

**TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO E RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA EM
EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO**

Ana Sofia da Silva Carreira

Orientador: Doutor Albano Luís Rebelo da Silva Neves e Sousa

Tese aprovada em provas públicas para obtenção do Grau de Doutor em
Engenharia Civil

Qualificação atribuída pelo Júri: Aprovada com Distinção

Júri

Presidente: Presidente do Conselho Científico do IST

Vogais:

Doutor António Heleno Domingues Moret Rodrigues

Doutor Luís Manuel Coelho Guerreiro

Doutor Jorge Viçoso Patrício

Doutor Diogo Manuel Rosa Mateus

Doutor Albano Luís Rebelo da Silva das Neves e Sousa

**TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO E RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA EM
EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO**

Ana Sofia da Silva Carreira

Orientador: Doutor Albano Luís Rebelo da Silva Neves e Sousa

Tese aprovada em provas públicas para obtenção do Grau de Doutor em
Engenharia Civil

Qualificação atribuída pelo Júri: Aprovada com Distinção

Júri

Presidente: Presidente do Conselho Científico do IST

Vogais:

Doutor António Heleno Domingues Moret Rodrigues, Professor Associado do Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa

Doutor Luís Manuel Coelho Guerreiro, Professor Associado do Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa

Doutor Jorge Viçoso Patrício, Investigador Principal (com Agregação) do Laboratório Nacional de Engenharia Civil

Doutor Diogo Manuel Rosa Mateus, Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Doutor Albano Luís Rebelo da Silva das Neves e Sousa, Professor Auxiliar do Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa

RESUMO

A vibração e o ruído de baixa frequência gerados em edifícios por fontes internas, como os equipamentos mecânicos, e externas, como o tráfego rodoviário e ferroviário, podem causar incómodo e sérios problemas de saúde para as pessoas expostas, assim como interferir com o funcionamento de eventuais equipamentos de alta precisão e sensibilidade. A presença de elevados conteúdos energéticos na gama das baixas frequências num número considerável de fontes, assim como o facto da vibração se propagar pelo solo e pelas estruturas com reduzida atenuação, justificam uma avaliação cuidada do problema da vibração e do ruído estrutural no interior dos edifícios residenciais e ocupacionais.

A previsão dos campos sonoros e de vibração gerados nos edifícios constitui um processo complexo devido ao elevado número de graus de liberdade envolvidos. As razões para essa complexidade prendem-se com a dificuldade em caracterizar e modelar com precisão as fontes de vibração, em avaliar os percursos de transmissão estrutural e em estimar o ruído gerado nos compartimentos pela vibração dos elementos de construção. Vários trabalhos têm sido realizados para compreender e simular a interação dinâmica entre as fontes exteriores e o meio envolvente, resultando em modelos de previsão da vibração através do solo. No entanto, o processo de transmissão da vibração através dos edifícios, de constituição muito variável, tem recebido menos atenção por parte da comunidade científica. É neste contexto que surge o presente trabalho, centrado nos percursos de transmissão da vibração nos edifícios com estrutura de betão armado.

Dos métodos existentes para modelação de estruturas e previsão de vibrações e campos sonoros em edifícios, o método dos elementos finitos (MEF) é o mais atrativo, conseguindo-se resultados fiáveis sem esforço computacional exagerado até à gama de frequências de 100 Hz a 150 Hz. Para prever a vibração e o ruído com frequências superiores, o MEF requer modelos mais complexos e morosos, sendo assim importante desenvolver métodos simples para serem utilizados com confiança pelos profissionais do setor.

Com esta tese pretende dar-se um contributo para melhorar o conhecimento sobre os mecanismos de transmissão da vibração em edifícios com estrutura em betão armado. Para o efeito, realizam-se

ensaios de vibração forçada em edifícios reais e desenvolvem-se os respetivos modelos de elementos finitos, os quais servem de base a análises paramétricas realizadas por tipo de elemento de construção e por tipo de nó estrutural de ligação, para vibrações geradas em fontes localizadas no exterior e no interior dos edifícios. Identificam-se assim os parâmetros mecânicos e geométricos que, na gama de frequências entre os 20 Hz e os 250 Hz, condicionam a transmissão da vibração através das estruturas, em altura e em planta, e definem-se os padrões de propagação da vibração entre pisos.

Com o conhecimento adquirido dos mecanismos de transmissão estrutural da vibração, desenvolve-se um método simplificado para previsão da transmissão da vibração do exterior para os pavimentos dos edifícios. O método desenvolvido numericamente para edifícios com vários pisos e estrutura constituída por lajes vigadas e pilares de betão armado baseia-se na utilização de funções de transferência simplificadas da vibração entre secções fundamentais da estrutura. São desenvolvidos dois tipos de funções simplificadas, um com base em valores medianos de comportamento e outro dependente das características mecânicas e geométricas dos elementos estruturais que condicionam o processo de transmissão da vibração. O método simplificado é validado em três edifícios em construção por comparação com os resultados obtidos de modelos de elementos finitos validados experimentalmente.

ABSTRACT

Vibration and low frequency noise generated in buildings by internal sources, such as mechanical equipment, and external sources, such as road and rail traffic, may cause discomfort and serious health problems in persons exposed to them. Furthermore, they may interfere with the operation of possible high accuracy and sensitivity equipment. The presence of high energy content in low frequency range in a considerable number of sources, as well as the fact that vibration spreads by soil and structures with reduced attenuation, justify a careful assessment of the problem of vibration and structural noise inside residential and occupational buildings.

The prediction of the sound and vibration fields generated in buildings is a complex process, due to the high number of degrees of freedom involved. The reasons for that complexity relate to the difficulty in characterising and modelling accurately the vibration sources, in assessing the paths of structural transmission and in estimating the noise generated in the compartments by the vibration of the construction elements. Several studies have been carried out to understand and simulate the dynamic interaction between external sources and the surrounding environment, resulting in models that predict vibration through the soil. However, the process of vibration transmission through the buildings, the highly variable constitutions, has received less attention on the part of the scientific community. The present work emerges in this context, and focuses on the paths of vibration transmission in buildings with reinforced concrete structures.

From among the existing methods for modelling structures and predicting vibration and sound fields in buildings, the finite element method (FEM) is the most attractive one, as it allows achieving reliable results with little computational effort up to the frequency range from 100Hz to 150Hz. So as to predict vibration and noise with higher frequencies, FEM requires more complex and time consuming models, and it is important, thus, to develop simple methods that may be used with confidence by professionals.

This thesis aims at making a contribution to improve knowledge on the mechanisms of vibration transmission in buildings with reinforced concrete structure. To this end, forced vibration tests are carried out in real buildings, and the respective finite element models are developed, which are the

basis for parametric analyses conducted by type of building element and by type of structural node, for vibrations generated in sources located outside and inside buildings. These analyses allow identifying mechanical and geometrical parameters that, in the frequency range between 20Hz and 250Hz, condition vibration transmission, in height and in plan, through the structures, and defining patterns of vibration propagation between their floors.

With the knowledge attained regarding the mechanisms of structural transmission of vibration, a simplified method for predicting the transmission of the outside vibration to the building floors is developed. The method developed numerically, for buildings with several floors and structure composed of slabs, beams and reinforced concrete columns, is based on the use of simplified transfer functions of the vibration between fundamental sections of the structure. Two simplified types of functions are developed, one of which is based on median values of behaviour, and the other is dependent on the mechanical and geometrical features of the structural elements, which condition the process of vibration transmission. The simplified method is validated in three buildings under construction by comparison with the results attained from finite element models validated experimentally.

PALAVRAS CHAVE

VIBRAÇÃO

RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA

TRANSMISSÃO

FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO

KEYWORDS

VIBRATION

LOW FREQUENCY SOUND

TRANSMISSION

TRANSFER FUNCTIONS

REINFORCED CONCRETE BUILDINGS

AGRADECIMENTOS

Quero manifestar o meu agradecimento a todas as pessoas que me ajudaram no desenvolvimento deste trabalho, tendo cada um em particular contribuído com o seu incentivo, dedicação e amizade. Gostaria de manifestar a minha especial gratidão a algumas.

Ao meu orientador, Professor Albano Neves e Sousa a quem agradeço pela sua amizade, pelo empenho e disponibilidade, pelos ensinamentos transmitidos e pelas facilidades e meios que colocou ao meu dispor durante a realização do trabalho.

Agradeço a todos os meus colegas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Algarve que de alguma forma deram o seu contributo para a realização deste trabalho. Designadamente aos meus colegas Alfredo Braga e João Estêvão pelo seu apoio na realização de ensaios de caracterização do material, ao meu colega Rui Costa por me ter ajudado a encontrar edifícios para a realização dos ensaios, aos meus colegas da Área de Estruturas, Rui costa e João Estêvão, que me substituíram na lecionação de unidades curriculares e ainda aos colegas Ana Lopes, Carlos Martins e Roberto Laranja, pela amizade e incentivo durante a realização desta tese.

Ao Eusébio e ao Tomé Pacheco pelo precioso apoio que me deram na realização dos ensaios experimentais.

Ao Eng^o Armando Gago da empresa Martins Gago & filhos Lda, ao sr^o Cabrita da empresa Avelina e Mealha Lda, ao sr^o Joaquim Jesus e ao sr^o Mário Gonçalves da empresa Jesus & Gonçalves Lda por terem viabilizado a realização de ensaios experimentais em edifícios que possuíam em construção.

Agradeço especialmente ao Eusébio, à minha filha Luísa e aos meus pais por todo o amor, apoio, encorajamento e compreensão demonstrados ao longo destes últimos anos de intenso trabalho, tornando assim possível a conclusão desta tese.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	ENQUADRAMENTO DO TEMA.....	1
1.2	OBJETIVOS DA TESE E METODOLOGIA	3
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	4
2	VIBRAÇÃO E RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA	7
2.1	DEFINIÇÃO DE VIBRAÇÃO E SOM DE BAIXA FREQUÊNCIA.....	7
2.2	PERCEÇÃO E EFEITOS DA VIBRAÇÃO E DO RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA	8
2.2.1	<i>Percepção pelo ser humano.....</i>	<i>8</i>
2.2.2	<i>Efeitos no ser humano, nos equipamentos e nos edifícios.....</i>	<i>12</i>
2.2.3	<i>Critérios e limites regulamentares da vibração em edifícios</i>	<i>15</i>
2.3	FONTES SONORAS E DE VIBRAÇÃO DE BAIXA FREQUÊNCIA	21
2.4	TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO E DO RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA	23
2.4.1	<i>Modelo global de transmissão da vibração e do ruído estrutural.....</i>	<i>23</i>
2.4.2	<i>Transmissão da vibração em edifícios</i>	<i>28</i>
2.4.2.1	Normas e recomendações	28
2.4.2.2	Estudos experimentais.....	30
2.4.2.3	Estudos analíticos e numéricos	31
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	34
3	ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL.....	37
3.1	ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DE ESTRUTURAS	37
3.1.1	<i>Técnicas de ensaio</i>	<i>37</i>
3.1.2	<i>Equipamento de ensaio</i>	<i>40</i>
3.2	ANÁLISE E PROCESSAMENTO DE SINAL	41
3.2.1	<i>Séries temporais de dados. Amostragem</i>	<i>41</i>
3.2.2	<i>Descrição de sinais no domínio da frequência.....</i>	<i>42</i>

3.3	CONCEITOS DE ESTATÍSTICA E PROCESSOS ESTOCÁSTICOS	44
3.3.1	<i>Processo estocástico</i>	44
3.3.2	<i>Função de autocorrelação e função de densidade espectral de potência</i>	44
3.3.3	<i>Valor eficaz ou raiz do valor quadrático médio</i>	46
3.3.4	<i>Função de resposta em frequência e função de transferência</i>	47
3.4	MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL ESTOCÁSTICA	49
3.4.1	<i>Métodos clássicos de análise modal operacional</i>	49
3.4.2	<i>Método de análise modal operacional com base nas funções de transmissibilidade</i>	52
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	55
4	MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS CONTÍNUAS	57
4.1	MÉTODO ANALÍTICO	57
4.1.1	<i>Tipos de ondas de vibração e suas características</i>	58
4.1.1.1	Ondas longitudinais puras.....	58
4.1.1.2	Ondas quase longitudinais	60
4.1.1.3	Ondas transversais ao plano	62
4.1.1.4	Ondas de flexão puras.....	64
4.1.2	<i>Sistemas estruturais com massa e rigidez distribuídas</i>	68
4.1.2.1	Elementos lineares.....	68
4.1.2.1.1	Vibrações longitudinais em regime livre	68
4.1.2.1.2	Vibrações à flexão em regime livre	71
4.1.2.1.3	Vibrações à flexão em regime forçado.....	75
4.1.2.2	Elementos de laje.....	77
4.1.2.2.1	Vibrações à flexão em regime livre	78
4.1.2.2.2	Vibrações à flexão em regime forçado.....	82
4.2	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	84
4.2.1	<i>Formulação do método</i>	84
4.2.2	<i>Técnicas de refinamento do método dos elementos finitos</i>	88
4.2.3	<i>Limite de aplicação do método dos elementos finitos</i>	89
4.3	MÉTODOS DE AJUSTE DE MODELOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS.....	91

4.3.1	<i>Métodos de ajuste baseados em parâmetros modais</i>	92
4.3.1.1	Comparação gráfica dos parâmetros modais.....	92
4.3.1.2	Comparação estatística das configurações modais.....	93
4.3.2	<i>Métodos de ajuste baseados em funções de resposta em frequência</i>	95
4.3.2.1	Comparação gráfica das funções de resposta em frequência.....	95
4.3.2.2	Comparação estatística das funções de resposta em frequência	96
4.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
5	MODELAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS	101
5.1	ELEMENTOS LINEARES.....	101
5.1.1	<i>Ensaaios experimentais</i>	102
5.1.1.1	Ensaaios de avaliação do módulo de elasticidade do betão	102
5.1.1.2	Ensaaios de vibração forçada.....	105
5.1.2	<i>Modelação pelo método analítico</i>	113
5.1.3	<i>Modelação pelo método dos elementos finitos</i>	116
5.1.3.1	Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo analítico	117
5.1.3.2	Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo experimental	126
5.2	ELEMENTOS DE LAJE	133
5.2.1	<i>Ensaaios experimentais</i>	133
5.2.1.1	Ensaaios de avaliação da resistência à compressão do betão	134
5.2.1.2	Ensaaios de vibração forçada.....	135
5.2.2	<i>Modelação pelo método analítico</i>	137
5.2.3	<i>Modelação pelo método dos elementos finitos</i>	142
5.2.3.1	Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo analítico	142
5.2.3.2	Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo experimental	147
5.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	155
6	TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS	157
6.1	MODELO DE TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO.....	157
6.2	CASO DE ESTUDO REAL – EDIFÍCIO DA ESCOLA.....	159
6.2.1	<i>Ensaaios experimentais</i>	159

6.2.2	<i>Modelo de elementos finitos</i>	160
6.2.3	<i>Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental</i>	161
6.2.3.1	Transmissão de vibração ao longo dos elementos estruturais	162
6.2.3.2	Transmissão de vibração através dos nós da estrutura	168
6.3	CASOS DE ESTUDO TEÓRICOS – VARIANTES AO EDIFÍCIO DA ESCOLA	171
6.3.1	<i>Modelos parciais</i>	171
6.3.2	<i>Modelos completos</i>	174
6.4	TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS.....	176
6.4.1	<i>Elementos lineares – Pilares</i>	176
6.4.1.1	Influência do módulo de elasticidade do material.....	177
6.4.1.2	Influência das dimensões dos pilares.....	178
6.4.1.3	Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares.....	182
6.4.1.4	Influência do número de pisos do edifício	184
6.4.2	<i>Elementos de laje</i>	187
6.4.2.1	Influência do módulo de elasticidade do material.....	187
6.4.2.2	Influência das dimensões das lajes	188
6.5	TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM PAVIMENTOS VIGADOS.....	190
6.5.1	<i>Vibração gerada por fontes interiores</i>	190
6.5.1.1	Análise comparativa de transmissão da vibração em pisos distintos	190
6.5.1.2	Influência da localização da fonte de excitação na transmissão de vibração	191
6.5.1.3	Atenuação da vibração com a distância à fonte de excitação	192
6.5.1.4	Influência das características da estrutura e dos materiais	195
6.5.1.4.1	Influência do módulo de elasticidade do material.....	196
6.5.1.4.2	Influência da espessura das lajes	196
6.5.1.4.3	Influência da rigidez dos apoios das lajes.....	198
6.5.2	<i>Vibração gerada por fontes exteriores</i>	199
6.5.2.1	Vibrações nas lajes de 1ª, 2ª e 3ª ordem originadas por excitações verticais	200
6.5.2.2	Vibrações nas lajes de 1ª, 2ª e 3ª ordem originadas por excitações horizontais.....	201
6.6	TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO AO LONGO DA ALTURA DOS EDIFÍCIOS.....	202
6.6.1	<i>Vibração gerada por fontes exteriores</i>	203

6.6.1.1	Validade das análises com excitação isolada em cada pilar	203
6.6.1.2	Influência da direção da excitação na vibração das lajes	204
6.6.1.3	Atenuação da vibração proveniente do exterior	206
6.6.1.4	Influência do número total de pisos do edifício.....	213
6.6.1.5	Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares.....	214
6.6.2	<i>Vibração gerada por fontes interiores</i>	217
6.6.2.1	Atenuação da vibração gerada no interior.....	217
6.6.2.2	Influência do número total de pisos do edifício.....	220
6.6.3	<i>Influência das características da estrutura e dos materiais</i>	221
6.6.3.1	Influência do módulo de elasticidade do material	221
6.6.3.2	Influência das dimensões das vigas.....	222
6.6.3.3	Influência das dimensões dos pilares.....	223
6.6.3.4	Influência da espessura das lajes	227
6.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	230
7	MÉTODO SIMPLIFICADO PARA AVALIAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM EDIFÍCIOS	235
7.1	MÉTODO SIMPLIFICADO	235
7.1.1	<i>Descrição do método</i>	236
7.1.2	<i>Desenvolvimento do método para pilares de canto</i>	239
7.1.2.1	Funções de transferência medianas (MS-medianas)	241
7.1.2.2	Funções de transferência dependentes das características da estrutura (MS-RLM)	246
7.1.3	<i>Discussão dos resultados</i>	252
7.2	CASOS DE ESTUDO.....	256
7.2.1	<i>Edifício 1</i>	257
7.2.2	<i>Edifício 2</i>	259
7.2.2.1	Ensaios experimentais.....	260
7.2.2.2	Modelo de elementos finitos	261
7.2.2.3	Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental	262
7.2.2.4	Aplicação do método simplificado	267
7.2.3	<i>Edifício 3</i>	271
7.2.3.1	Ensaios experimentais.....	272

7.2.3.2	Modelo de elementos finitos	273
7.2.3.3	Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental	273
7.2.3.4	Aplicação do método simplificado	278
7.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS	283
8	CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	285
8.1	DISCUSSÃO DO TRABALHO DESENVOLVIDO	285
8.2	CONCLUSÕES.....	288
8.3	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	290
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	293

APÊNDICE A.I - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO AO LONGO DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO DA ESCOLA ..I.1

I.1.	AJUSTE DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS AO MODELO EXPERIMENTAL.....	I.1
------	---	-----

APÊNDICE A.II - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ELEMENTOS ESTRUTURAISII.1

II.1.	ELEMENTOS LINEARES - PILARES	II.1
-------	------------------------------------	------

II.2.	ELEMENTOS DE LAJE	II.6
-------	-------------------------	------

APÊNDICE A.III - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM PAVIMENTOS VIGADOSIII.1

III.1.	VIBRAÇÃO GERADA POR FONTES INTERIORES	III.1
--------	---	-------

III.2.	VIBRAÇÃO GERADA POR FONTES EXTERIORES	III.5
--------	---	-------

APÊNDICE A.IV - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO AO LONGO DA ALTURA DOS EDIFÍCIOS IV.1

IV.1.	VIBRAÇÃO GERADA POR FONTES EXTERIORES	IV.1
-------	---	------

IV.2.	VIBRAÇÃO GERADA POR FONTES INTERIORES	IV.3
-------	---	------

APÊNDICE A.V - COMUNICAÇÃO APRESENTADA EM CONGRESSO V.III

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 – MALHAS DE PONDERAÇÃO DA VIBRAÇÃO EM EDIFÍCIOS DA NORMA ISO 2631 [43]	10
FIGURA 2.2 – CURVAS BASE DA VIBRAÇÃO EM EDIFÍCIOS ESTABELECIDOS NA NORMA BS 6472 [53]	10
FIGURA 2.3 – LIMIAR DE AUDIBILIDADE NAS BAIXAS FREQUÊNCIAS PROPOSTO NA NORMA ISO 226 [30]	12
FIGURA 2.4 – CRITÉRIOS DE INCOMODIDADE HUMANA DEVIDO A VIBRAÇÕES VERTICAIS EM EDIFÍCIOS RESIDENCIAIS [53]	19
FIGURA 2.5 - MODELO GLOBAL DE TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO E DO RUÍDO ESTRUTURAL	24
FIGURA 2.6 – FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA VIBRAÇÃO DO SOLO PARA AS FUNDAÇÕES DOS EDIFÍCIOS [26] [106]	26
FIGURA 2.7 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA VIBRAÇÃO ENTRE PISOS DE UM EDIFÍCIO [112]	29
FIGURA 2.8 – FATOR DE AMPLIFICAÇÃO DA VIBRAÇÃO DEVIDO À RESSONÂNCIA DOS PISOS [106]	30
FIGURA 3.1 – MARTELO DE IMPACTO	40
FIGURA 3.2 – ACELERÓMETRO PIEZOELÉTRICO	40
FIGURA 3.3 – EQUIPAMENTO DE ENSAIO DE VIBRAÇÃO	41
FIGURA 4.1 – DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM ELEMENTOS SUJEITOS A ONDAS LONGITUDINAIS [126]	58
FIGURA 4.2 – DESLOCAMENTOS, DEFORMAÇÕES E TENSÕES EM ELEMENTOS SUJEITOS A ONDAS TRANSVERSAIS [126]	62
FIGURA 4.3 – DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES EM ELEMENTOS SUJEITOS A ONDAS DE FLEXÃO [126]	64
FIGURA 4.4 – ESFORÇOS NUM ELEMENTO DE VIGA À FLEXÃO [126]	66
FIGURA 4.5 – LAJE RETANGULAR E DUAS VIGAS FICTÍCIAS [182]	78
FIGURA 4.6 – COMPRIMENTOS DE ONDA DE FLEXÃO DE VIGAS E LAJES E LIMITE DE APLICAÇÃO DO MEF	90
FIGURA 4.7 – DIMENSÃO MÁXIMA DOS ELEMENTOS FINITOS DE VIGA E LAJE EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA DE ANÁLISE	91
FIGURA 5.1 – CARACTERÍSTICAS DA VIGA ENSAIADA	102
FIGURA 5.2 – MODELO EXPERIMENTAL DA VIGA	102
FIGURA 5.3 – ENSAIOS DE MEDIÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE (A) ENSAIO DE PROVETE CILÍNDRICO (B) ENSAIO DA VIGA SIMPLESMENTE APOIADA	103
FIGURA 5.4 – RELAÇÃO ENTRE A TENSÃO APLICADA NO PROVETE CILÍNDRICO E A RESPECTIVA DEFORMAÇÃO	104
FIGURA 5.5 – RELAÇÃO ENTRE A FORÇA APLICADA NO VÃO DA VIGA E O DESLOCAMENTO NA MESMA SECÇÃO	104
FIGURA 5.6 – ESQUEMA DE UM ENSAIO DE VIBRAÇÃO DA VIGA COM A FORÇA APLICADA NO PONTO 3 E REGISTO DAS RESPOSTAS NAS SECÇÕES 1 E 2	105

FIGURA 5.7 – REGISTOS DAS RESPOSTAS DA PRIMEIRA CAMPANHA DE ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA VIGA	107
FIGURA 5.8 – REGISTOS DAS RESPOSTAS DA PRIMEIRA CAMPANHA DE ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA VIGA	108
FIGURA 5.9 – REGISTOS DAS RESPOSTAS DA SEGUNDA CAMPANHA DE ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA VIGA	108
FIGURA 5.10 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE SECÇÕES DA VIGA, OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE.....	109
FIGURA 5.11 – ESPETRO DE POTÊNCIA MÉDIO NORMALIZADO DA VIGA (ANPSD) (A) DA PRIMEIRA CAMPANHA DE ENSAIOS (B) DA SEGUNDA CAMPANHA DE ENSAIOS	110
FIGURA 5.12 – (A) FUNÇÕES DE TRANSMISSIBILIDADE EM ACELERAÇÃO E (B) INVERSAS DAS FUNÇÕES RACIONAIS ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA VIGA, COM DIFERENTES PONTOS DE APLICAÇÃO DA FORÇA	111
FIGURA 5.13 – (A) FUNÇÕES DE TRANSMISSIBILIDADE DA ACELERAÇÃO E (B) INVERSAS DAS FUNÇÕES RACIONAIS ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA, COM DIFERENTES PONTOS DE APLICAÇÃO DA FORÇA	111
FIGURA 5.14 – (A) FUNÇÕES DE TRANSMISSIBILIDADE EM ACELERAÇÃO E (B) INVERSAS DAS FUNÇÕES RACIONAIS ENTRE AS SECÇÕES 4 E 7 DA VIGA, COM DIFERENTES PONTOS DE APLICAÇÃO DA FORÇA	112
FIGURA 5.15 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA, OBTIDAS ANALITICAMENTE	115
FIGURA 5.16 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA VIGA, OBTIDAS ANALITICAMENTE	115
FIGURA 5.17 – MODELO NUMÉRICO DA VIGA	116
FIGURA 5.18 – MALHAS DE DISCRETIZAÇÃO DOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS DA VIGA.....	118
FIGURA 5.19 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M A 4M	119
FIGURA 5.20 – ERROS RELATIVOS ENTRE OS VALORES NUMÉRICOS E ANALÍTICOS DAS FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA ...	119
FIGURA 5.21 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M, 2M E 3M.....	120
FIGURA 5.22 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M, 2M E 3M.....	121
FIGURA 5.23 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M, 2M E 3M.....	121
FIGURA 5.24 – MODELOS DE DISCRETIZAÇÃO DA FORÇA DE EXCITAÇÃO.....	122
FIGURA 5.25 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1F A 6F.....	123
FIGURA 5.26 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1F A 6F.....	123

FIGURA 5.27 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1F A 6F.....	124
FIGURA 5.28 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1R A 4R.....	125
FIGURA 5.29 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1R A 4R.....	125
FIGURA 5.30 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1R A 4R.....	125
FIGURA 5.31 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE	127
FIGURA 5.32 – ERROS RELATIVOS ENTRE OS VALORES NUMÉRICOS E OS VALORES EXPERIMENTAIS DAS FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA.....	128
FIGURA 5.33 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 4 E 5	129
FIGURA 5.34 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 4 E 5	129
FIGURA 5.35 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1, 3 E 4.....	130
FIGURA 5.36 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA VIGA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1, 3 E 4.....	131
FIGURA 5.37 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS MODELOS 1, 3 E 4 (A) COM EXCITAÇÃO APLICADA NA SECÇÃO 1 (B) COM EXCITAÇÃO APLICADA NA SECÇÃO 2.....	132
FIGURA 5.38 – VISTA GERAL DO EDIFÍCIO E PORMENOR DA LAJE ENSAIADA EXPERIMENTALMENTE	133
FIGURA 5.39 – ENSAIO ESCLEROMÉTRICO PARA AVALIAR A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO BETÃO.....	134
FIGURA 5.40 – CARACTERÍSTICAS DA LAJE ENSAIADA E REPRESENTAÇÃO DOS PONTOS DE MEDIÇÃO	135
FIGURA 5.41 – REGISTOS DAS RESPOSTAS DOS ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA LAJE	136
FIGURA 5.42 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE SECÇÕES DA LAJE, OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE	137
FIGURA 5.43 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO OBTIDAS ANALITICAMENTE ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA LAJE..	141
FIGURA 5.44 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO OBTIDAS ANALITICAMENTE ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE..	141
FIGURA 5.45 – MODELO NUMÉRICO DO PAINEL DE LAJE DO EDIFÍCIO.....	143
FIGURA 5.46 – MALHAS DE DISCRETIZAÇÃO DOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS DA LAJE DO EDIFÍCIO.....	143

FIGURA 5.47 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DA LAJE OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M A 4M	145
FIGURA 5.48 – ERROS RELATIVOS ENTRE OS VALORES NUMÉRICOS E ANALÍTICOS DAS FREQUÊNCIAS DE VIBRAÇÃO DA LAJE	145
FIGURA 5.49 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS ANALÍTICA E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M A 4M	146
FIGURA 5.50 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3, OBTIDAS ANALÍTICA E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M A 4M	146
FIGURA 5.51 – MODELOS NUMÉRICOS PARCIAIS DA LAJE DO EDIFÍCIO.....	148
FIGURA 5.52 – MODELO NUMÉRICO GLOBAL DA LAJE DO EDIFÍCIO	149
FIGURA 5.53 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1, 2 E 3	149
FIGURA 5.54 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1, 2 E 3	150
FIGURA 5.55 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS MODELOS 1, 2 E 3 COM EXCITAÇÃO APLICADA (A) NA SECÇÃO 1 (B) NA SECÇÃO 3	151
FIGURA 5.56 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 5, 6 E 7	152
FIGURA 5.57 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 5, 6 E 7	152
FIGURA 5.58 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS MODELOS 5, 6 E 7 COM EXCITAÇÃO APLICADA (A) NA SECÇÃO 1 (B) NA SECÇÃO 2	153
FIGURA 5.59 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 3, 4 E 5	154
FIGURA 5.60 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3, OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 3, 4 E 5	154
FIGURA 5.61 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DOS MODELOS 3, 4 E 5 (A) COM EXCITAÇÃO APLICADA NA SECÇÃO 1 (B) COM EXCITAÇÃO APLICADA NA SECÇÃO 3	155
FIGURA 6.1 – ESQUEMA DA PROPAGAÇÃO DA VIBRAÇÃO NUMA ESTRUTURA DE UM EDIFÍCIO DEVIDO A FONTES DE VIBRAÇÃO (A) EXTERIORES E (B) INTERIORES	158
FIGURA 6.2 – VISTA EXTERIOR E INTERIOR DO EDIFÍCIO DA ESCOLA	159
FIGURA 6.3 – PLANTA DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO DA ESCOLA	160

FIGURA 6.4 – ELEMENTOS ESTRUTURAIS DO EDIFÍCIO DA ESCOLA ENSAIADOS	160
FIGURA 6.5 – MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO DA ESCOLA.....	161
FIGURA 6.6 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 4 E 5 DA LAJE A DO PISO 0 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	162
FIGURA 6.7 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 5 DA LAJE A DO PISO 0 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 4 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	162
FIGURA 6.8 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 5 DA LAJE A DO PISO 0 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 5 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	163
FIGURA 6.9 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA NA LAJE A DO PISO 0 (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	163
FIGURA 6.10 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE A DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	164
FIGURA 6.11 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE A DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	164
FIGURA 6.12 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE A DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	165
FIGURA 6.13 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA LAJE A DO PISO 1 (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	166
FIGURA 6.14 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO (A) DO PILAR PA NA DIREÇÃO Y E (B) DO PILAR PB NA DIREÇÃO X (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	166
FIGURA 6.15 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO NA DIREÇÃO Y ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DO PILAR PA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	167
FIGURA 6.16 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO NA DIREÇÃO X ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DO PILAR PB COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1 (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	167
FIGURA 6.17 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE PISOS COM REGISTOS NAS SECÇÕES 7 DO PISO 0 E DO PISO 1 E COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 6 DO PISO 0 (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	168
FIGURA 6.18 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE PISOS COM REGISTOS NAS SECÇÕES 8 DO PISO 0 E DO PISO 1 E COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 8 DO PISO 0 (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	168
FIGURA 6.19 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE A SECÇÃO 4 DA LAJE DO PISO 0 (DIREÇÃO Z) E A SECÇÃO 1 DO PILAR PA (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 4 DA LAJE (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	169
FIGURA 6.20 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE A SECÇÃO 9 DA LAJE DO PISO 0 (DIREÇÃO Z) E A SECÇÃO 2 DO PILAR PB (DIREÇÃO X) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 9 DA LAJE (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	169
FIGURA 6.21 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE A SECÇÃO 2 DO PILAR PA (DIREÇÃO Y) E A SECÇÃO 3 DA VIGA VA DO PISO 1 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 DO PILAR (EDIFÍCIO DA ESCOLA)	170

