A \cdot x^2 - 2 \cdot A \cdot B \cdot x^2 - A^2 \cdot x^3 = 2 \cdot A \cdot x^2 \cdot \left(-B - \frac{A \cdot x}{2} + 1\right) \quad (2.20)$$

$$-B^2 \cdot x + 2 \cdot B \cdot x = B \cdot x \cdot (-B + 2) \quad (2.21)$$

Integrando a equação 2.20, obtêm-se:

$$\begin{aligned} & \int_{x_1}^{x_2} 2 \cdot A \cdot x^2 \cdot \left(-B - \frac{A \cdot x}{2} + 1\right) dx \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \frac{A^2 \cdot x_1^4}{4} - \frac{A^2 \cdot x_2^4}{4} + \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot x_1^3}{3} - \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot x_2^3}{3} - \frac{2 \cdot A \cdot x_1^3}{3} + \frac{2 \cdot A \cdot x_2^3}{3} \Leftrightarrow \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\Leftrightarrow A \cdot \left(\frac{A}{4} \cdot (x_1^4 - x_2^4) + \frac{2}{3} \cdot (-x_1^3 + x_2^3) \right) + \frac{2 \cdot A \cdot B}{3} \cdot (x_1^3 - x_2^3)$$

Integrando a equação 2.21, chega-se a:

$$\int_{x_1}^{x_2} B \cdot x \cdot (-B + 2) dx = \frac{B \cdot (x_1^2 - x_2^2)}{2} \cdot (B - 2) \quad (2.23)$$

Somando e simplificando as parcelas:

$$\begin{aligned} & A \cdot \left(\frac{A}{4} \cdot (x_1^4 - x_2^4) + \frac{2}{3} \cdot (-x_1^3 + x_2^3) \right) + \frac{2 \cdot A \cdot B}{3} \cdot (x_1^3 - x_2^3) + \frac{B \cdot (x_1^2 - x_2^2)}{2} \cdot (B - 2) \\ & A \cdot \left[\frac{A}{4} \cdot (x_1^4 - x_2^4) + \frac{2}{3} \cdot (-x_1^3 + x_2^3) + \frac{2 \cdot A \cdot B}{3 \cdot A} \cdot (x_1^3 - x_2^3) + \frac{B \cdot (x_1^2 - x_2^2)}{2 \cdot A} \cdot (B - 2) \right] \\ & A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[\frac{A}{4} \cdot \frac{(x_1^4 - x_2^4)}{(x_1^2 - x_2^2)} + \frac{2}{3} \cdot \frac{(-x_1^3 + x_2^3)}{(x_1^2 - x_2^2)} + \frac{2 \cdot B}{3} \cdot \frac{(x_1^3 - x_2^3)}{(x_1^2 - x_2^2)} + \frac{B}{2 \cdot A} \cdot (B - 2) \right] \\ & A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[\frac{A}{4} \cdot (x_1^2 + x_2^2) + \frac{2}{3} \cdot \frac{(-x_1^3 + x_2^3)}{(x_1^2 - x_2^2)} \cdot (-1 + B) + \frac{B^2 - 2 \cdot B}{2 \cdot A} \right] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Fazendo novamente a mudança de variável em 2.13:

$$b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[\frac{A}{4} \cdot (x_1^2 + x_2^2) + \frac{2 \cdot C}{3} \cdot (-1 + B) + \frac{B^2 - 2 \cdot B}{2 \cdot A} \right] \quad (2.25)$$

Para a obtenção do braço da parábola, é necessário resolver a equação 2.18:

$$X_{Fc1_0} = \frac{b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot \left[\frac{A}{4} \cdot (x_1^2 + x_2^2) + \frac{2 \cdot C}{3} \cdot (-1 + B) + \frac{B^2 - 2 \cdot B}{2 \cdot A} \right]}{b \cdot fcd \cdot A \cdot (x_1^2 - x_2^2) \cdot D} \quad (2.26)$$

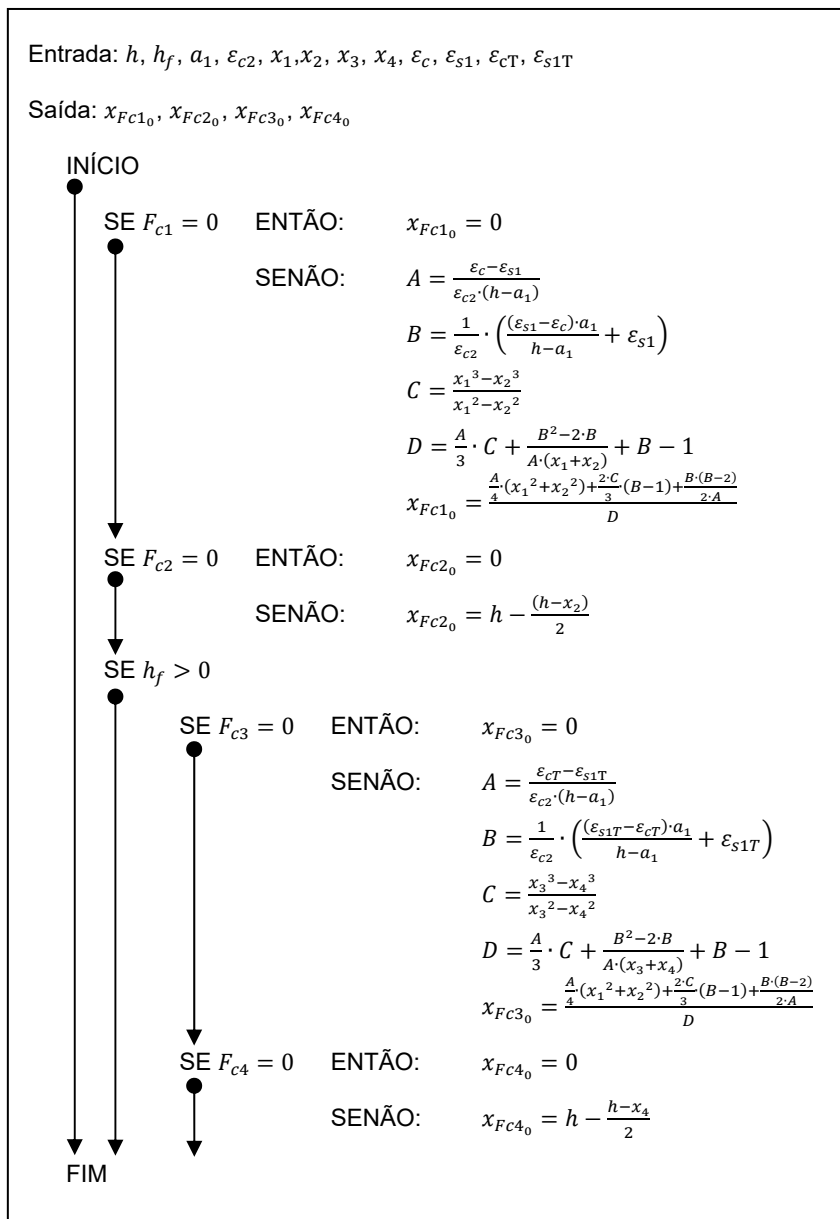
$$X_{Fc1_0} = \frac{\left[\frac{A}{4} \cdot (x_1^2 + x_2^2) + \frac{2 \cdot C}{3} \cdot (B - 1) + \frac{B \cdot (B - 2)}{2 \cdot A} \right]}{D}$$

Por outro lado, o braço da força de compressão resultante da parcela retangular do diagrama de tensão-extensão é obtido pela equação 2.27:

$$X_{Fc2_0} = h - \frac{h - x_2}{2} \quad (2.27)$$

Posto isto, foi possível criar a rotina para o cálculo do braço das forças de compressão no betão, apresentando-se no Quadro 2.3 o seu pseudo-código.

Quadro 2.3 – Cálculo do braço das forças de compressão no betão



2.1.2 NAS ARMADURAS ORDINÁRIAS

As relações de tensão-extensão do aço para armaduras ordinárias foram alvo de revisões profundas, sendo que na anterior legislação era adotado um modelo elasto-plástico constituído por dois troços retos, em que no primeiro considera-se um declive correspondente ao módulo de elasticidade e no segundo admite-se que não existe endurecimento, pelo que o declive é nulo. O valor da extensão deste modelo para esforços de compressão é de 3.5‰, enquanto para tração é de 10‰, como se pode verificar na Figura 2.6 [7].

Segundo a nova norma, a relação tensão-extensão é dada por um modelo bi-linear, Figura 2.7, semelhante ao elástico-perfeitamente-plástico, contudo esta contém a particularidade de considerar endurecimento após a cedência do material através do coeficiente de majoração k , que se obtém no Anexo C do EC2, cujo excerto se pode ver no Quadro 2.4. Os valores de extensão, neste caso, são iguais tanto à compressão como à tração, contudo variam consoante a classe de aço utilizada, em que para qualquer uma das classes, a capacidade de alongamento do material é significativamente superior à definida no REBAP [4].

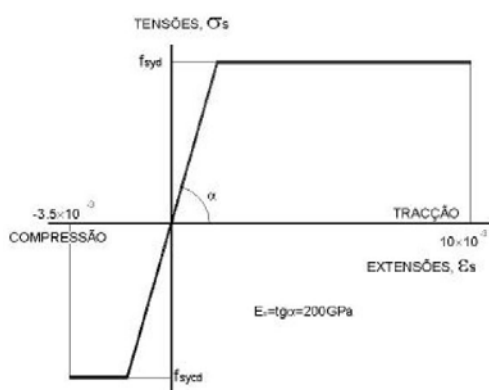


Figura 2.6 – Relação de tensão-extensão do aço segundo o REBAP [7]

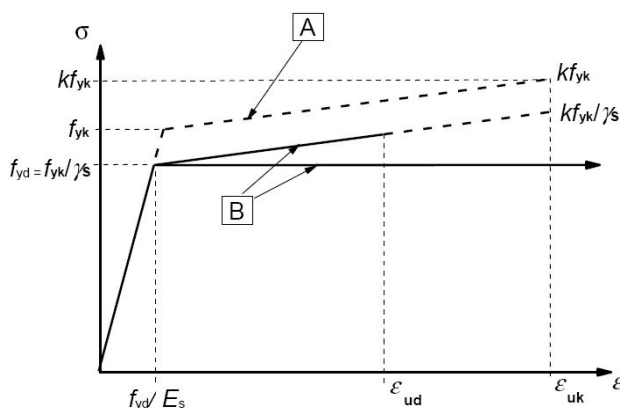


Figura 2.7 – Relação de tensão-extensão do aço segundo o NP EN 1992 – 1 – 1 [4]

Quadro 2.4 – Características das classes de aço [4]

Forma do produto	Varões e fios		
	A	B	C
Classe	A		
Valor característico da tensão de cedência f_{yk} ou $f_{0,2k}$ (MPa)	400 a 600		
Valor mínimo de $k = (f_t/f_y)_k$	≥1,05	≥1,08	≥1,15 <1,35
Valor característico da extensão à tensão máxima, ϵ_{uk} (%)	≥2,5	≥5,0	≥7,5

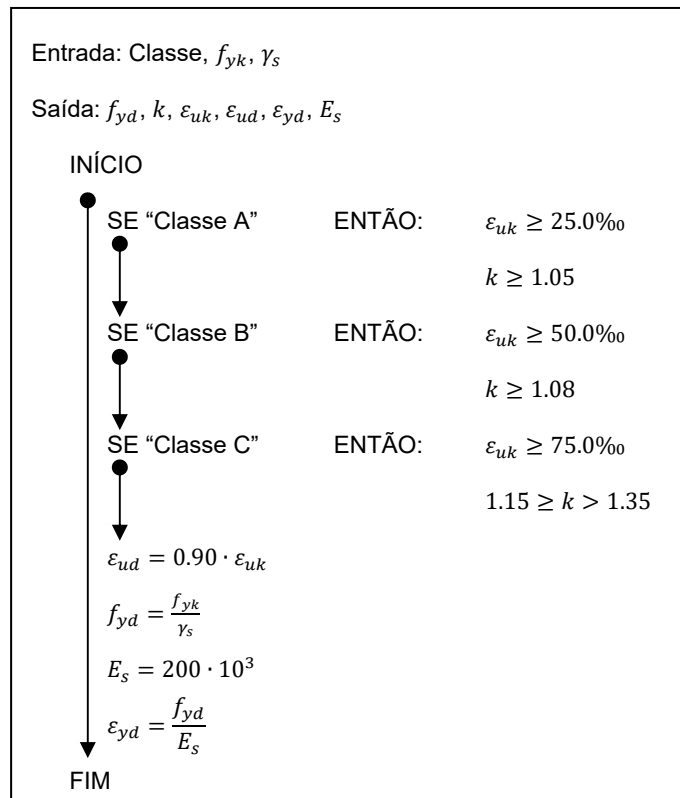
No Quadro 2.5 estão definidas as armaduras mínimas que são necessárias utilizar para respeitar cada uma das classes de aço definidas pelo EC2. Constata-se que deixou de ser possível a utilização do aço A235, até então utilizado.

Quadro 2.5 – Descrição das classes de aço [4]

Armaduras	Classe
A400 ou A500 NR de ductilidade especial	C
A400 ou A500 NR	B
A500 ER	A

Tendo em conta o quadro anterior, foi possível criar uma rotina para as características mecânicas do aço, dependentes da sua classe, Quadro 2.6.

Quadro 2.6 – Dados relativos aos materiais: Aço



Adotando o modelo de tensão-extensão da Figura 2.7 é possível definir as equações de cada um dos seus domínios.

Para a fase elástica através da Lei de Hooke, obtém-se a seguinte expressão:

$$\sigma_{s,i} = E_s \cdot \varepsilon_s \quad (2.28)$$

Por outro lado, para a fase plástica é necessário deduzir a expressão que a define, da seguinte forma

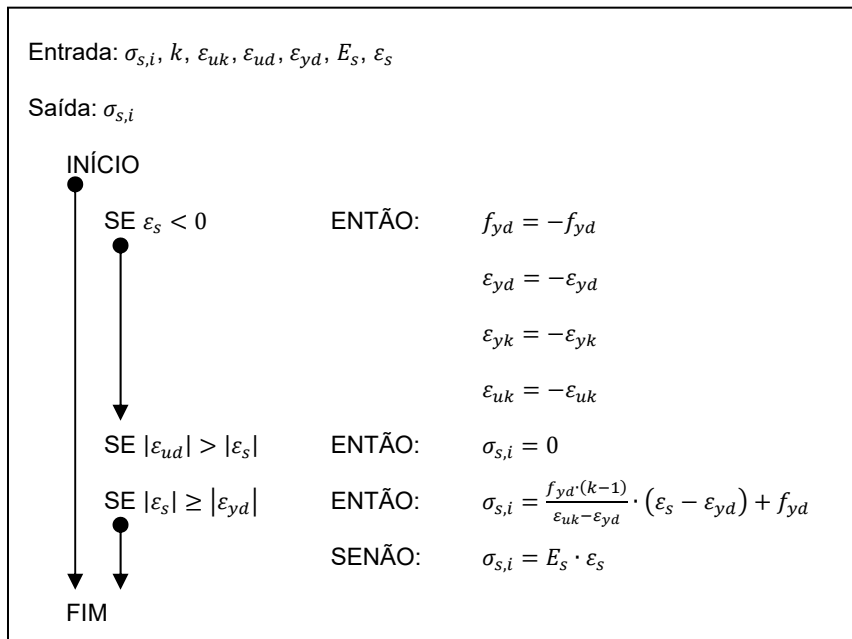
$$\frac{k \cdot f_{yd} - f_{yd}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} = \frac{\sigma_{s,i} - f_{yd}}{\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{yd}} \quad (2.29)$$

Simplificando, obtém se a seguinte expressão final

$$\sigma_{s,i} = \frac{f_{yd} \cdot (k - 1)}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} \cdot (\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{yd}) + f_{yd} \quad (2.30)$$

Com base no exposto anteriormente, foi possível elaborar a rotina para o cálculo da tensão existente numa determinada armadura, demonstrado no Quadro 2.7.

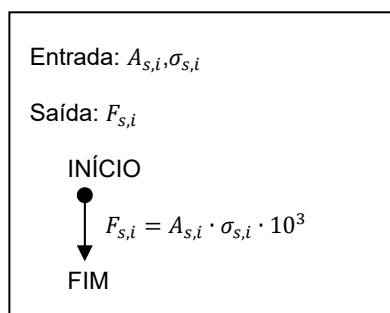
Quadro 2.7 – Cálculo da tensão existente nas armaduras ordinárias



Para o cálculo da força correspondente a cada armadura existente na peça de betão armado, recorre-se à equação 2.31, proveniente da resistência dos materiais, sendo possível posteriormente elaborar a rotina para a sua determinação, Quadro 2.8.

$$F_{s,i} = A_{s,i} \cdot \sigma_{s,i} \quad (2.31)$$

Quadro 2.8 – Determinação das forças existentes nas armaduras



3. DIMENSIONAMENTO PELA CAPACIDADE REAL

Para uma melhor compreensão da filosofia de projeto sísmico pelo método da capacidade real, considerar-se-á uma corrente metálica constituída por elos de comportamento frágil e por elos dúcteis, Figura 3.1.

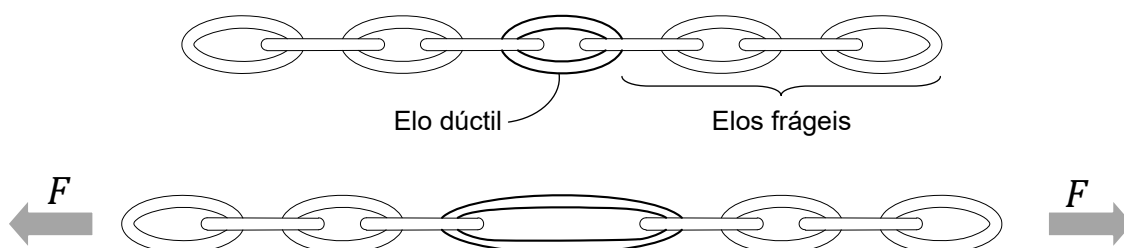


Figura 3.1 – Corrente de elos. Adaptado de [10]

Aplicando uma força F na corrente, esta será transmitida igualmente a cada um dos elos constituintes da corrente. Com o aumento da força F , a corrente acabará por partir, como consequência da rotura do elo menos resistente.

Se o elo dúctil for o mais fraco (i.e. possuir uma menor capacidade de carga), então, a corrente irá ter um grande alongamento antes de partir. Pelo contrário, se o elemento que origine a rotura for frágil, a corrente irá quebrar bruscamente e apresentará um pequeno alongamento. Portanto, para que a corrente seja globalmente dúctil, é necessário garantir que o elemento mais fraco é dúctil, caso contrário teremos uma corrente com comportamento globalmente frágil, como se pode constatar na Figura 3.2. [10]

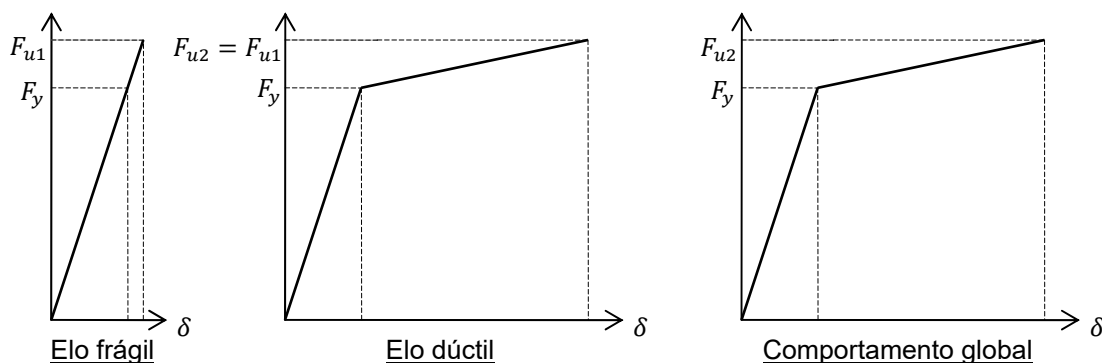


Figura 3.2 – Diagramas de tensão-extensão. Adaptado de [11]

Conclui-se que ao proceder-se a um pequeno aumento da resistência dos elos frágeis, é possível garantir um grande aumento da ductilidade global, com a total mobilização da contribuição dos elos dúcteis.

