

## A importância do conhecimento do conteúdo matemático na prática letiva de uma professora: discutindo um modelo de análise

Carlos Miguel Ribeiro\*

**Resumo:** A prática letiva é potenciada e condicionada por um conjunto de dimensões, entre as quais se encontram as cognições do professor (objetivos, crenças e conhecimentos). Todas elas interferem diretamente no processo de ensino, porém, quando lecionamos matemática, os conhecimentos do professor, relativos aos conteúdos, à sua natureza e à forma como os pode tornar perceptíveis para os alunos assumem um papel de relevo, pois, se o professor não possuir um sólido e consistente *mathematical knowledge for teaching*, as possíveis lacunas que possua transparecem nas oportunidades de aprender que efetiva aos seus alunos. Este artigo apresenta um modelo de análise do trabalho letivo, evidenciado através da prática de uma professora do 1.º Ciclo, discutindo as relações entre as componentes de tal modelo num episódio em que a professora tem por objetivo (declarado *a posteriori*) consolidar a interpretação/“inferência” de dados a partir de um pictograma anteriormente elaborado. Após a apresentação teórica do modelo e uma sua concretização no episódio referido, discutem-se algumas potencialidades da realização deste tipo de análise e discussão na formação inicial e/ou contínua de professores, de forma a trazer para as discussões aspectos matemáticos e do seu ensino e a não focar apenas questões de natureza educativa em geral.

**Palavras-chave:** Modelação da prática; cognições; *mathematical knowledge for teaching*.

The importance of mathematical content knowledge to a teacher's practice:  
discussing a model for analysis

**Abstract:** The teacher practice depends on a large set of dimensions between which we can find teachers' cognitions (goals, beliefs and knowledge). All these have a direct relation with the teaching process, but, when teaching, the teacher knowledge concerning the content, its nature and how they can be made understandable for students assume a main role in practice. If the teacher does not have a solid and consistent mathematical knowledge for teaching, the gaps he may possess will be reflected in students learning. In this paper I present a model to analyze teachers' practice through an example from a primary school teacher. I will discuss the relationships between the dimensions of such model in an episode in which the teacher has as main declared goal to consolidate the interpretation/*inference* of data from a previous elaborated pictogram. After presenting the modelization (theoretically and with an example from practice) some potentialities of this kind of

\* Membro do Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve. Professor da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve. e-mail: cmribeiro@ualg.pt

analysis in teacher training are discussed. This intends to bring to discussion mathematical aspects and of its teaching and not just focus on the general nature of teaching.

Key-words: Modeling teacher practice; cognitions; mathematical knowledge for teaching.

## Introdução

A forma como os professores levam a cabo a sua prática letiva depende, em muito, de como encaram o processo de ensino e, necessariamente, o seu papel e o dos alunos. Essa prática é também condicionada/potenciada pelos seus conhecimentos, dos quais faz uso, bem como pelo tipo de interações que ocorrem. O papel do professor, o dos alunos e o das interações encontram-se diretamente relacionados com as crenças, os conhecimentos e os objetivos para o/no processo de ensino, que podem ser imediatos ou possuir uma perspectiva mais ampla/alargada. Essas dimensões dependem, entre outras coisas, das vivências e experiências do professor, mas também do seu investimento na própria profissão, o que se reflete nas interações na sala de aula (Baturó; Warren; Cooper, 2004; Shulman, 1986).

Uma maior compreensão do processo de ensino implica, necessariamente, uma maior compreensão da prática dos professores. Considerando que as componentes anteriormente descritas desempenham um papel fulcral nessa prática, serão essas e as relações que ocorrem entre elas o foco de atenção deste artigo, em particular as relações entre os objetivos do professor, as ações que leva a cabo para os atingir e os conhecimentos que emprega durante o processo, realizando apenas referência às crenças que demonstra.

Para identificar as entidades de análise, elaborou-se um modelo baseado no de Monteiro, Carrillo e Aguaded (2008), Schoenfeld (1998a) e Schoenfeld, Ministrell e Zee (2000). Por modelo que é, permite efetuar uma simplificação do processo de ensino, de modo a torná-lo analiticamente manejável e a possibilitar uma análise mais profunda e pormenorizada desse processo. Este centra-se na prática dos professores e permite evidenciar as suas cognições – crenças, conhecimentos e objetivos –; o tipo das interações que ocorrem na aula, fundamentalmente refletido no tipo de comunicação; o tipo de agrupamento; a forma de trabalho dos alunos; e os recursos fornecidos/utilizados. No processo de elaboração de tal modelo, consideram-se estas componentes, pois assume-se que desempenham um importante papel na forma de os professores encararem o processo de ensino e, quanto mais se souber sobre essa sua influência, melhor se poderá compreendê-lo (Aguirre; Speer, 2000; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Schoenfeld, 1998b; Thompson, 1992).

Por outro lado, a forma como se comunica e interage com os outros revela muito do que se é e da forma como se considera cada um dos contextos em que isso ocorre. Em particular, durante a prática, o tipo de comunicação reflete a forma como o professor se encara e a todo o processo de ensino, correspondendo diferentes tipos de comunicação a possíveis distintas abordagens. Também a forma de trabalho dos alunos e os materiais fornecidos potenciam, em conjunto com os aspectos anteriores, determinado tipo/modelo de ensino.

Este texto forma parte de uma investigação mais ampla relacionada com o desenvolvimento profissional do professor. Aqui será apresentado um modelo de análise que tem vindo a ser desenvolvido, e constantemente melhorado, discutindo as suas componentes ao analisar uma situação concreta, focando, em particular, o conhecimento profissional de uma das professoras participantes (Maria) nessa investigação mais ampla. Tratar-se-á também da relação desse conhecimento com a prática e das oportunidades facultadas, ou não, aos alunos. Pretende-se, assim, obter uma maior compreensão sobre o impacto do seu conhecimento profissional na prática e, de certa forma, nas aprendizagens dos alunos. Esse conhecimento refere-se aqui ao necessário à introdução ao tema matemático de organização e tratamento de dados, no 4.º ano de escolaridade (alunos com 9 anos), numa situação em que a professora pretende consolidar a interpretação/“inferência” da informação constante num pictograma anteriormente elaborado e que reflete os gostos dos alunos sobre o continente que mais gostariam de visitar.

Iniciar-se-á por apresentar as distintas componentes do modelo e qual o papel de cada uma delas, efetuando de seguida uma contextualização e uma abordagem à metodologia utilizada. De modo a salientar as relações entre as diversas componentes, será apresentada a modelação de um episódio e terminar-se-á discutindo as distintas relações que se verificam entre as componentes do modelo, bem como o possível papel deste no processo de autoconscientização das práticas de cada docente.

### Um modelo cognitivo e as suas componentes

O modelo que tem vindo a ser desenvolvido baseia-se nas dimensões que se considera mais influírem na prática. Assim, os seus elementos centrais correspondem às crenças, aos conhecimentos e aos objetivos (cognições) evidenciados pelo professor durante a sua ação docente, os quais são exteriorizados de distintas formas; daí que, do modelo, façam parte também a análise das interações, a forma como ocorrem (tipo de comunicação entre professor e alunos e a forma de trabalho dos alunos) e a referência aos materiais utilizados. Por serem as cognições e as relações entre estas o cerne deste modelo, este é denominado de *modelo cognitivo*.

A opção de elaboração de um modelo cognitivo baseou-se não apenas numa ideia pessoal, mas, fundamentalmente, no saber que os conhecimentos dos professores possuem; as suas crenças e ações/attitudes em relação à matemática e ao seu ensino influenciam direta ou indiretamente a forma como estes desenvolvem a sua prática (Ernest, 1989; Pajares, 1992; Thompson, 1984, 1992), condicionando ou potenciando determinadas opções relativamente ao seu processo de ensino. A elaboração do modelo (cuja visualização gráfica se apresenta na Ilustração 1, abaixo), baseia-se, tal como referido, fundamentalmente, no apresentado por Schoenfeld (1998a, 2000), Schoenfeld et al. (2000) e Monteiro et al. (2008), tendo-se verificado a introdução de novas dimensões e refinamentos (Ribeiro, 2008; Ribeiro; Carrillo; Monteiro, 2009a, 2009b; Ribeiro; Monteiro; Carrillo, 2009c).

Relativamente às cognições, considera-se que estas coexistem num único sistema composto por diversos subsistemas específicos, pelo que, quando se faz referência a cada uma das componentes, estas devem ser encaradas como parte de um sistema de crenças, conhecimentos e objetivos, e não de forma isolada.

No mesmo sentido de Schoenfeld (1998b), considera-se objetivo algo que se pretende atingir. Uma vez que se focam os objetivos em ação, por serem os que mais informações sobre a prática podem fornecer, tal como Saxe (1991), defende-se que cada um possui a capacidade de construir, adaptar, modelar e remodelar seus próprios objetivos de acordo com seu próprio percurso, suas experiências, suas vivências e seus conhecimentos.

As crenças dos professores desempenham um papel fundamental no seu processo de ensino (Ernest, 1989) e, quanto mais se souber sobre o seu impacto, melhor se poderá compreendê-lo. Para efetuar o estudo e a análise das crenças, parte-se dos indicadores tomados de um instrumento de análise de crenças de Climent (2005). A investigadora apresenta um conjunto de indicadores de crenças, relativos à metodologia (prática letiva, atividades de sala de aula, fontes de informação, diferenciação individual, utilização de materiais manipulativos, objetivos do processo de ensino e programação); à matemática escolar (orientação, conteúdo, como é considerada e finalidade); à aprendizagem (como se realiza, de que forma se realiza, que processos se utilizam, qual é o papel/importância da argumentação dos alunos, as interações professor/alunos/matéria, os tipos de agrupamento, dinamizador das aprendizagens, capacidade e atitude); ao papel do aluno (participação na planificação, responsabilidade pela aprendizagem – chave de transferência ensino-aprendizagem, o que faz, como o faz e para que o faz); e, ainda, às crenças relativas ao papel do professor (o que faz/como o faz/metodologia ou atitude pedagógica/como atua e validação da informação).

