

Capítulo V

5. Apresentação e análise de dados

5.1. A primeira aula: Os Quadrados

Competências e conteúdos

Começo por referir que os alunos já tinham, do 8º ano, alguma prática de trabalhar com o Sketchpad. No entanto, achei por bem introduzir uma actividade inicial em que o objectivo principal era a exploração do *software*. Ao mesmo tempo, considerei importante tentar desenvolver algumas competências específicas, como sejam:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A predisposição para procurar invariantes em figuras geométricas.

Os conteúdos tratados nesta aula foram:

- Circunferência, raio, diâmetro, ângulos, corda
- Segmento de recta, semi-recta, recta
- Construção e propriedades do quadrado e do hexágono

- Rotações.

Para além destes conteúdos podem surgir durante o decurso da aula outros inicialmente não previstos mas que se tornem oportunos como resultado da própria dinâmica de aula.

Descrição da actividade

Esta actividade (Anexo 1) tem por principal objectivo recordar alguns procedimentos de utilização do Sketchpad já conhecidos do 8º ano. Assim, as tarefas a desenvolver têm um formato mais induzido, isto é, tem informações explícitas e directas acerca dos procedimentos a executar.

A actividade consiste na construção de quadrados e hexágonos. A construção desses polígonos regulares é baseada nas rotações e inclui, no caso do quadrado, a noção de perpendicularidade.

Na primeira tarefa, o quadrado é construído através de perpendiculares e de uma circunferência. O primeiro problema surge com a marcação do diâmetro. Pode acontecer que a decisão dos alunos seja a de utilizar a ferramenta *segmento de recta* para unir dois pontos da circunferência que lhes parecem ser os extremos do diâmetro. Contudo irão aperceber-se, por arrastamento do suposto diâmetro, que este deixa de conter o centro. Assim, terão de arranjar outra solução. Por exemplo, uma opção será usar a ferramenta *segmento de recta* para traçar o raio e seguidamente usar a ferramenta *recta* para traçar uma recta que inclua o raio. Marcar os dois pontos de intersecção dessa recta com a circunferência, esconder o raio e a recta e traçar o diâmetro.

A segunda tarefa consiste na construção do quadrado através de rotações de 90º centradas no centro de uma circunferência, seguidas da união dos pontos de intersecção

dos quatro raios obtidos com a circunferência. Por último, é solicitado que o aluno esconda todos os traços e pontos à exceção dos que formam o quadrado.

A terceira tarefa também consiste na construção de um quadrado, mas agora com rotações de diferentes centros. Surge assim, um novo problema para o aluno: procurar os centros de rotação de maneira a formar o quadrado.

Seguidamente, é solicitada a construção de um hexágono de duas formas distintas: primeiro com rotações a partir do raio e em seguida com rotações de diferentes centros. A construção do hexágono já não está acompanhada de orientações adicionais. Os alunos devem estabelecer a comparação entre o que fizeram para o quadrado e o que necessitam de fazer para o hexágono, repetindo os procedimentos e fazendo o raciocínio para a divisão da circunferência em seis partes iguais. Por último, é necessário desenvolver um raciocínio que conduza à relação entre o comprimento dos lados do hexágono e o raio da circunferência circunscrita. Os alunos devem, por iniciativa própria, medir os lados da figura e verificar que são iguais. A construção efectuada permite verificar, com alguma facilidade (pelo comprimento dos lados ou pela medida dos ângulos), que os triângulos formados pelas rotações do raio e as cordas correspondentes são equiláteros (ver figura 5.1).

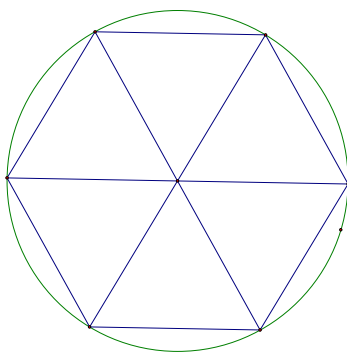


Fig. 5.1. O hexágono

Pede-se, depois da resolução da actividade no computador, que cada grupo de trabalho, elabore um relatório, no qual devem incluir a descrição do processo de construção do hexágono, a relação existente entre o comprimento do raio e dos lados do hexágono e as conclusões tiradas.

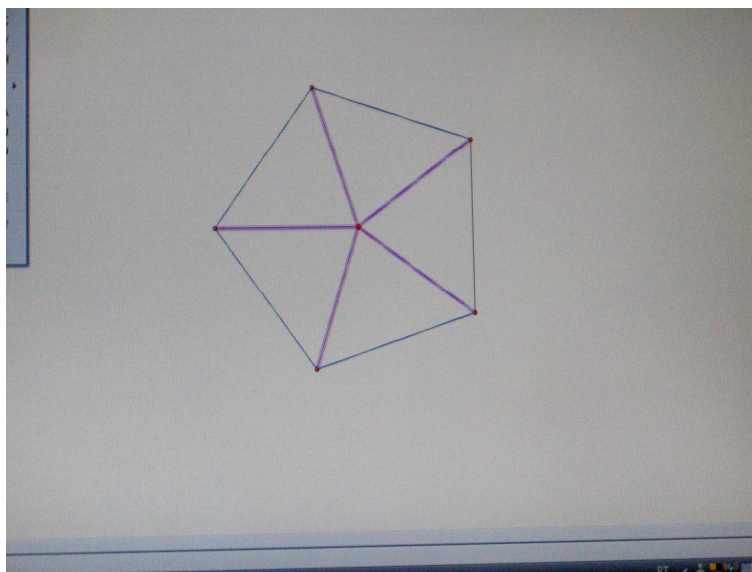
O ambiente da aula

A formação dos grupos mostrou-se adequada. Funcionaram sem incidentes, com bom ritmo e dinâmica de trabalho.



Fotografia 5.1. Panorâmica da sala

As construções no computador e os relatórios foram elaborados com êxito por parte de todos os alunos, no entanto registou-se inicialmente alguma hesitação dos alunos em relação a alguns procedimentos com o software.



Fotografia 5.2. O pentágono

Notei ainda que alguns alunos não tinham presente a noção de segmento de recta, confundindo-a, por vezes, com semi-recta ou recta. De notar que, apesar de ser uma noção básica e que normalmente pensamos estar adquirida, é de uma importância vital, na utilização do Sketchpad. Parece-me complicado para os alunos aperceberem-se destas noções sem ter o contacto físico e visual que a utilização deste software proporciona.

Foi agradável o facto de alguns alunos que normalmente não participam na aula se mostrarem empenhados em realizar as actividades. São alunos que já possuem um historial de fracasso na disciplina de matemática: Tiago e Márcio são dois exemplos. O trabalho de grupo veio facilitar a integração destes alunos nas tarefas, conseguindo evidenciar algumas das suas capacidades e diminuindo as suas dificuldades através da ajuda dos seus colegas de grupo.

Os relatórios e o *feedback*

Um ponto comum a todos os relatórios foi a descrição dos procedimentos. Por exemplo, o caso da Sónia e da Sofia diz o seguinte:

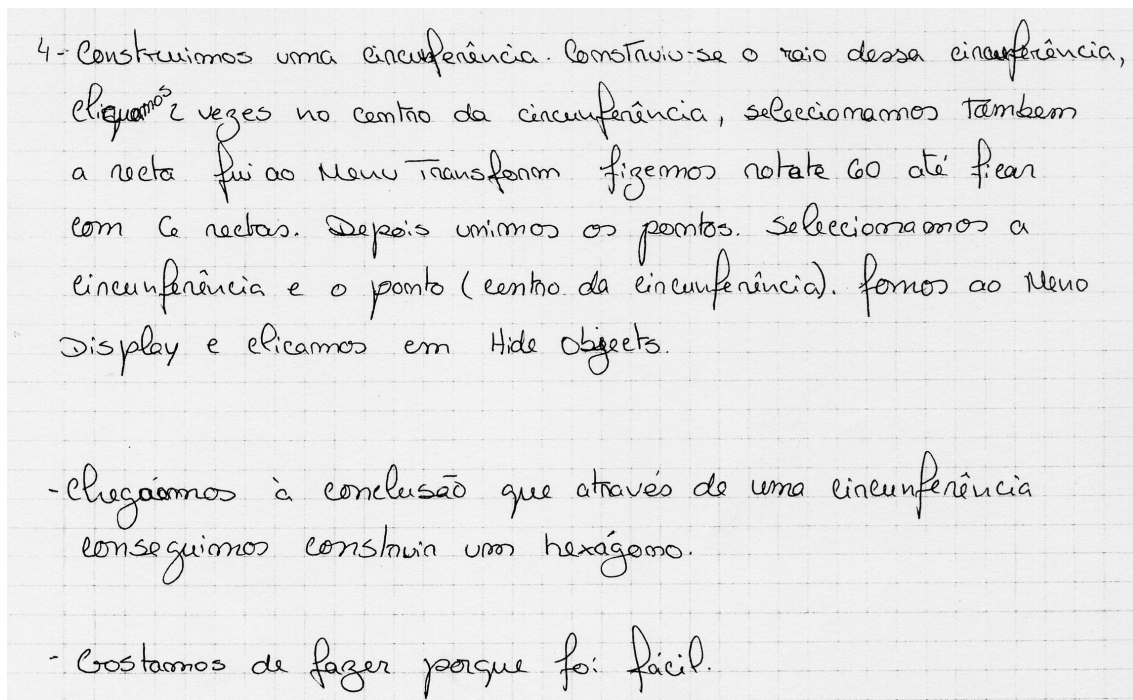


Fig. 5.2. O relatório da Sónia e da Sofia

Outros, como a Suzanne, optaram por uma síntese mais centrada na construção geométrica do que na ferramenta utilizada:

relatório

1. → Eu até achei esta actividade engraçada e relativamente fácil.

2. → Eu tive mais dificuldades em encontrar os pontos necessários para a translação da figura.

3. → Eu construí um pentágono rotando um segmento 72° e depois unindo os pontos. Depois usei o New Tool e fiz a mesma coisa que fiz no ponto 3. Eu tentei encontrar o vector mas não consegui. Depois experimentei com um hexágono. Agora já deu. Não sei porquê.

Fig. 5.3. O relatório da Suzanne

Com o intuito de localizar e enquadrar a informação obtida através dos relatórios decidi elaborar um quadro síntese. À semelhança do que foi referido no capítulo anterior referente à metodologia usada. Um relato pode ser realizado de diversas formas. Poderá ter um formato mais ou menos descritivo. Esse relato poderá incidir mais na descrição de procedimentos ou conceitos e/ou raciocínios.

RELATÓRIOS	Relato da construção	Questão do hexágono	Parecer
Suzanne	Conceptual	Justificou	Fácil
Sónia e Sofia	Procedimentos	Não responderam	Fácil
Márcio e João	Conceptual	Não Justificaram	Dificuldade média. Divertida
Débora e Jéssica	Conceptual Raciocínio	Justificaram	Fácil Dificuldades no relatório
Carlos e Tiago	Conceptual Raciocínio	Não responderam	Fácil Gostaram
Bianca e Manuela	Conceptual	Justificaram	Gostaram Aprenderam
Ana e Marta	Procedimental	Justificaram	Interessante Complicada

Quadro 5.1. Relatórios dos quadrados

Um exemplo do *feedback* dado aos alunos com a avaliação do relatório, com síntese descritiva e menção, para o caso do Carlos e Tiago, é:

Descreveram muito bem o vosso procedimento e raciocínio para o 4.1,

no entanto, não responderam ao 4.2. Porquê?

Classificação: Satisfaz

Há uma primeira preocupação em dar um reforço positivo, enaltecendo o que fizeram bem, seguida de uma chamada de atenção para o que lhes faltou fazer, de modo a que, nos próximos relatórios, consigam melhorar. De uma maneira geral, os alunos, obtiveram boas classificações que oscilaram entre o Satisfaz e o Satisfaz Bastante.

Os relatórios foram posteriormente corrigidos para que no início de cada aula os alunos recebessem a classificação e uma síntese descritiva, contendo o feedback sobre o trabalho produzido.

Apreciação crítica da aula

As opiniões dos alunos dividiram-se acerca da dificuldade da tarefa, entre ser fácil e ser complicada. Curiosamente, o grupo das alunas com melhor nível na disciplina foi o que achou a tarefa complicada. Relativamente aos relatórios, fui surpreendido com dois aspectos, um positivo e outro negativo. O que considero positivo foi a extensão de alguns dos trabalhos apresentados pelos alunos. Apesar de ter pedido para o fazerem de forma o mais detalhada possível, não esperava que produzissem textos tão pormenorizados relativamente a conceitos e procedimentos. Quanto aos raciocínios, notei que a maioria dos alunos tem alguma dificuldade em exprimi-los. Em particular, a ideia da divisão da circunferência em seis partes iguais não aparece em nenhum relatório. Contudo, este raciocínio foi produzido por eles próprios durante a actividade. Tive a preocupação de não o desvendar e apenas dei algumas pistas que lhes permitiram alcançar o que era esperado. Constatei que, embora os alunos tenham sido capazes de desenvolver um determinado raciocínio, eles não conseguiram explicitá-lo posteriormente.

5.2. A segunda aula: O Relógio

Competências e conteúdos

Com esta actividade (Anexo 2) pretende-se desenvolver nos alunos as seguintes competências específicas:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A predisposição para identificar transformações geométricas;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Os conteúdos a abordar são nesta aula são:

- Circunferência, raio e ângulos;
- Rotações e propriedades.

Tal como sucedeu na aula anterior, podem sempre surgir no decorrer da aula outros conteúdos inicialmente não previstos mas que se tornem oportunos como resultado da própria dinâmica de aula.

Descrição da actividade

A primeira tarefa desta actividade consiste na construção de um relógio (ver anexo 2). Para esta construção, em vez de fornecer de uma sequência de instruções optou-se por apresentar aos alunos as seguintes figuras:

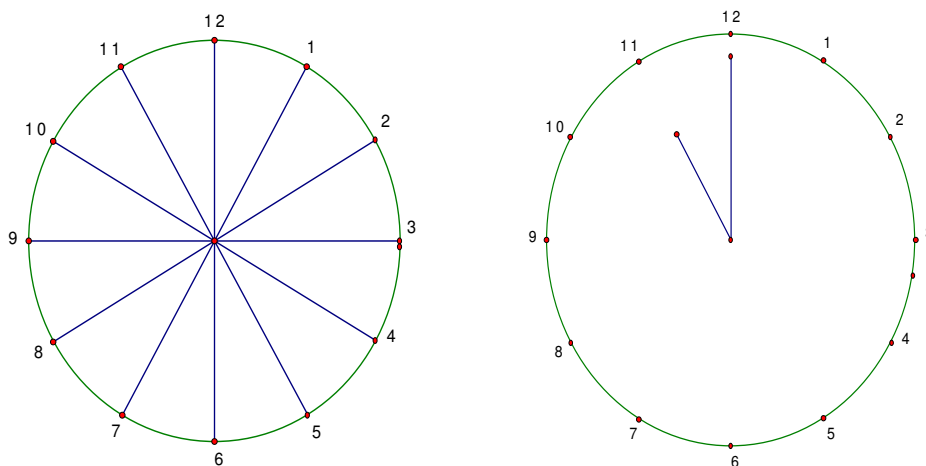


Fig. 5.4. O relógio

A partir da análise das figuras os alunos devem ser capazes de construir o relógio. Devem perceber que se tratam de rotações do raio centradas no centro da circunferência e de amplitude $\frac{360}{12} = 30^\circ$. Para passar à segunda imagem basta esconder os raios e construir os segmentos de recta que representam os ponteiros dos minutos e das horas.

Construído o relógio propõe-se que o aluno experimente algumas rotações dos ponteiros: executando rotações de amplitudes dadas ou, inversamente, dando as horas e pedindo as amplitudes. Seguidamente, pretende-se que o aluno conjecture e verifique que podem existir várias respostas (amplitudes positivas, negativas e múltiplas de 360°) e explicita o facto de existirem infinitas soluções.