Desta forma, estabelecendo uma hierarquia de resistências para os elementos de uma estrutura, assegurar-se-á que o comportamento global da estrutura será dúctil, garantindo um aumento da capacidade de dissipação de energia da estrutura.

O dimensionamento pela capacidade real é um método que tem em conta a real capacidade resistente de flexão de secções críticas da estrutura, forçando o edifício a ter um determinado comportamento não linear desejado, aquando da ocorrência de um fenómeno sísmico.

Esse comportamento assenta sobre os pressupostos:

- A ação sísmica aplica-se à estrutura por intermédio de forças horizontais, proporcionais à massa do piso do edifício, incrementando gradualmente até alcançar o seu estado de pré-colapso;
- As regiões críticas da estrutura, denominadas por rótulas plásticas, se localizem em zonas previamente determinadas para que o mecanismo de colapso simule um comportamento dúctil.

Como a ductilidade é a capacidade de dissipação de energia de um fenómeno sísmico, esta depende do elemento pilar, sendo necessário definir *a priori* as regiões críticas, de modo a assegurar a formação de rótulas plásticas por flexão, evitando roturas frágeis, como as resultantes do esforço transversal, mantendo, desta forma, a restante estrutura em regime elástico [10].

O método de dimensionamento pela capacidade real estabelece uma hierarquia de resistência dos elementos constituintes da estrutura, impondo que a resistência do pilar seja superior à das vigas adjacentes, garantindo então que as rótulas plásticas se formem nas extremidades das vigas, o que origina um aumento da dissipação de energia, no decorrer das severas deformações impostas à estrutura.

Comparativamente com o dimensionamento direto, surge assim uma grande diferença: Este tipo de análise permite que as estruturas sejam sujeitas a ações sísmicas mais intensas do que as previstas nos regulamentos, evitando o colapso e salvaguardando a vida humana, pois possuem grandes reservas de capacidade de dissipação de energia, ainda que sujeitas a danos muito elevados [5], [10].

Para tal, é necessário garantir que os mecanismos de colapso sejam muito dissipativos de energia, pois só assim é possível explorar eficazmente o comportamento não linear das estruturas, com o conseqüente aumento do coeficiente de comportamento. Como exemplo, apresenta-se na Figura 3.3, a formação das rótulas plásticas em todas as extremidades das vigas da superestrutura, e na base dos pilares e/ou paredes resistentes, ou nas extremidades das vigas de fundação [1].

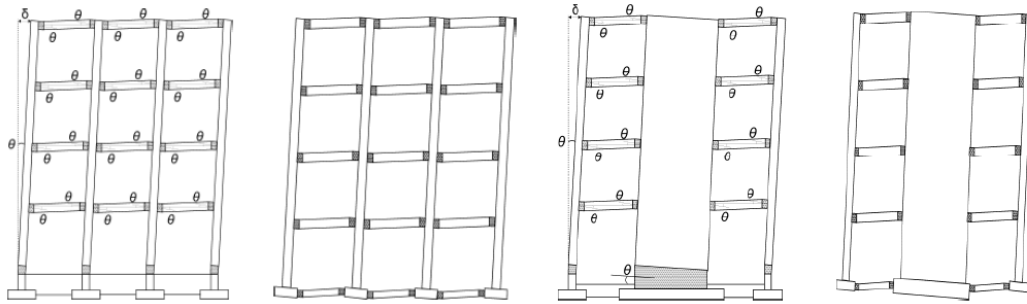


Figura 3.3 – Tipos de mecanismos dissipativos de energia [1]

3.1. METODOLOGIA DE CÁLCULO

Na cláusula 4.4.2.3. do EC8 estabelece-se a premissa base para o desenvolver de toda a metodologia de cálculo, consiste numa verificação de ductilidade global para os Estados Limites Últimos (ELU), em que $\sum M_{Rc}$ e $\sum M_{Rb}$ são a soma dos momentos resistentes dos pilares e das vigas concorrentes num nó, respetivamente.

$$\sum M_{Rc} \geq 1.3 \sum M_{Rb} \quad (3.1)$$

O esforço transversal deve ser determinado de acordo com o critério da capacidade resistente, procurando que a formação de rótulas plásticas de flexão ocorra sem que seja atingida a rotura por esforço transversal, que devido à sua natureza é uma rotura frágil. Desta forma, o esforço cortante é calculado em função dos momentos resistentes da viga, como se apresenta na Figura 3.5 e equação 3.2.

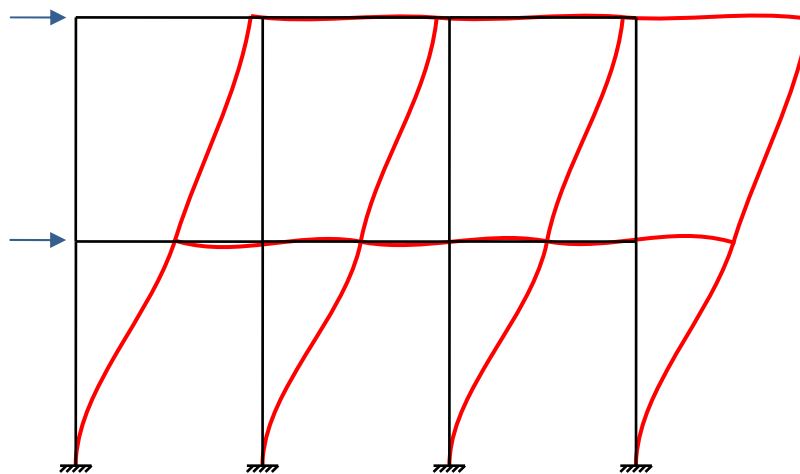


Figura 3.4 – Deformada global. Adaptado de [2]

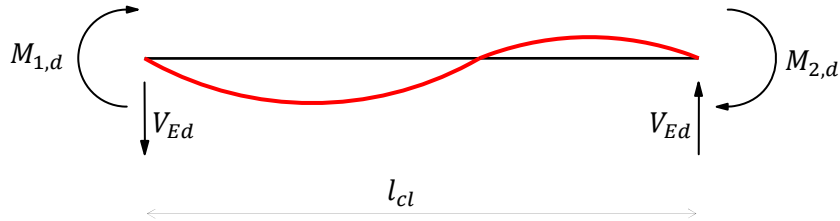


Figura 3.5 – Deformada local. Adaptado de [2]

$$V_{Ed} = \frac{M_{1,d}^+ + M_{2,d}^-}{l_{cl}} \quad (3.2)$$

A cláusula 5.4.2.2 do EC8 apresenta o disposto na Figura 3.6:

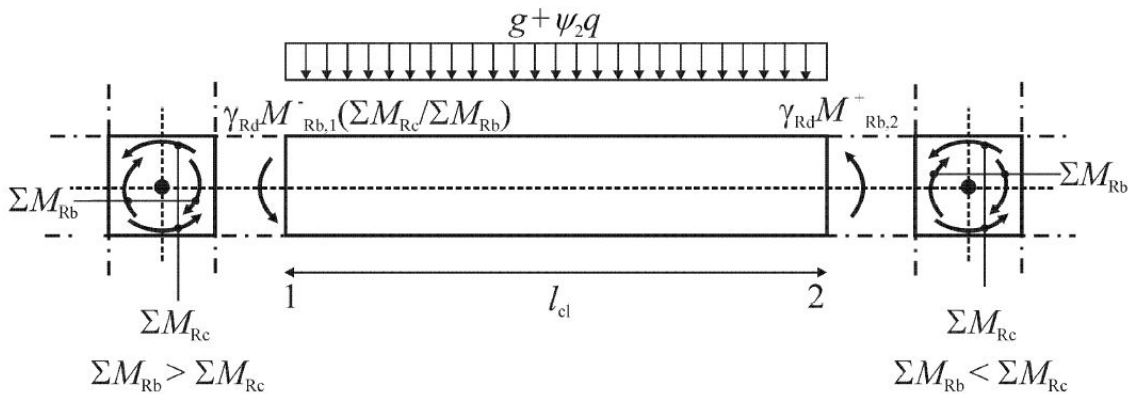


Figura 3.6 – Equilíbrio de uma viga segundo a capacidade real [3]

Constata-se que para o equilíbrio da viga é necessário corrigir a equação 3.2, adicionando a parcela de esforço transversal proveniente do equilíbrio estático para a combinação quase permanente, obtendo-se assim a equação 3.3 para o cálculo do esforço transversal:

$$V_{Ed}' = \frac{M_{1,d}^- + M_{2,d}^+}{l_{cl}} + V_{Ed(g+\psi_2 \cdot q)} \quad (3.3)$$

De modo a determinar o esforço transversal, é necessário calcular os momentos resistentes da viga, que é dado pela expressão 3.4. No caso de vigas de ductilidade média o coeficiente γ_{Rd} , poderá ser considerado igual a 1.0:

$$M_{i,d} = \gamma_{Rd} \cdot M_{Rb,i} , \min \left\{ 1; \frac{\sum M_{Rc}}{\sum M_{Rb}} \right\} \quad (3.4)$$

Em que $M_{i,d}$ é o momento na extremidade i para o cálculo do esforço transversal, $M_{Rb,i}$ consiste no momento resistente da viga nessa mesma extremidade, $\sum M_{Rc}$ e $\sum M_{Rb}$ correspondem à soma dos momentos resistentes provenientes dos pilares e vigas, na extremidade i , respetivamente. $\sum M_{Rc}$ deve ser o esforço no pilar para a combinação envolvendo a combinação sísmica.

Para o cálculo do momento resistente das vigas, é necessário respeitar a abordagem presente na cláusula 5.4.3.1.1 do EC8, a qual indica que se deve contabilizar uma largura efetiva do banzo, correspondente aos troços de laje adjacentes à secção analisada, dependendo essa dimensão do banzo da localização do pilar que essa viga confronta. Na Figura 3.7, apresentam-se os casos possíveis, onde a e b correspondem a confrontações com pilares exteriores com e sem existência de viga transversal, respetivamente. Enquanto c e d correspondem a confrontações com pilares interiores, para as mesmas condições de existência de viga transversal já mencionadas:

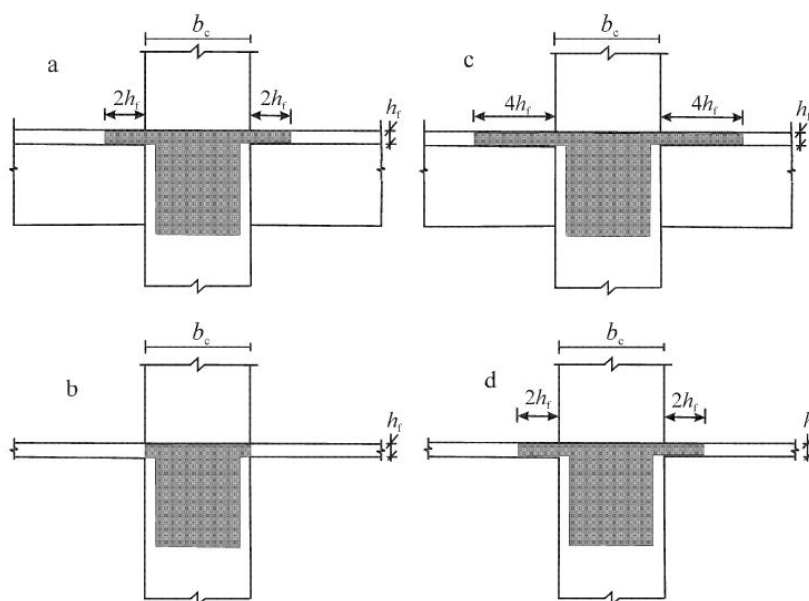


Figura 3.7 – Bancos efetivos para o cálculo do momento resistência da viga [3]

Relativamente aos pilares, estes devem garantir o disposto na equação 3.1 apresentada anteriormente, na qual o pilar tem que possuir uma resistência superior à viga de pelo menos 30%. Sendo que o seu equilíbrio estático é dado pela Figura 3.8:

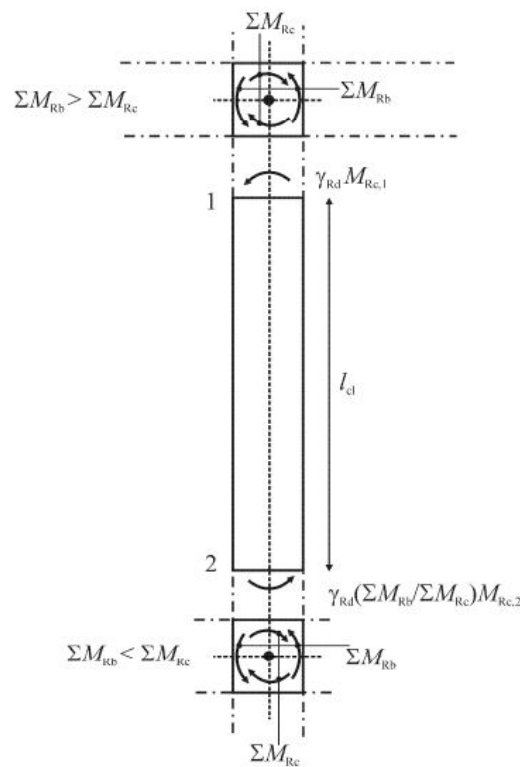


Figura 3.8 – Equilíbrio de um pilar segundo a capacidade real [3]

Após o cálculo do momento atuante no pilar do nó de ligação viga-pilar, em seguimento da aplicação do método de dimensionamento pela capacidade real, há que definir para cada direção, a percentagem do momento que se distribui para o segmento de pilar acima e abaixo do nó em questão. Tal relação surge com o objetivo de uniformizar a quantidade de armadura de flexão ao longo da altura do pilar, que devido ao esforço existente ser de flexão composta, influencia uma variação do esforço axial do pilar.

Esta temática é alvo de grande discussão, pelo que é comum admitir-se uma redistribuição de 45% e 55%, para os pilares acima e abaixo do nó, respetivamente, como se pode comprovar na Figura 3.9.

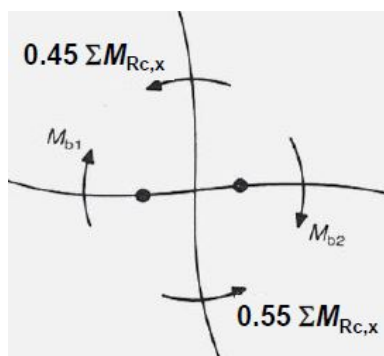


Figura 3.9 – Redistribuição de momentos nos troços acima e abaixo do pilar. Adaptado de [12]

Contudo, Estêvão, J. [11], propõe uma outra abordagem, que consiste em considerar essa percentagem proporcional aos momentos fletores obtidos para a situação de projeto sísmica, em vez de se atribuir uma percentagem fixa para cada segmento. O EC8 possui uma disposição sobre a verificação do pilar à flexão composta, onde permite que se dispense esta verificação para cada direção, caso exista, reduzindo a resistência dos pilares em 30%. Desta forma, e considerando o apresentado, obter-se-á a Figura 3.10 para o sismo da esquerda:

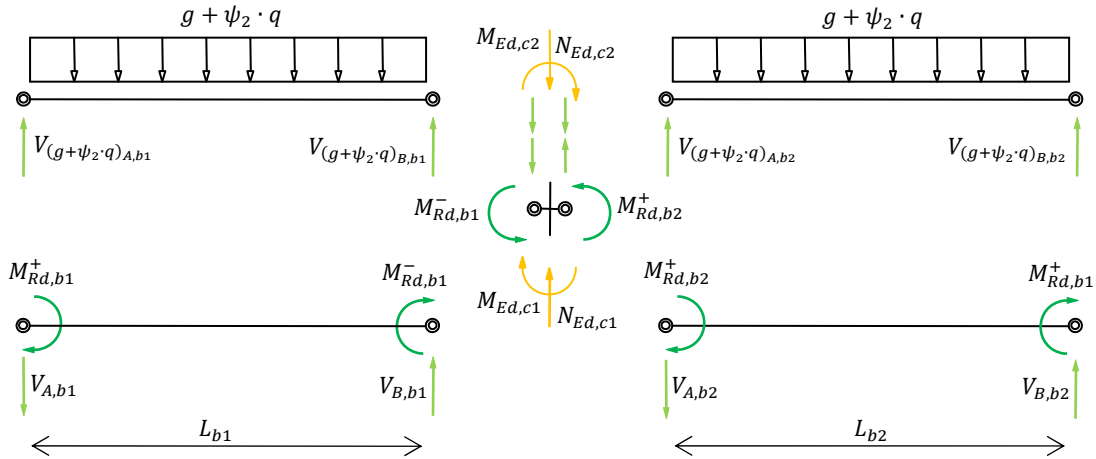


Figura 3.10 – Discretização dos esforços segundo o método da capacidade real. Adaptado de [11]

Sendo que $M_{Rd,b,i}$ consiste na capacidade resistente da secção para momentos negativos e/ou positivos, da viga à esquerda do nó viga-pilar, se $i=1$, ou à sua direita se $i=2$. Enquanto que $V_{A,b,i}$ é definida pela equação 3.2, em que A corresponde à secção à esquerda da viga analisada e B à direita. Por outro lado $V_{(g+\psi_2 \cdot q)}$ corresponde ao esforço transversal em cada extremidade. $M_{Ed,c,i}$ e $N_{Ed,c,i}$ consistem nos valores momento e no esforço axial de cálculo obtidos na análise linear da estrutura. Posto isto, é possível obter a equação 3.5.

$$M_{Ed,c1} = \frac{1.3 \cdot M_{c1}^{linear}}{M_{c1}^{linear} + M_{c2}^{linear}} \cdot \frac{M_{Rd,b1}^{-} + M_{Rd,b2}^{+}}{1 - \gamma_{desviada}} \geq M_{c1}^{linear} \quad (3.5)$$

$$M_{Ed,c2} = \frac{1.3 \cdot M_{c2}^{linear}}{M_{c1}^{linear} + M_{c2}^{linear}} \cdot \frac{M_{Rd,b1}^{-} + M_{Rd,b2}^{+}}{1 - \gamma_{desviada}} \geq M_{c2}^{linear}$$

Onde $M_{c,i}^{linear}$, corresponde ao momento fletor obtido pela análise elástica linear, com o espectro de resposta de dimensionamento devidamente afetado do coeficiente de comportamento. $\gamma_{desviada}$ consiste num coeficiente de 30% de minoração das resistências dos pilares, caso exista flexão desviada.

Desta forma é possível garantir que se formam rótulas plásticas nas vigas e não nos pilares, para que a estrutura dissipe energia, embora nestas circunstâncias não se verifique o equilíbrio de elementos no nó.

