UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE LETRAS

UNIVERSIDADE DO ALGARVE
FACULDADE DE CIÊNCIAS
HUMANAS E SOCIAIS

DISCURSOS DE ESPECIALIDADE NA ABORDAGEM DE FUNÇÕES

Um estudo de caso no décimo ano de escolaridade

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em Comunicação Educacional

MARIA DE FÁTIMA ARGELINO TRINDADE

FARO
2006

Nome: Maria de Fátima Argelino Trindade

Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa e Universidade do Algarve

Orientador: Professor Doutor Célio Conceição, Prof. Associado da Universidade do Algarve

Data:

Título da Dissertação: **Discursos de especialidade na abordagem de funções – um estudo de caso no décimo ano de escolaridade**

Júri:

Agradecimentos

Ao longo da realização deste trabalho foram vários os momentos em que, por razões de natureza diversa, me senti sem ânimo para o concluir. Se o conclui, devo-o, em grande parte, a um grupo de pessoas a quem, por razões diferentes, não posso deixar de agradecer.

Ao Professor Célio Conceição por, ao longo do Seminário de Linguística Portuguesa, me ter despertado para o tema desta dissertação. Como orientador, esteve sempre disponível, sendo uma base muito importante e imprescindível para mim: a nível científico pelo apoio em todas as minhas dúvidas; a nível humano por todo o incentivo e força nos momentos mais difíceis.

Aos meus alunos, a quem apliquei os instrumentos de investigação, tornando-se assim nuns dos principais colaboradores desta dissertação.

Aos meus colegas de Mestrado Ana Sousa, Dina Calado e Zé Moeda, pela partilha de experiências, angústias e alegrias, ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Ricardo Minhalma e à Maria do Carmo Romão, pela colaboração afectuosa em questões das suas áreas.

À minha prima Nelinha pelo apoio logístico.

Ao Zé Manel pelo incentivo e apoio, presença constante em todas as fases por que passei, desde a inscrição no mestrado até à sua conclusão.

Os meus últimos agradecimentos vão para pessoas que, sendo as que me são mais próximas e que, necessitando da minha companhia e atenção, tantas vezes delas foram privadas: a minha mãe Rita dos Anjos, e as minhas filhas Maria João e Mariana.

Resumo

A linguagem, sendo uma capacidade natural, e não meramente instrumental, é usada na organização do pensamento e integrada no contexto cultural de um indivíduo.

Neste trabalho tentámos perceber de que forma a linguagem usada na aula de Matemática interfere na aquisição dos conteúdos programáticos, centrando o nosso estudo no tema: funções.

O estudo realizou-se numa Escola Secundária do litoral do sotavento algarvio, no ano lectivo de 2004/05. Os três casos seleccionados pertenciam a uma turma do décimo ano de escolaridade, de prosseguimento de estudos: Curso Científico-Humanísticos.

Optámos por uma metodologia de carácter essencialmente qualitativo, o estudo de caso, dado que pretendíamos compreender e explicar um fenómeno e não, encontrar resultados definitivos e universais, generalizar conclusões ou indagar relações causais com o intuito de prever acontecimentos.

Não havendo lugar a generalizações, há contudo constatações que servirão de alertas para o acto comunicativo integrado no processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: linguagem matemática, língua corrente, língua de especialidade, termos, comunicação matemática, função.

Abstract

Language, being not a mere tool but a natural skill, is used to organize thought and to integrate the cultural context of the individual.

In this work we tried to understand the way the language used in the Maths class interferes with the acquisition of the syllabus contents and decided to center our study in the subject: functions.

The study was performed in a Secondary School alee of the coast of the Algarve in the school year 2004-2005. The three chosen cases belonged to a 10^{th} grade class in which students were planning to follow higher education scientific/humanistic courses.

We decided to use an essentially qualitative methodology , the case study, as we wanted to understand and explain a phenomenon, but not finding definite and universal results, generalizing conclusions or looking into causal relations aimed at anticipating events.

Although we avoid generalizations there are observations that alert us to the communicative act integrated in the teaching-learning process.

Key-Words: mathematical language, common language; skilled language, terms (words), mathematical communication, function.

ÍNDICE

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

ANEXOS

"Para que seja possível haver mais frutos, as borboletas estabelecem a comunicação entre as flores.

Para haver evolução social e económica é necessária a comunicação.

Comunicação implica raciocinar e descrever raciocínios.

Aprender matemática também é aprender a comunicar."

(Neves e Faria, 1999: frontispício)

"A linguagem lógico- matemática surgiu da tentativa do homem entender o mundo que o rodeava e de o descrever. Para isso foi criando símbolos e regras próprias que resultaram nesta linguagem poderosamente sintética que se foi desenvolvendo à medida que se sentiram novas necessidades de interpretação do quotidiano."

(Figueiral, 1992: 271)

I. INTRODUÇÃO

O tema desta dissertação surgiu após a realização de um trabalho no âmbito do seminário de Linguística Portuguesa. Neste trabalho pretendemos constatar de que forma o conceito de função era abordado em níveis de ensino diferentes, uma vez que, destinado a públicos diferentes, a linguagem utilizada seria inevitavelmente também diferente.

Assim, foram comparados, relativamente à abordagem linguística do conceito em causa, dois manuais escolares de Matemática, um do oitavo e outro do décimo ano de escolaridade. Considerámos que seria enriquecedor para a nossa actividade profissional aprofundarmos este estudo, investigando de que forma a linguagem interfere na aquisição dos termos e conceitos matemáticos.

Centrámo-nos no décimo ano de escolaridade, começando o nosso trabalho de pesquisa por uma análise detalhada de dois documentos que serão largamente citados e referidos ao longo desta dissertação: o Programa de Matemática A para o Ensino Secundário - homologado em Fevereiro de 2001 e em vigor desde 2003/2004 - e as Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar.

Antes da última revisão curricular do Ensino Secundário, no final dos anos oitenta, o ensino da Matemática baseava-se essencialmente em algoritmos e cálculos desprovidos de contexto real. Quem dominasse a linguagem simbólica - entendida como linguagem matemática que utiliza representações icónicas que não pertencem à língua mas que constituem outro código - e as regras operatórias, treinando-as repetidas vezes, facilmente obteria sucesso nesta disciplina. Deste modo, não era visível de forma clara, e a este nível de ensino, as aplicações que a Matemática tem no quotidiano.

O programa de Matemática A actualmente em vigor apela fortemente para a resolução de problemas e, principalmente, para o estudo da Matemática em contexto real. Este programa compreende três grandes temas, sendo um deles Funções. Para além destes, existem os temas transversais, que devem ser integrados e abordados sistematicamente ao longo do Ensino Secundário, dos quais destacamos a Comunicação Matemática.

Este tema interliga a Matemática, a Linguagem e a Comunicação e não deve ser visto apenas como um instrumento usado pelo professor para transmitir conteúdos. É um tema ainda "jovem" e em crescimento em Educação Matemática, mas que tem vindo a adquirir lugar de destaque ao longo das duas últimas décadas, nomeadamente aquando da última revisão curricular que coloca a tónica num ensino por competências. Deve ser considerado o cerne da actividade matemática na sala de aula, acentuando a importância de um processo comunicativo onde estão envolvidos professor e alunos e onde a interacção e negociação de significados conduzem a uma aprendizagem da Matemática que não tem como objectivos apenas a aquisição de conteúdos. Tal como é referido no programa de Matemática A para o Ensino Secundário

> "A Matemática contribui para a construção da língua com a qual o jovem comunica e se relaciona com os outros, e para a qual a Matemática fornece instrumentos de compreensão mais profunda, facilitando a selecção, avaliação e

integração das mensagens necessárias e úteis, ao mesmo tempo que fornece acesso a fontes de conhecimento científico a ser mobilizado sempre que necessário." (p. 3)

Relativamente às Funções, os alunos já tiveram no Ensino Básico contacto com este tema. No oitavo ano de escolaridade foi estudado o conceito de função, e:

- o vocabulário usado aliou a parte linguística a uma não linguística;
- alguns conceitos foram estudados sem serem definidos nem identificados pelos termos técnicos usados na área da especialidade, mas sim substituídos por palavras da língua corrente.

No décimo ano, o estudo desta temática apela à formalização dos conceitos utilizando a língua de especialidade e a simbologia, sendo feita uma abordagem de tudo o que os alunos aprenderam ao longo do Ensino Básico.

Neste contexto, pensamos que as maiores dificuldades surgem quando um problema é enunciado através da língua corrente e da de especialidade e em que tem de ser o aluno a interpretar e retirar do enunciado toda a informação de que necessita. Dado que para se aprender a língua de especialidade é necessário conhecer a língua e a especialidade, não se deve enfatizar a língua de especialidade desprovida de um contexto real. Em sala de aula, dever-se-ão diversificar as actividades, recorrendo simultaneamente à língua corrente e à simbologia da área da especialidade, de modo a que estas não conduzam apenas à simples memorização de algoritmos/regras.

Com este estudo pretendemos investigar de que forma, e perante um problema da vida real, a linguagem interfere na identificação dos termos e conceitos estudados, bem como na sua formalização, tendo os alunos adquirido as competências mínimas na língua de especialidade.

Neste sentido, formulámos três questões de investigação para as quais pretendemos, após finalizado o nosso trabalho, encontrar respostas:

1. De que conhecimentos se socorrem os alunos para traduzir graficamente um problema da vida real?

2. De que forma os alunos identificam os termos da especialidade?

3. Como é que a interacção da língua corrente e da linguagem matemática conduz à formalização dos conceitos matemáticos, ou seja, ao domínio da língua de especialidade?

Partimos do pressuposto de que:

- usando a língua corrente, os alunos não têm dificuldades em interpretar/resolver um problema da vida real se este for acompanhado de uma ilustração gráfica;

- recorrendo apenas à língua de especialidade, os alunos não apresentam dificuldades. Estas surgem quando lhes é pedido que relacionem a língua de especialidade e a língua corrente;

- perante uma questão que pode ser resolvida com recurso à língua corrente ou à língua da especialidade, é mais provável obter respostas, utilizando a língua corrente associada a exemplos, onde surge alguma simbologia da área da especialidade.

Estas questões serão apresentadas e estudadas nos capítulos III e IV.

Na revisão da literatura, apresentada no capítulo II, focaremos os temas que nos serviram de base para a formulação do problema, bem como das questões de investigação: língua e linguagem, língua de especialidade, comunicação e comunicação matemática.

Para além do que já referimos, no capítulo III será também descrito o percurso metodológico efectuado: tipo e contexto de estudo, descrição dos instrumentos de investigação, assim como dos seus objectivos. A análise dos dados recolhidos e a sua relação com as questões de investigação será apresentada no capítulo IV. A síntese das conclusões e as implicações e limitações do estudo far-se-ão no capítulo V. Em anexo encontram-se os instrumentos de investigação, as matrizes utilizadas na sua feitura, e os quadros síntese de recolha de dados que permitiram caracterizar a população do estudo.

II. LINGUAGEM E COMUNICAÇÃO EM MATEMÁTICA

2.1. Introdução

O tema do nosso estudo é a "A abordagem linguística do conceito de função no décimo ano de escolaridade". Neste ano de escolaridade, o conceito de função, bem como os que lhe são inerentes, são estudados inicialmente com recurso à língua corrente, passando-se posteriormente à sua formalização, utilizando a língua de especialidade e a linguagem simbólica/icónica. Pretendemos estudar de que forma os alunos identificam estes conceitos quando eles são definidos nas várias linguagens, estando ou não integrados num problema da vida real.

Pensamos que as maiores dificuldades surgem quando um problema é enunciado através da língua corrente e da língua de especialidade e em que tem de ser o aluno a interpretar e retirar do enunciado toda a informação de que necessita, isto é, quando o aluno tem que descodificar uma mensagem que lhe é apresentada, utilizando vários recursos linguísticos. Para que tal aconteça, ele terá de ter adquirido não só competências matemáticas, como também o domínio da língua.

Assim, centraremos a revisão da literatura nos temas língua e linguagem, língua de especialidade, comunicação e comunicação matemática.

Começamos por distinguir língua de linguagem, referindo-nos sempre à linguagem humana, por ser este o tipo de linguagem que vai ser objecto do nosso estudo. São apresentadas várias perspectivas do conceito de linguagem para melhor se entender a sua importância no acto comunicativo.

Damos especial relevo à língua de especialidade e à linguagem matemática, nomeadamente no que concerne aos termos técnicos de especialidade e à linguagem simbólica/icónica, apresentando vários exemplos. Sempre que possível referimos termos que serão estudados no capítulo III.

A comunicação é vista primeiramente à luz de vários modelos (de comunicação), seguidamente, centramo-nos na comunicação matemática, não podendo deixar de a interligar com a linguagem matemática. Fazemos uma breve resenha histórica do ensino da Matemática porque consideramos que a linguagem e a comunicação das ideias matemáticas são também consequência dos objectivos e finalidades dos programas curriculares. Também sucintamente falamos de um meio de comunicação que, não constando do nosso estudo, merece ser destacado porque está presente na aula de Matemática: a calculadora.

Sempre que oportuno ilustramos a nossa reflexão com referências ao programa de Matemática A actualmente em vigor, assim como às Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar, documentos imprescindíveis no processo de ensino-aprendizagem.

2.2. Linguagem e língua

"*A linguagem é vista como um suporte do pensamento.*" (Piaget, referido por Oliveira, 1991:165)

Será talvez impossível imaginar a vida humana sem linguagem. É através dela que o Homem recebe, armazena e envia informações: comunica. Mas a linguagem não é só comunicação. Também é usada na organização do pensamento, possuindo estruturas e propriedades específicas características de cada utilizador.

A linguagem assume um papel relevante no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que ela é o veículo comunicativo na sala de aula; é usando a linguagem que professores e alunos interagem.

Cada ciência tem uma expressão linguística, um simbolismo próprio e, à medida que se aprofunda o estudo numa determinada área científica, maior é o recurso a uma língua de especialidade em detrimento da língua corrente, embora geralmente use recursos desta última. Mas, o que é afinal a linguagem? Asim, segundo Galisson e Coste (1983), a linguagem é encarada segundo três sentidos: no sentido lato, no sentido de signos directos ou naturais e no sentido pedagógico, que citamos seguidamente:

> "**Em sentido lato**: meio de comunicação utilizado por uma comunidade humana ou animal para transmitir mensagens. Uma linguagem é composta de unidades mínimas e signos ou sinais. O termo linguagem pode designar:

- quer sistemas de signos (ou sinais) "directos" ou naturais (ex: a linguagem humana articulada, a linguagem dos golfinhos, das abelhas, etc.);

- quer sistemas "secundários", quer dizer, elaborados a partir da linguagem humana transcodificada para fins específicos de comunicação (ex: o código da estrada, o sistema morse, etc.).

No sentido de sistema de signos directos ou naturais: a linguagem pressupõe um sujeito falante e implica fenómenos ligados à transmissão da mensagem dentro de um contexto espacio- temporal e cultural chamado situação. O estudo da linguagem comporta pois aspectos psicológicos (os psicólogos falam de actividade da linguagem), sociológicos, etnológicos e mesmo psicanalíticos. São estes aspectos não linguísticos que distinguem a noção de linguagem das de "língua" ou de "código" muito mais restritos.

No sentido pedagógico: linguagem é frequentemente sinónimo de "palavra" na sua acepção mais restrita e menos saussuriana, a saber "faculdade de falar". Com efeito, aquando da clássica aula de linguagem leva-se a criança do ensino primário a exprimir-se oralmente (mais do que a comunicar, na medida em que as relações professor- alunos e alunos entre si são geralmente pouco favoráveis a trocas verdadeiras no quadro da aula tradicional)."

No âmbito deste trabalho e, ao longo deste capítulo, tentaremos abordar a linguagem humana segundo estas três perspectivas, dando especial relevo aos dois últimos sentidos citados.

Importa pois fazer a distinção entre língua e linguagem, apesar de ambas se interligarem e, por vezes, se confundirem: a linguagem é uma capacidade universal dos seres humanos baseada num sistema de sinais e regras de organização e de uso desses sinais; a língua é um conjunto de códigos próprio de uma comunidade. É usando a língua que se concretiza a linguagem, enquanto processo comunicativo. Segundo Sim-Sim (1998), a língua (materna) de um indivíduo é um sistema adquirido espontânea e naturalmente e identifica o indivíduo com a comunidade em que este está inserido.

Aitchison (1993) considera a linguagem como parte integral do ser humano, salientando que a sua utilização incorrecta pode afectar o estatuto social de um indivíduo, bem como alterar a sua personalidade. Ao referir- se à linguagem[1] define-a como um "... *sistema especializado de sinais sonoros que parece estar geneticamente preparado para se poder desenvolver nos seres humanos.*" (p.19) e que pode "... *ser vista como um sistema imbricado de elementos interligados em que cada item toma o seu lugar e recebe a sua identidade na sua relação com todos os outros itens.*" (p.25), comparando os itens linguísticos aos jogadores de futebol (tal como Saussure, no *Curso de Linguística Geral*, usou a metáfora das peças do tabuleiro de xadrez). Da mesma forma que estes só têm valor quando integrados numa equipa, também os itens linguísticos só ganham relevância quando inseridos no sistema global de uma língua.

Ferreira (2003) refere que "... *existe uma relação estreita entre a experiência vivida e a linguagem com que comunicamos...*" (p.8), sendo a compreensão do processo de formação da linguagem essencial no estudo do acto comunicativo. Salienta ainda que "*...a linguagem expressa uma série de símbolos, que respondem de modo idêntico à experiência dos diversos indivíduos.*" (p.12)

A linguagem, enquanto capacidade especificamente humana, tem sido objecto de estudo em várias áreas do saber (Filosofia, Linguística, Sociologia e Psicologia). Tendo

[1] Embora aqui não seja clara a distinção entre língua e linguagem provavelmente por, na língua de origem, o termo *language* denominar os dois conceitos.

estas áreas objectivos e métodos de trabalho diferentes, confrontamo-nos com vários conceitos de linguagem. Maia (1990) apresenta a perspectiva de vários autores relativamente a este tema, que expomos seguidamente:

- Saussure distingue língua e linguagem, definindo língua como "... *um conjunto de convenções necessárias adoptadas do corpo social para permitir o uso da faculdade de língua aos indivíduos;*" (Maia, 1990:18), considerando ainda que a linguagem não pode ser exercida fora da língua.

- Hervieux e Paquette (1972), matemáticos, não fazem distinção entre língua e linguagem. Têm da linguagem uma concepção formal ao considerarem "... *linguagem de um alfabeto como qualquer conjunto não vazio de sequências finitas (expressões) dos elementos desse alfabeto, considerando como alfabeto, qualquer conjunto não vazio.*" (Maia, 1990: 18). Segundo estes autores, referenciados por Maia (1990), os símbolos de um alfabeto podem ser gráficos, sonoros ou quaisquer outros, existindo um paralelismo entre as linguagens gráficas, sonoras, naturais e artificiais. Não existem preocupações a nível de conceito, de relações entre as várias linguagens, do significado das expressões possíveis em cada uma delas, nem das suas funções. "*Cada linguagem depende do alfabeto base e das regras que determinam o modo de associação dos elementos do alfabeto.*"(Maia, 1990: 18)

- para Chomsky (1973), "... *a linguagem é o conjunto dos enunciados descritos por uma gramática a qual determina a forma fonética e o significado de cada enunciado.*" (Maia, 1990:19), não menosprezando a função comunicação ao referir que "... *uma linguagem, quer natural quer artificial (...) está na base de todo o processo* *comunicativo organizado.*" (Maia, 1990:19), considerando também que o pensamento se desenvolve através da linguagem.

- Piaget (1977) concebe a linguagem como não inata, uma vez que, como todo o conhecimento, "... *faz-se por construção.*" (Maia, 1990:21). Considera ainda que, "*O pensamento precede a linguagem mas é socializado usando a linguagem.*" (Maia, 1990:21)

- Vygotsky (1987) defende que "... *o desenvolvimento do pensamento e da linguagem se faz do social para o individual.*" (Maia, 1990:21)

- Robert Le Page (1988) associa o aspecto formal da linguagem à comunicação a que esta conduz

> "... uma linguagem é um sistema de sinais e regras fechado (...) que é inadequado para a descrição das línguas naturais; estas são inerente e necessariamente uma rede polissistémica e potencialmente infinita de relações com uma ilimitada capacidade de desenvolvimento e evolução de que o desenvolvimento da escrita é um deles." (Maia, 1990:18)

Sim-Sim (1998:23) considera que a linguagem "... *deve ser vista como o resultado de um programa (...) existente no cérebro humano e que faz parte da nossa herança genética.*"

Oliveira (1991) considera essencial, para a compreensão do processo da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo dos alunos, a inter- relação entre pensamento e linguagem, referindo que ambos "... *são elos de uma cadeia de* *desenvolvimento cognitivo em que a linguagem (...) serve como instrumento de comunicação e de formação de conceitos cada vez mais abstractos e genéricos*." (p.166)

A linguagem, enquanto função cognitiva complexa, está envolvida na aquisição de conceitos bem como na sua comunicação, não sendo alheio a este processo o meio social em que o indivíduo está inserido, bem como a sua biblioteca pessoal.

Sousa (2003) apresenta, interagindo entre si e podendo ajudar a compreender as razões de sucesso ou de insucesso na aprendizagem, três factores de aquisição da linguagem: o sujeito aprendente, o meio social e o ensino. O sujeito, com as suas características biológicas e socioculturais, actua sobre o meio envolvente; este produz estímulos que serão apreendidos pelo indivíduo. Por outro lado, o ensino modifica o comportamento do aprendente podendo também intervir no meio. " ... *a linguagem humana resulta de um processo de aprendizagem social, embora biologicamente exista uma predisposição para a faculdade da linguagem*." (Sousa, 2003:19)

Como síntese podemos considerar que:

- a linguagem é uma capacidade natural que não é só instrumental. É também uma função cognitiva complexa, usada na organização do pensamento e que não pode ser vista isoladamente. Está integrada no contexto cultural de um indivíduo e tem por base a sua experiência, existindo uma estreita relação entre a experiência vivida e a linguagem com que comunicamos. Como refere Sim-Sim (1998)

> "A capacidade natural para adquirir a linguagem não significa que o desenvolvimento da mesma não seja influenciado pelas experiências de comunicação a que o aprendiz de falante é exposto." (p.19)

- a língua é um conjunto de códigos próprios de uma comunidade. A sua aquisição faz-se de forma quase expontânea, uma vez que

> "Não nascemos a falar mas, em pouco tempo e sem esforço, tornamo-nos conhecedores de um dos sistemas mais sofisticados e complexos que se conhece. A simples exposição à língua da comunidade a que se pertence faz de cada criança um falante competente dessa língua." (Sim-Sim, 1998:19)

O objectivo do nosso estudo é indagar de que forma a linguagem interfere na aquisição dos termos e conceitos matemáticos. Deste modo, estes devem ser apresentados tendo em atenção o público a que se destinam e recorrendo à diversificação de formas de expressão, desde a língua natural até à formalização, passando pela linguagem gráfica/icónica.

2.3. Língua de especialidade e linguagem matemática

> "A linguagem científica é uma ponte, uma articulação entre os conhecimentos prévios dos alunos e a sua experiência dos fenómenos quotidianos (...). É pois, uma forma de integração e interpretação do conhecimento científico (...). É, ainda, um modo de familiarização com os modos de comunicação usados no mundo científico." (Oliveira, 1991:162)

> "Quanto à linguagem matemática, devemos entender que ela não é um fim do ensino da Matemática em si mesma, mas sim um meio de expressão das ideias e dos raciocínios matemáticos que os alunos vão adquirindo progressivamente. Deve ainda salientar-se que se pode ser rigoroso com um discurso informal e que a formalização precipitada deve ser rejeitada." (A. P. M., 1988:41-42)

Na perspectiva dos autores do programa de Matemática A-10º Ano, a linguagem matemática é considerada híbrida uma vez que é referido que

> "Um conceito matemático pode estar completa e rigorosamente compreendido expresso em língua natural ou linguagem matemática ordinária que é uma mistura de linguagem natural, simbologia lógica e matemática." (p.19)

Os termos e conceitos matemáticos não devem ser definidos/compreendidos recorrendo apenas à simbologia própria desta disciplina. Para que os alunos os utilizem/identifiquem correctamente em problemas do quotidiano, é importante que os saibam definir na língua natural e posteriormente façam a sua tradução para a linguagem matemática , onde é usada a simbologia.