Na fase seguinte é proposto que se ponham os ponteiros a rodar. O facto de não serem dadas mais explicações constitui um problema que necessita alguma reflexão e

raciocínio por parte dos alunos. Estes deverão aperceber-se que a extremidade dos ponteiros deve mover-se ao longo de duas circunferências. Assim, devem construí-las e inserir-lhes as extremidades dos ponteiros, pô-las a rodar e esconder as circunferências.

Por último, são fornecidas algumas indicações para que a elaboração do relatório da tarefa: o parecer do aluno sobre a actividade, as principais dificuldades sentidas, e as conclusões tiradas.

O ambiente da aula

Na aula em que decorreu esta actividade, esteve presente a professora Sílvia Reis que amavelmente se disponibilizou para me ajudar nesta a aula com tecnologias. Desta forma o apoio aos alunos na sala de aula, nomeadamente no esclarecimento de dúvidas, tornou-se uma tarefa menos difícil para mim.



Fotografia 5.3. Esclarecimento de dúvidas

As construções foram concluídas com êxito por todos os alunos, embora tenham surgido algumas dúvidas. Tanto eu como a minha colega tentámos colocar questões aos alunos que os levassem a ultrapassar as dúvidas existentes. A principal dificuldade, tal como eu previa, surgiu na animação dos ponteiros do relógio. Fiz notar aos alunos que as extremidades dos ponteiros se deslocavam formando duas circunferências. Esta indicação foi determinante para alguns alunos chegarem ao que se pretendia. Na sala de aula ouviram-se algumas exclamações de regozijo quando os ponteiros do relógio começaram a rodar (Marta e da Ana). Outros, como o Carlos e o Tiago ou a Suzanne, construíram os ponteiros com o ponto de construção das circunferências e concluíram que alguma coisa não estava bem quando fizeram a animação. Sugeri-lhes então que experimentassem construir uma circunferência e arrastar um ponto que lhe pertença. Os alunos assim o fizeram testando primeiro com o ponto de construção da circunferência e depois com um ponto colocado por eles na circunferência. Verificaram que, no primeiro caso, se movia aleatoriamente e no segundo se movia dentro da circunferência. Esta experiência chegou-lhes para que pudessem completar o raciocínio e colocar os ponteiros a rodar.

Os alunos ficaram empolgados pelo facto de conseguirem “dominar” o movimento dos ponteiros.

Os relatórios e o *feedback*

RELATÓRIOS	Relato	Questão das rotações	Parecer
Suzanne	Conceptual	Justificou	Complicado
Sónia e Sofia	Conceptual Pouco descritiva	Identificaram	Divertido
Márcio	Conceptual Pouco descritiva	Não Identificou	Interessante; complicada e difícil
Jéssica	Conceptual Raciocínio	Não identificou total, justificou	Muito engraçada; um pouco difícil
Carlos e Tiago	Conceptual	Não identificaram	Bocadinho difícil as animações Dificuldades tornam engraçado
Manuela	Conceptual Raciocínio	Justificou	Gostou – Algumas dificuldades
Ana e Marta	Procedimental Raciocínio	Justificaram	Interessante Animação: confuso

Quadro 5.2. Relatórios do relógio

Relativamente à elaboração dos relatórios, notou-se uma melhoria generalizada no cuidado da elaboração dos mesmos. Foram excepção a Ana e a Sónia que continuaram a retirar pouca informação daquilo que fizeram ao longo da actividade. Todos os alunos referiram as dificuldades em movimentar os ponteiros. Saliento pela positiva as alunas: Suzanne e Manuela, que apesar de estarem nesta aula a trabalhar individualmente, conseguiram elaborar excelentes relatórios. A Manuela chegou a referir no relatório que o uso das potencialidades do Sketchpad os poderia “ajudar no futuro”. A Suzanne, no final do relatório, mostrou alguma preocupação com a utilização

do Sketchpad numa situação de teste escrito, referindo ter algumas dificuldades no seu uso e não possuir este software para praticar em casa. Decidi deixar para a aula seguinte a resposta a este problema.

A classificação dos relatórios variou entre o Satisfaz e o Excelente.

Um exemplo de um relatório com a classificação de Satisfaz, foi o do Márcio, que noutros contextos, não produzia nada na aula de matemática e que tem um historial de classificações negativas à disciplina:

Muito bem Márcio. Conseguieste completar a actividade. Também podes incluir, no relatório, descrições do que fizeste na actividade.

Classificação: Satisfaz

A menção de satisfaz é um reflexo, não só dos resultados alcançados pelo aluno, mas principalmente do esforço desenvolvido para completar sozinho a tarefa. O reforço positivo dado ao aluno revelou-se decisivo para a continuação do seu trabalho nas aulas seguintes.

Apreciação crítica da aula

Os alunos aceitaram perfeitamente a presença da professora Sílvia Reis na aula, colocando dúvidas, quer a um que a outro professor. Mantendo um comportamento exemplar e empenhando-se entusiasticamente na resolução desta actividade. O momento mais alto da aula registou-se quando os alunos conseguiram, por eles próprios (tive o cuidado de não dar a solução), pôr os ponteiros a rodar, mostrando prazer pelo seu feito. A transição entre as tarefas no sketchpad e a elaboração do relatório foi feita

de uma forma simples e gradual. Isto permitiu que cada grupo assumisse o controle da gestão do tempo.

5.3. A terceira aula: O Moinho

Competências e conteúdos

As competências específicas a desenvolver com esta actividade são:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A predisposição para identificar transformações geométricas.
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Os conteúdos a abordar são:

- Circunferência, raio, corda, ângulos,
- Recta e segmento de recta,
- Eixo de simetria;
- Vértices

- Classificação de triângulos;
- Rotações e propriedades
- Simetria axial.

Descrição da actividade

A actividade 2 (Anexo 3) consiste na construção de um moinho. À semelhança da actividade anterior começa com a construção de uma circunferência. Seguidamente é solicitado ao aluno a construção de um triângulo acutângulo no interior da circunferência, este triângulo tem como lados dois raios da circunferência e a corda correspondente ao ângulo ao centro, como se pode ver na figura seguinte:

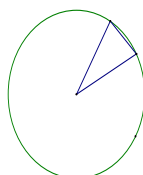


Fig. 5.5. O triângulo

Depois o aluno “preenche” o triângulo e roda-o em torno do centro da circunferência com uma amplitude de 60° , inserindo-lhe um segmento de recta. Eis o aspecto do moinho resultante:

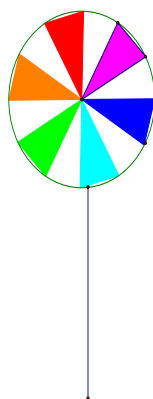


Fig. 5.6. O moinho

Seguidamente é solicitado que o aluno faça uma reflexão do moinho ficando:

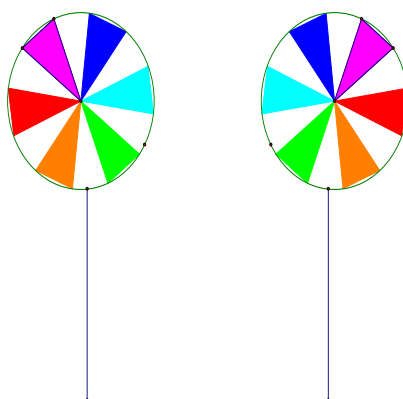


Fig. 5.7. Os moinhos

Na minha opinião, esta actividade não oferece grandes dificuldades de execução, pelo que não devem surgir grandes dúvidas. Penso que os maiores obstáculos surgem na elaboração do relatório onde devem constar: o parecer do aluno, a descrição das maiores dificuldades e a resposta a uma questão:

“ Explica porque é que a rotação do triângulo inicial foi de 60° . Seria possível com outras amplitudes? Se sim, quais?”

Esta questão/problema está dividida em duas partes. Para dar primeira resposta é necessário, que o aluno, faça uso do seu raciocínio lógico. Para responder à questão formulada em segundo lugar, o aluno deve-se basear na sua experimentação e formulação de conjecturas.

O ambiente da aula

A aula começou com uma pequena abordagem dos relatórios produzidos na actividade anterior, dando especial ênfase às boas prestações dos alunos. Destaquei a possibilidade de melhoria por parte da Sónia e da Ana dizendo para explicitarem melhor os procedimentos e raciocínios efectuados. Os alunos obtiveram *feedback* oral e escrito dos relatórios e do seu desempenho na realização da actividade.



Fotografia 5.4. Panorâmica com dois grupos a trabalhar

Procurando dar resposta à questão levantada pela Suzane informei os alunos que podiam ter acesso à versão experimental do Sketchpad para utilizarem em casa.

Relativamente à actividade em si, as construções foram elaboradas com êxito por parte de todos os alunos. Os alunos praticamente não tiveram dificuldades na construção e animação do moinho, excepção feita aos pares: João e Pedro, e Débora e Jéssica. As dificuldades surgidas prendem-se com o facto de três destes alunos terem faltado à última aula. A Jéssica que esteve presente parece não ter reparado que o ponto com o

qual a circunferência é construída não serve para rodar sobre ela. À semelhança do que tinha feito com outros alunos na aula anterior, sugeri então que experimentasse construir uma circunferência e arrastar um ponto que lhe pertença. A aluna assim o fez testando primeiro com o ponto de construção da circunferência e depois um ponto colocado por ela na circunferência. Verificou que no primeiro caso se movia aleatoriamente e no segundo se movia dentro da circunferência. Esta experiência chegou-lhe para que pudesse completar o raciocínio e colocar as pás a rodar.



Fotografia 5.5. Um grupo a trabalhar

Pontualmente, notei que alguns alunos se levantavam, sem pedir autorização, que para encetar diálogos com outros grupos, quer para elaborar relatórios ou recolher material. Dominei o meu ímpeto inicial de interromper estes alunos.

Os grupos trabalharam a um bom ritmo e sem grandes diferenças de tempo de concretização. Todos os alunos terminaram o relatório dentro do tempo previsto para a aula.

Os relatórios e o *feedback*

A elaboração do relatório é já encarada de uma forma natural pelos meus alunos. O João e do Pedro mostraram inicialmente algumas dificuldades, mas rapidamente as ultrapassaram. O ponto três do relatório exigia uma maior reflexão por parte dos alunos. A maioria dos grupos o conseguiu notar e/ou justificar a possibilidade de termos rotações superiores ou iguais a 60° e divisores de 360° . Nesta justificação, quando questionado pelos alunos apelei à sua própria experimentação.

RELATÓRIOS	Relato	Questão das rotações	Parecer
Suzanne e Márcio	Conceptual Pouco Descritiva	Justificaram	± Fácil
Sónia e Sofia	Raciocínio	Justificaram	Fácil e interessante
Pedro	Raciocínio	Não justificou total	Médio Gosta muito
Débora e Jéssica	Raciocínio	Não justificaram total	Divertida + Difícil a reflexão
Carlos e Tiago	Conceptual	Não justificaram total	Gostaram + Difícil a reflexão
Bianca e Manuela	Raciocínio	Justificaram	Fácil
Ana e Marta	Raciocínio	Justificaram	Interessante Acessível

Quadro 5.3. Relatórios do moinho

O *feedback* dado no início da aula, em particular, o apelo feito à Sónia e à Sofia contribuiu para uma melhoria do relatório destas alunas tal como eu previa.

Muito bem. Desta vez focaram quase todos os pontos essenciais.

Faltou apenas dar alguns exemplos de rotações possíveis.

Classificação: Satisfaz Bastante

Apreciação crítica da aula

Mais uma vez o apelo à experimentação foi, a meu ver, fundamental. Nos relatórios a descrição de procedimentos: mais descritiva, mais a nível de procedimentos, ou incluindo mais raciocínio depende, não só do grupo de trabalho mas também do tipo de actividade e das indicações dadas, na ficha de trabalho, para a elaboração do relatório. Fiquei bastante satisfeito ao verificar que o *feedback* tem produzido bons resultados, pois os alunos têm melhorado significativamente o seu desempenho.

Nas aulas que não integraram o computador os alunos nunca se levantaram sem pedir autorização. Estranhei o facto de tomarem esta atitude de uma forma natural. O facto de ter resistido a uma chamada de atenção e a opção de deixar os alunos circularem livremente pela sala, quando necessitavam de trocar ideias ou simplesmente para recolha de material ou elaboração de relatórios, foi a meu ver acertada. Pois, esta circulação era feita de forma pontual, e assim não criei interferências na gestão do seu processo de aprendizagem.

5.4. A quarta aula: A Corrente e o Caleidoscópio

Competências e conteúdos

Com as tarefas propostas nesta aula pretendi desenvolver as competências:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

E os seguintes conteúdos:

- Circunferência, raio, diâmetro, ângulo
- Recta, semi-recta, segmento de recta e ponto médio
- Perpendicularidade;
- Vectores e propriedades;
- Translações, rotações, reflexões e simetria.

Esta aula incluiu duas tarefas: a actividade 3, com o respectivo relatório e a actividade

4.

Actividade 3 – A corrente

Descrição da actividade

A actividade 3 (Anexo 4) consiste na construção de uma corrente. Em primeiro lugar é fornecida a figura final que os alunos devem obter:

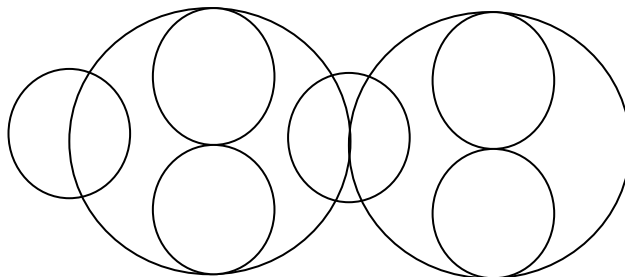


Fig. 5.8. A corrente

À semelhança das actividades anteriores, também aqui é necessário construir uma circunferência. Esta construção é seguida da construção do seu diâmetro. Depois é marcado o ponto médio, do segmento de recta, pertencente ao diâmetro, com uma das extremidades na circunferência e a outra no centro da circunferência. Esse ponto servirá para delimitar o raio de uma nova circunferência (menor) com centro na intersecção do diâmetro com a circunferência:

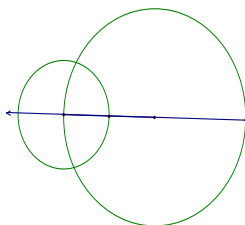


Fig. 5.9. Duas circunferências

Depois de cumprida esta tarefa, os alunos devem construir uma perpendicular ao diâmetro que passe pelo centro da circunferência maior com vista a marcar os centros

das circunferências menores que estão colocadas nas extremidades verticais da figura inicial. Repete-se os procedimentos utilizados na construção da circunferência menor ficando:

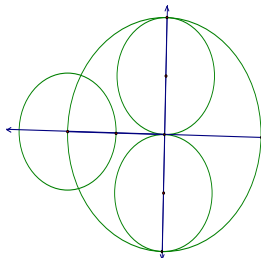


Fig. 5.10. Elo da corrente

Por fim, é sugerida a repetição do desenho através de várias translações para completar a corrente, e a escolha de várias cores para embelezamento.

O parecer do aluno, as suas dificuldades e a descrição da construção de um friso com outras figuras, são as indicações a incluir no relatório final.

O ambiente da aula

Depois da entrega dos relatórios, fez-se a entrega e preenchimento de alguns questionários. Com estes questionários pretendia conhecer, mais aprofundadamente, a opinião dos alunos sobre as aulas e a avaliação (ver anexo 10).