Relativamente ao esforço axial a que o pilar será sujeito, este terá origem na soma vetorial do esforço axial do troço de pilar acima da viga com os valores de esforço transversal calculados para as vigas segundo o método da capacidade real, dando origem à equação 3.6:

$$N_{Ed,c1} = -(N_{Ed,c2} + V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{B,b1}} + V_{B,b1} + V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{B,b1}} - V_{A,b2}) \quad (3.6)$$

Os EC2 e EC8 apresentam um conjunto de imposições relativamente aos materiais, dimensões de elementos e esforços máximos admissíveis, os quais se resumiram no Quadro 3.1.

Quadro 3.1 – Disposições para as classes de ductilidade média e alta. Adaptado de [13]

Disposição	DCM	DCH
Classe mínima do betão	C 16/20	C 20/25
Classe do aço	B ou C	C
Largura mínima da alma das vigas	-	0.20m
Dimensão mínima da secção dos pilares	-	0.25m
Fator de sobrerresistência em vigas: γ_{Rd}	1.0	1.2
Fator de sobrerresistência em pilares: γ_{Rd}	1.1	1.3
Esforço axial reduzido máximo em pilares: $v_{max,pilares}$	0.65	0.55
Esforço axial reduzido máximo em paredes: $v_{max,paredes}$	0.40	0.35

3.2. ROTINA DE CÁLCULO

O processo de cálculo para o dimensionamento de pilares segundo o método da capacidade real, está explicado no seguinte fluxograma, Figura 3.11.

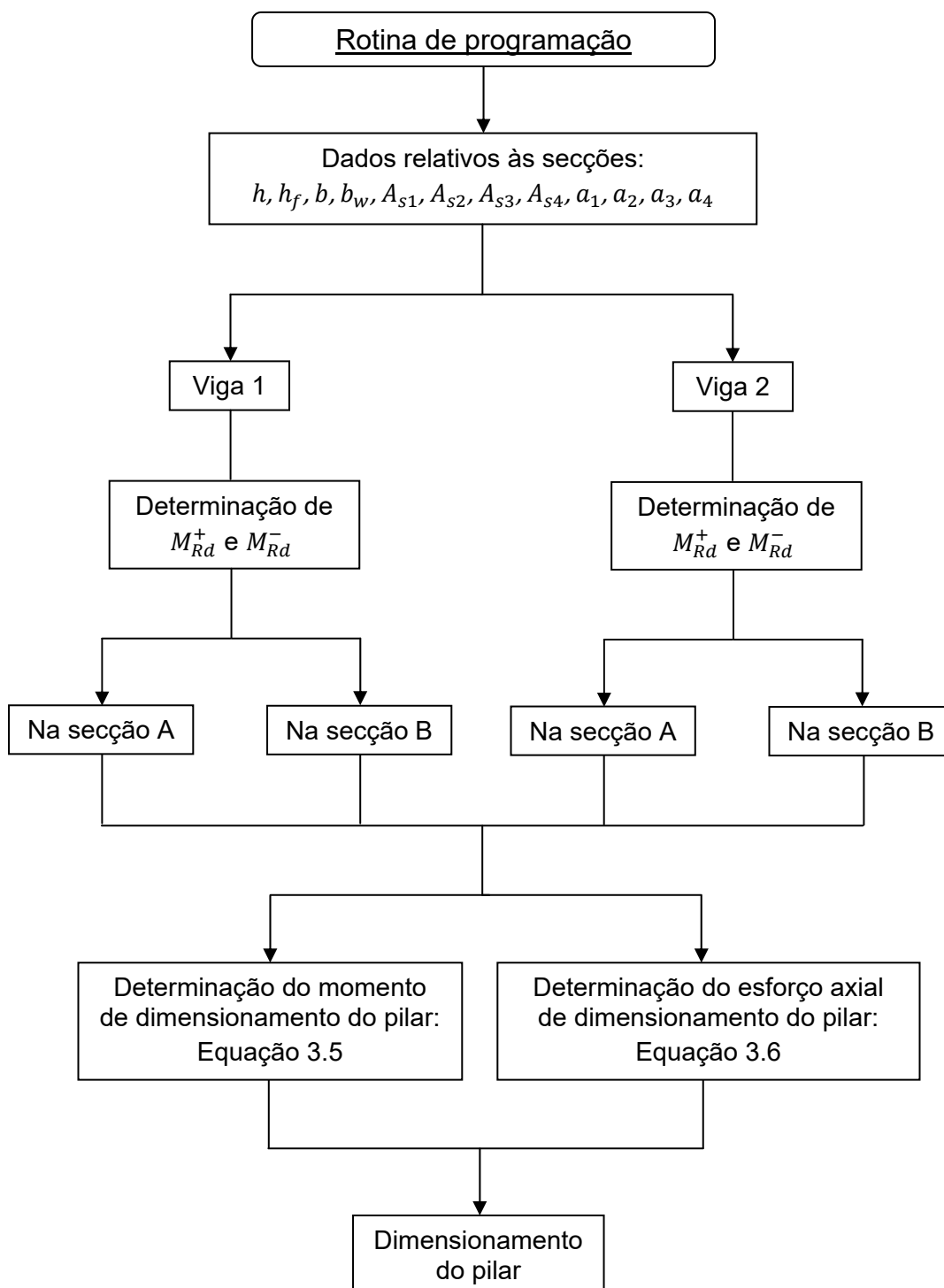


Figura 3.11 – Fluxograma para dimensionamento pelo método da capacidade real

4. CÁLCULO DO MOMENTO RESISTENTE DE VIGAS

O processamento de cálculo para a determinação do momento resistente de uma peça, para posterior utilização no método da capacidade real, está explicado no seguinte fluxograma, Figura 4.1 a e b.

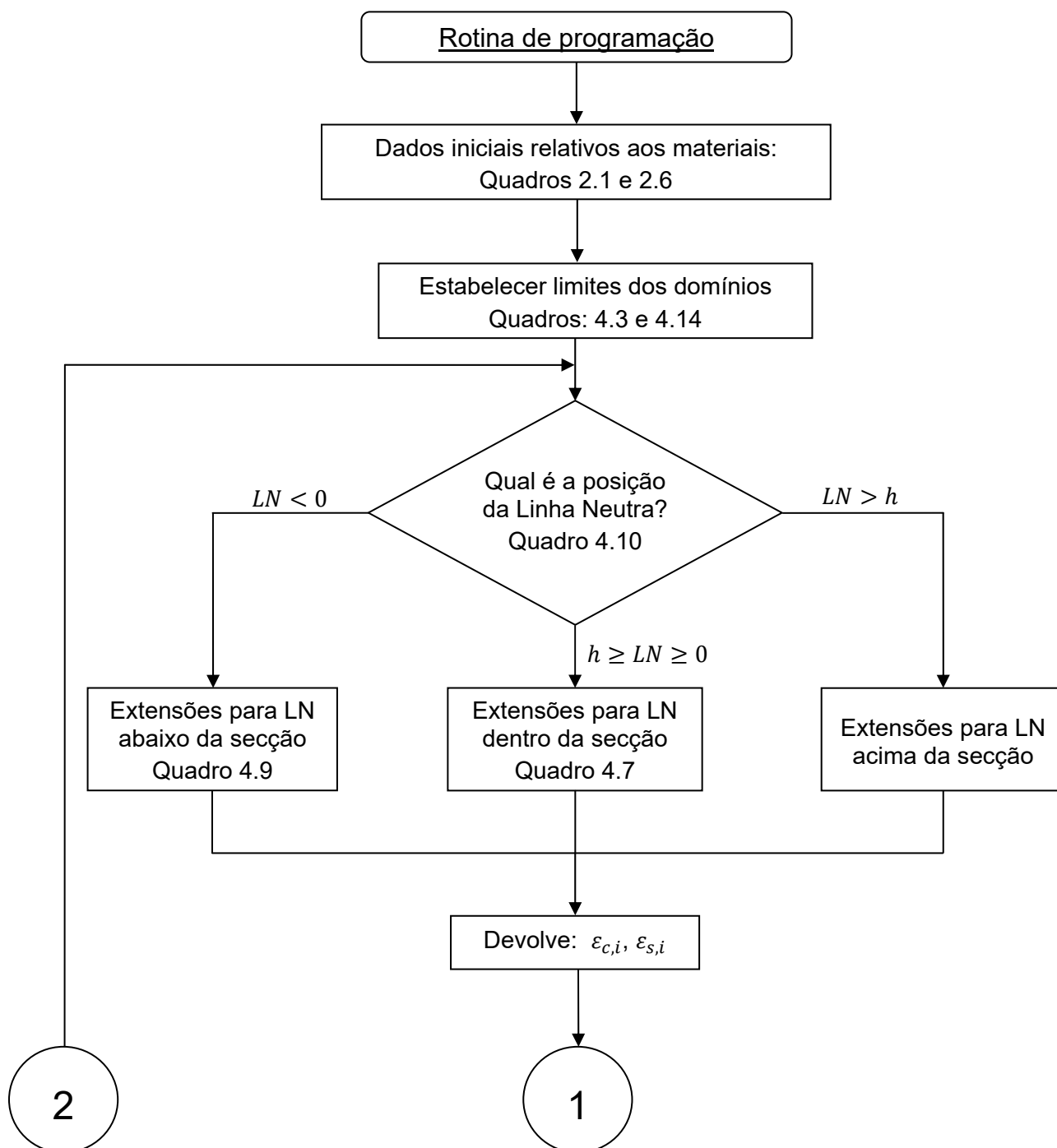


Figura 4.1 a – Fluxograma para o cálculo dos momentos resistentes

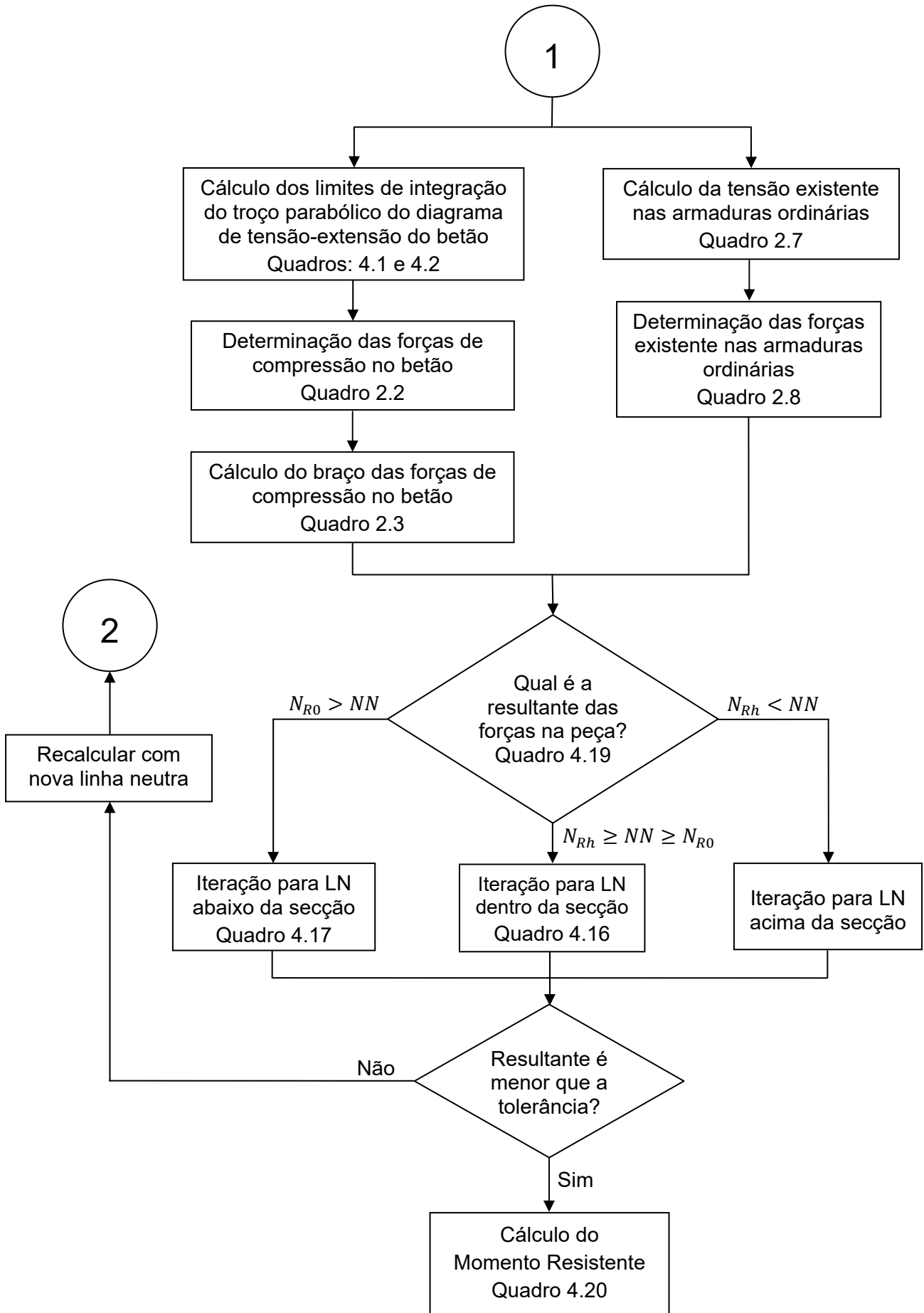


Figura 4.1 b – Fluxograma para o cálculo dos momentos resistentes

4.1. DEDUÇÃO DOS LIMITES DE INTEGRAÇÃO DAS FORÇAS DE BETÃO

Para o cálculo da força de compressão da parcela parabólica do diagrama de betão de acordo com a expressão 2.16, é necessário definir os seus limites de integração, em que para uma secção retangular, são denominados por x_1 para a delimitação inferior e x_2 para a superior. Por outro lado, numa situação em que exista uma viga em T, os limites para o integral correspondem apenas ao início e ao fim da parcela da força resultante nos banzos de betão, x_3 e x_4 , mantendo-se os restantes limites aplicados apenas à alma da secção. De forma a determinar a posição de ambos os limites superiores na peça betão armado, recorreu-se à equação 2.4 já definida anteriormente, igualando-a ao valor de extensão de cedência do betão, ε_{c2} .

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{s1} + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{s1})}{h - a_1} \cdot (x_{sup} - a_1) \quad (4.1)$$

Desenvolvendo a equação 4.1, obtém-se a expressão que define os limites superiores, quando a linha neutra se encontra definida dentro da secção, ou seja, $h \geq LN \geq 0$. Contudo, para as situações em que o valor obtido pela equação 4.2 for superior à altura da peça, este deve tomar o valor h .

$$x_{sup} = \frac{h \cdot (\varepsilon_{c2} - \varepsilon_{s1}) + a_1 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})}{\varepsilon_c - \varepsilon_{s1}} \quad (4.2)$$

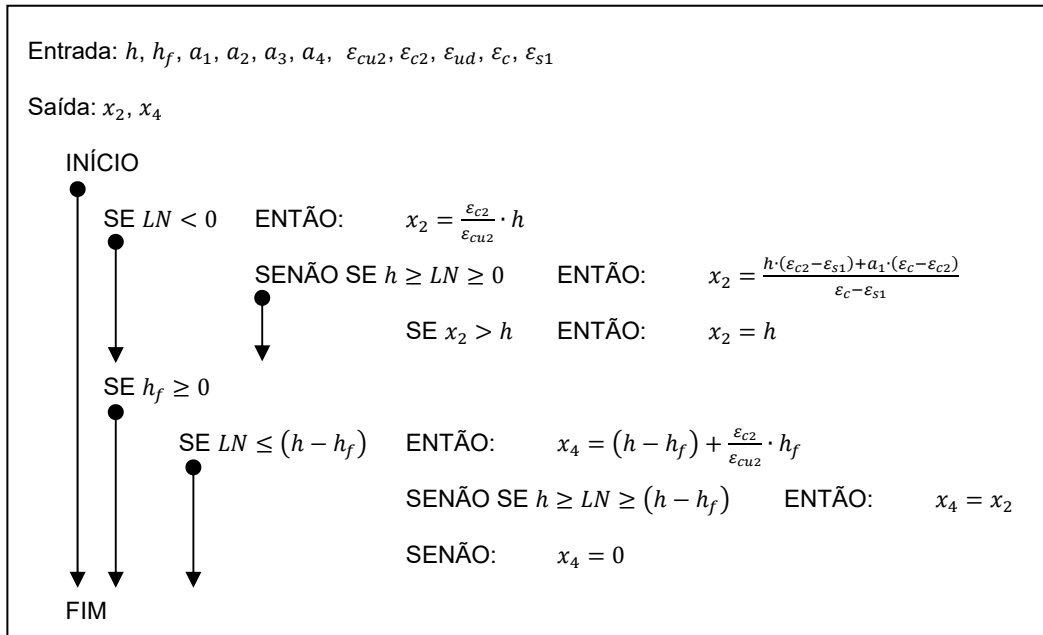
Por outro lado, neste domínio, o limite inferior do integral na alma, x_1 , corresponderá sempre à posição da linha neutra, enquanto que para o banzo, x_3 , este será igual a x_1 , nas situações em que o eixo neutro se localizar ao nível do banzo, ou então, será igual ao limite inferior do mesmo, $h - h_f$, para os restantes casos.

Quando a linha neutra se localizar abaixo da secção, de acordo com o ponto C da Figura 4.2, x_2 toma o valor de $\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h$ e $x_4 = (h - h_f) + \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h_f$. Para esta situação, o valor de x_1 é zero, pois corresponde à origem do referencial definido.

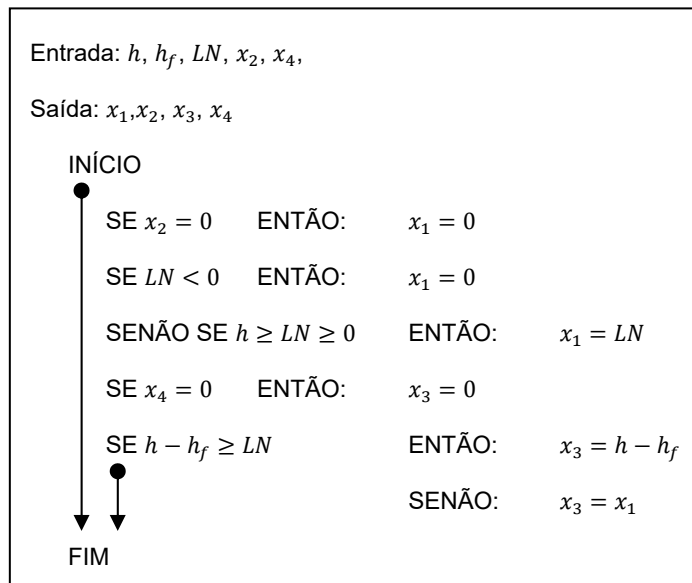
Como se desprezou a resistência do betão à ação de forças de tração, os valores dos limites de integração para esta situação serão nulos, logo não existem forças resultantes no betão devido a esse esforço.

Desta forma, foi possível elaborar duas rotinas para o cálculo dos referidos limites, onde primeiramente se estabelece os valores superiores do integral, Quadro 4.1, e posteriormente é feita uma delimitação inferior, Quadro 4.2.

Quadro 4.1 – Cálculo dos limite superior de integração do troço parabólico do betão



Quadro 4.2 – Cálculo dos limites de integração do troço parabólico do diagrama de tensão-extensão do betão



4.2. DISTRIBUIÇÃO DE EXTENSÕES

Analisando a cláusula 6.1 do EC2 encontra-se o disposto na Figura 4.2, onde é possível identificar os três domínios possíveis na distribuição de extensões ao longo da peça, dependentes da posição da linha neutra:

- Dentro da secção;
- Abaixo da secção;
- Acima da secção.