2.3.1. Língua corrente e língua de especialidade

> "O discurso de especialidade, além de conhecimentos sobre a especialidade actualiza também saberes sobre a língua natural em que se constrói, quer ao nível dos usos correntes, quer ao nível dos usos especializados." (Conceição, 2005:265)

> "As unidades estudadas pela terminologia (...) fazem parte do conjunto de recursos linguísticos de uma determinada língua natural, usados preferencialmente num domínio do saber ou numa esfera de actividade; a este conjunto de recursos da língua convencionou chamar-se língua de especialidade" (Conceição, 2005:257)

Sendo a língua corrente um conjunto de recursos linguísticos utilizados pelos falantes de uma língua, a língua de especialidade é um seu subconjunto usado pelos mesmos falantes, mas num domínio da sua especialidade.

A linguagem tem um papel preponderante na compreensão de teorias e conceitos de qualquer ciência e o seu domínio é um factor de sucesso das aprendizagens científicas: "*Não se pode desenvolver a Ciência sem se desenvolver a linguagem.*"(Lavoisier, citado por Oliveira,1991:170)

A língua natural é adquirida naturalmente e os "... *falantes partilham entre si os mesmos referentes.*" (Sousa, 2003:82-83), enquanto que na língua de especialidade "... *os elementos lexicais que a compõem remetem para referentes a cujo significado apenas os especialistas em certos domínios do conhecimento têm acesso.*" (p.83)

Para adquirir a língua de especialidade é necessário conhecer a língua comum e a especialidade, donde, embora distintas, estas línguas não são disjuntas. A língua de especialidade não se limita a ser um conjunto de termos e símbolos próprios de uma determinada área científica. No seu processo de aquisição, compreensão e desenvolvimento terá de existir também a capacidade de seleccionar, relacionar e articular conhecimentos e conteúdos da área em que se insere. Segundo Desmet (1996) referido por Sousa (2003), a língua de especialidade é considerada "...*um sistema de recursos comum ao da língua geral, mas marcado por tendências gráficas, sintácticas e discursivas.*" (p.83). Segundo esta autora

> "O discurso especializado, para além do domínio dos termos científico-técnicos, requer ao seu utilizador o conhecimento de elementos gramaticais, de expressões fixas, (...), bem como de noções de apropriação comunicativa. O conjunto destes traços confere ao discurso científico- técnico um estatuto particular no sistema da língua." (p.83)

Esta linha de pensamento é partilhada por Conceição (2003) que define língua de especialidade como

> "... um conjunto de recursos linguísticos de uma determinada língua, usados num domínio do saber ou numa esfera de actividade humana. Estes recursos (...) são usados por locutores que possuem conhecimentos específicos do referido domínio. (...) O que a [*língua de especialidade*] caracteriza não é apenas a terminologia específica, é também o modo como são organizados e usados os discursos em cada especialidade e a forma como são utilizadas unidades linguísticas de língua corrente neste contexto." (p.70-71)

A Matemática enquanto ciência tem a sua própria linguagem. Nesta linguagem são usadas a língua corrente, a língua de especialidade e a linguagem simbólica/icónica como veículo de comunicação. A língua de especialidade usa elementos da língua natural para referir termos/conceitos da especialidade, por exemplo: função crescente. A linguagem matemática utiliza representações icónicas/simbólicas que não pertencem à língua natural mas que constituem outro código, por exemplo: $a < b \Rightarrow f(a) < f(b), \forall a, b \in D_f$.

Segundo Sarukkai (2001: 674, citado por Conceição, 2003:71-71)

> "The mathematical discourse is not possible without a fertile use of natural language. Its symbols, first and foremost, refer to natural language terms. Its texts are a combination of symbols, natural language, diagrams and so on."

Maia (1990) apelida a linguagem matemática de "*linguagem artificial*", considerando que

> "... uma linguagem artificial é um sistema formal donde será sempre necessário recorrer a uma linguagem exterior para poder desenvolver todo o potencial dessa linguagem artificial e consequentemente da própria ciência." (Maia, 1990:22)

Nesta perspectiva assume particular relevo o domínio da língua corrente para uma eficaz compreensão e utilização da linguagem matemática.

Na mesma linha de pensamento, Matos e Serrazina (1996) consideram que " *A Matemática não é uma linguagem natural (...) não há nenhum grupo de pessoas para quem a Matemática seja a sua primeira língua.* " (p.49). Segundo estes autores, o professor de Matemática tem uma dupla função: facultar aos alunos, não só o acessso aos recursos implícitos na linguagem natural, como também os meios necessários para a aprendizagem e utilização dos termos de especialidade.

Deste modo, e através desta simbiose, será progressivamente que os alunos irão sentir a necessidade de utilizar a linguagem matemática para ler e escrever Matemática: comunicar matematicamente.

> "Ter facilidade na linguagem matemática é uma parte integrante do modo de pensar matemático, da resolução de problemas e da reflexão de cada um sobre as suas próprias experiências matemáticas." (NCTM, 1991:167)

A língua de especialidade da matemática recorre à utilização de um vocabulário próprio que alia a simbologia a termos de especialidade.

> "Termo técnico/científico é uma palavra ou frase que quando usada no contexto de uma determinada disciplina tem um significado específico." (Oliveira, 1991:173)

> "**Termos** são **palavras especializadas** de uma disciplina ou actividade específica. Os termos, unidades de base de uma terminologia, designam os conceitos próprios de uma área do saber." (Sousa, 2003: Anexo IV B)

> "Os termos fazem parte de sistemas estruturados (...), pelo que, além de pertencerem ao léxico, são, também, unidades do conjunto de conhecimentos/saberes de um domínio técnico-científico ou área de actividade sócio-profissional" (Conceição, 2005:260)

Os termos, muitos deles novos para os alunos enquanto aprendentes, designam conceitos específicos não familiares aos alunos, como por exemplo, *contradomínio.*[2] Contudo, há termos que são também usados na língua corrente. Destes, podemos distinguir dois grupos: os que têm o mesmo significado quer na língua de especialidade, quer na língua corrente (é o caso, de: *monótona*, *crescente*, *decrescente*, *máximo*,

[2] A escolha dos termos que apresentamos como exemplos neste capítulo teve como base aqueles que foram estudados neste trabalho.

mínimo) e os que na língua de especialidade têm significado diferente (por exemplo: *objecto, imagem, domínio*).

Oliveira (1991) ao referir-se aos termos utilizados na língua de especialidade distingue-os segundo dois aspectos: o denotativo e o conotativo. Segundo esta autora, na utilização de uma linguagem científica, deve ser dada maior ênfase ao aspecto denotativo de um termo, pois este aspecto tem como função informar, enquanto que o conotativo associa ao termo diversos sentidos, contribuindo deste modo para a diferenciação da linguagem de pessoa para pessoa.

No processo ensino-aprendizagem, o professor deve estar consciente desta "diversidade" aquando da sua introdução na linguagem matemática pois, tal como é referido nas Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar

> "A Matemática baseia-se fortemente na utilização de símbolos e atribuí significados específicos e, por vezes, diferentes, a palavras correntes. O resultado pode ser a confusão e a dificuldade em expressar ideias matemática." (NCTM, 1991:245)

Esta opinião é partilhada por Oliveira (1991) que refere que

> "A introdução dos novos termos técnico- científicos, palavras chave ou conceitos deve ser feita de uma maneira cuidadosa para que todos os compreendam, visto que o desenvolvimento da linguagem científica e do necessário vocabulário que lhe está associado está ligado intimamente ao desenvolvimento dos conceitos científicos." (Oliveira, 1991:174)

É obviamente inegável a importância dos termos e conceitos no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Na Norma 8 (NCTM, 1991), dedicada aos conceitos matemáticos, é referido que

> "Os conceitos são a essência do conhecimento matemático. Os alunos só podem dar significado à matemática se compreenderem os seus conceitos e os significados ou interpretações destes. (...). Uma compreensão dos conceitos matemáticos envolve mais do que a simples memorização de definições e do reconhecimento de exemplos comuns;" (p. 262)

Salientamos alguns dos objectivos presentes nesta norma:

"• designar, verbalizar e definir conceitos;

• reconhecer os vários significados e interpretações dos conceitos;

• identificar propriedades de um dado conceito e reconhecer condições que determinem um conceito particular;

• comparar e contrapor conceitos." (p.262)

Face ao exposto, podemos referir que, a compreensão e identificação dos termos é essencial na aprendizagem da Matemática, considerando termo como uma unidade de conhecimento ou de representação.

2.3.2. Linguagem matemática

"A aprendizagem matemática (...) passa por fases intuitivas e informais, mas, (...) mesmo estas não podem deixar de ser rigorosas (...) não podem passar sem um mínimo de linguagem simbólica.

(...)

A escrita simbólica das proposições matemáticas há-de aparecer, (...), para efeitos de precisão, condensação, economia e clareza de exposição." (ME, 2001:19).

Granger (1979) distingue dois tipos de simbolismo: o simbolismo figurativo e o característico. No primeiro, os símbolos assemelham-se esquematicamente aos respectivos designados (por exemplo quando as crianças desenham um rectângulo para representar uma casa), enquanto que no segundo os símbolos são arbitrários.

Na escrita matemática são usados os dois tipos de simbologia. Apresentamos alguns exemplos:

- simbolismo característico é utilizado na representação de termos e de conceitos que, na maior parte das vezes não têm ligação a uma imagem concreta é o caso do sinal de fracção $-$ ou $/$, do de radical quadrático $\sqrt{\ }$, do de pertença $\in$,do de conjunto $\{\ \}$ e do de infinito ∞. Com base nestes, surgem outros afins onde está inerente uma "segunda simbologia": radical de índice k $\sqrt[k]{\ }$, não pertence $\notin$ e mais/menos infinito $+\infty/-\infty$.

- simbolismo figurativo é utilizado na representação de termos que têm um significado próximo na língua natural, tendo muitas vezes origem fonética quer na língua portuguesa, quer noutra. Por exemplo: universo *U*, vizinhança *V*, o quantificador existencial $\exists$, e o universal $\forall$ [3].

Um outro tipo de simbologia é utilizado na linguagem matemática e, com grande frequência, no estudo de funções: gráficos e diagramas. São elementos textuais de leitura rápida donde facilmente se recolhem informações, se inferem relações entre variáveis, e que facilitam a aprendizagem para além de desenvolverem a capacidade de resolução de problemas. Ao analisarmos um ou mais gráficos podemos comparar, relacionar, interpretar, sintetizar e tirar conclusões acerca das variáveis em estudo.

Ao mencionar a importância dos gráficos e diagramas na apresentação de informação científica, Oliveira (1991) considera que estes traduzem-se numa economia de esforço e refere que

> "• Um certo número de ideias pode ser inspeccionado visualmente em simultâneo.
>
> • O processamento de informação visual apresentado graficamente em duas dimensões reduz a amplitude de informação, o que facilita o desenvolvimento de capacidades metacognitivas de análise e de síntese.
>
> • Há isomorfismo entre a estrutura dos gráficos e diagramas e a estrutura do domínio conceptual científico permitindo uma melhor e mais rápida interpretação de informação." (p.177)

[3] Provém da inicial da palavra inglesa "All" que não faz parte da língua portuguesa.

Face ao que foi exposto, e apesar da utilização de símbolos para representar termos e conceitos ser em Matemática bastante usual e necessário, pois facilita a linguagem escrita enquanto meio de comunicação, são necessários alguns cuidados para não sermos conduzidos ao que Matos e Serrazina (1996) apelidam de *"forçar símbolos"*. A introdução da simbologia conducente à formalização da linguagem matemática deve ser feita de forma gradual e concreta sobre o que o indivíduo já conhece, com o intuito de evitar a simples memorização e mecanização. Um conceito só deve ser formalizado após o aluno ter trabalhado com ele e ter percebido qual o seu significado. Por exemplo, se se pretende a formalização do conceito de função constante, não é suficiente apenas que ele seja entendido como *algo que não varia*. É necessário também que os alunos saibam o que é uma função para relacionarem objectos e imagens e concluírem da existência de relações entre eles. Matos e Serrazina (1996) referem que

> "As representações [*simbólicas*] recorrem a signos que apenas podem ser usados quando ligados a um conhecimento pessoal implícito, isto é, a um significado. Deve existir algum significado associado a uma noção antes que o símbolo dessa noção possa servir para alguma coisa." (p. 42)

Podemos reiterar esta opinião na Norma 2

"... ao nível do ensino secundário estas experiências[4] são alargadas à utilização de simbolismo especializado correspondendo aos diversos sistemas de representação matemática. A introdução do simbolismo técnico deverá evoluir com uma extensão natural e um aperfeiçoamento da linguagem dos alunos." (NCTM, 1991:168)

Para além das representações simbólicas, mais ou menos semelhantes, de um conceito, cada indivíduo associa-lhes uma representação mental, criada com base em representações concretas, onde a visualização assume um papel preponderante em alguns temas matemáticos, como são a Geometria e as Funções. Deste modo, ao efectuar um cálculo algébrico integrado no estudo de uma função (por exemplo), um aluno pode estar a visualizar o seu gráfico assim como algumas das suas propriedades. Esta representação mental, que difere de indivíduo para indivíduo consoante o conhecimento que ele tem de um determinado conceito, "... *é muitas vezes responsável pelo desajustamento entre o discurso do professor e o do aluno.* (...) e *refere-se a esquemas internos que uma pessoa usa para interagir com o mundo exterior.*" (Matos e Serrazina, 1996:42- 43)

A linguagem matemática socorre-se da língua corrente e da língua de especialidade. Nesta podemos considerar, como imprescindíveis à compreensão da Matemática enquanto ciência, o correcto conhecimento dos termos de especialidade bem como toda a simbologia que está inerente.

[4] Experiências usando linguagem informal em anos de escolaridade anterior.

2.4. Comunicação

Numa reflexão sobre o sentido da palavra "comunicar", Menezes (1999) entende-a em duas perspectivas: " *Comunicar será* (...) «tornar comum», «pôr em comum», *ou ainda,* «estabelecer comunidade»." (p.72), isto se nos detivermos no sentido etimológico da palavra, uma vez que ela está ligada ao adjectivo "comum" e ao substantivo "comunidade". Este autor cita Carvalho (1983): "*Os homens* «realizam comunidade pelo facto mesmo de que uns com os outros comunicam»"(p.72). Numa segunda perspectiva, para Carvalho (1983), também referido por Menezes (1999), a palavra "comunicar" é vista no sentido de transmissão ou transferência para outro.

Comunicar faz parte da natureza humana, no entanto o estudo da Comunicação, enquanto ciência, é relativamente recente: remonta à década de quarenta. O Homem, enquanto ser social, não pode deixar de comunicar, seja através da fala, da escrita, dos gestos ou até do silêncio.

Qualquer que seja a forma de comunicação, ela utiliza um canal - meio através do qual a mensagem é transmitida - e contém uma mensagem que deverá ser percebida pela comunidade a que o indivíduo pertence. Para tal, e para existir sucesso na comunicação, os envolventes no acto comunicativo devem dominar um código comum, entendendo-se por código qualquer sistema de sinais usado para transmitir a mensagem.

> "L'acte de communication, en tant qu'acte social situé dans un certain espace-temps, produit un message qui le support de l'information à transmettre.

L'analyse du mess- age pour être abordée sous deux points de vue : la construction du message et le contenue du message. La construction du message dépend en partie des valeurs données aux paramètres du contexte dénonciation : producteur-coproducteur ; espace - temps ; but et lieu social, mais sa construction dépend aussi des valeurs données aux paramètres de l'espace référentiel." (Robotti, 2002: 34-35)

2.4.1. Modelos de comunicação

Apresentamos seguidamente três modelos de comunicação descritos por Fiske (2002): dois lineares – o de Shannon e Weaver e o de Lasswell – e o do linguista Jakobson.

Shannon e Weaver (1949) concebem um modelo básico de comunicação que pode ser descrito com simplicidade e lineariedade através do esquema que se apresenta na figura 1:

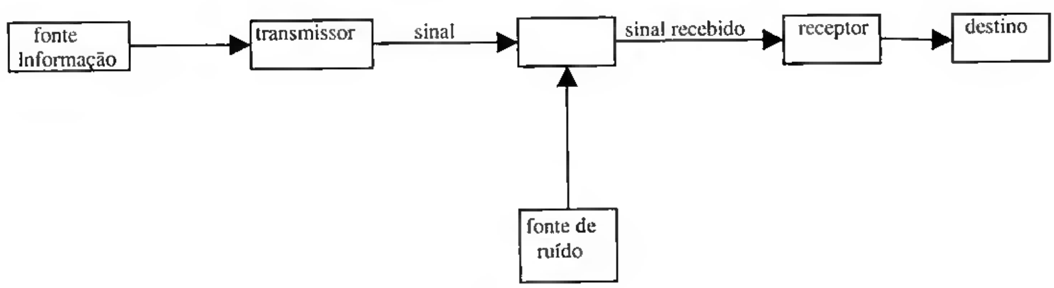


Fig. 1

Da observação e leitura do esquema podemos sintetizá-lo do seguinte modo: à fonte de informação cabe o papel de seleccionar e decidir qual a mensagem a enviar;

esta é posteriormente transformada pelo transmissor que a envia ao receptor, por meio de um sinal e utilizando um canal.

Estes autores identificam, no estudo da comunicação, três níveis de problemas, inter- relacionados e interdependentes, colocando para cada um deles uma questão:

→ problemas técnicos: "*com que precisão se podem transmitir os símbolos da comunicação?*" (p.20)

→ problemas semânticos: "*com que precisão os símbolos transmitidos transportam o significado pretendido?*" (p.20)

→ problemas de eficácia: "*com que eficácia o significado recebido afecta a conduta da maneira desejada?*" (p.20)

Os problemas técnicos são explicados pelo próprio modelo. Relativamente aos semânticos, como segundo Shannon e Weaver, "... *o significado está contido na mensagem...*" (Fiske, 2002:20), melhorando a codificação desta, aumenta a exactidão semântica. Quanto aos problemas de eficácia, se numa perspectiva podem fazer crer que a comunicação é manipulada (o destinatário age de acordo com a mensagem enviada), noutra eles fazem todo o sentido. Por exemplo, no envio de uma correcção a um enunciado de um teste de exame: chegará em tempo útil?

Lasswell (1948) apresenta um modelo de comunicação de massas, que não é mais do que uma versão verbal do de Shannon e Weaver. É também um modelo linear: a comunicação é entendida como transmissão de mensagens; dá relevo ao efeito em detrimento da significação, baseado no facto de que

"«Efeito» implica uma mudança observável e mensurável no receptor, mudança essa causada por elementos identificáveis no processo. Mudar um desses elementos mudará o efeito: podemos modificar o codificador, podemos mudar a mensagem, podemos mudar o canal – cada uma dessas mudanças deverá produzir, no efeito, a mudança adequada." (Fiske, 2002:50)

Este modelo baseia-se em cinco estádios, sendo necessário estudar cada um deles se compreender a comunicação de massas:

Quem / Diz o quê / Em que canal / A quem / Com que efeito? (Fiske, 2002:49)

Para Jakobson (1960), em comunicação, há duas questões relevantes: a significação e a estrutura interna da mensagem. O seu modelo de comunicação assenta em três vértices: um "*destinador*" que é quem envia a mensagem a um "*destinatário*" e o "*contexto*", entendendo por contexto algo/aquilo a que a mensagem se refere. Para além destes elementos introduz ainda dois factores: "*o contacto*" e "*um código*". No contacto estão incluídos o canal físico e as ligações psicológicas entre o destinador e o destinatário; um código é definido como "*...um sistema comum de significação pelo qual a mensagem é estruturada.*" (Fiske, 2002:55).

Há termos indissociáveis da comunicação a que os modelos que apresentámos não fazem referência explícita. Pela importância de que se revertem no processo comunicativo, nomeadamente no campo educacional, não podemos deixar de os referir. São eles: o ruído, a redundância, a entropia e o feedback.

Entende-se por ruído, tudo o que interfere na mensagem, que não é emitido pela fonte, e que conduz à perca ou distorção da informação. O ruído pode ocorrer dentro do canal ou fora dele. Assim, numa sala de aula podem existir vários ruídos, com várias origens, que impedem a recepção da mensagem enviada pelo professor: barulho vindo do exterior ou existente na sala provocado pelos alunos; alunos desatentos com o pensamento noutros assuntos; a linguagem usada pelo professor não é adequada aos alunos; na projecção de um filme, este não está em boas condições sonoras/visuais ou não existem na sala as condições de luminosidade necessárias.

Fiske (2002) refere que

> "O ruído, quer tenha origem no canal, no público, no emissor ou na própria mensagem, confunde sempre a intenção do emissor, limitando deste modo a quantidade de informação desejada que pode ser enviada numa dada situação, num determinado tempo." (p.22)

Redundância e entropia são conceitos opostos, ambos com uma componente educacional muito importante. Uma mensagem é redundante quando contém repetições e estas são "ditas " de formas diferentes. No entanto, todas as mensagens têm algum grau de redundância. Esta pode ser considerada como um vício da mensagem mas, no ensino pode também ser um método eficaz de conduzir os alunos a boas aprendizagens. Fiske (2002) considera- a um meio para melhorar a comunicação.

Uma mensagem é entrópica quando é excessivamente informativa de tal modo que o receptor não consegue extrair dela o mínimo de informação: o excesso de informação conduz à falta de informação. Segundo Fiske (2002), uma mensagem redundante contém pouca informação e uma elevada previsibilidade; uma mensagem entrópica contém muita informação e pouca previsibilidade.

Quando numa mensagem existe equilíbrio entre a redundância e a entropia, surge o feedback. Segundo Fiske (2002: 38-39)

> " ... [*o feedback é*] a transmissão da reacção do receptor de volta ao emissor.(...). Ajuda o comunicador a adaptar a sua mensagem às necessidades e reacções do receptor. (...) [*ajuda*] o receptor a sentir-se envolvido na comunicação."

Em qualquer processo comunicativo devem estar presentes as teorias apresentadas. Assim, e no âmbito deste trabalho, para que a mensagem chegue ao receptor com sucesso é importante que a linguagem utilizada no processo comunicativo se adeqúe ao destinatário e aos objectivos propostos. Desta forma, é necessário conhecer o público alvo para seleccionar indivíduos com um percurso escolar de sucesso em Matemática, tentando minimizar ruídos e maximizando *feedbacks*.

2.4.2. Comunicação e linguagem matemática

Uma das funções essenciais da linguagem é a comunicação. Segundo Sim-Sim (1998), sendo a linguagem usada para comunicar, reverte-se de características comuns a todas as línguas, tais como a complexidade e a mutabilidade. No que concerne à linguagem matemática, tem sido referido ao longo deste trabalho a sua natureza híbrida e, de certo modo, complexa. Híbrida por ser um misto de língua corrente e de especialidade. Complexa por utilizar um código específico, complementado pela língua natural, e próprio de uma comunidade. É neste sentido que a linguagem matemática é muitas vezes apelidada de abstracta, precisa, rigorosa e de difícil compreensão para os alunos. Da forma e contexto em que ela é usada na sala de aula dependerá, em grande parte, não só a sua compreensão, como também a consequente aquisição dos conteúdos que lhe estão subjacentes.

Relativamente à mutabilidade, ela assenta em dois vectores essenciais: a natural evolução da língua corrente e as alterações curriculares a nível de conteúdos e objectivos. Fazendo uma breve resenha histórica do ensino da Matemática concluímos que a linguagem matemática usada na sala de aula sofreu, inevitavelmente, alterações.

Nos anos quarenta e cinquenta, vigorava a pedagogia da mecanização baseada na memorização e repetição exaustiva de exercícios rotineiros de cálculo. A ênfase era colocada no domínio de regras, técnicas e algoritmos. A linguagem simbólica dominava as aulas.