No início da actividade três, os alunos necessitavam de construir o ponto médio no raio da circunferência e só tinham desenhado uma recta ou semi-recta a passar pelo centro da circunferência. Registei o seguinte diálogo:

Marta: *Professor como é que construímos aqui o ponto médio?*

Professor: *Está a tentar construir um ponto médio onde? Clique lá, seleccione onde quer pôr o ponto médio.*

Marta: *Como é que se faz o “midpoint”?*

Professor: *Está a tentar colocar um ponto médio onde?*

Marta: *Aqui no meio.*

Professor: *Clique lá, seleccione onde quer colocar o ponto médio.*

Marta: *Ali.* (Disse a aluna apontando para o raio).

Professor: *Então temos de ter esse segmento de recta. É necessário ter o segmento de recta para colocar o ponto médio.*

A aluna não percebia porque é que a opção *Midpoint* não estava disponível, pois tinha seleccionado a semi-recta. Assim, comecei por questioná-la sobre a entidade onde queria colocar o ponto médio. Não foi suficiente para que a aluna se apercebesse do que lhe faltava. Assim, cedi alguma informação para que a aluna pudesse construir o segmento de recta e o respectivo ponto médio. Como me foi dado a observar este tipo de dúvida é natural nesta fase inicial, quando os alunos ainda não estão habituados ao raciocínio geométrico que o próprio software exige. Apesar de ter facultado alguma ajuda, a informação não foi dada na sua totalidade, foi a aluna que efectuou a construção necessária, desenvolvendo a aptidão para realizar construções geométricas.

Na actividade era pedido inicialmente para construir um diâmetro. O Pedro, com a ferramenta segmento de recta, estava a colocar um segmento de recta duma extremidade a outra da circunferência, passando por cima do centro.

Professor: *Tente arrastar esse diâmetro Pedro.* (O Pedro notou que o diâmetro não passava pelo centro).

Professor: *Um diâmetro tem que passar obrigatoriamente pelo centro! O Pedro conseguiu fazer o pretendido com a ferramenta da semi-recta.*

Pedro: *Está torto!*

Professor: *Está torto mas não faz mal, o que interessa é que é um diâmetro e temos a certeza que passa pelo centro.*

Com alguma frequência as minhas indicações são repetições do que está escrito nas fichas de trabalho. Noutras, com alunos como o Pedro, com menos prática, tive que ser mais directo: O Pedro fez “manualmente” os segmentos de recta, que segundo ele estavam na horizontal e vertical. Mas por muito que se tentasse um dos segmentos não ficava bem na horizontal. Chamei-lhe a atenção dizendo-lhe que para termos a garantia que os segmentos eram perpendiculares tínhamos que “dizer” ao programa para os fazer perpendiculares.

Noutras situações bastou apelar para as experiências anteriores, como no caso que em seguida apresento:

Jessica: Professor, não consigo pôr aqui o ponto médio!

Professor: Onde é que quer pôr o ponto médio?

Jessica: Aqui na perpendicular.

Professor: Em toda a perpendicular ou só numa parte?

Jessica: Só nesta parte.

Professor: Como é que fizeste há bocado para marcares o ponto médio?

Depois de “marcado” o vector, nas translações os alunos, na sua maioria, não seleccionavam a figura com a qual iriam fazer a translação. Nestes casos, perguntava o que pretendiam “passar para o outro lado” ou “transportar”. Sendo essa questão suficiente em alguns casos. Noutros, era necessário acrescentar que tinham de seleccionar o que pretendiam “levar” na translação. Noutros bastou relembrar o significado de vector associado à translação.

Ana: *Professor aqui deu mal.* (Comentou a aluna, referindo-se à translação).

Professor: *Para fazer a translação temos de marcar um vector. Que vector é que marcou?*

Ana: *Não sei.*

Professor: *Então vamos voltar atrás ... atrás...Vamos fazer andar esta figura daqui para ali. Vamos marcar um vector que tenha este sentido e este comprimento.*

Ana Santana: *Já marquei.*

Professor: *Agora faz a translação associada a este vector.*

Ou ainda:

Suzanne: *Como é que eu faço para a figura ir para o lado?*

Professor: *Tem de marcar um vector que tenha esse sentido. Daqui para ali; e qual é o comprimento?*

Suzanne: *È o mesmo que está aqui.*

Professor: *Então vamos marcar esses pontos.*

Notei que os alunos tiveram, de uma forma geral, alguma dificuldade em construir as translações, o que se compreende devido à dificuldade associada à própria noção de vector.

Os relatórios e o *feedback*

Ao terminarem o friso denominado “corrente” os alunos elaboraram o relatório da actividade.

RELATÓRIOS	Relato	Experimentação	Parecer
Suzanne e Márcio	Conceptual; Procedimental	- Elaborada	- Difícil
Sónia e Sofia	Conceptual	- Elaborada	Fácil e interessante
Pedro e João	Conceptual; Procedimental	+ Elaborada	Fácil
Débora e Jéssica	Conceptual	+ Elaborada	Divertida, engraçada e fácil
Bianca e Manuela	Conceptual	+ Elaborada	Complicada mas gostaram
Ana e Marta	Conceptual Procedimental	+ Elaborada	Interessante Fácil

Quadro 5.4. Relatórios da corrente

Todos os grupos referiram ter tido dificuldades na translação, à excepção do grupo da Ana e da Marta.

Um exemplo de uma descrição mais elaborada que refere alguns procedimentos é a da Ana e Marta:

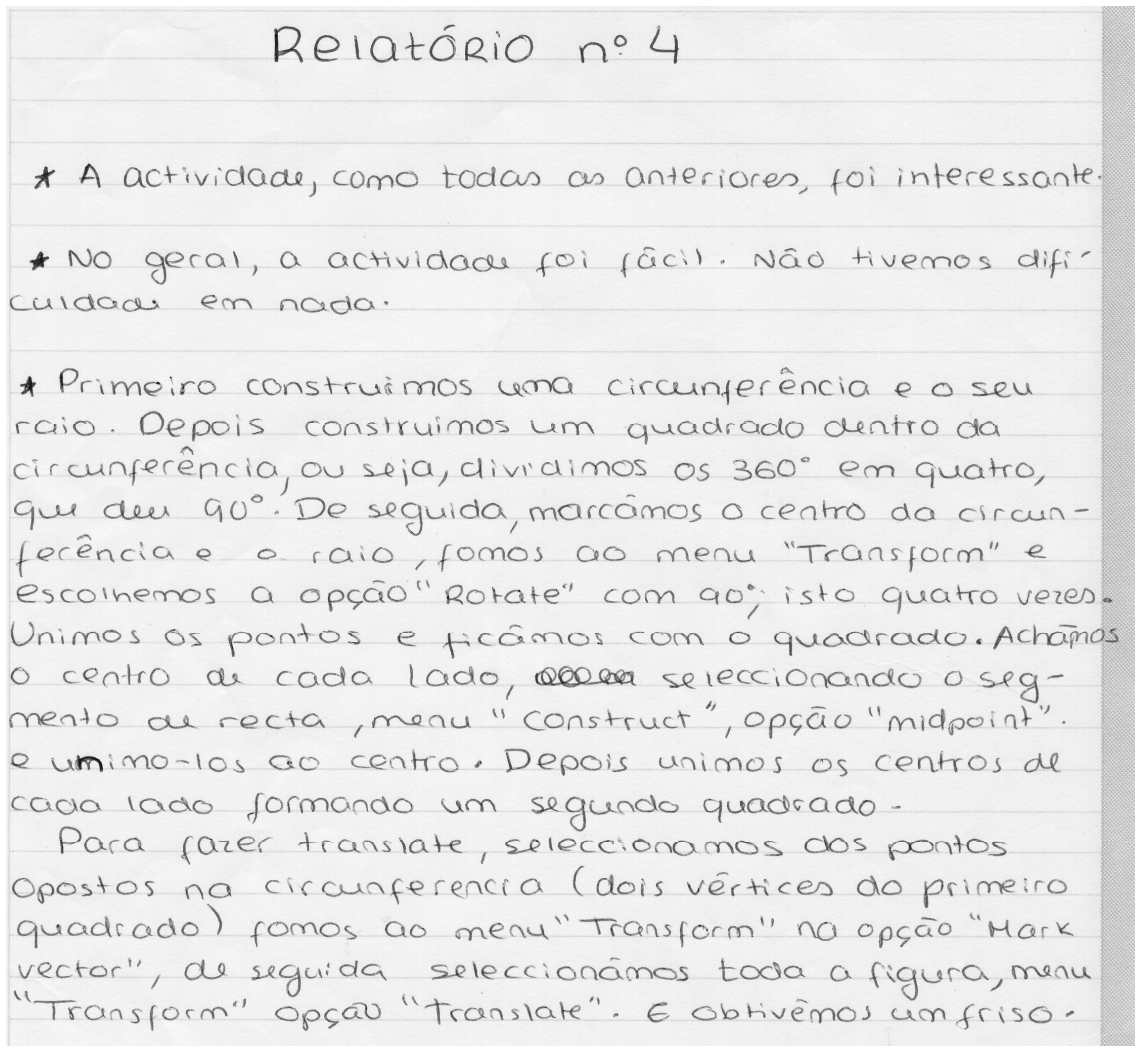


Fig. 5.11. O relatório n.º4

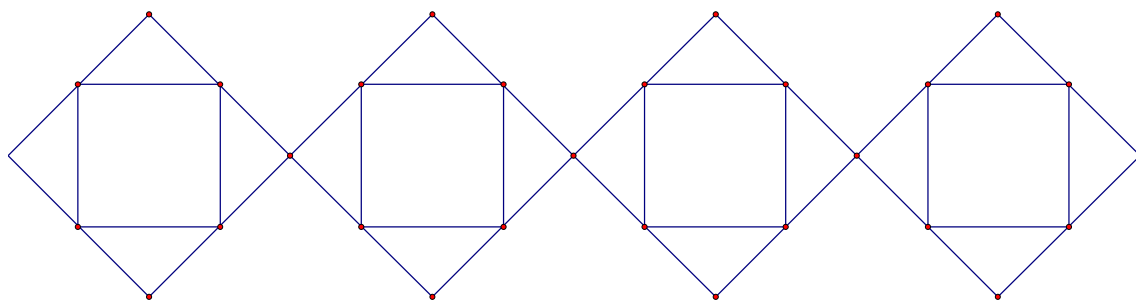


Fig. 5.12. Um friso quadrangular

O feedback escrito, para o relatório destas alunas, foi:

Parabéns. Descreveram muito bem a vossa construção.

Classificação: Excelente

Actividade 4 – O caleidoscópico

Descrição da actividade

A actividade 4 (Anexo 5) consiste na construção de um caleidoscópico. Em primeiro lugar, sugere-se a construção de um triângulo com ângulos de 30° , 60° , e 90° usando rotações. Ao não fornecer mais indicações, esta tarefa pode tornar-se uma situação problemática para o aluno. Assim, torna-se necessário recorrer à experimentação. Começa-se por construir um segmento, faz-se uma rotação de 30° com centro numa das suas extremidades, depois escolhe-se um dos extremos dos segmentos de recta para que uma rotação de 60° ou -60° complete o triângulo. O ângulo de 90° surge, naturalmente, delimitado pelos segmentos de recta que formam o triângulo. Em seguida, marcam-se dois pontos, em dois lados do triângulo, une-se cada ponto ao vértice oposto ao lado a que pertence. Pode-se colorir as partes interiores e colocar os lados do triângulo a tracejado como mostra a sequência de figuras.

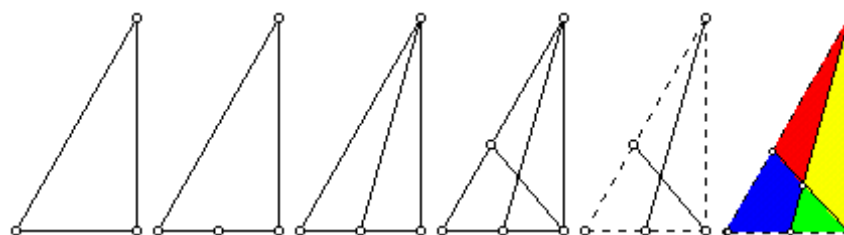


Fig. 5.13. Uma sequência de triângulos

Marca-se um dos lados do triângulo como eixo de simetria, selecciona-se toda a figura e faz-se uma reflexão. Depois de dar estas indicações apresento, na ficha de actividades, o produto final:

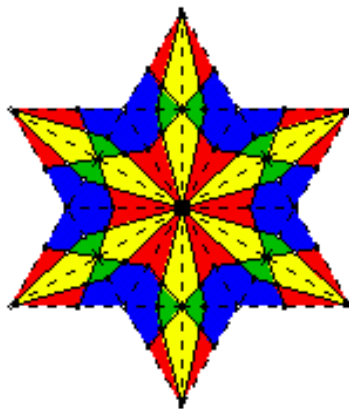


Fig. 5.14. O caleidoscópico

Neste caso, os alunos, devem efectuar várias reflexões consecutivas. O triângulo que construíram é apenas uma pequena parte da figura. Para poderem completá-la devem pensar qual a melhor escolha para o eixo de reflexão e o que devem seleccionar para reflectir. Por último, a parte mais interessante e motivadora para o aluno: pôr o caleidoscópico em movimento. De modo a satisfazer esse intuito sugere-se a criação de um botão de movimento, seleccionando de antemão os dois pontos construídos nos lados do triângulo inicial.

O ambiente da aula

Alguns alunos tiveram dificuldade em desenhar um triângulo com os ângulos indicados. Começaram por tentar usar as rotações e surgiram alguns problemas. A Sónia e a Manuela experimentaram as rotações mas não mudaram o centro, não conseguindo, por isso, obter um triângulo. Na construção do triângulo, a Jéssica percebeu que teria de

mudar o centro de rotação, marcou os ângulos de 30° e 60° mas não se apercebeu de que o ângulo de 90° surge naturalmente por construção.

Coloquei no quadro interactivo o caleidoscópio a abrir e fechar, com o intuito de motivar os alunos. Ouviu-se, de imediato uma exclamação vinda da Ana:

Ah! Que giro.

O Pedro, a Jéssica e a Manuela tiveram algumas dificuldades pois foram buscar dois pontos estáticos para a animação. Depois de analisar com eles a situação, concluímos que os pontos inicialmente pedidos de marcação arbitrária, nos lados do triângulo, tinham sido marcados como ponto médio, e que assim sendo, eram estáticos. Os alunos tiveram que refazer o trabalho.

Noutros casos, as dificuldades surgiram para encontrar o ponto que “mexe”. Neste caso, foi através da experimentação que os alunos ultrapassaram os obstáculos.

Apreciação crítica da aula

Na execução das actividades houve, como de costume, empenho por parte de todos os alunos, “inovadores” ou “tradicionalistas” mais adeptos ou mais resistentes à utilização do computador. Palmira Ferreira (2007) na sua tese de mestrado refere que os alunos considerados tradicionais “analíticos convictos” são, por norma, alunos que têm boas notas e que normalmente optam pela resolução de papel e lápis por a acharem mais meritória.

Na actividade quatro, construção de um caleidoscópio, parece terem surgido mais dificuldades do que nas anteriores. De tal forma que nem todos os alunos conseguiram concluir a actividade com sucesso. Uma das razões desta dificuldade deve-

se ao facto dos alunos inicialmente marcarem um ponto médio em vez de um ponto “livre”. Quando, no final da actividade, os alunos são solicitados a usar a sua imaginação, notei uma certa dificuldade e embaraço. Penso que este facto está conectado com a falta de hábito. Por norma, nas aulas mais tradicionalistas a criação e a imaginação são limitadas ao aluno, pois este deve seguir o que o professor pensa e raramente se questiona, aceitando tudo como verdades inquestionáveis.