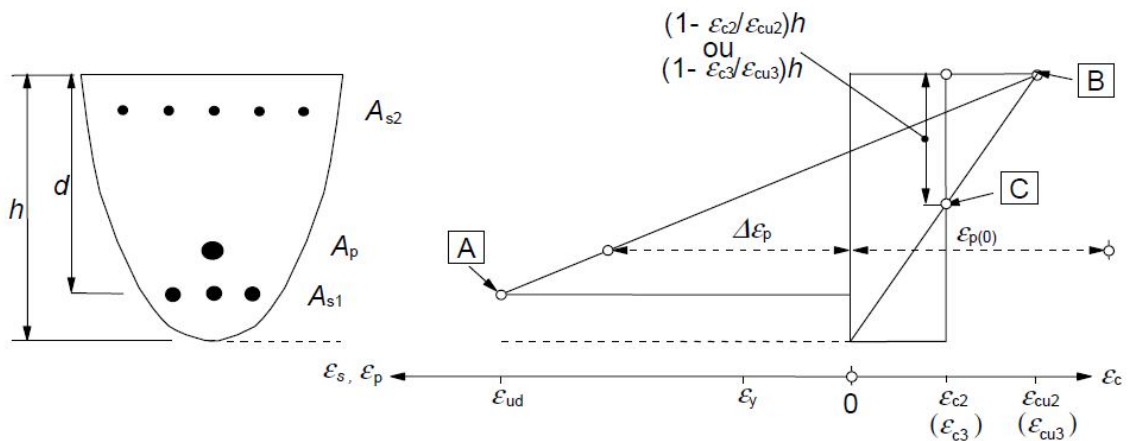


Figura 4.2 – Domínios de extensão [4]

4.2.1. LINHA NEUTRA DENTRO DA SECÇÃO

Neste caso, assume-se que a linha neutra situa-se dentro da peça, ou seja, $h \geq LN \geq 0$. Na Figura 4.3, pode-se comprovar as relações de tensão-extensão existente na peça para a referida situação.

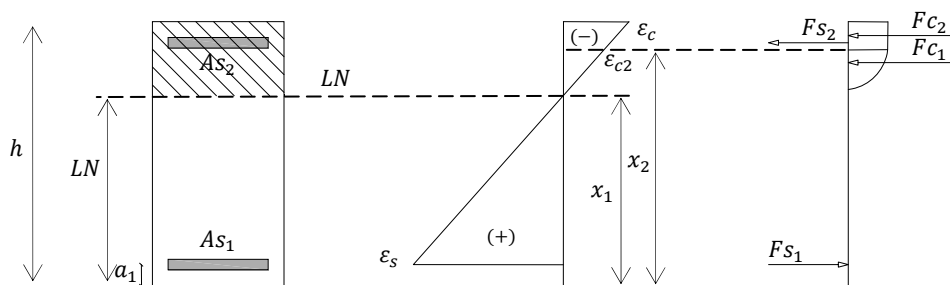


Figura 4.3 – Extensões para linha neutra dentro da secção numa secção retangular

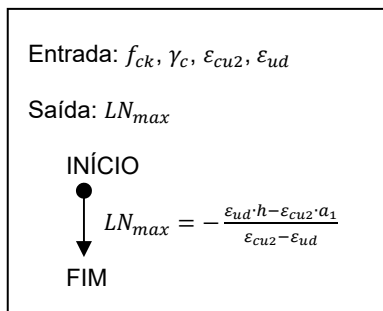
Para estas condições de fronteira, é necessário desenvolver uma expressão que permita definir a posição da linha neutra, onde as extensões dos materiais são máximas. Deste modo, utilizando a equação 2.4, alterou-se os seus termos pelas extensões máximas do betão e do aço, igualando-a $\varepsilon = 0$, obtendo-se a expressão 4.3.

$$0 = \varepsilon_{ud} + \frac{(\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{ud})}{h - a_1} \cdot (LN_{max} - a_1) \quad (4.3)$$

Simplificando, obtém-se a seguinte expressão final, sendo possível a elaboração da rotina para o cálculo deste limite, Quadro 4.3, de modo a estabelecer um domínio intermédio para o cálculo das extensões.

$$LN_{max} = - \frac{\varepsilon_{ud} \cdot h - \varepsilon_{cu2} \cdot a_1}{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{ud}} \quad (4.4)$$

Quadro 4.3 – Determinação dos limites do domínio



Posto isto, quando a linha neutra se localizar abaixo desta referência, ir-se-á adotar a extensão no betão constante, com o seu valor máximo, ε_{cu2} . Caso contrário, considera-se para as armaduras inferiores uma extensão constante, com o seu valor máximo, ε_{ud} . Conhecendo uma das extensões é possível determinar as restantes, podendo determinar-se a equação que as define através de uma semelhança de triângulos, de acordo com a equação 4.5.

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{LN - a_1} = - \frac{\varepsilon_c}{h - LN} \quad (4.5)$$

Resolvendo a equação 4.5 em relação a ε_{s1} :

$$\varepsilon_{s1} = -\varepsilon_c \cdot \frac{LN - a_1}{h - LN} \quad (4.6)$$

Resolvendo a expressão 4.5 em ordem a ε_c , conclui-se que:

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_{s1} \cdot \frac{h - LN}{LN - a_1} \quad (4.7)$$

Como já foi deduzido na expressão 2.4, a extensão nas armaduras superiores, para ambas as situações, obtém-se substituindo a incógnita da expressão pela altura da peça subtraída do recobrimento superior:

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} + \frac{(\varepsilon_c - \varepsilon_{s1})}{h - a_1} \cdot ((h - a_2) - a_1) \quad (4.8)$$

Posto isto, resumiu-se as equações desenvolvidas no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 – Extensões para linha neutra dentro da secção

Extensões:	ε_c	ε_{s1}	ε_{s2}
$LN \leq LN_{max}$	ε_{cu2}	$-\varepsilon_c \cdot \frac{LN - a_1}{h - LN}$	$\varepsilon_{s1} \cdot \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{s1}}{h - a_1} \cdot ((h - a_2) - a_1)$
$LN \leq LN_{max}$	$-\varepsilon_{s1} \cdot \frac{h - LN}{LN - a_1}$	ε_{ud}	

Como no método da capacidade real é necessário a contabilização dos troços de laje adjacente à viga, ter-se-á uma peça de betão armado em formato “T”. Por isso, é necessário a contabilização do betão e aço existente nessas parcelas, possuindo a discretização apresentada na Figura 4.4.

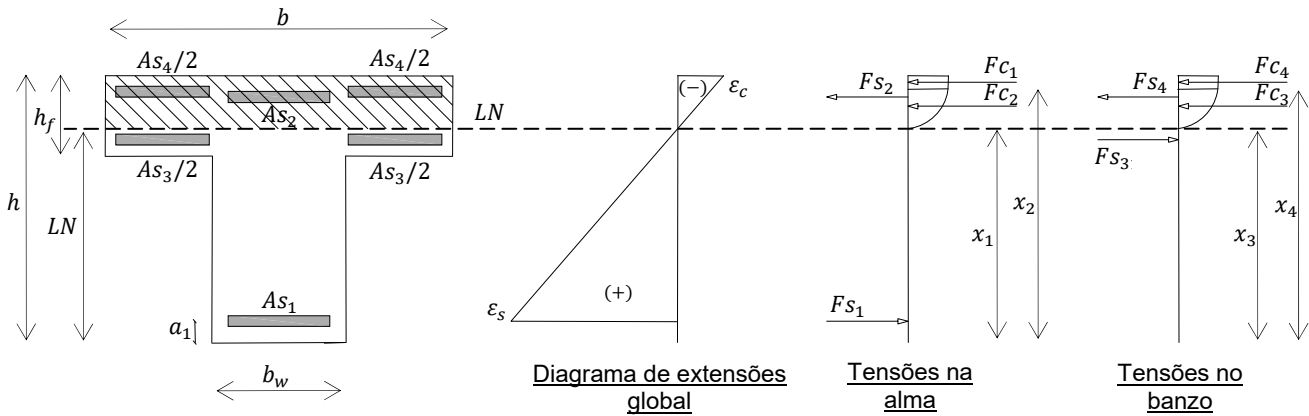


Figura 4.4 – Extensões para linha neutra dentro da secção para T

Desta forma, tendo em conta a equação 2.4 e as respetivas distâncias relativamente à origem chega-se às equações de extensão das armaduras nos banzos de betão (Quadro 4.5):

Quadro 4.5 – Extensões para o banzo de uma secção em T

Extensões:	ϵ_{s3}	ϵ_{s4}
$\frac{LN \leq LN_{max}}{LN \leq LN_{max}}$	$\epsilon_{s1} \cdot \frac{\epsilon_c - \epsilon_{s1}}{h - a_1} \cdot ((h - h_f + a_3) - a_1)$	$\epsilon_{s1} \cdot \frac{\epsilon_c - \epsilon_{s1}}{h - a_1} \cdot ((h - a_4) - a_1)$

Contudo, se a linha neutra estiver abaixo do banzo da peça é necessário ter em conta o disposto na cláusula 6.1(5) do EC2: “Em partes de secções sujeitas a esforços aproximadamente centrados ($e_d/h < 0.1$), como por exemplo banzos comprimidos de vigas em caixão, a extensão média de compressão nessa parte da secção deverá ser limitada a ϵ_{c2} ”.

Na presente dissertação, considerou-se que seria necessário aplicar a referida prescrição aos banzos das vigas em T, por isso, como solução desenvolveu-se uma expressão na qual se definiu que o ponto à distância $\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}} \cdot h_f$ do limite inferior do banzo, no caso da sua extensão possuir um valor superior a ϵ_{c2} , deverá tomar esse mesmo valor, pelo que é necessário definir uma equação de extensões específica para o banzo, considerando o exposto na Figura 4.5.

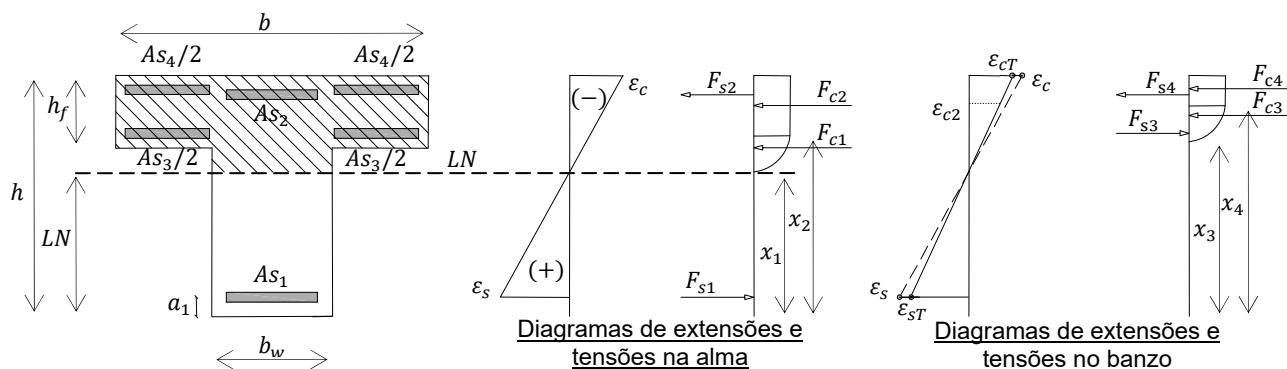


Figura 4.5 – Distribuição de tensões-extensões numa secção em T com a linha neutra abaixo do banzo

Deste modo é possível determinar a equação que define as extensões no banzo a partir da equação de definição da reta dada pela expressão:

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A) + y_A \quad (4.9)$$

Considerando y as extensões, x a distância relativamente ao limite inferior da peça, $A = (LN ; 0)$ e $B = ((h - h_f) + \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}} \cdot h_f ; \epsilon_{c2})$ tem-se o seguinte:

$$\epsilon_T = \frac{\epsilon_{c2} - 0}{(h - h_f) + \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}} \cdot h_f - LN} \cdot (x - LN) + 0 \quad (4.10)$$

Simplificando, obtém-se a seguinte equação que define as extensões para o banzo da peça:

$$\epsilon_T = \frac{\epsilon_{c2} \cdot \epsilon_{cu2} \cdot (x - LN)}{\epsilon_{cu2} \cdot (h - LN) + h_f \cdot (\epsilon_{c2} - \epsilon_{cu2})} \quad (4.11)$$

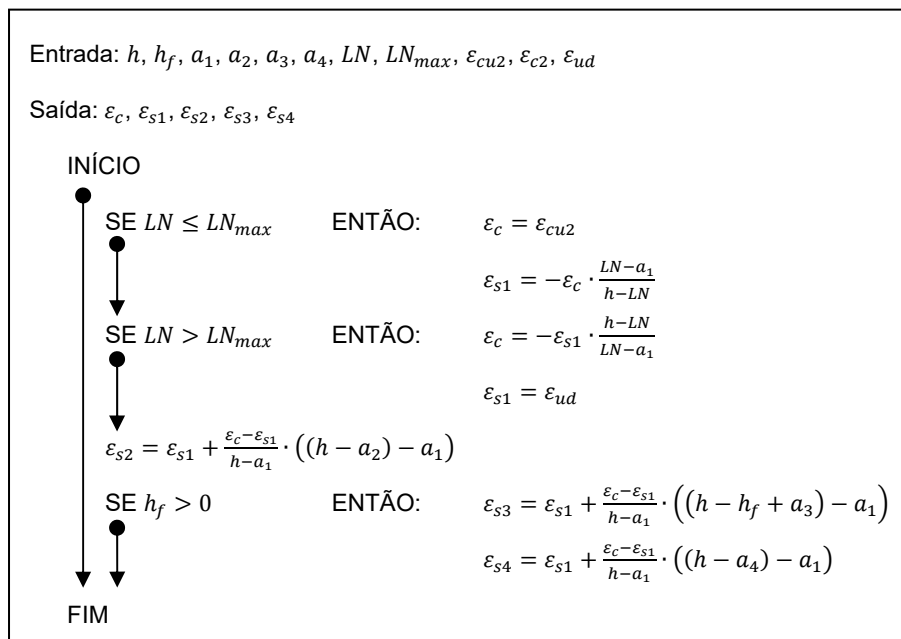
Para este caso, é necessário calcular as extensões no betão e na armadura inferior da alma, provenientes da equação 4.11, para posteriormente se calcular as forças existentes no betão, bem como a determinação das forças das armaduras existentes no banzo, utilizando as posições de x definidas no Quadro 4.6.

Quadro 4.6 – Extensões para o banzo de uma secção em T

Extensões:	ε_{cT}	ε_{s1T}	ε_{s3}	ε_{s4}
$LN \leq (h - h_f)$	h	a_1	$(h - h_f + a_3)$	$(h - a_4)$

Deste modo, foi possível produzir a rotina de cálculo para as extensões na situação em que a linha neutra se encontra dentro da secção, como se pode comprovar no Quadro 4.7.

Quadro 4.7 – Extensões para linha neutra dentro da secção



4.2.2. LINHA NEUTRA ABAIXO DA SECÇÃO

Para este domínio assume-se que a linha neutra situa-se fora da peça, ou seja, $0 \geq LN$, o que implica que o eixo de rotação da equação que define as extensões seja o indicado no ponto C da Figura 4.2, já apresentada. Nesta situação a peça encontra-se apenas sujeita a esforços de compressão, sendo assim possível obter os diagramas de tensões-extensões presentes na Figura 4.6 para uma secção retangular.

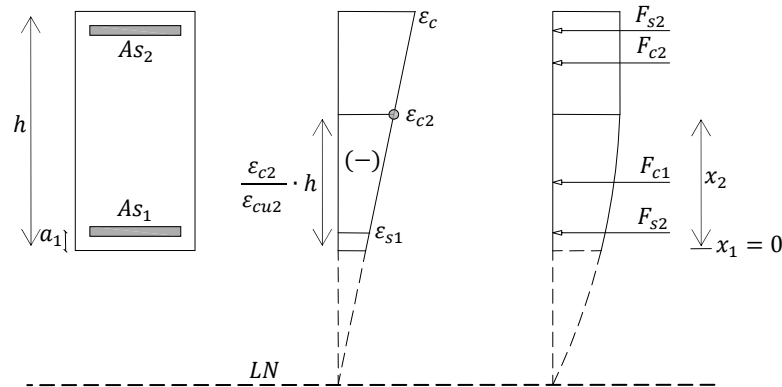


Figura 4.6 – Distribuição de tensões-extensões numa secção retangular com a linha neutra abaixo da secção

Deste modo a equação que define as extensões do presente domínio pode-se obter pela equação de definição da reta da equação 4.9. Para este caso considera-se como pontos $A = (\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h ; \varepsilon_{c2})$ e $B = (h ; \varepsilon_c)$, obtendo-se o seguinte:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c2}}{h - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h} \cdot \left(x - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h \right) + \varepsilon_{c2} \quad (4.12)$$

Substituindo o fator x da equação 4.12 pelas posições definidas no Quadro 4.8, é possível calcular as demais extensões existentes na peça.

Quadro 4.8 – Extensões para uma linha neutra abaixo da secção retangular

Extensões:			
ε_c	ε_{s1}	ε_{s2}	
$LN \leq 0$	(*)	a_1	$h - a_2$

Nota (*): Para este domínio, considerou-se como método iterativo a fixação da extensão no betão em virtude da convergência se dar muito mais rapidamente. Por isso é necessário igualar a equação 4.12 a 0, obtendo assim a posição da linha neutra em relação ao valor da extensão do betão:

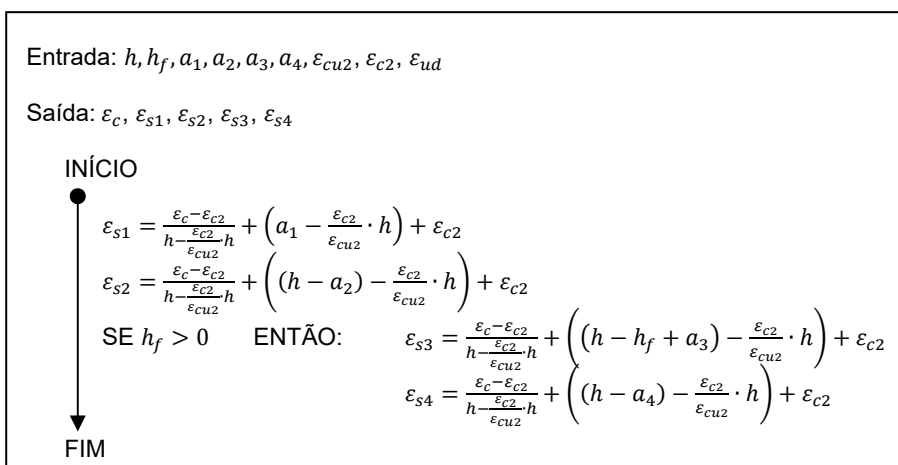
$$0 = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c2}}{h - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h} \cdot \left(LN - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot h \right) + \varepsilon_{c2} \quad (4.13)$$

Simplificando consegue-se a seguinte equação final:

$$LN = \frac{h \cdot \varepsilon_{c2} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{cu2})}{\varepsilon_{cu2} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c2})} \quad (4.14)$$

Neste domínio uma determinada secção em T comportar-se-á de igual forma quando a linha neutra está fora do banzo de betão, sendo por isso, as equações das extensões dadas pelo disposto no Quadro 4.9.