O movimento da Matemática Moderna, nos anos sessenta, pretendeu introduzir uma nova visão desta disciplina, com alterações de conteúdos e objectivos. Essas alterações pretendiam mostrar as aplicações da Matemática a situações concretas e de outras áreas disciplinares, através da resolução de problemas. Contudo, alguns destes objectivos não se cumpriram e este movimento ficou marcado pela introdução de uma nova linguagem baseada no formalismo e no simbolismo, assim como nas estruturas matemáticas. A tónica acabou por ser colocada no excessivo rigor desta linguagem e as actividades propostas aos alunos continuaram desligadas das aplicações da Matemática. Era pertinente que um aluno soubesse que, por exemplo, $7\times 8 = 8\times 7$ mesmo que ignorasse qual o produto. Assistiu-se, depois, a uma simbiose da "Matemática Tradicional" e da Moderna e, com algumas alterações, os programas curriculares que vigoraram nos anos setenta e oitenta estavam assentes nesta simbiose.

Como exemplo de uma crítica à Matemática Moderna, citamos Kline (1973), citado por Ponte et alii (1997: 52)

> "A terminologia, especialmente a terminologia pretensiosa, não é substituto para a substância. Tendo em conta a ênfase dada à terminologia, é evidente que os reformadores crêem que dando nomes a coisas, automaticamente conferem poderes sobre elas. Muitos críticos consideram que os textos de Matemática moderna não são mais do que dicionários ou estudos de linguística. Pouco se duvida que a novidade atribuída à nova Matemática resulte em grande parte da introdução de uma nova terminologia que serve bastante pior que a antiga. O que se trouxe para a Matemática moderna não é tanto a Matemática moderna quanto verbosidade e às vezes apenas a sua caricatura."

Só nos anos noventa se assiste a uma verdadeira renovação do currículo, onde a resolução de problemas tem lugar de destaque e onde se pretende que os alunos adquiram competências na sua resolução, usando a língua corrente aliada aos termos da especialidade, à linguagem simbólica e à formalização. O cálculo foi menosprezado, talvez em demasia, devido em grande parte à introdução obrigatória do uso da calculadora gráfica. Embora saindo do âmbito deste trabalho, não podemos deixar de lhe fazer uma breve referência pois consideramo-la um instrumento útil, um meio de comunicação, com uma linguagem própria que é necessário dominar, indispensável na resolução de problemas inseridos em diversos temas matemáticos.

Para a utilizar correctamente é necessário ter espírito crítico que só é conseguido com uma previsão do resultado esperado, consequência de uma análise e interpretação da actividade que estamos a resolver, bem como do domínio dos conteúdos matemáticos a ela inerentes. A Matemática estuda modelos de situações reais inseridas em variadíssimas áreas. Estes devem retratar o mais fielmente a realidade, não devem ser "fabricados de modo a dar um resultado certo". Se queremos que os alunos desenvolvam capacidades de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real, de formular e resolver problemas, de prever e criticar resultados, de comunicar ideias, não os devemos ocupar com cálculos morosos tendo ao nosso dispor as novas tecnologias.

Neste contexto citamos um texto de Caraça , saído na Gazeta de Matemática nº11, em 1942 e citado por Ponte et alii (1997: 56)

> "Duvidamos que as tábuas de logaritmos, como instrumento de trabalho, conservem por muito tempo a soberania que tiveram. Em certos ramos de aplicação da Matemática à vida corrente, a tábua de logaritmos está hoje de largo ultrapassada pela máquina de calcular (...).
>
> Cada época cria e usa os seus instrumentos de trabalho conforme o que a técnica lhe permite; a técnica do século XX é muito diferente da do século XVI, quando os logaritmos apareceram como necessários para efectuar certos cálculos.

O ensino do Liceu que é, ou deve ser, para todos, deve ser orientado no sentido de proporcionar a todos o manejo do instrumento que a técnica nova permite."

Segundo Hirigoyen (1997), referido por Martinho (2004), na Matemática o que é realmente importante são as ideias e não os símbolos. Estes são um instrumento de grande utilidade e indispensáveis para a comunicação das ideias.

2.4.3. A Comunicação na aula de Matemática

As actuais orientações curriculares do ensino da Matemática apontam, como um dos objectivos, o desenvolvimento da comunicação.

A Comunicação Matemática é um dos temas transversais do programa curricular desta disciplina e associa a comunicação às diversas áreas curriculares, devendo, ser integrado e abordado sistematicamente ao longo do Ensino Secundário. Tal como é referido no programa de Matemática A actualmente em vigor, cabe ao professor fazer a gestão destes temas

> "... não abordar estas questões como conteúdo em si, mas de as utilizar quotidianamente em apoio do trabalho de reflexão científica (...) e só na medida em que elas vêem esclarecer e apoiar uma apropriação verdadeira dos conceitos."(p. 2)

> "A comunicação Matemática (oral ou escrita) é um meio importante para que os estudantes clarifiquem o seu pensamento, estabeleçam conexões, reflictam na

sua aprendizagem, aumentem o apreço pela necessidade de precisão na linguagem, conheçam conceitos e terminologia, aprendam a ser críticos." (p.11)

O processo de ensino- aprendizagem envolve as interacções dos alunos entre si, assim como as de alunos e professor. Segundo Ponte et alii (1997), há duas dessas formas de interacção que têm um papel preponderante: a comunicação e a negociação de significados. A comunicação é analisada através do discurso oral, escrito ou gestual e envolve a linguagem corrente e a matemática.

Na comunicação verbal, muito utilizada na sala de aula, a linguagem socorre-se de mecanismos que podem clarificar, reforçar ou distorcer a mensagem. Sim-Sim (1998) considera dois tipos de mecanismos: os extralinguísticos (gestos, postura corporal e expressões faciais) e os paralinguísticos (entoação, pausa e hesitação). Por negociação de significados é entendido o modo como os intervenientes "*... expõem uns aos outros o seu modo de encarar os conceitos e processos matemáticos, os aperfeiçoam e ajustam ao conhecimento matemático indicado pelo currículo.*" (Ponte et alii, 1997:83). Enquanto que para o professor os conceitos matemáticos estão interligados vertical e horizontalmente, têm um significado específico dentro da área científica e, muitas vezes, uma aplicação a situações concretas do dia a dia, para os alunos, inicialmente, estes conceitos não têm qualquer significado. Para que a aprendizagem se processe com sucesso é importante a troca de ideias e a "*... negociação do significado matemático...*" (Ponte et alii, 1997:88). Segundo Bishop e Goffree (1986) (citados por Ponte et alii, 1997:83)

> "O significado matemático é obtido através do estabelecimento de conexões entre a ideia matemática particular em discussão e os outros conhecimentos pessoais do indivíduo. Uma nova ideia é significativa na medida em que cada indivíduo é capaz de a ligar com os conhecimentos que já tem. (...). Na partilha de significados o professor que deseja promover a negociação na sala de aula deve (...) questionar e responder a questões, dar razões e pedir razões, clarificar e pedir clarificação, dar analogias e pedir analogias, descrever e pedir descrições, explicar e pedir explicações dar e pedir exemplos. A simetria é óbvia e, podíamos argumentar, necessária se queremos que ocorra uma genuína negociação de significados."

Nesta perspectiva, a comunicação matemática é mais do que um instrumento usado pelo professor; é a essência do ensino e da aprendizagem desta disciplina, onde se revertem de extrema importância o tipo de actividades propostas aos alunos. Estas devem ser criteriosamente escolhidas de forma a que possam proporcionar boas reflexões e discussões. Os alunos devem ser orientados segundo o objectivo pretendido e as competências que queremos que adquiram. Stubbs (1987), referido por Menezes (1999), considera que os actos de ensinar e de aprender confundem-se com a própria comunicação.

Apresentamos a opinião de alguns autores relativamente à interacção de professores e alunos numa sala de aula:

Pedro (1982) salienta o papel dominante do professor, quer no que concerne ao tempo que ocupa, quer à linguagem que utiliza. Considera ainda ser importante a selecção de perguntas na medida em que estas intervêm nas respostas que se pretende obter. Aponta, porém, limitações para o professor: na adequação da linguagem e conteúdo face ao público alvo (não só o nível etário como também o sócio- cultural) e no currículo a ser cumprido.

Pereira (1991) dá relevância ao efeito positivo que as questões colocadas pelo professor devem surtir nos alunos, levando-os a falar e a pensar, contribuindo deste modo para uma menor passividade que terá também como consequência o minimizar da indisciplina na sala de aula.

Para Love e Mason (1995), o professor expõe os conteúdos, explica-os, faz conjecturas e perguntas. Os alunos discutem entre si e com o professor.

Menezes (1999:75) enumera, segundo McCullough e Findley (1983) e Cohen e Manion (1992), um conjunto de aspectos que o professor deve considerar ao colocar questões, dos quais destacamos a clareza e concisão, a variação do nível de dificuldade, o tempo de pausa (entre as questões) e a selecção de perguntas que lhe proporcionem feedback sobre as aprendizagens. Segundo o mesmo autor, que referencia Johnson (1982), é também importante evitar perguntas que conduzam a respostas "sim" ou "não", as que contenham a resposta, bem como perguntar "porquê?" a seguir a uma resposta de um aluno. Em contrapartida o professor deve propor aos alunos comentários sobres as respostas dadas pelos colegas e fazer perguntas abertas.

Martinho (2004) considera que "... *a capacidade de comunicação na sala de aula desenvolve-se, essencialmente, pela prática.*" (p.14), sendo essencial para a sua promoção e, consequentemente para a qualidade das interacções e negociações que se estabelecem, o ambiente em que a aula decorre. Este "... *tem que ser propício para que os alunos se consigam ouvir a si próprios enquanto falam com os outros.*" (p.14). Deve ter uma orientação inquiridora, de forma a que os alunos argumentem, exponham raciocínios, reflictam sobre as suas próprias compreensões da Matemática, façam conexões e "*personalizem*" os conceitos. Deve existir um clima de respeito mútuo e confiança, sem que seja atribuído ao professor o total controlo e autoridade que conduziriam a uma não responsabilização dos aprendentes.

2.5. Síntese

Para ser competente no uso da linguagem matemática, um aluno deve não só ter adquirido os conceitos desta disciplina, como também:

- reconhecer representações equivalentes do mesmo conceito, isto é, identificar os termos quando estes são definidos através da língua corrente, da língua de especialidade, da linguagem simbólica e da linguagem icónica/gráfica;
- relacionar as várias representações (referidas no parágrafo anterior) de um conceito;
- usar a língua corrente e os termos de especialidade na interpretação de um problema; utilizar a linguagem simbólica na formalização dos conceitos.

> "Os alunos que são capazes de aplicar diferentes representações da mesma situação problemática ou do mesmo conceito matemático e de traduzir umas nas outras, disporão de um conjunto de instrumentos flexível e poderoso. Ao

> mesmo tempo, o seu apreço pela consistência e beleza da matemática será mais aprofundado." (NCTM, 1991: 175).

Relativamente à simbologia e ao grau de formalismo, estes não devem ser vistos como uma finalidade do ensino da Matemática, mas sim como um meio útil e necessário para comunicar matematicamente. Cabe ao professor fazer a correcta gestão da sua introdução ao longo do desenvolvimento de um programa curricular, tendo sempre em linha de conta o nível de maturidade matemática dos alunos.

No que concerne ao processo comunicativo e, mais especificamente à comunicação educacional, dever-se-á ter presente que:

- para que a comunicação se processe, será necessária a existência de um emissor, de uma mensagem, de um canal e de um receptor;
- toda a comunicação está sujeita à intromissão de ruídos que perturbam a transmissão, a recepção e a descodificação da mensagem;
- redundância e entropia são dois factores antagónicos mas que, em equilíbrio numa mensagem contribuem para a eficácia com que esta é recebida pelo receptor;
- a comunicação na sala de aula assenta num processo de interacções professor-alunos, no qual assume particular relevância, não só a diversidade de linguagem usada, mas também a negociação de significados;

Segundo Lampert e Cobb (2003), referidos por Martinho (2004:7)

> "... a comunicação [*matemática*] pode ser vista de duas formas: por um lado, como objectivo curricular, ou seja como conhecimentos e compreensões

matemáticas a desenvolver e, por outro lado, como meio, ou seja, como parte das metodologias de ensino. No entanto, acrescentam que não é possível separar estas duas perspectivas. Elas complementam-se e assim a comunicação matemática faz parte do currículo e do processo de instrução."

Segundo os autores atrás referidos, as duas perspectivas que mencionam são condicionadas pela forma de encarar as aprendizagens matemáticas. Deste modo

> "Na primeira perspectiva a comunicação matemática é encarada de um ponto de vista essencialmente instrumental, ao serviço da aquisição de conhecimentos. Na segunda perspectiva, o desenvolvimento da comunicação matemática torna-se não apenas um meio mas parte integrante dos objectivos de aprendizagem." (Martinho, 2004:7)

Comunicação e linguagem, nomeadamente a especializada, são indissociáveis num acto comunicativo. Estas adaptam-se ao público, vulgarizando-se. A capacidade de vulgarização conduz sempre a uma perda de informação, voluntária ou involuntária. Tendo consciência deste facto, cabe ao emissor o papel de decidir o que é ou não pertinente, ao adaptar a mensagem ao receptor.

Deste modo, os termos técnicos de especialidade e a simbologia afim são ensinados em função do receptor, tendo em conta que para aprender a língua de especialidade é necessário conhecer a língua e a especialidade. Assim, a língua de especialidade ensina a construir o conhecimento com palavras que já conhecemos. Uma das estratégias de comunicação em Matemática consiste na utilização da língua corrente para explicar a língua de especialidade, adequando o discurso ao conhecimento dos alunos.

> "A comunicação refere-se à interacção dos diversos intervenientes na sala de aula, utilizando uma linguagem própria, que é um misto de linguagem corrente e de linguagem matemática. A negociação de significados respeita ao modo como os alunos e professores expõem uns aos outros o seu modo de encarar os conceitos e processos matemáticos, os aperfeiçoam e ajustam ao conhecimento matemático indicado pelo currículo.
>
> (...)
>
> No sentido técnico da linguística, discurso (...) indica o modo como os significados são atribuídos e partilhados por interlocutores em situações concretas e contextualizadas. Envolve tanto o modo como as ideias são apresentadas como aquilo que elas veiculam implicitamente." (Ponte, et alli, 1997:83)

III. METODOLOGIA

3.1. Introdução

> "Os alunos (...) devem prosseguir o estudo informal das funções que iniciaram (...) tendo em vista o estabelecimento de um fundamento conceptual forte, antes da introdução da linguagem das funções e da sua notação formal.
> Uma função pode ser representada por uma frase escrita, por uma fórmula algébrica, por uma tabela com valores de entrada e de saída ou por um gráfico. Os alunos precisam de trabalhar com cada uma destas representações e também traduzir umas nas outras." (NCTM, 1991:186)

> "... a explicitação de um raciocínio deveria ser melhor recompensada num aluno do que a capacidade para encontrar respostas correctas." (NCTM, 1991:7)

Neste trabalho, pretendemos verificar de que forma os alunos identificam os termos e conceitos matemáticos quando estes são definidos com recurso a várias formas de expressão, estando ou não integrados num problema da vida real. O nosso estudo está dentro do âmbito do programa de Matemática A actualmente em vigor que aponta, como objectivos/competências gerais, o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento científico, da capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real, bem como da capacidade de comunicar. Nesta linha orientadora, os alunos do Ensino Secundário deverão:

- "descobrir relações entre os conceitos de Matemática;
- analisar situações da vida real identificando os modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução;
- interpretar e criticar resultados no contexto do problema;
- comunicar conceitos, raciocínios e ideias, com clareza e progressivo rigor lógico;
- interpretar textos de Matemática;
- exprimir o mesmo conceito em diversas formas ou linguagens;
- usar correctamente o vocabulário específico da Matemática;
- usar a simbologia da Matemática." (ME, 2001: 4-5)

Escolheu-se o tema Funções por o considerarmos extremamente fértil, quer no que concerne aos vários tipos de linguagem com que podemos identificar os termos, quer à sua aplicação a problemas da vida real.

Neste capítulo, relativo ao percurso metodológico, foram seguidos o tipo de estudo e a metodologia, apresentados, testados e validados em Conceição (2003).

Começamos por referir o tipo de estudo utilizado. Seguidamente é descrito o contexto do estudo, onde é feita a caracterização da turma, dando especial relevo à relação que os alunos têm com a Matemática. São posteriormente identificados os casos de estudo. Antes da síntese do capítulo, são descritos os instrumentos de investigação, fichas de trabalho e de reflexão, bem como os respectivos conteúdos e objectivos.

Com as fichas de trabalho podemos obter informações sobre os conhecimentos e capacidades dos alunos, ao constatarmos se as respostas estão ou não correctas. Com as fichas de reflexão podemos averiguar de que conhecimentos/recursos se socorrem para resolverem as questões.

3.2. Tipo de estudo

> "... os estudos de caso representam a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo "como" e "por que", quando o pesquisador tem pouco controle sobre os acontecimentos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real." (Yin, 2005:19)

> "Para fins de ensino, um estudo de caso não precisa conter uma interpretação completa ou acurada de eventos reais; em vez disso, seu propósito é estabelecer uma estrutura de discussão e debate entre os estudantes. (...) não precisam se preocupar com a apresentação justa e rigorosa dos dados empíricos;" (Yin, 2005:20-21)

Como referimos anteriormente, com este estudo pretendemos verificar de que forma os alunos identificam os termos e conceitos matemáticos quando estes são definidos com recurso a várias linguagens, estando ou não integrados num problema da vida real, bem como indagar quais as questões onde foram sentidas mais dificuldades e porquê. Pretendemos compreender e explicar um fenómeno e não, encontrar resultados definitivos e universais, generalizar conclusões ou indagar relações causais com o intuito de prever acontecimentos. Desta forma, consideramos que a metodologia que mais se adapta ao nosso trabalho é o estudo de caso, sendo essencialmente de natureza qualitativa. Tal como refere Menezes (2000), a escolha da metodologia a adoptar numa investigação deve ter em linha de conta a natureza do objecto de estudo, sendo a qualitativa utilizada quando

> "(i)...tem-se o ambiente natural como fonte directa de dados, sendo o investigador o seu principal instrumento;
>
> (ii) o material a recolher pelo investigador é fortemente descritivo, (...);
>
> (iii) pretende-se perceber o significado que as pessoas dão às coisas." (p. 4-5)

Ao definir e caracterizar o estudo de caso, Ponte (1992) considera-o uma investigação de carácter descritivo e particularística, uma vez que se debruça sobre uma situação específica, considerada única em muitos aspectos, tendo como objectivo indagar o que nela existe de mais essencial e característico. O investigador não tem como objectivo intervir na situação, mas sim dá-la a conhecer da forma como esta lhe surge. Segundo este autor, o relato de um estudo de caso adopta normalmente a forma de uma narrativa, que tem como objectivo "*... contar uma história que acrescente algo de significativo ao conhecimento existente e seja tanto quanto possível interessante e iluminativa.*" (p.3)

Yin (2005) considera o estudo de caso uma investigação empírica, que estuda um fenómeno contemporâneo em contexto real, e que é fortemente baseada no trabalho de campo. Para além disso

- "...enfrenta uma situação tecnicamente única (...)
- baseia-se em várias fontes de evidência, com dados precisando convergir em um formato de triângulo (...)
- beneficia-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a colecta e a análise de dados." (p. 33)

Neste estudo, recolhemos dados através de inquéritos por questionário e de fichas de trabalho e de reflexão, com o intuito de fazer a sua triangulação, o que nos conduzirá a uma melhor análise e interpretação dos resultados. Sendo o nosso objectivo verificar de que forma os alunos identificam os termos e conceitos matemáticos, considerámos importante estudar três casos, tendo cada um deles alunos características diferentes no que concerne à sua relação com a Matemática. Deste modo, optámos por uma variante do estudo de caso: um estudo multicaso. Yin (2005) considera que num estudo multicaso em que o investigador opte por seleccionar "*situações de contraste*"

> "... se as descobertas subsequentes dão suporte ao contraste que se fez hipotético, os resultados representam um início poderoso em direcção à replicação teórica – outra vez fortalecendo a validade externa das suas descobertas em comparação àquelas retiradas de um estudo de caso único." (p.76)

O estudo de caso, enquanto método de investigação, tem sido alvo de críticas, nomeadamente por não permitir generalizações de resultados. Yin (2005) refuta-as argumentando que, não são feitas generalizações para o universo mas sim para o campo teórico, dado que as conclusões retiradas de um estudo de caso ajudam à formulação de novas teorias assim como à confirmação das existentes. Nesta linha de pensamento, Ponte (1992) considera que elas subentendem

> "... a tradição positivista, que persegue enunciados sobre a forma de "leis gerais" ou "generalizações" eventualmente "verificáveis" e que durante muitas décadas foi largamente dominante na educação.
>
> No entanto, os resultados a que tem conduzido a tradição positivista têm ficado muito aquém das expectativas. O problema é que a grande complexidade das situações educativas e o facto delas serem vividas por actores humanos com uma multiplicidade de intenções e significados tem-se mostrado um terreno pouco propício a essa abordagem. Daí a pertinência da realização de investigação com outros objectivos, que não se propõe num ápice encontrar soluções para todos os problemas educativos, mas que vai a pouco e pouco acrescentando novos elementos que enriquecem o nosso conhecimento colectivo acerca desses mesmos problemas." (p.9)

3.3. Contexto do estudo

Este estudo teve lugar numa Escola Secundária do litoral do sotavento algarvio.

Os indivíduos inquiridos pertenciam a uma turma do décimo ano de escolaridade, de prosseguimento de estudos: Curso Científico – Humanísticos. Foram estes os alunos escolhidos, dado pertencerem à única turma, deste ano de escolaridade, atribuída à investigadora.

Os dados foram recolhidos em contexto de sala de aula, durante o terceiro período do ano lectivo de 2004/05, com a autorização do Conselho Pedagógico da escola, e após a leccionação de todos os conteúdos constantes das fichas de trabalho/instrumentos de investigação.

Para a caracterização da turma em estudo foi elaborado um inquérito por questionário (anexo 1), tendo sido feita uma análise pergunta a pergunta, assim como um quadro síntese de todas as informações recolhidas (anexo 2).

As questões constantes do inquérito foram divididas em dois grupos: no grupo I inquiriu-se acerca da idade, nacionalidade, naturalidade e local de residência; no grupo II, acerca da relação que os alunos tinham com a Matemática.

Os inquiridos foram identificados aleatoriamente, com os números de 1 a 18.

Da análise realizada, verificou-se que a turma era constituída por dezoito alunos, dez raparigas e oito rapazes, com idades compreendidas entre os quinze e os dezassete anos, sendo que cinquenta por cento tinha dezasseis anos.

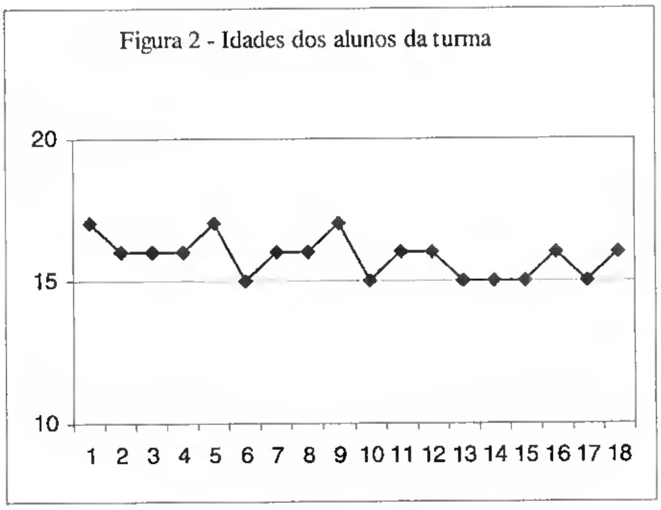


Fig. 2

Todos os alunos eram de nacionalidade portuguesa, e apenas cinco não naturais do Algarve (três de Lisboa, um de Almada e um de Beja).