FIGURA 6.22 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE A SECÇÃO 2 DO PILAR PA (DIREÇÃO Y) E A SECÇÃO 1 DA VIGA VB DO PISO 1 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 DO PILAR PA (EDIFÍCIO DA ESCOLA).....	170
FIGURA 6.23 – PLANTAS ESTRUTURAIS DOS MODELOS DITOS PARCIAIS: (A) ESTRUTURA PARCIAL TIPO “A” (B) ESTRUTURA PARCIAL TIPO “B”	171
FIGURA 6.24 – MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS DESENVOLVIDOS PARA AS ANÁLISES DE SENSIBILIDADE (A) COM DOIS PISOS (B), COM QUATRO PISOS E (C) COM SEIS PISOS	172
FIGURA 6.25 – PLANTA DA ESTRUTURA GLOBAL TIPO “A” E RESPECTIVO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	174
FIGURA 6.26 – PLANTA DA ESTRUTURA GLOBAL TIPO “B” E RESPECTIVO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	174
FIGURA 6.27 – PLANTA DA ESTRUTURA GLOBAL TIPO “C” E RESPECTIVO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	175
FIGURA 6.28 – PLANTA DA ESTRUTURA GLOBAL TIPO “D” E RESPECTIVO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	175
FIGURA 6.29 – INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO HORIZONTAL ENTRE EXTREMIDADES DO PILAR P1	177
FIGURA 6.30 – INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE EXTREMIDADES DO PILAR P8	178
FIGURA 6.31 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO PILAR P3 NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO HORIZONTAL ENTRE AS SUAS EXTREMIDADES.....	179
FIGURA 6.32 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR P3 NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO HORIZONTAL ENTRE AS SUAS EXTREMIDADES.....	179
FIGURA 6.33 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO PILAR P7 NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE AS SUAS EXTREMIDADES.....	180
FIGURA 6.34 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR P7 NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE AS SUAS EXTREMIDADES	180
FIGURA 6.35 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO PILAR P7 NA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL (A) DA SECÇÃO DE BASE E (B) DA SECÇÃO DE TOPO DO MESMO.....	181
FIGURA 6.36 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DO PILAR P7 NA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL (A) DA SECÇÃO DE BASE E (B) DA SECÇÃO DE TOPO DO MESMO	181
FIGURA 6.37 – ILUSTRAÇÃO DE ALGUNS TIPOS DE NÓS DE PILARES	182
FIGURA 6.38 – INFLUÊNCIA DO TIPO DE NÓ DE EXTREMIDADE DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO HORIZONTAL, NA DIREÇÃO X, AO LONGO DOS MESMOS (MODELO PARCIAL 1).....	183
FIGURA 6.39 – INFLUÊNCIA DO TIPO DE NÓ DE EXTREMIDADE DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO HORIZONTAL, NA DIREÇÃO Y, AO LONGO DOS MESMOS (MODELO PARCIAL 1).....	183

FIGURA 6.40 – INFLUÊNCIA DO TIPO DE NÓ DE EXTREMIDADE DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO LONGITUDINAL AO LONGO DOS MESMOS (MODELO PARCIAL 1)	184
FIGURA 6.41 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE AS EXTREMIDADES DE CADA TROÇO DO PILAR P7 AO LONGO DA ALTURA DO EDIFÍCIO (TROÇO “I” – ELEMENTO ENTRE O PISO “I-1” E O PISO “I”).....	185
FIGURA 6.42 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE AS EXTREMIDADES DO ÚLTIMO TROÇO DO PILAR P8, EM ESTRUTURAS COM DOIS, QUATRO E SEIS PISOS.....	186
FIGURA 6.43 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO LONGITUDINAL ENTRE AS EXTREMIDADES DO TROÇO ENTRE O PISO 0 E O PISO 1 DO PILAR P3, EM ESTRUTURAS COM QUATRO E SEIS PISOS.....	186
FIGURA 6.44 – INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 6 DA LAJE L2	187
FIGURA 6.45 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES EM PLANTA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 6 DAS MESMAS (MODELO PARCIAL 1)	188
FIGURA 6.46 – INFLUÊNCIA DA ESPESURA DA LAJE L3, NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 6 DA MESMA	189
FIGURA 6.47 – INFLUÊNCIA DA ESPESURA DA LAJE L3 NA VIBRAÇÃO (A) DA SECÇÃO DE APLICAÇÃO DA EXCITAÇÃO (SECÇÃO 2) (B) DA SECÇÃO JUNTO AO CANTO DA LAJE (SECÇÃO 6)	189
FIGURA 6.48 – TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS LAJES LH E LF, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE LH DO PISO 0 E DO PISO 1	191
FIGURA 6.49 – PROPAGAÇÃO DA VIBRAÇÃO AO LONGO DO PISO 0, ENTRE A SECÇÃO DE APLICAÇÃO DA EXCITAÇÃO E UMA SECÇÃO AFASTADA DESTA DE 15,6M.....	192
FIGURA 6.50 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO AO LONGO DO PAVIMENTO DO PISO 0 DOS MODELOS COMPLETOS	193
FIGURA 6.51 – ATENUAÇÃO DA VIBRAÇÃO, EM DB, AO LONGO DO PAVIMENTO DO PISO 0 DOS MODELOS COMPLETOS	193
FIGURA 6.52 – RELAÇÃO DA ATENUAÇÃO DA VIBRAÇÃO NUM PAVIMENTO ENTRE A FONTE DE EXCITAÇÃO E UMA SECÇÃO DISTANCIADA DE “2D” E OUTRA SECÇÃO DISTANCIADA DE “D”	194
FIGURA 6.53 – RELAÇÃO DA ATENUAÇÃO DA VIBRAÇÃO NUM PAVIMENTO VIGADO COM A DUPLICAÇÃO DA DISTÂNCIA À FONTE DE EXCITAÇÃO	195
FIGURA 6.54 – INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS LAJES L1 E L2, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L1.....	196
FIGURA 6.55 – INFLUÊNCIA DA ESPESURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS LAJES L2 E L3, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2	197
FIGURA 6.56 – INFLUÊNCIA DA ESPESURA DAS LAJES NA VIBRAÇÃO (A) DA LAJE L2 (JUNTO À APLICAÇÃO DA EXCITAÇÃO) (B) DA LAJE L3 (DISTANTE DA APLICAÇÃO DA EXCITAÇÃO)	197

FIGURA 6.57 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES DAS VIGAS NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS LAJES L2 E L1, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2	198
FIGURA 6.58 – INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE APOIO DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE AS LAJES LE E LG, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE LE	199
FIGURA 6.59 – VIBRAÇÃO DE 1ª ORDEM, DE 2ª ORDEM E DE 3ª ORDEM NO PAVIMENTO DO MODELO COMPLETO 1, DEVIDO A FORÇAS DE EXCITAÇÃO NOS PILARES	200
FIGURA 6.60 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO (P _H) E OS PAINÉIS ADJACENTES (LF, LG E LH) DO MODELO COMPLETO 1	201
FIGURA 6.61 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO HORIZONTAL NO PILAR EXCITADO (P _H) E A ACELERAÇÃO VERTICAL NOS PAINÉIS ADJACENTES (LF, LG E LH) DO MODELO COMPLETO 1.....	202
FIGURA 6.62 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO VERTICAL NAS LAJES L3 DOS PISOS 0 E 1 DO MODELO 1 (QUATRO PISOS)	203
FIGURA 6.63 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO VERTICAL NAS LAJES L3 DOS PISOS 2 E 3 DO MODELO 1 (QUATRO PISOS)	204
FIGURA 6.64 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO NA BASE DO PILAR P4 (NA DIREÇÃO DA EXCITAÇÃO) E A ACELERAÇÃO VERTICAL NA LAJE L3 DO PISO 5 DO MODELO 1 (SEIS PISOS).....	205
FIGURA 6.65 – VALORES EFICAZES DA ACELERAÇÃO NA LAJE L3 DO PISO 5 (MODELO 1 DE SEIS PISOS) DEVIDO A EXCITAÇÕES NA BASE DO PILAR P4	205
FIGURA 6.66 – NUMERAÇÃO DAS SECÇÕES DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DOS MODELOS PARCIAIS DE (A) QUATRO PISOS E DE (B) SEIS PISOS	206
FIGURA 6.67 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO VERTICAL NA BASE DO PILAR EXCITADO P3 E A ACELERAÇÃO VERTICAL NA LAJE L2 DOS PISOS DO MODELO 1 (SEIS PISOS).....	207
FIGURA 6.68 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 E ENTRE AS LAJES L2 DO PISO “i” E DO PISO “i+1”, DO MODELO 1 (SEIS PISOS)	207
FIGURA 6.69 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0, DO MODELO 1 (QUATRO PISOS).....	208
FIGURA 6.70 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 1, DO MODELO 1 (QUATRO PISOS).....	209
FIGURA 6.71 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 2, DO MODELO 1 (QUATRO PISOS).....	209
FIGURA 6.72 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO ÚLTIMO PISO, DO MODELO 1 (QUATRO PISOS)	210

FIGURA 6.73 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL NO NÓ QUE LIGA O PILAR EXCITADO P3 À LAJE DO PISO 2, DO MODELO 1 (QUATRO PISOS)	211
FIGURA 6.74 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL NOS NÓS, ENTRE OS TROÇOS DO PILAR EXCITADO P3 DO MODELO 1 (QUATRO PISOS).....	211
FIGURA 6.75 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL NOS NÓS, ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E AS LAJES L2 DOS PISOS DO MODELO 1 (QUATRO PISOS).....	212
FIGURA 6.76 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L3 E L2 DE CADA PISO DO MODELO 6 (QUATRO PISOS), DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA BASE DO PILAR P4	213
FIGURA 6.77 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A ACELERAÇÃO VERTICAL NA BASE DO PILAR EXCITADO P4 E A ACELERAÇÃO VERTICAL NA LAJE L3 DO PISO 0 DOS MODELOS 1 DE QUATRO E SEIS PISOS	213
FIGURA 6.78 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L3 DO PISO “i” E DO PISO “i+1”, OBTIDAS DOS MODELOS 1 DE QUATRO E SEIS PISOS, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA BASE DO PILAR P4	214
FIGURA 6.79 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L3 DOS PISOS 4 E 5, DEVIDO A EXCITAÇÕES EM PILARES DISTINTOS (MODELO 1 COM SEIS PISOS).....	215
FIGURA 6.80 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L3 DOS PISOS 2 E 3, DEVIDO A EXCITAÇÕES EM PILARES DISTINTOS (MODELO 9 COM QUATRO PISOS).....	215
FIGURA 6.81 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL NO NÓ DO PISO 4, ENTRE OS TROÇOS INFERIOR (B4) E SUPERIOR (A5) DOS PILARES EXCITADOS (MODELO 1 COM SEIS PISOS).....	216
FIGURA 6.82 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL NO NÓ DO PISO 4, ENTRE O PILAR EXCITADO (B4) E A LAJE L3 (E4) DO PISO (MODELO 1 COM SEIS PISOS)	216
FIGURA 6.83 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE A LAJE L2 DO PISO 0 (ELEMENTO EXCITADO) E AS LAJES L2 DOS RESTANTES PISOS DO MODELO 1 (SEIS PISOS)	218
FIGURA 6.84 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L2 DO PISO “i” E DO PISO “i+1”, DO MODELO 1 (SEIS PISOS), DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	218
FIGURA 6.85 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE A LAJE L2 DO PISO 0 (ELEMENTO EXCITADO) E A LAJE L2 DO PISO 1, DO MODELO 1 (SEIS PISOS)	219
FIGURA 6.86 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE A LAJE L2 DO PISO 0 (ELEMENTO EXCITADO) E A LAJE L2 DO PISO 2, DO MODELO 1 (SEIS PISOS)	219
FIGURA 6.87 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO VERTICAL ENTRE AS LAJES L2 DO PISO “i” E DO PISO “i+1”, OBTIDAS DOS MODELOS 1 DE QUATRO E SEIS PISOS, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	220
FIGURA 6.88 – INFLUÊNCIA DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MATERIAL NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO ÚLTIMO PISO.....	222

FIGURA 6.89 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DAS VIGAS NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0	222
FIGURA 6.90 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS).....	223
FIGURA 6.91 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 1 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS).....	224
FIGURA 6.92 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 E ENTRE LAJES L2 DO ÚLTIMO PISO	224
FIGURA 6.93 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS)	225
FIGURA 6.94 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 1 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS)	225
FIGURA 6.95 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 1 E ENTRE LAJES L2 DO PISO 0 E DO PISO 1.....	226
FIGURA 6.96 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE PISOS DO EDIFÍCIO, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	226
FIGURA 6.97 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE PISOS DO EDIFÍCIO, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	227
FIGURA 6.98 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS).....	228
FIGURA 6.99 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 1 (FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA PARCIAIS).....	228
FIGURA 6.100 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PILAR EXCITADO P3 E A LAJE L2 DO PISO 0 E ENTRE AS LAJES L2 DOS PISOS 1 E 2, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NO PILAR P3.	229
FIGURA 6.101 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PISO 0 E O PISO 1 DO EDIFÍCIO, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	229
FIGURA 6.102 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE O PISO 0 E O ÚLTIMO PISO DO EDIFÍCIO, DEVIDO A UMA EXCITAÇÃO NA LAJE L2 DO PISO 0	230
FIGURA 7.1 – ILUSTRAÇÃO DA TIPOLOGIA DOS NÓS DE PILARES CONSIDERADOS NO MÉTODO SIMPLIFICADO	236
FIGURA 7.2 – ESQUEMA COM AS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA-TIPO CONSIDERADAS NO MÉTODO SIMPLIFICADO	237
FIGURA 7.3 – PLANTAS ESTRUTURAIS DOS MODELOS COM DIMENSÕES DE LAJES: (A) 11,25/(3,40 OU 6,10) E (B) 6,10/5,68 OU 5,68/3,40.....	239

FIGURA 7.4 – MEDIANAS DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE UM PILAR DE CANTO E O PISO 1, T_0 , ENTRE PISOS INTERMÉDIOS, T_{NV} , E ENTRE O PENÚLTIMO E O ÚLTIMO PISO, T_{N-1v}	241
FIGURA 7.5 – DIAGRAMA DE EXTREMOS E QUARTIS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE UM PILAR DE CANTO E O PISO 1, T_0	242
FIGURA 7.6 – DIAGRAMA DE EXTREMOS E QUARTIS DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO (A) ENTRE PISOS INTERMÉDIOS, T_{NV} ; (B) ENTRE O PENÚLTIMO E O ÚLTIMO PISO, T_{N-1v}	242
FIGURA 7.7 – MEDIANA DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE LAJES CONTÍGUAS DE UM PISO INTERMÉDIO, T_{NH} , E DO ÚLTIMO PISO, T_{NH}	243
FIGURA 7.8 – DIAGRAMA DE EXTREMOS E QUARTIS DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE LAJES CONTÍGUAS (A) DOS PISOS INTERMÉDIOS, T_{NH} ; (B) DO ÚLTIMO PISO, T_{NH}	243
FIGURA 7.9 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO SIMPLIFICADAS ENTRE UM PILAR DE CANTO E O PISO 1, T_0 , ENTRE PISOS INTERMÉDIOS, T_{NV} , E ENTRE O PENÚLTIMO E O ÚLTIMO PISO, T_{N-1v}	244
FIGURA 7.10 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO, SIMPLIFICADAS, ENTRE LAJES CONTÍGUAS DE UM PISO INTERMÉDIO, T_{NH} , E DO ÚLTIMO PISO, T_{NH}	245
FIGURA 7.11 – RESÍDUOS DAS REGRESSÕES LINEARES DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS (A) T_0 , T_{NV} , T_{N-1v} E (B) T_{NH} E T_{NH}	245
FIGURA 7.12 – COEFICIENTES DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS (A) M1; (B) M2; (C) M3; (D) M4 E (E) M5 OBTIDOS DO MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA.....	247
FIGURA 7.13 – COEFICIENTE M1 DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS PARA PILARES DE CANTO.....	249
FIGURA 7.14 – COEFICIENTE M2 DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS PARA PILARES DE CANTO.....	249
FIGURA 7.15 – COEFICIENTE M3 DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS PARA PILARES DE CANTO.....	249
FIGURA 7.16 – COEFICIENTE M4 DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS PARA PILARES DE CANTO.....	250
FIGURA 7.17 – COEFICIENTE M5 DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS PARA PILARES DE CANTO.....	250
FIGURA 7.18 – RESÍDUOS DAS REGRESSÕES LINEARES DOS COEFICIENTES (A) M1; (B) M2; (C) M3; (D) M4 E (E) M5.....	251
FIGURA 7.19 – COMPARAÇÃO ENTRE AS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA VIBRAÇÃO ENTRE PISOS ESTIMADAS PELO MÉTODO SIMPLIFICADO PARA PILARES DE CANTO E PELO MÉTODO PROPOSTO POR HASSAN.....	253
FIGURA 7.20 – INFLUÊNCIA DA SECÇÃO TRANSVERSAL DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE (A) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE ADJACENTE, $L_4^{(1)}$ E (B) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE CONTÍGUA, $L_4^{(2)}$	254
FIGURA 7.21 – INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE (A) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE ADJACENTE, $L_4^{(1)}$ E (B) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE CONTÍGUA, $L_4^{(2)}$	254

FIGURA 7.22 – INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS PILARES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE (A) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE ADJACENTE, $L_4^{(1)}$ E (B) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE CONTÍGUA, $L_4^{(2)}$	255
FIGURA 7.23 – INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES DAS LAJES NA TRANSMISSÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE (A) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE ADJACENTE, $L_4^{(1)}$ E (B) UM PILAR DE CANTO, P_0 , E A ÚLTIMA LAJE CONTÍGUA, $L_4^{(2)}$	256
FIGURA 7.24 – PLANTA ESTRUTURAL DOS PISOS DO EDIFÍCIO 1.....	257
FIGURA 7.25 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P1 E AS LAJES (A) L1 DO PISO 0 E (B) L2 DO PISO 0 DO EDIFÍCIO 1.....	258
FIGURA 7.26 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P1 E AS LAJES (A) L1 DO PISO 1 E (B) L2 DO PISO 1 DO EDIFÍCIO 1.....	258
FIGURA 7.27 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P9 E AS LAJES (A) L8 DO PISO 0 E (B) L7 DO PISO 0 DO EDIFÍCIO 1.....	258
FIGURA 7.28 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P9 E AS LAJES (A) L8 DO PISO 1 E (B) L7 DO PISO 1 DO EDIFÍCIO 1.....	259
FIGURA 7.29 – VISTA EXTERIOR DO EDIFÍCIO 2	260
FIGURA 7.30 – VISTA INTERIOR DO EDIFÍCIO 2	260
FIGURA 7.31 – CORTE E PLANTAS ESTRUTURAIS DO EDIFÍCIO 2	261
FIGURA 7.32 – MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO 2	262
FIGURA 7.33 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DA LAJE L1 DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO 2).....	263
FIGURA 7.34 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA LAJE L1 DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 (EDIFÍCIO 3).....	263
FIGURA 7.35 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA LAJE L1 DO PISO 1 (EDIFÍCIO 2).....	264
FIGURA 7.36 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE PISOS COM REGISTOS NAS SECÇÕES 4 DOS PISOS 1 E 2 E EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 1 DO PISO 1 (EDIFÍCIO 2).....	264
FIGURA 7.37 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE PISOS COM REGISTOS NAS SECÇÕES 5 DAS VIGAS V1 DOS PISOS 1 E 2 E EXCITAÇÃO NA MESMA SECÇÃO DO PISO 1 (EDIFÍCIO 2)	265
FIGURA 7.38 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 1 DA LAJE L1 DO PISO 1 (DIREÇÃO Z) E A SECÇÃO 1 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 DA LAJE (EDIFÍCIO 2)	265
FIGURA 7.39 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 1 DA VIGA V1 DO PISO 1 (DIREÇÃO Z) E A SECÇÃO 1 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 DA LAJE L1 DO PISO 1 (EDIFÍCIO 2).....	266

FIGURA 7.40 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 3 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) E A SECÇÃO 1 DA VIGA V1 DO PISO 2 (DIREÇÃO Z) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 DO PILAR (EDIFÍCIO 2).....	266
FIGURA 7.41 – PLANTAS ESTRUTURAIS DO (A) PISO 1, (B) PISO 2 E PISO 3, (C) PISO 4 E (D) PISO 5 DO EDIFÍCIO 2	267
FIGURA 7.42 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO DO TIPO (A) TNV ENTRE OS PISOS 2 E 3 E (B) TN-1V ENTRE OS PISOS 4 E 5, PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P2 DO EDIFÍCIO 2.....	267
FIGURA 7.43 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P2 E A LAJE L2 (A) DO PISO 1 E (B) DO PISO 4, DO EDIFÍCIO 2	268
FIGURA 7.44 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L2 E L1 (A) DO PISO 4 (TIPO TNH) E (B) DO PISO 5 (TIPO TNH), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P2 DO EDIFÍCIO 2	268
FIGURA 7.45 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L2 E L3 (A) DO PISO 4 (TIPO TNH) E (B) DO PISO 5 (TIPO TNH), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P2 DO EDIFÍCIO 2	268
FIGURA 7.46 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO DO TIPO (A) TNV ENTRE OS PISOS 2 E 3 E (B) TN-1V ENTRE OS PISOS 4 E 5, PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P4 DO EDIFÍCIO 2.....	270
FIGURA 7.47 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P4 E A LAJE L1 (A) DO PISO 1 E (B) DO PISO 5, DO EDIFÍCIO 2	270
FIGURA 7.48 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L1 E L2 (A) DO PISO 4 (TIPO TNH) E (B) DO PISO 5 (TIPO TNH), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P4 DO EDIFÍCIO 2	270
FIGURA 7.49 – VISTA EXTERIOR DO EDIFÍCIO 3.....	271
FIGURA 7.50 – VISTA INTERIOR DO EDIFÍCIO 3	272
FIGURA 7.51 – CORTE E PLANTA ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO 3	272
FIGURA 7.52 – MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO 3	273
FIGURA 7.53 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 2 DA LAJE L1 DO PISO 1 COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO 3)	274
FIGURA 7.54 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 1 E 3 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO 3).....	274
FIGURA 7.55 – COEFICIENTES FDAC DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 DA LAJE L1 (DIREÇÃO Z) E DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) (EDIFÍCIO 3).....	275
FIGURA 7.56 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 2 E 1 DA VIGA V2 DO PISO 2 (DIREÇÃO Z) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 (EDIFÍCIO 3).....	275
FIGURA 7.57 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE AS SECÇÕES 3 E 1 DA VIGA V2 DO PISO 2 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 2 (EDIFÍCIO 3).....	275

FIGURA 7.58 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA EM ACELERAÇÃO ENTRE PISOS COM REGISTOS NAS SECÇÕES 8 DAS LAJES L1 DOS PISOS 1 E 2 E EXCITAÇÃO NA MESMA SECÇÃO DO PISO 1 (EDIFÍCIO 3)	276
FIGURA 7.59 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 3 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) E A SECÇÃO 4 DA LAJE L1 DO PISO 2 (DIREÇÃO Z) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 DO PILAR (EDIFÍCIO 3).....	276
FIGURA 7.60 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 3 DO PILAR P2 (DIREÇÃO X) E A SECÇÃO 7 DA LAJE L1 DO PISO 2 (DIREÇÃO Z) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 DO PILAR (EDIFÍCIO 3).....	277
FIGURA 7.61 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA ENTRE A SECÇÃO 3 DO PILAR P1 (DIREÇÃO Y) E A SECÇÃO 1 DA VIGA V2 DO PISO 2 (DIREÇÃO Y) COM EXCITAÇÃO NA SECÇÃO 3 DO PILAR (EDIFÍCIO 3).....	277
FIGURA 7.62 – PLANTAS ESTRUTURAIS DO PISO TIPO DO EDIFÍCIO 3	278
FIGURA 7.63 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO DO TIPO (A) T_{NV} ENTRE OS PISOS 3 E 4 E (B) T_{N-1V} ENTRE OS PISOS 5 E 6, PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P3 DO EDIFÍCIO 3.....	279
FIGURA 7.64 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P3 E A LAJE L2 (A) DO PISO 1 E (B) DO PISO 6, DO EDIFÍCIO 3	279
FIGURA 7.65 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L2 E L1 (A) DO PISO 1 (TIPO T_{NH}) E (B) DO PISO 6 (TIPO T_{NH}), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P3 DO EDIFÍCIO 3	279
FIGURA 7.66 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO DO TIPO (A) T_{NV} ENTRE OS PISOS 3 E 4 E (B) T_{N-1V} ENTRE OS PISOS 5 E 6, PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P8 DO EDIFÍCIO 3	280
FIGURA 7.67 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P8 E A LAJE L3 (A) DO PISO 1 E (B) DO PISO 6, DO EDIFÍCIO 3	281
FIGURA 7.68 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L3 E L6 (A) DO PISO 1 (TIPO T_{NH}) E (B) DO PISO 6 (TIPO T_{NH}), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P8 DO EDIFÍCIO 3	281
FIGURA 7.69 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO DO TIPO (A) T_{NV} ENTRE OS PISOS 2 E 3 E (B) T_{N-1V} ENTRE OS PISOS 5 E 6, PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P16 DO EDIFÍCIO 3.....	282
FIGURA 7.70 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE O PILAR P16 E A LAJE L4 (A) DO PISO 1 E (B) DO PISO 6, DO EDIFÍCIO 3	282
FIGURA 7.71 – FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DA ACELERAÇÃO ENTRE AS LAJES L4 E L5 (A) DO PISO 1 (TIPO T_{NH}) E (B) DO PISO 6 (TIPO T_{NH}), PARA EXCITAÇÃO NO PILAR P16 DO EDIFÍCIO 3	283

ÍNDICE DE QUADROS

QUADRO 2.1 – GAMA DE FREQUÊNCIAS DE ANÁLISE ESTABELECIDAS NA ISO 14837-1 [25]	16
QUADRO 2.2- LIMITES ESTABELECIDOS NA NORMA NP 2074, PARA A VELOCIDADE DE VIBRAÇÃO MÁXIMA NA FUNDAÇÃO DA ESTRUTURA [72]	17
QUADRO 2.3 – CRITÉRIOS DE INCOMODIDADE HUMANA ADOTADOS PELO LNEC [54]	17
QUADRO 2.4 – CRITÉRIOS DE DANOS NAS EDIFICAÇÕES ADOTADOS PELO LNEC [54]	17
QUADRO 2.5 – CRITÉRIOS DE INCOMODIDADE HUMANA E FUNCIONAMENTO DE EQUIPAMENTOS SENSÍVEIS ESPECIFICADOS NOS CRITÉRIOS DOS EUA [26]	18
QUADRO 2.6 – CRITÉRIOS DE INCOMODIDADE HUMANA À VIBRAÇÃO ESPECIFICADOS NA NORMA BS 6472 [53]	19
QUADRO 2.7 – CRITÉRIOS DE DANOS ESTÉTICOS EM EDIFÍCIOS DEVIDO A VIBRAÇÃO TRANSITÓRIA, ESPECIFICADOS NA NORMA BS 7385-2 [73].....	20
QUADRO 2.8 – ATENUAÇÃO DA VIBRAÇÃO ENTRE PISOS DE EDIFÍCIOS DE ACORDO COM VÁRIAS REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .	29
QUADRO 5.1 – ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA VIGA.....	106
QUADRO 5.2 – FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA IDENTIFICADAS EXPERIMENTALMENTE	113
QUADRO 5.3 – FREQUÊNCIAS E MODOS PRÓPRIOS DE VIBRAÇÃO DA VIGA, DETERMINADOS ANALITICAMENTE	114
QUADRO 5.4 – FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE	119
QUADRO 5.5 – FREQUÊNCIAS PRÓPRIAS DE VIBRAÇÃO DA VIGA OBTIDAS EXPERIMENTAL E NUMERICAMENTE	127
QUADRO 5.6 – CRITÉRIO FRAC DOS MODELOS 4 E 5 DA VIGA	130
QUADRO 5.7 – COEFICIENTES FRAC DOS MODELOS 1, 3 E 4	131
QUADRO 5.8 – RESULTADOS DOS ENSAIOS ESCLEROMÉTRICOS REALIZADOS NA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO.....	134
QUADRO 5.9 – ENSAIOS DE VIBRAÇÃO DA LAJE	136
QUADRO 5.10 (A) – FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DA LAJE DETERMINADAS ANALITICAMENTE.....	138
QUADRO 5.11 – FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO DA LAJE OBTIDAS ANALITICAMENTE E NUMERICAMENTE PELOS MODELOS 1M A 4M	144
QUADRO 5.12 – CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS DA LAJE	148
QUADRO 5.13 – CRITÉRIO FRAC DOS MODELOS 1, 2 E 3 DA LAJE	150
QUADRO 5.14 – CRITÉRIO FRAC DOS MODELOS 5, 6 E 7 DA LAJE	152
QUADRO 6.1 – CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS DAS ESTRUTURAS DOS MODELOS DITOS PARCIAIS.....	173
QUADRO 6.2 – CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS DAS ESTRUTURAS DOS MODELOS DITOS COMPLETOS	175

QUADRO 7.1 – PARÂMETROS CONSIDERADOS EM CADA MODELO DE ELEMENTOS DE FINITOS	240
QUADRO 7.2 – COEFICIENTE M_i DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS T_0, T_{NV}, T_{N-1V} , PARA PILARES DE CANTO	248
QUADRO 7.3 – COEFICIENTE M_i DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA SIMPLIFICADAS T_{NH}, T_{NH} , PARA PILARES DE CANTO	248

NOTAÇÕES E SIMBOLOS

SÍMBOLOS LATINOS

a	Aceleração
a_{RMS}	Aceleração eficaz ou raiz do valor quadrático médio da aceleração
a_b	Dimensão da largura da secção transversal de uma viga
a_c	Dimensão da secção transversal de um pilar
b_c	Dimensão da secção transversal de um pilar
B	Rigidez à flexão do material
c_B	Velocidade de propagação da onda de flexão
c_c	Velocidade de propagação da onda de flexão com a inércia de torção e a rigidez de corte
c_L	Velocidade de propagação da onda longitudinal
c_{LII}	Velocidade de propagação da onda quase longitudinal numa barra
c_{LI}	Velocidade de propagação da onda quase longitudinal numa laje
c_T	Velocidade de propagação das ondas transversais
D	Rigidez longitudinal do material
E	Módulo de elasticidade
E'	Módulo de elasticidade efetivo de uma laje
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante
E_t	Módulo de elasticidade tangente
f	Frequência
f_a	Frequência de amostragem
f_N	Frequência de Nyquist
$f_{ck,cilindro}$	Valor característico da resistência à compressão do betão
f_{cm}	Valor da tensão média de rotura do betão
F_i	Força no grau de liberdade i
F_I	Forças de inércia
G	Módulo de elasticidade transversal do elemento
H_{ij}	Função de resposta em frequência entre i e j
h_s	Espessura de lajes
h_b	Dimensão da altura da secção transversal de uma viga
I	Momento de inércia de uma secção

K_e	Matriz de rigidez do elemento
K_G	Matriz de rigidez global da estrutura
k_B	Número de onda de flexão
k_L	Número de onda longitudinal
k_m	Rigidez à rotação de uma mola
$L_{elem\ fin}$	Dimensão dos elementos finitos
L	Comprimento de um elemento
L_C	Comprimento de um pilar
m	Massa
m'	Massa por unidade de comprimento
m''	Massa por unidade de área
M_e	Matriz de massa do elemento
M_G	Matriz de massa global da estrutura
M_z	Momento fletor
N	Número de valores de um registo discreto
N_x	Esforço normal
$p(x,t)$	Força externa
$Q(t)$	Forças nodais
$q(t)$	Forças distribuídas
R_{xixi}	Função de autocorrelação
R_{xixj}	Função de correlação cruzada
S_{xixi}	Função densidade espectral de potência
S_{xixj}	Função densidade espectral de potência cruzada ou espectro cruzado
S	Área da secção transversal
t	tempo
T	Duração da amostra
T_{ij}^k	Função de transferência entre os graus de liberdade i e j com ação aplicada em k
T_n	Período das ondas quase longitudinais
u	Deslocamento de uma partícula
v	Velocidade linear de uma partícula
V_Y	Esforço transversal
w_z	Velocidade angular
$X(t)$	Sinal no domínio do tempo

X_{iRMS}	Valor eficaz de um sinal
X_i	Resposta no grau de liberdade i

SÍMBOLOS GREGOS

Δt	Intervalo de amostragem
Δf	Afastamento de frequências
τ	Desfasamento temporal
ω	Frequência angular
γ_j	Função de coerência
ΔT_{ij}^{kl}	Função racional
$\Delta^{-1} T_{ij}^{kl}$	Inversa da função racional
ε	Extensão
σ	Tensão normal
ν	Coeficiente de <i>Poisson</i>
ρ	Densidade do material
λ_L	Comprimento de onda longitudinal
λ_{LII}	Comprimento de onda quase longitudinal numa barra
λ_{LI}	Comprimento de onda quase longitudinal numa laje
λ_B	Comprimento de onda de flexão
γ_{xy}	Ângulo de distorção
τ_{xy}	Tensões tangenciais de corte
β	Ângulo de rotação
ϕ_L	Forma específica do movimento longitudinal
Y_L	Amplitude do movimento longitudinal
Y_B	Amplitude do movimento da onda de flexão
ϕ_{Bn}	Configuração dos modos de vibração
δW^e	Trabalho das forças exteriores
δW^i	Trabalho das forças interiores
ξ	Coeficiente de amortecimento

SÍGLAS

ANPSD	Média dos autoespetros normalizados
BFD	Método básico no domínio da frequência
COMAC	<i>Coordinate modal assurance criterion</i>
FDAC	<i>Frequency domain assurance criterion</i>
FRAC	<i>Frequency response assurance criterion</i>
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil
MAC	<i>Modal assurance criterion</i>
MEF	Método dos elementos finitos
MFAC	<i>Modal frequency response function assurance criterion</i>
MS-medianas	Método simplificado baseado em valores medianos
MS-RLM	Método simplificado baseado nas características da estrutura
NPSD	Normalização dos autoespetros
SEA	Statistical energy analysis
USA	Estados Unidos da América

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo faz-se um enquadramento do tema do trabalho, apresentam-se os objetivos da investigação e um resumo dos capítulos que compõem a presente dissertação.