Quadro 4.9 – Extensões para linha neutra abaixo da secção

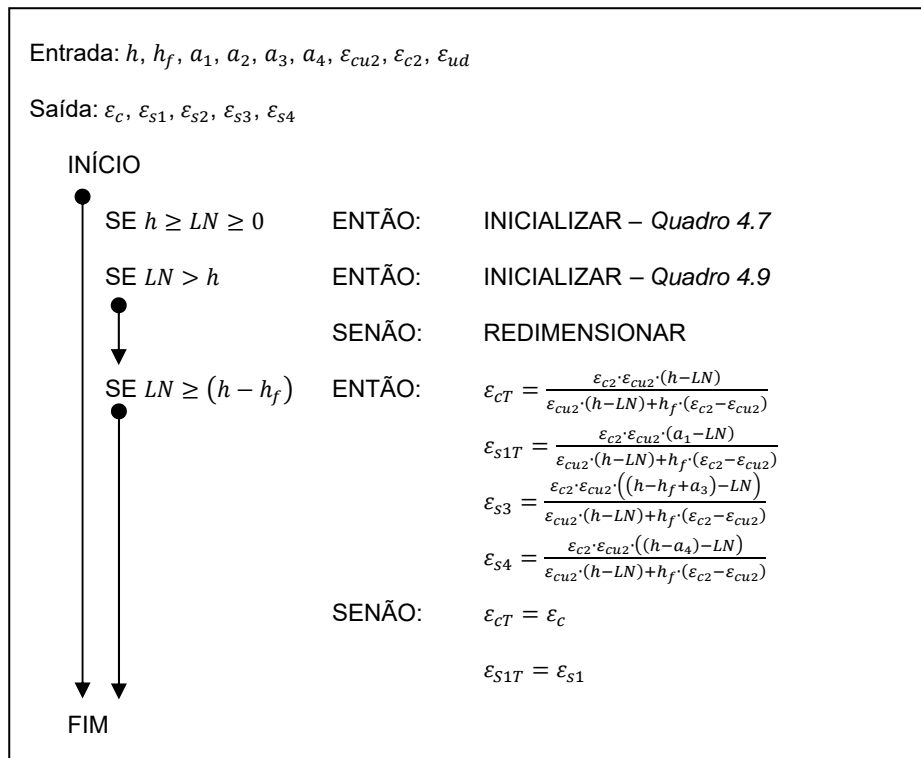


4.2.3. LINHA NEUTRA ACIMA DA SECÇÃO

Este domínio de extensões não foi considerado no estudo, pois significa que a secção estaria sob trações, o que para uma pilar de betão armado não é o aconselhado pois não permite tirar partido das características do material betão.

Desta forma, apresenta-se uma rotina de cálculo, Quadro 4.10, onde são definidas as condições de fronteira de cada um dos domínios das extensões, para internamente inicializar a sub-rotina correspondente, de modo a que posteriormente se calcule as diversas forças resultantes a que uma peça está sujeita.

Quadro 4.10 – Cálculo das extensões na secção



4.3. CÁLCULO PARA MOMENTOS NEGATIVOS

Para as situações onde é necessário calcular a capacidade de resistência de uma peça de betão armado a momentos negativos, a filosofia de cálculo permanece inalterada, contudo, é necessário fazer pequenos ajustes às diferentes rotinas até então criadas, devido à mudança de origem do referencial, tal como o disposto na Figura 4.7.

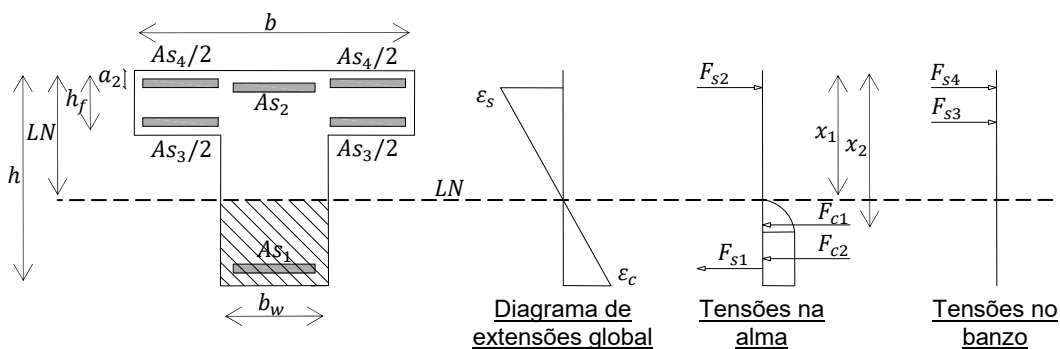


Figura 4.7 – Distribuição de tensões-extensões para momentos negativos

Num elemento sujeito a um momento negativo, a armadura principal considera-se a posicionada no limite superior da alma, por isso, comparativamente ao que tem vindo a ser considerado, ϵ_{s2} passará a ser a extensão correspondente a essa quantidade de aço.

Devido à mudança da origem do referencial, a posição dos diferentes elementos da peça passa a ser a apresentada no Quadro 4.11.

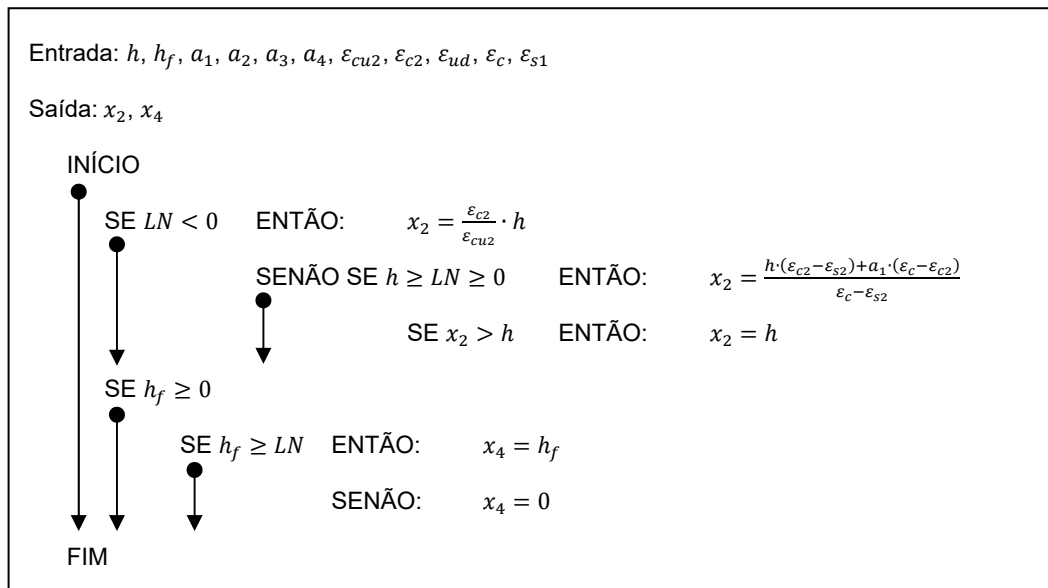
Quadro 4.11 – Cálculo das extensões na secção para momentos negativos

Posição:	ϵ_c	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_{s3}	ϵ_{s4}
	h	$(h - a_1)$	a_2	$(h_f - a_3)$	a_4

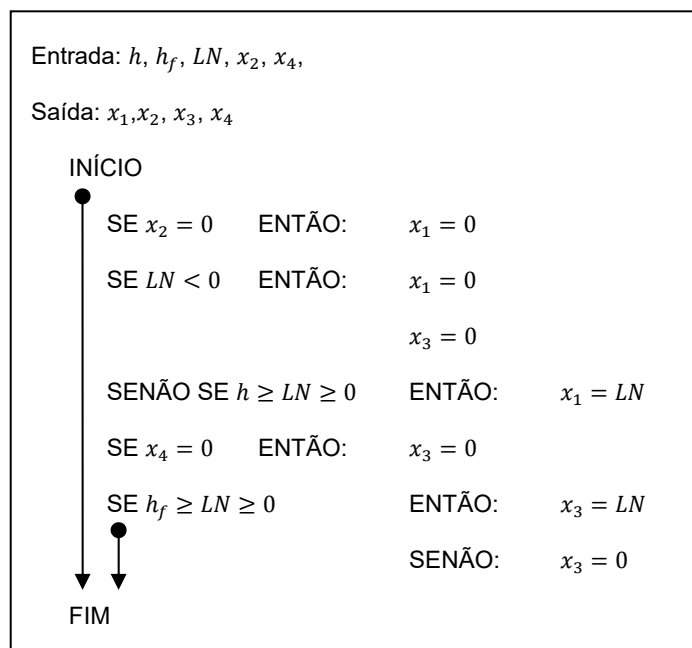
Para o cálculo deste tipo de momento, não é necessário existir a preocupação com a cláusula 6.1(5) do EC2, pois a extensão nos banzos à distância $\frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}} \cdot h_f$, será sempre inferior ao valor da extensão de cedência do betão.

Relativamente aos limites de integração, estes também sofrem oscilações devido à mudança da origem do referencial, como é possível observar nos Quadro 4.12 e Quadro 4.13.

Quadro 4.12 – Cálculo dos limites superiores de integração do troço parabólico



Quadro 4.13 – Cálculo dos limites de integração do troço parabólico



4.4. EQUILÍBRIO NODAL DE UMA SECÇÃO

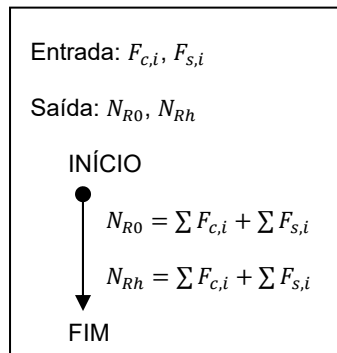
Definida cada uma das forças resultantes e de modo a determinar o momento resistente da secção analisada, é necessário a resolução do sistema de equações 4.15, onde num dos ramos é feito o equilíbrio vetorial das forças e no outro é feito um equilíbrio de momentos em relação ao centro de gravidade da peça.

$$\begin{cases} \sum F_{c,i} + \sum F_{s,i} = N_{Ed} \\ \sum F_{c,i} \cdot x_{F_{c,i}CG} + \sum F_{s,i} \cdot x_{F_{s,i}CG} = M_{Rd} \end{cases} \quad (4.15)$$

Como solução do sistema de equações acima descrito, optou-se por resolver inicialmente o primeiro ramo e após o equilíbrio deste, calcular o momento resistente da secção. Para tal, foi necessário desenvolver rotinas iterativas de modo a chegar ao resultado final com a maior exatidão possível.

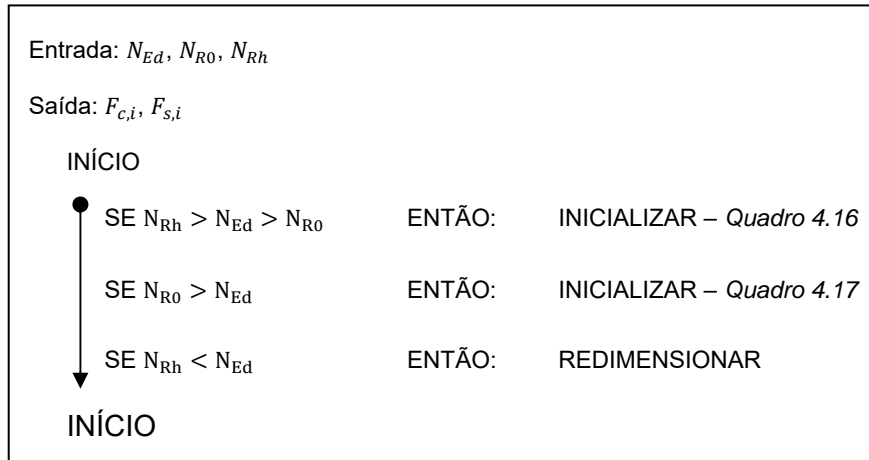
Para descortinar em qual dos domínios definidos no capítulo 4.1, uma determinada peça de betão armado se encontra, elaborou-se a rotina presente no Quadro 4.14, onde são calculadas as forças resultantes para quando a linha neutra se encontra nos extremos da secção, ou seja, no limite inferior, $LN = 0$, e no limite superior, $LN = h$.

Quadro 4.14 – Cálculo dos limites dos domínios



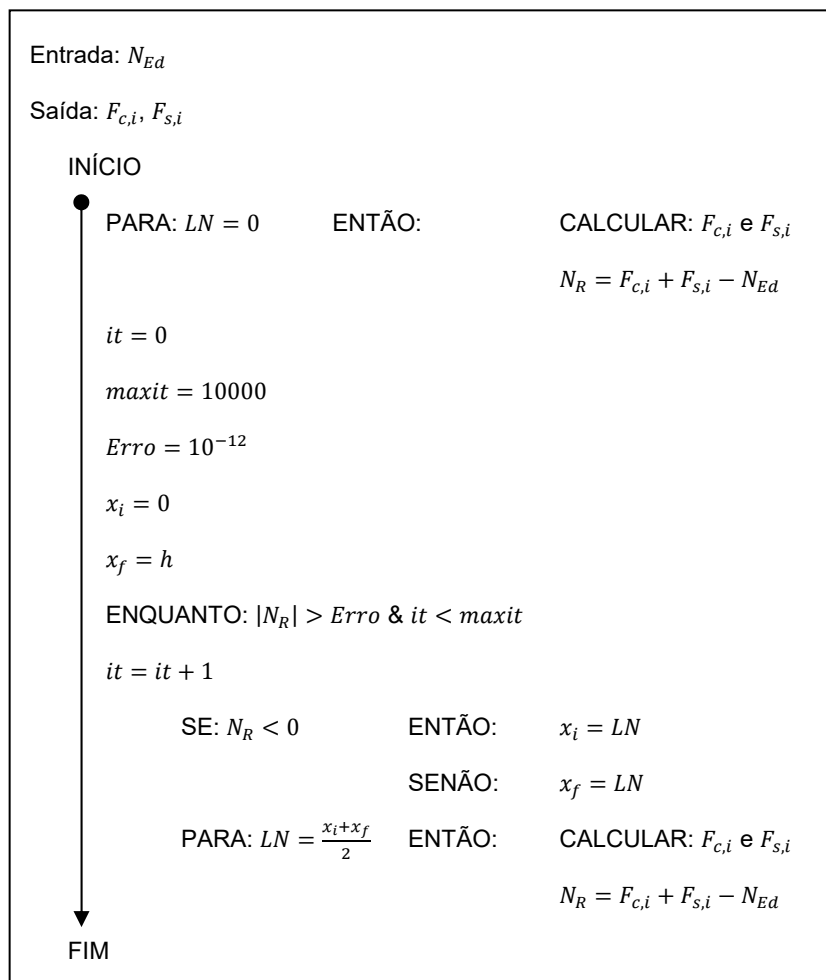
Com base nos valores obtidos pelo procedimento acima demonstrado, é possível determinar em qual dos domínios da extensão é necessário a linha neutra se situar, de modo a obter a resultante das forças nula, e como consequência, chegar à solução do sistema de equações 4.15. Posto isto, apresenta-se o Quadro 4.15, onde são definidos os limites dos domínios.

Quadro 4.15 – Definição das resultantes das forças na peça



Para a situação em que a linha neutra se localiza dentro da secção, o método iterativo utilizado foi o presente no Quadro 4.16.

Quadro 4.16 – Iteração para linha neutra dentro da secção



Como o equilíbrio do binário das forças resultantes na peça de betão armado é feito relativamente ao centro de gravidade da peça, recorreu-se à fórmula de 4.16, assumindo a divisão na secção demonstrada na Figura 4.8.

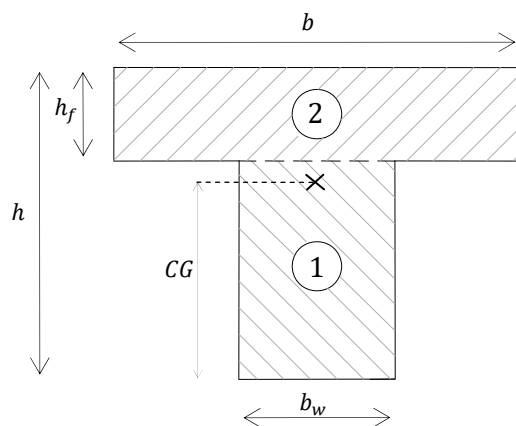


Figura 4.8 – Cálculo do centro de gravidade

$$CG = \frac{\sum A_i \cdot y_{CG,i}}{\sum A_i} \quad (4.16)$$

Substituindo a fórmula 4.16, tendo em conta a Figura 4.8, obtém-se a seguinte expressão geral:

$$CG = \frac{b_w \cdot (h - h_f) \cdot \frac{h - h_f}{2} + b \cdot h_f \cdot \left(h - \frac{h_f}{2}\right)}{b_w \cdot (h - h_f) + b \cdot h_f} \quad (4.17)$$

Simplificando, obtém-se a seguinte expressão final, que pode ser utilizada quer para secções retangulares, quer em “T”

$$CG = \frac{1}{2} \cdot \left(h - h_f + \frac{h_f \cdot b}{b_w + \frac{h_f}{h} \cdot (b - b_w)} \right) \quad (4.18)$$

Posto isto, é necessário definir os braços das forças resultantes, existentes na peça de betão armado, em relação ao centro de gravidade. Anteriormente, foi calculado o braço da

força F_{c1} , equação 2.26, que mede a distância desde o centro de gravidade do troço parabólico até ao limite inferior do elemento de betão armado (Quadro 4.18). Para o equilíbrio nodal é necessário corrigir esta distância, subtraindo o valor de CG, conforme o disposto na Figura 4.9.

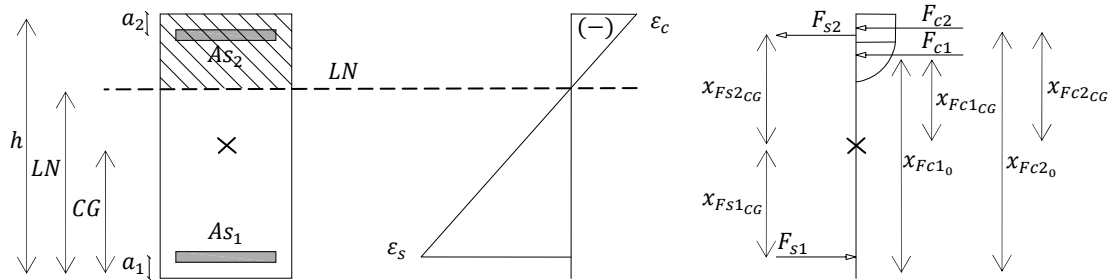


Figura 4.9 – Braços das forças resultantes relativamente ao centro de gravidade

Quadro 4.18 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção retangular

x_{FC1CG}	x_{FC2CG}	x_{FS1CG}	x_{FS2CG}
-------------	-------------	-------------	-------------

Braços: $x_{FC1o} - CG$ $x_{FC2o} - CG$ $CG - a_1$ $(h - a_2) - CG$

Por outro lado, considerando apenas as forças existentes nos banzos do T, obtém-se o disposto na Figura 4.10 e Quadro 4.19.