Relativamente ao local de residência, cinquenta por cento residia na mesma localidade onda estudava, e os restantes em localidades situadas num raio de aproximadamente dez quilómetros.

No que concerne às questões do grupo II:

- três alunos apresentam reprovações no seu percurso escolar (um no nono ano, um no sexto e décimo e o outro no décimo ano);
- cinco obtiveram classificação negativa a Matemática em algum(ns) ano(s) de escolaridade: dois no nono ano, três no sétimo, oitavo nono e décimo anos e um no quinto, oitavo, nono e décimo anos;
- apenas três alunos disseram não gostar de Matemática, apresentando como principais causas o facto desta disciplina ter muitos cálculos e muitos problemas. Um deles referiu apenas que não gosta porque "não consigo tirar positiva";

• as razões mais apontadas para justificar o gosto por esta disciplina são: a utilidade da Matemática no dia a dia e o elevado número de cálculos;

• ainda em relação à questão anterior, na opção em aberto surgiram as seguintes justificações:

"a Matemática é um desafio e eu gosto de desafios";

"tem lógica e lineariedade e não é subjectiva";

"gosto de fazer exercícios";

"dá que pensar";

Questão 2. Gostas de Matemática? Porque...

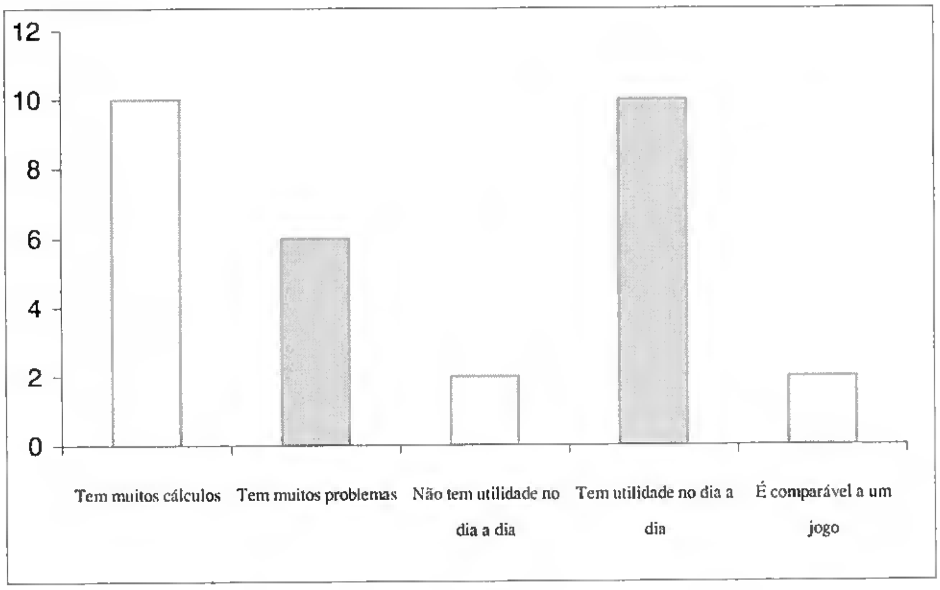


Fig. 3

• as causas mais indicadas para um aproveitamento menos satisfatório nesta disciplina foram atribuídas ao professor (este resolvia os exercícios sem os explicar/

não utilizava exemplos do dia a dia/ usava uma linguagem que o aluno não percebia) e ao aluno: dificuldade em perceber a matéria porque não estudava/praticava o suficiente.

Questão 3.2. Sempre que obtiveste aproveitamento menos satisfatório na disciplina de Matemática, pensas que foi devido a:

O professor explicava mal, porque:

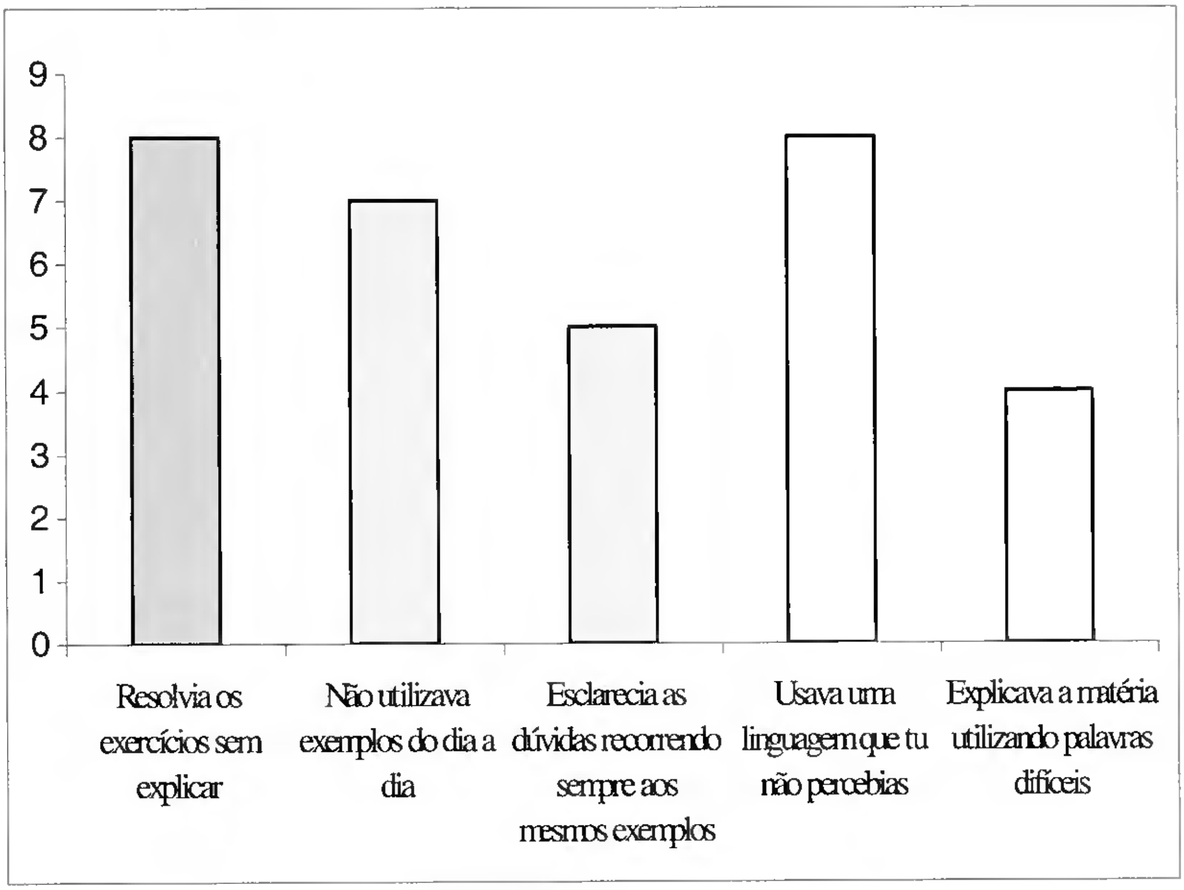


Fig. 4

Dificuldade em perceber a matéria, porque:

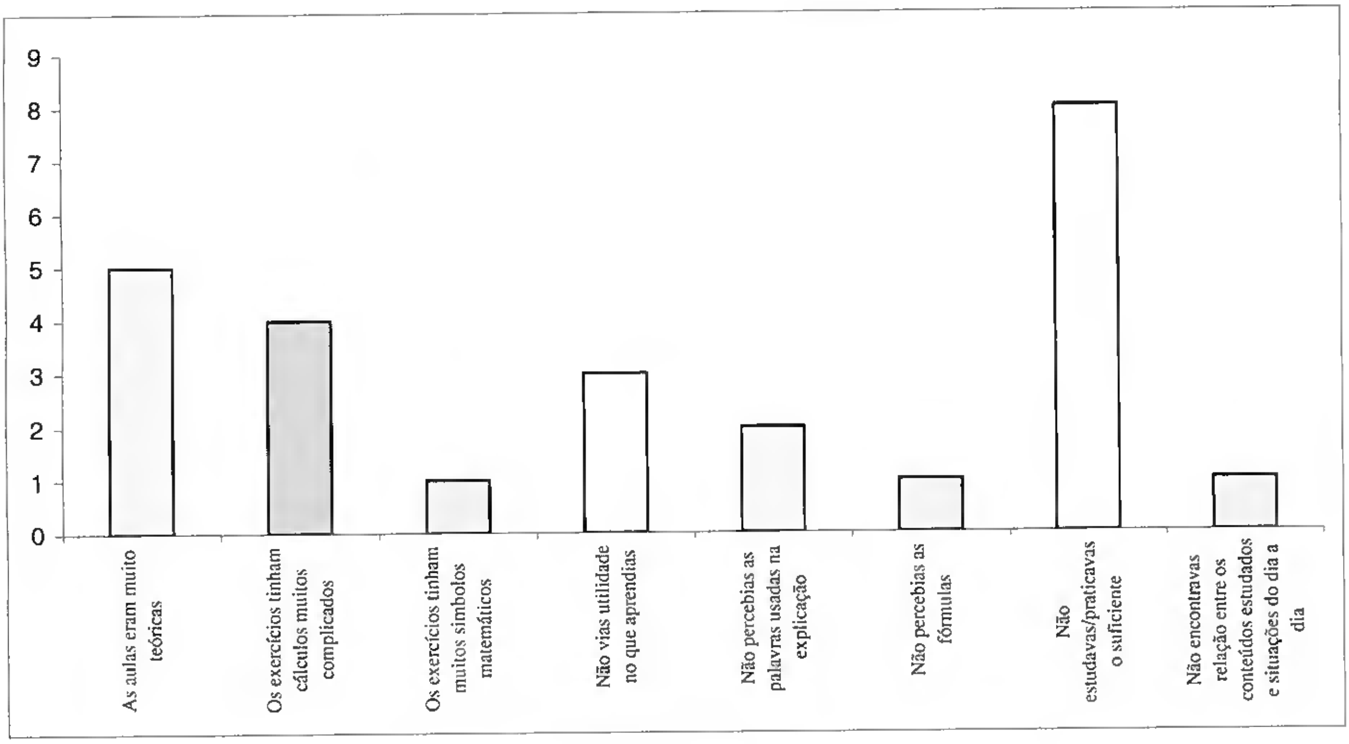


Fig. 5

• comparando a classificação obtida no último período do nono ano com a do primeiro período do décimo, verificam-se algumas discrepâncias:

- um aluno de nível dois que obtém treze valores;
- dois alunos de nível três: um obtém seis valores e o outro dezanove;
- dois alunos de nível quatro: um obtém dez valores e o outro doze.

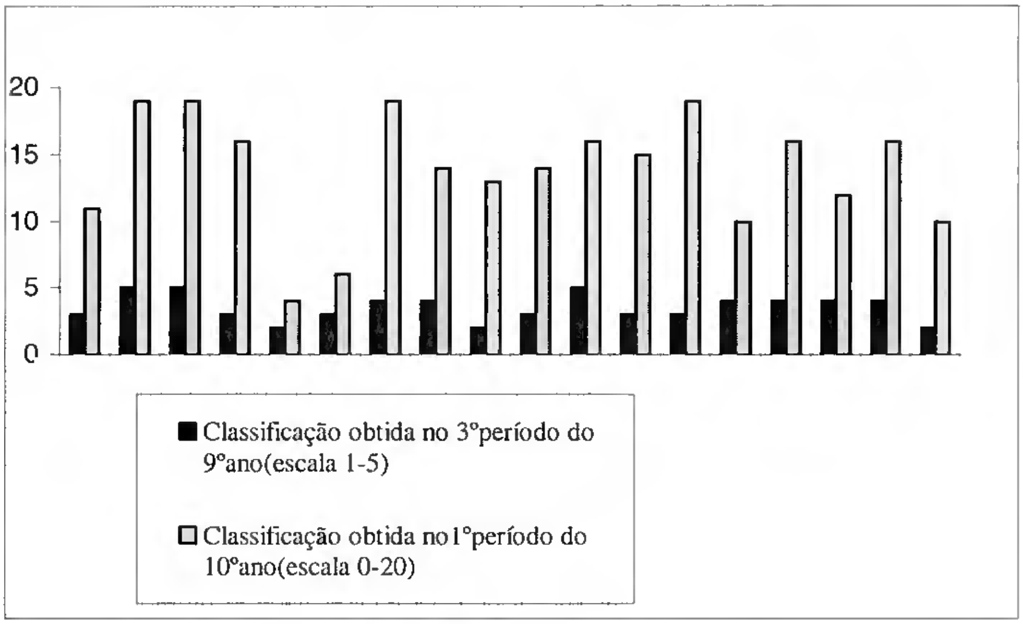


Fig. 6

3.4. Casos do estudo

Para a selecção dos casos a estudar foram analisadas as questões do grupo I I dos inquéritos por questionário, com o intuito de constatar qual a relação dos alunos com a Matemática.

Foram seleccionados os casos identificados pelos números 2, 8 e 13, que passaremos a identificar por A, B e C, respectivamente. Nesta selecção tivemos em consideração os seguintes critérios:

- não apresentar reprovações ao longo do seu percurso escolar;

- nunca ter obtido classificações negativas a Matemática;

- gostar de Matemática;

- ser participativo nas aulas;

- demonstrar empenho, trabalho e gosto pela disciplina;

- manter no décimo ano o nível de aproveitamento do nono ano (no caso A, Muito Bom e no B, Bom);

- apresentar uma discrepância pouco vulgar entre o aproveitamento no nono e no décimo ano (caso C: nível três no nono ano e dezanove valores no décimo ano).

Seguidamente apresentamos, através de tabelas, os dados recolhidos dos inquéritos que permitem caracterizar os casos de estudo:

	A	**B**	**C**
Idade	16	16	15
Naturalidade	Lisboa	Algarve	Algarve
Local de residência	O mesmo da escola	O mesmo da escola	A seis quilómetros da escola

Gosta de Matemática porque:

(Grupo II - Questão 2.)

A	"é um desafio e eu gosto de desafios" (resposta aberta)
B	"embora tenha algumas dificuldades. Depende das matérias" (resposta aberta)
C	- tem muitos cálculos; - tem muitos problemas; - tem utilidade no dia a dia.

É de realçar o facto de, apenas o caso C estar em sintonia com a maioria da turma relativamente às razões que o levam a gostar de Matemática; os casos A e B apresentam razões não constantes nos inquéritos.

Motivos de um aproveitamento menos satisfatório a Matemática

(Grupo III - Questão 3.2.)

O professor explicava mal, porque:	
Resolvia os exercícios sem explicar	**A, B, C**
Não utilizava exemplos do dia a dia	**C**
Esclarecia as dúvidas recorrendo sempre aos mesmos exemplos	**A, C**
Usava uma linguagem que tu não percebias	**A, B, C**
Explicava a matéria usando palavras difíceis	**C**

Relativamente a esta questão observa-se que, as razões mais apontadas pela turma foram também indicadas por estes três alunos.

Dificuldades em perceber a matéria, porque:	
As aulas eram muito teóricas	**A**
Os exercícios tinham muitos símbolos matemáticos	**B**
Não vias utilidade no que aprendias	**C**
Não estudavas/praticavas o suficiente	**C**

Como síntese e, no que concerne à relação que os casos em estudo têm com a Matemática, podemos referir que, para além dos critérios tidos em conta na sua escolha (e atrás referidos), estes alunos indicam razões diferentes para gostar desta disciplina, tais como: a Matemática ser um desafio; ter muitos cálculos, problemas e utilidade no dia a dia.

Já no que se refere a dificuldades, as causas referidas são muito semelhantes e apontam sobretudo para a linguagem e metodologia utilizadas pelo professor.

3.5. Instrumentos de investigação

3.5.1. Introdução

Para responder às questões de investigação foram elaboradas três fichas de trabalho, às quais responderam todos os alunos da turma. As fichas 1 e 2 foram acompanhadas de fichas de reflexão; relativamente à ficha 3, as questões de reflexão estavam integradas na própria ficha (anexos 4, 5, 6, 7, e 8). Todas estas fichas tiveram por base o quadro síntese/matriz que apresentamos em anexo (anexo 3).

Para evitar a morosidade e o cansaço, optámos por distribuir as fichas por duas aulas, ocupando os primeiros quarenta e cinco minutos de cada uma delas. Assim, dada a extensão das mesmas, as fichas 1 e 3 foram aplicadas numa aula e a ficha 2 noutra. Todos os alunos terminaram dentro do tempo destinado para o efeito.

Atendendo ao público a que se destinam, alunos que estão no décimo ano de escolaridade e que só neste ano tomaram contacto com a maior parte destes conteúdos, optámos por, nas várias questões que compõem as fichas de reflexão, apresentar, sempre que possível, várias alternativas de resposta, deixando em todas elas uma opção em aberto.

Uma vez que se pretendia averiguar quais as dificuldades dos alunos, nas questões onde estes foram solicitados a ordená-las por grau de dificuldade, pediu-se a justificação para a considerada mais difícil.

Com a aplicação e posterior análise destes instrumentos de investigação, foi nosso objectivo testar a veracidade das afirmações:

1) Usando a língua corrente, os alunos não têm dificuldades em interpretar um problema da vida real.

2) Recorrendo apenas à língua da especialidade, os alunos não apresentam dificuldades. Estas surgem quando lhes é pedido que, perante uma situação do dia a dia, relacionem as duas línguas (da especialidade e corrente).

3) Os alunos identificam facilmente os conceitos matemáticos quando estes surgem integrados num problema da vida real e é usada apenas a língua corrente; o mesmo não acontece quando os mesmos conceitos são formalizados recorrendo à língua da especialidade/simbologia.

3.5.2. Conteúdos e objectivos das fichas de trabalho e de reflexão

3.5.2.1. Conteúdos e objectivos da ficha 1

Nas três primeiras questões que compõem esta ficha (anexo 4) foram apresentadas várias correspondências, pretendendo-se que os alunos identificassem quais delas eram funções. Para isso tinham que dominar a língua da especialidade: reconhecer a simbologia usada, assim como o termo *função* (e associá-lo a uma correspondência unívoca) e os que lhe estão subjacentes: *domínio*, *contradomínio*, *objecto* e *imagem.*

Estas correspondências foram definidas recorrendo a diversos tipos de linguagem:

Questão 1. Linguagem simbólica: diagramas de Venn;

Questão 2. Linguagem simbólica/icónica: gráficos cartesianos;

Questão 3. Língua corrente.

Questão 4. Em qualquer das três alíneas desta questão, pedimos o esboço do gráfico de uma mesma função. 0 objectivo foi propor a interpretação, e posterior tradução para a linguagem simbólica/icónica, de um texto onde se recorreu a diversos tipos de linguagem, a saber:

- 4.1. foi usada a língua corrente na descrição de uma situação da vida real.

Para esboçarem um gráfico, os alunos tinham de interpretar a situação descrita e relacionar a língua corrente com a linguagem matemática de modo a retirarem do texto as informações necessárias ao esboço de um gráfico. Não havia um apelo explícito ao conhecimento da simbologia e dos termos da especialidade, no entanto o seu conhecimento era necessário para a correcta realização da actividade proposta.

- 4.2. foi usada apenas a língua da especialidade, desprovida de contexto real. Para o correcto esboço de um gráfico que obedecesse às condições propostas era necessário o domínio desta língua, assim como o dos termos e simbologia inerentes. Todos os dados estavam perfeitamente explícitos no enunciado. Era um exercício de rotina.

- 4.3. em tudo semelhante à questão 4.1., contudo o texto apresentado descrevia uma situação da vida real, sendo usadas para tal a língua corrente e a língua da especialidade/linguagem simbólica. Para realizarem esta tarefa, os alunos tinham não só de interpretar o problema, como também relacionar a língua corrente com a linguagem matemática.

3.5.2.2. Conteúdos e objectivos da ficha de reflexão 1

Com a ficha de reflexão (anexo 7) pretendemos averiguar em qual das questões 1., 2., e 3. foram sentidas, pelos alunos, mais dificuldades e porquê. Em relação à última destas questões, onde foi usada apenas a língua corrente para descrever situações do dia a dia (algumas delas relacionadas com a Matemática), foi nosso objectivo saber também quais os termos/conceitos/conhecimentos de que os alunos se socorreram ao identificarem uma função. Este mesmo objectivo, embora subjacente a um conteúdo diferente (representação gráfica de uma função), foi traçado para a questão 4., uma vez que se utilizaram vários tipos de linguagem na sua formulação.

Dado que na primeira alínea desta questão(4) apresentámos várias alternativas de resposta, na segunda, ao inquirirmos qual a mais/menos difícil, optámos por resposta aberta. Este procedimento iria não só permitir identificar as dificuldades surgidas, como também analisar a forma como os alunos as seleccionam e exprimem.

3.5.2.3. Conteúdos e objectivos da ficha 2

Nesta ficha (anexo 5) propôs-se aos alunos que, dada uma função real de variável real, identificassem/determinassem o seu domínio e contradomínio, a imagem de um determinado objecto, assim como um objecto conhecida a sua imagem.

As três questões que a compõem, abordando estes mesmos conteúdos programáticos, foram elaboradas recorrendo a vários tipos de linguagem, pretendendo-se testar, não só pela resolução da ficha como também pelas respostas dadas na ficha de reflexão, de que forma os alunos identificam os termos da especialidade quando estes surgem descritos em língua corrente (e num contexto real) e em língua da especialidade.

Questão 1. Foi apresentada, usando a língua corrente, uma situação do dia a dia. Seguidamente, ilustrou-se esta situação através de um gráfico cartesiano. Com base na análise e interpretação do gráfico, pediu-se então aos alunos que respondessem às diversas alíneas, sendo que nas alíneas:

- 1.1.,1.2., 1.3. e 1.4. usou-se apenas a língua corrente;

- 1.5., 1.6., 1.7.1. e 1.7.2. usou-se a língua da especialidade, recorrendo aos termos: *domínio*, *contradomínio*, *objecto* e *imagem*;
- 1.8.1. e 1.8.2. usou-se a língua da especialidade, recorrendo apenas à linguagem simbólica.

Esta primeira questão tinha como objectivos, a partir da leitura de um gráfico:

- interpretar uma situação da vida real;
- identificar objectos e imagens;
- reconhecer os termos *objecto* e *imagem*;
- reconhecer a simbologia inerente ao contexto.

Questão 2. Recorreu-se à língua da especialidade/linguagem simbólica para definir uma função real de variável real. Nas alíneas:

- 2.1. e 2.2. usou-se a língua da especialidade, recorrendo aos termos: *objecto* e *imagem*;
- 2.3. e 2.4. usou-se apenas a linguagem simbólica.

Os objectivos da questão 2. eram:

- determinar um objecto conhecida a sua imagem;
- calcular a imagem de um objecto;
- reconhecer os termos *objecto* e *imagem*;
- reconhecer a simbologia inerente ao contexto.

Questão 3. Foi descrita, utilizando a língua corrente, uma situação do dia a dia. Para traduzir esta situação, definiu-se uma função real de variável real recorrendo à língua da especialidade/linguagem simbólica. Nas quatro primeiras alíneas usou-se apenas a língua corrente; na alínea 3.5. a linguagem simbólica, solicitando-se uma interpretação do resultado no contexto da situação descrita.

Foram objectivos desta questão:

- interpretar uma situação da vida real;
- relacionar a língua corrente com a linguagem matemática;
- reconhecer os termos *objecto* e *imagem*;
- reconhecer a simbologia inerente ao contexto;
- determinar um objecto conhecida a sua imagem;
- calcular a imagem de um objecto.

3.5.2.4. Conteúdos e objectivos da ficha de reflexão 2

As questões desta ficha (anexo 8) foram elaboradas por conteúdos. Pretendemos deste modo indagar, não só de que forma/de que conhecimentos os alunos se socorrem ao identificarem os termos da especialidade, como também em qual dos tipos de linguagem têm mais dificuldades[5].

Questão 1. Relativamente aos termos *domínio* e *contradomínio*, eles são identificados quando a pergunta decorre de uma situação do dia sem os referir e é:

a) exposta em língua corrente e ilustrada por um gráfico (alíneas 1.1. e 1.2.);

[5] As alíneas a que nos referimos neste subcapítulo são referentes à ficha de trabalho 2.

b) exposta em língua corrente e em língua da especialidade/linguagem simbólica (alíneas 3.1. e 3.2.).