As respostas aos questionários distribuídos revelaram que, na generalidade, os alunos consideram as actividades no sketchpad relativamente fáceis, divertidas e entendem a matéria. Os alunos também consideram, a elaboração de relatórios uma boa ideia. Estão conscientes de terem boas prestações e de estarem a ser avaliados correctamente. Chegam inclusive a considerar que estas aulas os ajudam a ver a matemática de outra forma. No entanto também pensam que estas aulas lhes são pouco úteis e que de pouco ou nada lhes serve como preparação para o exame. Assim, decidi seleccionar algumas questões de exames anteriores, com os conteúdos estudados com o sketchpad, para entregar na próxima aula.

Pelo caminho, um incidente crítico

As tensões provocadas pelos Exames

Depois da aula que acabei de apresentar tomei conhecimento, através da directora de turma destes alunos, que alguns encarregados de educação estavam preocupados com a proximidade do teste intermédio e com o facto de estarmos a trabalhar nas aulas com o computador. Na opinião dos pais, eu não estava a desenvolver

o trabalho mais eficaz para preparar os alunos para a prova intermédia que se aproximava.

Tomei a iniciativa de responder por escrito aos encarregados de educação. A carta (anexo 12) foi enviada a todos os encarregados de educação dos alunos desta turma.

Dias antes, tinha realizado um questionário (anexo 10) aos alunos com o objectivo de conhecer melhor a opinião deles sobre as aulas com tecnologias. Da análise dos mesmos pude apurar que vários alunos consideravam que as actividades realizadas no Sketchpad pouco ou nada ajudavam na preparação para os testes. Esta opinião era defendida pela Marta, Débora, Bianca, Suzanne, Ana e Sónia. Estas alunas parecem considerar que o trabalho no computador não melhora as suas capacidades para o desempenho em tarefas com o papel e lápis. Do meu ponto de vista, esta ideia poderia ser contrariada quando lhes apresentasse algumas questões de exame que envolvessem estes conteúdos. Os alunos, à semelhança dos encarregados de educação, não parecem estar conscientes de que os conhecimentos que estão a desenvolver podem revelar-se muito importantes, mesmo numa prova de papel e lápis. De um modo geral, os estudantes desta turma estão habituados a funcionar em função das notas dos testes e dos resultados finais. É natural que surja alguma preocupação quando as práticas da sala de aula fogem ao tradicional, isto é, quando na aula surge o computador que não está presente nos testes intermédios ou no exame final de 9º ano. Na minha opinião, é um reflexo da forma como os alunos encaram a Escola. A expressão de Daniel Sampaio (Sampaio, 1996) “a profissão aluno” é exemplo disso. Os nossos alunos estão transformados em “profissionais dos testes” que avalia não as suas capacidades, mas potencialidades que cada tem de responder nos testes e conseguir uma boa nota. Penso que podemos dividir os alunos em duas categorias: os *tradicionais*, que apreciam e se

sentem seguros com as aulas rotineiras de resolução de exercícios e com recurso ao papel, e os *inovadores*, que apreciam aulas “diferentes” porque consideram as outras aulas pouco interessantes e motivadoras. Nesta turma, tal como aconteceu no estudo realizado por Ferreira (2007) são as alunas que costumam obter níveis mais elevados que menos apreciam e valorizam as aulas com o computador. Por outro lado, são os alunos com mais dificuldades que mais apreciam e valorizam a utilização do computador na sala de aula, pois este vem contribuir para algum desenvolvimento e participação nas aulas, o que de outra forma seria pouco provável. No meu entender, cabe ao professor a tarefa difícil de mostrar aos alunos que a utilização do computador e o recurso a formas alternativas de avaliação, como por exemplo, os relatórios escritos, se traduz num benefício para as aprendizagens.

5.5. Quinta aula: O Fantasma

Competências e conteúdos

As competências específicas a desenvolver nesta aula são:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;

- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Os conteúdos abordados foram os seguintes:

- Circunferência, raio, diâmetro, arco de circunferência
- Segmento de recta e ponto médio
- Perpendicularidade;
- Vectores e propriedades;
- Rotações

Descrição da actividade

A actividade 5 (Anexo 6) consiste na construção de uma pavimentação de fantasmas. Em primeiro lugar, apela-se à criação de uma ferramenta para uso posterior. O sketchpad permite que, depois de completar determinada construção se possa, depois, fazer uso dela como ferramenta. Para facilitar a construção os pontos referidos na actividade vão sendo indexados: “A”; “B”; “C”; “D”; “E”.

Inicia-se a actividade com a construção de um segmento de recta e do seu ponto médio. Forma-se, em seguida, dois segmentos de recta delimitados pelas extremidades do segmento de recta inicial e o seu ponto médio. Marcam-se os pontos médios desses segmentos de recta. Esses serão os centros das circunferências cujo comprimento do raio é igual a metade do segmento de recta inicial. Constrói-se os arcos de

circunferência sobrepostos às circunferências e esconde-se o resto de modo a obter-se a figura:

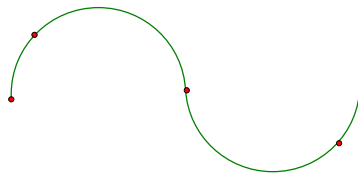


Fig. 5.15. As ondas

Depois de seleccionada a figura na sua totalidade, (ver Fig. 5.15), cria-se uma nova ferramenta. Esta nova ferramenta que apelidarei de “curvas” vai abrir a possibilidade de o aluno usar a construção efectuada sempre que desejar sem ter de efectuar de novo toda a construção.

Num novo *sketch* faz-se agora uma circunferência e o respectivo raio. Com rotações de centro no centro da circunferência e de amplitude 90° constrói-se um quadrado.

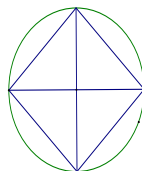


Fig. 5.16. A formação do quadrado

Esconde-se tudo à excepção do quadrado. Seguidamente sugere-se que o aluno utilize a nova ferramenta “Curvas” para que o quadrado se transforme em:

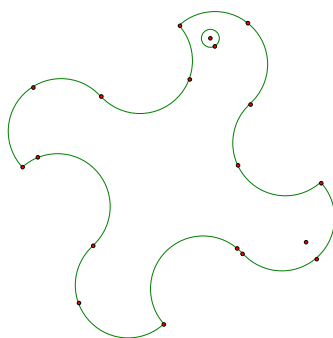


Fig. 5.17. O fantasma

O aluno deverá aplicar a nova ferramenta “Curvas” aos lados do quadrado, esconder o quadrado, e acrescentar uma pequena circunferência que irá corresponder ao olho do fantasma. Sugere-se depois, o uso de translações para pavimentar o plano. Não é de estranhar o surgimento de algumas dúvidas relativas à marcação do vector associado à translação, para o conseguir é necessário apelar à capacidade de abstracção do aluno através da experimentação. Na ficha de actividades também é apresentado parte do resultado final:

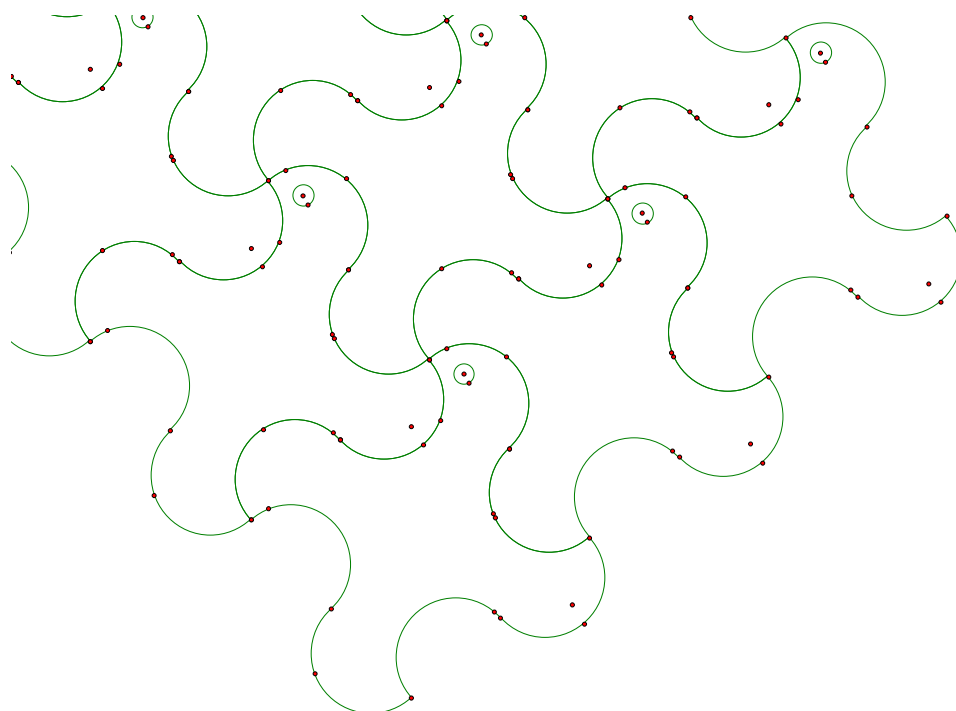
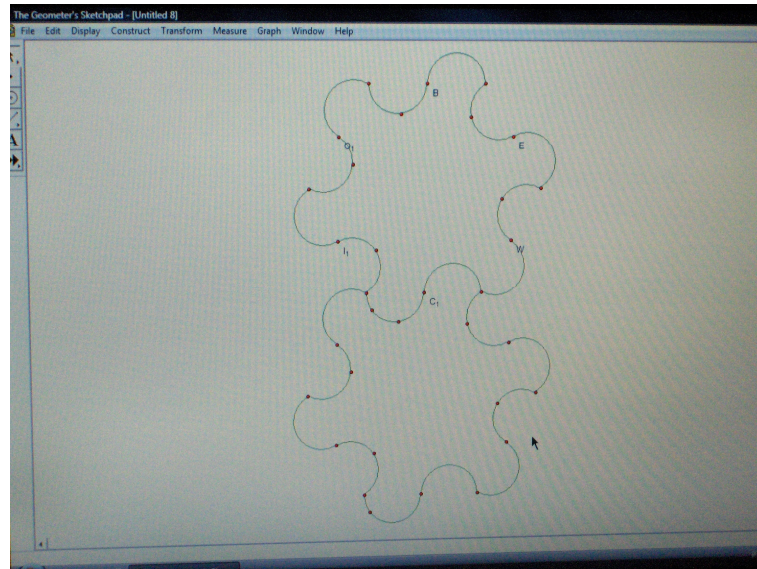


Fig. 5.18. Os fantasmas

Por fim, é solicitado que o aluno experimente outras figuras como base de construção sem ser o quadrado.



Fotografia 5.6. Derivação dos fantasmas

Tal como é hábito, no final da ficha de actividades é solicitado ao aluno que no relatório mencione o seu parecer, as suas dificuldades e uma descrição da experimentação com outras figuras.

O ambiente da aula

Já tinha informado os alunos, mas voltei a recordar que, conforme previsto na planificação a longo prazo, iria interromper a realização de actividades no Sketchpad por duas aulas. O objectivo desta paragem era poder proporcionar algumas aulas de revisões dos tópicos leccionados no primeiro período, para o teste intermédio de Matemática.

Nesta aula contou com a presença da professora Nélia Amado que se disponibilizou para colaborar e participar na aula, acompanhando o trabalho dos alunos e dialogando com eles sempre que necessário.

Os alunos começam a trabalhar na actividade e foram surgindo algumas dúvidas na construção dos arcos. Procurei, sempre que possível, colocar-lhes questões que levassem os alunos a encontrar a resposta às suas dúvidas.

Manuela: *Professor, não consigo fazer o arco.*

Professor: *De quantos pontos precisa para definir o arco?*

Manuela: *Dois?*

Professor: *Se tiver dois pontos o arco pode ter diversos tamanhos ou não?*

Manuela: *Pode ser este ou outro acima deste.*

Professor: *Então de quantos pontos precisa para ter um arco?*

Manuela: *Tenho de fazer mais um.*

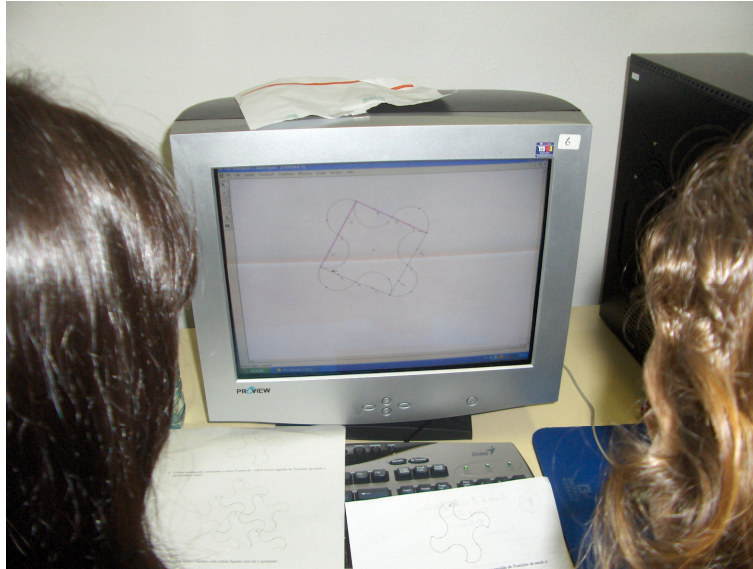
Professor: *Exactamente.*

Agora vai pedir ao programa para desenhar um arco.

Vai passar por que pontos?

Manuela: *Aqui; aqui e aqui.*

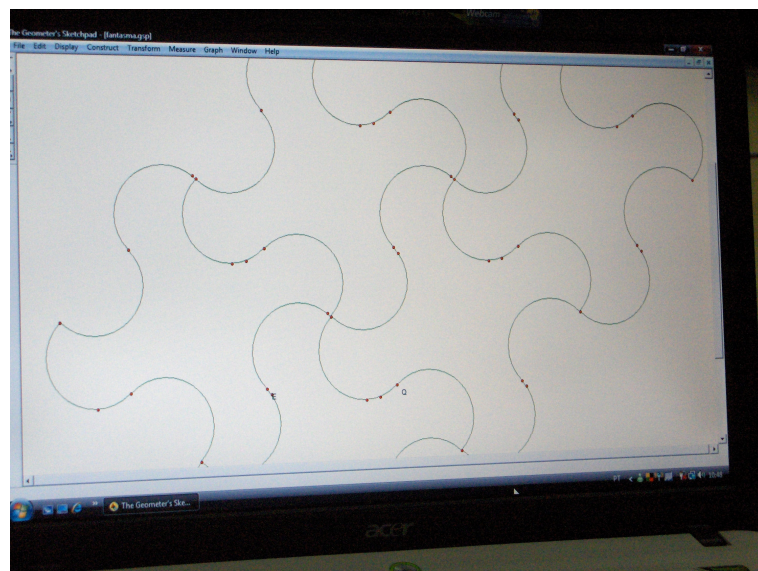
Professor: *Agora constrói Exactamente.*



Fotografia 5.7. O fantasma

Nos outros casos foi mais fácil pois, bastou uma pequena troca de palavras para os alunos conseguirem perceber que necessitavam de três pontos.

De um modo geral foi necessário alertar os alunos que para colocarem o arco na localização pretendida precisavam de mexer o ponto que pertencia ao arco.



Fotografia 5.8. Os fantasmas

Foi evidente mais uma vez, alguma dificuldade na definição do vector associado à translação. Apelei aos alunos para recorrerem, sempre que possível, à experimentação. Mas alguns alunos continuaram a sentir dificuldade, como foi o caso da Suzanne:

Professor: *Para onde quer levar este ponto? De maneira que ele encaixe...*

Suzanne: *Este? Vem para aqui.*

Professor: *Então, vá experimentando.*

A minha insistência na experimentação deu alguns resultados positivos. Considero importante, por vezes, insistir para que os alunos experimentem eles próprios, e contrariar a tendência de dar a solução ao aluno.