O conhecimento profissional pode ser encarado sob distintas perspectivas e, por reconhecer que é substancialmente distinto do de outros profissionais, pela especificidade

de lidar diretamente com a formação das gerações vindouras, considera-se o refinamento elaborado por Ball, Thames e Phelps (2008) das componentes do conhecimento profissional de Shulman (1986). Ball e colegas apresentam uma proposta, ainda em construção, a qual é, neste contexto, tida em conta com algumas adaptações, nomeadamente a incorporação de alguns descritores de Park e Oliver (2008). Ball e colegas (Ball, 2003; Ball; Bass, 2003; Ball et al., 2008; Hill; Rowan; Ball, 2005) introduzem a noção de *Mathematical Knowledge for Teaching*<sup>2</sup>, referindo que aos professores é necessário um conhecimento específico para ensinar, que é distinto de qualquer outro tipo de conhecimento que permita simplesmente dar resposta às diversas situações matemáticas propostas.

No seu modelo de conhecimento profissional, baseado no trabalho de Shulman (1986), definem duas componentes – *Subject Matter Knowledge* e *Pedagogical Content Knowledge* –, decompondo cada uma delas em três subdomínios. Segmentam, então, o conhecimento do conteúdo em *Horizon Content Knowledge* (HCK), *Common Content Knowledge* (CCK) e *Specialized Content Knowledge* (SCK).

O professor deverá ser detentor de um conhecimento das relações existentes entre os distintos tópicos matemáticos e da forma como as aprendizagens de um mesmo tópico vão evoluindo ao longo da escolaridade – *Horizon Content Knowledge*. Pela especificidade da profissão que desempenha, deverá, para além de um conhecimento de como fazer – *Common Content Knowledge* –, possuir também um conhecimento que lhe permita saber para poder ensinar a fazer: não é suficiente um conhecimento do conteúdo que se pretende ensinar, é necessário saber também como tornar o conteúdo perceptível aos alunos – *Specialized Content Knowledge*.

No âmbito da organização e do tratamento de dados (e, em específico, na situação que se apresentará adiante), um exemplo da diferenciação entre CCK e SCK poderá ser o de considerar como conhecimento comum do conteúdo o fato de saber construir um pictograma com todas as informações recolhidas, não sendo possível efetuar generalizações de forma aleatória. Assim, no nível do CCK encontra-se o saber que apenas permite efetuar inferências quando se possuem resultados referentes a uma amostra significativa da população em estudo. Não é possível extrapolar os resultados que se obtêm numa situação concreta (inquirida toda a população) para uma outra população distinta, ainda que a população inicial esteja incluída nesta. Ao professor, para o decurso das suas funções (SCK), compete também compreender o papel de cada variável no pictograma, para que possa ensinar os seus alunos a elaborá-los corretamente, entendendo, entre ou-

<sup>2</sup> Optou-se por utilizar a nomenclatura original, numa tentativa de uniformizar a escrita e a leitura.

tras coisas, a influência provocada na sua representação quando das mudanças de escala. Deverá ainda possuir um conhecimento relacional com o tema da proporcionalidade, pois esse conhecimento permitir-lhe-á explicar de forma exequível aos alunos as razões pelas quais uma amostra terá de possuir determinadas características para que seja possível sua generalização.

Relativamente às três componentes do *Pedagogical Content Knowledge* (que contém o conhecimento curricular de Shulman), os autores consideram que estas dizem respeito ao *Knowledge of Content and Teaching* (KCT), ao *Knowledge of Content and Students* (KCS) e ao *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC).

Do *Knowledge of Content and Teaching* (KCT) fazem parte os conhecimentos que o professor utiliza na aula, mesmo em situações que podem não ser especificamente de exploração de conteúdos, mas que estão relacionadas com eles (por exemplo, ações de decidir qual a sequência das tarefas, com que exemplo iniciar, escolher apropriadamente as representações mais adequadas a cada situação). No que se refere ao *Knowledge of Content and Students* (KCS), Ball et al. (2008) relacionam-no com a necessidade de os professores anteciparem o que os alunos pensam, suas dificuldades [e facilidades] e motivações, bem como ouvir e interpretar os seus comentários, referindo-se, portanto, a situações em que é exigido que ocorram interações entre a compreensão matemática e o conhecimento do pensamento matemático dos seus alunos. Portanto, o professor sabe/conhece quais os tipos de erros ou concepções errôneas que emergem, normalmente, durante esse processo (Hill; Ball; Schilling, 2008). Relativamente ao *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC), os autores, seguindo também Shulman (1986, p. 10), defendem que os professores devem possuir uma visão completa não apenas da diversidade de programas concebidos para o ensino de determinados temas e tópicos em determinado nível/ano de escolaridade, mas também da variedade de materiais didáticos disponíveis. Devem conhecer, também, o conjunto de características desses materiais que determinarão a opção didática por uns em detrimento de outros, em cada situação concreta.

Quanto ao tipo de comunicação, recorre-se aos sugeridos por Brendefur e Frykholm (2000). Os autores propõem quatro tipos de comunicação matemática: unidireccional, contributiva, reflexiva e instrutiva. Na unidireccional, ao aluno apenas compete reproduzir textualmente o que ouve, desempenhando o professor o papel principal. Quando este recorre a uma comunicação contributiva, é já facultada alguma participação ao aluno no decurso da aula, mas as interações são fundamentalmente de natureza corretiva, sem aprofundar o conteúdo. Na comunicação reflexiva, as interações em sala de aula, entre alunos e professor, são detonantes das investigações que se seguirão. Uma comunicação

do tipo instrutiva, para além do que ocorre na comunicação reflexiva, pretende fornecer algumas luzes sobre o conteúdo que se irá abordar de seguida, propiciando uma integração das ideias dos alunos na prática (avanços e/ou dificuldades), manifestadas ou intuídas pelo professor ou pelos próprios alunos.

A comunicação é levada a cabo utilizando diversas estratégias comunicativas/tipos de diálogos, como, por exemplo, o diálogo interativo, o diálogo socrático, o diálogo não planeado, o monólogo e a minipresentação (Schoenfeld, 1998a, 1998b, 2000; Schoenfeld et al., 2000), que se encontram associados, em cada momento, às ações específicas do professor – ações particulares da professora em cada instante (compreendidas entre determinadas linhas da transcrição) –, nas quais são identificados também o conteúdo e o objetivo específico naquele momento particular (Cf. Ilustração 1, abaixo). Daí a inclusão de tais ações na componente do lado direito do modelo.

A forma de trabalho refere-se, tal como o nome indica, ao modo de trabalhar dos alunos, a como desenvolvem o trabalho, pois, dependendo da forma e do tipo de agrupamento, o professor poderá pretender potenciar nos alunos determinado tipo de aprendizagens e interações. Também os recursos que se utilizam em cada episódio para levar a cabo o objetivo que se lhe encontra associado são de extrema importância, pois, tal como referem Hiebert et al. (1997), podem fornecer aos alunos formas de criar as suas próprias representações, ajudando-os a alcançar um maior entendimento matemático.

Do modelo constam ainda informações relativas à imagem da lição e ao tipo de episódio (que se encontra associado a um objetivo específico). A imagem da lição corresponde ao que o professor considera que irá ocorrer na aula (antevisão), imediatamente antes do seu início. Quanto aos episódios, de acordo com as sequências de ação do professor, podem ser classificados como rotinas, *scripts* ou guiões de ação e improvisações (Monteiro et al., 2008; Ribeiro et al., 2009a; Schank; Abelson, 1977; Schoenfeld, 2000; Schoenfeld et al., 2000; Sherin; Sherin; Madanes, 2000). Neste contexto, assume-se por rotina toda ação independente do conteúdo, executada de forma rotineira; os *scripts* ou guiões de ação são especializações de rotinas, mas com dependência conceptual. As improvisações correspondem a todas as ações que o professor leva a cabo como resposta a algum evento que ocorre de forma inesperada e podem ser diferenciadas em improvisações de conteúdo ou de gestão (Ribeiro et al., 2009c), de acordo com a relação que os acontecimentos/ações possuem, ou não, com os conteúdos.

De forma a delimitar o episódio, indicam-se as linhas de início e de fim da transcrição correspondente (entre parêntesis). Estas são determinadas pela identificação dos eventos desencadeantes e de término, sendo que cada evento de término precede imediatamente

um outro evento desencadeante de outro episódio, podendo o professor suspender em determinado momento aquele objetivo e retomá-lo num momento mais adiante da aula ou, mesmo, numa aula seguinte. Esses eventos encontram-se diretamente relacionados com os objetivos do professor e associados às suas ações, pois são elas que permitem levar a cabo os objetivos delineados. Consideram-se, assim, eventos desencadeantes os que levam ao desencadeamento (início) de determinada sequência de ações associadas a um objetivo específico, enquanto, por contraposição, o evento de término associa-se ao final do período de persecução do objetivo associado. Os objetivos do professor assumem, assim, um papel fulcral, pois são eles que levam à divisão das aulas em episódios fenomenologicamente coerentes (Schoenfeld, 1998a). Por via da identificação do objetivo da professora, delimita-se o episódio por via dos eventos desencadeantes e de término.