Questão 2. Relativamente aos termos *objecto* e *imagem*:

a) eles são identificados quando a pergunta decorre de uma situação do dia sem os referir e é:

a1) exposta em língua corrente e ilustrada por um gráfico (alíneas 1.3. e 1.4.);

a2) exposta em língua corrente e em língua da especialidade/linguagem simbólica (alíneas 3.3. e 3.4.);

a3) exposta em língua da especialidade/linguagem simbólica e ilustrada por um gráfico (alíneas 1.8.1.e 1.8.2.).

b) eles são identificados quando a pergunta não decorre de uma situação do dia a dia e é formulada:

b1) referindo-os (alíneas 2.1. e 2.2);

b2) não os referindo e utilizando apenas linguagem simbólica (alíneas 2.3. e 2.4.).

Questão 3. Relativamente aos termos *objecto* e *imagem*, eles são identificados quando a pergunta os refere (usando a língua da especialidade), decorre de uma situação do dia e é ilustrada por um gráfico (alíneas 1.5. e 1.6.).

Questão 4. Ao resolverem as alíneas 1.3., 1.5., 1.8.1., 2.1, 2.2, 2.3 e 3.3 da ficha 2, os alunos tiveram de identificar os termos *objecto* e *imagem*. Estas alíneas foram formuladas recorrendo a diferentes tipos de linguagem e pretendeu-se, com esta questão de reflexão, averiguar em qual(ais) dela(s) os alunos tiveram mais dificuldades e porquê:

a) as alíneas 1.3., 1.5. e 1.8.1. derivam de uma situação do dia a dia, descrita em língua corrente e acompanhada por um gráfico. Na primeira destas alíneas é usada a língua corrente; na segunda a língua da especialidade, referindo-se o termo *imagem*; na terceira é usada apenas a linguagem simbólica;

b) as alíneas 2.1., 2.2. e 2.3. integram uma questão apresentada em língua da especialidade. Nas alíneas 2.1. e 2.2. referem-se os termos *imagem* e *objecto*; na alínea 2.3. utiliza-se apenas a linguagem simbólica;

c) a alínea 3.3. faz parte de uma questão que relata uma situação do dia a dia descrita usando a língua corrente e a língua da especialidade/linguagem simbólica. Nesta alínea é usada apenas a língua corrente.

3.5.2.5. Conteúdos e objectivos da ficha 3

Com esta ficha (anexos 6) pretendemos encontrar uma resposta para a terceira questão de investigação formulada neste trabalho. Tal como já referimos, as questões de reflexão constam da própria ficha.

Para responderem às questões propostas os alunos deverão conhecer/identificar os termos: *função constante*, *função estritamente crescente*, *função estritamente decrescente*, *máximo* e *mínimo absoluto de uma função* , quer eles sejam definidos em língua corrente ou em linguagem matemática. Tal como consta do programa em vigor, todos estes termos são estudados num intervalo do domínio da função. Na formalização destes conceitos usámos intervalos fechados, uma vez que foi esta a simbologia usada nas aulas sendo também a que consta do manual utilizado pelos alunos.

Questão 1. Descreveu-se uma situação do dia a dia, recorrendo à língua corrente, e traduzindo-a através de um gráfico cartesiano. Com base na leitura e interpretação gráfica, foram então delineadas as várias actividades conducentes à identificação dos termos da especialidade.

Os conteúdos constantes das alíneas 1.1. e 1.2. são os mesmos dos da alínea 1.3. mas, enquanto que nas duas primeiras se usou apenas a língua corrente, na última referiram-se os termos.

Questão 2. Esta é uma questão de reflexão. Com o intuito de averiguar se os alunos relacionam a língua corrente com a linguagem matemática, pediu-se-lhes que ligassem por setas as alíneas que envolviam os mesmos conceitos.

Questão 3. Os termos constantes desta ficha foram, nesta questão, agrupados, numerados e definidos através de vários tipos de linguagem. Assim, no primeiro grupo usou-se a língua da especialidade referindo-os explicitamente; no segundo utilizou-se a língua corrente e a simbologia matemática; no terceiro recorreu-se apenas à simbologia.

Na alínea 3.1., solicitou-se então aos alunos que ligassem por setas as definições equivalentes; na 3.2., apresentámos várias alternativas que pudessem justificar a resposta dada.

3.6. Síntese

Neste capítulo apresentámos e fundamentámos o percurso metodológico do nosso trabalho, nomeadamente a definição e justificação do tipo de estudo, a caracterização dos intervenientes e a descrição pormenorizada dos elementos de recolha de dados/instrumentos de investigação, bem como dos seus objectivos.

No que concerne ao tipo de estudo, foi feita uma revisão da literatura com vista à elaboração dos instrumentos de investigação e à sua análise, que será efectuada no capítulo IV.

Relativamente às fichas de trabalho e às de reflexão, salienta-se que ao longo da sua elaboração esteve sempre presente o programa de Matemática A actualmente em vigor e que este estudo foi feito em ambiente natural de sala de aula.

IV. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma descrição e análise pormenorizada dos resultados encontrados nas fichas de trabalho e de reflexão. Essa descrição contempla os três casos de estudo e far-se-á tendo sempre presente os objectivos constantes quer nas fichas de trabalho, quer nas de reflexão, com vista à obtenção de respostas às questões de investigação que formulámos.

Após a descrição de cada questão ou grupo de questões, apresentaremos um quadro e/ou uma breve síntese dos aspectos que nos pareceram mais relevantes.

No final será feita uma síntese dos resultados encontrados, relacionando-os com as questões de investigação que formulámos.

4.2. Descrição das respostas às questões das fichas de trabalho e de reflexão[6]

4.2.1. Fichas de trabalho/reflexão 1

4.2.1.1. Questões 1, 2 e 3

[6] As alíneas que constam deste neste capítulo , quer no corpo do texto quer nos quadros, são as constantes nas fichas de reflexão respectivas.

Com estas questões, na ficha de trabalho, pretendeu-se averiguar se os alunos, de entre várias correspondências, identificavam quais as que eram funções.

Relativamente às questões 1 e 2, onde foi usada a linguagem simbólica (digramas de Venn e gráficos cartesianos), verificou-se que todos os casos em estudo responderam correctamente. Na questão 3, onde se descreviam situações do dia a dia utilizando a língua corrente, apenas o caso B identificou correctamente todas as correspondências unívocas (funções).

Analisando as respostas às questões 1.1. e 1.2. da ficha de reflexão 1 (onde se inquiriu acerca do grau de dificuldade das questões referidas no parágrafo anterior, assim como das razões para essa escolha), constatou-se que os casos A e C consideraram a questão 3 a mais difícil, apresentando como razões:

- Caso A: não assinalou nenhuma das opções sugeridas na ficha, optando por justificar do seguinte modo: h) "escolhi a 3, porque de todas as questões era a que necessitava de mais reflexão."
- Caso C: assinalou: f) ter dificuldade em aplicar o conceito de função.
- Caso B, que respondeu correctamente a todas as questões, considera como mais difícil a questão1, apresentando como razão da sua escolha a alínea: e) ter dificuldade em encontrar analogias com situações da vida real.

No que concerne à questão 2 da ficha de reflexão 1, pediu-se aos intervenientes neste estudo que referissem como pensaram, ao responderem à questão 3 da ficha de trabalho. Foi nosso objectivo perceber de que termos/conceitos/conhecimentos se socorreram os inquiridos para identificar uma função que descrevia uma situação do dia a dia e que era definida apenas com recurso à língua corrente. As respostas foram as seguintes:

- Caso A: c) na definição de função;
- Casos B e C :

b) num gráfico cartesiano;

d) na relação entre palavras-chave (temperatura/altura; comprimento do lado/área/perímetro; mês/aniversariantes; amigos/número de telefone).

Da leitura destas questões, elaborou-se o quadro 1:

Casos de estudo	**Questão considerada mais difícil por ter tido dificuldade em...**	**Para resolver a questão 3, onde se utilizou apenas a língua corrente, pensou:**	**Número de alíneas erradas na questão 3.**
A	**3.** h) de todas as questões era a que necessitava de mais reflexão	c) na definição de função	**1**
B	**1.** e) encontrar analogias com situações da vida real	b) num gráfico cartesiano d) na relação entre palavras-chave (...)	**0**
C	**3.** f) aplicar o conceito de função	b) num gráfico cartesiano d) na relação entre palavras-chave(...)	**2**

Quadro 1 – Identificação do conceito de função

Analisando o quadro anterior constatamos que:

- para os casos A e C foi mais difícil identificar uma função, estando esta definida em língua corrente (e ambos erraram alguma(s) alíneas). No entanto pensaram de modo diferente: enquanto que o caso A pensou na definição de função (recorreu a um termo da especialidade), o B pensou na linguagem simbólica e na língua corrente.

- para o caso B, que respondeu correctamente a todas as alíneas da questão 3 o mais difícil foi identificar uma função definida através da linguagem simbólica (diagrama de Venn), justificando que não encontrou nesta questão analogias com a vida real.

4.2.1.2. Questão 4

Nesta questão, composta por três alíneas, pediu-se aos alunos que apresentassem um esboço do gráfico de uma função definida com recurso a vários tipos de linguagem. Nas alíneas 4.1. e 4.3. eram apresentadas situações da vida real, mas enquanto que na primeira foi usada apenas a língua corrente, na segunda usou-se a língua corrente e a da especialidade. Relativamente à questão 4.2., desprovida de contexto real, foi utilizada apenas a língua da especialidade.

Com a ficha de reflexão pretendemos averiguar de que termos/conceitos se socorreram os alunos para interpretar cada uma das questões (questão 3.1.), assim como quais as questões consideradas mais e menos difíceis (questões 3.2.a e 3.2.b).

Da leitura das fichas, observou-se que:

- O caso A respondeu correctamente às três alíneas. Para as resolver pensou, em todas elas, nos termos *objecto* e *imagem*, no entanto refere que para a 4.2. também se socorreu do termo *domínio* e da *representação gráfica de uma recta*, sendo que esta representação gráfica também foi utilizada na resolução da alínea 4.3.

A questão considerada mais difícil foi a 4.3. porque "é posta de uma forma um pouco indirecta" e a menos difícil a 4.2. porque "fornece de forma clara todos os dados que me permitiu desenhar o gráfico".

- O caso B também responde correctamente a todas as questões. Para resolver as alíneas 4.1. e 4.2. pensou no termo *domínio* e para a 4.3. no *contradomínio.* Este aluno teve mais dificuldade na 4.3. porque "os valores não vinham directamente no enunciado", e menos dificuldade na 4.1. porque "o enunciado tinha todos os dados necessários para elaborar o gráfico da função".

- O caso C resolve correctamente as alíneas 4.2. e 4.3.,mas na 4.2. comete um pequeno erro: em $[10,11]$ desenha um segmento de recta paralelo ao eixo das abcissas. No contexto que se descrevia significa que a torneira só foi aberta às onze horas. Em resposta à questão 3.1. da ficha de reflexão, assinala para todas as alíneas a *representação gráfica de uma recta.* A questão considerada mais difícil foi a 4.3. porque "não entendi o enunciado" e a menos difícil a 4.1. porque "percebi melhor o enunciado".

Podemos sintetizar estas informações nos quadros 2 e 3:

Para resolver cada uma das alíneas pensou em...

Casos de estudo	4.1. Língua corrente	4.2. Língua da especialidade (termos da especialidade e linguagem simbólica)	4.3. Língua corrente e língua da especialidade (linguagem simbólica)
A	c) imagens d) objectos	a) domínio c) imagens d) objectos e) representação gráfica de uma recta	c) imagens d) objectos e) representação gráfica de uma recta
B	a) domínio	a) domínio	b) contradomínio
C	e) representação gráfica de uma recta	e) representação gráfica de uma recta	e) representação gráfica de uma recta

Quadro 2 – Termos/conceitos utilizados no traçado do gráfico de uma função

Observamos que:

- os casos A e B utilizam os termos da especialidade para resolver qualquer uma das alíneas;
- o caso A socorre-se também da linguagem gráfica, sendo esta a única utilizada pelo caso C na resolução de todas as alíneas.

Casos de estudo	Questão considerada mais difícil, porque...	Questão considerada menos difícil, porque...
A	**4.3.** é posta de uma forma um pouco indirecta	**4.2.** fornece de forma clara todos os dados que me permitiu desenhar o gráfico
B	**4.3.** os valores não vinham directamente no enunciado	**4.1.** o enunciado tinha todos os dados necessários para elaborar o gráfico da função
C	**4.3.** não entendi o enunciado	**4.1.** percebi melhor o enunciado

Quadro 3 – Grau de dificuldade encontrado no traçado do gráfico de uma função

Relativamente ao grau de dificuldade das questões:

- todos os alunos intervenientes neste estudo consideram mais difícil a 4.3.;
- a questão 4.1. foi a considerada mais fácil para os casos B e C, enquanto que o A aponta a 4.2.;
- nas justificações apresentadas, tanto para a mais fácil como para a mais difícil, todos os alunos se referem à clareza ou não do enunciado. Os conteúdos programáticos nunca são referidos nas justificações pedidas.

4.2.2. Ficha de trabalho 2[7]

Com esta ficha pretendemos averiguar se os alunos identificam os termos *domínio, contradomínio, objecto* e *imagem*, quando estes se encontram definidos:

- em língua corrente e em língua da especialidade/linguagem simbólica;
- numa situação do dia a dia com recurso à linguagem icónica (gráfico cartesiano) e à linguagem simbólica;
- sem contexto real.

4.2.2.1. Questão 1

Nesta questão, composta por onze alíneas, foi descrita uma situação da vida real, ilustrada por um gráfico cartesiano.

Todos os alunos responderam correctamente às oito primeiras alíneas, interpretando a situação descrita e identificando os termos *domínio, contradomínio, objecto* e *imagem*, tanto quando foi usada a língua corrente como quando a língua usada foi a da especialidade. Relativamente às duas últimas alíneas, onde se usou apenas a linguagem simbólica, o caso A resolveu-as correctamente, mas o B e o C erraram uma delas (1.8.2.).

[7] Dada a estrutura e extensão das fichas de trabalho e de reflexão 2, optámos por analisá-las separadamente.

4.2.2.2. Questão 2

Nesta questão foi usada a linguagem simbólica, desprovida de um contexto real.

Os casos A e B resolveram correctamente todas as alíneas; o caso C só respondeu correctamente à 2.3., alínea onde, tal como na 1.8.2. da questão 1. (a que o aluno respondeu acertadamente), foi utilizada apenas a linguagem simbólica e pretendia-se que os alunos identificassem a imagem de um determinado objecto.

4.2.2.3. Questão 3

Descreveu-se uma situação do dia a dia, recorrendo à língua corrente e à linguagem simbólica.

Os resultados observados são em tudo semelhantes aos da questão anterior. Os alunos identificados por A e B respondem correctamente a todas as alíneas; o C acerta apenas duas (3.1. e 3.5.). Mais uma vez, este aluno demonstra saber identificar a imagem de um determinado objecto e interpretar o resultado no contexto da situação apresentada, qualquer que seja a linguagem utilizada.

4.2.3. Ficha de reflexão 2

4.2.3.1. Questão 1

Ao determinarem o **domínio** e o **contradomínio** de uma função, de que termos/conceitos se socorrem os alunos em estudo?

- Casos A e B - nas questões que tinham como suporte um gráfico cartesiano, estes alunos utilizaram apenas este como auxiliar na resolução; relativamente às outras, interpretaram--as no contexto que era descrito. Em qualquer dos casos não pensaram nos termos da especialidade. O caso B pensou ainda noutra situação mas não especifica.

- Caso C - nas questões que tinham como suporte um gráfico cartesiano, este aluno socorre-se dos termos da especialidade; nas outras, refere que observou o gráfico, no entanto não era aqui apresentado qualquer gráfico.

Sintetizámos estas informações no quadro 4:

Casos de estudo	**1.1. Domínio** **Língua corrente Linguagem icónica** (gráfico cartesiano) **Contexto real**	**1.2. Contradomínio** **Língua corrente Linguagem icónica** (gráfico cartesiano) **Contexto real**	**3.1. Domínio** **Língua corrente Linguagem simbólica** **Contexto real**	**3.2. Contradomínio** **Língua corrente Linguagem simbólica** **Contexto real**
A	c)observou o gráfico	c)observou o gráfico	d) interpretou a pergunta num contexto real	d) interpretou a pergunta num contexto real
B	a) pensou no domínio	b) pensou no contradomínio	d) interpretou a pergunta num contexto real	e) pensou noutra situação(mas não indica qual).
C	b) pensou no contradomínio	b) pensou no contradomínio	c) Observou o gráfico	c) Observou o gráfico

Quadro 4 –

Termos/conceitos mobilizados para determinar o domínio e o contradomínio de uma função

4.2.3.2.Questão 2

Ao determinarem **objectos** e **imagens** de uma função, de que termos/conceitos se socorrem os alunos em estudo?

- Os termos da especialidade são utilizados pelos alunos em estudo na resolução de quase todas as alíneas propostas, exceptuam-se: o caso B nas alíneas 1.3. e 1.4. e o caso C nas alíneas 1.3., 1.4., 1.8.1. e 1.8.2., que dizem observar apenas o gráfico.
- O caso C, apesar de identificar os termos , não responde certo às alíneas 3.3. e 3.4.
- O caso A, para além de ter identificado os termos, também observou o gráfico aquando da resolução das alíneas 1.3., 1.4., 1.8.1. e 1.8.2

Apresentamos o quadro 5 como síntese das informações recolhidas nesta questão:

Casos de estudo	**1.3. e 1.4.** **Língua corrente Linguagem icónica** (gráfico cartesiano) **Contexto real**	**1.8.1. e 1.8.2.** **Linguagem simbólica** **Contexto real**	**2.1. e 2.2.** **Língua da especialidade** (termos) **Sem Contexto real**	**2.3. e 2.4.** **Linguagem simbólica** **Sem Contexto real**	**3.3. e 3.4.** **Língua corrente Linguagem simbólica** **Contexto real**
A	identifica os termos e observa o gráfico a) b) c)	identifica os termos e observa o gráfico a) b) c)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)
B	observa o gráfico c)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)
C	observa o gráfico c)	observa o gráfico c)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)	identifica os termos a) b)

Quadro 5 – Termos/conceitos mobilizados para determinar objectos e imagens

4.2.3.3. Questão 3

Esta questão é composta por duas alíneas (3.1. e 3.2.). Foi nosso objectivo saber se, ao responderem às questões 1.5. e 1.6. da ficha de trabalho, os alunos observaram apenas o gráfico ou pensaram também nos termos da especialidade. Todos os casos do nosso estudo responderam certo a estas questões (na ficha de trabalho).

Da leitura das respostas dadas na ficha de reflexão, concluímos que os termos da especialidade nem sempre foram identificados pelos três casos em estudo:

- o caso A identifica os termos, associando **12** a um objecto e **40** a uma imagem;

o caso B associa **12** a um valor no eixo Ox e **40** a um valor no eixo Oy, não identificando os termos *objecto* e *imagem*;

- o caso C não identifica o termo *objecto*, uma vez que associa **12** a um valor no eixo Ox, mas associa **40** a uma imagem.

4.2.3.4. Questão 4

Como vem sendo referido ao longo deste capítulo, na ficha de trabalho 2 foram usados vários tipos de linguagem na elaboração de questões que abordam o mesmo conteúdo programático. A questão 4 da ficha de reflexão tem como finalidade averiguar em qual das questões foram sentidas, pelos alunos que fazem parte deste estudo, mais dificuldades e porquê.

- Nas alíneas 1.3., 1.5. e 1.8.1. da ficha de trabalho, os alunos tinham de determinar a imagem de um dado objecto, estando a função definida por um gráfico cartesiano que representava uma situação do dia a dia. Pedimos na 4.1.1. que estas alíneas fossem ordenadas, da mais difícil para a mais fácil, e na 4.1.2. o motivo que justificasse a escolha da mais difícil. Todos os casos em estudo responderam correctamente a estas alíneas. Obtiveram-se as seguintes respostas:

- Caso A – considera como mais difícil a 1.8.1. porque: f) "a questão é feita de uma forma menos directa que as outras";

- Caso B – refere como mais difícil a 1.5. porque: c) teve dificuldade em encontrar analogias com a vida real;

- Caso C – indica a 1.3. como a alínea onde teve mais dificuldade porque teve dificuldade em:

c) encontrar analogias com situações da vida real;

d) relacionar com situações estudadas na aula.

O quadro 6 sintetiza estas informações, indicando-nos ainda qual o tipo de linguagem usada nas alíneas onde os alunos tiveram mais dificuldade.

Casos de estudo	**Questão considerada mais difícil, porque...**	**Tipo de linguagem usada na questão mais difícil**
A	**1.8.1.** f) a questão é feita de uma forma menos directa que as outras"	Língua da especialidade/ Linguagem simbólica
B	**1.5.** b) teve dificuldade em encontrar analogias com a vida real	Língua da especialidade (referindo-se o termo *imagem*)
C	**1.3.** c) encontrar analogias com situações da vida real c) relacionar com situações estudadas na aula	Língua corrente

Quadro 6 –
Comparação do grau de dificuldade com a linguagem usada em questões integradas em contexto real

- Na questão 2 da ficha de trabalho foi usada a linguagem simbólica para definir uma função; na 3, para além desta, foi também usada a língua corrente. Nas alíneas 2.1., 2.2., 2.3. e 3.3. pediu-se aos alunos que determinassem objectos e imagens, conhecendo um deles. Os casos A e B responderam acertadamente a todas questões; o caso C apenas à 2.3. As questões de reflexão relativas a estas questões tinham os mesmos objectivos das 4.1.1. e 4.1.2. (que referimos na página anterior). Os casos em estudo responderam da seguinte forma:

- Casos A e B – indicam como mais difícil a 2.2. porque: a) teve dificuldade em perceber o enunciado;

- Caso C – considera a 2.1. a mais difícil porque teve dificuldade em:

c) encontrara analogias com situações da vida real ;

d) relacionar com situações estudadas na aula.

Como síntese apresentamos o quadro 7:

Casos de estudo	**Questão considerada mais difícil, porque...**	**Tipo de linguagem usada na questão mais difícil**
A	**2.2.** a) teve dificuldade em perceber o enunciado	Língua da especialidade (referindo-se os termos *objecto* e *imagem*)
B	**2.2.** a) teve dificuldade em perceber o enunciado	Língua da especialidade (referindo-se os termos *objecto* e *imagem*)
C	**2.1.** c) encontrar analogias com situações da vida real d) relacionar com situações estudadas na aula	Língua da especialidade (referindo-se o termo *imagem*)

Quadro 7 –
Comparação do grau de dificuldade com a linguagem usada, em questões desprovidas de contexto real

4.2.4. Ficha de trabalho/reflexão 3

Com esta ficha pretendemos averiguar se, tendo os alunos adquirido os termos/conceitos matemáticos, sabendo identificá-los em língua corrente e linguagem matemática a partir de uma situação do dia a dia, conseguem depois formalizá-los utilizando apenas a linguagem simbólica.

No primeiro problema apresentado nesta ficha é descrita, em língua corrente e ilustrada por um gráfico cartesiano, uma situação do dia a dia: a evolução da temperatura da Maria entre as 7h e as 18h.

Nas alíneas 1.1. e 1.2., recorreu-se apenas à língua corrente para pedir aos alunos que indicassem o intervalo de tempo durante o qual a temperatura da Maria não variou, subiu, desceu e qual a temperatura mais elevada e mais baixa verificadas. Na alínea 1.3. usou-se a língua da especialidade, recorrendo aos termos *constante*, *estritamente crescente*, *estritamente decrescente*, *máximo* e *mínimo absolutos*, para formular as mesmas perguntas. Todos os casos do nosso estudo responderam correctamente a todas estas alíneas.