Durante a actividade e, apesar de faltar mais de uma semana para o teste intermédio, a Marta queixou-se que, com as aulas nos computadores, não se estar a preparar convenientemente para o teste. Manifesta o receio de não manter o nível cinco no exame. Respondi que no final da aula falaríamos desse assunto (já levava preparada uma ficha com questões de exame). A Ana aproveitou para perguntar se não existiam exemplos de testes intermédios de anos anteriores. Respondi que não, pois era o primeiro ano em que estavam a ser realizados no 9º ano.

No final da aula afirmei:

Professor: *Eu tenho ali duas questões de exame com esta matéria.*

Marta: *Qual matéria?*

Professor: *Esta.*

Marta: *Esta, qual?*

Professor: *Esta.*

Marta: *Do Sketchpad?! (surpreendida)*

Professor: *Sim.*

Ana: *Mas o Sketchpad não sai no exame.*

A aluna mostrou-se surpreendida, pois pensava que o Sketchpad era uma “matéria” para o exame. Corrigida a afirmação da Ana pela Professora Nélia Amado, a conversa continuou:

Professora: *Pois não! No exame não têm acesso ao computador, mas os alunos que estão habituados a trabalhar com ambientes de geometria dinâmica têm mais facilidade em resolver determinadas questões do que aqueles que nunca tiveram oportunidade de experimentar no computador.*

Ana: *Vou-me mesmo safar no exame!*

.....

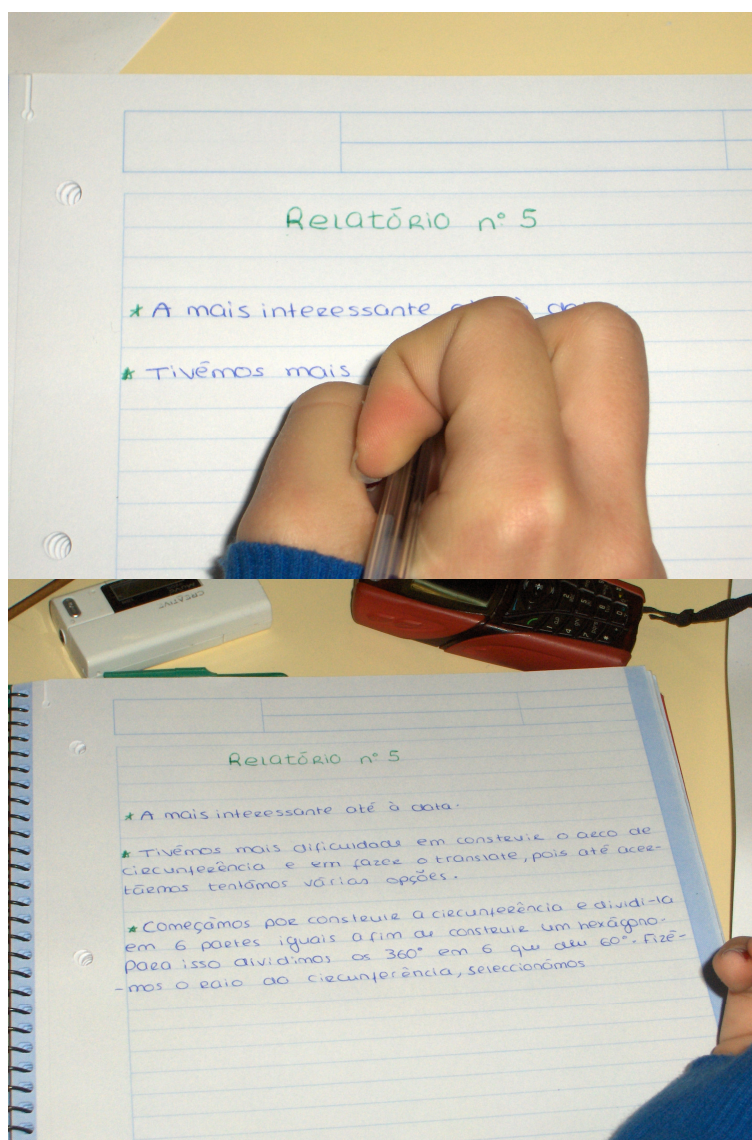
Professor: *Isto tem a ver com geometria: translações, rotações...*

Marta: *Mas agora, no exame, não vai sair.*

Professor: *Não, agora não. Agora sai só o que demos no primeiro período. Concentrem-se agora no relatório, está bem?*

Apesar dos receios manifestados por estas alunas, ambas obtiveram 95% no teste intermédio.

Relatórios e o *feedback*



Fotografia 5.9. O relatório n.º 5

Foi posteriormente elaborado um quadro síntese da produção de relatórios:

RELATÓRIOS	Relato	Experimentação	Parecer
Suzanne	Conceptual	+ Elaborada	Engraçada e relativamente fácil
Sónia e Sofia	Conceptual	+ Elaborada	Muito divertida e interessante
Pedro e João	Pouco Descritiva	- Elaborada	Divertida e fácil
Débora e Jéssica	Conceptual	+ Elaborada	Muito divertida Dificuldades no uso da nova ferramenta e na experimentação com novas figuras
Bianca e Manuela	Conceptual	+ Elaborada	Um pouco complicada Dificuldades na translação
Ana e Marta	Conceptual Procedimental	+ Elaborada	A mais interessante até à data Dificuldades na construção do arco e translação

Quadro 5.5. Relatórios dos fantasmas

Seguidamente mostro um exemplo de uma descrição em que as alunas mostraram o seu poder de imaginação e criação:

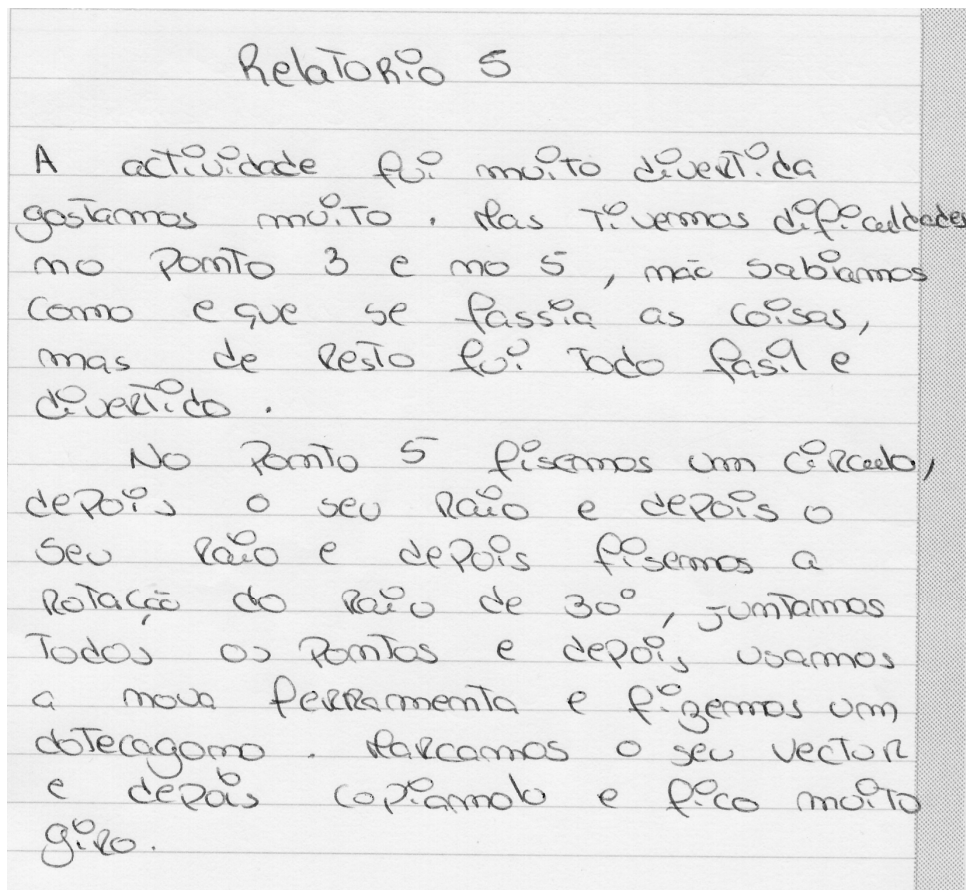


Fig. 5.19. O relatório n.º 5

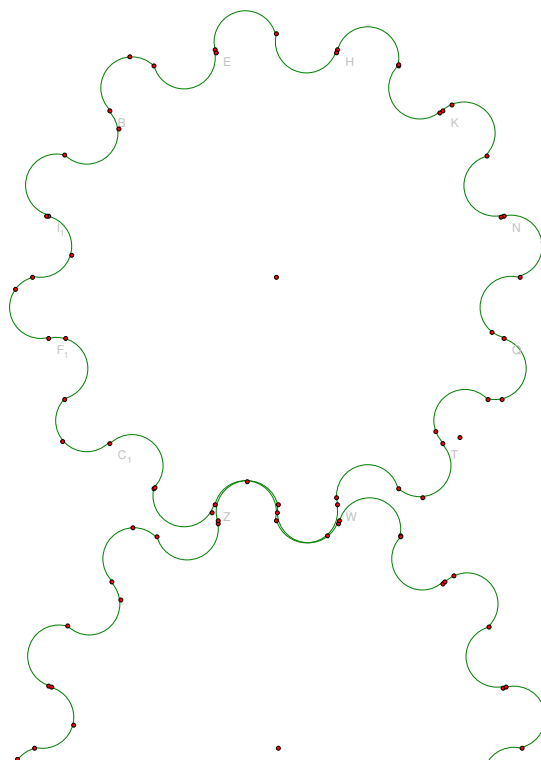



Fig. 5.20. Os dodecágonos

Estas alunas mostraram que conseguiram desenvolver a aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados. Também desenvolveram a predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica, reconhecendo a beleza das construções com a expressão “ficou muito giro” citada na descrição anterior.

No entanto ainda lhes falta desenvolver a aptidão para fazer conjecturas, pois poderiam ter conjecturado uma possibilidade de construir, ou não, com estas figuras, uma pavimentação.

Tal como tinha planeado, no final da aula entreguei aos alunos, algumas questões de exame, que envolviam rotações e reflexões. Destaco em particular a seguinte:

10. O símbolo ao lado está desenhado nas placas do Parque das Nações que assinalam a localização dos lavabos.



As quatro figuras a seguir representadas foram desenhadas com base nesse símbolo. Em cada uma delas, está desenhada uma recta r . Em qual delas a recta r é um eixo de simetria?

Figura A Figura B


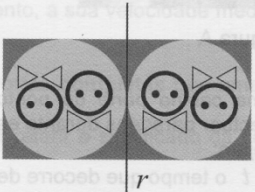



Figura C Figura D

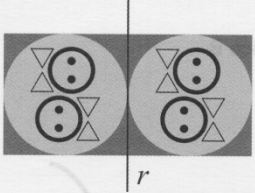
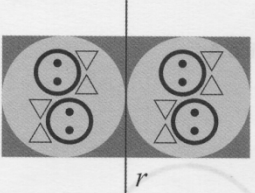



Fig. 5.21. Uma questão de exame

Para minha surpresa, a Marta que anteriormente tinha manifestado uma grande preocupação por não estar preparada para o exame devido ao trabalho no computador, dirigiu-se para o computador e rapidamente fez a seguinte figura:

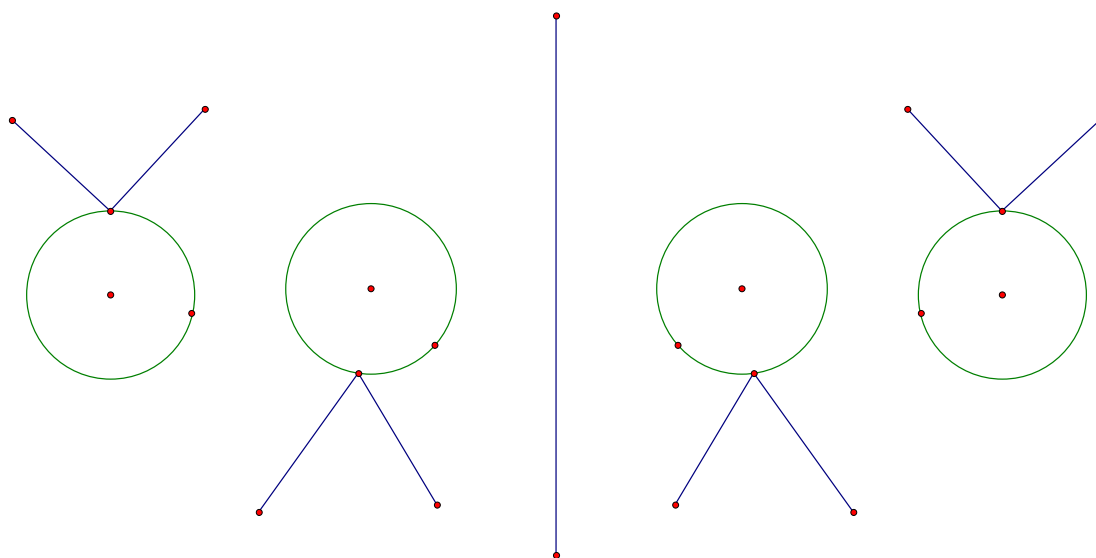


Fig. 5.22. A construção da Marta

E de imediato, deu a resposta correcta:

Marta: *É a figura B.*

Apreciação crítica da aula

Os trabalhos decorreram, como normalmente, com os alunos a empenharem-se na consecução das tarefas, denotando nesta aula dificuldades na translação de figuras.

Considero muito importante e gratificante o facto de alguns alunos terem reconhecido beleza na matemática (ver última descrição citada na fig. 5.19). Assim, as alunas demonstraram claramente ter a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica, uma das competências que me propus a desenvolver. O surgimento de

alguns constrangimentos pelo facto de estarem a trabalhar com o computador perto da data do teste intermédio de Matemática, fez emergir algumas tensões. Os alunos, apesar de apreciarem o trabalho com o computador, revelam algum receio de não conseguir alcançar os mesmos resultados que alcançam quando trabalham com papel e lápis. Curiosamente a aluna que levantou a questão, foi a que mais tarde recorreu ao Sketchpad para resolver a questão de exame.

5.6. A sexta aula: Os Peixes

Competências e conteúdos

As competências específicas a desenvolver nesta actividade são:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Os conteúdos abordados foram os seguintes:

- Circunferência, raio, diâmetro, arco de circunferência e ângulo;
- Segmento de recta e ponto médio;
- Perpendicularidade;
- Vectores e propriedades;
- Rotações

Descrição da actividade

A actividade 6 (Anexo 7) consiste na construção de uma pavimentação de peixes. Em primeiro lugar, apela-se à construção de uma circunferência e do respectivo raio, seguida de duas rotações do raio, com centro no centro da circunferência de amplitude 150° formando um triângulo. Neste momento aproveitei para questionar o aluno sobre a classificação dos triângulos e sobre as medidas dos ângulos internos do triângulo obtidas. Esta última resposta requer que o aluno tenha conhecimento da relação existente entre ângulos ao centro e ângulos inscritos.

Seguidamente é comunicada a intenção de dar a forma de peixe ao triângulo formado. Para isso sugere-se a construção de um ponto colocado no interior do triângulo para possibilitar a construção de um arco:

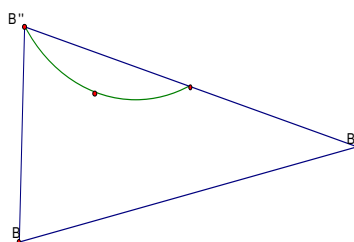


Fig. 5.23. Um arco num triângulo

Na sequência da construção faz-se uma reflexão do arco seleccionando o lado que contem as extremidades da curva, como eixo de reflexão.