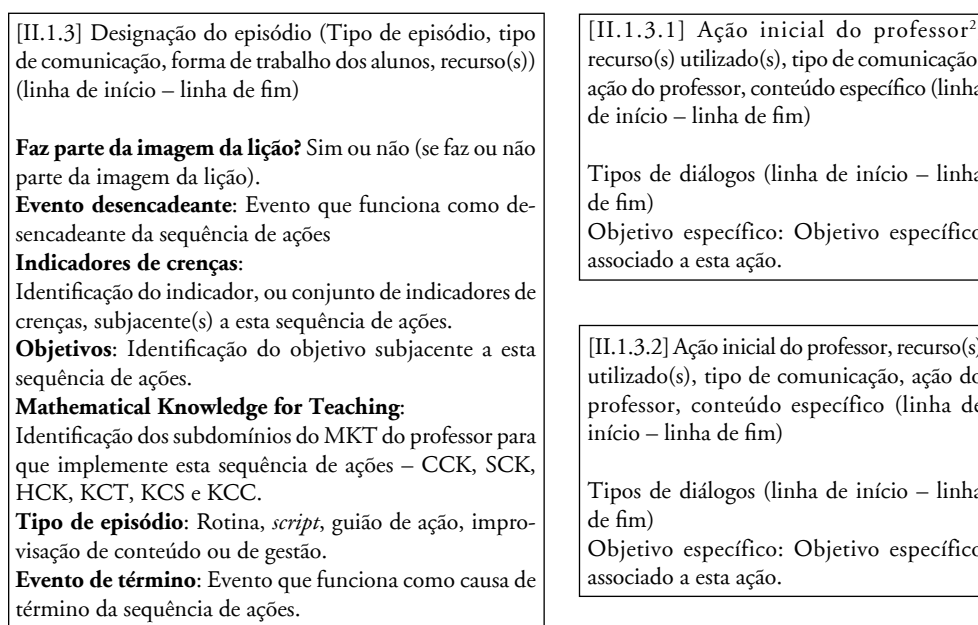
As componentes anteriores fazem parte do modelo que tem vindo a ser desenvolvido e cuja representação gráfica, a partir de um exemplo concreto, se apresenta na Ilustração 1. Na epígrafe respeitante à metodologia explica-se, de forma pormenorizada, como se obtém cada uma das componentes.

Apresenta-se o modelo, efetuando referência ao terceiro episódio da primeira aula, de um conjunto de quatro (Cf., abaixo, Contextualização e processo de modelação), cuja denominação corresponde a [II.1.3]. Este episódio em concreto é formado por duas ações, representadas, do lado direito, por [II.1.3.1] e [II.1.3.2]. As ações são entendidas, neste contexto, como a exteriorização da atuação do professor na sala de aula, quando lida com a construção de conhecimentos por parte dos alunos.

Do lado esquerdo, em cima, encontramos o nome do episódio, do qual constam também o tipo de comunicação primordialmente utilizado pela professora durante a atividade (Brendefur; Frykholm, 2000; Carrillo et al., 2008), a forma de trabalho dos alunos e o(s) recurso(s) utilizado(s). A indicação da linha de início e de fim do episódio encontra-se associada à transcrição efetuada (ver epígrafe correspondente à contextualização e ao processo de modelação), e é entre estas que o episódio decorre, ou seja, é entre elas que a professora tem por intuito atingir o determinado objetivo que se encontra subjacente ao episódio, pois é este que determina verdadeiramente o tipo deste, que corresponderá, por exemplo, a um episódio de revisão, quando o objetivo da professora for o de rever um conteúdo.

Incluem-se no modelo todas essas componentes e dimensões, por considerar serem as que maiores influências possuem, de forma direta, no processo de ensino, pois poderão fornecer informações mais profícuas quanto à forma de atuação dos professores e ao efetivo papel das suas cognições na prática.

Ilustração 1 – Uma visão do modelo cognitivo e dos seus elementos constituintes



## Contextualização e processo de modelação

A investigação que originou este texto foi realizada envolvendo duas professoras do 1.º Ciclo<sup>3</sup> que lecionavam o quarto ano de escolaridade em duas escolas distintas, mas situadas relativamente perto uma da outra. As professoras envolveram-se num grupo de trabalho colaborativo com o investigador, no âmbito do qual foram sendo discutidas situações, aspectos e perspectivas identificadas e consideradas pelas professoras e pelo investigador como críticas durante a sua prática<sup>4</sup>. O grupo encontrava-se quinzenalmente, com reuniões de três horas cada uma, durante grande parte de um ano letivo. A recolha de dados decorreu em três fases distintas, ao longo de um ano escolar, correspondendo cada uma delas à introdução de um conteúdo matemático específico.

<sup>2</sup> Grande parte das ações que se verificam durante o decurso de uma aula inicia-se com a professora a dialogar com os alunos.

<sup>3</sup> Primeiros quatro anos de escolaridade obrigatória (alunos de 6 a 9 anos).

<sup>4</sup> Esta identificação ocorreu por via das reflexões efetuadas pelas professoras após as aulas e também pela posterior visualização destas.

A primeira fase, logo no início do ano, permitiu que as professoras, a partir da visualização das suas aulas (gravadas em áudio e vídeo), identificassem, cada uma delas, nas aulas de ambas, práticas que desejavam/achavam necessário melhorar, mas também situações que consideravam revelarem boas práticas. As gravações em vídeo permitiram ainda registrar as interações ocorridas entre professora e alunos – em todas as fases – bem como facilitar, de modo substancial, a análise e a reflexão, pela sua posterior visualização (Rochelle, 2000; Star; Strickland, 2008). A segunda fase corresponde às aulas preparadas e discutidas em conjunto, sendo, no entanto, essa discussão e preparação da responsabilidade das professoras, assumindo o investigador um papel de questionador e promotor da colaboração e da reflexão, plasmando, em parte, as discussões e as reflexões ocorridas no grupo de trabalho. A terceira fase – sobre a qual incidirá este texto – foi preparada pelas professoras já sem a presença do investigador. Ainda assim, e por ter sido criado um ambiente de colegialidade (Taylor, 2004) entre os elementos do grupo, as professoras optaram por preparar as aulas em conjunto, colaborativamente.

Apesar de o trabalho ter sido desenvolvido por duas professoras do 1.º ciclo, aqui, por falta de espaço, apenas referirei uma delas, apresentando, em particular, um dos episódios correspondentes a uma sequência de aulas preparadas com o objetivo de abordar especificamente conteúdos de organização e tratamento de dados. Uma das referências que essa professora fez durante a participação neste tipo de projeto relacionou-se ao fato de sempre ter tido uma má relação com a matemática enquanto estudante de todos os níveis de escolaridade, incluindo o superior; e, desde que terminara o seu curso superior (há 18 anos), ter sido esta a primeira oportunidade de discutir “*efetivamente e nestes moldes*”, alguns dos aspectos que considerava “*menos bons*” na sua prática. Nesta última fase apenas foi necessário recolher informações de duas aulas, pois verificou-se uma saturação de dados (Charmaz, 2000; Strauss; Corbin, 1997, 1998).

Optou-se por efetuar a recolha de dados durante a introdução dos conteúdos, por se estar convicto de que é durante essa fase que, de forma mais explícita, se podem obter informações mais profícuas sobre o processo de ensino e a forma como o professor o encara. Porque se pretende, neste estudo de casos, obter um conhecimento mais profundo sobre uma realidade específica (o que faz e porque o faz), recorreu-se a uma metodologia de índole interpretativa.

A análise de dados – processo de modelação – iniciou-se durante a própria aula, na qual foram efetuadas as primeiras análises preliminares, posteriormente, confrontadas com as informações que se obtiveram das transcrições linha a linha realizadas a partir das gravações áudio, complementadas com vídeo. A visualização do vídeo permite captar todas as ações da professora que influenciam o decurso da aula. Um primeiro passo

corresponde à divisão da aula em episódios, nos quais são identificadas as dimensões do modelo cognitivo.

A identificação das crenças (indicadores) e dos conhecimentos foi feita à exaustão, correspondendo as crenças à interseção daquelas identificadas em todos os episódios de um mesmo tipo (pertencentes a um mesmo *cluster* – por exemplo, revisão, apresentação), em cada uma das fases; e os conhecimentos, à respectiva reunião. Assim, ao identificar na modelação de um episódio específico os indicadores de crenças, estes corresponderão aos comuns, mas os conhecimentos correspondem aos que a professora demonstra efetivamente nessa situação, pois estes se encontram estritamente relacionados com o conteúdo abordado e com a situação específica vivenciada; e necessariamente refletidos nas linhas concretas da transcrição.

Apesar de, na modelação, se identificarem todas as componentes do modelo, focar-se-ão, aqui, essencialmente, os conhecimentos profissionais evidenciados pela professora, relacionando-os com as ações que desenvolve; com o objetivo que se encontra associado a esse episódio; e com o tipo de comunicação e os recursos que utiliza.

### Modelação de um episódio particular

No sentido de ilustrar um exemplo de utilização do modelo, apresenta-se, de seguida, a modelação de um episódio em que a professora teve por objetivo (declarado *a posteriori*) consolidar a interpretação/“inferência” de dados a partir do pictograma e, para a sua concretização, recorreu a uma comunicação reflexiva para todo o grupo, tendo sido auxiliada por um dos alunos e tendo recorrido a um cartaz e ao quadro. Este objetivo da professora corresponde ao décimo sétimo episódio da primeira aula da terceira fase de trabalho [III.1.17].

Como o contexto em que as situações ocorrem pode ser determinante para o seu efetivo entendimento, de modo sucinto, contextualiza-se a situação e descreve-se o episódio em análise.

Este é um episódio que ocupa uma parte significativa da segunda metade da aula, após a elaboração do pictograma. Por ser, de certa forma, extenso, presta-se a ocorrer de forma intercalada com outros – pois a professora pretende também que os alunos efetuem mentalmente algumas operações, confirmando-as. São, assim, intercalados vários objetivos<sup>5</sup>, uns de consolidação, outros de revisão.

<sup>5</sup> Note-se que esta não é a forma mais comum de se desenrolarem os episódios (atingir determinado objetivo), nem mesmo para esta professora, e ocorre nesta situação por ser um episódio que ocupa grande parte da aula e por a professora considerar, ao longo do seu decurso, que se presta para tal.