1.1 Enquadramento do tema

É correntemente aceite que o intervalo de frequências audível pelo ouvido humano está compreendido entre 20 Hz e 20000 Hz, variando, no entanto, a sensibilidade humana em função do conteúdo energético espectral do som. A sensibilidade máxima acontece à volta dos 4000 Hz, diminuindo nas altas e, especialmente, nas baixas frequências, que incluem os sons na gama de frequências entre 20 Hz e 200 Hz [1] [2] [3]. Os sons abaixo dos 20 Hz são designados infrassons e os sons acima dos 20000 Hz são designados ultrassons, sendo ambos geralmente considerados, por convenção, inaudíveis, apesar de poderem existir sons nestas gamas passíveis de serem detetados por algumas pessoas.

Atualmente, as normas e regulamentos em vigor na área da acústica de edifícios, e, em particular, no campo de medição e previsão da transmissão de ruído gerado pela excitação direta de elementos de construção, definem métodos baseados na acústica clássica de salas que são aplicáveis para bandas de terços de oitava entre os 100 Hz e os 3150 Hz, com extensões admissíveis ao intervalo 50-5000 Hz assumindo já erros decorrentes do desrespeito pelo campo de aplicação dos métodos normativos[4] [5] [6] [7]. A necessidade de alargamento do campo de aplicação de normas e regulamentos decorre da proliferação de fontes sonoras ou de vibração com conteúdos energéticos importantes abaixo dos 100 Hz, o que tem também obrigado a comunidade técnica e científica a investigar as formas de transmissão e perceção do ruído de baixa frequência.

As fontes de vibração e ruído de baixa frequência podem localizar-se no interior dos edifícios, referindo-se, a título ilustrativo, os sistemas de ventilação, equipamentos mecânicos, utensílios domésticos e alguma atividade de vizinhança [1] [8] [9] [10]. No entanto, as principais fontes de

incómodo para os utentes dos edifícios e de afetação do funcionamento de equipamentos de alta precisão e sensibilidade localizam-se, em geral, no exterior e correspondem frequentemente ao tráfego rodoviário [1] [2] [8] [11] [12] [13] [14] [15] e ferroviário [1] [16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23]. De facto, em grandes cidades, com níveis de população elevados e um grande desenvolvimento das infraestruturas públicas, nem sempre é possível construir edifícios distantes de sistemas de transporte ruidosos, tais como autoestradas movimentadas e linhas ferroviárias superficiais e subterrâneas, pelo que a transmissão de vibração aos edifícios é facilitada.

Efetivamente, as preocupações sobre os efeitos das vibrações e do ruído de baixa frequência na população têm aumentado, não só devido à elevada presença de conteúdo energético nesta gama de frequências em numerosas fontes quotidianas, mas também devido à sua propagação eficiente através do solo e à reduzida eficácia que a generalidade dos edifícios apresenta na sua atenuação. De facto, a vibração e o ruído nesta gama de frequências apresentam uma menor atenuação no meio de propagação e nas estruturas do que os ruídos de média e alta frequência [1] [24]. Por outro lado, os avanços na tecnologia levaram à construção de edifícios mais altos, com estruturas mais leves e com pavimentos de maiores vãos, *i.e.*, de edifícios com frequências naturais de vibração mais baixas e menor grau de amortecimento dinâmico. Estes edifícios são mais suscetíveis à vibração na gama de frequências de interesse para a presente dissertação, uma vez que as suas frequências naturais de vibração podem coincidir com as frequências com conteúdo energético dominante das fontes de excitação [14] [23].

Apesar de existir, atualmente, um conjunto significativo de normas e regulamentos para a previsão do ruído aéreo gerado por fontes exteriores, a previsão do ruído de percussão transmitido sob a forma de vibração pelo solo e pelas estruturas carece ainda de normalização adequada [25] [26] [27] [28]. A vibração induzida no solo e posteriormente transmitida às estruturas dos edifícios constitui, geralmente, uma excitação de banda estreita de baixa frequência, à qual os edifícios apresentam uma resposta modal, tanto em termos do comportamento dinâmico dos elementos de construção, como em termos do comportamento acústico dos compartimentos. Este tipo de resposta não está ainda convenientemente contemplada nas normas e regulamentos em vigor, as quais consideram campos vibratórios e sonoros difusos, pelo que se afigura urgente a obtenção de resultados experimentais que permitam definir métodos adequados de medição e previsão [25].

Por outro lado, o estudo da propagação da vibração através das estruturas dos edifícios utilizando modelos analíticos e numéricos apresenta limitações. Os modelos analíticos fornecem resultados exatos, mas a sua aplicabilidade reduz-se a estruturas com geometria elementar. Os modelos

numéricos disponíveis, como os que se baseiam na aplicação do método dos elementos finitos, permitem modelar com rigor estruturas com qualquer grau de complexidade mas exigem demasiado tempo e recursos computacionais para o seu desenvolvimento e para a execução das análises necessárias na gama das baixas frequências. Para produzir resultados aceitáveis num período razoável são necessárias simplificações durante o processo de modelação que acarretam incertezas que nem sempre são bem conhecidas.

Face ao exposto, torna-se premente adquirir uma melhor compreensão dos mecanismos de transmissão da vibração e do ruído de baixa frequência ao longo das estruturas. Só desta forma é possível controlar de forma expedita, na fase de projeto, o efeito que a vibração e o ruído estrutural exercem nos ocupantes dos edifícios, nos equipamentos e nos próprios edifícios. Esta necessidade, que esteve na origem do desenvolvimento da presente investigação, tem sido sentida pelos investigadores, e foi particularmente notada no âmbito da solicitação, ao Instituto Superior Técnico, de estudos para avaliação da vibração e ruído de baixa frequência em edifícios localizados nas proximidades de linhas de transporte ferroviário urbano [21] [29].

1.2 Objetivos da tese e metodologia

No contexto descrito anteriormente, pretende-se, com a presente dissertação, contribuir para a caracterização da propagação da vibração e do ruído de baixa frequência em edifícios com estrutura de betão armado constituída por lajes vigadas assentes em elementos verticais do tipo pilar.

Esta caracterização visa identificar os parâmetros mecânicos e geométricos que condicionam a transmissão de vibração em altura, através dos pilares, e em planta, através de vigas e lajes, na gama de frequências entre os 20 Hz e os 250 Hz. O objetivo final é a identificação dos parâmetros que afetam a vibração das lajes e que, conseqüentemente, condicionam o ruído de baixa frequência gerado nos compartimentos interiores dos edifícios. Para atingir este objetivo, serão efetuadas análises paramétricas por tipo de elemento de construção e por tipo de nó de ligação estrutural das extremidades dos pilares para vibrações geradas em fontes exteriores e interiores aos edifícios.

Outro objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um método simplificado para previsão da propagação, no interior dos edifícios com estrutura em betão armado, da vibração de baixa frequência proveniente de fontes localizadas no exterior. O método deverá permitir avaliar se os níveis de vibração num edifício cumprem os limites aceitáveis para os utentes e equipamentos do

mesmo e poderá, por exemplo, através do recurso à análise modal teórica, fornecer os campos vibratórios dos elementos de construção necessários para estimar os campos sonoros nos compartimentos dos edifícios. Pretende-se que o método possa ser utilizado tanto numa fase de estudo prévio de um edifício, como em intervenções em edifícios já construídos e localizados próximos de sistemas de transporte urbano ou de outras atividades igualmente geradoras de vibração e ruído de baixa frequência.

A metodologia seguida para a obtenção do segundo objetivo inclui os seguintes passos:

- i. Realização de ensaios experimentais de vibração forçada em elementos estruturais, em laboratório, e em estruturas de edifícios, *in situ*, com o objetivo de validar os modelos numéricos e analíticos a desenvolver.
- ii. Desenvolvimento de modelos analíticos de elementos estruturais, vigas e lajes, e comparação destes com os modelos de elementos finitos dos mesmos elementos, com o objetivo de definir critérios de modelação de estruturas sujeitas a vibrações no domínio do tempo.
- iii. Desenvolvimento de modelos de elementos finitos de edifícios reais com estrutura em betão armado, sujeitos a vibrações impostas na gama das baixas frequências, através do programa de cálculo automático SAP2000. Validação dos modelos por comparação com os resultados obtidos por via experimental, através de métodos gráficos e estatísticos de ajuste de modelos.
- iv. Desenvolvimento de diversos modelos de elementos finitos de edifícios com estrutura em betão armado constituída por lajes vigadas apoiadas em pilares, a partir dos modelos dos edifícios reais validados experimentalmente. Aplicação de análises estatísticas aos resultados numéricos destes modelos para desenvolvimento do método simplificado.

1.3 Estrutura do trabalho

O trabalho está organizado, para além do presente capítulo, em mais sete capítulos que se resumem em seguida.

No Capítulo 2 faz-se uma revisão da literatura existente sobre a vibração e o ruído de baixa frequência no que se refere a quatro aspetos: i) os efeitos da vibração e ruído de baixa frequência no ser humano, nos equipamentos e nos edifícios; ii) o tipo de fontes de vibração e de ruído de baixa frequência; iii) os critérios e os limites regulamentares da vibração em edifícios; e iv) os

métodos e a regulamentação existente para previsão da propagação da vibração no interior dos edifícios com estrutura de betão armado.

No Capítulo 3 apresenta-se uma revisão dos principais conteúdos relacionados com os ensaios experimentais de vibração, necessários para os desenvolvimentos desta tese. São revistos conceitos relacionados com a análise e o processamento dos registos dos ensaios de vibração, assim como os métodos de identificação modal estocástica utilizados no tratamento dos dados dos ensaios efetuados no presente estudo. Faz-se também uma descrição do equipamento de ensaio utilizado.

No Capítulo 4 efetua-se uma revisão da formulação de métodos existentes para avaliar a vibração em estruturas. Concretamente, faz-se uma descrição: i) do método analítico para elementos lineares e elementos de laje no que diz respeito a frequências naturais de vibração, a modos de vibração e avaliação do campo de vibrações gerado por uma força de impacto; e ii) do método dos elementos finitos para análise de vibrações. Descrevem-se, também, métodos de ajuste dos modelos numéricos e analíticos aos modelos experimentais.

No Capítulo 5 apresentam-se os resultados de ensaios de vibração forçada na gama das baixas frequências realizados em laboratório numa viga de betão armado e *in situ* numa laje também em betão armado de um edifício existente. Desenvolvem-se os modelos analíticos e os modelos de elementos finitos destes mesmos elementos, sujeitos a vibrações idênticas às dos ensaios experimentais, cujos resultados são comparados entre si e ajustados aos registos experimentais. O objetivo final destes estudos é a definição de critérios a adotar na modelação pelo método dos elementos finitos de estruturas sujeitas a vibrações na gama das baixas frequências. Estes critérios envolvem a discretização dos elementos, a discretização da resposta dinâmica das secções no domínio do tempo e a modelação da força de excitação a aplicar nas estruturas.

No Capítulo 6 realizam-se estudos de caracterização da transmissão da vibração ao longo de edifícios com estruturas de betão armado constituídas por lajes vigadas e elementos verticais do tipo pilar. Para o efeito, recorre-se ao método dos elementos finitos, sendo os modelos dos edifícios analisados desenvolvidos a partir do modelo de um edifício real, validado por recurso a comparação de resultados com registos de ensaios de vibração. O objetivo destes estudos é a compreensão da forma como a vibração se propaga entre os pisos destes edifícios de teste e a avaliação da influência que os diferentes parâmetros mecânicos e geométricos que constituem as estruturas exercem na transmissão da vibração através das mesmas, em planta e em altura.

No Capítulo 7 desenvolve-se um método simplificado que permite avaliar a transmissão de vibração, devida a fontes de excitação localizadas no exterior dos edifícios, através de estruturas de betão armado constituídas por lajes vigadas e elementos verticais do tipo pilar. O método baseia-se num conjunto de funções de transferência simplificadas, que combinadas permitem obter a estimativa da vibração nos pisos. Estas funções são estimadas pela aplicação de análises estatísticas às funções de transferência extraídas de vários modelos de elementos finitos concebidos para o efeito. Neste trabalho obtêm-se dois tipos de funções: i) funções de transferência medianas; e ii) funções de transferência dependentes das características mecânicas e geométricas da estrutura. Por fim, o método simplificado é aplicado a três edifícios em construção para avaliação da sua validade.

No Capítulo 8 faz-se uma discussão dos assuntos abordados no trabalho, apresentam-se as principais conclusões do trabalho desenvolvido e propõem-se alguns estudos a realizar em investigações futuras.

Nos Apêndices A.I, A.II, A.III e A.IV apresentam-se gráficos que complementam os estudos realizados ao longo do Capítulo 6.

No Apêndice A.V apresenta-se uma comunicação elaborada durante o desenvolvimento desta dissertação para apresentação num congresso internacional:

Carreira, A.; Neves e Sousa, A. "Prediction of low frequency vibration and sound propagation through reinforced concrete structures"; The 21st International Congress on Sound and Vibration, 13-17 July, 2014, Beijing/China.

CAPÍTULO 2

2 VIBRAÇÃO E RUÍDO DE BAIXA FREQUÊNCIA

Neste capítulo apresenta-se uma breve revisão do estado da arte sobre a vibração e o som de baixa frequência. Em particular, são identificadas fontes de excitação e são revistos os efeitos da vibração e do som de baixa frequência no ser humano, nos equipamentos e nos edifícios. Para além disso, discute-se a regulamentação existente e os trabalhos de investigação desenvolvidos no âmbito da previsão da propagação da vibração no interior dos edifícios.

2.1 Definição de vibração e som de baixa frequência

É correntemente aceite que o ser humano jovem e saudável é capaz de detetar sons no intervalo de frequências de 20 a 20.000Hz [1], [2], o qual é definido como o intervalo de frequências audíveis e se divide, deste ponto de vista, em frequências baixas, médias e altas. Assim, os sons de baixa frequência são definidos como os sons audíveis em frequências entre 20 e 200Hz [1] [2]. O som abaixo de 20Hz, geralmente aceite como a mínima frequência audível, é denominado infrassom [30]. No entanto, a comunidade científica não é consensual sobre este limite, existindo vários trabalhos que referem que sons abaixo de 20Hz são claramente audíveis, desde que os níveis sonoros sejam suficientemente elevados [3] [31] [32] [33].

O som de baixa frequência em edifícios resulta, normalmente, da vibração que se propaga através das fundações dos edifícios e estruturas, a qual provoca a vibração dos elementos de construção interiores, como pavimentos, tetos e paredes. Este movimento de vibração resulta em ondas sonoras que se propagam através do ar e que são captadas pelo ouvido humano [8] [34].

A vibração transmitida às estruturas dos edifícios constitui, geralmente, uma excitação de banda estreita com elevado conteúdo energético na gama das baixas frequências (audíveis), na qual os edifícios apresentam uma resposta modal em termos de comportamento dinâmico dos elementos de construção e de comportamento acústico dos compartimentos [35] [36] [37] [38] [39]. Note-se que a classificação de vibração de baixa frequência depende do campo de estudo.

No caso da vibração em edifícios, podem ser definidos, pelo menos, os seguintes campos de aplicação: segurança estrutural [40]; conforto humano [41][42][43]; e geração de ruído. A presente dissertação foca-se principalmente neste último campo de aplicação, pelo que se estenderá à vibração a classificação de ruído de baixa frequência.

As vibrações e sons de baixa frequência apresentam elevados comprimentos de onda, sofrendo, portanto, uma menor atenuação no meio de propagação do que aquela que acontece para frequências mais elevadas, conseguindo, assim, percorrer grandes distâncias com pequenas perdas de energia, ao contrário dos movimentos vibratórios e sons de médias e altas frequências, os quais são atenuados com maior facilidade através da atmosfera e do solo. Da mesma forma, o som e a vibração de baixa frequência apresentam, também, uma menor atenuação nos elementos estruturais dos edifícios do que os sons e vibrações de frequências mais elevadas [1] [24].

Assim, no interior dos edifícios, os sons de média e alta frequência provenientes do exterior são reduzidos devido ao isolamento sonoro conferido pela envolvente do edifício [44], o que contribui para o estabelecimento de ambientes menos ruidosos, nos quais os sons de baixa frequência são mais facilmente identificados.

2.2 Perceção e efeitos da vibração e do ruído de baixa frequência

2.2.1 Perceção pelo ser humano

A vibração e o ruído de baixa frequência podem ser sentidos pelos ocupantes de um edifício de duas formas distintas, as quais podem surgir em simultâneo ou de forma isolada: (i) sob a forma de ruído estrutural, *i.e.*, as ondas sonoras irradiadas nos compartimentos pelas superfícies são sentidas pelo ouvido humano como ruído; e (ii) sob a forma de desconforto por vibração, *i.e.*, a vibração dos pavimentos e das paredes do edifício, em contacto com o corpo humano, provocam a vibração do corpo ou de partes do corpo [25] [45] [46]. Isto acontece devido ao facto de certas partes do corpo humano manifestarem fenómenos de ressonância nas baixas frequências. Estes fenómenos podem ocorrer também na exposição a elevados níveis de ruído de baixa frequência, o que, por sua vez, conduz a um número mais elevado de reacções psicológicas e fisiológicas a este tipo de ruído do que aos ruídos de média e alta frequência [1] [34] [47] [48] [49] [50]. A título de exemplo, indica-se que a cabeça apresenta frequências de

ressonância na gama de 20 a 30Hz e que o peito apresenta frequências de ressonância na gama de 50 a 80Hz [24] [32].

A sensibilidade humana à vibração é influenciada por fatores internos e externos a cada indivíduo, pelo que o limite de percepção à vibração não é o mesmo para todos os seres humanos. Os fatores externos estão associados às características da vibração, as quais dependem principalmente do tipo de fonte – que pode ser permanente ou transitória [51] –, da direção e duração da vibração, e também da forma do espectro da vibração [1] [34] [45] [44] [51]. O limiar de percepção depende também da presença de ruído, aumentando na presença de ruído de baixa frequência de nível elevado e reduzindo-se na presença de ruído de baixa frequência pouco acima do limiar de audibilidade [52]. Os fatores internos ou individuais refletem as condições psicológicas do indivíduo, a sua atividade, a sua posição (sentado, de pé ou deitado), a sua idade e género [44] [45]. Normalmente, as pessoas idosas têm um limiar de percepção superior às pessoas mais jovens.

Apesar do limite perceptível de vibrações verticais e horizontais para um indivíduo na posição de pé e sentado ser semelhante, na maioria das situações [45], considera-se, com alguma discussão na comunidade científica, que a percepção humana da vibração depende efetivamente da frequência e da direção. Assim, uma determinada quantidade de energia de vibração, associada a uma determinada frequência e direção, pode ser sentida como mais ou menos intensa relativamente à mesma quantidade de energia de vibração associada a outra frequência e direção, pelo que algumas normas consideram malhas de ponderação em frequência, com diferentes valores em função da direção.

Na Figura 2.1 apresentam-se as malhas de ponderação da aceleração em frequência e direção no que diz respeito à saúde, ao conforto e à percepção humana da vibração, propostas na norma internacional para avaliação da exposição humana às vibrações de corpo inteiro, ISO 2631-1 [41] e ISO 2631-2 [43]. A parte 1 da norma, aplicável a vibrações transmitidas ao corpo humano de um modo geral, considera ponderações diferentes para cada direção da vibração, enquanto a parte 2 da norma é aplicável a vibrações transmitidas aos ocupantes de edifícios e adota uma curva de ponderação independente da direção da vibração e da posição do indivíduo. Da análise da Figura 2.1, constata-se que, na gama das baixas frequências, dos 20 aos 200Hz, a sensibilidade humana à vibração diminui com o aumento da frequência.

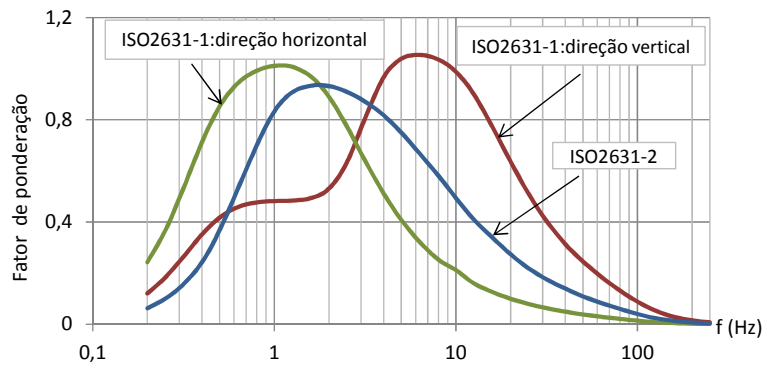


Figura 2.1 – Malhas de ponderação da vibração em edifícios da norma ISO 2631 [43]

A nível nacional e internacional, o estabelecimento de limites objetivos para a componente vibração tem sofrido evoluções ao longo do tempo, o que é ilustrado pelo facto de a versão de 1989 da ISO 2631-2 [42] possuir limites quantitativos que foram abandonados na versão de 2003 [43]. Apenas na parte 1 da norma ISO 2631 [41] continua a surgir uma referência ao limite de percepção à vibração vertical ponderada de, aproximadamente $0,015 \text{ m/s}^2$, representando este valor a mediana da aceleração de pico detetada por indivíduos testados, cujas respostas se situam no intervalo interquartil $0,01 \text{ m/s}^2$ e $0,02 \text{ m/s}^2$.

Apesar da falta de consenso, foram desenvolvidas várias escalas de percepção das vibrações por diferentes instituições, que se traduziram em normas e recomendações. Referem-se, a título ilustrativo, os critérios da norma BS 6472 [53], as recomendações do Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) [54] e os critérios dos Estados Unidos da América (EUA) [26].

Na norma BS 6472 [53] foram propostas curvas base para a percepção de vibrações verticais e horizontais em edifícios, as quais estão representadas na Figura 2.2. Em geral, para níveis de vibração inferiores aos representados não existe desconforto humano.

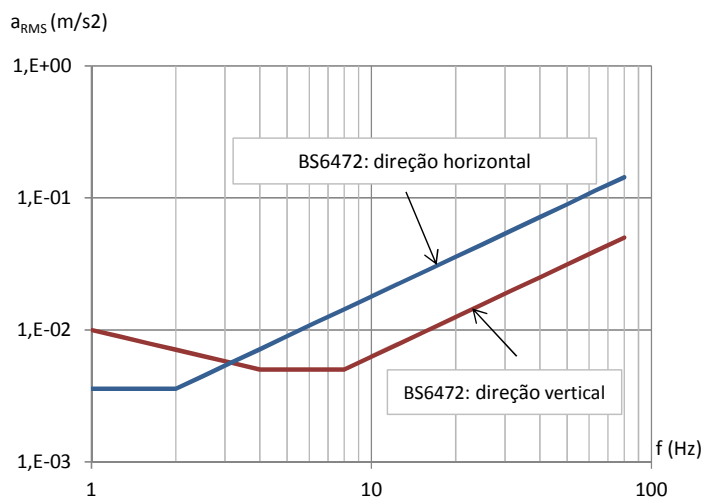


Figura 2.2 – Curvas base da vibração em edifícios estabelecidos na norma BS 6472 [53]

Na ausência de normalização portuguesa sobre vibrações, o LNEC propõe critérios, para o limite de percepção de vibração dos ocupantes dos edifícios nos quais considera, nas direções vertical e horizontal, uma velocidade efetiva global de 0,110 mm/s [54]. Os critérios norte-americanos indicam que o limite da percepção humana da vibração equivale a uma velocidade efetiva global de 0,045 mm/s [26], significativamente inferior à considerada pelo LNEC. Registe-se, no entanto, que na gama de frequências acima dos 10Hz, o limite de percepção à vibração proposto nos critérios do LNEC [54] é semelhante à curva base da vibração na direção vertical da norma BS 6472 [53].

À semelhança da resposta à vibração, a sensibilidade humana ao ruído de baixa frequência depende de vários fatores, relacionados principalmente com as características do ruído e em menor grau com as características do indivíduo [55].

A primeira dificuldade na avaliação da percepção de “ruído de baixa frequência” resulta dos diferentes entendimentos que um leigo pode fazer desta expressão, até porque cada indivíduo recorre a diferentes termos para descrever as mesmas propriedades do ruído. Assim, é frequente encontrar referências à presença de vibração, zumbido constante, assobio, burburinho, pulsação ou pressão [1] [32] [56]. Muitas vezes, a utilização destes diferentes termos gera desconfiança nos técnicos, acrescentando ao *stress* dos afetados pela exposição sonora, a irritação pela incompreensão do seu caso e pela aparente impossibilidade de ação corretiva, a qual decorre em grande medida de uma deficiente cobertura deste tipo de ruído pela legislação e normalização em vigor [1] [32]. Sendo certo que, nestas situações, a sensibilidade ao ruído dependerá fortemente do estado psicológico e fisiológico do indivíduo, continuam, no entanto, a ser condicionantes as características do ruído, tais como a sua duração, o nível de pressão sonora, a sua tonalidade e a impulsividade, ou outros fatores como o local onde a pessoa se encontra ou a hora do dia em que regista a ocorrência [32] [45] [47].

A sensibilidade humana não é a mesma para todas as frequências de som. Para o mesmo nível de pressão sonora, a percepção é superior em frequências sonoras mais elevadas. Nas frequências mais baixas, o nível sonoro tem que ser mais elevado para ser perceptível [30]. A Figura 2.3 representa o limiar de audibilidade na gama das baixas frequências de acordo com a norma ISO 226 [30], que se refere ao valor médio para jovens adultos otologicamente normais.

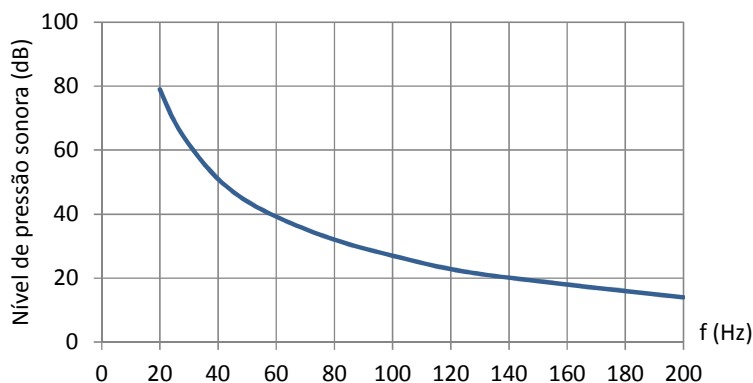


Figura 2.3 – Limiar de audibilidade nas baixas frequências proposto na norma ISO 226 [30]

Em geral, a sensibilidade auditiva varia com a idade do indivíduo, tendendo a diminuir mais rapidamente nas frequências médias a altas frequências [24] [32] [57] [58].

O limiar de percepção da vibração pelo corpo e do ruído pelo ouvido humano altera-se significativamente quando existe ruído combinado com vibração perceptível. Nestas situações, é complicado caracterizar o efeito que a vibração provoca no corpo humano, devido à tendência em confundir a percepção da vibração com a percepção de ruído, o que conduz à sensação de se ouvir menos ruído do que realmente existe. Assim, o limiar de percepção do ruído sobe na presença de vibração perceptível [1] [45] [52].

2.2.2 Efeitos no ser humano, nos equipamentos e nos edifícios

A vibração e o ruído estrutural podem afetar não só os ocupantes dos edifícios, mas também o funcionamento de equipamentos sensíveis e, para níveis de vibração mais elevados, os próprios edifícios. Descrevem-se, em seguida, os principais efeitos destas ações nestes diferentes recetores.

- **Ser humano**

Os efeitos da vibração e do ruído de baixa frequência, além de serem particularmente desagradáveis para os ocupantes dos edifícios, podem gerar ressonâncias no corpo humano e conduzir a problemas de saúde, em situações de exposição prolongada por vários anos.

Os primeiros efeitos e os mais frequentes aparecem sob a forma de incómodo. Os conceitos de incomodidade e de percepção não devem ser confundidos, ocorrendo a percepção para níveis

sonoros não muito inferiores aos que geram incomodidade, podendo também a repetição de eventos simplesmente perceptíveis conduzir à incomodidade [59].

O grau de incómodo provocado num indivíduo por uma determinada vibração é difícil de quantificar, pois depende de vários fatores. No entanto, de um modo geral, valores do nível de vibração ligeiramente acima do limite de percepção podem provocar desconforto nos ocupantes dos edifícios [43] [60] [11].

Do mesmo modo, o ruído de baixa frequência próximo ou pouco acima do limite de audição pode provocar grandes incómodos. Por outro lado, para frequências baixas, pequenos aumentos do nível de pressão sonora podem conduzir a grandes aumentos do grau de incomodidade. Isto deve-se ao facto de, nesta gama de frequências, os efeitos do ruído no ser humano serem o resultado de fenómenos que são perceptíveis ao ouvido humano e de fenómenos acústicos não processados pelo ouvido humano. Assim, a avaliação do incómodo devido a ruído de baixa frequência por recurso aos métodos convencionais baseados nas curvas de ponderação como o dB(A) não é apropriada [47] [49] [50] [56] [60] [61].

A vibração e o ruído têm sérios efeitos na qualidade de vida do ser humano. O incómodo devido a estas excitações pode conduzir a distúrbios psicológicos tais como agravamento da insatisfação, ansiedade, confusão, descontentamento, preocupação, inquietação e angústia, que podem levar a uma acumulação de *stress*, responsável por um conjunto alargado de problemas psicológicos [32] [56] [62]. Esta sensação de desconforto e mal-estar pode, também, originar outro tipo de problemas, como dificuldade de concentração, interferência na fala, diminuição da capacidade de trabalho e distúrbios no sono [1] [24] [25] [45] [56] [63] [64]. A perturbação do sono por exposição ao ruído e vibração ambiente é reconhecida como sendo um potenciador grave de problemas de saúde [65] [66] [67] [68].

Para além dos problemas psicológicos, a exposição prolongada a vibração e a ruído de baixa frequência pode conduzir ao desenvolvimento de problemas fisiológicos no ser humano, sobretudo quando os níveis de vibração e ruído são elevados ou quando as pessoas estão em situação clínica problemática. Refere-se pressão e dor de cabeça e ouvidos, podendo surgir perdas temporárias de audição que, no caso de a exposição ao ruído ser persistente, podem levar a perdas permanentes [1] [45] [61] [64], efeitos no sistema vestibular, provocando desequilíbrio [1] [32] [56], efeitos no sistema respiratório [45] [64] e alterações no fluxo sanguíneo, na pressão arterial e na frequência cardíaca, podendo conduzir ao desenvolvimento de doenças cardiovasculares, como hipertensão, arteriosclerose e doença isquémica do coração [1] [61] [69].