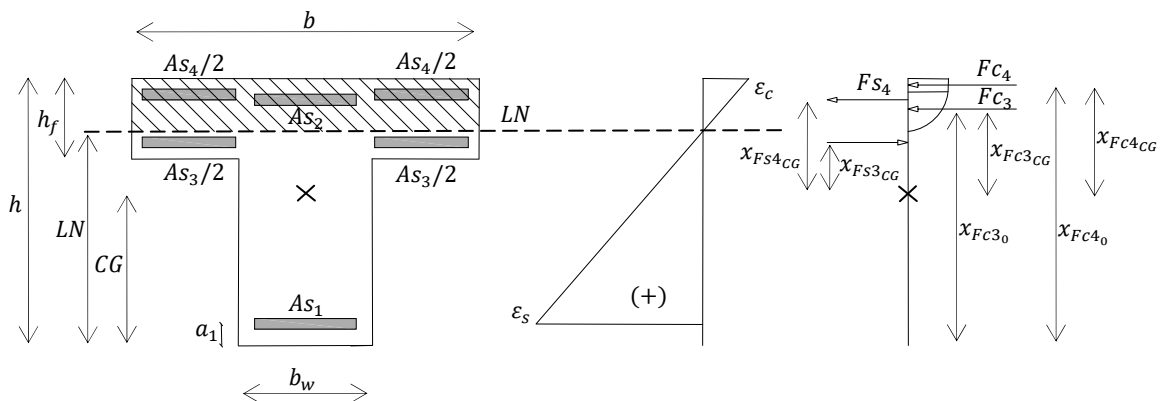


Figura 4.10 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção em T

Quadro 4.19 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção em T

$x_{Fc3_{CG}}$	$x_{Fc4_{CG}}$	$x_{Fs3_{CG}}$	$x_{Fs4_{CG}}$
Braços: $x_{Fc3_0} - CG$ $x_{Fc4_0} - CG$ $(h - h_f + a_3) - CG$ $(h - a_4) - CG$			

Respeitando o equilíbrio de momentos, presente na equação 4.15 é possível escrever a rotina de cálculo exposta no Quadro 4.20.

Quadro 4.20 – Cálculo do momento resistente para momentos positivos

Entrada: $F_{c,i}, F_{s,i}, \varepsilon_c, \varepsilon_{s1}, h, h_f, b, b_w, a_1, a_2, a_3, a_4$

Saída: M_{Rd}

INÍCIO

$$CG = \frac{1}{2} \cdot \left(h - h_f + \frac{h_f \cdot b}{b_w + \frac{h_f}{h}(b - b_w)} \right)$$

$$X_{CG_{Fc,i}} = X_{CG_{Fc,i}} - CG$$

$$X_{CG_{Fs1}} = CG - a_1$$

$$X_{CG_{Fs2}} = (h - a_2) - CG$$

$$X_{CG_{Fs3}} = (h - h_f - a_3) - CG$$

$$X_{CG_{Fc4}} = (h - a_4) - CG$$

$$M_{Rd} = -F_{c,i} \cdot X_{CG_{Fc,i}} + F_{s1} \cdot X_{CG_{Fs1}} - F_{s2} \cdot X_{CG_{Fs2}} - F_{s3} \cdot X_{CG_{Fs3}} - F_{s4} \cdot X_{CG_{Fs4}}$$

FIM

Por outro lado, para as situações onde é necessário calcular a capacidade resistente da secção a momentos negativos, embora a filosofia se mantenha inalterada, é necessário fazer mudanças na rotina ao nível dos sinais dos vetores, para além da mudança da origem do referencial que já foi abordada e presente nas Figura 4.11 e Figura 4.12. Desta forma, obtém-se o pseudo código presente no Quadro 4.21.

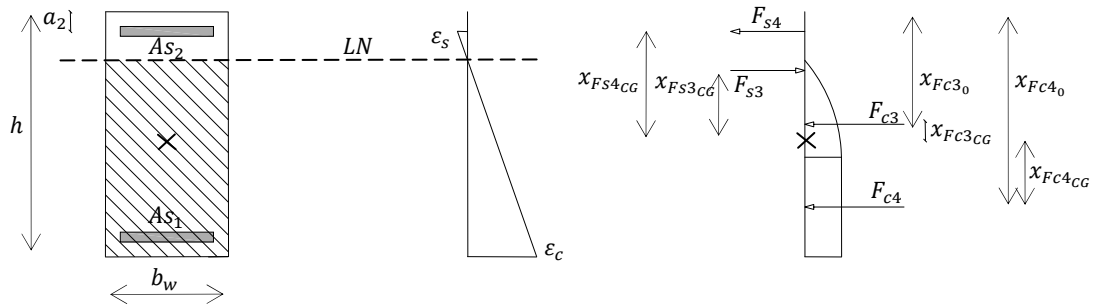


Figura 4.11 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção retangular

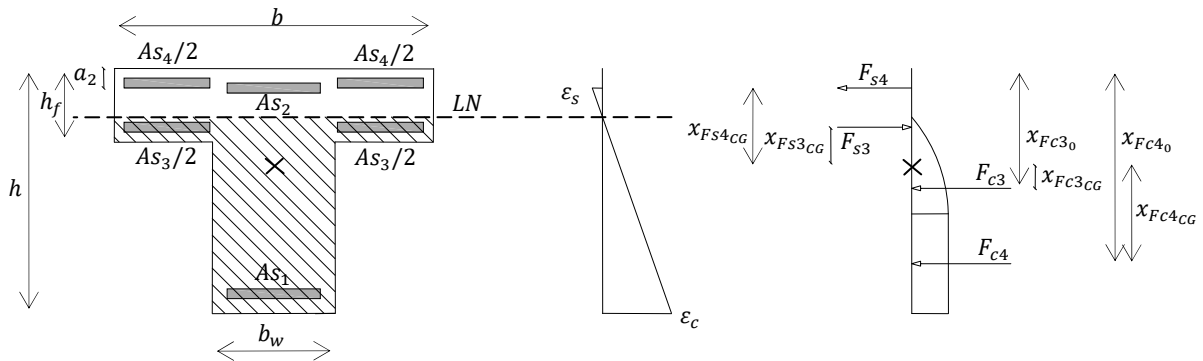


Figura 4.12 – Definição dos braços das forças resultantes para os banzos de uma secção em T

Quadro 4.21 – Cálculo do momento resistente para momentos negativos

Entrada: $F_{c,i}$, $F_{s,i}$, ϵ_c , ϵ_{s1} , h , h_f , b , b_w , a_1 , a_2 , a_3 , a_4

Saída: M_{Rd}

INÍCIO

$$CG = \frac{1}{2} \cdot \left(h - h_f + \frac{h_f \cdot b}{b_w + \frac{h_f}{h} (b - b_w)} \right)$$

$$X_{CG_{Fc,i}} = X_{CG_{Fc,i}} - CG$$

$$X_{CG_{Fs1}} = (h - a_1) - CG$$

$$X_{CG_{Fs2}} = CG - a_2$$

$$X_{CG_{Fs3}} = CG - h_f + a_3$$

$$X_{CG_{Fc4}} = CG - a_4$$

$$M_{Rd} = -F_{c,i} \cdot X_{CG_{Fc,i}} - F_{s1} \cdot X_{CG_{Fs1}} + F_{s2} \cdot X_{CG_{Fs2}} + F_{s3} \cdot X_{CG_{Fs3}} + F_{s4} \cdot X_{CG_{Fs4}}$$

FIM

4.5. DIMENSIONAMENTO DE PILARES

Para o dimensionamento de pilares, foram apenas consideradas geometrias retangulares, por serem as mais frequentemente utilizadas em projetos de estruturas de betão armado. Desta forma, a maioria das rotinas criadas até então, irão ser novamente utilizadas, sendo apenas necessários alguns ajustes.

Como a incógnita para este problema é a área de aço presente numa determinada secção, é necessário ajustar a rotina presente no Quadro 2.8 onde são determinadas as forças existentes nas armaduras. Para tal, foi necessário ter como base o equilíbrio de momentos da equação 4.15 e reformulá-la, pois para esta situação é necessário calcular o binário em relação à origem do referencial e como consequência os sinais das diversas parcelas da equação irão modificar-se, de acordo com a Figura 4.13.

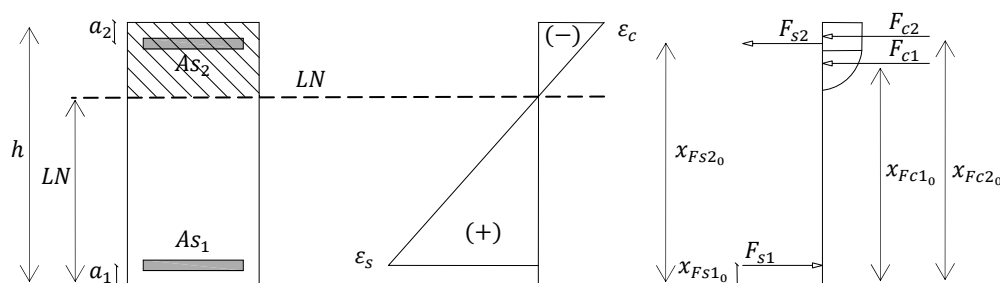


Figura 4.13 – Definição dos braços das forças resultantes em relação à origem

Isto ocorre porque o centro de gravidade do retângulo é coincidente com o meio da secção e, no caso das armaduras terem a mesma quantidade de aço e recobrimento, resultará num ponto notável da equação. Desta forma, é necessário ter em conta o esforço axial, pois ao contrário do que acontecia para as situações anteriores, não se anula, bem como a existência de um momento atuante. Sendo assim possível definir a equação 4.19.

$$\sum F_{c,i} \cdot x_{Fc,i_0} - \sum F_{s,i} \cdot x_{Fs,i_0} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.19)$$

Desdobrando as diversas parcelas existentes, é possível obter a expressão 4.20.

$$-F_{c1} \cdot x_{Fc1_0} - F_{c2} \cdot x_{Fc2_0} - F_{s1} \cdot x_{Fs1_0} - F_{s2} \cdot x_{Fs2_0} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.20)$$

As forças no aço podem se escrever como sendo o produto entre a tensão existente na armadura pela a quantidade de aço colocado.

$$-F_{c1} \cdot x_{Fc10} - F_{c2} \cdot x_{Fc20} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot x_{Fs10} - A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot x_{Fs20} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.21)$$

De modo a que a equação dependa apenas de uma incógnita, assume-se que a armadura secundária na peça de betão armado é definida por uma percentagem da armadura principal, de acordo com a equação 4.22.

$$A_{s2} = \beta \cdot A_{s1} \quad (4.22)$$

Assumindo o presente na equação 4.22, é possível reescrever a expressão 4.21 da seguinte forma.

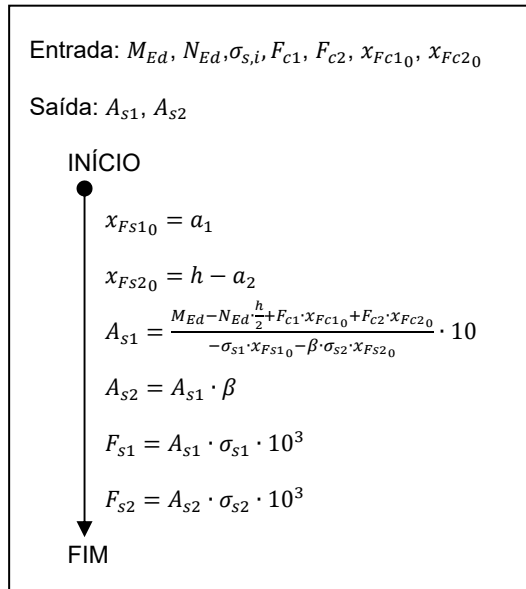
$$-F_{c1} \cdot x_{Fc10} - F_{c2} \cdot x_{Fc20} - A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot x_{Fs10} - A_{s1} \cdot \beta \cdot \sigma_{s2} \cdot x_{Fs20} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} \quad (4.23)$$

Simplificando a expressão 4.23, é possível obter a seguinte equação final:

$$\begin{aligned} A_{s1} \cdot (-\sigma_{s1} \cdot x_{Fs10} - \beta \cdot \sigma_{s2} \cdot x_{Fs20}) &= M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} - F_{c1} \cdot x_{Fc10} + F_{c2} \cdot x_{Fc20} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow A_{s1} &= \frac{M_{Ed} - N_{Ed} \cdot \frac{h}{2} + F_{c1} \cdot x_{Fc10} + F_{c2} \cdot x_{Fc20}}{-\sigma_{s1} \cdot x_{Fs10} - \beta \cdot \sigma_{s2} \cdot x_{Fs20}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Desta forma é possível reescrever a rotina de cálculo das forças resultantes nas armaduras de acordo com a Quadro 4.22, sendo que para esta situação deixará de existir a rotina do Quadro 4.21 onde é determinado o momento resistente da peça.

Quadro 4.22 – Definição dos braços das forças resultantes para uma secção retangular



5. CASO PRÁTICO

Como problema de aplicação prática do método da capacidade real, considerou-se um edifício de habitação com cobertura não acessível, localizado em Faro cuja planta e alçado se apresentam na Figura 5.1. A estrutura está fundada num solo do tipo B e atribuiu-se um coeficiente de comportamento de 3.0.

Os elementos estruturais do edifício serão em betão armado, sendo que a classe de resistência do betão a utilizar será a C20/25 e a classe de aço a A400NR. As lajes são maciças e têm uma espessura de 0.15m em todos os pisos elevados, com uma armadura de malha quadrada em ambas as faces de $\varnothing 8/0.20$. As vigas V1, V2 e V3 têm as dimensões de 0.30x0.40m, 0.30x0.60m e 0.30x0.50m, enquanto que os pilares P1, P2 e P3 têm como secção 0.30x0.30m, 0.30x0.60m e 0.30x0.40m, respetivamente

Considerou-se uma classe de exposição ambiental XC2 e como consequência um recobrimento nominal 35 mm ao qual foi adicionado um estribo de $\varnothing 8$.

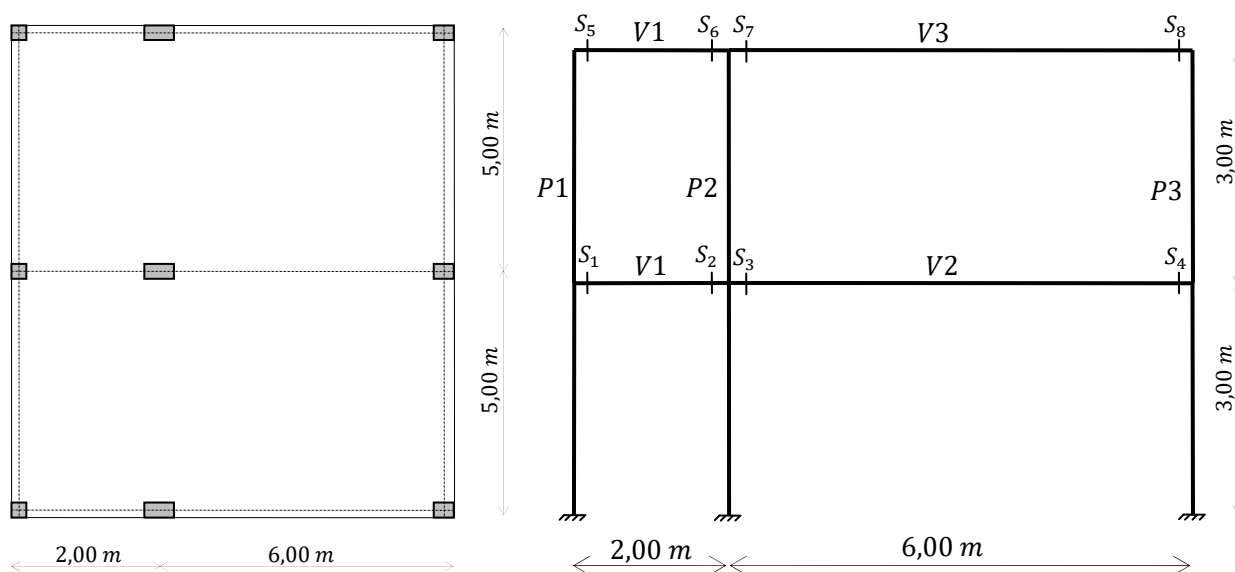


Figura 5.1 – Planta e alçado do edifício do caso prático

5.1. DETERMINAÇÃO DAS AÇÕES

Assumiu-se que as cargas serão distribuídas uniformemente no pórtico, considerando-se para a análise da estrutura as combinações de ações de acordo com a NP EN 1990: a situação de projeto persistente, com ação de base sobrecarga, e as situações de projeto sísmicas, sismo tipo 1 e tipo 2, respeitando as equações 5.1 e 5.2 respetivamente.

$$E_d = 1.35 \cdot G + 1.50 \cdot Q \quad (5.1)$$

$$E_d = G + A_{Ed} + \psi_2 \cdot Q \quad (5.2)$$

Desta forma, foi possível quantificar as diferentes ações na estrutura, sendo as sobrecargas de acordo com o descrito no enunciado do problema são dadas pelo Quadro 5.1

Quadro 5.1 – Descrição das sobrecargas

	Sobrecarga [kN/m ²]	ψ_2	q_{Ed} [kN/m]	$q_{Ed,Sismo}$ [kN/m]
Habitação (Cat. A)	2.00	0.30	10.00	3.00
Cobertura (Cat. H)	1.00	0.00	5.00	0.00

Analisando apenas o pórtico central de acordo com a Figura 5.1, foi possível definir as cargas permanentes a aplicar ao pórtico, sendo a laje comum a ambos os pisos.

$$q_{Laje} = 25.00 \text{ kN/m}^3 \cdot 0.15 \text{ m} \cdot 5.00 \text{ m} = 18.75 \text{ kN/m} \quad (5.3)$$

Ao nível do piso 1, considerou-se um revestimento de pavimentos em mosaicos cerâmicos, incluindo 5 cm de camada de regularização e assentamento, bem como o estuque na face inferior da laje, atribuindo-se um valor global de 1.50 kN/m². Sendo um pórtico central, considerou-se uma parede divisória com um pano de alvenaria composta por um tijolo com as dimensões 30x20x11, com 2cm de reboco em cada face, obtendo-se o valor de 1.8 kN/m², sendo necessário multiplicar pelo seu pé direito.

$$RCP_{Piso1} = 1.50 \text{ kN/m}^2 \cdot 5.00 \text{ m} + 1.80 \text{ kN/m}^2 \cdot 3.00 \text{ m} = 12.90 \text{ kN/m} \quad (5.4)$$

Ao nível da cobertura, as cargas permanentes existentes derivam da aplicação de uma camada de forma em betão de 8 cm, tela impermeabilizante e proteções mecânicas, possuindo um valor global de 2.50 kN/m²

$$RCP_{Piso2} = 2.50 \text{ kN/m}^2 \cdot 5.00 \text{ m} = 12.50 \text{ kN/m} \quad (5.5)$$

Quanto à ação sísmica, de acordo com os dados do enunciado, é possível chegar aos seguintes espectros de resposta, para os sismos tipo 1 e tipo 2, respetivamente.



Figura 5.2 – Espectro de resposta para o sismo tipo 1

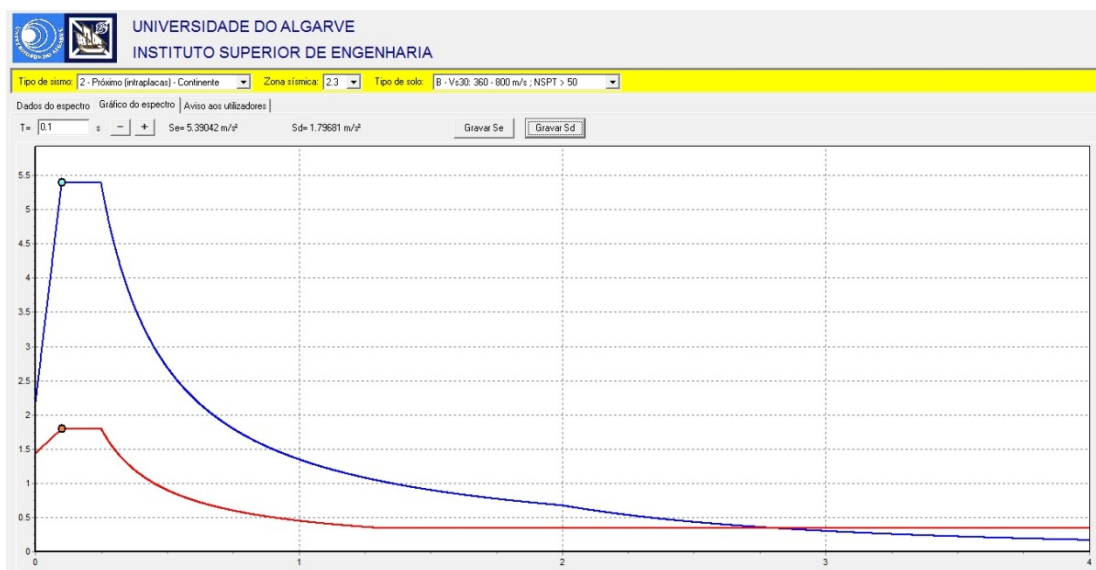


Figura 5.3 – Espectro de resposta para o sismo tipo 2

5.2. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS

5.2.1. MOMENTOS FLETORES

Após a análise da estrutura, obteve-se os esforços de cálculo para as várias vigas, onde se definiu qual a combinação de ações mais gravosa, em diferentes pontos do seu comprimento, podendo ser elas a persistente (P), do sismo 1 (S1) ou do sismo 2 (S2).