A professora tem por objetivo primordial para a aula (parte da planificação e da imagem da lição) permitir que os alunos construam um pictograma, refletindo as suas opções sobre que continente gostariam de visitar para, a partir deste, efetuar algumas questões de interpretação e, nas suas palavras, de “inferência”. Assim, ela começa por registrar as opções dos doze alunos no quadro, primeiramente em forma de listagem, explorando posteriormente as propriedades da tabela que se obtém a partir desses dados. Termina esta primeira parte construindo, no quadro, com os alunos — recorrendo a *smiles* para representar os alunos e as suas opções —, o pictograma que reflete as escolhas destes. Muitas dessas situações ocorrem com a intervenção direta dos alunos, assumindo estes um papel preponderante no processo de ensino. Após terem explorado algumas propriedades e características do pictograma, a professora debruça-se sobre algumas questões que considera de interpretação/“inferência” a partir da sua análise. Por se associarem essas questões a um objetivo matemático específico, sua exploração faz parte de um novo episódio, e sobre esse desenvolver-se-á a análise, acompanhada de discussão. Este episódio associa-se ao objetivo (explicitado após o fim da aula em conversas informais) de consolidar a “*interpretação/inferência de dados a partir do pictograma no caso de serem o quádruplo dos alunos*”.

Maria inicia o episódio, questionando os alunos sobre o que eles pensam ser o quádruplo — que corresponde ao evento desencadeante — e sobre quanto será o quádruplo do número de alunos representados no pictograma (dos doze alunos da sala), o que serve de motivação, mas também de contextualização, esclarecendo o que pretende que façam. De modo a refletir, mais uma vez, as opções dos alunos, chama um deles ao quadro para explicar como, na sua opinião, “*faria a distribuição do quádruplo dos alunos pelos Continentes*”. O aluno, seguindo as indicações da professora, inicia a distribuição, acrescentando um número de símbolos (*smiles*), de modo a que, na distribuição final, conste o quádruplo dos símbolos, cumprindo, assim, parte do seu objetivo para este episódio<sup>6</sup>. Professora e alunos confirmam (em quantidade numérica) se a distribuição do valor do quádruplo dos alunos está correta. Alguns outros alunos vão ao quadro ilustrar como fariam a distribuição, e a sequência repete-se. Um desses alunos, na distribuição que efetua, calcula o quádruplo de cada um dos valores que constam nas escolhas dos continentes refletidas no pictograma (indicando também quantos alunos teria de acrescentar em cada situação), enquanto os

<sup>6</sup> Neste ponto a professora interrompe o episódio (suspendendo o objetivo específico associado), pois apercebe-se de que ocorreu um erro na contagem e assume um outro objetivo, o de consolidar de forma dialogada o cálculo mental, que corresponde às linhas (1538-1558). Situações similares apresentam-se nas linhas (1612-1620), que separam a segunda da terceira ocorrência do episódio em análise, e (1720-1730), que delimitam a terceira da quarta.

outros vão adicionando *smiles* até perfazerem os 48. Essas opiniões são registradas no quadro e posteriormente sumariadas pela professora.

Uma vez que o episódio é bastante longo (em tempo e transcrição) e como ocorrem vários outros episódios de forma intercalada, abaixo apresentam-se apenas alguns excertos da transcrição do episódio principal, de modo que se possa obter uma mais clara ideia do que ocorreu e de como ocorreu. Estes excertos constituirão, posteriormente, base para a discussão do MKT envolvido nesta situação.

Figura 1 – Extrato correspondente a parte do episódio III.1.17, respeitante a uma carência evidenciada pela professora relativamente à forma de efetuar inferências e de distribuir os valores correspondentes no pictograma

| <i>Linhas</i> | <i>Transcrição</i>                                                                   |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1406          | P: <i>Quarenta e oito. Vamos lá pensar um bocadinho e depois vai um menino lá</i>    |
| 1407          | <i>à frente explicar.</i>                                                            |
| 1408          | A: <i>Eu!</i>                                                                        |
| 1409          | P: <i>Como é que colocavam o quádruplo dos que lá estão?</i>                         |
| 1410          | <i>Vou chamar alguém que ainda não disse nada. Ana, como é que farias a</i>          |
| 1411          | <i>distribuição dos quarenta e oito?</i>                                             |
| 1412          | <i>Era o quádruplo, eles já disseram que é quarenta e oito, vem aqui à frente</i>    |
| 1413          | <i>dizer aos teus colegas, vamos.</i>                                                |
| ...           | ...                                                                                  |
| 1519          | P: <i>Com quantos? Ficavas com quantos?</i>                                          |
| 1520          | A: <i>Sete.</i>                                                                      |
| 1521          | P: <i>Sete! Vamos tomar atenção, Tiago. Reparem bem se vossa colega está a fazer</i> |
| 1522          | <i>bem a colocação do quádruplo.</i>                                                 |
| 1523          | <i>Na América, colocavas alguns?</i>                                                 |
| 1524          | A: <i>Não.</i>                                                                       |
| 1525          | P: <i>Ficavam os sete?</i>                                                           |
| 1526          | A: <i>Sim.</i>                                                                       |
| 1527          | P: <i>E na África?</i>                                                               |
| 1528          | A: <i>Na África...</i>                                                               |
| 1529          | P: <i>Quantos colocavas?</i>                                                         |
| 1530          | A: <i>São doze mais doze mais doze mais doze.</i>                                    |
| 1531          | P: <i>Então, Ana, tens lá quantos na África?</i>                                     |
| 1532          | A: <i>Tenho um.</i>                                                                  |
| 1533          | P: <i>Então quantos colocarias?</i>                                                  |

|      |     |                                                                        |
|------|-----|------------------------------------------------------------------------|
| 1534 | A:  | <i>Onze.</i>                                                           |
| 1535 | P:  | <i>Onze? Onze com esse, fica...</i>                                    |
| 1536 | A:  | <i>Doze.</i>                                                           |
| ...  | ... | ...                                                                    |
| 1564 | P:  | <i>Calma! A distribuição que ela fez para a Oceânia está correta?</i>  |
| 1565 |     | (P indica no quadro o valor que escreveu anteriormente para a Oceânia) |
| 1566 |     | <i>Os doze?</i>                                                        |
| 1567 | A:  | <i>Está!</i>                                                           |
| 1568 | P:  | <i>Está por quê?</i>                                                   |
| 1569 | A:  | <i>Três vezes quatro são doze.</i>                                     |
| 1570 | P:  | <i>Três vezes quatro são doze.</i>                                     |
| 1571 |     | (P indica no quadro o valor que escreveu anteriormente para a Oceânia) |
| 1572 |     | <i>Tudo bem aqui! Era o quádruplo, três vezes quatro são doze.</i>     |

Tal como foi já referido anteriormente, este episódio corresponde ao décimo sétimo da primeira aula da terceira fase [III.1.17], desenrolando-se, de forma reflexiva, com recurso ao quadro e ao cartaz e em que os alunos vão ao quadro resolver a atividade (dar a sua opinião). Para levar a bom porto este objetivo, a professora recorre a um conjunto de doze ações [III.1.17.1] ... [III.1.17.12], sendo, no entanto, apenas cinco delas distintas. Apresenta-se a modelação da situação descrita, omitindo, obviamente, os episódios intercalados – por corresponderem a outros objetivos — e evidenciando as linhas em que ocorre, bem como os eventos desencadeantes de cada situação, indicando a ordem entre parêntesis – do lado esquerdo da tabela. Na modelação, do lado direito, relativamente às ações da professora, por forma a simplificar a leitura, onde se lê “P [...]”, consolida o conteúdo”, deve ler-se: “P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz e ao quadro, de forma reflexiva, consolida o conteúdo”.

Tal como se pode constatar pela modelação apresentada, num determinado episódio podem ocorrer as mesmas ações em ordens distintas e repetidas vezes, evidenciando-se, assim, também, o fato de os professores (e as pessoas em geral) não efetuarem as mesmas coisas sempre exatamente da mesma forma – mas, muitas das vezes, recorrendo a formas/processos similares. Apesar de consciente de que a representação de qualquer modelo a duas dimensões é muito redutora, esta é, até à altura, a melhor forma que se possui de o apresentar.

A cada *cluster* de episódios corresponde um conjunto de ações, sendo as que ocorrem neste episódio a totalidade das que pertencem a este *cluster*, correspondendo a:

Tabela 1 – Modelação do décimo sétimo episódio da primeira aula da terceira fase, correspondente a uma consolidação da interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>[III.1.17] Consolidação do conteúdo – interpretação/“inferência” de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) – de forma reflexiva, em grupo, com o auxílio de um aluno, tendo como recurso o cartaz e o quadro (1402-1537), (1559-1611), (1621-1719), (1731-1793), (1806-1854)</p> <p>Faz parte da imagem da lição? Não.</p> <p>Eventos desencadeantes:</p> <p>(1) P questiona o grupo sobre quanto é o quádruplo dos alunos (1402-1537).</p> <p>(2) (3) P questiona os alunos sobre o que está incorreto na distribuição efetuada anteriormente (1559-1611), (1621-1719).</p> <p>(4) P questiona o grupo sobre o motivo de a distribuição proposta pelo aluno não estar correta.</p> <p>(5) P questiona o aluno que estava no quadro se percebeu o que se tinha feito.</p> <p>Indicadores de crenças:</p> <p>(Metodologia – programação) – A programação é um documento vivo que, por se basear nos interesses que em cada momento manifestam os alunos e na negociação com eles, não dispõe de uma organização inicial.</p> <p>(Aprendizagem – como se realiza) – O aluno aprende, quando o objeto de aprendizagem, o qual surge aleatoriamente do contexto, possui para si um significado.</p> <p>(Matemática escolar – qual o conteúdo) – A matemática escolar tem o seu ponto de partida na etnomatemática dos alunos e decorre das necessidades sociopolíticas, culturais, ... “Fazer matemática” com um caráter mais formal (em conformidade com o que tem sentido exigir nesta etapa educativa) tem origem na análise do concreto. Como conteúdos matemáticos escolares consideram se quer os numéricos próprios do ano e do momento em questão, como os geométricos, a medida, o tratamento de informação e a resolução de problemas, destacando este último.</p> <p>(Papel do professor – o que faz/como o faz/metodologia ou atitude pedagógica/como atua) – Pelo seu marcado caráter humanista e especialista em dinâmica de grupos, o professor induz o aluno a participar nas atividades que promove, analisando as reações e as respostas às suas propostas.</p> <p>(Aprendizagem – atitude dos alunos) – A atitude dos alunos pode ser modificada.</p> | <p>[III.1.17.1] P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz, esclarece como se vai desenrolar a atividade (1402-1409)</p> <p>Diálogo interativo (1402-1409)</p> <p>Objetivo específico: Esclarecer os alunos sobre como se vai desenrolar a atividade.</p> <p>[III.1.17.2] P dialoga com o grupo e chama um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, faria a distribuição (1410-1419)</p> <p>Monólogo (1410-1419)</p> <p>Objetivo específico: Chamar um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, faria a distribuição.</p> <p>[III.1.17.3] P [...], consolida a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) (1420-1536)</p> <p>Diálogos interativos (1420-1536)</p> <p>Objetivo específico: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).</p> <p>[III.1.17.4] P escreve no quadro (1537)</p> <p>Objetivo específico: Escrever no quadro.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