- **Equipamentos sensíveis**

A maioria dos equipamentos utilizados no dia-a-dia não é afetada pelos níveis de vibração normais, gerados por fontes ambientais e por fontes localizadas no interior dos edifícios. Existe, no entanto, uma gama de dispositivos de alta precisão e sensibilidade que podem ser afetados por fontes de vibração, como sejam equipamentos de tecnologia laser, equipamentos de laboratório e alguns equipamentos médicos. Nestes casos, níveis muito baixos de vibração, abaixo, mesmo, dos níveis de percepção humana, podem provocar distúrbios no seu funcionamento [25] [70].

- **Edifícios**

Em casos extremos, elevados níveis de vibração ou um elevado número de ciclos de vibração podem, em circunstâncias pouco usuais, causar danos nos edifícios devido a tensões instaladas ou a assentamentos de apoios [25] [45] [9]. A resposta dos edifícios às vibrações depende de vários fatores, sendo eles o tipo de estrutura e de materiais constituintes do edifício, a magnitude das forças atuantes e a relação entre as frequências naturais de vibração dos edifícios e as frequências características das fontes de excitação, que, no caso de serem próximas, podem provocar ressonâncias [8] [45]. Os níveis de vibração requeridos para causar danos nos edifícios são muito superiores aos que causam desconforto nos seres humanos [45]. Segundo a norma ISO 14837 [25], os níveis de vibração causadores de dano estrutural são da ordem de 10 a 100 vezes superiores aos associados à percepção humana.

Apesar de os níveis de vibração raramente serem suficientemente elevados para constituírem a causa direta de danos nos edifícios, podem contribuir para o processo de deterioração devido a outras causas [45] [11]. Os elementos de construção apresentam, normalmente, tensões residuais como resultado de movimentos do solo, de variações de humidade e de temperatura, de falta de manutenção ou de reparações anteriores, pelo que pequenos níveis de vibração podem causar danos devido ao aumento das tensões residuais. Em alguns casos, quando o edifício está sujeito a vibrações durante vários anos, podem ocorrer danos devido à fadiga, se as tensões induzidas nos edifícios forem suficientemente elevadas. Além dos danos provocados diretamente pelas vibrações, danos indiretos podem resultar de movimentos diferenciais do solo [11].

2.2.3 Critérios e limites regulamentares da vibração em edifícios

A atual regulamentação considera, de um modo geral, o ruído e vibração como duas ações distintas, o que não é verdadeiro na gama das baixas frequências, pois o ruído estrutural é gerado pela vibração dos elementos constituintes dos edifícios, assim como o ruído não audível pode gerar a vibração de lajes e paredes dos compartimentos. Por outro lado, a presença combinada de vibração e ruído provoca efeitos nos seres humanos que são distintos dos efeitos despertados pela ação isolada de cada uma das excitações.

A compreensão da comunidade científica à resposta dos seres humanos e edifícios à vibração e ao ruído estrutural está ainda em desenvolvimento, pelo que não existe, ainda, uma relação entre a exposição e a resposta aceite internacionalmente. A definição de critérios precisos e universais que definam limites para os níveis de vibração que provocam incomodidade ou problemas de saúde no ser humano não é possível, pois a sensibilidade humana depende de vários fatores. Da mesma forma, não é possível definir critérios exatos para os níveis de vibração que provocam danos nos edifícios, uma vez que estes danos dependem não só das características das vibrações, mas, também, da resistência estrutural, das características do material e das características dinâmicas da estrutura.

No entanto, as autoridades normativas a nível mundial definiram algumas normas e recomendações com indicação das gamas de frequências de análise e de valores limite para os níveis de vibração em edifícios, de forma a minimizar os efeitos nos seus ocupantes, em equipamentos sensíveis e nos próprios edifícios.

- **Normas internacionais**

A norma NP ISO 2631-2, de 1989 [42], estabelece critérios para a avaliação da exposição humana à vibração em edifícios, que já não constam da versão da norma NP ISO 2631-2 revista em 2003 [43], onde é referido que a resposta humana à vibração em edifícios é muito complexa e que o grau de incómodo humano não pode ser quantificado apenas pela magnitude de vibração. No que concerne à exposição humana da vibração em edifícios, a norma NP ISO 2631 [41] [43] estabelece como gama de frequência de interesse, para garantir o conforto dos ocupantes dos edifícios, os valores entre 1Hz a 80Hz.

Em relação à exposição dos edifícios, seus ocupantes e equipamentos sensíveis à vibração e ruído gerados pelos sistemas de transporte ferroviário, subterrâneo ou superficial, a norma ISO 14837-1 [25] indica, como gamas de frequências de interesse, as apresentadas no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Gama de frequências de análise estabelecidas na ISO 14837-1 [25]

Efeitos da vibração e ruído estrutural	Gama de frequências
Sensação humana da vibração	1 Hz a 80 Hz
Sensação humana do ruído estrutural no interior dos edifícios, devido à vibração	16 Hz a 250 Hz
Danos nos edifícios, devido a vibrações continuadas	1 Hz a 500 Hz
Perturbação do funcionamento de equipamentos sensíveis	1 Hz a 200 Hz

Segundo a norma ISO 14837-1 [25], em geral, o intervalo de frequências de interesse no fenómeno de vibração e ruído proveniente do solo é de, aproximadamente, 1Hz a 250Hz. Vibrações em gamas de frequências superiores podem chegar aos edifícios em determinadas condições, como é o caso de edifícios diretamente em contacto com túneis ou com solo rochoso, quando as distâncias entre o túnel e os edifícios forem muito pequenas ou, ainda, quando a camada de solo entre as fundações do edifício e um estrato rochoso for pouco espessa.

A norma internacional ISO/DIS 4866 [71] refere que a gama de frequências de interesse para avaliação dos efeitos das vibrações nas estruturas depende não só do conteúdo espectral da excitação, mas, também, da resposta da estrutura. Considera que a gama de frequências de 0,1 Hz a 500 Hz inclui uma grande variedade de estruturas sujeitas a fontes de excitação natural e artificial. Segundo a referida norma, a maioria dos danos em edifícios, devido a fontes artificiais, ocorre na gama de frequências de 1 Hz a 150 Hz, enquanto para fontes naturais, como sismos e ventos, o nível de energia prejudicial para as estruturas situa-se, normalmente, na gama de 0,1 Hz a 30 Hz. A norma indica, ainda, o conteúdo espectral e os níveis de vibração típicos de diversas fontes de excitação.

- **Normas nacionais**

Em Portugal, não existem normas oficiais, quer para avaliação dos efeitos da vibração nos ocupantes dos edifícios, quer para avaliação dos efeitos das vibrações contínuas nos edifícios. A única norma portuguesa em vigor para avaliação da vibração em edifícios é a NP 2074 [72], que tem como objetivo limitar os danos em estruturas sujeitas a vibrações originadas por solicitações impulsivas, tais como desmonte por meio de explosivos, cravação de estacas e outras operações da mesma índole. Está fora do âmbito desta norma a avaliação da incomodidade para o ser humano. A norma estabelece valores limite para o módulo do vetor da velocidade máxima de vibração (de pico), em função do tipo de estrutura e das frequências dominantes (f), medida na

fundação da estrutura. Na Quadro 2.2 estão resumidos os valores máximos da velocidade de pico, para cada um dos casos previstos na norma NP 2074 [72].

Quadro 2.2- Limites estabelecidos na norma NP 2074, para a velocidade de vibração máxima na fundação da estrutura [72]

Tipo de estrutura	Módulo do vetor da $V_{\text{máx pico}}$ (mm/s)		
	$f \leq 10$ Hz	$10 \text{ Hz} < f \leq 40$ Hz	$f > 40$ Hz
Sensíveis	1,5	3,0	6,0
Correntes	3,0	6,0	12,0
Reforçadas	6,0	12,0	40,0

A ausência de normalização nacional no âmbito dos efeitos das vibrações levou ao estabelecimento, pelo LNEC, de critérios de incomodidade humana e de danos nas edificações correntes, excluindo monumentos e edifícios sensíveis. Para os equipamentos sensíveis, o LNEC considera que os níveis de vibração devem ser especificados pelos respetivos fabricantes. Os critérios adotados pelo LNEC baseiam-se na limitação das componentes vertical e horizontal da velocidade efetiva global de vibração não ponderada dos elementos construtivos. No Quadro 2.3 e no Quadro 2.4 estão resumidos os valores limites dos critérios de incomodidade e danos adotados pelo LNEC [54].

Quadro 2.3 – Critérios de incomodidade humana adotados pelo LNEC [54]

Efeitos no ser humano	$V_{\text{RMS,global}}$ (mm/s)
Vibração perceptível suportável para pequena duração	$0,11 < V_{\text{RMS}} < 0,28$
Vibração incómoda podendo afetar as condições de trabalho	$0,28 < V_{\text{RMS}} < 1,10$
Vibração muito incómoda reduzindo as condições de trabalho	$V_{\text{RMS}} > 1,10$
Inexistência de incomodidade humana devido ao ruído estrutural ($f \geq 63$ Hz)	$V_{\text{RMS}} < 0,03$

Quadro 2.4 – Critérios de danos nas edificações adotados pelo LNEC [54]

Efeitos nas edificações	$V_{\text{RMS,global}}$ (mm/s)
Praticamente nulos	$V_{\text{RMS}} < 3,5$
Possibilidade de danos estéticos em edifícios antigos	$3,5 < V_{\text{RMS}} < 7$
Fendilhação ligeira nos revestimentos	$7 < V_{\text{RMS}} < 21$
Fendilhação acentuada nos revestimentos e alvenarias	$21 < V_{\text{RMS}} < 42$
Danos consideráveis; possível fendilhação da estrutura de betão armado	$V_{\text{RMS}} > 42$

Existe um vasto conjunto de normas e recomendações nacionais de outros países que tendem a limitar os efeitos das vibrações. Referem-se, neste trabalho, os critérios dos EUA [26] e a norma Britânica BS 6472 [53] para a incomodidade humana e interferência no funcionamento de equipamentos sensíveis, e a norma Britânica BS 7385-2 [73] para os danos em edifícios.

Os critérios norte-americanos [26] estabelecem limites para que não ocorra incomodidade humana, bem como interferência no funcionamento de equipamentos sensíveis devido à vibração e ruído estrutural gerados pelos sistemas de transporte. Nesses critérios, é considerado improvável que a vibração gerada pelos sistemas de transporte cause qualquer tipo de danos nos edifícios. Estes limites são expressos em velocidade efetiva global de vibração não ponderada e são função do tipo de edifícios e do número de eventos de vibração por dia (ev). No Quadro 2.5 apresentam-se os limites especificados nos critérios para que não ocorra, quer incomodidade humana, quer interferência no funcionamento de equipamentos sensíveis no interior de edifícios.

Quadro 2.5 – Critérios de incomodidade humana e funcionamento de equipamentos sensíveis especificados nos critérios dos EUA [26]

Tipo de edifício	V _{RMS, global} (mm/s)					
	Vibração estrutural			Ruído estrutural		
	>70 ev.	30<ev.<70	<30 ev.	>70 ev.	30<ev.<70	<30 ev.
Edifícios com equipamentos sensíveis	0,045			---	---	---
Edifícios com utilização noturna	0,101	0,143	0,254	0,025*	0,036*	0,064*
Edifícios com utilização diurna	0,143	0,202	0,359	0,045*	0,064*	0,113*
Salas de concerto, estúdios de televisão e de gravação	0,045			0,008*		
Auditórios	0,101	0,254		0,014*	0,036*	
Teatros	0,101	0,254		0,025	0,064*	
Observação: * A transformação de ruído em vibração foi feita para a situação mais exigente especificada nos critérios (condições normais de absorção sonora dos compartimentos e um espetro predominantemente nos 60Hz).						

A norma Britânica BS 6472 [53] estabelece critérios para avaliar a resposta humana à vibração em edifícios no que diz respeito a incómodo e interferência com atividades, na gama de frequências de 1 Hz a 80 Hz, não sendo considerados os efeitos devido ao ruído estrutural. Os limites regulamentares são expressos em aceleração efetiva ponderada em frequência para cada direção de vibração, e são função do tipo de edifício, da hora do dia/noite e do caráter da excitação – impulsivo ou contínuo. Os valores limite para que não surja incómodo humano devido à vibração

são obtidos por aplicação dos fatores multiplicativos do Quadro 2.6 às magnitudes das curvas da Figura 2.2.

Quadro 2.6 – Critérios de incomodidade humana à vibração especificados na norma BS 6472 [53]

Tipo de edifício	Fatores multiplicativos			
	Vibração contínua (16h dia, 8h noite)		Vibração impulsiva para mais do que 3 ocorrências	
	Dia	Noite	Dia	Noite
Áreas de trabalho críticas (hospitais, teatros, laboratórios)	1		1	
Residencial	2 a 4	1,4	60 a 90	20
Escritórios	4		128	
Oficinas	8		128	

A título de exemplo apresentam-se na Figura 2.4 os valores limite especificados na norma BS 6472 [53], para a incomodidade humana à vibração contínua na direção vertical, em edifícios residenciais, respetivamente durante o período diurno e noturno.

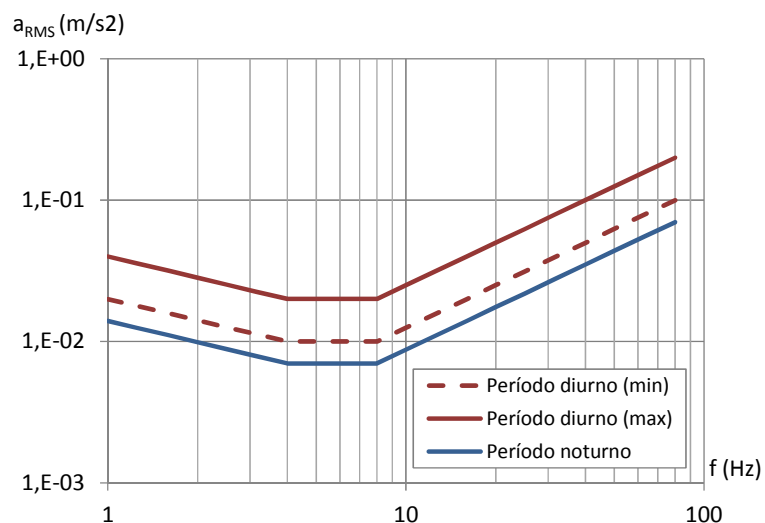


Figura 2.4 – Critérios de incomodidade humana devido a vibrações verticais em edifícios residenciais [53]

A norma Britânica BS 7385-2 [73] estabelece critérios para avaliar os níveis de danos em edifícios devido a vibrações provenientes do solo, tais como explosões, demolições, equipamentos industriais, tráfego rodoviário e ferroviário. A norma fornece valores máximos das magnitudes de vibração para que não ocorram danos estéticos nos edifícios. No Quadro 2.7 apresentam-se os limites máximos da componente da velocidade de pico na base dos edifícios, para que não se verifiquem danos estéticos quando estes estão sujeitos a vibrações transitórias. Segundo a norma,

para evitar danos em edifícios devido a vibrações contínuas, os limites máximos devem ser inferiores aos estabelecidos para vibrações transitórias, não estabelecendo, no entanto, valores de referência.

Quadro 2.7 – Critérios de danos estéticos em edifícios devido a vibração transitória, especificados na norma BS 7385-2 [73]

Tipo de edifício	Componente da velocidade de pico na gama de frequências de vibração predominante	
	4 Hz a 15 Hz	f > 15 Hz
Construções reforçadas. Edifícios industriais e edifícios comerciais pesados	50 mm/s	
Construções não reforçadas. Edifícios de habitação e edifícios comerciais leves	f = 4 Hz: 15 mm/s f = 15 Hz: 20 mm/s 4 Hz < f < 15Hz: Aumenta linearmente dos 15mm/s aos 20 mm/s	f = 15 Hz: 20 mm/s f ≥ 40 Hz: 50 mm/s 15 Hz < f < 40Hz: Aumenta linearmente dos 20mm/s aos 50 mm/s

A análise comparativa dos critérios regulamentares descritos anteriormente não é simples, uma vez que os limites de cada legislação são expressos em grandezas distintas. Das normas referidas apenas os critérios dos EUA [26] e os critérios do LNEC [54] estabelecem recomendações para avaliar a incomodidade humana devido à exposição ao ruído estrutural no interior de edifícios. Para avaliar a incomodidade humana devido à vibração sentida no interior dos edifícios para além dos dois critérios anteriores também existem limites na norma BS 6472 [53]. Para estimar o efeito das vibrações nos edifícios a NP 2074 [72] estabelece critérios para vibrações impulsivas, os critérios do LNEC [54] para vibrações contínuas e a norma BS 7385-2 [73] para vibrações transitórias.

Relativamente às gamas de frequências de interesse, tendo em conta o estabelecido nas normas ISO 14837-1 [25], ISO 2631 [41] [43], ISO/DIS 4866 [71], BS 6472 [53] e BS 7385-2 [73], afigura-se adequado considerar o seguinte:

- Sensação humana da vibração: 1 Hz a 80 Hz.
- Sensação humana do ruído estrutural no interior dos edifícios: 16 Hz a 250 Hz.
- Danos nos edifícios, devido a vibrações contínuas: 1 Hz a 250 Hz.
- Perturbação do funcionamento de equipamentos sensíveis: 1 Hz a 200 Hz.

2.3 Fontes sonoras e de vibração de baixa frequência

No dia-a-dia, os ocupantes dos edifícios estão expostos a numerosas fontes de ruído e de vibração, localizadas no interior e no exterior dos edifícios. As características da vibração e do ruído na gama das baixas frequências tornam, muito frequentemente, difícil a tarefa de encontrar a fonte que os origina, existindo, na maioria dos casos, inúmeras fontes interiores e exteriores aos edifícios eventualmente causadoras do ruído e vibração sentidos [62].

As fontes de vibração e ruído de baixa frequência em edifícios podem ser agrupadas de diversas formas. Em relação à sua origem, podem dividir-se em duas categorias, as de origem natural, que, devido à sua natureza, têm um carácter aleatório, e as de origem artificial, que apresentam um comportamento repetitivo, podendo ser contínuo, impulsivo ou intermitente [1] [2] [8]. Em termos de efeitos, os seres humanos reagem mais a fontes de origem artificial, o que, provavelmente, se deve ao facto de a incomodidade ao ruído e vibração estar relacionada com a atitude da pessoa perante a fonte de excitação [1].

- **Fontes de origem natural**

Como principais fontes de vibração e ruído de baixa frequência de origem natural referem-se o vento, a trovoadas, as ondas do mar, os sismos e as erupções vulcânicas [1] [8] [74].

- **Fontes de origem artificial localizadas no interior dos edifícios**

As fontes de vibração e ruído de baixa frequência de origem artificial localizadas no interior dos edifícios podem ser provenientes dos vizinhos e das suas atividades sociais, como vozes, música, passos humanos, bater de portas [8], ou de equipamentos mecânicos, como aspiradores, frigoríficos, máquinas de lavar e secar, caldeiras, sistemas de ventilação, instalações de ar condicionado, bombas de calor, sistemas de som e televisão [1] [8] [35] [9] [10] [75]. Os sistemas de canalizações de águas [8] [76], os elevadores [8] e os mecanismos de portões de garagens constituem, também, potenciais fontes de vibração e ruído de baixa frequência [8] [75].

Outras atividades humanas, como as desenvolvidas em ginásios, estádios, pistas de dança, e até mesmo em edifícios de escritórios geram vibrações que podem, igualmente, causar incómodo nos ocupantes dos edifícios. Tem sido notado, nos últimos anos, um aumento dos relatos de incómodo devido a este tipo de vibrações, o que se deve não só ao aumento da atividade humana, mas, também, à diminuição da frequência natural dos pavimentos, devido ao aumento dos vãos dos pisos e à diminuição do amortecimento e da massa na construção de edifícios [77] [78].

A circulação de veículos em parques de estacionamento localizados no interior de edifícios residenciais, apesar de menos comum, constitui, também uma fonte de ruído e vibração que pode afetar os ocupantes desses edifícios [79].

- **Fontes de origem artificial localizadas no exterior dos edifícios**

As principais fontes de vibração e ruído de baixa frequência ambiental são os sistemas de transporte, que incluem o tráfego rodoviário [1] [8] [11] [12] [13] [14] [15], o tráfego ferroviário [1] [16] [51] [59] [9] [17] [18] [80] [19] [20] [21] [81] [22] [23] e o tráfego aéreo [1] [24] [82]. De facto, devido ao aumento urbanístico, verificou-se um desenvolvimento na construção de habitações, indústrias e zonas comerciais próximas de sistemas de transporte. Por outro lado, o avanço na tecnologia e nos materiais de construção resultou num aumento da utilização de materiais mais leves, que promoveu a construção de edifícios mais altos, conseqüentemente com amortecimentos e frequências naturais de vibração mais baixas em comparação com os edifícios mais antigos de madeira e pedra, sendo estes mais suscetíveis às excitações provenientes do solo. Isto conduziu a um aumento da exposição e da vulnerabilidade dos edifícios às vibrações induzidas pelo tráfego [14].

A vibração induzida pelo tráfego rodoviário deve-se, principalmente, a veículos pesados, como autocarros e camiões. As frequências e as amplitudes de vibração dependem de vários fatores, incluindo as dimensões, o peso, a velocidade e o tipo de superfície das rodas dos veículos, as condições do pavimento, o tipo de solo, as condições meteorológicas, a distância do edifício relativamente à estrada e o tipo de edifício [8] [11]. Na literatura [1] existe uma base de dados de tráfego rodoviário, onde pode verificar-se o efeito que o tipo de veículo e a velocidade de circulação exercem na geração de ruído de baixa frequência.

O tráfego ferroviário pode provocar vibração e ruído estrutural em edifícios localizados nas proximidades de linhas em túnel, de linhas superficiais e de linhas em pontes, situando-se os problemas maiores em áreas próximas de sistemas ferroviários subterrâneos e em áreas em que as condições do terreno sejam propícias à geração de vibrações. O ruído provocado pelo tráfego ferroviário depende do peso do comboio, número e tipo de carruagens, velocidade, rugosidade das rodas e dos carris [8] [83].

O tráfego aéreo gera vibração e ruído excessivos nas proximidades dos aeroportos, devido às descolagens e aterragens de aeronaves. Em geral, o ruído e vibração gerados pelo tráfego aéreo dependem do número e tipo de aeronaves, das trajetórias de voo, das proporções das aterragens e descolagens e das condições atmosféricas, conforme pode analisar-se na base de dados, de

ruído gerado por diferentes aeronaves, compilada na literatura [1]. O ruído gerado em aeroportos militares é, em geral, superior ao ruído gerado nos aeroportos civis, devido à sua utilização noturna para treinos de aterragens e descolagens e para treinos de voos de pequena altitude [8] [82].

Os trabalhos de construção e de escavação podem, também, gerar níveis de emissão de ruído consideráveis. Uma variedade de ruídos surgem devido a operações de logística, como guindastes, betoneiras, solda, marteladas, perfurações e outros trabalhos. Apesar de os trabalhos serem temporários, o equipamento usado pode provocar níveis de ruído elevado e afetar os edifícios e as pessoas que habitam e trabalham na sua vizinhança [1] [2] [8].

A evolução no número de parques eólicos construídos nos últimos anos tem conduzido ao aumento dos relatos de incomodidade devido à vibração e ao ruído gerados por estes. Têm sido desenvolvidos vários trabalhos que demonstram que a vibração e o ruído gerados pelas turbinas eólicas constituem fontes de excitação na gama das baixas frequências e que o ruído aumenta significativamente com a dimensão da turbina [1] [31] [33] [50] [84].

Apesar de menos comum, o ruído ambiental provocado pelas atividades de manipulação em portos de embarque é, também, uma fonte de vibração e ruído com conteúdo energético importante na gama das baixas frequências, que pode afetar os utentes dos edifícios que se encontram na sua proximidade, principalmente durante o período noturno [85].

2.4 Transmissão da vibração e do ruído de baixa frequência

2.4.1 Modelo global de transmissão da vibração e do ruído estrutural

A previsão da transmissão da vibração continua a ser um campo em desenvolvimento, pois trata-se de um fenómeno complexo que depende de vários fatores e que, por isso, é difícil de modelar e prever com rigor.

O processo de transmissão da vibração e do ruído estrutural gerados por fontes de excitação localizadas no interior e no exterior dos edifícios pode ser dividido em vários fenómenos físicos que se representam esquematicamente na Figura 2.5 e que são os seguintes:

- **Fonte de excitação**

Os tipos e características das principais fontes de vibração e de ruído de baixa frequência foram já discutidos na secção 2.3 do Capítulo 2.

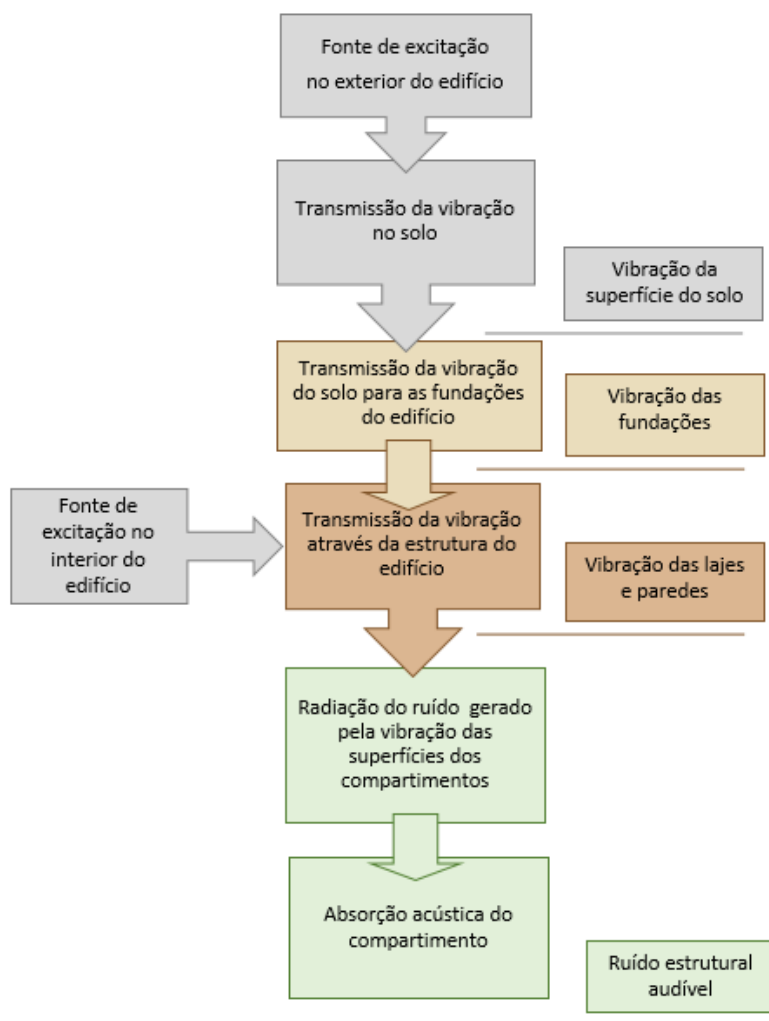


Figura 2.5 - Modelo global de transmissão da vibração e do ruído estrutural

- **Transmissão da vibração no solo**

As fontes de vibração em contacto com o solo geram ondas de vibração que se propagam até grandes distâncias. O tipo de ondas geradas depende do tipo de fonte de vibração. Enquanto as fontes de vibração superficiais podem gerar, quer ondas superficiais tipo *Rayleigh*, quer ondas de corpo transversais (S) e de compressão (P), as fontes de vibração subterrâneas geram apenas ondas de corpo tipo P e S. Se a fonte não se encontrar a grandes profundidades, quando as ondas P e as ondas S se refletem à superfície, são também criadas ondas tipo *Rayleigh* [86] [87]. A energia das ondas diminui com a distância à fonte devido à dispersão geométrica e à energia absorvida pelo solo, sendo as vibrações com conteúdos espectrais mais baixos menos amortecidas e, por isso, conseguem propagar-se até grandes distâncias da fonte sem sofrerem atenuações significativas [1] [88].

Numerosas pesquisas têm sido realizadas para compreender e simular o processo de transmissão das vibrações no solo, devido a diferentes fontes de excitação. Referem-se os trabalhos das referências [87] [89] [90] [91] [92] [93] [94] [95] [96] [97] [98] [99] [100], em que foram estudados modelos de previsão das vibrações no solo devido a comboios subterrâneos e superficiais, tendo em conta os efeitos da interação dinâmica entre os comboios, a linha, o túnel e o solo. Noutros trabalhos, como os de Massarsch e Fellenius [101] e de Athanasopoulos e Pelekis [102], foram desenvolvidos modelos de previsão da vibração no solo devido à cravação de estacas e analisados os efeitos da interação dinâmica entre a estaca e o solo. Também a transmissão da vibração no solo devido a tráfego rodoviário e os efeitos da interação dinâmica entre os parâmetros que caracterizam o veículo, a estrada e o solo têm sido estudados, como é o caso dos trabalhos das literaturas Hunt e Hussein [87] e de Lombaert e Degrande [103].

Relativamente a normas existentes sobre métodos de previsão de vibração no solo, não existem, a nível internacional, métodos oficialmente recomendados. A norma internacional ISO 14837-1 [25] estabelece, apenas, diretrizes gerais para o desenvolvimento de modelos de previsão da transmissão da vibração no solo devido a sistemas de transporte. Alguns países possuem normalização e recomendações próprias que estabelecem métodos de previsão da transmissão da vibração no solo, desenvolvidos para a realidade de cada país, isto é, em função do tipo de infraestrutura ferroviária, de comboios, de solo e de edifícios existentes. A título de exemplo, refere-se o Método Sueco desenvolvido pelo instituto de investigação e experimentação sueco [27] e os critérios dos EUA desenvolvidos pelo departamento de transportes dos Estados Unidos [26]. Na ausência de recomendações para a realidade de Portugal, Rosão [104] [105] desenvolveu um método experimental de previsão da vibração, de acordo com as diretrizes da norma ISO 14837-1 [25], adaptado às condições de Portugal.

- **Transmissão da vibração do solo para as fundações dos edifícios**

A vibração que se propaga através do solo atinge as fundações dos edifícios próximos. A interação entre o solo e as fundações provoca uma modificação dos níveis de vibração provenientes do solo para o interior dos edifícios, dependendo estes das características do solo, da massa e da geometria das fundações, das características dos edifícios e das características e da direção da vibração incidente. De um modo geral, fundações mais rígidas atenuam menos as vibrações provenientes do solo do que fundações mais flexíveis. Do mesmo modo, a atenuação da vibração é superior em edifícios de grande porte, quando comparados com edifícios menores e mais leves [106].

Apesar da complexidade que envolve o processo de transmissão da vibração do solo para as fundações dos edifícios, alguns trabalhos científicos sugerem, com base em dados empíricos, fatores de atenuação da vibração em função do tipo de fundação e do tipo de edifício.

De acordo com Remington *et al.* (1987, citado em [45]) e Nelson e Saurenman [106], se as fundações dos edifícios forem constituídas por laje de fundação rígida em contacto com o solo subjacente, as vibrações que se transmitem para o interior dos edifícios são semelhantes às provenientes do solo, pelo que o fator de atenuação é, geralmente, considerado nulo. Para os outros tipos de fundações, o fator de atenuação varia entre 2 dB e 15 dB, o que corresponde a um ajustamento da vibração proveniente do solo de 0,80 a 0,18.

Para um edifício fundado diretamente em rocha, Kurzweil (1979, citado em [45]) considera que a atenuação da vibração proveniente do solo para o interior do edifício é praticamente nula, enquanto Nelson e Saurenman [106] consideram que, para este tipo de solo, as vibrações transmitidas para o interior do edifício podem, mesmo, ser amplificadas.

Os critérios dos EUA [26] e Nelson e Saurenman [106] propõem um conjunto generalizado de curvas, apresentadas na Figura 2.6, para a resposta das fundações à vibração relativamente à vibração do solo à superfície, em função do tipo de elemento de fundação e da dimensão dos edifícios. As curvas sugerem que, quanto mais pesadas são as construções, maior é a atenuação da vibração ao nível das fundações.