Seguidamente, na questão 2. (questão utilizada como pergunta de reflexão para a questão 1), os alunos ligaram por uma seta as alíneas da pergunta 1. com as da 2. que envolviam os mesmos conceitos matemáticos. Também aqui os casos A, B e C fizeram correctamente as correspondências pedidas, demonstrando que, quer na língua corrente quer na da especialidade, conheciam os termos/conceitos e sabiam identificá-los.

Com a terceira questão (também de reflexão) pretendemos verificar se, conhecendo os termos/conceitos matemáticos, os alunos conseguiriam identificar a sua formalização recorrendo à linguagem simbólica. Para tal, apresentámos três grupos de afirmações onde eram definidos os termos/conceitos: no primeiro usando a linguagem matemática, no segundo a língua corrente e no terceiro apenas a linguagem simbólica. Os alunos teriam de fazer (na alínea 3.1.) a correspondência destas afirmações, ligando através de setas as equivalentes. Após a leitura das respostas dadas pelos casos do nosso estudo, verificámos que estes realizaram correctamente todas as correspondências do primeiro para o segundo grupo, o mesmo não acontecendo do segundo para o terceiro:

- Os casos A e B apenas formalizam correctamente o conceito de *função constante*;
- O caso C apresenta três respostas correctas: a formalização de *função constante*, *máximo* e *mínimo absolutos*.

Com a alínea 3.2. pretendemos perceber que meios utilizaram os alunos para responder à 3.1..Obtivemos as justificações que apresentamos no quadro 8:

Casos de estudo	
A	a) visualizou o gráfico de uma função b) pensou nas definições c) relacionou com a questão 1.
B	b) pensou nas definições
C	a) visualizou o gráfico de uma função

Quadro 8 –
Termos/conceitos mobilizados na formalização do conceito de função

Da análise dos resultados, verificamos que os intervenientes neste estudo identificam os termos/conceitos matemáticos quando é usada a língua corrente e a linguagem matemática, sem recurso à simbologia. As dificuldades surgiram quando lhes foi pedido a formalização dos termos/conceitos usando apenas a linguagem matemática simbólica.

Quanto aos meios mobilizados na identificação e formalização dos conceitos, o mais utilizado foi a visualização do gráfico de uma função. Este foi o único meio apontado pelo caso C (caso que identifica um maior número de conceitos).

4.3. Síntese dos resultados encontrados e sua relação com as questões de investigação

4.3.1. 1ª Questão: De que conhecimentos se socorrem os alunos para traduzir graficamente um problema da vida real?

As três situações apresentadas diferiam relativamente à linguagem usada e ao contexto. Assim, uma delas era desprovida de contexto real e utilizava apenas a língua de especialidade (termos e linguagem simbólica). As restantes relatavam situações da vida real, sendo que numa era usada a língua corrente e na outra a língua corrente e a de especialidade (linguagem simbólica).

Todos os casos de estudo elaboraram correctamente os três gráficos, considerando mais difícil a questão que aliava a língua corrente e a de especialidade. A justificação para o grau de dificuldade/facilidade das questões também foi comum, referindo-se sempre à clareza (ou não) do enunciado, não existindo qualquer alusão aos conteúdos matemáticos neles envolvidos.

Relativamente às diferenças, estas referem-se à questão considerada mais fácil e aos conhecimentos mobilizados na sua resolução. Assim:

Caso A

- considera mais fácil a questão que é desprovida de contexto real e que utiliza apenas a língua de especialidade;

- socorre-se dos termos da especialidade para resolver todas as questões mas, para as que envolvem a língua de especialidade recorre também à linguagem gráfica.

Caso B

- considera mais fácil a questão que envolve apenas a língua corrente e que relata uma situação do dia- a- dia;
- socorre-se dos termos da especialidade para resolver todas as questões.

Caso C

- considera mais fácil a questão que envolve apenas a língua corrente e que relata uma situação do dia- a- dia;
- socorre-se da linguagem gráfica para resolver todas as questões.

4.3.2. 2ª Questão: De que forma os alunos identificam os termos da especialidade?

1) Quando definido com recurso à linguagem simbólica - diagramas de Venn e gráficos cartesianos - o termo *função* foi identificado por todos os casos de estudo. O mesmo não aconteceu quando se usou apenas a língua corrente na descrição de situações do dia- a- dia. Nesta questão, só o caso B respondeu acertadamente a todas as alíneas.

Relativamente ao grau de dificuldade das questões e aos conhecimentos mobilizados na resolução da questão onde se utilizou apenas a língua corrente, verificámos algumas diferenças:

Caso A

- considerou mais difícil a questão onde foi usada apenas a língua corrente porque necessitava de mais reflexão;
- recorreu à definição de função.

Caso B

- considerou mais difícil a questão onde se utilizaram diagramas de Venn por não encontrar analogias com situações da vida real;
- recorreu à linguagem gráfica e à língua corrente.

Caso C

- considerou mais difícil a questão onde foi usada apenas a língua corrente por ter dificuldade em aplicar o conceito de função;
- recorreu à linguagem gráfica e à língua corrente.

2) A identificação dos termos *domínio, contradomínio, objecto* e *imagem* foi solicitada em três contextos diferentes:

I – Foi descrita, usando a língua corrente, uma situação da vida real ilustrada por um gráfico cartesiano. Pretendia-se que os alunos identificassem os termos de especialidade quando as alíneas se socorriam: **(i)** da língua corrente; **(ii)** da língua de especialidade; **(iii)** da linguagem simbólica.

Verificou-se que todos os casos de estudo responderam acertadamente às questões de **(i)** e **(ii)**; só o caso A respondeu correctamente às duas alíneas **(iii)**.

II – Com vista também á identificação dos termos de especialidade, nesta questão utilizou-se apenas a linguagem simbólica, desprovida de contexto real.

Verificou-se que os casos A e B responderam correctamente às quatro alíneas, enquanto que o caso C apenas conseguiu acertar uma das alíneas.

III – Foi apresentada uma situação do dia- a- dia, recorrendo-se à língua corrente e à linguagem simbólica. Os casos A e B identificaram correctamente os termos de especialidade, respondendo correctamente às cinco alíneas; o caos C acertou apenas duas das alíneas.

No que compete aos <u>conhecimentos mobilizados na identificação dos termos</u>, observámos que nas questões referenciadas por **I** e **II** **todos os casos** de estudo procederam do mesmo modo:

- em **I** recorreram aos termos de especialidade e à linguagem gráfica;
- em **II** utilizaram os termos de especialidade.

Quanto às questões de **III**, verificámos que:

- os **casos A e B** utilizaram os termos de especialidade e interpretaram as questões no contexto real;
- o **caso C** utilizou os termos de especialidade e socorreu-se da linguagem gráfica.

No que se refere às questões consideradas mais difíceis e às justificações para essa escolha, não houve convergência de respostas:

Caso A

- uma alínea de **III (iii)** porque é colocada de uma forma menos directa do que as outras;
- uma alínea de **II** devido a ter tido dificuldade em perceber o enunciado.

Caso B

- uma alínea de **I (ii)** por ter tido dificuldade em encontrar analogias com a vida real;
- uma alínea de **II** devido a ter tido dificuldade em perceber o enunciado.

Caso C

- uma alínea de **I** (i) e outra de **II** devido a ter encontrado analogias com a vida real e a relacionar com situações estudadas na aula.

4.3.3. 3ª Questão: Como é que a interacção da língua corrente e da linguagem matemática conduz à formalização dos conceitos matemáticos?

Constatámos que todos os casos de estudo identificam e relacionam correctamente os termos matemáticos quando estes estão integrados num contexto real e são definidos com recurso à língua corrente ou à língua de especialidade (sem recurso à simbologia). O mesmo não acontece relativamente à formalização desses termos (cinco), quando se apela à utilização da linguagem simbólica.

É de realçar o facto de que, os <u>recursos utilizados na formalização dos conceitos</u> foram diferentes para cada um dos intervenientes neste estudo.

Caso A

- identificou a formalização de um termo;
- recorreu à linguagem gráfica, às definições e às questões que relacionavam a língua corrente com a de especialidade (e que tinha resolvido correctamente).

Caso B

- identificou a formalização de um termo;
- recorreu às definições.

Caso C

- identificou a formalização de três termos;
- recorreu à linguagem gráfica.

4.4. Síntese

Neste capítulo foi feita a descrição pormenorizada das respostas dadas, nos instrumentos de investigação, pelos intervenientes neste estudo. Nesta análise foi estabelecida uma relação entre os conhecimentos dos alunos e os meios que estes utilizaram para responderem às diversas questões. A tónica foi também colocada no grau de dificuldade encontrado e nas justificações para tal facto.

Tentámos também encontrar afinidades entre os resultados obtidos e as questões de investigação formuladas. No capítulo V, sintetizaremos genericamente as conclusões a que chegámos.

V. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

Tendo como objectivo encontrar respostas para as questões de investigação que formulámos e identificámos ao longo desta dissertação, considerámos importante seleccionar para o nosso estudo três casos de alunos que tivessem, ao longo do seu percurso escolar, uma relação positiva com a Matemática. Como tal, foi aplicado a toda a turma um inquérito por questionário (anexo1) e elaborados quadros síntese dos resultados encontrados (anexo 2), cuja análise detalhada descrevemos no capítulo III.

Como características comuns salientamos o facto de serem alunos sem reprovações de ano, nem classificações negativas a Matemática. Todos afirmaram gostar desta disciplina e demonstraram ser participativos e empenhados nas aulas.

Sintetizamos seguidamente as diferenças referentes às classificações obtidas nesta disciplina[8], bem como às causas apontadas para a obtenção de resultados menos favoráveis. Estas não são significativas e prendem-se sobretudo com a metodologia e linguagem usadas pelo professor. Averiguaremos também da existência de relações entre a postura que os casos de estudo têm relativamente à Matemática e as respostas dadas nas fichas de trabalho e de reflexão, tentando: (i) encontrar resposta para as questões de investigação formuladas (ii) testar a veracidade das proposições enunciadas (iii) formular novas questões. Estas últimas integrarão as limitações do nosso estudo, podendo ser estudadas em trabalhos futuros.

---

[8] Tal como se pode constatar pela leitura do inquérito por questionário (anexo 1), quando nos referimos às classificações obtidas no Ensino Básico e no décimo ano, estas são a do terceiro período do nono ano e a do primeiro período do décimo ano.

Caso A

- manteve no décimo ano a classificação obtida no Ensino Básico: <u>Muito Bom</u>;
- afirmou ter algumas dificuldades em Matemática mas gosta desta disciplina por a considerar um desafio;
- as causas de um <u>aproveitamento menos satisfatório</u> nesta disciplina são atribuídas ao professor, no que concerne à **metodologia** e **linguagem** usadas:

→ aulas muito teóricas;

→ resolução de exercícios sem explicações;

→ esclarecimento de dúvidas com recurso aos mesmos exemplos;

→ utilização de linguagem não perceptível.

Caso B

- manteve no décimo ano a classificação obtida no Ensino Básico: <u>Bom</u>;
- o gosto pela Matemática está dependente dos conteúdos;
- as causas de um <u>aproveitamento menos satisfatório</u> nesta disciplina são atribuídas ao professor - **metodologia** e **linguagem** usadas - e à muita **simbologia** constante dos exercícios;

→ resolução de exercícios sem explicações;

→ utilização de linguagem não perceptível;

→ exercícios com muita simbologia.

Caso C

- apresenta uma discrepância significativa, e pouco vulgar, entre as classificações obtidas no Ensino Básico e no décimo ano: Suficiente e Muito Bom;

- o gosto pela Matemática advém do facto desta disciplina ter:

→ muitos cálculos;

→ muitos problemas;

→ utilidade no dia- a- dia.

- as causas de um aproveitamento menos satisfatório nesta disciplina são atribuídas não só ao professor – **metodologia** e **linguagem** usadas; **conteúdos** e **exercícios desprovidos contexto real** – como também ao próprio aluno:.

→ resolução de exercícios sem explicações;

→ esclarecimento de dúvidas com recurso aos mesmos exemplos;

→ utilização de linguagem não perceptível e palavras difíceis;

→ não utilização de exemplos do dia- a- dia/ aplicações da Matemática;

→ não estudava/praticava o suficiente.

Como referimos ao longo deste trabalho, partimos do pressuposto de que:

I - Quando é usada a língua corrente, os alunos não têm dificuldade em interpretar um problema da vida real.

II – Quando é usada apenas a língua de especialidade, os alunos não apresentam dificuldades. Estas surgem quando lhes é pedido que, perante uma situação do dia- a- dia, relacionem as duas línguas (de especialidade e corrente).

III - Os conceitos matemáticos são facilmente identificados quando surgem integrados num problema da vida real, onde é usada apenas a língua corrente; o mesmo não acontece quando são formalizados recorrendo à língua de especialidade/simbologia.

Proposição I

Relativamente a esta proposição constatámos a existência de duas situações antagónicas, uma primeira que contradiz a nossa "teoria" e outra que pode confirmá-la:

- apenas o caso B interpreta e identifica correctamente todas as correspondências que representam funções (questão 3. da ficha de trabalho 1). Note-se que este caso tem aproveitamento Bom e referiu como "dificuldade" na disciplina a elevada simbologia.

- os três casos interpretam correctamente a situação apresentada nas questões 1.1., 1.2., 1.3. e 1.4. da ficha de trabalho 2, e identificam correctamente todos os termos da especialidade, uma vez que respondem acertadamente a todas as questões.

Também ao traduzirem graficamente uma situação da vida real onde é usada apenas a língua corrente (questão 4.1. da ficha de trabalho1), os casos A, B e C elaboram correctamente um gráfico.

Ao reflectirmos sobre estes dados e questionarmos o porquê desta situação, analisámos sob outra pespectiva os dois grupos de questões, verificando que ambas recorrem apenas à língua corrente mas as da ficha de trabalho 2 têm um suporte visual gráfico. Analisando nas fichas de reflexão 1 e 2 as respostas correspondentes a estas questões, podemos constatar que todos os casos de estudo referem que na resolução das questões em causa se socorreram, de entre outros, da representação gráfica da função, à excepção do caso A que, para identificar uma função, na ficha 1, pensou apenas na definição.

A linguagem gráfica faz parte da área de especialidade mas, ao ser usada no dia-a- dia e nas mais diversas situações, é familiar à população: os gráficos surgem em qualquer revista, jornal e programa de televisão. Ocorre-nos formular novas questões de investigação:

(A) *Será que a vulgarização da língua de especialidade contribuí para a identificação dos termos/conceitos matemáticos?*

(B) *De que forma a imagem visual contribuí para a aquisição dos termos/conceitos matemáticos?*

Proposição II

Usando apenas a língua de especialidade foram colocadas aos intervenientes neste estudo dois grupos de questões que diferiam pelo contexto em que eram definidas:

(i) sem contexto real: questões 1., 2. e 4.2. da ficha de trabalho 1 e 2. da ficha de trabalho 2 ;

(ii) integradas numa situação do dia- a- dia, ilustrada por um gráfico cartesiano: 1.5., 1.6., 1.7., 1.8..

As questões de (i) que constavam da ficha 1, eram ilustradas por diagramas de Venn e por gráficos cartesianos ou era pedida a representação gráfica de uma função. Verificámos que todos os casos de estudo responderam correctamente, identificando os termos da especialidade. Para esboçarem um gráfico que obedecesse às condições pedidas (4.2.), o caso A pensou nos termos da especialidade e na representação gráfica de uma recta; o caso B apenas no termo *domínio*; o caso C, na representação gráfica de uma recta.

Quanto à questão da ficha 2, composta por quatro alíneas, os casos A e B responderam acertadamente a todas elas mas o caso C apenas conseguiu acertar uma. Merece-nos alguma reflexão esta última situação:

- o caso C "falha" questões onde é usada apenas a língua de especialidade, sem estarem integradas num contexto real e onde são exigidos alguns cálculos;
- da análise da relação que este caso tem com a Matemática constatámos que: no Ensino Básico obteve a classificação de suficiente; o gosto pala Matemática advém do facto desta disciplina ter muitos cálculos e utilidade no dia- a- dia; uma das dificuldades apontadas é a não utilização, pelo professor, de exemplos do dia- a- dia.

Da análise destes resultados observamos que os casos A e B não apresentaram dificuldades em resolver questões onde é usada apenas a língua de especialidade; o caso C apresenta dificuldades quando as questões exigem, para além da identificação dos termos/conceitos, cálculos e não têm suporte visual.

Relativamente às questões de (ii), o caso A respondeu correctamente às quatro alíneas e os casos B e C apenas erraram uma delas.

No que se refere à utilização da língua corrente e da de especialidade para formular questões relativas a uma situação real, foi proposta na ficha de trabalho 2 uma actividade constituída por quatro alíneas. Encontrámos resultados análogos aos descritos anteriormente: os casos A e B acertaram todas as alíneas, socorrendo-se da interpretação da situação no seu contexto real; o caso C acertou apenas duas alíneas, referindo que observou a representação gráfica da função. Mais uma vez constatamos a necessidade deste caso em utilizar um suporte visual para responder às questões. Note-se que, nesta actividade não era apresentado qualquer gráfico, nem se fazia alusão à representação gráfica da função.

Como síntese da análise e reflexão das questões elaboradas para indagar da veracidade da proposição II, podemos concluir que:

- os casos A e B não apresentam dificuldades em resolver questões, integradas ou não em contexto real, e onde é usada apenas a língua de especialidade ou onde esta aparece relacionada com a corrente;

- as dificuldades que o caso C apresenta não se prendem com o tipo de língua usada na formulação das questões, mas sim com o facto de estas terem ou não um suporte visual, uma vez que:

→ responde correctamente às questões que são ilustradas por diagramas/gráficos, o mesmo não acontecendo naquelas onde este tipo de linguagem não é utilizada;

→ mesmo quando as questões não incluem nem solicitam representações gráficas, é a elas que o caso C recorre.

Após as constatações feitas, reiteramos a questão (B) formulada anteriormente.

Proposição III

Como já foi referido ao longo desta dissertação, a ficha de trabalho 3 incorpora as questões de reflexão.

Perante a descrição de uma situação do dia- a- dia, acompanhada de um gráfico cartesiano, o s casos A, B e C interpretaram a situação e identificaram correctamente todos os termos, quer quando se usou apenas a língua corrente, quer quando foram referidos os termos de especialidade (questão 1.).

Quando na questão 2. foram solicitados a ligar por setas as questões que, usando linguagens diferentes envolviam os mesmos termos, todos os casos de estudo responderam correctamente.

Na questão 3., os termos encontravam-se agrupados, sendo que em cada grupo a linguagem utilizada era diferente:

(i) língua de especialidade;

(ii) língua corrente e simbologia matemática;

(iii) apenas simbologia.

Os resultados encontrados foram semelhantes nos três casos de estudo. Assim, todos fizeram, na questão 3.1., a identificação correcta entre os grupos (i) e (ii), o mesmo não acontecendo na identificação dos termos constantes do grupo (iii). Neste grupo, os casos A e B identificaram apenas um termo e o caso C três (estavam envolvidos cinco termos).

Questionados, em 3.2., sobre a forma como pensaram para responder a 3.1., encontrámos as seguintes justificações:

Caso A – visualizou o gráfico de uma função; pensou nas definições; relacionou com a questão 1.;

Caso B – pensou nas definições;

Caso C – visualizou o gráfico de uma função.

Verificámos então que os três casos de estudo:

- identificam os termos/conceitos matemáticos quando estes surgem integrados num problema da vida real, têm um suporte gráfico e é usada a língua corrente e a de especialidade;
- relacionam os termos/conceitos, sem estarem integrados num contexto real, quando estes estão definidos na língua de especialidade e na língua corrente interligada com a simbologia matemática;
- têm dificuldade na identificação dos conceitos quando é usada apenas a simbologia.

No que concerne às questões de investigação formuladas, sem de modo algum pretendermos generalizar resultados, constatamos que:

1ª Questão: De que conhecimentos se socorrem os alunos para traduzir graficamente um problema da vida real?

Ao traduzirem graficamente um problema da vida real, os alunos socorrerem-se dos termos *objecto*, *imagem*, *domínio* e *contradomínio*, bem como da *representação gráfica de uma recta*. No entanto, como se pode verificar da leitura do quadro 9, nenhum dos três casos de estudo utilizou os mesmos conhecimentos:

Casos de estudo	Objecto	Imagem	Domínio	Contradomínio	Representação gráfica de uma recta
A	X	X			X
B			X	X	
C					X

Quadro 9 –
Conhecimentos mobilizados na representação gráfica de um problema da vida real

2ª Questão: De que forma os alunos identificam os termos da especialidade?

- Na elaboração das fichas de trabalho conducentes à identificação dos termos da especialidade, tivemos em linha de conta não só o tipo de linguagem utilizada, como também a inserção, ou não, desses termos em situações do dia a dia. Sintetizámos no quadro 10 as informações recolhidas:

	Em contexto real Língua corrente	Em contexto real Língua corrente Gráfico cartesiano	Em contexto real Língua corrente Linguagem simbólica	Sem contexto real Linguagem simbólica
Interpretação da situação	B,C		A, B	
Gráfico cartesiano	A	A, B, C	C	
Definição	A	A, B, C	A, B, C	A, B, C

Quadro 10 – Identificação dos termos da especialidade

Da leitura deste quadro salientamos:

- quando é apresentada em língua corrente uma situação do dia a dia ilustrada por um gráfico cartesiano, nenhum dos alunos se socorre da interpretação dessa situação. Todos observam o gráfico e pensam nas definições;

- quando é apresentada em linguagem simbólica uma situação desprovida de contexto real, todos os casos de estudo se socorrem apenas das definições;

- o recurso à interpretação gráfica é um meio apontado por dois alunos, embora em questões diferentes, para situações do dia a dia onde é utilizada a língua corrente ou a língua corrente e linguagem simbólica;

3ª Questão: Como é que a interacção da língua corrente e da linguagem matemática conduz à formalização dos conceitos matemáticos, ou seja, ao domínio da língua de especialidade?

Relativamente a esta questão, constatámos que os casos de estudo:

- perante uma situação do dia a dia ilustrada por um gráfico cartesiano, identificam os termos, quer seja usada a língua corrente ou a de especialidade;

- não identificam correctamente os termos quando se apela à formalização dos mesmos usando a simbologia, apesar de se socorrerem das definições e da visualização do gráfico de uma função.

Ao longo deste trabalho, onde estudámos a abordagem linguística do conceito de função no décimo ano de escolaridade, tentámos perceber de que forma a linguagem interfere na aquisição dos conteúdos matemáticos.

O tema Funções, sendo abordado e aprofundado ao logo dos três anos do Ensino Secundário, é por excelência um dos que permite a análise de situações da vida real, contemplando o estudo analítico, numérico e gráfico. Numa função, a dependência entre as duas variáveis[9] pode ser expressa através da língua corrente ou da língua de especialidade. A utilização da primeira dá-nos uma visão descritiva e qualitativa das variáveis, fornecendo-nos uma informação parcial e insuficiente para dela se poderem retirar as características globais de uma função. Ao usarmos a língua de especialidade, podemos socorrer-nos da representação gráfica ou da expressão algébrica (de uma função). Ambas permitem um estudo completo de uma função: da leitura de um gráfico retiramos as características globais de uma função e intuímos conceitos mais abstractos, não abordados neste estudo, como por exemplo *limite* e *assímptotas*; a expressão algébrica, de leitura mais difícil, conduz a um tratamento mais preciso, baseado no cálculo.

A pertinência da escolha do tema deveu-se também ao facto de frequentemente os meios de comunicação recorrem à linguagem de funções, e em particular à representação gráfica, para explicar a evolução de certos fenómenos do quotidiano. Também os termos e conceitos sobre os quais recaiu o nosso estudo são utilizados no dia a dia e em diversas situações, tendo, muitas vezes, na língua corrente e na língua de especialidade significados adjacentes. Estes factos permitiram-nos recorrer a diversas linguagens e constatar, nos casos estudados, qual a sua influência na aquisição dos conceitos matemáticos, tendo como consequência também o "despertar" para a área da

[9] Referimo-nos às funções definidas em R^2, funções às quais se reporta este trabalho.

comunicação educacional. Esta não deve ser encarada como objectivo curricular, mas sim como um meio, uma parte integrante das metodologias utilizadas na sala de aula.