(Aprendizagem – qual o papel/importância da argumentação dos alunos) – É importante que o aluno comunique e argumente, de um modo mais ou menos justificado, as suas conclusões.

Objetivo: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

Subdomínios do MKT:

CCK – Saber determinar o quádruplo de doze. Saber interpretar/inferir a informação a partir dos dados do pictograma (Carência: saber que não se podem fazer inferências para uma população a partir das informações recolhidas para uma outra (se fosse o quádruplo dos alunos), não sendo possível efetuar novas escolhas aleatórias).

SCK – Saber de que forma devem os dados ser recolhidos para que seja possível efetuar algum tipo de inferências (Carência: a professora não possui um conhecimento relacional com o tema da proporcionalidade, pois esse conhecimento permitir-lhe-á explicar de forma exequível aos alunos as razões pelas quais uma amostra terá de possuir determinadas características para que seja possível uma sua generalização – considera que, para efetuar uma inferência sobre as preferências dos alunos, se estes fossem a quarta parte, seria proporcional a determinar a quarta parte do valor total de alunos (1409-1413) (1519-1536)).

KCT – É importante que todos os alunos verbalizem o seu pensamento e suas ideias (1406-1411); a professora considera que o cartaz e o quadro, associados a uma comunicação reflexiva, com os alunos a trabalhar em grande grupo e ela auxiliada por um aluno, são recursos adequados para efetuar uma consolidação de como interpretar/inferir os dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos); esclarece como se vai desenrolar a atividade; indica o cartaz com o pictograma; chama um aluno ao quadro para explicar como fazia a distribuição (na sua opinião).

KCS – (Carência: pelas indicações que fornece aos alunos (obviamente relacionadas com o seu CCK e SCK), a professora induz nos alunos a ideia de que, se pretendem inferir sobre a hipótese de as escolhas serem o quádruplo dos alunos, devem adicionar  $\frac{3}{4}$  do número total de imagens – pois as restantes já se encontram no pictograma.

Tipo de episódio: Improvisação de conteúdo.

Evento de término: P conclui que a distribuição efetuada pelo aluno está correta.

[III.1.17.5] P [...], consolida a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) (1559-1611)

Diálogos interativos (1559-1611)

Objetivo específico: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

III.1.17.6] P [...], corrige a atividade em grupo (1621-1637)

Diálogos interativos (1621-1637)

Objetivo específico: Verificar se os alunos estão a fazer/fizeram corretamente a atividade.

[III.1.17.7] P dialoga com o grupo e chama um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, fazia a distribuição (1638-1642)

Diálogos interativos (1638-1642)

Objetivo específico: Chamar um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, fazia a distribuição.

[III.1.17.8] P [...], consolida a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) (1643-1719)

Diálogos interativos (1643-1719)

Objetivo específico: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

[III.1.17.9] Chama um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, fazia a distribuição. (1731-1736)

Diálogos interativos (1731-1736)  
Objetivo específico: Chamar um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, fazia a distribuição.

[III.1.17.10] P [...], consolida a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) (1737-1755)

Diálogos interativos (1737-1755)  
Objetivo específico: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

[III.1.17.11] P dialoga com o grupo e escreve no quadro (indica o quadro para a aluna escrever as suas opções) (1756-1759)

Objetivo específico: Escrever no quadro as opções da aluna.

[III.1.17.12] P [...], consolida a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos) (1760-1793)

Diálogos interativos (1760-1793)  
Objetivo específico: Consolidar a interpretação/inferência de dados a partir do pictograma (se fosse o quádruplo dos alunos).

[P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz, esclarece como se vai desenrolar a atividade] – [P dialoga com o grupo e chama um aluno ao quadro] – [P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz e ao quadro, de forma reflexiva, consolida o conteúdo] – [P escreve no quadro] – [P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz e ao quadro, de forma reflexiva, corrige a atividade em grupo].

Tal como se denota também neste caso concreto, a ordem pela qual as ações ocorrem não é predefinida, o que, em si, demonstra também a natureza humana de não realizar sequencialmente e de forma independente o mesmo conjunto de ações (Ribeiro, 2009c; Ribeiro et al., 2008).

Durante este tipo (*cluster*) de episódio, a professora demonstra (indicadores de) crenças associadas à metodologia, à aprendizagem, à matemática escolar e ao papel do professor. De forma sucinta, pode referir-se que Maria considera que a programação se deve basear nos interesses (e opiniões) dos alunos, o que leva a que o objetivo da aprendizagem deva ter, para os alunos, algum significado, podendo a sua atitude (face ao conteúdo, ao ensino, ...) ser modificada. Com esse intuito, são relevantes a comunicação e a argumentação das suas conclusões, cumprindo à professora o papel de analisar as reações e as respostas às situações que coloca e nas quais os alunos são induzidos a participar.

### Algumas emergências da análise

Analisando a modelação apresentada, constata-se que ocorrem cinco ações distintas associadas ao objetivo de consolidar o conteúdo de forma reflexiva, em grupo, com o auxílio de um aluno, tendo como recurso o cartaz e o quadro. Estas devem ser entendidas como ações típicas da professora durante esse tipo de episódios, não significando, no entanto, que este seja o leque total de ações executadas no âmbito da sua prática letiva ao longo do(s) ano(s). De igual forma, as diferentes componentes do conhecimento profissional identificadas devem ser entendidas e analisadas apenas neste contexto específico, não se pretendendo, de modo algum, aqui generalizá-las, nem mesmo para esta professora, pois reportam-se apenas a esta situação específica.

Vejamos, a partir de um excerto do episódio anteriormente modelado (Figura 1, abaixo), quais as distintas componentes do conhecimento profissional que emergem da análise. Neste episódio a professora demonstra componentes do conhecimento profissional relativas ao conhecimento do conteúdo – comum e especializado (CCK e SCK) – e relativas ao Conhecimento Didático do Conteúdo – do ensino e dos alunos (KCT e KCS).

O *common content knowledge* é observado ao longo de todo o episódio – como, aliás, seria expectável que ocorresse, sendo o modelo consistente – e nesta situação diz respeito

ao fato de a professora saber determinar o quádruplo de doze (que se relaciona diretamente com conhecimentos enquadrados no tema de números e não de organização e tratamento de dados). A professora denota, de forma transversal, uma lacuna relativa ao conhecimento matemático subjacente à possibilidade, ou não, da realização de inferências e, portanto, da forma como os dados teriam de ser recolhidos (e que dados) de modo que fosse plausível obter uma amostra significativa da população em estudo (se porventura estivesse a efetuar uma sondagem, o que não é o caso); revela desconhecer também (e de forma associada aos processos associados à sondagem) que não é possível inferir os resultados obtidos sobre todos os elementos de uma população (ao ser efetuado um censo) para uma outra população distinta (aqui considerando o quádruplo dos inquiridos). Durante a prática analisada não são observadas evidências (daí que se fale em desconhecimento) de um conhecimento relativo ao fato de que apenas se poderão efetuar inferências quando se possuem resultados referentes a uma amostra significativa da população, e não é possível extrapolar os resultados, quando inquirida toda a população. Não podem, portanto, tampouco, essas extrapolações ser efetuadas de modo aleatório e com recurso direto à proporcionalidade. Por corresponder a uma componente de um subdomínio do conhecimento profissional que é transversal a todo o episódio, não se encontra associado a uma ação específica (daí a ausência dessa indicação no modelo).

O SCK evidencia-se, majoritariamente, em alturas concretas do decurso da aula, correspondendo a situações específicas e *identificáveis*, que aqui se encontram associadas às linhas (1409-1411) e (1564-1572). Nesta componente, a professora, em conformidade com o seu CCK, denuncia também uma carência, pois não revela um conhecimento que lhe permita saber as razões pelas quais a amostra terá de possuir determinadas características, de modo que possa possibilitar a generalização.

Relativamente ao KCT, este assume a dualidade de ser transversal e específico, encontrando-se, aqui, associado a duas ações concretas ([P dialoga com o grupo e, com recurso ao cartaz, esclarece como se vai desenrolar a atividade] e [P dialoga com o grupo e chama um aluno ao quadro para explicar como, na sua opinião, fazia a distribuição]), e relaciona-se com o fato de a professora considerar importante que todos os alunos verbalizem o seu pensamento e suas ideias (Cf. Ilustração 1 e Tabela 1, linhas 1406-1411). De forma transversal a todo o episódio, a professora revela o fato de considerar que o cartaz e o quadro, associados a uma comunicação reflexiva, com os alunos a trabalhar em grande grupo e auxiliada por um deles são recursos adequados para efetuar uma consolidação do conteúdo específico (*interpretar/inferir* os dados a partir do pictograma, se fosse o quádruplo dos alunos).