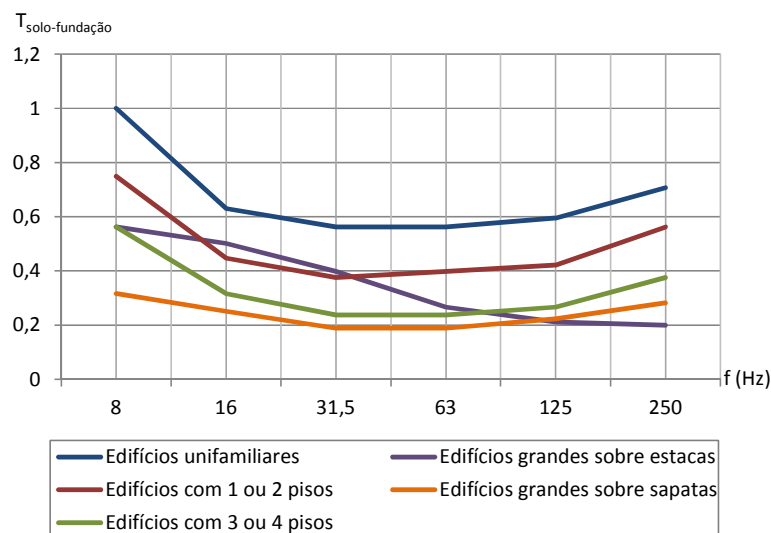


Figura 2.6 – Função de transferência da vibração do solo para as fundações dos edifícios [26] [106]

- **Transmissão de vibração através da estrutura dos edifícios**

A vibração das fundações propaga-se através da superestrutura dos edifícios, provocando a vibração de pavimentos, tetos e paredes. Na secção 2.4.2, adiante, apresenta-se a revisão bibliográfica das investigações realizadas sobre a previsão da transmissão da vibração ao longo dos edifícios com estrutura de betão armado.

- **Radiação do ruído gerado pela vibração das superfícies dos compartimentos**

A vibração das superfícies dos compartimentos irradia ruído com componentes nas baixas frequências, cuja audibilidade depende das características de absorção sonora dos compartimentos. Os campos sonoros instalados nos compartimentos nas baixas frequências exibem modos acústicos em frequências da mesma ordem de grandeza das frequências próprias de vibração dos elementos de construção, o que provoca uma amplificação sonora nessas frequências, sentidas em localizações particulares dos compartimentos, associadas ao modo acústico excitado, como demonstrado nas medições sonoras efetuadas em compartimentos de cinco edifícios [39]. Esta variação dos níveis sonoros, registada em frequência e em termos espaciais, impede a aplicação das normas atualmente existentes de medição e previsão de isolamento sonoro, as quais não contemplam o comportamento modal dos campos sonoros e da vibração, assumindo antes a instalação de campos sonoros difusos e de campos vibratórios igualmente difusos em painéis de dimensão infinita. Vários trabalhos de investigação têm sido realizados com o objetivo de desenvolver modelos de previsão dos campos sonoros nas baixas frequências devido à vibração dos elementos de compartimentação. Referem-se alguns destes trabalhos. Maluski [37] propôs um modelo que utiliza o método dos elementos finitos (MEF) para estudar a transmissão de ruído entre dois compartimentos retangulares. Este modelo não contempla, quer o efeito da absorção sonora das superfícies, quer o efeito da mobília, ao contrário do modelo proposto por Melo [38], que utiliza, também, o método dos elementos finitos. Celestino [36] desenvolveu um modelo de previsão dos campos sonoros para compartimentos retangulares utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo. Neves e Sousa [35] desenvolveu um modelo analítico, validado experimentalmente, que utiliza a análise modal para a previsão de campos sonoros gerados por forças de impacto em pavimentos sobre compartimentos retangulares com diferentes condições de fronteira, [107] [108].

O conhecimento de cada um destes fenómenos é crucial na previsão e atenuação do problema da vibração e ruído estrutural. Na secção seguinte apresentar-se-á a revisão da literatura existente

relativamente à transmissão da vibração ao longo dos edifícios com estrutura de betão armado, por ser este o âmbito do presente trabalho.

2.4.2 Transmissão da vibração em edifícios

2.4.2.1 Normas e recomendações

A propagação da vibração pela estrutura de um edifício é um fenómeno de modelação complexa, uma vez que depende de vários fatores, tais como a geometria da estrutura e as características dos materiais de construção, o que se reflete na carência de normalização existente sobre métodos de previsão da transmissão da vibração ao longo dos edifícios. Neste campo não existem normas internacionais e, das normas nacionais existentes, constam, apenas, diretrizes gerais para determinar a vibração ao longo dos edifícios por via experimental, referindo-se a norma alemã VDI 3837 [28] e a norma finlandesa NT ACOU 090 [109]. Na norma alemã VDI 3837 [28] é proposto um procedimento para prever a transmissão da vibração em edifícios devido ao tráfego ferroviário, por recurso à medição da velocidade de vibração em vários pontos do caminho de propagação da vibração. A metodologia baseia-se na teoria das funções de transferência. Na norma finlandesa NT ACOU 090 [109] é proposto um método para determinar experimentalmente a transmissão da vibração através dos nós de edifícios devido a uma excitação mecânica de vibração à flexão. O índice de redução à vibração do nó, isto é, a transmissão da vibração entre elementos ao longo de um nó, é determinado a partir da diferença do nível de velocidade de vibração medido ao longo do nó.

Vários trabalhos têm sido realizados, ao longo dos anos, para obter dados empíricos da atenuação da vibração entre pisos dos edifícios com estrutura de betão armado. Os critérios dos EUA [26] fornecem diretrizes para a previsão da vibração em edifícios a partir de um modelo simplificado de previsão que é completamente independente do tipo de estrutura e do tipo de material estrutural. As recomendações para a estimativa da atenuação da vibração entre pisos são de 2 dB para os primeiros cinco pisos e de 1 dB para os pisos cinco a dez. Para as atenuações da vibração entre pisos, Ungar e Bender [110] sugerem que a vibração proveniente do solo seja atenuada de um valor de 3 dB por piso. Similarmente, Nelson e Saurenman [106] propõem que a atenuação da vibração entre pisos seja da ordem de 1 dB a 3 dB por piso. Ishii e Tachibana (1978, citados em [111]) indicam que a atenuação da vibração entre pisos é inferior nos pisos mais elevados do que nos pisos próximos do solo. Os autores propõem uma atenuação de 3 dB para os pisos mais baixos e de 1 dB para os pisos mais elevados. De acordo com as recomendações suecas [27], para a

previsão da vibração a atenuação da vibração entre pisos é de cerca de 1 dB a 2 dB. No Quadro 2.8 apresenta-se uma comparação entre as diferentes recomendações para a atenuação da vibração entre pisos de um edifício.

Quadro 2.8 – Atenuação da vibração entre pisos de edifícios de acordo com várias referências bibliográficas

Referências bibliográficas	Atenuação da vibração entre pisos (dB)		Transferência da vibração entre pisos (T_{ij})	
	Pisos mais baixos	Pisos mais elevados	Pisos mais baixos	Pisos mais elevados
Ungar e Bender (1975)	3 dB		0,70	
Ishii e Tachibana (1978)	3 dB	1 dB	0,70	0,90
Nelson e Saurenman (1988)	1 dB a 3 dB		0,90 a 0,70	
Recomendações suecas (2000)	1 dB a 2 dB		0,80 a 0,70	
Crítérios dos EUA (2006)	2 dB	1 dB	0,80	0,90

Hassan [112] [113] propõe um modelo analítico para estimar a propagação do ruído estrutural em edifícios proveniente de tráfego ferroviário e transmitido através de solo rochoso. O modelo baseia-se na suposição de que a energia de vibração se propaga das fundações para os elementos verticais na forma de ondas quase longitudinais, devido à alta impedância do solo. Os resultados demonstram que, em edifícios com estrutura em betão armado, o nível de vibração decresce lentamente ao longo da altura, especialmente quando existem elementos resistentes verticais do tipo paredes estruturais, sendo o decréscimo mais acentuado em estruturas em que os elementos resistentes verticais são pilares. Os resultados mostram, também, que, em edifícios com elementos verticais do tipo pilar, a atenuação da vibração entre pisos aumenta significativamente com o aumento da espessura das lajes (h_s) e diminui com o aumento do diâmetro dos pilares (d_c), de acordo com as curvas apresentadas na Figura 2.7.

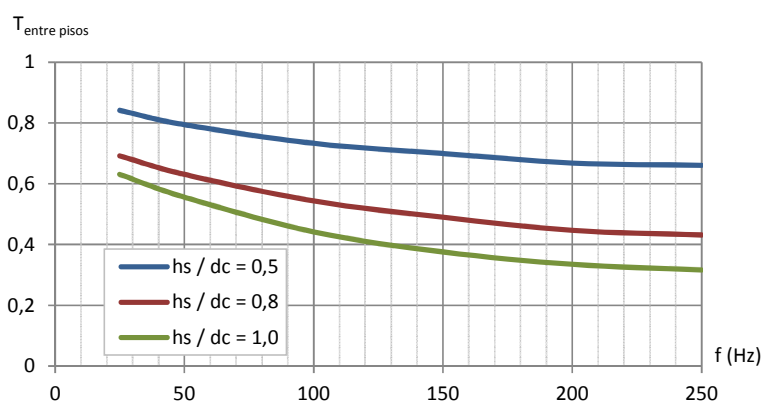


Figura 2.7 – Funções de transferência da vibração entre pisos de um edifício [112]

Apesar de, de um modo geral, existir uma atenuação da vibração ao longo da altura dos edifícios, as vibrações podem ser amplificadas pelos elementos construtivos e estruturais, nos casos em que as frequências próprias da estrutura coincidirem com as frequências da vibração. Prever a resposta dos elementos afigura-se complicado, devido ao facto de esta variar significativamente com a rigidez, a massa e o amortecimento; no entanto, existem estudos que indicam estimativas simplificadas para a amplificação da vibração dos elementos. Referem-se os critérios dos EUA [26], que recomendam um fator de amplificação nas frequências de ressonância em cerca de 6 dB, que corresponde a um fator de amplificação de 2 e Nelson e Saurenman [106], que sugerem, para fatores de amplificação da vibração dos pisos em função da frequência, a gama de valores entre as curvas de mínimo e máximo, representadas na Figura 2.8.

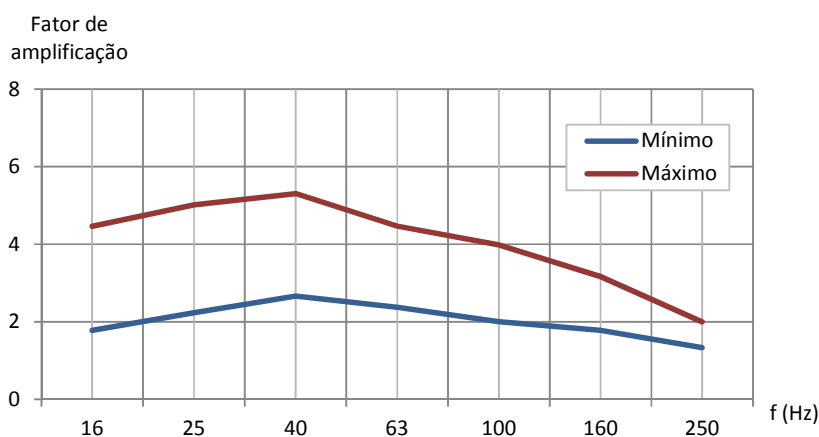


Figura 2.8 – Fator de amplificação da vibração devido à ressonância dos pisos [106]

2.4.2.2 Estudos experimentais

Numerosas outras investigações experimentais têm sido realizadas por diversos autores para compreender o processo de transmissão da vibração em edifícios com estrutura de betão armado. Athanasopoulos e Pelekis [102] efetuaram medições de vibração vertical nos pisos de vários edifícios de betão armado com mais de sete andares, devido à vibração induzida por cravação de estacas. Das medições efetuadas, os autores concluíram que, de um modo geral, a intensidade da vibração é amplificada significativamente nos pisos mais elevados em comparação com as vibrações ao nível do solo, o que se deve à excitação das frequências naturais de vibração das lajes dos edifícios.

Alikhail e Li [114] efetuaram medições da transmissão de vibração numa torre em betão armado devido ao funcionamento de uma bomba hidráulica de betão. Os resultados das medições mostram que existe uma redução significativa dos níveis de vibração entre pisos da torre.

Sanayei *et al.* [16] efetuaram medições de vibração no interior de seis edifícios com estrutura de betão armado localizados próximos de sistemas de transporte ferroviário superficial e subterrâneo. A partir destes estudos, os autores concluíram que, tanto para os sistemas subterrâneos, como para os superficiais, a gama de frequências com nível de vibração significativo é entre os 10 Hz e os 250 Hz e que os níveis de velocidade de vibração verticais no interior dos edifícios, na laje térrea, são superiores às componentes de vibração horizontal, pelo que as vibrações verticais são mais importantes no processo de transmissão da vibração para os pisos superiores dos edifícios. No caso de sistemas superficiais, a vibração vertical é cerca de três vezes superior à vibração horizontal e existe uma tendência consistente entre as vibrações registadas no exterior e no interior dos edifícios, o mesmo já não tendo sido possível concluir acerca dos sistemas subterrâneos.

Xia He *et al.* [19] realizaram medições em diferentes localizações de um edifício com seis pisos com estrutura de betão armado, com o objetivo de perceberem o efeito que as vibrações induzidas pelo tráfego ferroviário superficial têm nos edifícios localizados na sua proximidade. Os resultados mostram que as vibrações verticais do solo são superiores às horizontais e que as vibrações nos pisos do edifício são bastante inferiores às vibrações do solo junto ao edifício. Os mesmos resultados demonstraram, ainda, que as vibrações nas lajes de um compartimento de grandes dimensões são superiores às vibrações em compartimentos pequenos e que a vibração no centro do compartimento é superior à vibração nos cantos do compartimento.

2.4.2.3 Estudos analíticos e numéricos

Outros estudos têm sido realizados, com base em modelos numéricos e analíticos, com o objetivo de compreender o processo de transmissão da vibração nos edifícios de betão armado.

Fiala *et al.* [115] investigaram a resposta estrutural e acústica de um edifício com três pisos devido à vibração induzida pelo tráfego ferroviário superficial, por recurso a um modelo numérico de elementos finitos. Foram consideradas várias opções para a modelação das fundações do edifício, com o objetivo de compreender o efeito da interação solo-estrutura na resposta do edifício à vibração e ao ruído estrutural. Os autores demonstraram que, se o solo é mais rígido que a estrutura de fundação, pode assumir-se que o campo de ondas incidente não é afetado pela

estrutura, logo, a estrutura de fundação pode ser diretamente excitada pelos deslocamentos do solo, sem atenuações, isto é, pode desprezar-se o efeito da interação solo-estrutura. Se a estrutura de fundação é mais rígida que o solo, pode assumir-se que apenas os modos de corpo rígido da fundação são excitados pelo campo de ondas incidente, o que resulta numa atenuação das ondas incidentes.

Lee *et al.* [116] apresentam uma técnica para modelar estruturas vigadas para as vibrações verticais, com o objetivo de reduzir o número de graus de liberdade envolvidos nas análises dinâmicas e, conseqüentemente, o esforço computacional. O método proposto utiliza a técnica das subestruturas baseada na seleção lógica dos graus de liberdade, isto é, cada piso é modelado como uma subestrutura e são considerados, apenas, os graus de liberdade de translação vertical nas lajes e os seis graus de liberdade nas ligações entre as lajes e os pilares, por forma a incluir as condições de compatibilidade entre as lajes e os pilares. Neste trabalho, mostra-se, também, que o esforço computacional pode ser reduzido com a adoção de uma discretização adequada dos elementos estruturais. Os autores demonstram que se trata de uma técnica simples e robusta que pode ser aplicada à análise das estruturas à vibração vertical, independentemente da sua dimensão e do tipo de carga.

Park *et al.* [117] mostraram que a transmissão de energia entre duas lajes acopladas, devido a uma força pontual aplicada numa delas, é influenciada pelo comportamento modal de ambos os elementos, a fonte e o recetor, contrariamente a conclusões de estudos anteriores, como o de Craik *et al.* [118], que negligenciavam o comportamento da fonte. Uma grande variabilidade na transmissão de energia ocorre devido ao comportamento da laje recetora com picos a ocorrerem nas frequências de ressonância desta. No entanto, o comportamento da fonte contribui, também, para a variabilidade da transmissão de energia.

Arnst *et al.* [119] estudaram a previsão da transmissão de vibração num edifício com seis pisos, devido a uma força de impacto de um martelo aplicada no solo, com base em modelos tridimensionais que acoplam as formulações do método dos elementos finitos e do método dos elementos de fronteira. Os autores demonstraram que o rigor da previsão da vibração no edifício diminui com a distância do mesmo ao ponto de aplicação da força. Mostraram, ainda, que pequenas variações na massa ou rigidez dos elementos provocam alterações significativas nos modos próprios locais, influenciando a resposta da estrutura. Em especial nas lajes verificou-se um reduzido rigor da previsão, o que se explica pela presença de um grande número de modos locais de vibração à flexão na gama de frequências de interesse. Devido a estas razões físicas,

prever rigorosamente a resposta das estruturas é difícil, a menos que as incertezas nos parâmetros e os erros do modelo sejam reduzidos.

Hughes *et al.* [120] e Sanayei *et al.* [121] validaram um modelo analítico de previsão da transmissão de vibração proveniente do solo que se baseia na teoria de propagação de ondas por comparação com os resultados experimentais de um modelo reduzido de um edifício com quatro pisos com elementos lineares em alumínio e lajes em madeira. Sanayei *et al.* [122] utilizaram o mesmo modelo experimental e matemático para mostrar que a transmissão de vibração para os pisos superiores do edifício pode ser atenuada pelo aumento da espessura da laje do piso mais baixo do edifício.

Coquel [91] efetuou uma comparação entre diferentes métodos – método analítico, método MEF e método energético *statistical energy analysis* (SEA) – para estimar a transmissão de vibração em estruturas simplificadas. Os resultados mostraram que o MEF e o método analítico fornecem resultados semelhantes nas baixas frequências. Nas altas frequências, os resultados obtidos pelo método SEA e pelo método MEF são coerentes. Outra análise realizada nesta referência foi a comparação entre modelos de elementos finitos de duas dimensões com modelos de três dimensões, de onde se concluiu que, para frequências abaixo dos 40Hz, estes modelos fornecem resultados semelhantes, enquanto para as frequências mais elevadas as duas abordagens fornecem resultados distintos. Outra conclusão é que a consideração de paredes divisórias conduz ao aumento do número de modos de vibração globais e, por conseguinte, é necessário harmonizar os resultados obtidos do método SEA com os resultados do método MEF.

Steel *et al.* [123] demonstram a aplicação do método SEA ao estudo da transmissão de vibração em edifícios com estrutura reticulada de betão armado e algumas das dificuldades associadas à modelação de pavimentos de grandes dimensões. Os autores mostram, por comparação com resultados experimentais, que a modelação da transmissão de vibração em pavimentos com grandes dimensões pelo método SEA não fornece resultados aceitáveis. A atenuação da vibração com a distância é subestimada.

Villot *et al.* [124] estudaram a resposta dos edifícios a vibrações provenientes de sistemas de transporte ferroviário através da modelação de um edifício em duas dimensões recorrendo a três métodos distintos – método dos elementos finitos, modelo analítico de barra e modelo simplificado, utilizando a abordagem do método SEA. Os resultados mostram que o MEF e o método analítico, em termos de velocidade de vibração nos pisos, são comparáveis, enquanto o método simplificado estima corretamente a contribuição das ondas de flexão, mas subestima a contribuição das ondas longitudinais. Nesta abordagem, as vibrações de flexão e longitudinais são

separadas, o que demonstra a predominância das vibrações longitudinais na propagação da vibração para os pisos mais elevados.

Neves e Sousa *et al.* [21] [81] apresentaram um modelo que combina o MEF com a análise modal para estimar o ruído estrutural devido à vibração em edifícios com estrutura de betão armado localizados nas proximidades de sistemas de transporte ferroviários superficiais e subterrâneos. Os autores realizaram um conjunto de medições em dois edifícios para calibrar o método de previsão, tendo concluído que os modelos são adequados para prever o incómodo devido a ruído de baixa frequência, apesar do ruído depender fortemente do amortecimento estimado. Para os edifícios em estudo, é mais provável que o incómodo devido à sensação de vibração seja devido à vibração das lajes do que à vibração das paredes, pelo que as vibrações na direção vertical são mais importantes. Neves e Sousa *et al.* [21] [81] concluíram, também, que, apesar de o MEF ser capaz de modelar com rigor estruturas complexas, o método consome demasiado tempo para a construção do modelo e para a sua análise e fornece resultados que, em geral, só são confiáveis para frequências abaixo dos 100 Hz a 150 Hz.

2.5 Considerações finais

Do exposto, conclui-se que os métodos disponíveis para a avaliação da transmissão de vibração em estruturas de edifícios apresentam limitações de aplicação. O método analítico fornece resultados exatos, mas apenas permite a resolução de problemas elementares [125][126]. O MEF fornece bons resultados para níveis de discretização dos elementos muito elevados, o que torna os modelos muito complexos e morosos [127][128][129]. O método SEA, apesar de ser menos complexo devido ao pequeno número de variáveis envolvidas, não permite estimar a resposta em qualquer ponto específico do sistema porque os resultados são baseados na energia total de cada subsistema. Uma outra limitação reside na dificuldade em prever o comportamento real do sistema dinâmico em baixas frequências, devido ao elevado número de incertezas estatísticas que ocorre quando existe um pequeno número de modos próprios em cada subsistema. O método só fornece bons resultados se as estruturas apresentarem um número suficientemente considerável de modos de vibração na banda de frequências de interesse [130]. Por outro lado, os métodos simplificados existentes para estimar a propagação da vibração ao longo dos edifícios baseiam-se em valores únicos, o que não é adequado, uma vez que a vibração é fortemente dependente do espetro de frequências.

Métodos de previsão simples e alternativos são, assim, necessários para obter estimativas preliminares da vibração dos pavimentos e dos campos sonoros em compartimentos devido à propagação da vibração através das estruturas dos edifícios.

CAPÍTULO 3

3 ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL

Neste capítulo apresenta-se uma breve descrição das principais técnicas de ensaio de vibração de estruturas e do equipamento de ensaio utilizado no decorrer deste trabalho. São revistos alguns conceitos relacionados com a análise e processamento dos registos dos ensaios de vibração, assim como os métodos de identificação modal estocástica utilizados no tratamento dos dados dos ensaios efetuados no presente estudo: método básico no domínio da frequência e método baseado nas funções de transmissibilidade. Estes conceitos fornecerão a compreensão básica necessária para os desenvolvimentos desta tese.

3.1 Ensaios de vibração de estruturas

3.1.1 Técnicas de ensaio

Os ensaios de vibração de estruturas têm como objetivos avaliar os níveis de vibração induzidos nas estruturas por uma fonte de excitação e determinar as características dinâmicas das estruturas: frequências naturais, modos de vibração e amortecimento modal. Os ensaios de vibração de estruturas podem dividir-se em três categorias: i) ensaio de vibração forçada; ii) ensaio de vibração ambiental; e iii) ensaio de vibração em regime livre.

- **Ensaio de vibração forçada**

Os ensaios de vibração forçada consistem na avaliação dos níveis de vibração induzidos pela aplicação de uma excitação num ponto ou em vários pontos de uma estrutura. A excitação aplicada constitui um aspeto fundamental, uma vez que é da sua ocorrência que resulta a vibração da estrutura e a inerente mobilização das suas características dinâmicas. Os principais problemas associados a este tipo de ensaio derivam da dificuldade em excitar os principais modos de vibração numa gama baixa de frequências com suficiente energia e de uma forma controlada [131]. No caso de sistemas estruturais de pequena dimensão, não é muito difícil desenvolver equipamentos

adequados para aplicação das forças de excitação; no entanto, para estruturas de grande porte, em que se pretenda excitar toda a estrutura, torna-se extremamente difícil e dispendioso dispor de equipamentos de vibração forçada [132].

Existem várias técnicas de excitação forçada de uma estrutura, referindo-se a utilização de máquinas vibratórias, a utilização de martelos de impacto e o recurso a explosões controladas.

A indução de vibração com recurso a máquinas vibratórias apresenta algumas vantagens importantes, nomeadamente a possibilidade de se conhecer e de se definir as características da excitação, dentro das limitações dos equipamentos. Contudo, os custos associados à aquisição, transporte e utilização destes equipamentos são elevados [133] [134].

A indução de vibração com recurso a martelos de impacto possui as vantagens de gerar uma vibração de banda larga, do tipo ruído branco, que é capaz de excitar vários modos de vibração, e de permitir conhecer com rigor as características da excitação devido à presença de um transdutor de força na cabeça do martelo. O conteúdo espectral de um sinal impulsivo depende da massa do martelo, da correspondente velocidade no momento do impacto e do tempo de atuação do impulso. Quanto mais curto é o impulso, mais larga é a banda de frequências com conteúdo espectral significativo. As principais desvantagens residem na impossibilidade de mobilizar vibrações em estruturas de grande porte e na dificuldade de normalizar o impulso, uma vez que, em geral, este é aplicado manualmente [131] [133] [134] [135].

A utilização de explosivos constitui uma forma mais expedita de induzir vibrações nas estruturas, e é usada em situações em que a montagem e utilização de outros equipamentos se tornam difíceis. De facto, a facilidade de execução desta técnica de ensaio, face ao uso dos excitadores referidos anteriormente, constitui uma das principais vantagens da sua utilização. Contudo, o conhecimento das características da excitação é, nestes casos, mais difícil [133].

- **Ensaio de vibração ambiental**

Os ensaios de vibração ambiental consistem na medição da resposta das estruturas às ações a que elas estão, normalmente, sujeitas, como sejam o vento, o tráfego rodoviário e ferroviário, o funcionamento de equipamentos, as ondas marítimas ou quaisquer outras fontes de vibração presentes no local [132] [135] [136].

Um ponto importante da realização dos ensaios de medição da resposta das estruturas à vibração é o da duração total dos registos que são obtidos em cada ensaio. Nos ensaios com excitação

ambiente, uma vez que não existe controlo sobre as forças de excitação, torna-se conveniente registar a resposta das estruturas durante um período longo como forma de assegurar que, durante esse tempo, todos os modos da estrutura, na banda de frequências em análise, são suficientemente excitados pelas ações ambientais [132]. A duração do registo deve ser ajustada em função das características dinâmicas da estrutura em análise, tendo em conta os modos com frequências mais baixas e a possibilidade de existência de modos com frequências próximas, variando, tipicamente, entre 10 minutos, no caso de estruturas com frequências relativamente elevadas e afastadas, e uma hora, no caso de estruturas com frequências naturais muito baixas [136].

Estes ensaios assumiram relevância em resultado dos desenvolvimentos registados na tecnologia dos transdutores e sistemas de aquisição e conversão de sinal, os quais tornaram possível medir com precisão níveis muito baixos da resposta dinâmica das estruturas, e também em resultado do desenvolvimento dos algoritmos aplicados à identificação de parâmetros modais baseados apenas na resposta das estruturas [131] [135] [136].

- **Ensaio de vibração em regime livre**

Os ensaios de vibração em regime livre consistem na medição dos níveis de vibração de uma estrutura, induzidos pela libertação repentina de uma deformação imposta inicialmente. Analisando essa resposta em regime livre, é possível identificar as características dinâmicas da estrutura.

Enquanto, para a maioria das estruturas, os ensaios de vibração ambiental permitem a identificação precisa das frequências naturais, a identificação de coeficientes de amortecimento modais é efetuada com mais rigor em condições de vibração livre ou forçada. Isto deve-se ao facto de estes parâmetros exibirem uma grande variabilidade para pequenas amplitudes de vibração, e de a incerteza dos resultados aumentar com a aplicação de algoritmos de identificação baseados na excitação natural. Assim, um dos principais interesses dos ensaios em regime livre é a avaliação dos coeficientes de amortecimento [132] [136].

A opção por um ensaio de vibração ambiental, livre ou forçada, deve ser feita em função dos resultados pretendidos e das estruturas em estudo, tendo presentes as características dos equipamentos de excitação e medição disponíveis, assim como os custos envolvidos.

3.1.2 Equipamento de ensaio

A medição da resposta dinâmica de uma estrutura é, normalmente, efetuada recorrendo à utilização de transdutores. Este equipamento permite a conversão de grandezas físicas em que se exprime a resposta do sistema, sejam elas deslocamento, velocidade ou aceleração, num sinal elétrico proporcional a essas grandezas e que se apresenta como um registo contínuo no tempo. O registo desses sinais elétricos é efetuado através de sistemas de aquisição de dados com placas de conversão de sinal analógico para sinal digital, ligados a computadores digitais onde é efetuado o armazenamento das respostas, sob a forma de séries discretas por amostragem. No domínio da análise modal clássica, com controlo e medição das forças de excitação, é comum a utilização de analisadores que, para além da conversão analógica/digital dos sinais de entrada e resposta, efetuam de imediato a análise necessária à avaliação de estimativas das funções de resposta em frequência [132] [133].

Neste trabalho, foram realizados ensaios de vibração forçada em edifícios com estrutura de betão armado. Nos ensaios de vibração, foram medidas as respostas dos elementos a uma excitação provocada pelo impacto de um martelo, que se representa na Figura 3.1. A excitação não foi medida, conhecendo-se apenas a sua natureza, a qual é do tipo ruído branco, tendo sido a resposta da estrutura medida com recurso a dois acelerómetros piezoelétricos tipo 4381 da marca *Brüel & Kjaer* [137] que se representam na Figura 3.2. Os dois acelerómetros foram ligados a um amplificador de sinal do tipo *Nexus 2692* [138], o qual foi ligado a um sistema de aquisição e análise de dados em frequência com dois canais do tipo 2144, ambos da marca *Brüel & Kjaer* [139], conforme apresentado na Figura 3.3.



Figura 3.1 – Martelo de impacto



Figura 3.2 – Acelerómetro piezoelétrico

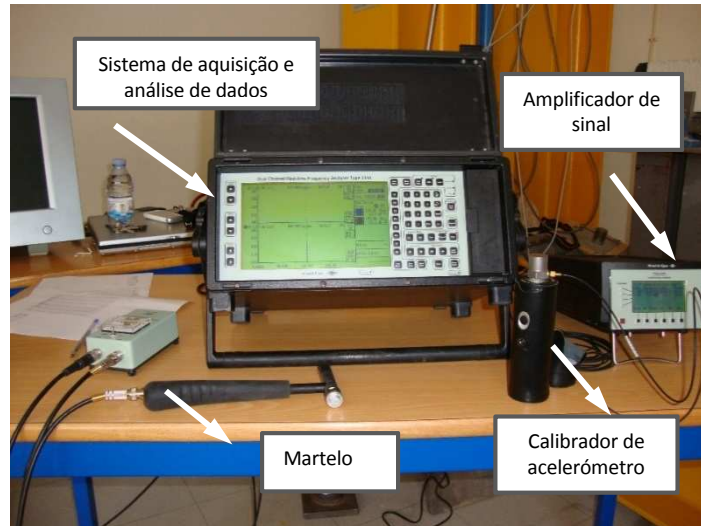


Figura 3.3 – Equipamento de ensaio de vibração

3.2 Análise e processamento de sinal

Para a análise dos registos dos ensaios, é necessário recorrer a algumas noções de processamento digital e análise espectral, as quais são introduzidas nesta secção. Neste domínio, foram consideradas como referências de base os trabalhos de Bendat e Piersol [140] [141] e Stoica *et al.* [142], assim como algumas referências escritas em português, nomeadamente Carvalho *et al.* [143], Caetano [135], Rodrigues [132] e Mendes e Oliveira [144].