A revisão da literatura deu-nos uma visão mais profunda do que deve ser o acto comunicativo no processo de ensino- aprendizagem e forneceu-nos pistas para a elaboração e análise dos instrumentos de investigação.

A análise e interpretação dos dados recolhidos permitiu-nos algumas interpretações, confirmou-nos pressupostos donde partimos (sem generalizações, atendendo a que optámos por um estudo de caso) e confrontou-nos com questões em que não tínhamos pensado, que nos levam a reflectir e que poderão conduzir a trabalhos futuros. Englobamo-las nas limitações do nosso estudo.

Assim, surgiram-nos as seguintes questões:

- Será que os alunos identificam os termos da especialidade quando estes estão integrados noutras áreas científicas/disciplinas, onde são usadas terminologias/simbologias diferentes da da Matemática? E como será feita essa identificação? [10]

- Como é que a calculadora gráfica interfere na interpretação de um problema da vida real e na aquisição de competências como a comunicação e o espírito crítico?

- Como é que a linguagem específica deste auxiliar metodológico contribui para a identificação dos termos/conceitos, relacionando a língua corrente e a de especialidade?

- Será que a vulgarização da língua de especialidade contribuí para a identificação dos termos/conceitos matemáticos?

---

[10] A título de exemplo, não raras vezes ouvimos dizer, a um professor de Física que os aluno só resolvem equações se a variável for x e estiver no primeiro membro.

• De que forma a imagem visual contribui para a aquisição dos termos/conceitos matemáticos?

A resposta a estas questões passará um estudo interdisciplinar que envolva disciplinas como a Matemática, a Física- Química, a Geometria Descritiva ou a Geografia.

Ficam aqui todas estas interrogações por pensarmos que, ao reflectirmos sobre elas estamos a enriquecer o trabalho que diariamente realizamos com os alunos.

Reiterámos a importância de um dos vectores intervenientes no processo de ensino aprendizagem: a comunicação educacional. A linguagem utilizada na sala de aula não deve ter presente apenas o público a que se destina, no que concerne aos níveis etários, sociais e de escolaridade. Para além da existência de interacção entre a língua corrente e a linguagem matemática, esta última deve ser diversificada nas suas várias vertentes, desde o recurso a gráficos e diagramas até à simbologia que conduzirá à formalização dos conceitos.

BIBLIOGRAFIA

Abrantes, P., 1988, "Um (bom) Problema (não) é (só)....", *Educação e Matemática*, n. 8, pp. 7-10 e 35.

Abrantes, P., 1994, *O Trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática: A Experiência do Projecto MAT789*, tese de doutoramento, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Aitchison, J., 1993, *Introdução aos estudos linguísticos*, Mem Martins: Europa América.

Almiro, J. P., 1997, O *Discurso na aula de Matemática e o desenvolvimento profissional do professor*, dissertação de mestrado, Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

APM, 1988, *Renovação do currículo de Matemática*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Boavida, A., 1993, *Resolução de problemas em educação matemática: Contributo para uma Análise Epistemológica e Educativa das Representações Pessoais dos Professores*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Brown, G. e G. Yule, 1986, *Discourse Analysis*, Cambridge University Press.

Canavarro, A. P., 1993, *Concepção e Prática de Professores de Matemática: Três Estudos de Caso*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Canavarro, A. P., L. Santos e J. P. Ponte, 1993, *O Currículo na Prática Lectiva: Dois estudos de Caso*, Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Castro, R., 1991, *Aspectos da Interacção Verbal em Contexto Pedagógico*, Lisboa: Horizonte.

CNE, 1999, *Ensino Experimental e Construção de saberes*, Lisboa: Ministério da Educação.

Conceição, F., 2003, *A Compreensão da Leitura em Inglês – Um Estudo de Caso na Língua Estrangeira de Especialidade*, dissertação de mestrado, Faro: Universidade do Algarve.

Conceição. M. C., 2005, "Retóricas e representações discursivas de conhecimentos de especialidade", in Carvalho, J. e A. Carvalho, (Coord.), *Retóricas,* Lisboa: Colibri, pp. 257-279.

Costa, L., 1992, "Linguagem Matemática: Contributo ou Entrave à Comunicação?", *Actas do ProfMat 92*, pp. 139-142, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Delgado, M., 1993, *Os Professores de Matemática e a Resolução de Problemas*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Deshaies, B., 1997, *Metodologia da Investigação em Ciências Humanas*, Lisboa: Instituto Piaget.

Eco, U., 2004, *Como se Faz uma Tese em Ciências Humanas*, Queluz de Baixo: Editorial Presença.

Ferreira, G. B., 2003, *Linguagem e Modernidade*, Lisboa: Livros Horizonte.

Figueiral, L., 1992, "Funções no 3º Ciclo", *Actas do ProfMat 92*, pp. 271-278, Lisboa:

Associação de Professores de Matemática.

Fiske, J., 2002, *Introdução ao Estudo da Comunicação*, Porto: Edições Asa.

Foddy, W., 1996, *Como Perguntar – Teoria e Prática da Construção de Perguntas em Entrevistas e Questionários*, Oeiras: Celta Editora.

Fonseca, H., L. Brunheira e J. P. Ponte, 1999, "As actividades de Investigação, O Professor e a Aula de Matemática", *Actas do ProfMat 99*, pp. 177-188, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Fonseca, H., 2000, *Os processos Matemáticos e o Discurso em Actividades de Investigação na Sala de Aula*, dissertação de mestrado, Lisboa: Universidade de Lisboa.

Galisson, R. e D. Coste, 1983, *Dicionário de Didáctica das Línguas*, Coimbra: Livraria Almedina.

GAVE/ME, 2004, *Resultados do Estudo Internacional PISA 2003- Primeiro Relatório Nacional*, Lisboa : Editorial do Ministério da Educação.

Gonçalves, M. F., (coord), 2002, *Os Portugueses e a Ciência*, Lisboa: Dom Quixote cap. 6.

Granger, G., 1979, *Langages et Épistemologie*, Pris: Éditions Klincksieck.

Guimarães, H., 1988, *Ensinar Matemática: Concepções e prática*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Le Boterf, G., 1994, *De la Compétence. Essai sur um Atracteur Étrange*, Paris: Lés Éditions D'Organization.

Lomas, C., 2003, *O Valor das Palavras (1) Falar, Ler e Escrever nas Aulas*, Porto: Edições Asa.

Loureiro, M. J., 2000, *Discurso e Compreensão na Sala de Aula*, Porto: Edições Asa.

Lima, M.,(coord.), 2002, *Enigmat – O Ensino- Aprendizagem da Matemática*, Porto: Edições Asa.

Love, E. e J. Mason, 1995, *Telling and Asking*, Londres: Routlegde.

Maia, J. S., 1990, *O Tipo de Escrita da Língua Materna e a sua Influência na Aprendizagem da Matemática*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Martinho, M. H., 2004, *A Comunicação na Sala de Aula de Matemática: Contributos Para o Desenvolvimento Profissional do Professor*, tese de doutoramento, Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Matos, J. M. e M. L. Serrazina, 1996, *Didáctica da Matemática*, Lisboa: Universidade Aberta.

ME, 2001 , *Matemática A – 10º Ano*, Lisboa: Departamento do Ensino Secundário.

Melo, A. S., Costa, J. Almeida, 2006, *Dicionário da Língua Portuguesa*, Porto: Porto Editora.

Menezes, L., 1995, *Concepções e Práticas de Professores de Matemática: Contributos Para o Estudo da Pergunta*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Menezes, L., 1997, "O discurso da Aula de Matemática", *Educação e Matemática*, n. 44, pp. 5-8 e 11.

Menezes, L., 1998, *Concepções e Práticas Discursivas do Professor de Matemática: Um estudo de Caso*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Menezes, L., 2000, *Comunicação na Aula de Matemática e Desenvolvimento Profissional dos Professores*, in http://www.ipv.pt/millenium/20_ect7.htm, consultado em12-02-2006.

Mestre, R., e J. F. Matos, 2005, *As Actividades de Investigação na Formação de Alunos Matematicamente competentes –Uma Experiência no 1º Ciclo*, Lisboa: Universidade de Lisboa.

Moreira, D., 2002, "Educação Matemática e Comunicação: Uma Abordagem no 1º Ciclo", *Educação e Matemática*, n. 26, pp. 27-32.

NCTM, 1991, *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*, Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Neves, M. A. e M. L. Faria, 1999, *Matemática – 8º Ano – 1ª Parte*, Porto: Porto Editora.

Neves, M. A. e L. Guerreiro, 2003, *Funções I – Matemática A – 10º Ano*, Porto: Porto Editora.

Oliveira, H. M., M. I. Segurado, e J. P. Ponte, 1996, "Explorar, Investigar e Discutir na Aula de Matemática", in A. Roque & M. J. Lagarto (Orgs.), *Actas do ProfMat 96*, pp. 207-213, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, M. T. M., 1991, *Didáctica da Biologia*, Lisboa: Universidade Aberta.

Pedro, E., 1982, *O Discurso na Sala de Aula: Uma Análise Sociolinguística da Prática Escolar em Portugal*, Lisboa: Edições Rolim.

Pereira, A., 1991, *Comunicação e Ensino das Ciências: Contributo para o Estudo da Pergunta no Discurso da Aula de Ciências do Ensino Básico*, dissertação de mestrado, Lisboa: Universidade de Lisboa.

Pereira, A. e C. Poupa, 2003, *Como Escrever uma Tese, Monografia ou Livro Científico Usando o Word*, Lisboa: Edições Sílabo.

Pereira, M. P., 1992, *Didáctica das Ciências da Natureza*, Lisboa: Universidade Aberta.

Perrenoud, P., 1999, *Construir as Competências desde a Escola*, Porto Alegre: Editora Artes Médicas do Sul.

Ponte, J. P. da et alii, 1991, *O Processo de Experimentação dos Novos Programas de Matemática: Um estudo de caso*, Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P. da, 1992, *O Estudo de Caso na Investigação Matemática*, in http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm, consultado em 10-01-2006.

Ponte, J. P. da, 1994, *Investigação Sobre Investigações Matemáticas em Portugal*, Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P. da et alii, 1997, *Didáctica da Matemática*, Lisboa: Ministério da Educação/Departamento do Ensino Secundário.

Ponte, J. P. da, 1999, *O Estudo de Caso na Investigação em Educação Matemática*, Lisboa: Universidade de Lisboa.

Rey, B., 1996, *Lés Compétences Trsnsversales en Question*, Porto: Edições Asa.

Robotti, E., 2002, *Le Role Médiateur de la Verbalisation Entre lés Aspects Figuraux et Théoriques Dans Le Processus de Démonstration D'Um Probléme de Géometrie Plane*, tese de doutoramento, Genova: Université de Génova.

Romão, M. M., 1998, *O Papel da Comunicação na Aprendizagem da Matemática: Um Estudo Realizado com Quatro Professores no Contexto das Aulas de Apoio de Matemática*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Segurado, I., 1998, *A Investigação como Parte da Experiência Matemática dos Alunos do 2º Ciclo*, dissertação de mestrado, Lisboa: Associação de Professores de

Matemática.

Sim-Sim, I., 1998, *Desenvolvimento da Linguagem*, Lisboa: Universidade Aberta.

Sousa, N. M. G. C., 2003, *Português no Ensino Profissional: Uma Abordagem Lexical e Terminodidáctica*, dissertação de mestrado, Faro: Universidade do Algarve.

Tavares, S. e M. Valéria, 2002, *Construção de Conceitos Geométricos: Quando as Questões Abertas se Fecham,* Brasil: GT19 - Educação Matemática.

Toledo, M. E. R. De O., *Numeramento, Metacognição e Aprendizagem Matemática de Jovens e Adultos*, in http://www.anped.oy.br/25/excedentes25/marielenaoliveiratolodo18.rtf, consultado em 7/10/2004.

Valadares, L. M., 2003, *Transversalidade da Língua Portuguesa*, Porto: Edições Asa.

Yin, R. K., 2005, *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*, trad. Daniel Grassi, Porto Alegre: Bookman.

Anexo 1 – Inquérito por questionário

FACULDADE DE LETRAS DA UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS
DA UNIVERSIDADE DO ALGARVE
2004/2005

Questionário

Código de identificação: __________ (não preencher)

Este questionário faz parte de um trabalho de investigação na âmbito da Comunicação Educacional e pretende conhecer o perfil, bem como a relação dos alunos do décimo ano do Ensino Secundário com a Matemática. Agradeço que respondas com sinceridade, tendo em conta que não há respostas certas nem erradas. Todas as informações são confidenciais e serão usadas exclusivamente para fins de investigação.

GRUPO I

Nacionalidade: ____________________________________ Idade: __________

Local de Residência: ____

GRUPO II

1. Ao longo do teu percurso escolar, quantas vezes reprovaste de ano? __________

Quando? ____

2. Gostas de Matemática? SIM _______ NÃO _______

⇨ Coloca uma **x** no(s) motivo(s) que considerares mais adequado(s) à resposta que deste.

- Tem muitos cálculos.
- Tem muitos problemas.
- Não tem utilidade no dia a dia.
- É comparável a um jogo.
- Outra(s). Qual(ais)? ______________________________________

____

3.

3.1. Alguma vez obtiveste classificação negativa na disciplina de Matemática?

NÃO ______ SIM ______ Em que anos? ______________________

3.2. Assinala com uma **x** o(s) motivo(s) que considerares mais adequados:

Sempre que obtiveste um aproveitamento menos satisfatório na disciplina de Matemática, pensas que foi devido:

- Ao mau ambiente da turma.
- Ao professor ter faltado muito.
- A teres tido mais do que um professor ao longo do ano.
- A teres mudado de escola durante o ano lectivo.
- A teres faltado muito por motivo de doença.
- A teres perdido o interesse pelo estudo.
- Ao professor explicar mal, porque:
  → resolvia os exercícios sem explicar;
  → não utilizava exemplos do dia a dia;
  → esclarecia as dúvidas, recorrendo sempre aos mesmos exemplos;
  → usava uma linguagem que tu não percebias;
  → explicava a matéria, utilizando palavras difíceis.
- A teres dificuldade em perceber a matéria, porque:
  → as aulas eram muito teóricas;
  → os exercícios tinham cálculos muito complicados;
  → os exercícios tinham muitos símbolos matemáticos;
  → não vias utilidade no que aprendias;
  → não percebias as palavras usadas na explicação;
  → não percebias as fórmulas;
  → não estudavas/praticavas o suficiente;
  → não encontravas relação/aplicação entre os conteúdos estudados e situações do dia a dia;
- Outra(s). Qual(ais)? ____

  ____

4.

4.1. Que classificação obtiveste, na disciplina de Matemática, no terceiro período do 9º ano de escolaridade? ____________

4.2. E no primeiro período do 10º ano? ____________

Muito obrigada pela tua colaboração

Anexo 2 – Análise dos inquéritos e quadro síntese

ANÁLISE DOS INQUÉRITOS

Turma constituída por **18** alunos, raparigas e rapazes.

GRUPO I – Idade

Código	Idade
1	17
2	16
3	16
4	16
5	17
6	15
7	16
8	16
9	17
10	15
11	16
12	16
13	15
14	15
15	15
16	16
17	15
18	16

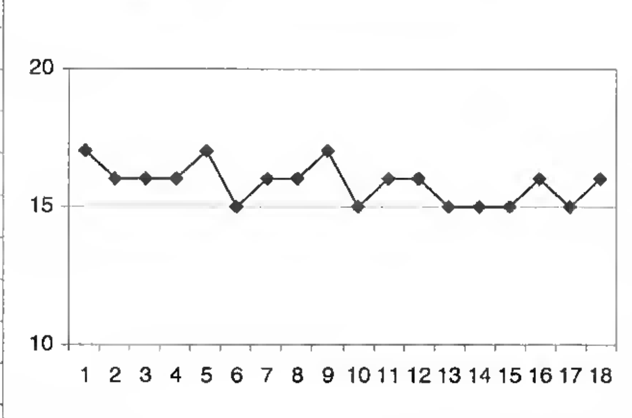


Figura 2 - Idades dos alunos da turma

GRUPO I – Nacionalidade/ Naturalidade

Código	Nacionalidade
1	Portuguesa
2	Portuguesa
3	Portuguesa
4	Portuguesa
5	Portuguesa
6	Portuguesa
7	Portuguesa
8	Portuguesa
9	Portuguesa
10	Portuguesa
11	Portuguesa
12	Portuguesa
13	Portuguesa
14	Portuguesa
15	Portuguesa
16	Portuguesa
17	Portuguesa
18	Portuguesa

Código	Naturalidade
1	Faro
2	Lisboa
3	Almada
4	V. R. Stº.António
5	Faro
6	Faro
7	Lisboa
8	Faro
9	Faro
10	Beja
11	Faro
12	V. R. Stº.António
13	V. R. Stº.António
14	Faro
15	Lisboa
16	Faro
17	Faro
18	V. R. Stº.António

GRUPO I – Local de Residência

Código	Local de Residência
1	V. N. Cacela
2	Castro Marim
3	V. R. Stº. António
4	V.R.Stº. António
5	V.R.Stº. António
6	V.R.Stº. António
7	Castro Marim
8	V.R.Stº. António
9	V.R.Stº. António
10	V.R.Stº. António
11	Altura
12	Castro Marim
13	V.R.Stº. António
14	Altura
15	Hortas
16	Odeleite
17	Altura
18	V.R.Stº. António

GRUPO II – Questão 1.

Ao longo do teu percurso escolar, quantas vezes reprovaste de ano? Quando?

Código	Nº de Reprovações	Anos de Escolaridade
1	1	9º
2	0	
3	0	
4	0	
5	2	6º e 10º
6	0	
7	0	
8	0	
9	1	10º
10	0	
11	0	
12	0	
13	0	
14	0	
15	0	
16	0	
17	0	
18	0	

GRUPO II – Questão 2.

Gostas de Matemática? Porque...

Código	Sim	Não	Tem muitos cálculos	Tem muitos Problemas	Não tem utilidade no dia a dia	Tem utilidade no dia-a-dia	É comparável a um jogo	Outra(s)
1	x		x			x		
2	x							A Matemática é um desafio e eu gosto de desafios
3	x					x		Tem lógica e linearidade e não é subjectiva
4	x		x	x	x	x		
5		x	x	x	x			
6		x						Não consigo tirar positiva
7	x		x	x		x		
8	x							Embora tenha alguma dificul-dades. Depen-de muito das matérias
9	x					x		
10	x		x					
11	x					x		
12	x					x		
13	x		x	x		x		
14	x					x		
15	x		x					Gosto de fa-zer exercícios
16	x		x			x	x	
17	x		x	x				Dá para pensar
18		x	x	x			x	

GRUPO II – Questão 3.1.

Alguma vez obtiveste classificação negativa na disciplina de Matemática? Em que ano(s)?

Código	Não	Sim	Anos de Escolaridade
1	x		
2	x		
3	x		
4		x	9º
5		x	7º,8º,9º,10º
6		x	5º,8º,9º,10º
7	x		
8	x		
9		x	7º,8º,9º,10º
10	x		
11	x		
12	x		
13	x		
14	x		
15	x		
16	x		
17	x		
18		x	9º

GRUPO II – Questão 3.2.

Sempre que obtiveste um aproveitamento menos satisfatório na disciplina de Matemática, pensas que foi devido:

	Código	Nº de Respostas
Ao mau ambiente na turma	5,16,17	
Ao professor ter faltado muito	1,4,16,18	
A teres tido mais do que um professor ao longo do ano	1,18	
A teres mudado de escola durante o ano lectivo	5	
A teres faltado muito por motivo de doença	4,13,17	
A teres perdido o interesse pelo estudo	5,18	
O professor explicava mal, porque:		
? Resolvia os exercícios sem explicar	2,4,5,6,8, 10,13,18	
? Não utilizava exemplos do dia a dia	1,4,5,9, 13,16,18	
? Esclarecia as dúvidas recorrendo sempre aos mesmos exemplos	2,6,10,13,18	
? usava uma linguagem que tu não percebias	2,7,8,9,	
	11,12,13,16	
? Explicava a matéria utilizando palavras difícies	9,13,16,17	
Dificuldade em perceber a matéria, porque:		
? As aulas eram muito teóricas	1,2,4,15,16	
? Os exercícios tinham cálculos muito complicados	5,9,17,18	
? Os exercícios tinham muitos simbolos matemáticos	8	
? Não vias utilidade no que aprendia	5,12,13	
? Não percebias as palavras usadas na explicação	9,16	
? Não percebias as fórmulas	9	
? Não estudavas/praticavas o suficiente	5,9,12,13, 14,15,16,18	
? Não encontravas relação/aplicação entre os conteúdos estudados e situações do dia a dia	9	
Outras razões		

GRUPO II – Questão 4

4.1. Que classificação obtiveste, na disciplina de Matemática, no terceiro período do 9º ano de escolaridade?

4.2. E no primeiro período do 10º ano?

Código	**4.1.** (Escala: 1 a 5)	**4.2.** (Escala: 1 a 20)
1	3	11
2	5	19
3	5	19
4	3	16
5	2	4
6	3	6
7	4	19
8	4	14
9	2	13
10	3	14
11	5	16
12	3	15
13	3	19
14	4	10
15	4	16
16	4	12
17	4	16

QUADRO SÍNTESE DOS RECOLHIDOS ATRAVÉS DOS INQUÉRITOS POR QUESTIONÁRIO

código/identificação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
idade	17	16	16	16	17	15	16	16	17	15	16	16	15	15	15	16	15	16
nacionalidade	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
naturalidade	Faro	Lx	Almada	VRSA	Faro	Faro	Lx	Faro	Faro	Beja	Faro	VRSA	VRSA	Faro	Lx	Faro	Faro	VRSA
local de residência	V.N. Cacela	C.Marim	VRSA	VRSA	VRSA	VRSA	C. Marim	VRSA	VRSA	VRSA	Altura	C. Marim	VRSA	Altura	Hortas	Ode- leite	Altura	VRSA
RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA																		
1, reprovações de ano	1	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ano(s)	9°				6°,10°				10°									
2, gosto pela Matemática	S	S	S	S	N	N	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N
motivos																		
tem muitos cálculos	x			x	x		x			x			x		x	x	x	x
tem muitos problemas				x	x		x						x				x	x
não tem utilidade no dia a dia				x	x													
tem utilidade no dia a dia	x		x	x			x		x		x	x	x	x		x		
é comparável a um jogo																x		x
outra(s)		A Matemática é um desafio e eu gosto de desafios	Tem lógica e lineari-dade e não é subjectiva			Não consigo tirar positiva		Embora tenha algumas difi-culdades.De-pende muito das matérias							Gosto de fazer exercícios		Dá para pensar	
3,1, classificação negativa a Mat.	N	N	N	S	S	S	N	N	S	N	N	N	N	N	N	N	N	S
ano(s)				9°	7°,8°, 9°,10°	5°,8° 9°,10°			7°,8° 9°,10°									9º

código/identificação	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3,2, motivos do aproveitamento menos satisfatório a Matematica																		
mau ambiente na turma					x											x	x	
o prof. faltava muito	x			x												x		x
diferentes prof. ao longo do ano	x																	x
mudança de escola					x													
faltas excessivas por doença				x									x				x	
desinteresse pelo estudo					x													x
o prof. explicava mal, porque:																		
• resolvia os exercícios sem explicar		x		x	x	x		x		x			x					x
• não utilizava exemplos do dia a dia	x			x	x				x				x			x		x
• esclarecia as dúvidas recorrendo sempre aos mesmos exemplos		x				x				x			x					x
• usava uma linguagem que tu não percebias		x					x	x	x		x	x	x			x		
• explicava a matéria utilizando palavras dificies									x				x			x	x	
dificuldades em perceber a matéria, porque:																		
• as aulas eram muito teóricas	x	x		x											x	x		
• os exercícios tinham cálculos muito complicados					x				x								x	x
• os exercícios tinham muitos símbolos matemáticos								x										
• não vias utilidade no que aprendias					x							x	x					
• não percebias as palavras usadas na explicação									x							x		
• não percebias as fórmulas									x									
• não estudavas/praticavas o suficiente					x				x			x	x	x	x	x		x
• não encontravas relação/aplicação entre os conteúdos estudados									x									
e situações do dia a dia																		
outras razões																		
4, classificação a Matemática																		
4,1, terceiro período do 9º ano. Escala: 1 a 5	3	5	5	3	2	3	4	4	2	3	5	3	3	4	4	4	4	2
4,2, primeiro período do 10º ano. Escala: 1 a 20	11	19	19	16	4	6	19	14	13	14	16	15	19	10	16	12	16	10