As lacunas evidenciadas não a impedem – até porque não tem, previsivelmente, consciência delas – de desenvolver um tipo de ensino que é para si o mais adequado. Ao recorrer ao cartaz e ao quadro durante a atividade, pode permitir aos alunos a elaboração dos seus próprios conceitos e representações, ajudando-os a criar/desenvolver um conhecimento matemático mais profundo (Hiebert et al., 1997), que só não é nesta situação mais rico, pois baseia-se em pressupostos menos corretos – revelando, também, assim, a necessidade de um auxílio exterior para que seja possível uma conscientização do seu próprio MKT e do papel que este assume na prática.

Diretamente relacionado com as componentes do conhecimento do conteúdo e com a falta de evidências de conhecimentos (lacunas demonstradas) – encontra-se também, necessariamente, o subdomínio relativo ao conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS) –, as fronteiras são fictícias, pois estes subdomínios (assim como todos os demais) estão intrinsecamente imbricados. Estas inter-relações são aqui exteriorizadas pelo fato de Maria considerar a possibilidade de efetuar inferências para uma população a partir dos dados recolhidos de uma outra (através de um censo), o que condiciona o tipo e a natureza das dúvidas dos alunos que, pelo conhecimento que ela revela, considera poderem ocorrer, não se encontrando, por isso, em condições de lhes facultar aprendizagens matemáticas ricas e significativas. (Essas aprendizagens matemáticas significativas não são efectivadas, pois as oportunidades facultadas encontram-se fundamentadas/associadas em princípios matemáticos não válidos). Neste subdomínio (KCS), tal como seria expectável perante as evidências anteriores (no âmbito do conhecimento do conteúdo), e com uma prática consistente, a professora, pelas indicações que fornece aos alunos, induz neles a ideia de que, se pretendem efetuar inferências sobre a hipótese de serem o quádruplo dos alunos, basta multiplicar por quatro cada um dos valores do pictograma. Numa outra parte do episódio, a professora explora com os alunos também a possibilidade de adicionarem, aleatoriamente,  $\frac{3}{4}$  dos quarenta e oito alunos, pois as opções dos restantes alunos já se encontram expressas no pictograma.

O conhecimento necessário em situações em que é exigido que ocorram interações entre a compreensão matemática e o conhecimento do pensamento matemático dos seus alunos, das suas possíveis dificuldades, das concepções errôneas, das motivações e dos interesses, bem como das suas necessidades (KCS), está, também, como não poderia deixar de ser, estritamente relacionado com o conhecimento comum e especializado do conteúdo. Assim, uma vez que, neste caso concreto, é demonstrada uma lacuna nessas dimensões do conhecimento profissional (CCK e SCK), é, portanto (pelo menos no tipo de aproximação que aqui se faz ao conhecimento do professor), natural que evidencie também algum tipo de carência no KCS. Assim, ao longo de todo o episódio, sendo uma

componente do conhecimento que se revela de forma transversal, pelas indicações que fornece aos alunos, parece induzir-lhes a ideia de que, quando pretendem inferir sobre as escolhas de serem o quádruplo dos alunos, têm de recorrer à proporcionalidade, multiplicando por quatro o valor total, ou por quatro cada um dos valores das frequências absolutas.

Apesar de, nesta situação concreta relacionada com a interpretação e com a suposta inferência estatística, a professora não possuir um sólido conhecimento do conteúdo, isso não limita a sua ação a uma prática que poderia ser considerada mais tradicional e centrada em si própria: tenta conseguir que os alunos tenham uma participação ativa no desenrolar da aula e na resolução das tarefas, apesar de deixar para segundo plano aspectos mais relacionados com o conteúdo matemático. Talvez se possa explicar este fato por ela própria possuir uma “*má relação com a matemática*”, com uma história de mínimo sucesso possível durante os seus estudos, o que poderá levá-la a pretender, como objetivo geral para o seu processo de ensino, que os seus alunos não vivenciem as mesmas situações que ela própria, tal como refere também Wilkins (2008). Isso poderá conduzi-la, pelo menos em situações específicas, a pretender não ensinar como ela própria aprendeu.

É de salientar que o conhecimento profissional não poderá ser encarado de forma isolada, pois o modo como ensinamos depende também de muitas outras componentes, mais explicitamente, das crenças do professor e dos objetivos que este possui em cada momento, bem como do seu objetivo geral de ensino (Ribeiro et al., 2009b).

### A responsabilização pela prática e a formação

Os professores são a principal fonte de conhecimento para os alunos (pelo menos em termos escolares – e isto, claro está, em termos teóricos), daí a necessidade de que possuam um sólido conhecimento profissional, em todas as suas componentes.

Assim, uma lacuna em alguma delas poderá comprometer os alcances da atuação do professor. Uma carência no conhecimento comum ou especializado do conteúdo – com mais ênfase no primeiro – leva a que os professores não estejam em condições de explorar devidamente os conteúdos; e todas as explorações que possam fazer tornam-se deficitárias, pois partem de pressupostos menos corretos. No caso concreto da professora Maria, é expectável que as carências reveladas possam provocar nos seus alunos algumas confusões e interpretações ou criação de conceitos errôneos, pois, se ela própria não se sente muito à vontade e desconhece alguns dos fundamentos teóricos em que se baseia determinado conteúdo, nunca poderá desempenhar adequadamente a sua função de educadora, com o intuito de que os seus alunos o entendam de forma correta (Rowland, 2008).

Assim, embora possa ser detentora de um sólido conhecimento do processo de ensino e/ou dos seus alunos (KCT e KCS), dificilmente poderá desenvolver uma prática que faculte aos alunos as oportunidades para que, de forma matematicamente correta (Lampert, 1990; NCTM, 1989), resolvam verdadeiros problemas que envolvam a elaboração de conjecturas, investigações, recolha de dados e sua análise e interpretação; obtenham conclusões; e efetuem as respectivas comunicações aos colegas.

Enquanto formadores de professores em nível de formação, tanto inicial como contínua e complementar, deve-se assumir um papel ativo e participativo, no sentido de que os alunos/formandos se possam conscientizar dos seus próprios conhecimentos, partindo, sempre que possível, da análise das suas próprias aulas ou, no caso da formação inicial, da discussão das *simples* apresentações de trabalhos que os alunos frequentemente têm de efetuar para as distintas unidades curriculares (disciplinas), discutindo nos primeiros anos (semestres) dessa formação assuntos mais centrados no CCK e SCK. Esta análise e conscientização deverão ocorrer no âmbito de um trabalho verdadeiramente colaborativo (também na formação inicial), que permita uma identificação, discussão e reflexão sobre as situações críticas emergentes da prática, consideradas fulcrais pelos próprios professores. (Entende-se por trabalho colaborativo aquele em que se verifica uma partilha de ideias e experiências e uma reflexão profunda sobre a prática, conduzindo a discussões sobre tópicos/situações críticas identificadas tanto pelos professores como pelos formadores, com o intuito de, conjuntamente, perseguir um objetivo comum – a melhoria das práticas de sala de aula.)<sup>7</sup> Este foco na prática justifica-se, pois esta determina as fronteiras do campo e as regras segundo as quais o conhecimento é validado (Ellis, 2007), necessitando, no entanto, das discussões com os pares (professores e investigadores), de modo que se identifique uma vasta gama de situações críticas (não se restringindo às componentes do conhecimento didático) e que se promova uma consciencialização efetivamente profícua.

Durante muitos anos, em Portugal, os currículos de formação inicial nos cursos de formação de professores – em particular do 1.º e 2.º Ciclos<sup>8</sup> – abordavam essencialmente conteúdos relacionados com a atividade puramente pedagógica do ensino, salientando maioritariamente o conhecimento do ensino, deixando de lado todas as outras dimensões, e mesmo a dimensão essencialmente pedagógica deixava, por vezes, de considerar os conteúdos específicos que supostamente os alunos – futuros professores – teriam de abordar. Nessa perspectiva, considerava-se que esses conteúdos estariam já por si assimi-

<sup>7</sup> Para mais informações sobre a forma como se encara o trabalho *efetivamente* colaborativo, consultar, por exemplo, Ribeiro e Martins (2009a, 2009b).

<sup>8</sup> O 2.º Ciclo refere-se ao 5.º e 6.º anos de escolaridade – alunos com 10 e 11 anos – em que os professores lecionam apenas as áreas consideradas afins.

lados (uma vez que todos foram alunos daqueles respectivos ciclos) –, assumindo uma perspectiva de que o conhecimento desses conteúdos é universal. Atualmente, e por imposição ministerial, a situação deixou de ser essa – pelo menos em termos teóricos: verifica-se já, também, um foco nos conhecimentos do conteúdo dos futuros professores (que deve ser um conhecimento para ensinar esse conteúdo). Urge, portanto, aproveitar esta mudança de perspectiva imposta ministerialmente para realizar com os futuros professores um tipo de trabalho que lhes permita não só obter um bom conhecimento dos conteúdos específicos (comum, especializado, propedêutico, do ensino, dos alunos, do currículo), mas também que os capacite a olhar para a prática com uma perspectiva construtiva crítica.

No caso dos futuros professores e dos professores em início de carreira, esse processo de conscientização demora mais tempo a fazer-se sentir, pois, durante os primeiros anos (ainda como estudantes ou como professores), as prioridades centram-se maioritariamente na manutenção da ordem na sala de aula e na busca do seu lugar na comunidade. Alguns aspectos deste tipo de análise – utilizando o modelo e as consequentes discussões e reflexões – poderão ter efeitos imediatos, nomeadamente nos aspectos mais diretamente relacionados com o conhecimento do conteúdo (CCK e SCK) e as suas carências. No entanto, este foco de discussão poderá ser potenciador não daquilo que eles evidenciam enquanto estagiários, mas daquilo em que se poderão tornar como profissionais – investigativos e reflexivos.