3.2.1 Séries temporais de dados. Amostragem

Um registo contínuo pode ser representado por uma sucessão de valores numéricos geralmente equidistantes, ou seja, por uma série temporal ou amostra, com duração T . A operação de passagem de um registo contínuo para um registo discreto designa-se por amostragem de um sinal $X(t)$, e consiste na obtenção de uma série de N valores espaçados no tempo de um intervalo de amostragem Δt , determinados pela equação (3.1).

$$T = N \cdot \Delta t \quad (3.1)$$

A partir do conceito de amostragem surge a noção de frequência de amostragem, f_a , que representa o número de amostras efetuadas por unidade de tempo, e que é definida pela equação (3.2).

$$f_a = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.2)$$

A amostra tem que ser representativa do sinal contínuo que lhe deu origem, pelo que é necessário definir o intervalo de amostragem, de forma que, a partir deste intervalo e dos valores da série, seja possível reconstruir o sinal amostrado. Nos trabalhos de Shannon [145] [146] é apresentado um critério designado por teorema de amostragem ou teorema de *Nyquist*, que indica que, para a representação discreta de um sinal contínuo ser correta em termos de frequência, é necessário que a frequência de amostragem seja pelo menos igual ao dobro da frequência máxima das componentes do sinal. Assim, uma série temporal obtida de um sinal $X(t)$, utilizando uma frequência de amostragem, f_a , nunca poderá fornecer informação sobre o conteúdo energético desse mesmo sinal acima da frequência de Nyquist, f_N , definida pela equação (3.3).

$$f_N = \frac{f_a}{2} \quad (3.3)$$

3.2.2 Descrição de sinais no domínio da frequência

A análise espectral traduz a possibilidade de representar, no domínio da frequência, uma função definida no domínio do tempo, mediante a sua decomposição em ondas sinusoidais de amplitude e frequências variáveis. Os fundamentos da análise espectral baseiam-se na abordagem de conceitos como as séries de *Fourier* e as transformadas de *Fourier*. A transformada de *Fourier* das séries temporais provenientes dos ensaios de vibração encontra-se, no domínio da frequência, limitada a um conjunto finito de frequências discretas contidas no intervalo $[-f_N; f_N]$, distanciadas entre si de um afastamento Δf , determinado pela equação (3.4)

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N \cdot \Delta t} \quad (3.4)$$

Ao longo de todo o processo de caracterização do conteúdo espectral de uma grandeza física através da aquisição e análise de um determinado sinal que se supõe representativo da sua evolução temporal, são cometidos alguns erros, provenientes da medição e do processo de processamento do sinal. As imprecisões dos resultados das medições podem dever-se à massa e à rigidez do equipamento usado para excitar ou medir a estrutura ou às técnicas utilizadas no processamento do sinal, nomeadamente durante a passagem de um sinal descrito no domínio do tempo para o domínio da frequência. Os principais erros que podem surgir durante este processo

denominam-se “erros por sobreposição ou por dobragem”, e “erros por escorregamento ou efeito de fuga”, os quais se descrevem em seguida.

- **Erros por sobreposição ou por dobragem**

Os erros por sobreposição surgem devido ao facto de os sinais estarem discretizados e manifestam-se pelo aparecimento incorreto na série discreta de energia associada a frequências superiores à de *Nyquist* como tendo uma frequência mais baixa.

A única forma de se conseguir eliminar este efeito é através da colocação de filtros passa baixo, entre a saída dos transdutores e a entrada do sistema de conversão do sinal, que eliminem o contributo de todas as frequências acima da frequência de *Nyquist*. É fundamental eliminar estas componentes antes da aquisição do sinal, caso contrário, a série poderá vir contaminada por erros de sobreposição, impossíveis de eliminar em fase posterior.

- **Erros por escorregamento ou por efeito de fuga**

Os erros por escorregamento surgem devido ao carácter finito das séries temporais, mais especificamente à coincidência ou não do comprimento das amostras e do período associado à frequência das ondas. Sempre que estes não coincidirem podem surgir efeitos de escorregamento, que se manifestam com a distribuição da energia associada a uma determinada frequência por uma banda de frequências em torno desta, o que provoca uma diminuição da amplitude dos picos e um aumento da base dos picos.

O efeito destes erros pode ser atenuado pela passagem do sinal por filtros designados “janelas de dados no tempo”, por forma a garantir a continuidade do sinal, que, depois de discretizado e sujeito à janela no tempo, se pretende que represente o período de um sinal infinitamente longo. As janelas são utilizadas consoante a aplicação e o tipo de sinal. Para sinais estacionários, é aconselhável o uso de uma janela com forma distinta da retangular, de forma a reduzir as descontinuidades do sinal periodizado nas fronteiras do período de amostragem. No caso de sinais de tipo aleatório, é generalizada a utilização de uma janela de *Hanning*, que é igual a zero nas extremidades e cuja amplitude varia suavemente ao longo do registo.

3.3 Conceitos de estatística e processos estocásticos

Nesta secção introduzem-se alguns conceitos básicos de estatística e processos estocásticos, os quais visam a introdução e o estudo da representação analítica das funções de densidade espectral de potência da resposta das estruturas, das funções de resposta em frequência e das funções de transferência, elementos chave na análise dos registos de vibração de estruturas.

3.3.1 Processo estocástico

Supondo que se registam várias vezes e sempre sob as mesmas condições as vibrações de um elemento, obtém-se um conjunto de registos que se denomina por processo. Se os registos obtidos são idênticos, o processo denomina-se determinístico, já que as características de uma próxima realização desse processo são, à partida, conhecidas. Se os registos efetuados diferirem entre si, ainda que as condições sejam idênticas, o processo denomina-se estocástico ou de natureza aleatória, uma vez que não existe qualquer tipo de previsibilidade relativamente às características de um dado evento [147].

Assim, um processo estocástico $X(t)$ corresponde à evolução no tempo de um conjunto de funções aleatórias $X_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) dependentes do tempo, t , associadas à caracterização de uma grandeza física. A caracterização dos processos estocásticos é, habitualmente, realizada com base em grandezas estatísticas, o que envolve um exigente tratamento matemático, pelo que é usual, em aplicações práticas, simplificar esse tratamento matemático, assumindo que os processos estocásticos são estacionários e ergódicos. O facto de o processo estocástico ser estacionário significa que as características estatísticas são independentes do instante temporal. Ser ergódico significa que o valor dos parâmetros estatísticos avaliados tendo em conta as diferentes realizações, para um determinado instante de tempo, é igual aos dos mesmos parâmetros estatísticos avaliados apenas numa realização ao longo do tempo [144] [147] [148] [149].

3.3.2 Função de autocorrelação e função de densidade espectral de potência

A função de autocorrelação representa o quanto o processo é correlacionado com ele próprio em dois instantes de tempo diferentes. Ao admitir-se que o processo é estacionário e ergódico, a sua função de autocorrelação não depende dos instantes temporais, dependendo, apenas, do seu

desfasamento temporal, τ , e pode ser calculada contemplando apenas uma única realização, i , tal como está representado na equação (3.5) [144] [148] [149].

$$R_{X_i X_i}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_i(t) \cdot X_i(t + \tau) dt \quad (3.5)$$

Usualmente, nas aplicações práticas admite-se que os processos estocásticos apresentam média nula e natureza Gaussiana. Ao admitir-se a natureza Gaussiana, está a admitir-se que a função de autocorrelação caracteriza completamente o processo. As funções de autocorrelação associadas a processos estocásticos estacionários de média nula são funções simétricas com um máximo na origem, cuja ordenada é igual à variância do processo. Quanto mais irregular é o processo, mais rapidamente a função de autocorrelação tende para zero, com o crescimento de τ . No caso limite de um processo idealmente aleatório, a função de autocorrelação apenas tem ordenada não nula na origem [144] [148].

Aplicando a transformada de *Fourier* à função de autocorrelação, obtém-se a função densidade espectral de potência ou autoespectro, que permite o estabelecimento de medidas de correlação entre vários pontos, no domínio da frequência. A função densidade espectral de potência, $S_{X_i X_i}(\omega)$, é definida pelo teorema de *Wiener-Khinchine*, conforme representado na equação (3.6) [142] [144] [148] [149] [150].

$$S_{X_i X_i}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{X_i X_i}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.6)$$

Os autoespectros são funções reais que quantificam a distribuição do conteúdo energético de um sinal em frequência. Quanto mais irregular é o sinal, mais alargada é a gama de frequências com conteúdo energético significativo. Um sinal idealmente aleatório, designado por ruído branco, é caracterizado por ter igual contribuição em todas as frequências, pelo que, teoricamente, a sua densidade espectral tem um valor constante entre $-\infty$ e $+\infty$ e, conseqüentemente, a função de autocorrelação apresentará uma ordenada com valor infinito na origem. Na prática isto não é realista, pelo que é usual considerar-se um ruído branco de banda limitada, isto é, um processo estocástico que é caracterizado por um autoespectro com intensidade constante dentro de um determinado intervalo de frequências [144] [147] [148].

Os conceitos de função de autocorrelação e de função de densidade espectral de potência podem ser generalizados ao considerarem-se dois processos estocásticos $X_i(t)$ e $X_j(t)$, surgindo, assim, os conceitos de função de correlação cruzada, $R_{X_i X_j}(\tau)$, e função de densidade espectral de potência

cruzada ou espectro cruzado, $S_{X_i X_j}(\omega)$, representados, respetivamente, nas equações (3.7) e (3.8) [142] [144] [148].

$$R_{X_i X_j}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_i(t) \cdot X_j(t + \tau) dt \quad (3.7)$$

$$S_{X_i X_j}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{X_i X_j}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.8)$$

Em alternativa às expressões (3.6) e (3.8), os autoespetros, $S_{X_i X_i}(\omega)$, e os espectros cruzados, $S_{X_i X_j}(\omega)$, podem ser determinados a partir de séries temporais de dados, respetivamente, pelas equações (3.9) e

(3.10) [144] [148] [151].

$$S_{X_i X_i}(\omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{r=1}^n \frac{F_{T,r}[X_i(t)]^* \cdot F_{T,r}[X_i(t)]}{T} \quad (3.9)$$

$$S_{X_i X_j}(\omega) = \lim_{\substack{T \rightarrow \infty \\ n \rightarrow \infty}} \sum_{r=1}^n \frac{F_{T,r}[X_i(t)]^* \cdot F_{T,r}[X_j(t)]}{T} , \quad (3.10)$$

onde $F_{T,r}[X_i(t)]$ e $F_{T,r}[X_i(t)]^*$ representam, respetivamente, a transformada de *Fourier* do processo estocástico X_i e do seu conjugado, no intervalo de tempo $[0, T]$.

3.3.3 Valor eficaz ou raiz do valor quadrático médio

O valor eficaz ou raiz do valor quadrático médio (RMS) é um algoritmo simples utilizado com o objetivo de converter no sinal os valores negativos para positivos. O valor eficaz corresponde à raiz quadrada da média da área do gráfico abaixo da curva da grandeza medida ao quadrado.

Recorrendo à definição de estatística de valor quadrático médio de uma variável aleatória X , o valor eficaz de um sinal, X_i , no domínio do tempo, é definido pela equação (3.11).

$$X_{iRMS}(t) = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} X_i(t)^2 dt} \quad (3.11)$$

Conforme demonstrado por Azevedo [147], a área sob a curva que representa a função densidade espectral de potência é igual ao valor quadrático médio do sinal. Assim, no domínio da frequência, o valor quadrático médio de um sinal X_i é definido pela equação (3.12).

$$X_{RMS_i}^2(\omega) = E[X_i(\omega)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{X_i X_i}(\omega) d\omega, \quad (3.12)$$

sendo o valor eficaz do sinal X_i , no domínio da frequência, definido pela equação (3.13).

$$X_{RMS_i}(\omega) = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[X_i(\omega)]^* \cdot [X_i(\omega)]}{T} d\omega} \quad (3.13)$$

3.3.4 Função de resposta em frequência e função de transferência

Um dos principais objetivos do estudo de processos estocásticos aplicados a vibrações de estruturas é a caracterização da resposta de um sistema estrutural através do conhecimento das características desse sistema e das ações que sobre ele atuam.

Neste âmbito existem duas definições importantes: função de resposta em frequência e função de transferência. Ambas as funções resultam do quociente entre um espectro cruzado e um autoespectro; no entanto, o seu significado físico é distinto.

A função de resposta em frequência complexa, $H_{ij}(\omega)$, relaciona, no domínio da frequência, a resposta no grau de liberdade j da estrutura, $X_j(\omega)$, com a ação atuante no grau de liberdade i da estrutura, $F_i(\omega)$, e é definida pela equação (3.14) [144] [152].

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{F_i(\omega)} \quad (3.14)$$

Segundo a definição de função de resposta em frequência, uma excitação sinusoidal numa frequência, ω , produz uma resposta sinusoidal na mesma frequência. Como se considera que qualquer sinal de excitação ou resposta corresponde à soma de várias sinusoides, esta função é igualmente aplicável a excitações harmónicas, transientes e aleatórias. Por recurso a esta função, é possível caracterizar as propriedades dinâmicas de uma estrutura, nomeadamente as frequências próprias, os modos de vibração e os coeficientes de amortecimento [152].

A função de transferência ou de transmissibilidade complexa de qualquer estrutura sujeita a uma força aplicada num ponto k , $T_{ij}^k(\omega)$, relaciona, no domínio da frequência, as respostas a uma determinada excitação em dois graus de liberdade da estrutura, X_i e X_j , e é definida pela equação (3.15) [148] [153] [154] [155] [156].

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{X_i(\omega)} \quad (3.15)$$

Através das funções de resposta em frequência, é possível identificar de forma direta as frequências próprias da estrutura apenas por identificação dos picos da mesma. Nas funções de transferência, os picos não correspondem às frequências da estrutura. No entanto, existe um método, exposto adiante na secção 3.4.2, que permite identificar os parâmetros modais de uma estrutura a partir das funções de transferência.

Idealmente, a função de resposta em frequência e a função de transferência seriam determinadas pela razão entre dois registos. No entanto, no processo de medição existem alguns problemas que podem influenciar os sinais, referindo-se por exemplo o ruído ambiente e o ruído do equipamento elétrico de medição. Estes problemas podem ser minimizados através da aplicação de métodos estatísticos, existindo dois tipos de estimadores possíveis para avaliar a função de resposta em frequência, $H(\omega)$, e a função de transferência, $T(\omega)$. Designam-se por H_1 ou T_1 e H_2 ou T_2 e estão definidos nas equações (3.16) e (3.17) [152] [157] [158].

$$H_1(\omega) = \frac{S_{X_i X_j}(\omega)}{S_{X_i X_i}(\omega)} \quad (3.16)$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{X_j X_j}(\omega)}{S_{X_i X_j}^*(\omega)} \quad (3.17)$$

Quando não existe ruído em nenhum dos canais, ambos os estimadores conduzem a resultados idênticos. Na presença de ruído, os resultados são diferentes. H_1 é um indicador mais real no caso de prevalecer ruído no sinal de resposta, enquanto H_2 é um melhor indicador quando predomina ruído no sinal de entrada. Quando existe, simultaneamente, ruído no sinal de resposta e no sinal de excitação, os estimadores H_1 e H_2 formam o intervalo onde se encontra o real valor da função.

O nível de ruído dos dados recolhidos pode ser avaliado recorrendo à função de coerência, que estabelece uma medida de correlação entre os vários sinais medidos. A estimativa da função de coerência entre dois sinais de resposta, medidos nos graus de liberdade i e j , é determinada utilizando a equação (3.18) [144] [148] [151] [152] [158].

$$\gamma_{ij}^2(\omega) = \frac{H_1}{H_2} = \frac{|S_{ij}(\omega)|^2}{S_{ii}(\omega) \cdot S_{jj}(\omega)} \quad (3.18)$$

Estas funções variam entre zero e um, ao longo de todo o domínio da frequência. Quando não existe ruído não correlacionado, a função de coerência é unitária, o que demonstra uma elevada relação de linearidade entre os dois sinais. Quando apenas existe ruído não correlacionado sem sinal, a função de coerência assume valores próximos de zero, o que significa que não existe qualquer relação entre os sinais de entrada e de saída. Quando os valores da função estão entre zero e um, existe uma relação pouco linear entre as duas respostas.

Através da função de coerência, é possível estimar a parcela coerente do autoespectro, S_{ij} , isto é, a parcela do sinal de resposta que resultou da excitação $[\gamma_{ij}^2(\omega) \cdot S_{jj}(\omega)]$ e a parcela não coerente do autoespectro, originada pelo ruído não correlacionado $[(1 - \gamma_{ij}^2(\omega)) \cdot S_{jj}(\omega)]$ [158].

3.4 Métodos de identificação modal estocástica

Os métodos de identificação estocástica correspondem a algoritmos matemáticos que estimam as propriedades modais das estruturas com base na sua resposta às excitações [151]. Os métodos de identificação modal estocástica são, usualmente, classificados em função do tipo de dados, como séries temporais, correlações ou estimativas espectrais. Assim, existem dois grandes grupos: os métodos que se baseiam nas estimativas espectrais e que, portanto, trabalham no domínio da frequência; e os métodos que se apoiam nas correlações ou nas séries temporais e que, consequentemente, operam no domínio do tempo [131].

Descrevem-se apenas métodos de identificação modal no domínio da frequência, uma vez que toda a análise de dados no presente trabalho é realizada neste domínio. Referem-se os métodos clássicos de análise operacional que se baseiam nas respostas das estruturas, dando ênfase ao método básico no domínio da frequência, e ao método de análise modal com base nas funções de transmissibilidade.

3.4.1 Métodos clássicos de análise modal operacional

A identificação das características dinâmicas das estruturas pelos métodos clássicos de análise modal operacional pode ser realizada por duas vias: relacionando a resposta medida da estrutura com a correspondente excitação artificial, também medida; ou analisando apenas a resposta da estrutura e estabelecendo certas hipóteses acerca da natureza da excitação natural. Nesta situação, admite-se que as forças de excitação são consideradas como a realização de um processo

Gaussiano do tipo ruído branco com média nula, isto é, um processo com contribuição uniforme em todas as frequências [132] [144].

Os principais métodos clássicos desenvolvidos no domínio da frequência são: i) método básico no domínio da frequência (BFD); apesar deste método ter já sido aprofundado anteriormente por vários autores, foi Felber [134] quem desenvolveu a sistematização dos procedimentos do método; e ii) método de decomposição no domínio da frequência (FDD), cuja designação surge com o trabalho desenvolvido por Brincker *et al.* [159].

O método básico no domínio da frequência, também conhecido como método da seleção de pico, é o método de identificação modal estocástica mais conhecido. Para além de ter sido pioneiro nesta área, tendo sido aplicado pela primeira vez em 1964 por Crawford *et al.* [160] para determinar as frequências próprias de vibração de um edifício de 19 pisos a partir da análise dos autoespectros de registos de velocidade obtidos em ensaios de vibração ambiental, apresenta-se, atualmente, como um método de aplicação e implementação simples. Permite a obtenção de bons resultados e uma boa interpretação física, continuando a ser muito utilizado em aplicações de engenharia civil [144]. As principais limitações deste método são a dificuldade em identificar modos de vibração com frequências próximas e a incapacidade de fornecer estimativas fiáveis dos coeficientes de amortecimento modais [151]. Na literatura [140] [141] são apresentados, de uma forma aprofundada, os fundamentos deste método.

O método de decomposição no domínio da frequência é um método que procura ultrapassar algumas das dificuldades do método da seleção de pico, tentando manter a sua simplicidade concetual. O algoritmo deste método é baseado na decomposição em valores singulares da matriz dos espectros das respostas medidas. Esta operação matemática possibilita a obtenção de autoespectros, que individualizam a contribuição de cada um dos modos, mesmo quando existem frequências naturais próximas. Este método, para além de permitir a identificação das frequências naturais, possibilita, através da aplicação das inversas das transformadas de *Fourier*, a obtenção das estimativas dos coeficientes de amortecimento modais com algum rigor [151].

Nos ensaios de vibração de estruturas de edifícios realizados neste trabalho, pretende-se estimar as frequências naturais correspondentes a modos locais de vibração dos elementos estruturais. Para este efeito, optou-se por utilizar o método básico no domínio da frequência (BFD), pois permite a obtenção de resultados mais rapidamente. Descreve-se, em seguida, o procedimento de determinação das frequências naturais de vibração através deste método.

Por recurso ao método BFD, as frequências naturais são determinadas a partir dos picos dos espectros de potência das acelerações medidas na estrutura. Não basta analisar os picos do espectro relativo a um dos pontos de medida, pois este pode estar situado junto a um nodo de um ou mais modos de vibração ou existirem modos de vibração pouco excitados e, portanto, não possibilitar a identificação das frequências associadas a esses modos. Assim, a caracterização experimental do comportamento dinâmico de uma estrutura requer a medição da sua resposta em vários pontos, pelo que é essencial efetuar a análise espectral de todos os autoespectros e espectros cruzados obtidos. Esta é uma operação que se pode tornar trabalhosa, dependendo do número de pontos instrumentados. Felber [134] desenvolveu um procedimento para sintetizar toda esta informação, recorrendo à utilização de espectros médios normalizados (ANPSD). Estes espectros são calculados a partir dos autoespectros dos registos através do seguinte procedimento:

- i) Normalização dos autoespectros (NPSD), que se obtêm dividindo as estimativas dos autoespectros, $S_{ii}(\omega)$, pela soma das suas N ordenadas, conforme equação (3.19).

$$NPSD_i(\omega) = \frac{S_{ii}(\omega)}{\sum_{n=1}^N S_{ii}(\omega_n)} \quad (3.19)$$

A normalização dos espectros é importante quando o ensaio é realizado recorrendo a diferentes disposições dos transdutores (*setups*), pois, como as séries temporais associadas a cada grau de liberdade não são todas captadas em simultâneo, podem existir diferenças de intensidade da excitação ao longo do período de ensaio, que conduzem a espectros de resposta com diferentes conteúdos energéticos [151].

- ii) Média dos autoespectros normalizados (ANPSD), correspondentes a todos os pontos instrumentados, de acordo com a equação (3.20).

$$ANPSD(\omega) = \frac{1}{n_{GL}} \sum_{i=1}^{n_{GL}} NPSD_i(\omega) \quad (3.20)$$

Procedendo desta forma, basta analisar os picos do ANPSD para identificar todas as frequências naturais da estrutura. Uma vez que ANPSD resulta da média de todos os autoespectros normalizados, evidencia os picos de ressonância que se verificam em todos os autoespectros e suaviza os picos que surgem apenas num autoespectro [134].

Um aspeto de extrema importância refere-se à capacidade de distinguir entre os picos identificados nas funções de densidade espectral aqueles que correspondem, efetivamente, a modos de vibração das estruturas. Essa distinção pode ser efetuada recorrendo às funções de coerência entre os sinais de resposta observados em vários pontos. Para frequências próximas dos picos de ressonância, a amplitude da resposta é mais elevada, pelo que a relação entre o nível do sinal e o nível de ruído é maior, sendo, portanto, expectável que a função de coerência assumia valores próximos da unidade [144] [151].

Pelo facto de ser o método de análise modal mais simples de aplicar, este método tem sido, efetivamente, utilizado para identificar os parâmetros modais de inúmeras estruturas de engenharia civil, tais como o edifício *Heritage Court Tower* [161], a ponte *Humber* [162], a ponte *San Michele* [163], a ponte *Qingzhou* [164], a ponte *Ganter* [165], a ponte do *Pinhão* [166] e a ponte *Beichuan* [167].

3.4.2 Método de análise modal operacional com base nas funções de transmissibilidade

Os métodos clássicos de análise modal operacional e experimental, conforme referido na secção 3.4.1, assumem que as excitações estocásticas são do tipo de um ruído branco. Na prática, isto nem sempre é real, dado que muitas estruturas estão sujeitas a excitações mais complexas. Devido a estas limitações, foi desenvolvido por Devriendt *et al.* [155] [156] um método de análise modal operacional que não assume qualquer hipótese sobre a natureza da excitação. Através da combinação da medição da transmissibilidade entre diferentes pontos, quando a estrutura está sujeita a diferentes excitações, é possível identificar os parâmetros modais da estrutura. Em seguida descreve-se o método proposto por estes autores.

Conforme referido na secção 3.3.4, a transmissibilidade é obtida da razão entre dois espectros de resposta de acordo com a equação (3.21). Assumindo uma única força, isto é, um grau de liberdade, verifica-se que a transmissibilidade se reduz à equação (3.22), de onde é possível concluir que, no caso de existir apenas uma força de excitação, a função de transmissibilidade depende apenas da sua localização, mas não da natureza e da amplitude da excitação [155] [156].

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{X_i(\omega)} \quad (3.21)$$

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{H_{jk}(\omega) \cdot F_k(\omega)}{H_{ik}(\omega) \cdot F_k(\omega)} = \frac{H_{jk}(\omega)}{H_{ik}(\omega)} \quad , \quad (3.22)$$

representando: $T_{ij}^k(\omega)$ a função de transmissibilidade entre os pontos i e j; $X_i(\omega)$ e $X_j(\omega)$ as respostas nos pontos i e j; $H_{ik}(\omega)$ e $H_{jk}(\omega)$ as funções de resposta em frequência entre uma excitação aplicada no ponto k e as respostas, respetivamente, nos pontos i e j; e $F_k(\omega)$ a excitação aplicada no ponto k.

O pressuposto anterior, segundo o qual a função de transmissibilidade depende do ponto de aplicação da força, foi validado, por Devriendt *et al.* [155], em ensaios realizados numa viga simplesmente apoiada, tendo sido a resposta registada sempre na mesma secção para um ponto de aplicação da força variável de ensaio para ensaio. Nestes ensaios, verificou-se que, enquanto nas funções de resposta em frequência os picos coincidem com as frequências de ressonância, nas funções de transmissibilidade o mesmo não se verifica. No entanto, as diferentes funções de transmissibilidade cruzam-se nas frequências de ressonância da estrutura, concluindo-se que estas funções são dependentes do ponto de aplicação da excitação, sendo, no entanto, independentes do mesmo nas frequências correspondentes às ressonâncias da estrutura. Assim, combinando as funções de transmissibilidade com registos nos mesmos pontos e diferentes condições de força aplicada, é possível identificar as características modais das estruturas. Como exemplo pode observar-se a Figura 5.14 (a) do Capítulo 5.

A metodologia proposta por Devriendt *et al.* [155] [156] com vista a possibilitar a estimativa dos parâmetros modais a partir da transmissibilidade é baseada numa função racional, $\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)$, que toma valores nulos nas frequências próprias das estruturas. Esta função é obtida combinando duas funções de transmissibilidade $T_{ij}^k(\omega)$ e $T_{ij}^l(\omega)$ com os mesmos pontos de resposta (i, j), mas com diferentes pontos de aplicação da excitação (k, l), de acordo com a equação (3.23).

$$\Delta T_{ij}^{kl}(\omega) = T_{ij}^k(\omega) - T_{ij}^l(\omega) \quad (3.23)$$

Nas frequências correspondentes aos modos de ressonância da estrutura, a inversa da função racional, $\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)$, determinada pelas equações (3.24) ou (3.25), emerge sob a forma de picos. Apesar de a maioria dos picos da inversa das funções de transmissibilidade corresponder às frequências de ressonância, podem existir alguns picos que não correspondem a características modais da estrutura.

$$\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega) = \frac{1}{\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)} = \frac{1}{T_{ij}^k(\omega) - T_{ij}^l(\omega)} \quad (3.24)$$

$$\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega) = \frac{1}{\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)} = \frac{1}{\frac{H_{jk}(\omega)}{H_{ik}(\omega)} - \frac{H_{jl}(\omega)}{H_{il}(\omega)}} \quad (3.25)$$

Anteriormente, expôs-se o caso de existir apenas uma força aplicada, mas, em condições reais, existem, em geral, múltiplas fontes a excitar as estruturas, muitas delas distribuídas. Nestas situações, a função de transmissibilidade reduz-se à equação (3.26).

$$T_{ij}(\omega) = \frac{X_j(\omega)}{X_i(\omega)} = \frac{\sum_{k=1}^n H_{jk}(\omega) \cdot F_k(\omega)}{\sum_{k=1}^n H_{ik}(\omega) \cdot F_k(\omega)} \quad (3.26)$$

Na expressão anterior não é possível eliminar as excitações $F_k(\omega)$, pelo que a função de transmissibilidade não só depende da localização, mas também da intensidade das forças de excitação. Apesar disso, Devriendt *et al.* [155] [156] demonstraram que as funções de transmissibilidade para diferentes excitações aplicadas à estrutura, isto é, diferentes localizações de forças, diferentes números de forças e diferentes amplitudes de força, continuam a convergir nas frequências próprias de vibração, pelo que a metodologia proposta para determinação das características modais das estruturas, com base na função racional, continua a ser válida.

Apesar de, conforme referido anteriormente, os picos identificados nas funções de transmissibilidade não corresponderem, em geral, às frequências de ressonância da estrutura, Steenackers *et al.* [168] demonstraram que, no caso particular em que uma das respostas é medida no ponto de aplicação da força de excitação, os picos das funções de transmissibilidade correspondem às frequências próprias da estrutura.

De um modo geral, pode concluir-se que as vantagens deste método se prendem com o facto de não ser necessário assumir pressupostos quanto à natureza da excitação, reduzindo, desta forma, o perigo de se identificarem picos nas funções de resposta, que se devem à excitação, como sendo um modo físico da estrutura, bem como o perigo de obter erros significativos associados à estimativa dos parâmetros modais para o caso particular da existência de componentes harmónicas [169] [170].

O conceito de transmissibilidade, para além da aplicabilidade na identificação modal das estruturas [155] [156] [170] [171], tem também uma aplicabilidade interessante em outros campos, como nos modelos de elementos finitos [168] [172] e na monitorização do comportamento de estruturas devido à existência de danos [173].

3.5 Considerações finais

Neste capítulo descreveram-se conceitos de análise e processamento de sinal, os quais são importantes para o tratamento dos dados dos ensaios de vibração realizados no decorrer deste trabalho e que se apresentam posteriormente nos capítulos 5, 6 e 7. Uma vez que toda a análise é realizada no domínio da frequência, descreveram-se os métodos de identificação modal estocástica baseados nas estimativas espectrais que se consideraram mais adequados para aplicar neste trabalho: método básico no domínio da frequência; e método baseado nas funções de transmissibilidade.

CAPÍTULO 4

4 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS CONTÍNUAS

Neste capítulo são descritos o método analítico e um método numérico de análise do comportamento dinâmico de estruturas. São revistas as equações analíticas que permitem determinar as frequências naturais de vibração e os modos de vibração de elementos lineares e de elementos de laje, assim como as equações analíticas que permitem determinar o campo de vibrações gerado por uma força de impacto nestes elementos. É revista a formulação do método numérico utilizado neste trabalho, método dos elementos finitos, e é efetuada uma análise dos limites de aplicabilidade do mesmo no estudo da vibração de estruturas.

No presente capítulo são, ainda, revistos métodos de ajuste dos modelos numéricos e analíticos aos modelos experimentais. São descritos critérios baseados na comparação de parâmetros modais, como as frequências próprias de vibração e as configurações modais, e critérios baseados na comparação das funções de resposta em frequência.

4.1 Método analítico

A análise clássica do comportamento dinâmico das estruturas baseia-se em modelos contínuos com massa e rigidez distribuídas, isto é, contempla um número infinito de graus de liberdade. Somente os problemas de vibrações de estruturas com geometria muito simples e com condições de fronteira específica têm solução analítica conhecida, pelo que, na análise dinâmica de estruturas reais, em geral muito complexas, os métodos analíticos são de aplicação extremamente complexa, obrigando, nestes casos, a simplificações tão significativas que conduzem a modelos completamente desajustados das estruturas reais.

Para elementos simples, o método analítico é vantajoso, pois, uma vez que não utiliza aproximações, os parâmetros modais do elemento, isto é, as frequências e configurações dos modos de vibração, assim como a resposta a uma ação imposta no elemento estrutural, correspondem aos parâmetros reais da estrutura. Para além disso, este método apresenta, ainda,

a vantagem de tornar desnecessário o estudo de todos os instantes de tempo que conduzem a um certo estado.

4.1.1 Tipos de ondas de vibração e suas características

A propagação da vibração ao longo das estruturas é realizada sob a forma de ondas de vibração, que se podem dividir em ondas longitudinais, ondas transversais e ondas de flexão. Em seguida, faz-se uma breve revisão das características inerentes a cada tipo de onda de vibração, para a qual foi considerado, como bibliografia de base, o trabalho de Cremer *et al.* [126].

4.1.1.1 Ondas longitudinais puras

As ondas de vibração em que a direção do deslocamento das partículas coincide com a direção de propagação da onda são denominadas ondas longitudinais puras. Neste tipo de ondas, as partículas sofrem distintos deslocamentos em relação à sua posição de equilíbrio, o que origina uma alteração na distância entre partículas. De acordo com a Figura 4.1, uma secção localizada, inicialmente, numa posição x deslocou-se de uma distância, u_x , uma segunda secção que estava, inicialmente, afastada de dx da primeira, deslocou-se de uma distância $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$, pelo que o material, com comprimento inicial de dx , ficou submetido a uma extensão, ϵ_x , e a uma tensão σ_x na direção x , determinadas, respetivamente, pelas equações (4.1) e (4.2).