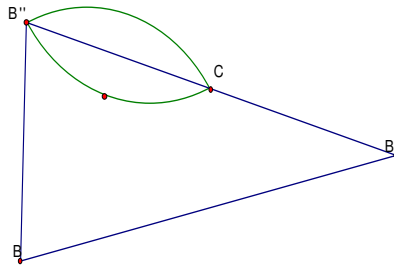


Fig. 5.24. Dois arcos num triângulo

Para transaccionar a curva marca-se o vector formado pelas extremidades da mesma:

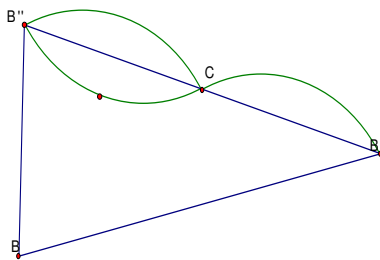


Fig. 5.25. Três arcos num triângulo

Esconde-se a curva “de cima”:

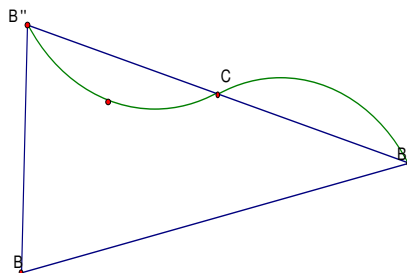


Fig. 5.26. Um arco escondido

Para reflectir “para baixo” as curvas é necessário encontrar o ponto médio do lado “vertical” e uni-lo com a extremidade oposta:

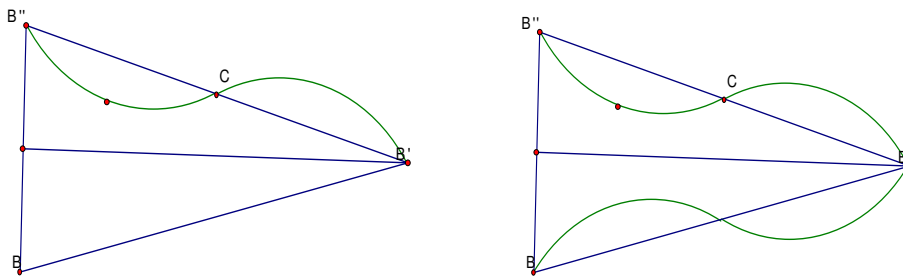


Fig. 5.27. Dois e quatro arcs num triângulo

Esconde-se o que não é necessário e ornamenta-se o peixe:

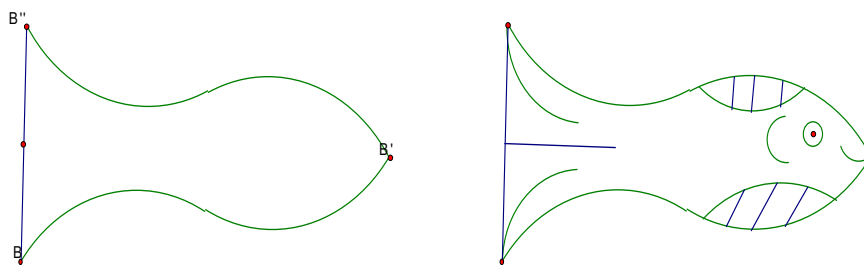


Fig. 5.28. O peixe

Para a pavimentação sugere-se que se comece por uma reflexão em que o eixo é uma recta paralela à cauda que passa pela ponta da boca do peixe:

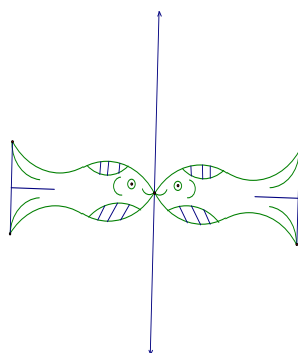


Fig. 5.29. Os peixes

Finalmente, para completar a pavimentação, sugere-se o uso de traslações.

No final da ficha de actividades é indicado, ao aluno, que o relatório deve mencionar o seu parecer, as suas dificuldades, e uma descrição da experimentação com outras figuras.

O ambiente da aula

Esta aula teve a participação da minha colega Sílvia Reis, que se disponibilizou a colaborar.

Como de costume, iniciei a aula com a entrega dos relatórios da última actividade e as respectivas sínteses de avaliação.

Distribui ainda as fichas com a actividade 6.

Os alunos começaram a realizar a actividade tendo dificuldades na classificação do triângulo. Apelei então à consulta da Internet, revelaram também alguma dificuldade na detecção do triângulo inicial. Pois ao rodar o raio obtiveram vários triângulos.

A Jessica ainda teve dificuldades na translação, estas dificuldades devem-se à dificuldade associada ao conceito de vector.

Jessica: *Professor, aqui diz: Com a curva de cima seleccionada, no menu **Transform** optamos pelo **Translate**, só que ele não faz...*

Professor: *Tem que marcar o vector.*

Jessica: *Ah! Ah! Ah!*

Professor: *Tem que seleccionar o ponto e depois pensar: este ponto vai passar para onde?*

Jessica: *Para aqui.*

Professor: *Pois.*

Também a Sónia mostrou algumas dificuldades em traçar o arco:

Sónia: *Como é que agora faço para traçar o arco?*

Professor: *De quantos pontos precisa para fazer o arco?*

Sónia: *Dois.*

Professor: *Só com estes dois posso fazer um arco pequeno, um arco grande, isso não vai definir o arco.*

Sónia: *Então?*

Professor: *Precisa de quantos pontos?*

Sónia: *Três.*

Professor: *Muito bem. Três pontos.*

O que é que aconteceu?

Sónia: *Tenho de seleccionar de outra forma: assim, assim e assim...*

Professor: *Isso mesmo.*

A aluna entendeu que mudando a ordem com que seleccionava os pontos mudava o arco.



Fotografia 5.10. As interacções

Surgiram também algumas questões sobre reflexões:

Sónia: *Professor, o meu não dá.*

A aluna estava a reflectir o peixe através de uma recta qualquer.

Professor: *Primeiro tem que traçar uma paralela. ...Uma paralela a este segmento de recta que passe em que ponto?*

Sónia: *Este.*

Professor: *Muito bem.*

À medida os alunos iam ocupando o espaço com os peixes ouviam-se exclamações como:

Aí, que lindo...

Mas também surgiram algumas questões envolvendo as translações:

Jéssica: *Professor como é que agora fazemos a pavimentação?*

Professor: *Este peixe vamos passá-lo para onde?*

Jéssica: *Para aqui.*

Professor: *Então temos de fazer uma...*

Jéssica: *Translação.*

Professor: *Por exemplo, este ponto aqui da cauda vai passar a estar onde, na translação?"*

Jéssica: *Aqui.*

Professor: *Aí, onde exactamente?*

Jéssica: *Aqui neste ponto.*

Professor: *Então vamos marcar ali o ponto.*

Jéssica: *Marco o ponto.*

Professor: *Isso, esse ponto vai estar onde?*

Está a ver que vamos passar este aqui para baixo deste.

Jéssica: *Mas este vai ficar aqui.*

Professor: *Isso.*

Jéssica: *Este ponto vai daqui para aqui.*

Agora faz-se a translação, mark vector, não é, professor?

Professor: *Exactamente.*

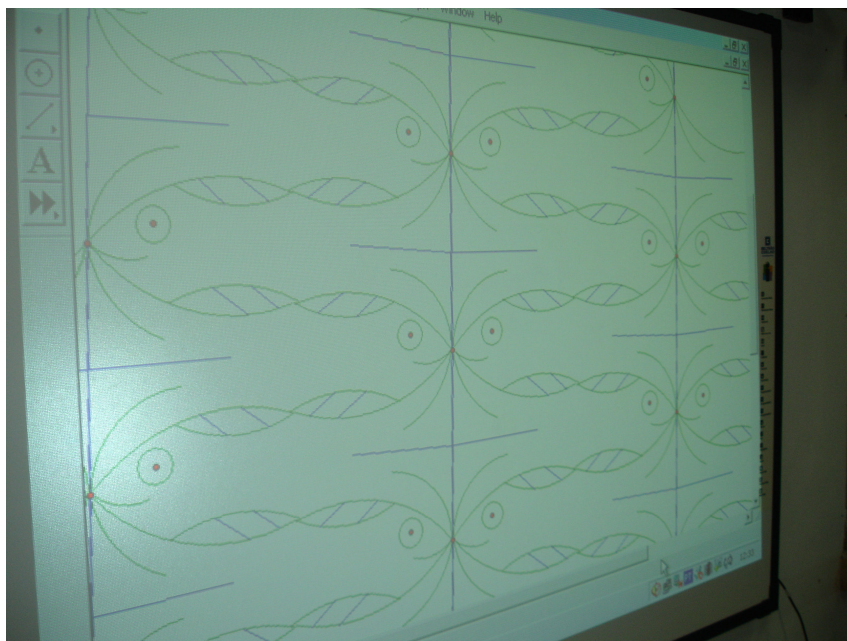
Jéssica: *Marca-se o vector.*

Selecciona-se e faz-se o translate

Professor: *Isso mesmo.*

Jéssica: *Eh Eh Eh Eh*

Professor: *Agora vamos tentar ocupar o espaço todo só com translações e reflexões.*



Fotografia 5.11. Os Peixes

O Pedro e João optaram por fazer uma “lula”.

Pedro: *Já está professor, olhe lá.*

O aluno indicou a “lula”. Já inicialmente eu tinha referido que possivelmente não daria para encaixar.

Professor: *O que é que queremos fazer agora?*

Pedro: *Uma pavimentação. Agora não dá para fazer!*

Professor: *Como é que vai fazer?*

Pedro: *Não dá para fazer professor?!*

Professor: *Vai fazer uma translação?*

Pedro: *Sim.*

Professor: *Onde é que quer pôr?*

Pedro: *Quero pôr aqui em baixo nesta...*

Professor: *Então, primeiro temos que marcar o ...*

Pedro: *Vector.*

Professor: *Este ponto aqui de cima da cauda, vai ficar onde?*

Pedro: *Tem que ir para aqui.*

Professor: *Exactamente.*

A figura obtida pelo Pedro não correspondia a uma reflexão.

Professor: *Como é que foi traçada esta recta, aqui? Foi à mão?*

Pedro: *Sim.*

Professor: *A ideia não era essa, era traçar uma paralela.*

Pedro: *Ah!*

Professor: *Pretendemos uma paralela a esta recta a passar por que ponto?*

Os alunos marcaram o ponto no lugar certo.

Professor: *Isso*

Pedro: *Olhe lá professor, conseguimos.*

E mostrando a pavimentação de lulas. Afirmou:

Pedro: *Pelo menos está original.*

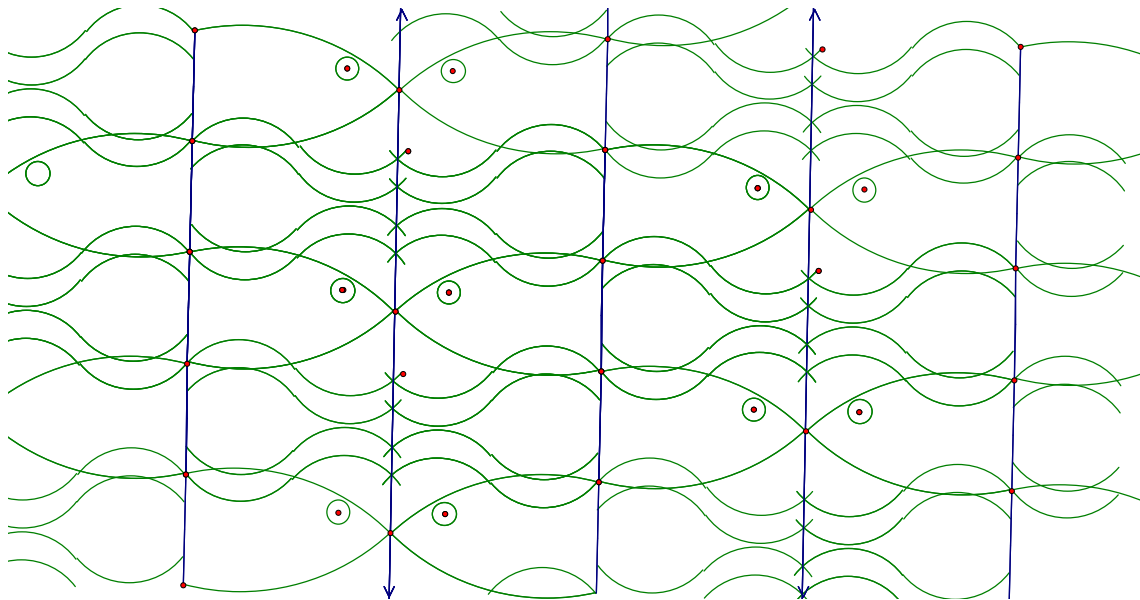


Fig. 5.30. As lulas

Em seguida, os alunos continuaram a fazer tentativas de elaboração de figuras que possibilitassem pavimentações. Por fim, elaboraram os respectivos relatórios.

Relatórios e o *feedback*

RELATÓRIOS	Relato	Experimentação	Parecer
Suzanne e Márcio	Conceptual	+ Elaborada	Engraçado Dificuldade nas translações
Sónia	Conceptual	+ Elaborada	Fácil e bastante interessante
Pedro e João	Conceptual	+ Elaborada	Fácil. Dificuldade na pavimentação com novas figuras
Débora e Jéssica	Conceptual	+ Elaborada	Relativamente fácil Dificuldade na pavimentação com novas figuras
Bianca	Conceptual	- Elaborada	Ligeiramente engraçada Surpreendida com potencialidades do programa.

Quadro 5.6. Relatórios dos peixes

Apreciação crítica da aula

Durante a aula a minha colega, a professora Sílvia Reis, confidenciou-me que notava uma grande diferença nos alunos da última aula em que tinha estado presente para esta. Os alunos evidenciavam uma grande capacidade e independência na utilização do Sketchpad. Era notório, em alguns alunos, um grande prazer em desenvolver as actividades. A originalidade nas construções efectuadas era reveladora de que os alunos estavam cada vez mais empenhados e interessados na resolução das actividades apresentadas. Nos diálogos, continuo a ter a preocupação de responder com

questões e a tentar fornecer o mínimo de informação apelando à experimentação e raciocínio dos alunos. A dificuldade em efectuar as construções é inerente à dificuldade em assimilar o conceito de vector, no entanto noto que tem havido uma evolução nesse aspecto. A visualização e experimentação têm tido um papel extraordinariamente importante nesse desenvolvimento. Os alunos têm o poder de experimentar, fazendo uso da sua capacidade de abstracção, para antever e simular possíveis situações.

De notar que a Bianca, sendo uma aluna tipicamente, *tradicional* ou *analítica convicta* (Ferreira, 2007), se manifestou surpreendida com as potencialidades do programa (ver quadro 5.6).

(As actividades foram interrompidas durante duas aulas com o intuito de fazer revisões para o teste intermédio)

5.7. A sétima aula: Os Gatos

Competências e conteúdos

As competências específicas a desenvolver nesta actividade são:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;

- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Os conteúdos a abordar são:

- Circunferência, raio, diâmetro, arco de circunferência e ângulo;
- Segmento de recta e ponto médio;
- Vectores e propriedades;
- Translações, rotações, reflexões e simetria.

Descrição da actividade

A actividade 7 (Anexo 8) consiste na construção de uma pavimentação de gatos. Ao longo das aulas com o Sketchpad tem-se vindo a registar uma dificuldade crescente das tarefas a executar. Esta aula marca o culminar desta sequência de actividades. Assim, a actividade que, em seguida, apresento não contém qualquer indicação, a não ser uma pequena sequência de figuras (tarefas).