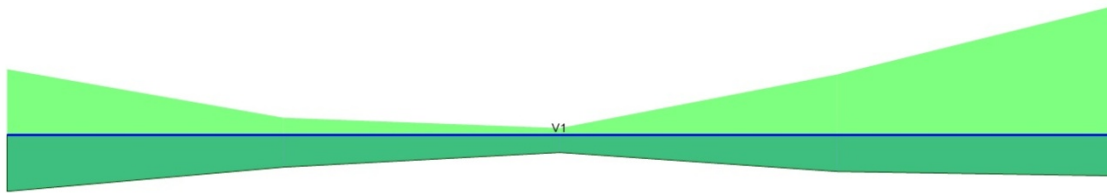


Figura 5.4 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V1 do piso 1

Quadro 5.2 – Momentos de cálculo para V1 do piso 1

V1-P1 [kN/m]	À esquerda	Meio Vão	À direita
M_{max}^-	-41.35 (S1)	-3.96 (S1)	-81.00 (S1)
M_{max}^+	35.14 (S1)	11.21 (S1)	26.13 (S1)

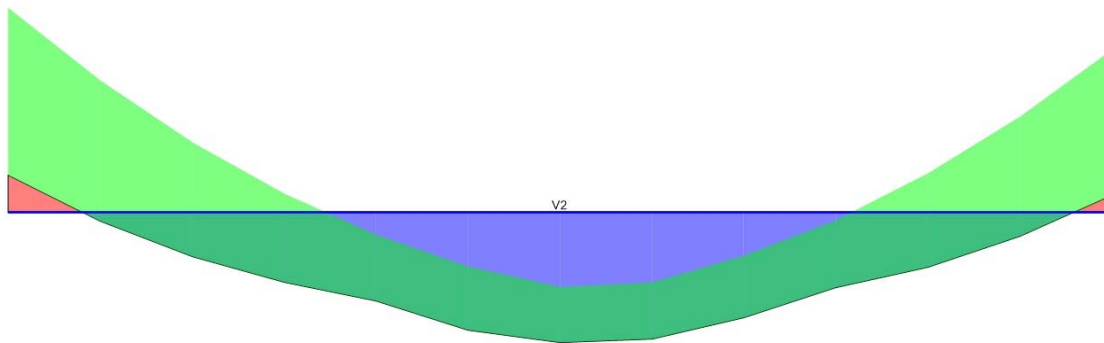


Figura 5.5 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V2

Quadro 5.3 – Momentos de cálculo para V2

V2 [kN/m]	À esquerda	Meio Vão	À direita
M_{max}^-	-194.53 (S1)	—	-154.53 (S1)
M_{max}^+	—	124.63 (P)	—

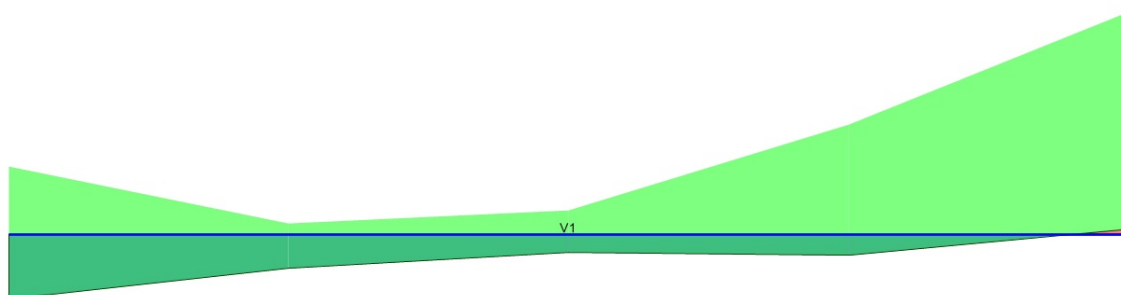


Figura 5.6 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V1 do piso 2

Quadro 5.4 – Momentos de cálculo para V1 do piso 2

V1-P2 [kN/m]	À esquerda	Meio Vão	À direita
M_{max}^-	-21.23 (S1)	-7.68 (S1)	-69.83 (S1)
M_{max}^+	20.22 (S1)	5.63 (S1)	—

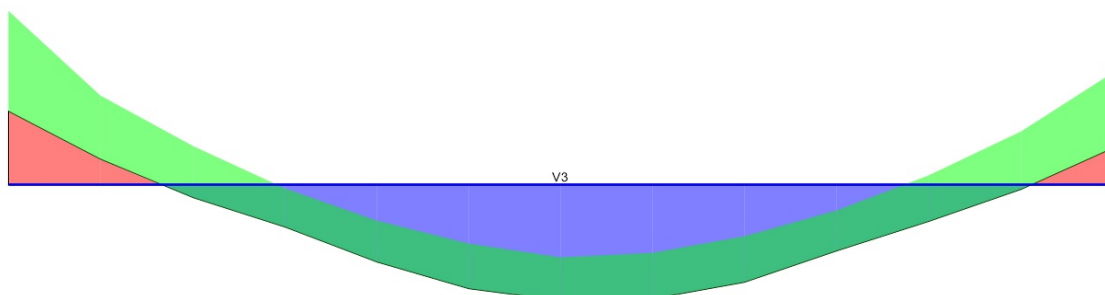


Figura 5.7 – Diagrama de momentos da envolvente das combinações de ações para V3 à direita

Quadro 5.5 – Momentos de cálculo para V3

V3 [kN/m]	À esquerda	Meio Vão	À direita
M_{max}^-	-164.64 (P)	—	-106.52 (P)
M_{max}^+	—	110.79 (P)	—

Nas figuras seguintes referentes a pilares, o diagrama mais à esquerda corresponde ao troço de pilar entre o rés do chão e o primeiro piso, e o da direita, para o troço compreendido entre o primeiro e segundo piso

Para o pilar P2, obteve-se os seguintes diagramas de momentos, para a envolvente de ações, Figura 5.8. A quantificação do momento existente no elemento encontra-se disposto no Quadro 5.6.

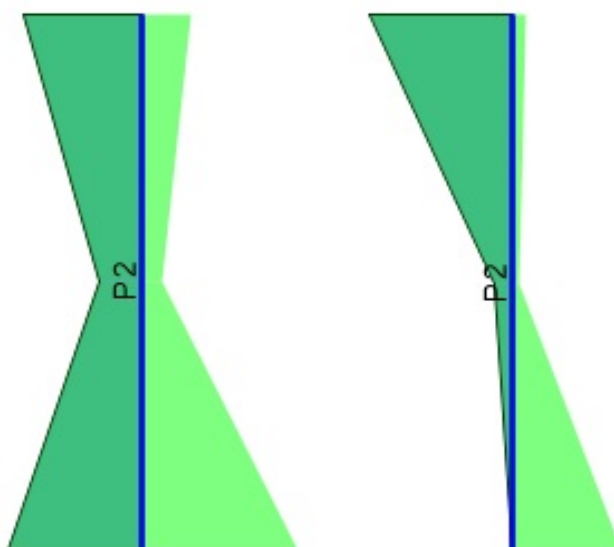


Figura 5.8 – Diagrama de momentos da envolvente da combinação de ações no pilar P2

Quadro 5.6 – Momentos da envolvente das combinações de ações no pilar P2

Troço	Abaixo	Acima
0-1	-153.17 132.86 (S1) -16.83 (P)	-47.64 116.53 (S1) 56.73 (P)
1-2	-107.60 (S1) -84.49 (P)	139.50 (S1) 108.98 (P)

Para a determinação dos momentos fletores de cálculo para o dimensionamento pela capacidade real é necessário obter os valores desse esforço na análise linear da estrutura à ação sísmica, apresentando-se desta forma a Figura 5.10 e o Quadro 5.7.

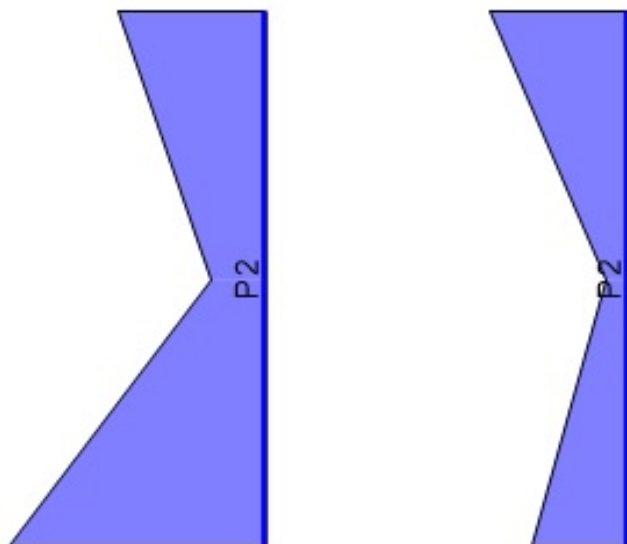


Figura 5.9 – Diagrama de momentos para a ação sísmica mais gravosa – Sismo tipo 1

Quadro 5.7 – Momentos para a ação sísmica mais gravosa – Sismo tipo 1

Troço	Abaixo	Acima
0-1	143.02	82.09
1-2	55.15	69.95

5.2.2. ESFORÇO AXIAL

Determinou-se também o esforço axial no pilar P2, obtendo-se o disposto na Figura 5.10 e no Quadro 5.8

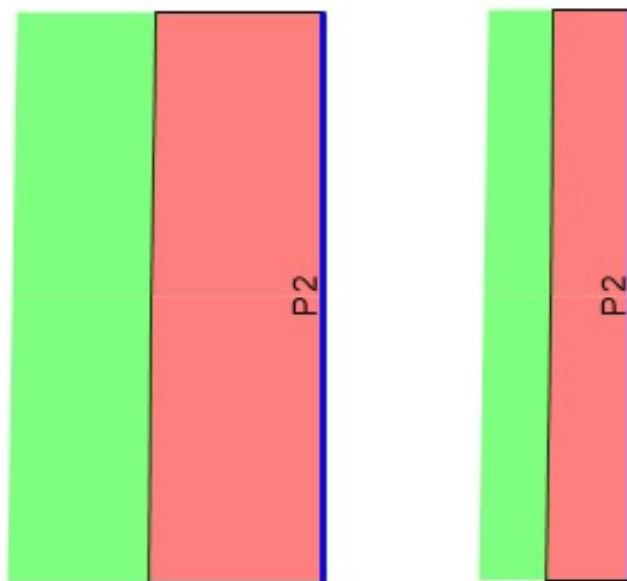


Figura 5.10 – Diagrama do esforço axial no pilar P2

Quadro 5.8 – Momentos da envolvente das combinações de ações no pilar P2

Troço	Abaixo	Acima
0-1	-574.23 (P) -325.12 (S1)	-545.01 (P) -311.63 (S1)
1-2	-273.29 (P) -160.47 (S1)	-255.07 (P) -146.97 (S1)

5.2.3. ESFORÇO TRANSVERSO

Para cumprir o método da capacidade real é necessário determinar os esforços transversos das vigas para a combinação quase permanente de ações, contudo, o equilíbrio da estrutura deve ser feito, rotulando as extremidades das vigas, de modo a simular o mecanismo de rutura que se pretende que a estrutura possua aquando o abalo sísmico. Desta forma obteve-se os seguintes diagramas e respetivos valores, Figura 5.11 e Quadro 5.9.

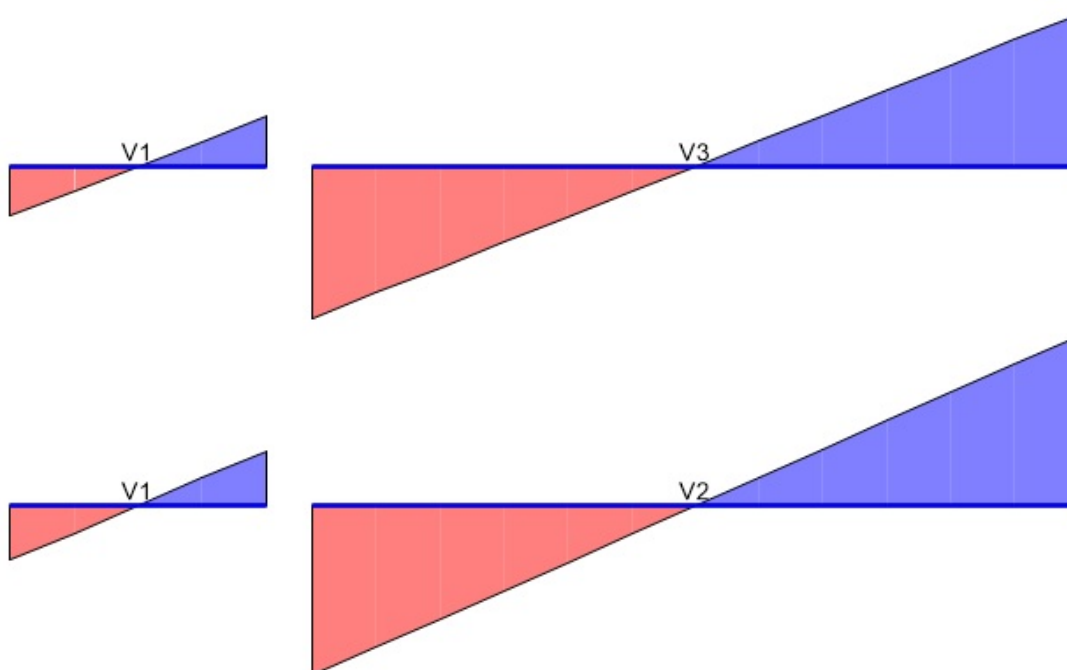


Figura 5.11 – Diagramas do esforço transverso

Quadro 5.9 – Esforço transverso para a combinação quase permanente

Viga	Esq	Dir
V1 – P1	-37.65	37.65
V2	-117.45	117.45
V1 – P2	-34.25	34.25
V3	-105.00	105.00

5.3. DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS

Com o objetivo da utilização do método de dimensionamento pela capacidade real, primeiramente é necessário levar a cabo a determinação das armaduras nas vigas, para as combinações de ações consideradas anteriormente. Desta forma é necessário avaliar a quantidade mínima de armadura de flexão segundo o EC2, sendo dada pela equação 5.6.

$$\frac{A_{s,min,flexão}}{b_w \cdot d} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 0.26 \cdot \frac{2.2}{400} = 0.00143 \\ 0.0013 \end{array} \right. \Leftrightarrow \quad (5.6)$$

$$\Leftrightarrow A_{s,min,flexão} = 0.00143 \cdot 0.30 \cdot d$$

Devido a existirem secções com alturas diferentes, origina a que surjam variações na armadura mínima de flexão, obtendo-se assim o Quadro 5.10

Quadro 5.10 – Armadura mínima de flexão

Viga	$A_{s,min,flexão}$ [cm ²]	$A_{s,Colocado}$ [cm ²]
V1	1.51	2.36 [3Ø10]
V2	2.36	2.36 [3Ø10]
V3	1.94	2.36 [3Ø10]

De modo a garantir a segurança aos Estados Limites Últimos (ELU), determinou-se a quantidade de armadura pelas tabelas de dimensionamento de betão armado [14], de acordo com as equações 5.7 e 5.8 e também pelas rotinas desenvolvidas para a presente dissertação, com o objetivo fazer uma comparação dos valores obtidos (Quadro 5.11).

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (5.7)$$

$$As = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.8)$$

Quadro 5.11 – Áreas de aço

Viga	Momentos [kN·m]	μ	ω	$A_{STabelas}$ [cm ²]	$A_{SRotinas}$ [cm ²]	$A_{SColocado}$ [cm ²]
V1-P1	-41.35	0.0859	0.0914	3.65	3.44	8.29 [2Ø20+ 1Ø16]
	35.14	0.0713	0.0754	3.05	2.84	3.83 [2Ø12+ 2Ø10]
	-81.00	0.1682	0.1896	7.57	7.30	12.31 [2Ø20+ 3Ø16]
	26.13	0.0543	0.0567	2.26	2.06	3.83 [2Ø12+ 2Ø10]
V2	-194.53	0.1625	0.1823	11.47	11.07	12.31 [2Ø20+ 3Ø16]
	124.29	0.1023	0.1098	6.96	6.67	8.29 [3Ø16+ 2Ø12]
	-154.53	0.1272	0.1397	8.85	8.53	8.29 [2Ø20+ 1Ø16]
V1-P2	-21.23	0.0440	0.0461	1.84	1.68	9.42 [3Ø20]
	20.22	0.0410	0.0430	1.74	1.57	2.36 [3Ø10]
	-69.83	0.1450	0.1610	6.42	6.17	13.44 [3Ø20+ 2Ø16]
V3	-164.64	0.2060	0.2414	12.41	11.90	13.44 [3Ø20+ 2Ø16]
	110.79	0.1374	0.1519	7.84	7.51	8.29 [3Ø16+ 2Ø12]
	-106.52	0.1333	0.1469	7.55	7.23	8.29 [2Ø20+ 1Ø16]

Desta forma, obtém-se as secções definidas na Figura 5.12.