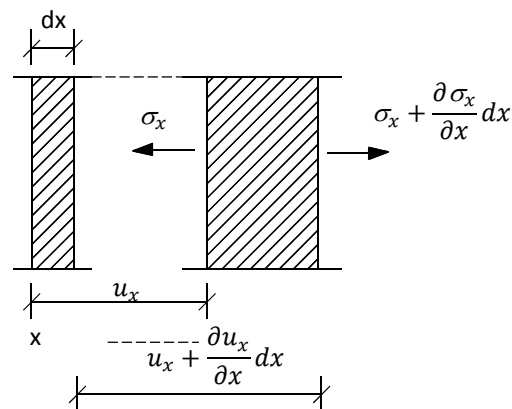


Figura 4.1 – Deslocamentos, deformações e tensões em elementos sujeitos a ondas longitudinais [126]

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.1)$$

$$\sigma_x = D \cdot \epsilon_x = D \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (4.2)$$

onde a constante D , que representa a rigidez longitudinal do material, depende do módulo de elasticidade do material, E , e do coeficiente de *Poisson*, ν , e é definida pela equação (4.3).

$$D = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (4.3)$$

Uma vez que o valor da tensão é função da coordenada da secção, x , existe um desequilíbrio de tensões no elemento que gera aceleração no mesmo. Sendo ρ a densidade do material e t o instante de tempo, a correspondente equação do movimento é representada pela expressão (4.4).

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (4.4)$$

Relacionando-se a velocidade da partícula, v_x , com o deslocamento, u_x , pela equação (4.5), a equação do movimento pode ser reescrita na forma apresentada na expressão (4.6).

$$v_x = \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (4.6)$$

Substituindo a equação (4.5) na equação (4.2) e determinando a derivada em ordem a t , obtém-se a equação (4.7) que relaciona a tensão no elemento com a velocidade.

$$D \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} \quad (4.7)$$

Por comparação entre as equações (4.6) e (4.7), verifica-se que a relação entre as variáveis σ_x e v_x , é tal que a derivada espacial de uma é proporcional à derivada em ordem ao tempo da outra. Derivando em ordem a x ou a t , e combinando estas expressões, obtém-se a equação da onda, representada na equação (4.8), válida para as variáveis, σ_x , v_x , e u_x .

$$D \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_x, v_x, u_x) = \rho \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\sigma_x, v_x, u_x) \quad (4.8)$$

A equação da onda é satisfeita por qualquer função da forma apresentada na expressão (4.9), que descreve ondas que se propagam sem distorção na direção x positiva ou negativa. Se ocorrer

alguma variação na função ao longo do tempo, ela ocorre em todas as secções x , mas atrasada ou adiantada por a quantidade $\sqrt{\rho/D} x$.

$$F\left(t \pm \sqrt{\frac{\rho}{D}} x\right) \quad (4.9)$$

O parâmetro $\sqrt{D/\rho}$ representa a velocidade de propagação da onda longitudinal, c_L . Esta velocidade aumenta com o incremento da rigidez longitudinal do material e diminui com o aumento da densidade do material.

A razão entre a frequência angular, ω , e a velocidade de propagação da onda longitudinal, c_L , representa o número de onda, k_L , definido pela equação (4.10). O número de onda é inversamente proporcional ao período espacial, isto é, ao comprimento de onda, λ_L , representado na equação (4.11).

$$k_L = \frac{\omega}{c_L} \quad (4.10)$$

$$\lambda_L = \frac{2\pi}{k_L} = \frac{2\pi \cdot c_L}{\omega} \quad (4.11)$$

4.1.1.2 Ondas quase longitudinais

As ondas longitudinais puras apenas podem ocorrer em estruturas em que as dimensões em todas as direções sejam superiores ao comprimento de onda. Para a grande parte das estruturas, pelo menos uma dimensão é pequena quando comparada com o comprimento de onda, como é o caso de lajes, cuja espessura é, em geral, inferior ao comprimento de onda, e das barras, que têm as duas dimensões da secção transversal, em geral, inferiores ao comprimento de onda. A propagação das ondas quase longitudinais em lajes e em barras processa-se de forma diferente, o que se deve ao facto de a secção transversal das lajes estar livre apenas na direcção da espessura, e de a das barras estar livre nas duas direcções.

Apesar de os movimentos transversais em ondas quase longitudinais serem muito pequenos, a sua presença apresenta duas consequências importantes: i) apenas movimentos perpendiculares à superfície causam radiação do som num meio adjacente; e ii) o movimento transversal faz com que a velocidade de propagação das ondas quase longitudinais seja inferior à velocidade das ondas longitudinais puras, o que se deve ao facto de a rigidez longitudinal das barras não

constrangidas transversalmente ser menor. Numa barra, as extensões da secção transversal ε_y e ε_z são proporcionais à extensão axial ε_x , conforme expressão (4.12), e a extensão ε_x relaciona-se com a tensão σ_x pela expressão (4.13).

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \cdot \varepsilon_x \quad (4.12)$$

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad e \quad \sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (4.13)$$

As expressões das ondas longitudinais puras são, também, válidas para as ondas quase longitudinais em barras, substituindo a rigidez longitudinal, D, pelo módulo de elasticidade, E. Em vez da tensão, σ_x , introduz-se a força longitudinal, F_x , que atua em toda a área S da secção transversal, tomando esta força valores positivos se for de compressão. Assim, a equação da onda quase longitudinal numa barra, válida para as variáveis, F_x , v_x e u_x , é definida pela equação (4.14) e a velocidade de propagação das ondas quase longitudinais numa barra, c_{LII} , (onde o sufixo II indica duas dimensões inferiores ao comprimento de onda), é definida pela equação (4.15).

$$E \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} (F_x, v_x, u_x) = \rho \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (F_x, v_x, u_x) \quad (4.14)$$

sendo: $F_x = -S \cdot \sigma_x$

$$c_{LII} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.15)$$

Para uma laje representada no plano x, y e espessura na direção z, as condições de extensão e tensão são as apresentadas nas expressões (4.16) e (4.17).

$$\varepsilon_y = 0 \quad e \quad \varepsilon_z = -\frac{\nu}{1-\nu} \varepsilon_x \quad (4.16)$$

$$\sigma_y = \nu \cdot \sigma_x \quad e \quad \sigma_z = 0 \quad (4.17)$$

Em lajes, o módulo de elasticidade efetivo é $E' = E/(1 - \nu^2)$, pelo que a velocidade de propagação das ondas quase longitudinais nestes elementos, c_{LI} , (onde o sufixo I indica uma dimensão inferior ao comprimento de onda), é definida pela expressão (4.18).

$$c_{LI} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}} \quad (4.18)$$

A equação da onda quase longitudinal numa laje pode ser escrita em função da força de compressão, F'_x , por unidade de espessura, h , da velocidade, v_x , ou do deslocamento, u_x , de acordo com a expressão (4.19).

$$\frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (F'_x, v_x, u_x) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (F'_x, v_x, u_x), \quad (4.19)$$

sendo: $F'_x = -h \cdot \sigma_x$

4.1.1.3 Ondas transversais ao plano

As ondas de vibração em que a direção de propagação é perpendicular à direção do deslocamento das partículas são denominadas ondas transversais ao plano. Estas ondas ocorrem apenas em sólidos, uma vez que estes, ao contrário dos líquidos e gases, suportam não só alterações de volume, mas também alterações na forma do sólido. Para este tipo de ondas, a deformação está associada apenas a alterações na forma do elemento, que se devem às tensões tangenciais de corte que se opõem aos deslocamentos paralelos aos planos de corte. De acordo com a Figura 4.2, o deslocamento transversal (direção y) de dois planos distanciados de dx , difere entre si de um valor $\frac{\partial u_y}{\partial x} dx$, pelo que um elemento que, inicialmente, era um retângulo de lados dx e dy , quando sujeito a ondas transversais é distorcido num paralelograma, com ângulo de distorção definido pela equação (4.20).

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad (4.20)$$

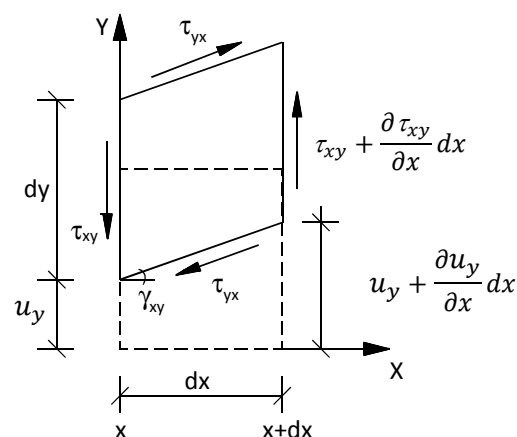


Figura 4.2 – Deslocamentos, deformações e tensões em elementos sujeitos a ondas transversais [126]

O ângulo de distorção, γ_{xy} , relaciona-se com as tensões tangenciais de corte, τ , pela expressão (4.21).

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = G \cdot \gamma_{xy} = G \cdot \frac{\partial u_y}{\partial x}, \quad (4.21)$$

representando a constante G o módulo de elasticidade transversal do material, que se relaciona com o módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de *Poisson*, ν , pela equação (4.22).

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.22)$$

Substituindo na equação (4.21) o deslocamento, u_y , pela velocidade da partícula, v_y , definida pela expressão (4.23), e depois de a derivar em ordem ao tempo, obtém-se a equação (4.24).

$$v_y = \frac{\partial u_y}{\partial t} \quad (4.23)$$

$$G \cdot \frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \quad (4.24)$$

A diferença de tensões tangenciais entre secções distintas origina aceleração no elemento, sendo a correspondente equação do movimento expressa pela expressão (4.25).

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v_y}{\partial t} \quad (4.25)$$

Derivando em ordem a x ou a t , e combinando as expressões (4.24) e (4.25), obtém-se a equação da onda transversal, apresentada na expressão (4.26), válida para a tensão tangencial, τ_{xy} , para a velocidade, v_y e para o deslocamento, u_y .

$$G \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\tau_{xy}, v_y, u_y) = \rho \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\tau_{xy}, v_y, u_y) \quad (4.26)$$

A velocidade de propagação das ondas transversais, c_T , é definida pela expressão (4.27).

$$c_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (4.27)$$

4.1.1.4 Ondas de flexão puras

De todos os tipos, as ondas de flexão são as mais importantes na radiação de ruído. Provocam, simultaneamente, deslocamentos transversais e rotação do elemento, conforme ilustrado na Figura 4.3.

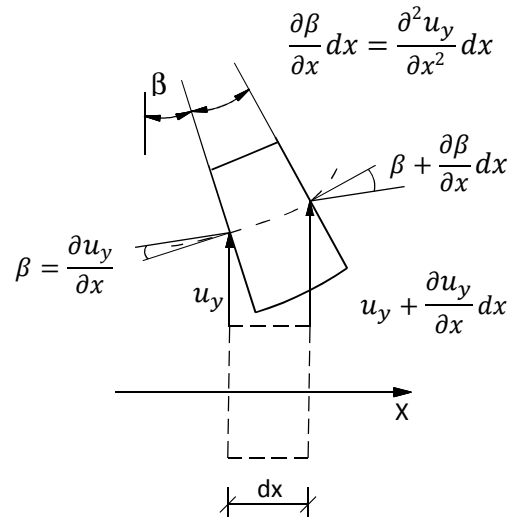


Figura 4.3 – Deslocamentos e deformações em elementos sujeitos a ondas de flexão [126]

O deslocamento lateral, u_y , e o ângulo de rotação, β , da secção transversal, representados na Figura 4.3, relacionam-se pela expressão (4.28). Derivando esta equação em ordem ao tempo, obtém-se a relação entre a velocidade angular, w_z , e a velocidade lateral, v_y , definida pela expressão (4.29).

$$\beta = \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad (4.28)$$

$$w_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} \quad (4.29)$$

Derivando a equação (4.29) em ordem à distância x , verifica-se que a variação da velocidade angular com a distância é igual à variação da curvatura em ordem ao tempo, conforme indicado pela expressão (4.30).

$$\frac{\partial w_z}{\partial x} = \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \right) \quad (4.30)$$

Por outro lado, sabe-se, da resistência dos materiais, que a curvatura é proporcional ao momento fletor, M_z , em cada secção, conforme a expressão (4.31)

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} = -\frac{M_z}{B}, \quad (4.31)$$

representando a constante de proporcionalidade B a rigidez à flexão, determinada partindo do princípio que as secções se mantêm planas e apenas sofrem uma rotação de um ângulo $\partial u_y / \partial x$, afetando esta rotação apenas as extensões na direção axial, ϵ_x . A deformação adicional, que resulta dos deslocamentos de corte, pode ser desprezada, desde que o comprimento de onda de flexão seja superior às dimensões da secção transversal. Esta relação do comprimento de onda com as dimensões da secção transversal é condição necessária para que as ondas de flexão sejam puras. Nestas condições, a rigidez à flexão de uma viga é definida por $B = EI$.

A extensão, ϵ_x , e a tensão, σ_x , na direção axial de uma viga sujeita a ondas de flexão pura, aumentam linearmente com a distância y à linha neutra, conforme expressões (4.32) e (4.33). Estas expressões são, também, válidas para a flexão de lajes, substituindo o módulo elasticidade, E , pelo módulo de elasticidade efetivo destes elementos $E/(1-\mu^2)$.

$$\epsilon_x = -y \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (4.32)$$

$$\sigma_x = E \epsilon_x = -Ey \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (4.33)$$

Derivando a equação (4.31) em ordem ao tempo e introduzindo a equação (4.30), obtém-se a equação (4.34).

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -B \frac{\partial w_z}{\partial x} \quad (4.34)$$

As expressões que relacionam o esforço transversal, V_y , com o momento fletor, M_z , e o esforço transversal, V_y com a velocidade transversal, v_y , obtêm-se a partir das condições de equilíbrio de um elemento de comprimento infinitesimal dx , cuja representação é feita na Figura 4.4.

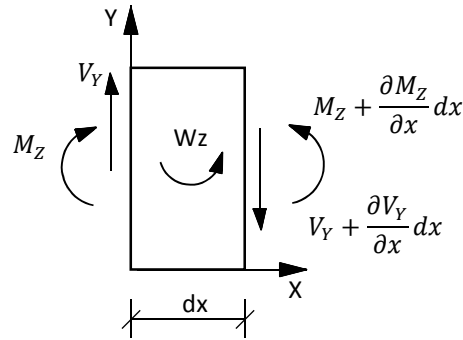


Figura 4.4 – Esforços num elemento de viga à flexão [126]

Pela equação de equilíbrio de momentos estabelece-se a equação (4.35), da qual se obtém a equação (4.36) que relaciona o esforço transversal com o momento fletor.

$$M_z - \left(M_z + \frac{\partial M_z}{\partial x} dx \right) + V_y dx = 0 \quad (4.35)$$

$$V_y = \frac{\partial M_z}{\partial x} \quad (4.36)$$

Na equação (4.35) desprezou-se o termo relativo à inércia de rotação, uma vez que, para comprimentos de onda de flexão superiores às dimensões da secção transversal do elemento, a energia cinética associada ao movimento de rotação é muito pequena em comparação com a energia associada ao movimento de translação.

Pela equação de equilíbrio de forças estabelece-se a equação (4.37), da qual resulta a relação entre o esforço transversal e a velocidade transversal, expressa na equação (4.38).

$$V_y - \left(V_y + \frac{\partial V_y}{\partial x} dx \right) = m' dx \frac{\partial v_y}{\partial t} \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} = -m' \frac{\partial v_y}{\partial t} , \quad (4.38)$$

sendo $m' = \rho \cdot S$ a massa por unidade de comprimento, representando S a área da secção transversal.

Por combinação entre as equações (4.29), (4.34), (4.36) e (4.38) obtém-se a equação da onda de flexão, representada na equação (4.39), que é válida para as variáveis, u_y, v_y, w_z, M_z, V_y .

$$-B \frac{\partial^4}{\partial x^4} (u_y, v_y, w_z, M_z, V_y) = m' \frac{\partial^2}{\partial t^2} (u_y, v_y, w_z, M_z, V_y) \quad (4.39)$$

O facto de, na equação da onda de flexão, equação (4.39), as derivadas espaciais e temporais aparecerem com diferentes ordens implica que o movimento da onda de flexão seja dispersivo, isto é, que a velocidade de propagação dependa da frequência de vibração. A velocidade de propagação da onda de flexão é obtida assumindo que as ondas sinusoidais de flexão são solução da equação da onda, assim como a frequência angular, ω , e o número de onda, k_B , que se relacionam pela equação (4.40).

$$\frac{B}{m'} k_B^4 = \omega^2 \quad (4.40)$$

Também neste caso, a razão entre a frequência angular, ω , e o número de onda, k_B , definida na expressão (4.41), representa a velocidade com que a onda se propaga de forma a permanecer com a mesma fase do movimento da onda sinusoidal. Esta velocidade de propagação da onda de flexão, c_B , depende, então, da frequência e é determinada pela equação (4.42).

$$\frac{\omega}{k_B} = c_B \quad (4.41)$$

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B}{m'}} \sqrt{\omega} \quad (4.42)$$

Para uma viga e uma laje com alturas, h , a velocidade de propagação, c_B , pode ser simplificada, respetivamente, pelas expressões (4.43) e (4.44).

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{EI}{\rho \cdot S}} \sqrt{2\pi f} = \sqrt{1.8 c_{LII} \cdot h \cdot f} = c_{LII} \sqrt{\frac{1.8h}{\lambda_{LII}}} \quad (4.43)$$

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{EI}{(1 - \nu^2) \cdot \rho \cdot S}} \sqrt{2\pi f} = \sqrt{1.8 c_{LI} \cdot h \cdot f} = c_{LI} \sqrt{\frac{1.8h}{\lambda_{LI}}} \quad (4.44)$$

O número de onda de flexão k_B é inversamente proporcional ao período espacial, isto é, ao comprimento de onda, λ_B , determinado de acordo com a equação (4.45).

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{k_B} = \frac{2\pi \cdot c_B}{\omega} \quad (4.45)$$

4.1.2 Sistemas estruturais com massa e rigidez distribuídas

Os modelos analíticos, conforme referido anteriormente, permitem apenas a resolução de problemas elementares, pelo que as soluções que se apresentam referem-se a modelos muito simples de barra e laje contínua que podem assumir diferentes condições de fronteira nas suas extremidades. Apresentam-se os modelos teóricos em regime transitório para determinação das frequências naturais e das configurações dos modos próprios de vibração dos elementos e os modelos analíticos em regime permanente para determinação do campo de vibração à flexão, gerado por uma força de impacto aplicada nos mesmos.

4.1.2.1 Elementos lineares

Para a análise da transmissão de vibração ao longo dos edifícios, o tipo de vibração mais importante é a associada a ondas quase longitudinais e a ondas de flexão pura, pelo que, nesta secção, serão apresentados apenas os modelos analíticos de vibração de elementos lineares associados a estes dois tipos de ondas.

4.1.2.1.1 Vibrações longitudinais em regime livre

A equação do movimento para uma vibração livre, associada a ondas quase longitudinais, de barras prismáticas com propriedades uniformes é a definida na equação (4.46) [126] [174] [175] [125] [176] [177].

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - E \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0 \quad (4.46)$$

Recorrendo ao método da separação de variáveis, a solução da equação homogénea, $u_x(x, t)$, pode ser dividida em duas parcelas, uma que representa a forma específica do movimento longitudinal $\phi_L(x)$, e a outra a amplitude do mesmo $Y_L(t)$, conforme equação (4.47).

$$u_x(x, t) = \phi_L(x) \cdot Y_L(t) \quad (4.47)$$

Substituindo a equação (4.47) na equação (4.46) e dividindo-a por $\phi_L(x) \cdot Y_L(t)$, as variáveis que representam a forma e a amplitude do movimento podem ser separadas na equação temporal (4.48) e na equação espacial (4.49).

$$\ddot{Y}_L(t) + \omega^2 Y_L(t) = 0 \quad (4.48)$$

$$\phi_L''(x) - k_L^2 \phi_L(x) = 0, \quad (4.49)$$

onde ω é a frequência angular e k_L o número de onda longitudinal, que se relacionam pela expressão $\omega^2 = k_L^2 E / \rho$.

A equação temporal é uma expressão familiar da vibração livre de um sistema não amortecido, cuja solução é da forma apresentada na equação (4.50).

$$Y_L(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t), \quad (4.50)$$

em que as constantes A_1 e A_2 dependem, respetivamente, das condições de deslocamento e de velocidade no instante inicial, ou seja, $A_1 = Y_L(0)$ e $A_2 = \dot{Y}_L(0)/\omega$.

A equação espacial é idêntica à equação temporal, substituindo a variável independente t pela variável x , tendo, então, como solução uma equação do mesmo tipo, que se apresenta na equação (4.51).

$$\phi_L(x) = C_1 \cos(ax) + C_2 \sin(ax), \quad (4.51)$$

sendo C_1 e C_2 constantes reais que dependem das condições de fronteira nas extremidades das barras, como sejam o deslocamento longitudinal, $\phi_L(x)$, e o esforço normal, $N(x)$, as quais influenciam a forma como a onda se propaga entre as suas extremidades. Resolvendo a equação (4.51) para condições de fronteira específicas, obtém-se as frequências próprias de vibração da barra e a função de forma dos deslocamentos modais.

- **Barras com condições de apoio iguais em ambas as extremidades**

Numa barra de comprimento L com ambas as extremidades livres, $N(x) = 0$, ou ambas as extremidades fixas, $\phi_L(x) = 0$, as ondas quase longitudinais propagam-se com um período, T_n , determinado pela expressão (4.52).

$$T_n = \frac{2L}{nc_{LII}} \quad (4.52)$$

Este período corresponde ao tempo que a onda consome até voltar ao mesmo ponto, propagando-se com igual velocidade, c_{LII} . Assim, a frequência angular de vibração longitudinal, ω_n , e os modos de vibração, $\phi_{Ln}(x)$, de uma barra com iguais condições de fronteira são determinadas, respetivamente, pelas expressões (4.53) e (4.54).

$$\omega_n = n\pi \frac{c_{LII}}{L} = n\pi \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot L^2}} \quad (4.53)$$

$$\phi_{Ln}(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad (4.54)$$

sendo A_n uma constante que representa uma amplitude livre da função de deformação dos modos.

- **Barras com condições de apoio diferentes em ambas as extremidades**

Numa barra de comprimento L com uma extremidade livre, $N(x) = 0$, e a outra extremidade fixa $\phi_L(x) = 0$, as ondas quase longitudinais, com velocidade c_{LII} , propagam-se com um período, T_n , determinado pela expressão (4.55).

$$T_n = \frac{4L}{(2n - 1)c_{LII}} \quad (4.55)$$

A frequência angular de vibração longitudinal, ω_n , e os modos de vibração, ϕ_{Ln} , da barra são determinados, respetivamente, pelas expressões (4.56) e (4.57).

$$\omega_n = \frac{(2n - 1)\pi c_{LII}}{2L} = \frac{(2n - 1)\pi}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho \cdot L^2}} \quad (4.56)$$

$$\phi_{Ln}(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}(2n - 1) \cdot \frac{x}{L}\right) \quad (4.57)$$

A solução geral da equação homogénea do movimento de uma barra sujeita a vibração longitudinal é determinada pela expressão (4.58), que corresponde ao somatório da contribuição de cada modo de deformação.

$$u_x(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_{x_n}(x, t) \quad (4.58)$$

sendo $u_{x_n}(x, t)$ o deslocamento associado ao modo de vibração n , determinado pela expressão (4.59).

$$u_{x_n}(x, t) = \phi_{Ln}(x) \cdot Y_{Ln}(t) = \phi_{Ln}(x) \cdot (A_{1n} \cos(\omega_n t) + A_{2n} \sin(\omega_n t)) \quad (4.59)$$

4.1.2.1.2 Vibrações à flexão em regime livre

A equação geral do movimento associada a ondas de flexão pura de barras prismáticas com propriedades uniformes é definida pela equação (4.60) [126] [174] [175] [125] [176] [177].

$$EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} + m' \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = 0 \quad (4.60)$$

O deslocamento perpendicular ao eixo da barra, $u_y(x, t)$, pode ser determinado em função das parcelas $\phi_B(x)$ e $Y_B(t)$, que correspondem, respetivamente, à forma específica e à amplitude do movimento da onda, conforme expressão (4.61).

$$u_y(x, t) = \phi_B(x) \cdot Y_B(t) \quad (4.61)$$

Substituindo a equação (4.61) na equação (4.60) e dividindo-a pelo fator $\phi_B(x) \cdot Y_B(t)$, obtém-se a equação temporal e a equação espacial da vibração à flexão apresentadas nas expressões (4.62) e (4.63).

$$\ddot{Y}_B(t) + \omega^2 Y_B(t) = 0 \quad (4.62)$$

$$\phi_B^{iv}(x) - k_B^4 \phi_B(x) = 0 \quad (4.63)$$

sendo ω a frequência angular e k_B o número de onda de flexão, os quais se relacionam pela expressão $\omega^2 = k_B^4 EI/m'$.

A solução da equação temporal, $Y_B(t)$, é do tipo da expressão (4.64).

$$Y_B(t) = A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t) \quad (4.64)$$

em que as constantes A_1 e A_2 dependem, respetivamente, das condições de deslocamento e velocidade no instante inicial, ou seja, $A_1 = Y_B(0)$ e $A_2 = \dot{Y}_B(0)/\omega$.

A equação espacial (4.63) tem uma solução do tipo da apresentada na expressão (4.65).

$$\phi_B(x) = C_1 \cos(ax) + C_2 \sin(ax) + C_3 \cosh(ax) + C_4 \sinh(ax), \quad (4.65)$$

sendo C_1, C_2, C_3 e C_4 constantes reais dependentes das condições de fronteira nas extremidades das barras, como sejam o deslocamento $\phi_B(x)$, a rotação $\phi_B'(x)$, o esforço transversal $V(x)$ e o momento fletor $M(x)$. Resolvendo a expressão (4.65) para condições de fronteira específicas, obtêm-se os modos de vibração à flexão da barra $\phi_B(x)$ que, uma vez substituídos na equação (4.63), permitem obter as respetivas frequências angulares de vibração, ω_n .

- **Barra com ambas as extremidades simplesmente apoiadas (SS)**

Para um elemento de barra com comprimento L , em que ambas as extremidades têm a rotação livre e a translação impedida, as condições de fronteira são:

$$\phi_B(0) = \phi_B(L) = 0$$

$$M(0) = M(L) = EI \cdot \phi_B''(0) = 0$$

As frequências angulares de vibração à flexão, ω_n , e os respetivos modos de vibração, $\phi_{Bn}(x)$, são determinados pelas expressões (4.66) e (4.67).

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m' L^4}} \quad (4.66)$$

$$\phi_{Bn}(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (4.67)$$

A expressão (4.66) é, também, válida para uma barra com encastramentos deslizantes em ambas as extremidades, isto é, translação livre e rotação impedida em cada apoio.

- **Barras com ambas as extremidades livres (FF)**

Para um elemento de barra com comprimento L , em que ambas as extremidades estão livres, as condições de fronteira são:

$$V(0) = V(L) = EI \cdot \phi_B'''(0) = 0$$

$$M(0) = M(L) = EI \cdot \phi_B''(0) = 0$$

As frequências angulares de vibração à flexão, ω_n , e os respetivos modos de vibração, $\phi_{Bn}(x)$, são determinados pelas expressões (4.68) e (4.69).

$$\omega_n = \frac{(2n + 1)^2 \pi^2}{4} \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (4.68)$$

$$\phi_{Bn}(x) = A_n [\cosh(a_n x) + \cos(a_n x) - \alpha_n (\sinh(a_n x) + \sin(a_n x))], \quad (4.69)$$

onde as constantes a_n e α_n são determinadas pelas expressões (4.70) e (4.71).

$$a_n = \frac{\pi(2n + 1)}{2L} \quad (4.70)$$

$$\alpha_n = \frac{\cosh(a_n L) - \cos(a_n L)}{\sinh(a_n L) - \sin(a_n L)} \quad (4.71)$$

- **Barras com ambas as extremidades encastradas (CC)**

Para um elemento de barra com comprimento L, em que ambas as extremidades têm a rotação e a translação impedidas, as condições de fronteira são:

$$\phi_B(0) = \phi_B(L) = 0$$

$$\phi_B'(0) = \phi_B'(L) = 0$$

As frequências angulares de vibração à flexão, ω_n , e os respectivos modos de vibração, $\phi_{Bn}(x)$, são determinados pelas expressões (4.72) e (4.73).

$$\omega_n = \frac{(2n + 1)^2 \pi^2}{4} \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (4.72)$$

$$\phi_{Bn}(x) = A_n [\cosh(a_n x) - \cos(a_n x) - \alpha_n (\sinh(a_n x) - \sin(a_n x))], \quad (4.73)$$

Sendo as constantes a_n e α_n determinadas, respetivamente, pelas expressões (4.70) e (4.71).

- **Barras com uma extremidade encastrada e a outra extremidade livre (CF)**

As condições de fronteira de um elemento de barra com comprimento L, com uma extremidade encastrada e a outra extremidade livre, são:

Extremidade encastrada: $\phi_B = 0$; $\phi_B' = 0$

Extremidade livre: $V = EI \cdot \phi_B'''(0) = 0$; $M = EI \cdot \phi_B''(x) = 0$

As frequências angulares de vibração de flexão, ω_n , e os modos de vibração, $\phi_{Bn}(x)$, são determinados pelas expressões (4.74) e (4.75).

$$\omega_n = \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4} \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (4.74)$$

$$\phi_{Bn}(x) = A_n [\cos(a_n x) - \cosh(a_n x) - \alpha_n (\sin(a_n x) - \sinh(a_n x))], \quad (4.75)$$

onde a_n e α_n são constantes determinadas pelas expressões (4.76) e (4.77).

$$a_n = \frac{\pi(2n-1)}{2L} \quad (4.76)$$

$$\alpha_n = \frac{\cosh(a_n L) + \cos(a_n L)}{\sinh(a_n L) + \sin(a_n L)} \quad (4.77)$$

- **Barras com uma extremidade encastrada e a outra extremidade simplesmente apoiada (CS)**

As condições de fronteira de um elemento de barra com comprimento L, em que uma das extremidades é encastrada e a outra apoiada, são:

Extremidade encastrada: $\phi_B = 0$; $\phi_B' = 0$

Extremidade apoiada: $\phi_B = 0$; $M = EI \cdot \phi_B'' = 0$

As frequências angulares de vibração de flexão, ω_n , e os modos de vibração, $\phi_{Bn}(x)$ de uma barra com comprimento L são determinados pelas expressões (4.78) e (4.79).

$$\omega_n = \frac{(4n+1)^2 \pi^2}{16} \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (4.78)$$

$$\phi_{Bn}(x) = A_n [\cos(a_n x) - \cosh(a_n x) - \alpha_n (\sin(a_n x) - \sinh(a_n x))], \quad (4.79)$$

onde a_n e α_n são determinadas, respetivamente, pelas expressões (4.71) e (4.80).

$$a_n = \frac{\pi(4n+1)}{4L} \quad (4.80)$$

A solução geral da equação homogénea de uma viga sujeita a vibração à flexão, que resulta da contribuição de todos os modos de deformação, é determinada pela expressão (4.81).

$$u_y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_{y_n}(x, t) \quad (4.81)$$

sendo os deslocamentos associados a cada modo de vibração, u_{y_n} , determinados pela expressão (4.82).

$$u_{y_n}(x, t) = \phi_{Bn}(x) \cdot Y_{Bn}(t) = \phi_{Bn}(x) \cdot (A_{1n} \cos(\omega_n t) + A_{2n} \sin(\omega_n t)) \quad (4.82)$$

4.1.2.1.3 Vibrações à flexão em regime forçado

O regime forçado é imposto pela introdução de uma parcela $p(x, t)$, na equação do movimento da barra, a qual corresponde à aplicação de uma força externa na barra segundo a direção perpendicular ao eixo da barra e de intensidade variável com o tempo. A equação do movimento para uma vibração forçada associada a ondas de flexão é, então, definida pela expressão (4.83) [174] [175] [125] [176] [178].

$$EI \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (4.83)$$

Nesta secção, pretende-se estimar os campos de vibração gerados por uma força de impacto pontual em vigas homogéneas, com secção transversal constante e ambas as extremidades simplesmente apoiadas. Para tal, é adaptado o método proposto por Neves e Sousa [35] para elementos de lajes, com base numa combinação de métodos propostos por outros autores, como Leissa [179] [180], Cremer *et al.* [126] e Koh *et al.* [181].