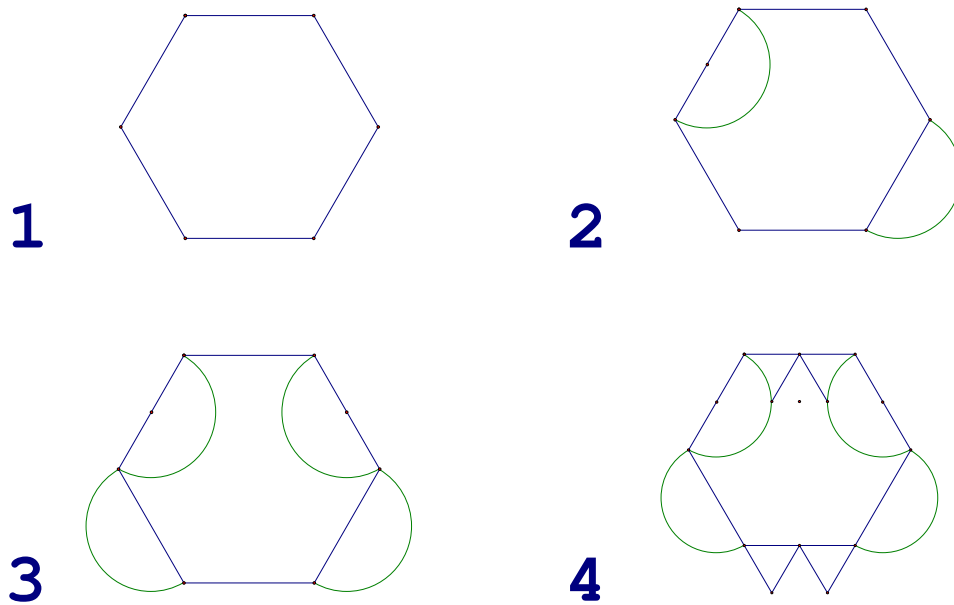


Fig. 5.31. A sequência de criação do gato

Assim como o resultado que é pretendido:

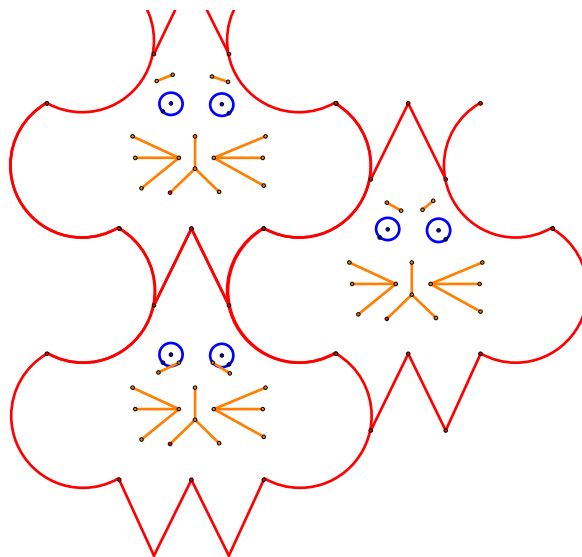


Fig. 5.32. Os gatos

Espero que ao terminar esta sequência de actividades o aluno atinja um elevado nível de independência. Uma das formas de resolver o problema proposto consiste em,

através de uma circunferência e do seu raio, construir um hexágono, usando as rotações.

As rotações devem ter o centro, no centro da circunferência e amplitude $\frac{360}{6} = 60^\circ$.

Unindo as extremidades dos raios na circunferência obtém-se um hexágono regular, para ficar só o hexágono basta esconder o resto.

Depois da primeira tarefa estar concluída passa-se para a tarefa 2. Nesta tarefa, pela análise da figura, é necessário construir dois arcos de circunferência.

Uma primeira possibilidade é construir as circunferências das quais os arcos dados fazem parte. O centro dessa circunferência é o ponto médio de dois dos segmentos de recta opostos que constituem os lados do hexágono e o comprimento do seu raio corresponde a metade do comprimento do lado do hexágono. Depois de construídas as circunferências, marca-se um ponto, em cada circunferência, localizado na parte em que se pretende construir o arco (ver sequência 2 da figura 5.31). Selecciona-se uma das extremidades do arco a construir, o ponto construído e a outra extremidade, por esta ordem e constrói-se o arco. Procede-se, depois, da mesma forma para construir o outro arco. Após a construção escondem-se as circunferências ficando com os arcos pretendidos.

Uma segunda hipótese para construir esta figura, é começar por construir um desses arcos e depois, através de uma translação “passá-lo” para o lado oposto do hexágono. Para isso, o aluno, deve começar por construir a circunferência da qual um dos arcos faz parte. Para facilitar a descrição e sem perda de generalidade irei escolher o arco que aparece localizado na parte de cima (ver sequência 2 da figura 5.31). À semelhança da descrição anterior, o centro dessa circunferência é o ponto médio do segmento de recta que constitui um dos lados do hexágono e o comprimento do seu raio corresponde a metade do comprimento do lado do hexágono. Depois de construída a circunferência, marca-se um ponto localizado na parte em que interessa construir o arco

(ver sequência 2 da figura 5.31). Selecciona-se uma das extremidades do arco a construir, o ponto construído e a outra extremidade, por esta ordem e constrói-se o arco. Após a construção esconde-se a circunferência ficando com o arco pretendido.

Os arcos da sequência 3 da figura 5.31. podem ser obtidos, de forma análoga, através de um dos procedimentos descritos anteriormente.

Para chegar à construção da sequência 4 da figura 5.31 é necessário compreender de antemão a necessidade de futuro encaixe entre a parte de cima e a parte de baixo. Para isso é construído o ponto médio do segmento de recta que representa o lado superior (ver sequência 4 da figura 5.31) e os pontos de intersecção do segmento de recta cujas extremidades são os centros das circunferências que suportam os arcos vizinhos com os próprios arcos. Os três pontos referidos, juntamente com as extremidades do segmento de recta que representa o lado superior (ver sequência 4 da figura 5.31), irão possibilitar a construção de dois triângulos. Para colocar dois triângulos iguais na parte de baixo, faz-se uma translação associada a um vector que possua a direcção, o comprimento e o sentido correspondentes. Para finalizar basta esconder o que é desnecessário e ornamentar o gato.

Para proceder à pavimentação, à semelhança do que foi feito com os peixes, é necessário fazer várias translações.

No final da ficha de actividades é indicado, ao aluno, que o relatório deve mencionar o seu parecer, as suas dificuldades, e sugestões para futuras actividades.

O ambiente da aula

No início da aula fiz a entrega dos testes intermédios, a correcção dos mesmos no quadro já tinha sido feita anteriormente. Em seguida, mostrei aos alunos as várias formas através das quais poderiam ter resolvido um problema dado na aula anterior.

Demos então início à actividade programada no Sketchpad. Tal como nas aulas com recursos ao computador, respondo às dúvidas colocadas pelos alunos, pondo novas questões que lhes permitam encontrar o caminho para a resolução da sua dúvida. Procuo ter presentes diversos factores, tais como o conhecimento que tenho dos alunos assim como a natureza da dúvida colocada. Vejamos um pequeno exemplo, num diálogo com a Bianca.

Bianca: *Professor, ao seleccionar isto, isto não passava para aqui?*

Professor: *Está a pensar reflectir, não é?*

Ao repetir a ideia expressa pela aluna, procuro fazê-la perceber que aquilo que está a fazer é uma reflexão. Procuo utilizar a linguagem correcta para os ajudar a associar as suas ideias certas aos termos adequados.

Bianca: *Sim.*

Professor: *Então, por que é que não dá? Seleccionou bem o eixo de reflexão?*

Foi então que a Manuela, colega de grupo da Bianca comentou com um ar surpreendido:

Manuela: *Umm...Esta coisa veio parar aqui! Os pontos também.*

Olhando para o modo como estas alunas tinham seleccionado o eixo de reflexão, percebi que não o tinham feito com correcção.

Professor: *É assim que se selecciona o eixo de reflexão?*

Este comentário levou a Manuela a reflectir sobre o que tinha feito, e acrescentou:

Manuela: *Ah! É quando.....*

E nesse mesmo momento, descobriu como é que devia fazer, exclamando com muita satisfação:

Manuela: *Já está! Já está!*

O Pedro e o João queriam marcar um ponto equidistante de outros dois. Estavam a marcar “à mão” e diziam um ao outro que estaria no centro. Experimentavam medir e não dava certo! Ao vê-los naquele dilema, eu fiz o seguinte comentário:

Há várias maneiras de colocar esse ponto exactamente no meio. Mas nenhuma delas é “à mão”.

De imediato, o João reagiu ao meu comentário:

Oh! Já sei! Traça-se uma perpendicular...

Relativamente a uma perpendicular que a Suzanne estava a traçar “à mão” eu acrescentei um pequeno comentário.

Professor: *Se quer que essa recta fique mesmo bem tem que pensar o que é que é esta recta é relativamente à outra?*

Suzanne: *Perpendicular professor!*

Professor: *Então? Porque é que não traça essa recta perpendicular com a ajuda do Sketchpad, em vez de o estar a fazer “à mão”? Basta pedir ao programa.*

Suzanne: *E falo assim com ele? Explico-lhe o que é que eu quero?*

Professor: *Sim. Diz-lhe: quero uma recta perpendicular. Mas, é perpendicular a qual?*

A aluna indicou a recta relativamente à qual ia pedir a perpendicular, à espera da minha aprovação.

Professor: *Essa, sim. Está bem. Mas onde é que quer que passe a perpendicular?*

De imediato, apontou no ecrã para o ponto onde devia passar a recta perpendicular.

Professor: *Muito bem, é aí mesmo. E agora mande construir.*

Suzanne: *Ah.*

Professor: *Aí está ela.*

Para a Manuela as dúvidas surgiram numa situação de colocação de pontos equidistantes:

Manuela: *Professor veja lá aqui isto, não está a dar certo.*

Professor: *Esses pontos estão à mesma distância?*

Manuela: *Estão.*

Professor: *Como é que sabem que estão à mesma distância?*

Manuela: *Não sei.*

Bianca: *Não sabemos! Fizemos a olho.*

Professor: *A olho?! A olho, às vezes não dá! Para ter a certeza que fica certo têm várias maneiras de fazer.*

Manuela: *Como?*

Professor: *Pensem um pouco.*

Manuela: *Oh professor, mas a gente já tentou fazer. Desenhámos aqui o círculo que era para ver mas depois não dá certo.*

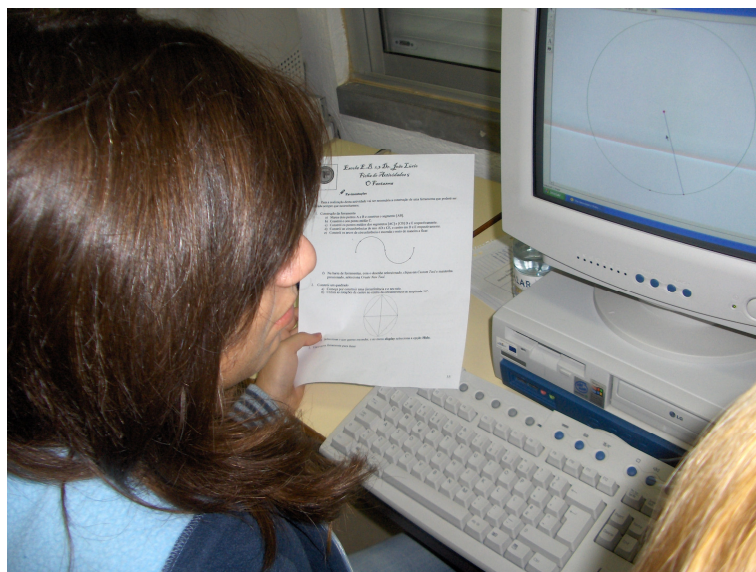
Professor: *Desenhe lá a circunferência.*

Manuela: *Com este (ponto) aqui?*

Professor: *Com esse centro? Querem que fique à mesma distância do centro, não é? Qual é o problema agora? Não têm dois pontos à mesma distância?*

Manuela e Bianca: *Temos. Este e este, pontos.*

Professor: *Então estão no caminho certo. Vamos lá fazer.*



Fotografia 5.12. A circunferência

As dúvidas da Sónia surgiram nas translações:

Sónia: *Professor, como é que eu faço para marcar o vector, para ele ir para o lado?*

Professor: *Tem que ter dois pontos para marcar o vector.*

Sónia: *Posso por aqui e aqui?*

Professor: *Experimente. Sónia, vocês têm que pensar para onde querem ir ...*

Sónia: *Eu quero ir para aquele lado.*

Professor: *Então, vamos lá fazer...*

Sónia: *Pois é, não pode ser assim. Tem que ser aqui e aqui, para ficar esta parte.*

Professor: *Sim. Isso mesmo. Já sabe como fazer.*

Ainda relativamente às translações, o João pediu-me opinião.

João: *Veja professor, está fixe, não está?*

Professor: *Sim, muito bem. E agora o que vão fazer? Uuma reflexão ou uma translação?*

O Pedro que estava a trabalhar com o João, apressou-se a responder:

Pedro: *Vamos fazer uma translação.*

E foi experimentar, acrescentando logo em seguida:

Pedro: *Ah! Não! Não dá.*

Professor: *A ideia é marcar primeiro o quê?*

Pedro e João: *Ah! ...O vector, claro!*

Pedro: *E o vector é assim. Não é, professor?*

Professor: *Para onde é que vai passar a figura?*

João: *Para aqui. Vou marcar o vector aqui.*

O João de imediato começou a marcar uma linha, ao que o Pedro reagiu.

Pedro: *Mas não pode ser uma linha João!*

Ao ver a reacção do Pedro, aproximei-me dos alunos e questionei-os:

Professor: *Então, o que é que tem de ser? O que é que temos de fazer para marcar o vector?*

Pedro: *Temos de marcar dois pontos.*

A figura ficou sobreposta. Os alunos olharam para a imagem com computador, confusos sem saber o que estava a acontecer. Procurei ajudá-los colocando algumas questões.

Professor: *Então o que é que aconteceu? Para onde é que passou o ponto?*

Os alunos de imediato se aperceberam o que estava errado na sua resolução e perguntaram:

Pedro: *Tem que ser para ali, não é?*

Professor: *Vá lá. Experimentem para ver se dá certo.*

Ao experimentarem concluíram de imediato que estava certo. A reacção foi de grande satisfação por terem conseguido alcançar o objectivo.

João e Pedro: *Eh, eh, eh...*

Relatórios e *feedback*

Neste relatório e apesar de não pedir para descreverem o que tinham feito, alguns grupos fizeram-no como era hábito. Foi o caso do Carlos e do Tiago; da Débora e da Jessica.

RELATÓRIOS	Relato	Dificuldades	Parecer
Carlos e Tiago	Conceptual Procedimental		Um pouco difícil
Sónia e Sofia	Conceptual	Poucas Marcar o vector	Interessante
Pedro e João	Conceptual	+ Elaborada	Fácil. Dificuldade na pavimentação com novas figuras
Débora e Jéssica	Conceptual	+ Elaborada	Relativamente fácil Dificuldade na pavimentação com novas figuras
Bianca	Conceptual	- Elaborada	Ligeiramente engraçada Surpreendida com potencialidades do programa.

Quadro 5.7. Relatórios dos gatos

Apreciação crítica da aula

A alegria manifestada pelos alunos quando conseguem completar a translação é enorme. Em especial, isso verifica-se quando têm consciência de que o conseguiram fazer sem que alguém lhes tivesse dado o caminho. Aprenderam a aprender através do erro. Por terem sido eles próprios a conseguir apropriam-se das suas realizações e ficam felizes por isso. As questões que lhes fui colocando foram motivadoras e permitiram aos alunos descobrir o caminho. Limitei-me a ajudar os alunos a chegarem ao pretendido, motivando-os para a descoberta e levando-os a tornarem-se persistentes. Para os alunos, os feitos que lhes dão maior prazer são aquelas que são conquistados com esforço e não aqueles que lhes são oferecidos. Os alunos desenvolveram o gosto e a confiança

pessoal, realizando actividades que envolvem raciocínio matemático. Também foi visível um desenvolvimento da predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas. Estão, assim, a desenvolver competências gerais que fazem parte daquilo que hoje se entende por ser matematicamente competente. (M. E., 2001)

5.8. O Teste em duas fases

Competências específicas a avaliar:

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, assim como para justificar os processos utilizados;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas.