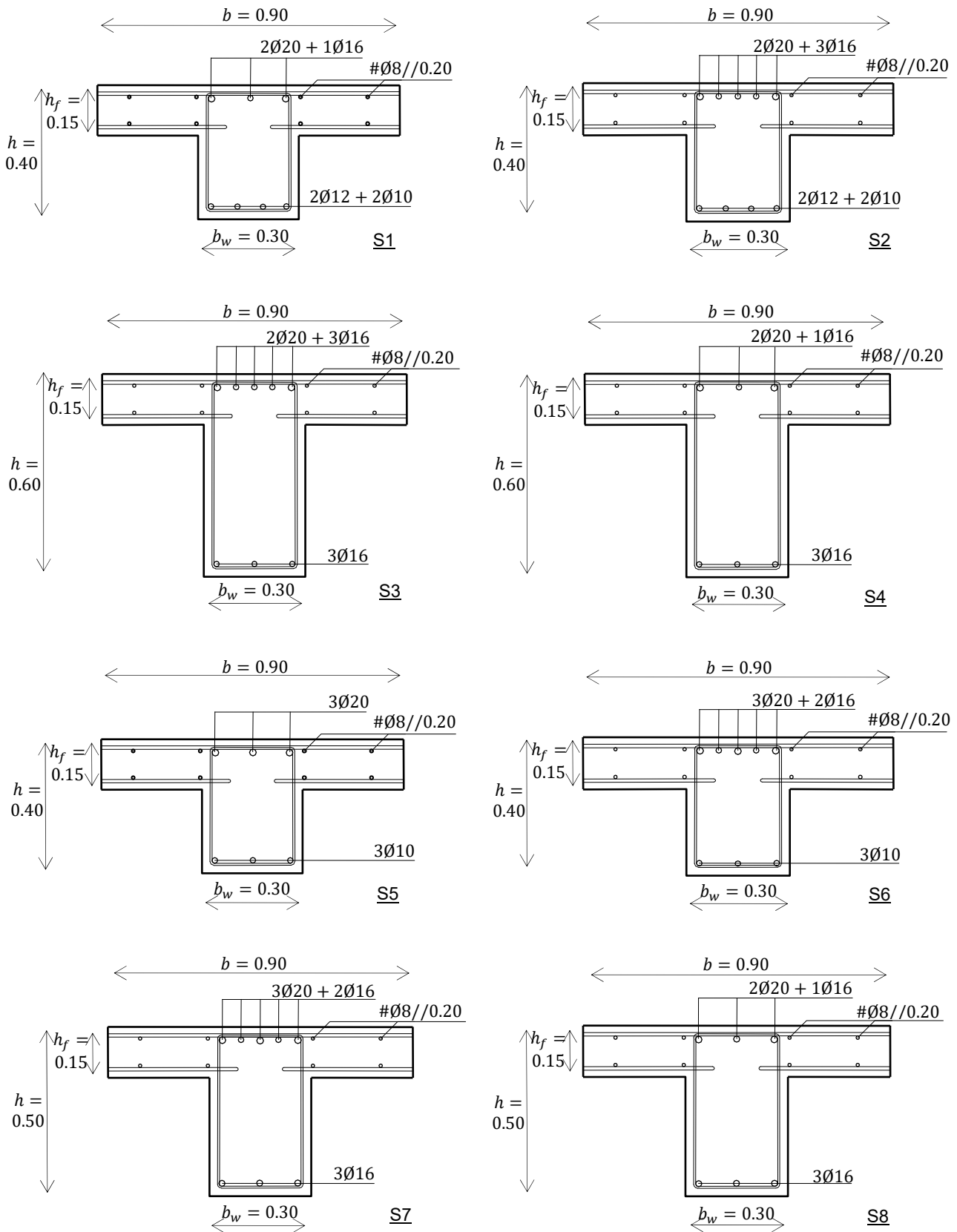


Figura 5.12 – Dimensionamento das secções

Relativamente ao banzo efetivo de betão, embora várias secções tenham condições de fronteira diferentes, S1, S4, S5 e S8 confrontam um pilar exterior com viga transversal e as restantes secções confrontam com pilar interior sem viga transversal, para esta situação, todas elas irão possuir uma largura dada por $b = 2 \cdot (2 \cdot h_f) + b_w$.

Conhecendo o acréscimo de largura, é necessário calcular a quantidade de armadura existente nesse troço de laje, para tal, e sabendo que esta possui uma malha #8//0.20, resultando em 2.51 cm²/m, multiplicando por $2 \cdot h_f$, obtém-se 0.75 cm² de armadura por cada troço de laje, inferior e superiormente

Tendo em conta o dimensionamento pelo método da capacidade real, resumiu-se os parâmetros geométricos das secções no Quadro 5.12.

Quadro 5.12 – Parâmetros geométricos das secções

Secção	h [m]	h_f [m]	b_w [m]	b [m]	A_{s1} [cm ²]	A_{s2} [cm ²]	A_{s3} [cm ²]	A_{s4} [cm ²]
S1						8.29		
S2	0.40	0.15	0.30	0.90	3.83			
S3						12.31		
S4	0.60	0.15	0.30	0.90	6.03			
S5						8.29	0.75·2 =1.50	0.75·2 =1.50
S6	0.40	0.15	0.30	0.90	2.36	9.42		
S7						13.44		
S8	0.50	0.15	0.30	0.90	6.03			
						8.29		

Posto isto, foi possível calcular a capacidade resistente das diferentes secções a momentos quer positivos, quer negativos. De modo a verificar as diferenças entre as tabelas de betão armado, equações 5.9 e 5.10, e as rotinas de cálculo criadas, realizou-se o cálculo por ambos os procedimentos, obtendo-se o presente no Quadro 5.13.

$$M_{Rd} = \mu \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \quad (5.9)$$

$$\omega = \frac{A_s}{b \cdot d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (5.10)$$

Quadro 5.13 – Momentos resistentes da secção

Secção	$M_{RdTabelas}^+$ [kN·m]	M_{Rd}^+ [kN·m]	$M_{RdTabelas}^-$ [kN·m]	M_{Rd}^- [kN·m]
S1	45.20	58.07	106.90	119.96
S2		58.40	143.54	156.44
S3	111.25	128.07	239.07	270.27
S4		128.07	171.51	203.12
S5	27.62	42.14	115.38	129.00
S6		42.52	148.39	161.96
S7	90.01	104.73	200.23	228.56
S8		104.60	139.50	161.55

5.4. DIMENSIONAMENTO DO PILAR

Com o disposto na equação 5.11 é possível, nesta fase, obter os novos momentos de cálculo para o pilar. Posto isto calculou-se os momentos resistentes segundo as tabelas de dimensionamento e as rotinas desenvolvidas.

$$M_{Ed,c1} = \frac{1.3 \cdot M_{c1}^{linear}}{M_{c1}^{linear} + M_{c2}^{linear}} \cdot \frac{M_{Rd,b1}^- + M_{Rd,b2}^+}{1 - \gamma_{desviada}} \geq M_{c1}^{linear}$$

$$M_{Ed,c2} = \frac{1.3 \cdot M_{c2}^{linear}}{M_{c1}^{linear} + M_{c2}^{linear}} \cdot \frac{M_{Rd,b1}^- + M_{Rd,b2}^+}{1 - \gamma_{desviada}} \geq M_{c2}^{linear}$$
(5.11)

Tendo como objetivo avaliar a relação existente na distribuição do momento resistente para a secção acima e abaixo do pilar, apresenta-se a equação 5.12:

$$M_{Abaixo} = \frac{82.09}{82.09 + 55.15} \cdot 100 = 59.82 \%$$

$$M_{Acima} = \frac{55.15}{82.09 + 55.15} \cdot 100 = 40.19 \%$$
(5.12)

Para o presente caso de estudo a redistribuição de momentos é 59.82% para a secção abaixo do nó e 40.19% para a secção acima, contrariando o assumido em [12] que consiste na atribuição de uma percentagem fixa de 55% e 45% respetivamente.

Posto isto, os momentos de cálculo para o sismo da esquerda e da direita, utilizados no dimensionamento do pilar, são dados pelo Quadro 5.14.

Quadro 5.14 – Momentos de cálculo para dimensionamento o do pilar

Sismo	Nó	$M_{Ed,c1Tabelas}$ [kN·m]	$M_{Ed,c1}$ [kN·m]	$M_{Ed,c2Tabelas}$ [kN·m]	$M_{Ed,c2}$ [kN·m]
Esquerda	1-2	309.92	346.70	0	0
	0-1	198.10	221.23	133.10	148.63
Direita	1-2	296.21	352.40	0	0
	0-1	221.05	225.42	148.50	171.60

Por ultimo ir-se-á determinar o esforço axial de cálculo para o pilar. Para tal, recorre-se à equação 5.13, para o cálculo do esforço transverso proveniente do momento resistente da viga.

$$V_{Ed} = \frac{M_{1,d}^+ + M_{2,d}^-}{l_{cl}} \quad (5.13)$$

Respeitando o disposto na Figura 3.10, já exposta anteriormente, é possível definir os vários vetores presentes no Quadro 5.15.

Quadro 5.15 – Determinação das parcelas para o cálculo do esforço transverso

Sismo	Nó	$V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{B,b1}}$	$V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{A,b2}}$	$V_{B,b1_{Tabelas}}$	$V_{B,b1}$	$V_{A,b2_{Tabelas}}$	$V_{A,b2}$
Esquerda	1-2	34.25	105.00	88.01	102.05	38.25	44.38
	0-1	37.65	117.45	94.37	107.26	47.13	55.20
Direita	1-2	34.25	105.00	71.50	85.76	48.37	55.53
	0-1	37.65	117.45	76.05	89.18	58.39	66.39

De acordo com a equação 5.14 é possível obter o esforço axial de cálculo (Quadro 5.16).

$$N_{Ed,c1} = -(N_{Ed,c2} + V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{B,b1}} + V_{B,b1} + V_{(g+\psi_2 \cdot q)_{A,b2}} - V_{A,b2}) \quad (5.14)$$

Quadro 5.16 – Determinação do esforço transversal de cálculo

Sismo	Nó	$N_{Ed,Tabelas}$	$N_{Ed,Rotinas}$	Variação [%]
Esquerda	1-2	189.01	196.92	4.02
	0-1	391.35	404.08	3.15
Direita	1-2	162.38	169.48	4.19
	0-1	335.14	347.37	3.52

Tendo definidos os esforços axiais e os momentos atuantes de cálculo é possível dimensionar a secção. Para tal, e de forma a detetar as diferenças entre as rotinas de cálculo desenvolvidas e as tabelas de dimensionamento, determinou-se as necessidades de armaduras para os sismos da esquerda e da direita.

Desta forma e utilizando as tabelas de dimensionamento obtém-se o disposto no Quadro 5.17 e Quadro 5.18 para sismo da esquerda e da direita, respetivamente.

Quadro 5.17 – Dimensionamento do pilar para o sismo da esquerda segundo as tabelas dimensionamento

Troço	Nó	$N_{Ed,Tabelas}$	$M_{Ed,Tabelas}$	ν	μ	$A_{s,Total}$ [cm ²]
1-2	Acima		309.92		0.22	30.36
	Abaixo	-189.01		-0.08		
0-1	Acima		198.10		0.09	8.28
	Abaixo	-388.35		-0.16	0.14	12.42

Quadro 5.18 – Dimensionamento do pilar para o sismo da direita segundo as tabelas de dimensionamento

Troço	Nó	$N_{EdTabelas}$	$M_{EdTabelas}$	ν	μ	$A_{s,Total}$ [cm ²]
1-2	Acima	-162.38	296.21	-0.07	0.21	30.36
	Abaixo		148.50		0.10	11.73
0-1	Acima	-332.14	221.05	-0.14	0.15	13.80
	Abaixo					

Por outro lado, utilizando as rotinas de cálculo desenvolvidas, obtém se o disposto no Quadro 5.19 e Quadro 5.20 para sismo da esquerda e da direita, respetivamente.

Quadro 5.19 – Dimensionamento do pilar para o sismo da esquerda segundo as rotinas de cálculo

Troço	Nó	N_{Ed}	M_{Ed}	$A_{s,Total}$ [cm ²]
1-2	Acima	196.92	346.70	35.23
	Abaixo		148.63	11.27
0-1	Acima	404.08	221.23	14.65
	Abaixo			

Quadro 5.20 – Dimensionamento do pilar para o sismo da direita segundo as rotinas de cálculo

Troço	Nó	N_{Ed}	M_{Ed}	$A_{s,Total}$ [cm ²]
1-2	Acima	169.48	352.40	36.65
	Abaixo		171.60	14.78
0-1	Acima	347.37	225.42	16.59
	Abaixo			

Fez-se uma comparação dos valores das necessidades de armaduras longitudinais entre as tabelas de dimensionamento de betão armado e as rotinas desenvolvidas no âmbito da presente dissertação, obtendo-se as seguintes variações presentes no Quadros 5.21 e 5.22.

Quadro 5.21 – Variação da quantidade de armadura de cálculo para o sismo da esquerda

Troço	Nó	$A_{s,Total_{Tabelas}}$ [cm ²]	$A_{s,Total}$ [cm ²]	Variação [%]
1-2	Acima	30.36	35.23	13.82
	Abaixo	8.28	11.27	26.52
0-1	Acima	12.42	14.65	15.22
	Abaixo			

Quadro 5.22 – Variação da quantidade de armadura de cálculo para o sismo da direita

Troço	Nó	$A_{s,Total_{Tabelas}}$ [cm ²]	$A_{s,Total}$ [cm ²]	Variação [%]
1-2	Acima	30.36	36.65	17.16
	Abaixo	11.73	14.78	20.64
0-1	Acima	13.80	16.59	16.82
	Abaixo			

Posto isto é necessário avaliar a quantidade mínima de armadura de flexão no pilar, para tal recorre-se equação 5.15.

$$A_{s,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.10 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = 0.10 \cdot \frac{574.23}{\frac{400000}{1.15}} = 1.65 \text{ cm}^2 \\ 0.002 \cdot A_c = 0.002 \cdot 0.60 \cdot 0.30 = 3.60 \text{ cm}^2 \end{array} \right. \Leftrightarrow A_{s,min} = 3.6 \text{ cm}^2 \quad (5.15)$$

Considerando os esforços de cálculo dispostos no capítulo 5.1, dimensionou-se a secção para a combinação de ações correspondente a uma maior quantidade de armadura, em que para o presente caso de estudo, foi a combinação do sismo tipo 1.

Quadro 5.23 – Dimensionamento do pilar para a envolvente da combinação de ações

Troço	Nó	N_{Ed}	M_{Ed}	$A_{s,Total}$ [cm ²]
1-2	Acima	-146.97	139.50	11.53
	Abaixo	-160.47	107.60	7.33
0-1	Acima	-311.63	116.53	4.31
	Abaixo	-325.12	153.17	8.40

Por último, simulou-se a estrutura do presente caso prático, usando um coeficiente de comportamento de 1.5, fazendo-se consequentemente uma análise modal para os respetivos espectros de resposta, obtendo-se então, desta forma, os momentos de dimensionamento correspondentes a uma estrutura da classe de ductilidade DCL. Posto isto, comparou-se esses valores obtidos com os provenientes da análise para a estrutura sujeita a um coeficiente de comportamento de 3.0, DCM, bem como os valores de dimensionamento resultantes do método da capacidade real (C.R.), obtidos pelas rotinas de cálculo automático desenvolvidas, tal como já foram apresentados anteriormente.

A referida comparação foi feita ao nível do nó viga-pilar do primeiro piso e apenas para o sismo atuando pela direita, pois este se revelou ser o mais gravoso. Os dados foram expostos no Quadro 5.24.

Quadro 5.24 – Comparação entre momentos dos espectros sísmicos e os momentos segundo as rotinas de cálculo automático

Classe	Tipo Dim.	Nó	
		Acima	Abaixo
DCL	D.D.	162.21	198.28
DCM	D.D.	107.60	116.53
	C.R.	171.60	225.42

Para o presente caso, embora amplificados pelo coeficiente de comportamento correspondente a uma estrutura DCL, os valores do momento de dimensionamento foram ligeiramente inferiores aos obtidos pelo método da capacidade real.

6. CONCLUSÃO

Esta dissertação pretende contribuir para a diminuição do esforço do projetista, em concretizar o dimensionamento de pilares de betão armado, pelo método da capacidade real, dando assim cumprimento à Norma Portuguesa de projeto de estruturas para resistência aos sismos, EC8, cuja entrada em vigor irá impor o dimensionamento pelo referido método na generalidade dos casos existentes em Portugal.

Desta forma, foi produzido um conjunto de rotinas que assentaram sobre a formulação de uma integração exata para o dimensionamento de pilares de betão armado. A criação deste instrumento de cálculo visou colmatar a desatualização das tabelas de dimensionamento, usadas de forma frequente, pois como ainda não foram alvo de reformulação para os novos elementos normativos, possuem subestimação das capacidades resistentes dos materiais, nas quais o betão é reduzido em 25% e o aço não contempla os novos níveis de extensão adotados, bem como o seu fator de sobrerresistência após a cedência.

No dimensionamento de vigas a momentos fletores, as rotinas desenvolvidas refletem uma variação média de aproximadamente -5% em comparação com as tabelas de cálculo. Esta diferença não é relevante, pois na maior parte das situações as secções são influenciadas pela armadura efetivamente colocada. Por outro lado, no que diz respeito ao cálculo dos momentos resistentes da secção, é necessário ter em conta um banzo efetivo de betão, englobando parte da laje adjacente à viga, que influencia significativamente o real momento resistente, manifestando-se então, variações médias na ordem dos +15 a +30%, sendo que a diferença acentua-se quanto mais a linha neutra se aproxima do limite superior da peça e por consequência, dentro do banzo. Outra das razões para a disparidade dos valores de momento resistente das secções é o facto de, nas tabelas de cálculo para vigas em T, não estarem consideradas as armaduras colocadas no limite superior da secção.

A jusante no cálculo, a referida variação do momento resistente, traduz-se num aumento de aproximadamente em média +20% de armadura no pilar, quando comparado com as tabelas de cálculo tradicionais. Por isso a precisão da determinação do momento resistente de uma dada secção é de extrema importância para o dimensionamento dos pilares pelo método da capacidade real, pois este surge como garantia de que as rótulas plásticas se localizam nas vigas e não nos pilares, prevenindo desta forma, que a estrutura produzirá um mecanismo de rotura dúctil aquando de um abalo sísmico.

Observou-se ainda que os esforços nos pilares com e sem dimensionamento pelo método da capacidade real, DCM e DCL respetivamente, são semelhantes. No entanto, nas vigas, tal semelhança não se verifica, pois os esforços obtidos para situação de projeto sísmica com a aplicação do método da capacidade real são significativamente mais baixos, sendo que esta diferença reside no facto do coeficiente de comportamento utilizado ser superior. Na ocorrência de um sismo, que origine uma intensidade de vibração superior ao valor regulamentar, as referidas discrepâncias nos valores de dimensionamento das vigas, caso

se utilize a classe de ductilidade DCL, podem induzir a formação de rótulas plásticas nos pilares e conseqüentemente, o seu colapso prematuro, o que não se sucede com o método da capacidade real.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Fardis, M., *Seismic Design, Assessment and Retrofitting of Concrete Buildings*, Springer, Londres, 2009.
- [2] Lopes, M., (et al.), *Sismos e Edifícios*, Edições Orion, Amadora, 2008.
- [3] NP EN 1998-1-1 - Projeto de Estruturas para Resistência aos sismos – *Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios*, Instituto Português da Qualidade, Caparica, 2010.
- [4] NP EN 1992-1-1 - *Projeto de Estruturas de Betão Armado – Parte 1-1: Regras gerais para edifícios*, Instituto Português da Qualidade, Caparica, 2010.
- [5] Lopes, H., *Comparação do Eurocódigo 8 com o RSA/REBAP – Dimensionamento Sísmico de Estruturas de Betão Armado*, Instituto Superior de Técnico, Lisboa, Novembro 2007.
- [6] *Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontos; Decreto-Lei nº235/3*, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa, 1983.
- [7] *Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado; Decreto-Lei nº349-C/8*, Imprensa Nacional – Casa da Moeda, Lisboa, 1984.
- [8] Beer, F., Johnston, E., DeWolf, J., *Mecânica dos Materiais*, McGraw Hill de Portugal, Lisboa, 2003.
- [9] Pires, S., Silva, M., *Procedimento Numérico para Análise de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexão Composta*, Mecânica Computacional Vol XXIX, pags. 10095-10112, Buenos Aires, Novembro 2010.
- [10] George, S., Varghese, V., *General Concepts of Capacity Design*, International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering, Julho 2012.
- [11] Estêvão, J., *Apontamentos de Dinâmica de Estruturas*, Universidade do Algarve – Instituto Superior de Engenharia, Faro, 2013/2014.
- [12] Costa, A., *Projecto de Estruturas para Resistência aos Sismos*, Seminário - Ordem dos Engenheiros, Lisboa e Porto, Novembro 2011.
- [13] Vaz, C., *Comportamento de Estruturas de Edifícios e Pontes em Sismos Recentes*, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisboa, 2009.

[14] Gomes, A., Vinagre, J., *Tabelas de Betão Armado e Pré-Esforçado I*, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 1993.