Anexo 3 – Grelhas/Matrizes das fichas de trabalho e de reflexão

GRELHA PARA A FICHA Nº1

Questões	Conteúdos	Objectivos	Linguagem usada	Questões de reflexão
1	Definição de função	• Identificar se uma correspondência, representada num diagrama de Venn, é uma função. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	1.1 1.2
2		• Identificar uma função através de uma representação gráfica. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	1.1 1.2
3		• Identificar uma função, numa situação da vida real, relacionada ou não com a Matemática.	Língua corrente	1.1 1.2 2
4.1	Esboço do gráfico de uma função	• Traduzir uma frase da língua corrente para a linguagem matemática. • Esboçar o gráfico de uma função que representa uma situação da vida quotidiana. • Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua corrente	3.1 3.2

4.2		• Interpretar uma frase apresentada em linguagem matemática. • Esboçar o gráfico de uma função definida em linguagem matemática. • Reconhecer a simbologia.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	
4.3		• Interpretar/traduzir uma situação da vida quotidiana para a linguagem matemática. • Esboçar o gráfico de uma função que representa uma situação da vida quotidiana. • Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática. • Reconhecer a simbologia.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	

GRELHA PARA A FICHA Nº2

Questões	Conteúdos	Objectivos	Linguagem usada	Questões de reflexão
1.1	Domínio de uma função	• Interpretar uma situação da vida real descrita através de um gráfico. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua corrente	1
1.7.1		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico.	Língua de especialidade	
3.1		• Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática. • Interpretar uma situação da vida real. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	1
1.2	Contradomínio de uma função	• Interpretar uma situação da vida real descrita através de um gráfico.	Língua corrente	1
1.7.2		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico.	Língua de especialidade	

3.2		• Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática. • Interpretar uma situação da vida real. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	1
1.3	Objectos e Imagens	• Interpretar uma situação da vida real descrita através de um gráfico.	Língua corrente	2 4.1.1 4.1.2
1.5		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico. • Reconhecer os termos: objecto e imagem.	Língua de especialidade	3.1 4.1.1 4.1.2
1.8.1		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2 4.1.1 4.1.2
2.1		• Calcular a imagem de um objecto. • Reconhecer os termos: objecto e imagem. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade	2 4.2.1 4.2.2

2.3		• Calcular a imagem de um objecto. • Reconhecer os termos: objecto e imagem. • Reconhecer a simbologia.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2 4.2.1 4.2.2
3.3		• Interpretar uma situação da vida real. • Reconhecer a simbologia. • Calcular a imagem de um objecto. • Reconhecer os termos: objecto e imagem.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2 4.2.1 4.2.2.
3.5		• Relacionar a língua corrente com a linguagem matemática. • Utilizar a língua corrente para interpretar um resultado obtido em língua de especialidade. • Reconhecer a simbologia. • Reconhecer os termos: objecto e imagem. • Desenvolver a comunicação matemática através da elaboração de um texto redigido em língua corrente.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	
1.4		• Interpretar uma situação da vida real descrita através de um gráfico. • Reconhecer os termos: objecto e imagem.	Língua corrente	2

1.6		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico. • Reconhecer os termos: objecto e imagem.	Língua de especialidade	3.2.
1.8.2		• Identificar objectos e imagens a partir da leitura de um gráfico. • Reconhecer a simbologia	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2
2.2		• Determinar um objecto conhecida a sua imagem. • Reconhecer os termos: objecto e imagem. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade	2 4.2.1 4.2.2
2.4		• Determinar um objecto conhecida a sua imagem. • Reconhecer os termos: objecto e imagem. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2
3.4		• Interpretar uma situação da vida real. • Reconhecer a simbologia. • Calcular um objecto conhecida a sua imagem. • Reconhecer os termos: objecto e imagem.	Língua corrente Língua de especialidade/ Linguagem simbólica	2

GRELHA PARA A FICHA Nº3

Questões	Conteúdos	Objectivos	Linguagem usada	Questões de reflexão
1.1 1.2	Função constante	• Interpretar uma situação da vida real descrita através de um gráfico.	Língua corrente	2 3.2
1.3	Função estritamente crescente Função estritamente decrescente	• A partir da leitura do gráfico de uma função, identificar os termos: estritamente crescente, estritamente decrescente, constante, máximo e mínimo absolutos.	Língua de especialidade	
3.1	Máximo absoluto de uma função Mínimo absoluto de uma função	• Reconhecer os termos: função constante, estritamente decrescente, estritamente crescente, máximo e o mínimo absolutos. • Reconhecer a simbologia inerente ao contexto.	Língua corrente Língua de especialidade/ simbologia	3.2

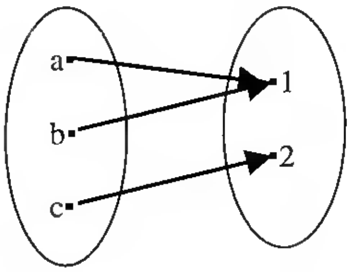
Anexo 4 – Ficha de Trabalho 1

Código de Identificação: _______________ (não preencher)

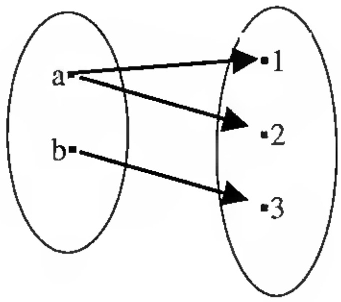
ESCOLA SECUNDÁRIA DE VILA REAL DE SANTO ANTÓNIO **FICHA Nº1**
10ºANO   **2004/2005** **Nome:** ____

1. Nos diagramas seguintes estão representadas várias correspondências. Qual(ais) a(s) que representam funções? (Assinala com um círculo)

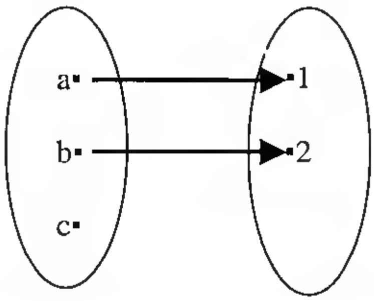
A



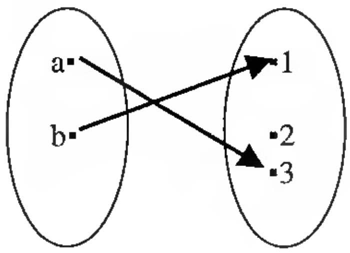
B



C

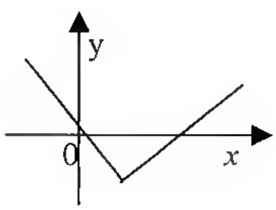


D

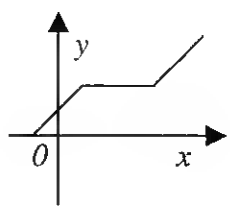


2. Das seguintes representações gráficas, qual(ais) a(s) que representa(m) funções? (Assinala com um círculo)

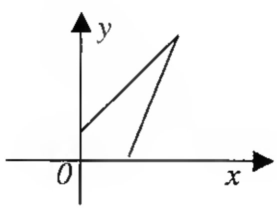
A



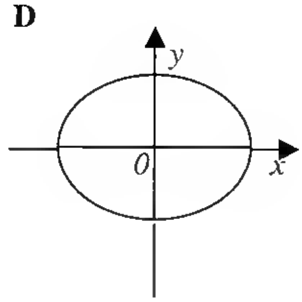
B



C



D

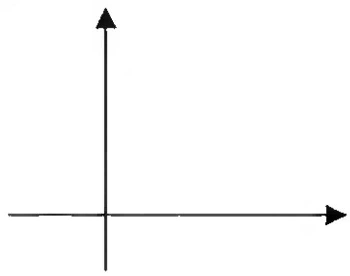


3. Algumas das situações seguintes envolvem correspondências que podem ser consideradas funções. Quais são? (Assinala com uma cruz)

3.1.	A altura do mercúrio num termómetro depende da temperatura.	
3.2.	A um quadrado de lado 2cm, corresponde um perímetro de 8cm e uma área de 4cm^2.	
3.3.	A área de um quadrado depende do comprimento do lado.	
3.4.	Numa turma, elaborou-se um "calendário" fazendo corresponder a cada mês o número de alunos a festejar aniversário. Com espanto, verificou-se que no mês de Abril não havia aniversariantes!	
3.5.	A Maria organizou a sua lista telefónica, associando ao nome de cada amigo o respectivo número de telefone. Verificou que a Sara tinha dois números.	

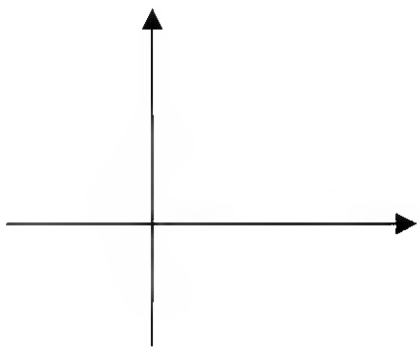
4. Esboça um gráfico que possa traduzir cada uma das situações:

4.1. Às dez horas, um depósito de água continha 200 litros. Foi aberta uma torneira e, às 14horas o depósito ficou vazio.

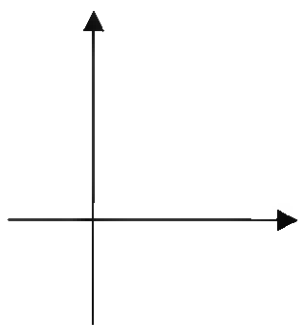


4.2. Acerca de uma função h sabe-se que:

- h é contínua e estritamente decrescente.
- $D_h = [10{,}14]$.
- $h\,(10) = 200$.
- $h\,(14) = 0$.



4.3. A cotação de uma acção na Bolsa de Valores de Lisboa, entre as 10h e as 14h de um certo dia, foi dada pela função: $c(h) = -50h + 700$.

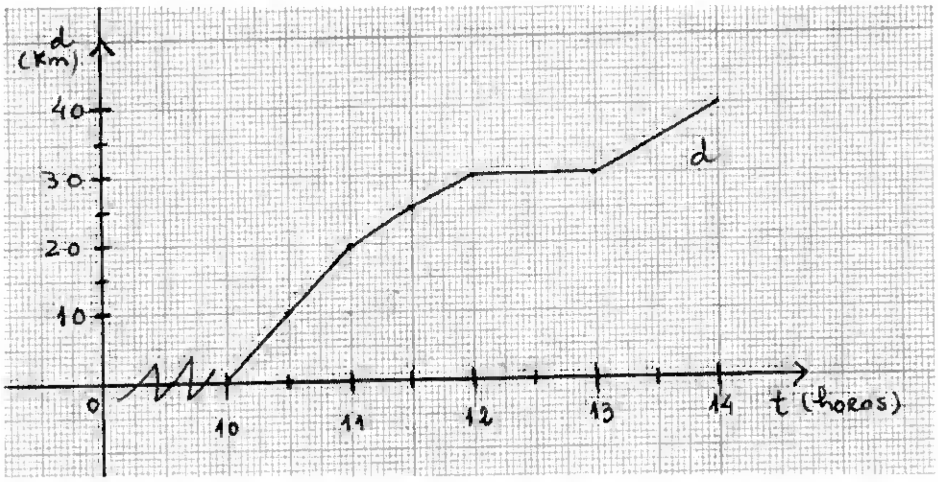


Anexo 5 – Ficha de Trabalho 2

Código de Identificação: ______________ (não preencher)

ESCOLA SECUNDÁRIA DE VILA REAL DE SANTO ANTÓNIO
FICHA Nº2
10ºANO **2004/2005**
Nome: ____

1. O gráfico da figura descreve o passeio do Carlos, desde sua casa até à de um amigo. A distância *d* (em km) a que o Carlos se encontra de casa depende do tempo *t* (em horas).



Com base na análise do gráfico, responde às questões:

1.1. Quanto tempo demorou o Carlos no passeio? ______________

1.2. A que distância se situa a casa do amigo? ______________

1.3. A que distância de casa se encontrava o Carlos às 11h? _______

1.4. A que horas estava o Carlos a 25 km de casa? ______________

1.5. Qual é a imagem de 12? ______________

1.6. Qual é o objecto que tem por imagem 40? __________

1.7. Relativamente à função *d*, indica:

1.7.1. O domínio ______________

1.7.2. O contradomínio ______________

1.8. Completa as igualdades:

1.8.1. $d\,(13) =$ ________

1.8.2. $d\,($ ____ $) = 10$

2. Considera definida em R a função: $f(x) = x + 2$.

Determina:

2.1. A imagem de -1.

2.2. O objecto que tem por imagem 10.

2.3. $f(4)$.

2.4. x, sendo $f(x) = -30$.

3. Durante um treino no Estádio do Algarve, a distância em km, percorrida por um atleta é dada pela função:

$$g(t)=\frac{t}{5},\quad t \in [0{,}120] \quad (t \text{ em minutos}).$$

3.1. Quanto tempo treinou o atleta?

3.2. Quantos quilómetros percorreu durante o treino?

3.3. Passados 45 minutos de treino, quantos quilómetros tinha o atleta percorrido?

3.4. Quanto tempo demorou o atleta a percorrer 20km?

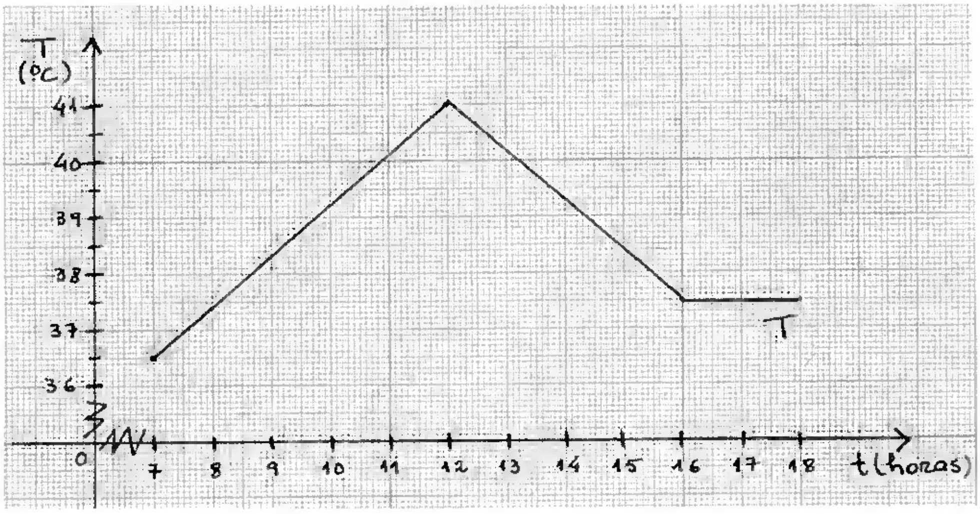
3.5. Calcula g (30) e interpreta o resultado no contexto da situação.

Anexo 6 – Ficha de Trabalho 3

Código de Identificação: _______________ (não preencher)

ESCOLA SECUNDÁRIA DE VILA REAL DE SANTO ANTÓNIO   **FICHA Nº3**   **10ºANO** 2004/2005   **Nome:** ______________________________

1. A evolução da temperatura (em ^0C) da Maria, entre as 7h e as 18h, é dada pela função T, cujo gráfico se apresenta na figura:



Com base na análise do gráfico, responde às questões:

1.1. Indica o intervalo de tempo durante o qual a temperatura da Maria:

1.1.1. Não variou. ______________________________

1.1.2. Subiu. ______________________________

1.1.3. Desceu. ______________________________

1.2. Entre as 7h e as 18h:

1.2.1. Qual foi a temperatura mais elevada? ____________

1.2.2. Qual foi a temperatura mais baixa? ______________

1.3. Completa as afirmações:

1.3.1. T é estritamente crescente em ________________

1.3.2. T é estritamente decrescente em ______________

1.3.3. T é constante em _________________

1.3.4. O máximo absoluto de T é __________

1.3.5. O mínimo absoluto de T é __________

2. Liga por uma seta as questões das colunas da esquerda e da direita que envolvem os mesmos conceitos:

1.1.1.	**1.3.1.**
1.1.2.	**1.3.2.**
1.1.3.	**1.3.3.**
1.2.1.	**1.3.4.**
1.2.2.	**1.3.5.**

3. Considera as afirmações:

1. f é constante em $[a,b]$.

2. f é estritamente decrescente em $[a,b]$.

3. f é estritamente crescente em $[a,b]$.

4. $f(x_1)$ é o máximo absoluto de f em $[a,b]$.

5. $f(x_1)$ é o mínimo absoluto de f em $[a,b]$.

A. f tem sempre o mesmo valor em $[a,b]$.

B. $f(x_1)$ é o maior valor de f em $[a,b]$.

C. $f(x_1)$ é o menor valor de f em $[a,b]$.

D. Em $[a,b]$, as imagens variam no mesmo sentido dos objectos.

E. Em $[a,b]$, as imagens variam no sentido contrário ao dos objectos.

I. $f(x_1) \geq f(x_2), \forall x_1, x_2 \in [a,b]$

II. $f(x_1) = f(x_2), \forall x_1, x_2 \in [a,b]$

III. $f(x_1) \leq f(x_2), \forall x_1, x_2 \in [a,b]$

IV. $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2), \forall x_1, x_2 \in [a,b]$

V. $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2), \forall x_1, x_2 \in [a,b]$

3.1. Liga por uma seta as afirmações equivalentes:

1.	**A.**	**I.**
2.	**B.**	**II.**
3.	**C.**	**III.**
4.	**D.**	**IV.**
5.	**E.**	**V.**

3.2. Coloca uma × na(s) afirmação(ões) que julgues mais adequada(s).

Ao responderes à alínea anterior:

a) Visualizaste o gráfico de uma função.

b) Pensaste nas definições.

c) Relacionaste com a questão **1.**.

d) Outra(s) razão(ões). Qual(ais)? ______________________________

____

____

Anexo 7 – Ficha de Reflexão 1

Código de Identificação: ______________ (não preencher)

ESCOLA SECUNDÁRIA DE VILA REAL DE SANTO ANTÓNIO **FICHA DE REFLEXÃO Nº1** **Nome:** ____

1.

1.1. Ordena as questões **1.**, **2.** e **3.** por grau de dificuldade, da mais difícil para a mais fácil:

Difícil ——————▶ *Fácil*

☐ ☐ ☐

1.2. Coloca um ✓ na(s) afirmação(ões) que considerares mais adequada(s).

Na alínea anterior, ao seleccionares a questão mais difícil, a tua escolha deveu-se a teres tido dificuldade em:

a) Perceber o que é uma função.

b) Perceber a simbologia.

c) Perceber o enunciado.

d) Relacionar com situações estudadas na aula.

e) Encontrar analogias com situações da vida real.

f) Aplicar o conceito de função.

g) Aplicar a simbologia.

h) Outra(s) razão(ões). Qual(ais)? ______________________________

____

____

2. Coloca um ✓ na(s) afirmação(ões) que considerares mais adequada(s).

Ao responderes à questão **3.**, pensaste:

a) Num diagrama de setas.

b) Num gráfico cartesiano.

c) Na definição de função.

d) Na relação entre palavras-chave (temperatura/altura; comprimento do lado/ área/ perímetro; mês/ aniversariantes; amigos/ número de telefone).

Noutra(s) situação(ões). Qual(ais)? ______________________________

3.

3.1. Coloca uma × no rectângulo que julgues mais adequado.

Ao resolveres cada uma das alíneas da questão **4.**, pensaste:

	4.1.	**4.2.**	**4.3.**
a) No domínio.			
b) No contradomínio.			
c) Nas imagens.			
d) Nos objectos.			
e) Na representação gráfica de uma recta.			
f) No(s) zero(s) de uma função.			
g) Noutro(s) termo(s).			

Se optaste pela alínea **g)**, em uma ou mais questões, explica porquê. ______________

____

____

3.2. Em qual das alíneas da questão **4.**:

a) Tiveste mais dificuldade? ________ Porquê? ______________________

____

____

b) Tiveste menos dificuldade? _______ Porquê?______________________

____

____

Anexo 8 – Ficha de Reflexão 2

Código de Identificação: ______________ (não preencher)

ESCOLA SECUNDÁRIA DE VILA REAL DE SANTO ANTÓNIO **FICHA DE REFLEXÃO Nº2** **Nome:** ____

1. Coloca uma × no rectângulo que julgues mais adequado.

Ao responderes às questões **1.1.**, **1.2.**, **3.1.** e **3.2.**:

	1.1.	**1.2.**	**3.1.**	**3.2.**
a) Pensaste no domínio.				
b) Pensaste no contradomínio.				
c) Observaste apenas o gráfico.				
d) Interpretaste apenas a pergunta num contexto real.				
e) Pensaste noutra(s) situação(ões).				

Se optaste pela alínea **e)**, em uma ou mais questões, explica porquê. ________________

____

____

2. Coloca uma × no(s) rectângulo(s) correspondente(s) às alíneas em que pensaste para responderes às questões **1.3.**, **1.4.**, **1.8.1.**, **1.8.2.**, **2.1.**, **2.2.**, **2.3.**, **2.4.**, **3.3.** e **3.4.**:

a) Identificaste o objecto e foste calcular a imagem.

b) Identificaste a imagem e foste determinar o objecto.

c) Observaste apenas o gráfico.

d) Efectuaste os cálculos sem pensares nos termos *objecto* e *imagem*.

e) Pensaste noutra(s) situação(ões).

	1.3.	**1.4.**	**1.8.1.**	**1.8.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**2.4.**	**3.3.**	**3.4.**
a)										
b)										
c)										
d)										
e)										

Se optaste pela alínea **e)**, em uma ou mais questões, explica porquê. ________________

____

3. Coloca uma **×** na(s) opção(ões) que julgues mais adequada(s).

3.1. Ao responderes às questões **1.5.**, associaste $\boxed{12}$ a:

a) Um valor no eixo O*x*.

b) Um valor no eixo O*y*.

c) Um objecto.

d) Uma imagem.

3.2. Ao responderes à questão **1.6.**, associaste $\boxed{40}$ a:

a) Um valor no eixo O*x*.

b) Um valor no eixo O*y*.

c) Um objecto.

d) Uma imagem.

4. Ordena por grau de dificuldade, da mais difícil para a mais fácil.

4.1.1. As questões **1.3.**, **1.5.** e **1.8.1.**:

Difícil ⟶ *Fácil*

☐ ☐ ☐

4.1.2. Coloca um √ na(s) afirmação(ões) que julgues mais adequada/s).

Na alínea anterior, ao seleccionares a questão mais difícil, a tua escolha deveu-se a teres tido dificuldade em:

a) Perceber o enunciado.

b) Perceber a simbologia.

c) Encontrar analogias com situações da vida real.

d) Relacionar com situações estudadas na aula.

e) Efectuar os cálculos.

f) Outra(s) razão(ões). Qual(ais)? ______________________________

____

____

4.2.1. As questões **2.1.**, **2.2.**, **2.3** e **3.3.**:

Difícil ⟶ *Fácil*

☐ ☐ ☐

4.2.2. Coloca um √ na(s) afirmação(ões) que julgues mais adequada/s).

Na alínea anterior, ao seleccionares a questão mais difícil, a tua escolha deveu-se a teres tido dificuldade em:

a) Perceber o enunciado.

b) Perceber a simbologia.

c) Encontrar analogias com situações da vida real.

d) Relacionar com situações estudadas na aula.

e) Efectuar os cálculos.

f) Outra(s) razão(ões). Qual(ais)? ______________________________

____

____