Considera-se que este tipo de trabalho deveria começar assim que os alunos chegam ao Ensino Superior, de modo que tomem, desde cedo, consciência das suas próprias cognições (Ribeiro, 2009b) e que, no seu percurso escolar, possam decidir qual a melhor orientação. Dessa forma, quando terminarem a sua formação inicial, poderão sentir-se verdadeiramente capacitados a pertencer à comunidade de professores investigativos e reflexivos. Esse sentimento de pertença possibilitará que aspirem a realizar as suas próprias investigações, no sentido de criar uma verdadeira comunidade de inquérito na sala de aula (Elbers, 2003). Essa capacitação e a discussão poderão iniciar-se através da *simples* gravação e discussão – em termos de conhecimentos comuns e especializados do conteúdo, necessários em cada situação específica – das apresentações de trabalhos que tenham de realizar, independentemente do tema matemático a que digam respeito<sup>9</sup> (Ribeiro, 2009b).

<sup>9</sup> Na Instituição onde leciono, os alunos de formação inicial possuem quatro Unidades Curriculares (UC), cujos temas coincidem com os quatro constantes no Programa de matemática do Ensino Básico (Ponte; Serrazina; Guimarães; Breda; Guimarães; Sousa; Menezes; Martins; Oliveira, 2007) – Geometria e Medida, Números e Operações, Probabilidades e Estatística (Organização e tratamento de dados) e Álgebra e Funções. Possuem posteriormente, no terceiro ano, uma única unidade curricular subordinada, especificamente, à didática da

É importante que os futuros professores (e os atuais) possam refletir sobre os diversos eventos que ocorrem na sala de aula e que condicionam o seu desenrolar, mas essa reflexão deverá centrar-se fundamentalmente nas várias dimensões do seu próprio conhecimento matemático (do conteúdo) como forma de possibilitar aos alunos as oportunidades necessárias e mais adequadas para uma rica e diversificada aprendizagem. Prestage e Perks (2007) referem que o professor não deve centrar essa reflexão apenas no sucesso ou não dos alunos e do processo de ensino, mas deve englobar também o seu entendimento da matemática.

### Algumas conclusões

Esta abordagem à análise do conhecimento profissional da professora, mais focada aqui no conhecimento do conteúdo, não deve ser entendida como mera identificação das carências observadas, mas num sentido construtivo, pois pretende-se aprender com a prática – seja com os erros, seja com as boas práticas –, na convicção de que uma maior compreensão dos motivos que a determinam permitirá uma maior amplitude no raio de ação, no sentido de melhorar a prática e a formação. Pretende-se ainda chamar a atenção para possíveis pontos/aspectos a focar durante a formação, seja ela inicial ou contínua.

Por ser um conhecimento identificado na prática, permite dizer que corresponde efetivamente ao que a professora possui, ou pelo menos revela em cada situação (embora se saiba que, por vezes, dizem-se coisas que não correspondem, de fato, ao conhecimento que se possui sobre esse assunto) e faz uso no seu dia a dia, influenciando a sua prática e necessariamente, de forma direta, as aprendizagens dos alunos.

A análise efetuada permite afirmar que a professora possui certo grau de conhecimento relativo aos aspectos mais pedagógicos, porém, pelas carências identificadas em termos de conhecimentos de conteúdos (CCK e SCK), infere-se que a exploração que realiza dos conteúdos provocará nos alunos um conhecimento também com várias/sérias lacunas (pelo menos similares às suas).

No exemplo apresentado, apesar de a professora recorrer às opiniões dos alunos como veículo condutor do decurso da aula, promovendo interações sociais e negociação de significados (Cobb; McClain, 2006), ao revelar uma lacuna nos conhecimentos (CCK

---

Matemática. Porém, e em particular nas UC em que leciono, as abordagens aos conteúdos são efetuadas de forma preferencialmente integrada, explorando os distintos subdomínios do MKT – mas em que, ainda assim, a ênfase se tem de encontrar nos subdomínios respeitantes ao conhecimento do conteúdo.

e SCK), essa promoção de significados originará, expectavelmente, uma ideia incorreta nos alunos sobre o conteúdo. Consideram, portanto, que podem fornecer outras opções distintas das inicialmente refletidas no pictograma, tendo para tal que acrescentar imagens/figuras às nele constantes, de modo que a totalidade da informação perfaça o quádruplo dos valores que se encontram registados (escolhas dos doze alunos da turma sobre o continente a visitar). As lacunas da professora não permitem, portanto, que os alunos tomem contacto com os verdadeiros motivos que possibilitam a realização de inferências e com o percurso e os processos (corretos) subjacentes à realização dessas inferências. Esta situação demonstra ainda o fato de, neste tópico, a professora focar a sua atenção no desenvolvimento de linguagem e significados associados a outras áreas curriculares, em detrimento dos conteúdos matemáticos<sup>10</sup>. A sua atenção incide no desenvolvimento da parte afetiva dos alunos, na gestão das respostas baseadas na opinião, na manutenção de um ambiente de discussão e na necessidade de saber aceitar as diferentes opiniões (refletindo também, em parte, o tipo de formação – tanto inicial como contínua – a que teve acesso até então).

Este episódio específico ocorreu de forma não planeada; não foi, portanto, objeto de preparação por parte da professora – constituindo uma improvisação de conteúdo (Ribeiro et al., 2009c). Neste tipo de situações, a professora “*torna-se transparente*”, evidenciando o seu conhecimento profissional (e em geral as suas cognições) na sua forma mais pura. Daí a importância da sua análise, pois, a partir dela, pode-se obter um maior entendimento dos conhecimentos efetivos de cada professor, identificando as suas *necessidades* reais de formação.

A professora centra a sua atuação na parte didática, deixando para segundo plano a exploração dos conteúdos matemáticos. Isso pode dever-se a diversos fatores, entre outros, a saber: poderá estar relacionado com o conteúdo específico abordado, pois a professora considera que este é um dos conteúdos que permitem efetuar uma ligação fácil com as outras áreas; ele pode estar já assumido/integrado na sua prática ou ter sido resultado do trabalho colaborativo e das discussões que aí tiveram lugar. Mas isso apenas poderia ser objeto de estudo se ocorresse uma observação de aulas de forma contínua ao longo do

<sup>10</sup> Esta situação concreta foi foco de discussão no âmbito de um Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos (PFCM) que as professoras também frequentavam na altura, tendo a professora Maria reconhecido que nunca tinha sequer pensado nisso e que normalmente, quando lecionava este conteúdo, apenas se limitava à elaboração do pictograma e à sua exploração por visualização, seguindo exclusivamente as atividades que se encontram no livro de texto. Para mais informações sobre este PFCM, consultar, por exemplo, Ribeiro (2009a) ou Serrazina (2010).

ano e complementada com o trabalho colaborativo, de modo que a professora fosse atuando não apenas da forma em que se sente mais confortável, mas possibilitando também – principalmente – a aquisição e o desenvolvimento de um à-vontade para experienciar coisas “novas” (Ribeiro; Mendes, 2007).

Será importante que este tipo de trabalho se desenvolva durante mais tempo e com o foco efetivo nas práticas dos professores – de modo que estes possam usufruir de um modelo de ensino a seguir, ou não, em sua própria atuação. Isso é possível pela visualização dos vídeos da sua própria prática, refletindo sobre esta (Schön, 1983, 1987) e servindo esse modelo, no sentido do que referem Tichá e Hošpesová (2006), como uma forma de tomar contacto com *outras* práticas, encaradas aqui como *uma outra perspectiva da prática*. Isso permitiria identificar(em) as *situações matematicamente críticas*, discutindo-as, refletindo sobre elas e procurando torná-las, progressivamente, situações matematicamente confortáveis e com as quais estejam à vontade para lidar e explorar, mesmo que não estivessem inicialmente pensadas (improvisações de conteúdo), ou seja, situações em que a professora parte, por exemplo, dos comentários e/ou das dúvidas dos alunos, para abordar/explorar os conteúdos que *emergiram* nessas situações específicas.

Com o intuito de facultar aos professores a oportunidade de conscientizar-se e discutir as suas práticas e as suas possíveis carências (bem como formas de as suprimir), considera-se de suprema importância a discussão com os pares do mesmo nível de escolaridade, mas também de outros níveis, e investigadores, porém num âmbito verdadeiramente colaborativo (Serrazina, 1998; Ribeiro; Martins, 2009a, 2009b), para que não se verifiquem quaisquer tipos de constrangimentos e as discussões/reflexões sejam efetivamente profícuas. Esta proficuidade advém (espera-se) do fato de as discussões/reflexões se basearem na visualização das aulas (dos próprios professores ou mesmo de outros) e se focarem nos conhecimentos revelados nessa prática ou em situações evidenciadoras de lacunas.

A visualização das práticas e sua discussão poderão conduzir à elaboração de um novo conhecimento profissional mais rico e susceptível de aplicabilidade mais direta/imediata, ultimando uma efetiva aproximação entre teoria e prática. Considera-se que esta elaboração ocorre por adaptação, em contraposição ao que defende Kelly (1963), citado em Ellis (2007, p. 450), que refere que se dá por sobreposição/adição (tijolo sobre tijolo). A adaptação tem lugar, pois, sempre que se é confrontado com novas situações e conhecimentos, estes são adaptados de modo a que se encaixem naqueles que já se possuem. Esse processo de encaixe não necessita ser exclusivo, uma vez que, necessariamente, em algumas situações deverá ocorrer uma sobreposição aos que já existem, pois toma-se consciência

de que eram conhecimentos efetivamente incorretos e precisavam de uma atualização (tal como na situação apresentada).