Conteúdos

- Construção de polígonos;
- Rotações;
- Perímetro, Circunferência, raio, diâmetro, arco de circunferência e ângulo;
- Soma dos ângulos internos de vários polígonos.

Descrição da actividade

A actividade 8 (anexo 9) é a primeira de duas fases de um teste. O objectivo principal desta actividade é avaliar de uma forma mais formal as competências desenvolvidas pelos alunos. A primeira tarefa da actividade consiste no preenchimento da tabela:

Nome do polígono regular	Número de lados	Número de triângulos feitos pelas diagonais	Amplitude de cada ângulo do polígono regular	Soma da amplitude dos ângulos interiores	Perímetro do polígono
	3	1			
	4			360°	
		5		720°	
		6	120°		
Decágono			144°		
Icoságono	20				
Polígono com n lados				$(n-2) \times 180$	

Quadro 5.8. Tabela do teste

Para isso é referido que o aluno deve começar por construir uma circunferência e o respectivo raio, com o qual usará rotações para construir os vários polígonos regulares referidos na tabela. Essa construção irá possibilitar uma melhor visualização dos referidos polígonos e simultaneamente possibilitará que se façam medições de ângulos e lados. Para construir cada um dos polígonos, o aluno, à semelhança do que foi feito nas aulas, irá fazer rotações de centro, no centro da circunferência e de amplitude

$\frac{360^\circ}{\text{Número de lados}}$. Após o que unirá as intersecções dos raios com a circunferência,

obtendo o respectivo polígono regular. Com a construção do polígono realizada torna-se mais fácil contar o número de triângulos feitos pelas diagonais (a própria construção contém essa divisão), medir a amplitude de cada ângulo do polígono regular, somar a amplitude dos ângulos interiores, assim como medir o perímetro do polígono. Aqui pretende-se que o aluno conjecture que o perímetro do polígono irá depender da medida do lado com a relação:

$$\text{Perímetro} = \text{Comprimento do lado} \times \text{Número de lados}$$

Estes raciocínios e procedimentos são análogos para a construção do triângulo, quadrado, pentágono, hexágono, decágono, e icoságono.

Para preencher a última linha da tabela é necessário, que o aluno, consiga generalizar os procedimentos e raciocínios efectuados até ao momento, para o caso de um polígono regular com n lados. Esta tarefa requer que, com base nos resultados obtidos anteriormente, o aluno faça, verifique e transmita conjecturas sobre o número de triângulos feitos pelas diagonais, e a amplitude de cada ângulo interno do polígono regular.

Seguidamente, foi pedido ao aluno que elaborasse um relatório desta actividade que incluísse o seu parecer sobre a actividade, uma descrição da maneira como preencheu cada uma das linhas e as conclusões que tirou, assim como as principais dificuldades sentidas.

Relato das produções

Aqui temos um excerto do que uma aluna fez no relatório do teste:

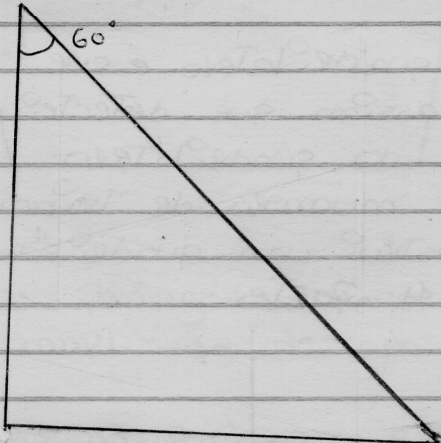
(2º)

Explicação da linha 1

Nesta linha 1, cheguei à conclusão que o polígono era um triângulo através do seu número de lados e do número de triângulos feitos pelos seus raios.

Nº de lados = 3

Nº de triângulos feitos pelos raios = 1



Através do programa Sketchpad, obtive a amplitude de cada ângulo do triângulo. Construí um triângulo, selecionei três vértices de seguida, fui à barra de ferramentas, escolhi a opção "measure", cliquei em "angle" e obtive o resultado 60°.

Fig. 5.33. O relatório da primeira fase do teste

No quadro seguinte apresenta-se uma síntese da informação obtida:

Teste	Tabela	Relatório		
		Dificuldades	Descrição	Parecer
Ana	Completa	Polígono desconhecido	Conceptual Procedimental Elaborada	Bastante interessante Aprendi sobre polígonos
Sofia	Incompleta	Muitas	Pouco Descritiva	Um pouco complicada
Carlos	Incompleta	Não indicou	Procedimental	Fácil e bastante
Débora	Incompleta	Algumas Polígono de n lados	Conceptual	Um pouco difícil Diferente das aulas
Jéssica	Incompleta	Tudo	Conceptual Elaborada	Muito difícil
João	Incompleta	Polígono com n lados	Conceptual Elaborada	Ligeiramente difícil Divertida Entusiasmo de fazer bem
Manuela	Incompleta	Não se lembrava do nome dos polígonos	Conceptual	Complicada
Márcio	Incompleta	Graus para rodar o raio da circunferência	Pouco Descritiva	Muito interessante
Marta	Completa	Pequenas dúvidas de interpretação.	Conceptual Elaborada	Interessante mas um pouco complicada. Requisitou muito raciocínio
Pedro	Incompleta	Relatório	Conceptual	Uma das melhores porque foi diferente
Sónia	Incompleta	Soma das amplitudes	Conceptual	Interessante e diferente
Suzanne	Incompleta	Última alínea	Conceptual Pouco Descritiva	Fácil
Tiago	Incompleta	Perímetro do polígono	Conceptual	Difícil

Quadro 5.9. Quadro do teste

Para a operacionalização prática das competências específicas a avaliar subdividiu-se e numerou-se, de uma forma que me pareceu mais lógica, as competências específicas a avaliar referidas anteriormente, da seguinte forma:

- 1- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- 2- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras;
- 3- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas;
- 4- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções;
- 5- A aptidão para fazer conjecturas;
- 6- A aptidão para justificar os processos utilizados;
- 7- A aptidão para justificar os seus raciocínios.

A escala usada não é um factor que considere prioritário, mas se for muito grande poderá causar, ao avaliador, problemas de ajustamento e localização, e se for demasiado pequena poderá ser causa de injustiças, isto é, dentro do mesmo nível poder-se-á encaixar alunos com estádios de desenvolvimento de competências nitidamente distintos. No entanto, a escala standard usada no 3.º ciclo na avaliação sumativa é de 1 a 5. Assim, mesmo correndo o risco de ser demasiado redutor, decidi quantificar, dentro do possível, as competências com níveis de 1 a 5.

A atribuição de nível 1 numa determinada competência significa que o aluno não a desenvolveu mostrando estar no nível mínimo, pelo contrário, a atribuição do nível 5 significa que o aluno desenvolveu a competência correspondente atingindo o nível considerado máximo. A atribuição dos restantes níveis, de 2 a 4, corresponde à

localização em etapas intermédias do conhecimento. Sendo atribuído o nível 3, em determinada competência, quando o aluno manifesta tê-la desenvolvido de forma a se encontrar no nível mínimo exigido pelo currículo.

A forma como se quantifica o desenvolvimento de competências em determinada tarefa tem a ver com a noção de até onde o aluno deve chegar. Trata-se de uma avaliação de carácter mais subjectivo mas mais profícuo, pois não se limita a avaliar se o aluno respondeu correctamente a determinada questão, mas requer que seja feita uma análise mais profunda. Assim cada questão colocada terá um determinado conjunto, unitário ou não, de competências a testar. Isto é, pegando no exemplo do preenchimento da tabela, a contagem correcta do número de triângulos feitos pelas diagonais, no meu ponto de vista, está intimamente interligada às competências 1 e 2. Na última linha e na última coluna as competências a privilegiar são a 3 e a 5. A competência 4 é, a meu ver, uma competência transversal ao preenchimento da tabela. No preenchimento da tabela os alunos precisam de aplicar todas as competências referidas de uma forma heterogénea mais ou menos intensa consoante as questões e as competências em causa.

Assim, o professor deverá ter uma visão abrangente, mas simultaneamente específica, de todo o produto assim como do processo. Pois o que está a ser avaliado não é só o produto final: o que o aluno respondeu, mas também, e principalmente, o estágio de desenvolvimento de competências necessárias para dar essa resposta.

No relatório as competências a privilegiar na avaliação são as que estão conectadas com a comunicação, ou seja, as competências 6 e 7.

Tendo em atenção tudo o que foi descrito, elaborei o seguinte quadro síntese:

Teste 1.ª Fase	Tabela							Relatório	
	1	2	3	4	5	6	7	Total	Nível
Ana	5	5	5	5	5	5	5	35	5
Sofia	5	3	2	2	1	3	3	19	3
Carlos	5	3	2	2	1	4	3	20	3
Débora	5	3	3	2	1	4	4	22	3
Jéssica	5	4	3	3	2	5	5	27	4
João	5	4	3	3	2	5	5	27	4
Manuela	5	5	5	5	4	4	4	32	5
Márcio	5	3	2	2	1	3	2	18	3
Marta	5	5	5	5	5	5	5	35	5
Pedro	5	5	4	4	4	4	4	30	4
Sónia	5	4	3	3	2	4	4	25	4
Suzanne	5	5	5	5	4	4	3	31	4
Tiago	4	2	1	1	1	3	2	14	2

Quadro 5.10. Quadro das competências

Analisando o quadro verifica-se facilmente que, de uma forma geral, os alunos obtiveram bons resultados, salientando-se, em termos de competências, na tabela um desenvolvimento mais acentuado da competência número 1. A quantificação das competências de 1 a 5 tem uma tendência decrescente em sentido lato. Este facto resulta da própria interligação entre as competências. Podendo o desenvolvimento de algumas servir de base para o desenvolvimento de outras. As competências não funcionam de forma isolada, sendo que neste caso a competência número 1 funciona como base de

partida para as outras. Isto é, se o aluno não desenvolveu a competência 1: a aptidão para realizar construções geométricas, será muito difícil de, por exemplo, procurar invariantes nas figuras geométricas (competência 3).

Pode-se verificar, analogamente, que a quantificação das competências 6 e 7 tem um sentido decrescente em sentido lato. As mesmas razões de dependência se aplicam aqui. Um aluno que não tenha desenvolvido bem a aptidão para justificar os processos utilizados dificilmente irá desenvolver de forma satisfatória a aptidão para justificar os seus raciocínios.

Em termos de prestação, nota-se, em termos gerais, alguma homogeneidade. No entanto, a meu ver, há alguns casos a salientar. Em primeiro lugar salta à vista as prestações da Ana e da Marta que, como é hábito, obtiveram resultados excelentes. À excepção destas duas alunas todos os outros melhoraram as prestações que habitualmente tinham em situação de teste de papel e lápis.

Mesmo a prestação do Tiago, que se encontra perto do mínimo exigido, significa, para este aluno, uma melhoria relativamente a resultados anteriores menos bons.

A Manuela habituada a ter resultados medianos, mas que se apaixonou por este tipo de aulas, tem como reflexo, uma prestação excelente.

O caso do Márcio está em sintonia com aquilo que vários estudos revelam. De facto, neste tipo de aulas, mais centradas no aluno com a utilização de ambientes de geometria dinâmica, quem mais beneficia são os alunos que, normalmente sentem mais dificuldades. Este aluno tinha-me confidenciado anteriormente, por outras palavras, que se sentia impotente para acompanhar o desenrolar das aulas de matemática, pois desde muito cedo havia desistido de tentar perceber os conceitos matemáticos e as suas interacções e aplicações. Trata-se de um aluno que, no seu historial escolar, nunca tinha

conseguido atingir nenhum nível positivo a matemática. O ambiente gerado pela introdução de um software computacional, e a dinâmica de trabalho de grupo gerada, possibilitou a este aluno uma maior envolvimento nas tarefas e o desenvolvimento de competências que de outra forma dificilmente se desenvolveriam.

Seguidamente apresento alguns exemplos de sínteses descritivas resultantes da avaliação:

Resolveste muito bem a actividade. No entanto, deves rever o estabelecimento do perímetro para o caso geral, assim como a amplitude de cada ângulo do polígono regular para o caso de ter n lados (Repara como fizeste nas linhas anteriores). Tenta explicar mais detalhadamente o procedimento e raciocínio em cada linha.

Considero importante dar sempre o reforço positivo e abrir as portas para que aluno possa evoluir sem, no entanto, dar logo a solução.

Agora para um caso de uma aluna com resultados excelentes:

Simplesmente excelente. Conseguiste resolver a actividade e elaborar o relatório explicitando todos os raciocínios e procedimentos. Agora propunha-te que pensasses sobre que tipos de alterações teriam efeito se, em vez de polígonos regulares, considerasses polígonos irregulares. Para além disso pensa num polígono com n lados, onde esse n é um número tão grande quanto possas imaginar. Nesse caso o que achas do valor do perímetro?

Neste caso para além do reforço positivo foi necessário abrir os horizontes e explorar novas situações com prolongamentos de questões.

Os alunos melhoraram muito na segunda fase preenchendo todos os requisitos solicitados.

Para terminar apresento duas respostas à questão citada anteriormente, a primeira elaborada Ana e a segunda pela Marta.

Continuação do Relatório

● Construí uma circunferência e verifiquei que não houve alterações quanto ao número de lados e quanto ao número de triângulos feitos pelos raios, unindo os vértices do polígono ao centro da circunferência.

A amplitude de cada ângulo varia consoante o polígono que inscrevi na circunferência. Significa isto que a amplitude do ângulo interno de cada polígono que construí será em princípio diferente. (Podemos ter por vezes por exemplo dois ^{raios} ângulos iguais.)

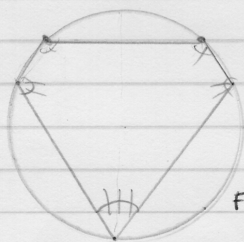


Fig 1. Pentágono irregular

Quanto à coluna "soma da amplitude dos ângulos interiores" não sofre alterações.

Quanto ao perímetro não sofre alterações.

○ Para uma figura com um número muito elevado de lados o perímetro ~~de~~ do polígono vai ter um valor aproximado do valor do perímetro do círculo. Tentei construir figuras com um número cada vez mais elevado de lados e verifiquei que o perímetro assemelhava-se a um círculo, somando todos esses lados verifiquei que o perímetro do polígono tinha um valor próximo ao valor do círculo.

Fig. 5.34. O relatório da Ana

Relatório

Parte2

- Se em vez de polígonos regulares, considerar polígonos irregulares, concluo que as amplitudes de cada ângulo do polígono não são comuns, sendo umas maiores e outras mais pequenas. Mas quanto à soma da amplitude dos ângulos interiores mantém-se, pois o número de lados também se mantém, alterando apenas as suas medidas. No perímetro já não podemos aplicar a fórmula nl (sendo l a medida de cada lado) pois estes são diferentes. O número de triângulos formados pelos raios matem-se, pois o número de vértices também.

- O perímetro do polígono vai ser aproximado ao valor do perímetro da circunferência em que está inscrito, pois estamos a considerar o número de lados e não o seu comprimento.

Fig. 5.35. O relatório da Marta

Depois da realização do teste em duas fases voltei a aplicar um questionário com o objectivo de conhecer as opiniões dos alunos acerca do deste tipo de trabalho (Anexo11). Pela análise das respostas conclui que os alunos continuam a apreciar o trabalho com o Sketchpad e a gostaram da forma como foram avaliados, no entanto, não se registou uma melhoria significativa na forma como encaram a utilidade destas aulas, nomeadamente na sua preparação para os testes intermédios de 9º ano e para o exame final.