Essas adaptações no conhecimento profissional levarão (pelo menos assim se espera) a ensinar de formas distintas daquelas que possivelmente se experienciaram enquanto alunos, ou acentuando as boas práticas, e, portanto, acentuando também objetivos, para o/no processo de ensino, mais amplos e profundos, sendo este um dos muitos contributos e potencialidades do recurso ao modelo apresentado, tanto na formação inicial como contínua.

#### Agradecimentos:

Este artigo foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

Este trabalho forma parte do Projeto “Conocimiento matemático para la enseñanza respecto a la resolución de problemas y el razonamiento” (EDU2009-09789), Dirección General de Investigación y Gestión del Plan Nacional de I+D+i. Ministerio de Ciencia e Innovación (Espanha).

#### Referências bibliográficas

- AGUIRRE, J.; SPEER, N. Examining the relationship between beliefs and goals in teacher practice. *Journal of Mathematical Behavior*, Nova York, v. 18, n. 3, p. 327-356, 2000.
- BALL, D. *What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics*. Washington, DC: U.S. Department of Education, Secretary's Mathematics Summit., 6 fev. 2003. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~dball/presentations/index.html>> Acesso em: 10 maio 2008.
- BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*. Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, 2003. p. 3-14.
- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, v.59, n.5, p.389-407, 2008.
- BATURO, A. R.; WARREN, E. A.; COOPER, T. J. *Queensland Numeracy Research and Development Project final report: Teachers enhancing numeracy*. Camberra, ACT: Department of Education, Science and Training, 2004.
- BRENDEFUR, J.; FRYKHOLM, J. Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova York, v.3, p.125-153, 2000.

CARRILLO, J. et al. Análisis de secuencias de aprendizaje matemático desde la perspectiva de la gestión de la participación. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, v. 26, n.1, p. 67-76, 2008.

CHARMAZ, K. Grounded theory: Objectivist and construtivist methods. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Ed.). *The handbook of qualitative research*. Nova York: Sage Publications, 2000. v. 2. p. 509-535.

CLIMENT, N. *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. 2005. (PhD Dissertation) — Universidad de Huelva. Michigan: Proquest Michigan University, 2005. Disponível em: <www.proquest.co.uk>. Acesso em: 15 abr. 2008.

COBB, P.; MCCLAIN, K. Guiding inquiry-based math learning. In: SAWYER, R. K. (Ed.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. New York, NY: Cambridge University Press, 2006. p. 171-185

ELBERS, E. Classroom interactions as reflection: learning and teaching mathematics in a community of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, Nova York, v.54, p. 77-99. 2003.

ELLIS, V. Taking subject knowledge seriously: from professional knowledge recipes to complex conceptualizations of teacher development. *The Curriculum Journal*, Londres, v.18, n.4, p.447-462, 2007.

ERNEST, P. The knowledge, beliefs and attitudes of mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, Londres, v.15, n.1, p.13-33, 1989.

HIEBERT, J. et al. *Making sense: Teaching and Learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann, 1997.

HILL, H. C.; BALL, D.; SCHILLING, S. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v.39, n.4, p.372-400, 2008.

HILL, H.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal*, Thousand Oaks, v.42, n.2, p.371-406, 2005.

KELLY, G. A. *Theory of personality: the psychology of personal constructs*. New York: Routledge, 1963.

LAMPERT, M. When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Education Research Journal*, Thousand Oaks, v.27, n.1, p.29-63, 1990.

MONTEIRO, R.; CARRILLO, J.; AGUADED, S. Emergent theorizations in modelling the teaching of two science teachers. *Research in Science Education*, Nova York, v.38, n.3, p.301-319, 2008.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS [NCTM]. *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM, 1989.

PAJARES, F. Teacher's beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, Thousand Oaks, v.62 n. 39, p. 307-332, 1992.

PARK, S.; OLIVER, J. S. Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Sciences Education*, Nova York, v.38, p.261-284, 2008.

PONTE, J. P. et al. *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC, 2007.

PRESTAGE, S.; PERKS, P. Developing teacher knowledge using a tool for creating tasks for the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova York, v.10, p.381-390, 2007.

RIBEIRO, C. M. From modeling the teacher practice to the establishment of relations between the teacher actions and cognitions. In: JOUBERT, M. (Ed.). *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* — British Society for Research into Learning Mathematics, London, v. 28, n. 3, p. 102-107, 2008.

RIBEIRO, C. M. Conhecimento matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. *Bolema*, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 1-26, 2009a.

RIBEIRO, C. M. Possíveis contributos da elaboração de um modelo da prática lectiva para a formação de professores. In: FERREIRA, H. et al. (Org.). *Actas do X Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – investigar, avaliar, descentralizar*. Bragança: SPCE; IPB, 2009b.

RIBEIRO, C. M. Sequência de ações, crenças e conhecimentos num episódio de apresentação do conteúdo: analisando a prática da professora Maria. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIEM), 20., setembro 2009, Viana do Castelo. *Actas...* Braga: Centro de Investigação em Educação (CIEd), Instituto de Educação da Universidade do Minho, 2009c. p. 119-130.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Uma perspectiva cognitiva para a análise de uma aula de matemática do 1.º ciclo: um modelo de apresentação de conteúdo tendo como recurso o desenho no quadro. In: LUENGO, R.; ALFONSO, B.; BLANCO, L. J. (Ed.). *Investigación en Educación Matemática XII*. Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper”; Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), 2008. p. 545-555.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Cognições do professor numa aula de matemática. Paper presented at the *VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (VI CIBEM), Puerto Montt, Chile, 2009a.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica?: Análisis y influencia en la práctica de una maestra. In: SIMPOSIO DE LA SEIEM, INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 13., setembro 2009, Santander. *Actas...*. Santander: SEIEM; Universidade de Cantabria, 2009b. p.415-423

RIBEIRO, C. M.; MARTINS, C. The impact of a Professional Development Program in Teacher's Practice. In: NOVOTNÁ, J.; MORAOVÁ, H. (Ed.) *Proceedings of International Symposium Elementary Maths Teaching (SEMT 09)*, Praga, República Checa: Charles University, Faculty of Education, 2009a. p. 212-219.

RIBEIRO, C. M.; MARTINS, C. O trabalho colaborativo como promotor de desenvolvimento profissional: perspectivas de formandos e formadores do PFCM. In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA – PROFMAT, 25., 2009, Viana do Castelo. *Actas...* APM, 2009b.

RIBEIRO, C. M.; MENDES, O. Mudar as práticas no 1.º ciclo. Perspectivas de uma professora. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIEM), 18., Local. *Actas...*— Ilha Terceira: SEM-SPCE, 2007.

RIBEIRO, C. M.; MONTEIRO, R.; CARRILLO, J. Professional knowledge in an improvisation episode: the importance of a cognitive model. In: DURAND-GUERRIER, V.; SOURY-LAVERGNE, S.; ARZARELLO, F. (Ed.), *Proceedings of the 6<sup>th</sup> Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME6)*. Lyon: ERME, 2009. p. 2030-2039. Disponível em: <<http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/working-group-10>>. Acesso em: 02 jul. 2009

ROCHELLE, J. Choosing and using video equipment for data collection. In: KELLY, A.; LECH, R. (Ed.). *Handbook of research design in mathematics and science education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2000. p.709-732.

ROWLAND, T. The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Nova York, v. 69, p.149-163, 2008.

SAXE, G. *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1991.

SCHANK, R. C.; ABELSON, R. P. *Scripts, plans, goals, and understanding: An inquiry into the human knowledge structures*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1977.

SCHOENFELD, A. H. On modeling teaching. *Issues in Education*, Charlotte, North Carolina, v. 4, n.1, p. 149–162, 1998a.

SCHOENFELD, A. H. Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, Charlotte, North Carolina, v.4, n.1, p.1-94, 1998b.

SCHOENFELD, A. H. Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, Nova York, v. 18, n. 3, p. 243–261, 2000.

SCHOENFELD, A. H.; MINISTRELL, J.; ZEE, E. V. The detailed analysis of an established teacher's non-traditional lesson. *Journal of Mathematical Behavior*, Nova York, v.18, n.3, p. 281–325, 2000.

SCHÖN, D. *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Nova York: Basic Books, Inc., Publishers, 1983.

SCHÖN, D. *Educating the reflective practitioner: Toward a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco, CA: Jossey Bass, 1987.

SERRAZINA, L. *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. 1998. p. 812 Tese (Doutorado) — Universidade de Londres. Associação de Professores de Matemática, Lisboa, 1998.

SERRAZINA, L. A Formação contínua de professores em matemática: o conhecimento e a supervisão em sala de aula e a sua influência na alteração das práticas. *International Journal for Studies in Mathematics Education*, São Paulo, v.2, n.1, 1-23, 2010.

SHERIN, M. G.; SHERIN, B. L.; MADANES, R. Exploring diverse accounts of teacher knowledge. *Journal of Mathematical Behavior*, Nova York, v.18, n. 3, p. 357-375, 2000.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Thousand Oaks, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

STAR, J. R.; STRICKLAND, S. K. Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova York, v.11, n.2, p.107-125, 2008.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Grounded theory in practice*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 1997.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Londres: Sage Publications, 1998.

TAYLOR, M. Encouraging professional growth and mathematics reform through collegial interaction. In: RUBENSTEIN, R.; BRIGHT, G. (Ed.). *Sixty-sixth Yearbook do NCTM: Perspectives on the teaching of mathematics*. Reston, The National Council of Teachers of Mathematics, 2004. p. 219-228.

THOMPSON, A. The relationship of teacher's conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, Nova York, v.15, p.105-127, 1984. THOMPSON, A. Teachers beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: GROWS,

D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Nova York: Macmillan, 1992. p. 127-146.

TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A. Qualified pedagogical reflection as a way to improve mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova York, v.9, p.129-156, 2006.

WILKINS, J. L. M. The relationship among elementary teachers' content knowledge, attitudes, beliefs, and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Nova York, p.139-164, 2008.

*Recebido em 07/10/2009 e aprovado em 12/05/2011*