Considerando que o campo de deslocamentos, μ_y , é uma função sinusoidal no tempo, o deslocamento, μ_y , a velocidade, v_y , e a aceleração, a_y , relacionam-se pelas equações (4.84), (4.85) e (4.86).

$$v_y(x, t) = \frac{\partial \mu_y(x, t)}{\partial t} = j\omega \mu_y(x, t) \quad (4.84)$$

$$a_y(x, t) = \frac{\partial^2 \mu_y(x, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 \mu_y(x, t) \quad (4.85)$$

$$a_y(x, t) = \frac{\partial v_y(x, t)}{\partial t} = j\omega v_y(x, t) \quad (4.86)$$

Substituindo as expressões anteriores na expressão (4.83), a equação do movimento pode ser reescrita conforme a expressão (4.87).

$$EI \frac{\partial^4 v_y(x)}{\partial x^4} - m' \omega^2 v_y(x) = j \omega p(x) \quad (4.87)$$

A solução da equação anterior é expressa pela série de Fourier, representada na equação (4.88).

$$v_y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \phi_n(x)], \quad (4.88)$$

onde A_n é uma constante de integração e $\phi_n(x)$ a configuração dos modos de vibração que, para uma viga simplesmente apoiada com comprimento L , resulta da expressão (4.67), sendo as respectivas frequências naturais de vibração, ω_n , definidas pela equação (4.66).

Substituindo as equações (4.88) e (4.66) na equação (4.87), a equação do movimento pode ser apresentada na forma da expressão (4.89).

$$\sum_{n=1}^{\infty} [A_n (\omega_n^2 - \omega^2) \phi_n(x)] = j \frac{\omega}{m'} p(x) \quad (4.89)$$

A constante de integração A_n é determinada pela expressão (4.90), que resultou da multiplicação de ambos os termos da equação anterior por $\phi_m(x)$ e posterior integração no comprimento da viga. Tendo em conta a condição de ortogonalidade, todos os termos do membro esquerdo da equação desaparecem, exceto aquele em que $n = m$.

$$A_n = j \frac{\omega \int_0^L p(x) \phi_n(x) dx}{m' (\omega_n^2 - \omega^2) \cdot \int_0^L \phi_n^2(x) dx} \quad (4.90)$$

Substituindo a equação (4.90) na equação (4.88), obtém-se a solução particular para a resposta em regime forçado de uma viga homogénea com secção transversal constante e comprimento L , que se apresenta na expressão (4.91).

$$v_y(x) = j \frac{\omega}{m'} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_n(x) \int_0^L p(x) \phi_n(x) dx}{(\omega_n^2 - \omega^2) \cdot \int_0^L \phi_n^2(x) dx} \right], \quad (4.91)$$

onde, para o caso de uma viga simplesmente apoiada nas extremidades,

$$\int_0^L \phi_n^2(x) dx = \frac{L}{2} \quad (4.92)$$

Para o caso com interesse neste trabalho, em que a excitação é uma força pontual aplicada no ponto x_0 com amplitude F , a função $p(x)$ pode ser escrita na forma apresentada na expressão (4.93) [126].

$$p(x) = F\delta(x - x_0), \quad (4.93)$$

onde $\delta(x - x_0)$ é a função de *Dirac* tal que, $\delta(x - x_0) = 1$, se $x = x_0$ e $\delta(x - x_0) = 0$, se $x \neq x_0$.

Substituindo as equações (4.92) e (4.93) na equação (4.91), obtém-se a solução particular da equação da velocidade de uma viga homogénea, de secção transversal constante, simplesmente apoiada nas extremidades, sujeita a uma força pontual, expressa pela equação (4.94).

$$v_y(x) = j \frac{2\omega F}{m'L} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_n(x) \cdot \phi_n(x_0)}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \quad (4.94)$$

A solução da equação do movimento da viga pode ser reescrita em termos de aceleração, através da equação (4.95), que resultou da substituição da equação (4.86) na equação (4.94).

$$a_y(x) = - \frac{2\omega^2 F}{m'L} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_n(x) \cdot \phi_n(x_0)}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \quad (4.95)$$

4.1.2.2 Elementos de laje

Nesta secção, serão considerados apenas os modelos teóricos da vibração de lajes associadas a ondas de flexão pura, por serem estas as mais importantes para a radiação do ruído em compartimentos. Será revisto o comportamento dinâmico de elementos de laje retangulares e homogéneos, com diferentes condições de fronteira, do tipo da representada na Figura 4.5.

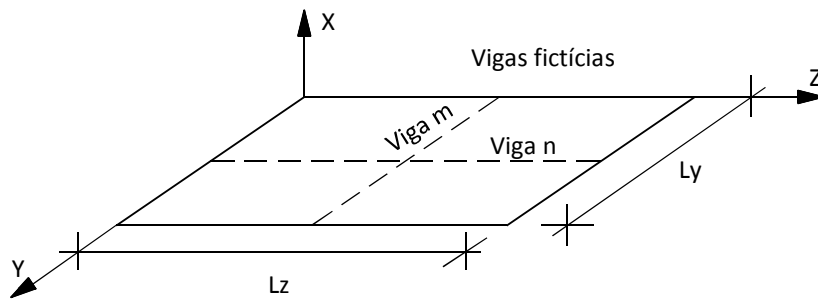


Figura 4.5 – Laje retangular e duas vigas fictícias [182]

Nesta análise, serão admitidas as seguintes hipóteses simplificativas: i) a espessura da laje é pequena quando comparada com as restantes dimensões (L_y e L_z), pelo que a deformação por corte e a inércia de rotação podem ser desprezadas, assim como as tensões normais à direção transversal ao plano da laje; ii) a força atua na direção perpendicular ao plano da laje; e iii) os deslocamentos no plano da laje são muito pequenos e, conseqüentemente, as tensões segundo estas direções podem ser consideradas no plano médio da laje [177] [182].

4.1.2.2.1 Vibrações à flexão em regime livre

A equação geral das ondas de flexão em lajes finas com propriedades homogêneas pode ser definida pelas equações (4.96) ou (4.97) [126] [35] [179] [180].

$$B' \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right]^2 u_x(y, z, t) + m'' \frac{\partial^2 u_x(y, z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4.96)$$

$$B' \nabla^4 u_x(y, z, t) + m'' \frac{\partial^2 u_x(y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (4.97)$$

sendo $u_x(y, z, t)$ o deslocamento transversal ao plano da laje, y - z o plano da laje, ∇^4 o operador diferencial (i. e. $\nabla^2 \nabla^2$), $B' = EI/(1 - \nu^2)$ a rigidez à flexão da laje, e $m'' = \rho \cdot S$ a massa por unidade de área da laje.

Utilizando o método de separação de variáveis, a solução da equação do movimento pode ser definida em função da variável espacial, $\phi_B(y, z)$, e da variável temporal, $Y_B(t)$, de acordo com a equação (4.98).

$$u_x(y, z, t) = \phi_B(y, z) \cdot Y_B(t) \quad (4.98)$$

Substituindo a equação (4.98) na equação (4.97), e dividindo-a pelo fator $\phi_B(y, z) \cdot Y_B(t)$, a equação do movimento pode ser separada na equação temporal (4.99) e na equação espacial (4.100).

$$\ddot{Y}_B(t) + \omega^2 Y_B(t) = 0 \quad (4.99)$$

$$\nabla^4 \phi_B(y, z) - k_B^4 \phi_B(y, z) = 0, \quad (4.100)$$

sendo $\omega^2 = k_B^4 B' / m''$ a frequência angular ao quadrado e k_B o número de onda de flexão.

Os elementos de laje podem ser interpretados como uma extensão a duas dimensões dos elementos de viga. Assim, os modos de deformação das lajes podem ser obtidos a partir das funções de forma dos deslocamentos modais de duas vigas fictícias m e n , representadas na Figura 4.5, pela expressão (4.101) [35] [179].

$$\phi_{Bmn}(y, z) = \phi_{Bm}(y) \cdot \phi_{Bn}(z), \quad (4.101)$$

sendo $\phi_{Bm}(y)$ e $\phi_{Bn}(z)$ as funções de forma dos deslocamentos modais das vigas fictícias, m e n , respetivamente, segundo as direções y e z da laje, com as mesmas condições de fronteira da laje e secção transversal de largura unitária e altura igual à da laje. Conforme secção 4.1.2.1.2, estas funções têm a forma apresentada nas expressões (4.102) e (4.103).

$$\phi_{Bm}(y) = C_1 \cos(ay) + C_2 \sin(ay) + C_3 \cosh(ay) + C_4 \sinh(ay) \quad (4.102)$$

$$\phi_{Bn}(z) = C_1 \cos(az) + C_2 \sin(az) + C_3 \cosh(az) + C_4 \sinh(az), \quad (4.103)$$

sendo C_1, C_2, C_3 e C_4 constantes reais que dependem das condições de fronteira da laje.

Este método apresenta resultados exatos para todas as condições de fronteira das lajes, à exceção das extremidades livres, onde a condição de fronteira do esforço transversal é, apenas, satisfeita parcialmente [179].

As equações para determinar as respetivas frequências naturais de vibração obtêm-se por substituição das equações dos modos de deformação na equação (4.100). Em seguida, apresentam-se as equações das frequências de vibração e das configurações dos modos para lajes retangulares, com espessura constante e com diferentes condições de fronteira. Existem 24 combinações possíveis de condições de apoio para lajes retangulares, considerando as condições de apoio clássicas, isto é, simplesmente apoiado (S), encastrado (C) e livre (F). Neste trabalho, será feita referência apenas a três desses casos.

- **Laje simplesmente apoiada em todo o contorno (SSSS)**

Recorrendo às equações dos modos de deformação de vigas simplesmente apoiadas em ambas as extremidades, definidas na expressão (4.67), obtêm-se as equações que permitem determinar os modos de deformação e as frequências próprias de vibração de lajes retangulares simplesmente apoiadas, definidas, respetivamente, nas equações (4.104) e (4.105).

$$\phi_{Bmn}(y, z) = A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \quad (4.104)$$

$$\omega_{mn}(y, z) = \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[\left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z}\right)^2 \right]}, \quad (4.105)$$

sendo A_{mn} uma constante de integração.

- **Laje encastrada em todo o contorno (CCCC)**

Substituindo na equação (4.101) a expressão da configuração dos modos de deformação de vigas encastradas nas duas extremidades, $\phi_{Bn}(z)$, definida na equação (4.106) para a direção z , obtém-se a equação da configuração dos modos de deformação de uma laje retangular encastrada em todo o contorno.

$$\phi_{Bn}(z) = A_n [\cosh(a_n z) - \cos(a_n z) - \alpha_n (\sinh(a_n z) - \sin(a_n z))], \quad (4.106)$$

sendo a_n e α_n determinados pela adaptação das expressões (4.70) e (4.71) às direções y e z da laje.

As frequências naturais de vibração de uma laje com estas condições de fronteira são determinadas pela equação (4.107).

$$\omega_{mn}(y, z) = \sqrt{\frac{B'}{m''} \pi^4 \cdot \left[\left(\frac{K_{1,m}}{L_y}\right)^4 + 2 \frac{K_{2,m}}{L_y^2} \cdot \frac{K_{2,n}}{L_z^2} + \left(\frac{K_{1,n}}{L_z}\right)^4 \right]}, \quad (4.107)$$

sendo as constantes $K_{1,m}$ e $K_{2,m}$ determinadas, respetivamente, pelas equações (4.108) e (4.109) e as constantes $K_{1,n}$ e $K_{2,n}$ determinadas pela substituição de m por n nas equações anteriores.

$$K_{1,m} = \begin{cases} 1.506 & \text{para } m = 1 \\ m + \frac{1}{2} & \text{para } m \geq 2 \end{cases} \quad (4.108)$$

$$K_{2,m} = \begin{cases} 1.248 & \text{para } m = 1 \\ \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\pi \left(m + \frac{1}{2}\right)}\right] & \text{para } m \geq 2 \end{cases} \quad (4.109)$$

- **Laje simplesmente apoiada em dois bordos e encastrada nos outros dois (SCSC)**

Substituindo na equação (4.101) a expressão da configuração dos modos de deformação de uma viga com condições de fronteira do tipo encastrada numa extremidade e simplesmente apoiada na outra, $\phi_{Bn}(z)$, definida na equação (4.110) para a direção z , obtém-se a equação da configuração dos modos de deformação de uma laje retangular encastrada em dois bordos e simplesmente apoiada nos outros dois.

$$\phi_{Bn}(z) = A_n [\cos(a_n z) - \cosh(a_n z) - \alpha_n (\sin(a_n z) - \sinh(a_n z))], \quad (4.110)$$

sendo a_n e α_n determinados pela adaptação das expressões (4.80) e (4.71) às direções y e z da laje.

As frequências próprias de vibração de uma laje, com estas condições de fronteira, são determinadas na equação (4.111).

$$\omega_{mn}(y, z) = \sqrt{\frac{B'}{m''} \pi^4 \cdot \left[\left(\frac{K_{1,m}}{L_y}\right)^4 + 2 \frac{K_{2,m}}{L_y^2} \cdot \frac{K_{2,n}}{L_z^2} + \left(\frac{K_{1,n}}{L_z}\right)^4 \right]}, \quad (4.111)$$

sendo as constantes $K_{1,m}$ e $K_{2,m}$ determinadas pelas equações (4.112) e (4.113) e $K_{1,n}$ e $K_{2,n}$ pelas mesmas equações, substituindo m por n .

$$K_{1,m} = m + \frac{1}{4} \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots \quad (4.112)$$

$$K_{2,m} = \left(m + \frac{1}{4}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\pi \left(m + \frac{1}{4}\right)}\right] \quad \text{para } m = 1, 2, 3 \dots \quad (4.113)$$

4.1.2.2.2 Vibrações à flexão em regime forçado

Para ter em conta as forças externas que atuam numa laje, deve introduzir-se, na equação do movimento, uma parcela $p(y, z, t)$. Esta parcela corresponde à aplicação de uma força externa num determinado ponto segundo a direção perpendicular ao plano da laje com intensidade variável no tempo. A equação do movimento é então reescrita pela equação (4.114).

$$B \nabla^4 u_x(y, z, t) + m'' \frac{\partial^2 u_x(y, z, t)}{\partial t^2} = p(y, z, t) \quad (4.114)$$

Nesta secção, é descrito o método proposto por Neves e Sousa [35], aplicado em diversos trabalhos [183] [184] [185] [76], para a previsão de campos de vibração gerados por forças de impacto pontuais, em lajes homogéneas de espessura constante, simplesmente apoiadas em todo o seu contorno. Para estas condições, existe uma solução exata para a mobilidade pontual da laje, isto é, para a função de resposta em frequência entre a força de impacto e o campo de velocidades gerado na laje.

Para obter a mobilidade pontual da laje, é conveniente escrever a equação do movimento em função da velocidade, v_x , conforme equação (4.116). Esta equação foi obtida considerando que o campo de deslocamentos, u_x , é uma função sinusoidal no tempo, relacionando-se com a velocidade, v_x , pela expressão (4.115).

$$v_x(y, z, t) = \frac{\partial \mu_x(y, z, t)}{\partial t} = j\omega \mu_x(y, z, t) \quad (4.115)$$

$$B \nabla^4 v_x(y, z) - m'' \omega^2 v_x(y, z) = j\omega p(y, z) \quad (4.116)$$

A solução da equação (4.116) é determinada pela série de Fourier apresentada na expressão (4.117).

$$v_x(y, z) = \sum_{m,n=1}^{\infty} [A_{mn} \phi_{Bmn}(y, z)], \quad (4.117)$$

sendo ϕ_{Bmn} as funções de forma que satisfazem as condições de fronteira de uma laje simplesmente apoiada em todo o contorno definidas na expressão (4.104).

Substituindo as equações (4.117) e a expressão da frequência própria de vibração de uma laje simplesmente apoiada em todo o contorno, equação

(4.105), na equação (4.116) obtém-se a equação do movimento de vibração da laje reescrita na forma da equação (4.118).

$$\sum_{m,n=1}^{\infty} [A_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2)\Phi_{Bmn}(y, z)] = j \frac{\omega}{m''} p(y, z), \quad (4.118)$$

onde A_{mn} é a constante de integração definida pela equação (4.119), que resulta da multiplicação de ambos os termos da equação anterior por $\Phi_{Bmn}(y, z)$ e posterior integração na área da laje.

$$A_{mn} = j \frac{\omega \iint_0^{L_y L_z} p(y, z) \Phi_{Bmn}(y, z) dy dz}{m'' (\omega_{mn}^2 - \omega^2) \cdot \iint_0^{L_y L_z} \Phi_{Bmn}^2(y, z) dy dz} \quad (4.119)$$

Substituindo a equação (4.119) na equação (4.117), obtém-se a solução particular para a resposta forçada de uma laje homogénea de espessura uniforme e comprimentos L_y e L_z , apresentada na expressão (4.120).

$$v_x(y, z) = j \frac{\omega}{m''} \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[\frac{\Phi_{Bmn}(y, z) \cdot \iint_0^{L_y L_z} p(y, z) \Phi_{Bmn}(y, z) dy dz}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2) \cdot \iint_0^{L_y L_z} \Phi_{Bmn}^2(y, z) dy dz} \right], \quad (4.120)$$

sendo que, para uma laje simplesmente apoiada em todo o contorno,

$$\iint_0^{L_y L_z} \Phi_{Bmn}^2(y, z) dy dz = \frac{L_y L_z}{4} \quad (4.121)$$

Para o caso de a excitação ser uma força pontual aplicada no ponto (y_0, z_0) com amplitude F , a função $p(y, z)$ toma a forma da expressão (4.122) [126].

$$p(y, z) = F \delta(y - y_0) \delta(z - z_0), \quad (4.122)$$

sendo $\delta(y - y_0)$ e $\delta(z - z_0)$ funções de *Dirac*, tomando valores unitários quando $y = y_0$ ou $z = z_0$ e valores nulos se $y \neq y_0$ ou $z \neq z_0$.

Substituindo as equações (4.121) e (4.122) na equação (4.120), obtém-se a solução particular da equação do movimento de uma laje homogénea de espessura constante, simplesmente apoiada em todo o contorno e com comprimentos L_y e L_z , sujeita a uma força pontual, expressa pela equação (4.123).

$$v_x(y, z) = j \frac{4\omega F}{m'' L_y L_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_{Bmn}(y, z) \cdot \phi_{Bmn}(y_0, z_0)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \right] \quad (4.123)$$

Considerando que o campo de velocidades é uma função sinusoidal no tempo, a equação (4.123) pode ser reescrita em termos de aceleração conforme expressão (4.124).

$$a_x(y, z) = - \frac{4\omega^2 F}{m'' L_y L_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_{mn}(y, z) \cdot \phi_{mn}(y_0, z_0)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \right] \quad (4.124)$$

4.2 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (MEF), para além de ter revolucionado a análise estrutural, é o método numérico mais utilizado na resolução de problemas de vibração estrutural. Pode ser aplicado a estruturas com qualquer geometria e grau de complexidade, proporcionando o enquadramento numérico para a simulação de uma grande multiplicidade de regimes de comportamento.

4.2.1 Formulação do método

No método dos elementos finitos, a estrutura a analisar é dividida por linhas ou superfícies imaginárias num número discreto de elementos, designados por elementos finitos, ligados entre si por um número discreto de pontos localizados nas respetivas fronteiras, designados por pontos nodais. Na formulação do método dos elementos finitos, os deslocamentos dos pontos nodais constituem as incógnitas fundamentais do problema. Os deslocamentos, as velocidades e as acelerações de cada ponto interno do elemento são determinados em função dos valores nodais, por recurso a funções de forma próprias que definem o estado de deformação no interior do elemento. Estas deformações, em conjunto com as deformações iniciais e as propriedades constitutivas dos materiais, definem o estado de tensão em todo o elemento e, conseqüentemente, na sua fronteira [127] [128].

Apresenta-se a formulação do método dos elementos finitos aplicada a problemas de vibração, a qual teve como referências de base a literatura [127] [128] [144] [129].

A aproximação fundamental do MEF consiste em admitir que o vetor de deslocamentos variável no tempo $\vec{U}(x, y, z, t)$ num ponto qualquer de um elemento finito, descrito em coordenadas cartesianas x, y e z , pode ser obtido a partir dos deslocamentos dos pontos nodais variáveis no tempo $\vec{U}_{nós}(t)$, através da equação (4.125).

$$\vec{U}(x, y, z, t) = \begin{Bmatrix} u_x(x, y, z, t) \\ u_y(x, y, z, t) \\ u_z(x, y, z, t) \end{Bmatrix} = [N(x, y, z)] \cdot \vec{U}_{nós}(t), \quad (4.125)$$

sendo u_x, u_y, u_z as translações nas direções x, y e z , $[N(x, y, z)]$ a matriz das funções de forma que são, geralmente, polinómios, e $\vec{U}_{nós}(t)$ o vetor dos deslocamentos nodais definido pela equação (4.126) para um elemento com n nós.

$$\vec{U}_{nós}(t) = \begin{Bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ \dots \\ U_n(t) \end{Bmatrix} \text{ onde } \vec{U}_i(t) = \begin{Bmatrix} u_{x_i}(t) \\ u_{y_i}(t) \\ u_{z_i}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.126)$$

Na abordagem da mecânica, as diversas variáveis envolvidas na análise de uma estrutura, nomeadamente tensões, deformações e deslocamentos, são correlacionadas em cada ponto e instante por equações de compatibilidade entre deformações e deslocamentos e por equações constitutivas que relacionam tensões e deformações. Assim, as equações de compatibilidade para o caso tridimensional, e na hipótese dos pequenos deslocamentos, assumem a forma da equação (4.127), que relaciona o campo de extensões, $\vec{\epsilon}(t)$, com os deslocamentos, $\vec{U}(t)$ de um determinado ponto através da matriz $[D]$ que é um operador linear diferencial.

$$\vec{\epsilon}(t) = [D] \cdot \vec{U}(t) \quad (4.127)$$

Substituindo a equação (4.125) na equação (4.127), obtém-se a equação (4.128), que relaciona as extensões em qualquer ponto do elemento, $\vec{\epsilon}(t)$, com os deslocamentos nodais, $\vec{U}_{nós}(t)$, através da matriz das extensões $[B]$.

$$\vec{\epsilon}(t) = [D] \cdot [N] \cdot \vec{U}_{nós}(t) = [B] \cdot \vec{U}_{nós}(t) \quad (4.128)$$

As equações constitutivas no caso tridimensional e na hipótese de comportamento elástico linear tomam a forma da equação (4.129), que relaciona as tensões, $\vec{\sigma}(t)$, com as extensões, $\vec{\varepsilon}(t)$ através da matriz de elasticidade $[E]$.

$$\vec{\sigma}(t) = [E] \cdot \vec{\varepsilon}(t) \quad (4.129)$$

Substituindo a equação (4.128) na equação (4.129), obtém-se a equação que relaciona as tensões num ponto, $\vec{\sigma}(t)$, com os deslocamentos nodais $\vec{U}_{nós}(t)$ de um elemento.

$$\vec{\sigma}(t) = [E] \cdot [B] \cdot \vec{U}_{nós}(t) \quad (4.130)$$

O equilíbrio global de um elemento finito pode ser expresso pelo princípio dos trabalhos virtuais, segundo o qual é necessário e suficiente, para que um dado corpo esteja em equilíbrio, que a soma dos trabalhos virtuais de todas as forças atuantes sobre o corpo seja nula, para quaisquer deslocamentos virtuais, isto é, o trabalho das forças interiores deve ser igual ao trabalho das forças exteriores.

Os deslocamentos virtuais dos nós provocam deslocamentos, $\delta\vec{U}(t)$, e extensões virtuais, $\delta\vec{\varepsilon}(t)$, no interior do elemento, definidos, respetivamente, pelas equações (4.131) e (4.132).

$$\delta\vec{U}(t) = [N] \cdot \delta\vec{U}_{nós}(t) \quad (4.131)$$

$$\delta\vec{\varepsilon}(t) = [B] \cdot \delta\vec{U}_{nós}(t) \quad (4.132)$$

Representando por $\vec{Q}(t)$ as forças nodais, por $\vec{q}(t)$ as forças distribuídas aplicadas na estrutura e por F_i as forças de inércia definidas pela equação (4.133), o trabalho das forças exteriores, δW^e , é determinado pela equação (4.134).

$$F_i(t) = \rho \cdot \ddot{U}(t) \quad (4.133)$$

$$\delta W^e = \delta \vec{U}_{nós}^T(t) \cdot \vec{Q}(t) + \int \left[\delta \vec{U}^T(t) \cdot \vec{q}(t) \right] dV - \int \left[\delta \vec{U}^T(t) \cdot \rho \cdot \ddot{U}(t) \right] dV \quad (4.134)$$

Analogamente, o trabalho interno por unidade de volume, δW^i , pode ser determinado pela equação (4.135).

$$\delta W^i = \int \left[\delta \vec{\varepsilon}^T(t) \cdot \vec{\sigma}(t) \right] dV \quad (4.135)$$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais, isto é, $\delta W^e = \delta W^i$, obtém-se a equação (4.136).

$$\int [\delta \bar{\epsilon}^T(t) \cdot \bar{\sigma}(t)] dV = \delta \bar{U}_{nós}^T(t) \cdot \bar{Q}(t) + \int [\delta \bar{U}^T(t) \cdot \bar{q}(t)] dV - \int [\delta \bar{U}^T(t) \cdot \rho \cdot \ddot{U}(t)] dV \quad (4.136)$$

O campo de acelerações, $\ddot{U}(t)$, no elemento obtém-se da equação (4.137), que resulta da segunda derivada em ordem ao tempo da equação (4.125).

$$\ddot{\vec{U}} = [N] \cdot \ddot{\vec{U}}_{nós} \quad (4.137)$$

Introduzindo na equação (4.136) a aproximação fundamental do MEF, equação (4.125), e os resultados das equações (4.128), (4.130) e (4.137), obtém-se a equação (4.138).

$$\begin{aligned} \int [[B]^T \cdot \delta \bar{U}_{nós}^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot \ddot{\vec{U}}_{nós}] dV = & \quad (4.138) \\ = \delta \bar{U}_{nós}^T \cdot \bar{Q}(t) + \int [N]^T \cdot \delta \bar{U}_{nós}^T \cdot \bar{q}(t) dV - \int [[N]^T \cdot \delta \bar{U}_{nós}^T \cdot \rho \cdot [N] \cdot \ddot{\vec{U}}_{nós}] dV \end{aligned}$$

Eliminando $\delta \bar{U}_{nós}^T(t)$ na equação anterior, esta pode ser reescrita pela equação (4.139).

$$\int [[B]^T \cdot [E] \cdot [B]] dV \cdot \ddot{\vec{U}}_{nós} = \bar{Q}(t) + \int [N]^T \cdot \bar{q}(t) dV - \int [[N]^T \cdot \rho \cdot [N]] dV \cdot \ddot{\vec{U}}_{nós}, \quad (4.139)$$

o que é equivalente à equação de equilíbrio de um elemento, definida pela expressão (4.140),

$$M_e \ddot{\vec{U}}_{nós_e} + K_e \vec{U}_{nós_e} = \vec{Q}_e(t) + \vec{q}_{ve}(t), \quad (4.140)$$

sendo a matriz de massa M_e e a matriz de rigidez K_e do elemento definidas pelas expressões (4.141) e (4.142),

$$M_e = \int [\rho \cdot [N]^T [N]] dV \quad (4.141)$$

$$K_e = \int [[B]^T [E] [B]] dV, \quad (4.142)$$

e sendo o vetor $\vec{q}_{ve}(t)$, que representa as cargas nodais equivalentes devido às forças volumétricas aplicadas no elemento, definido pela expressão (4.143).

$$\vec{q}_{ve}(t) = \int [N]^T \cdot \vec{q}(t) dV \quad (4.143)$$

Estabelecidos os resultados para cada um dos elementos, em que se supôs a estrutura dividida, podem formar-se as equações de equilíbrio de forças e de deslocamentos nodais de toda a estrutura, o que se designa por montagem dos elementos finitos. Para tal, basta que se imponham as condições de equilíbrio e compatibilidade nos pontos de fronteira dos elementos, isto é, que se admita a mesma identidade entre as componentes dos deslocamentos nos pontos nodais comuns aos diversos elementos. Somando aí as correspondentes componentes das matrizes de rigidez e massa dos elementos e as correspondentes componentes dos vetores de forças nodais equivalentes de cada elemento, obtém-se a matriz de rigidez global $[K_G]$, a matriz de massa global $[M_G]$ e os vetores de forças Q_G e q_{V_G} para toda a estrutura.

Assim, as equações do movimento, sem considerar o amortecimento da estrutura assemblada, são representadas pela expressão (4.144).

$$M_G \ddot{U}_{nós_G} + K_G U_{nós_G} = Q_G(t) + q_{V_G}(t) \quad (4.144)$$

4.2.2 Técnicas de refinamento do método dos elementos finitos

Na análise de vibrações livres, ou seja, na determinação de frequências e modos naturais de vibração, o MEF apresenta bons resultados para as primeiras frequências. Verifica-se, no entanto, a necessidade de um modelo com grande refinamento quando se pretende obter uma boa precisão das frequências e modos de vibração mais elevados [186].

A precisão do MEF pode aumentar através dos refinamentos denominados h , p , hp . A técnica mais simples, conhecida por refinamento h , corresponde ao aumento do número de elementos finitos que compõem a malha de discretização [187]. O refinamento p permite aumentar a precisão da solução aproximada sem a necessidade de refinamento da malha; porém, exige a determinação de novas funções de forma. No caso de funções de forma polinomiais, como as utilizadas no MEF convencional, o refinamento p corresponde ao aumento do grau do polinómio interpolador da solução [187] [188] [189] [190]. O refinamento denominado hp é uma combinação do refinamento h e do refinamento p , *i.e.*, em simultâneo com o refinamento da malha de elementos finitos é utilizada uma variação na ordem do polinómio interpolador [187] [191]. Todas as técnicas podem ser utilizadas desde que as malhas de elementos, as funções de interpolação ou ambas, dependendo do tipo de refinamento, se ajustem durante o processo de análise com o objetivo de melhorar a solução.

Neste trabalho, as análises efetuadas pelo MEF são realizadas com recurso ao programa de cálculo automático SAP2000 [192], que considera funções de interpolação polinomiais lineares, pelo que os modelos terão que ser ajustados aos reais utilizando a técnica de refinamento h , isto é, aumentar o número de elementos finitos de discretização da estrutura até se obterem resultados aceitáveis para as análises que se pretendem efetuar, isto é, análises lineares no domínio do tempo.

Trabalhos de investigação desenvolvidos têm demonstrado que o MEF convencional, isto é, utilizando funções de forma polinomiais, apresenta resultados aceitáveis até ao modo $n = N/2$, pelo que, para estudar um caso em que os primeiros n modos têm grande contribuição, é necessário considerar $2n$ modos e, conseqüentemente, discretizar a estrutura em $2n$ elementos [191] [193] [194].

Quanto maior for o número de elementos, maior o número de operações matemáticas envolvidas, traduzindo-se na diminuição da fiabilidade dos resultados finais obtidos devido aos processos de propagação de erros numéricos, uma vez que se tratam de métodos aproximados. Por esta razão, é necessário encontrar um equilíbrio entre a precisão dos modelos numéricos e o seu grau de discretização.

4.2.3 Limite de aplicação do método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos baseia-se na teoria da onda de flexão pura, a qual só é válida se os comprimentos de onda de flexão dos elementos estruturais forem grandes quando comparados com as dimensões da secção transversal. Isto deve-se ao facto de a teoria da onda de flexão pura desprezar o efeito da rigidez ao corte e da inércia de rotação, e supor que as secções transversais planas permanecem sempre planas e perpendiculares ao eixo longitudinal do elemento, após a sua deformação [126] [35]. De acordo com esta teoria, a velocidade de propagação da onda de flexão, c_B , é determinada pela expressão (4.145).

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B}{m'}} \sqrt{\omega} \quad (4.145)$$

Para elementos com dimensões da secção transversal grandes quando comparados com os comprimentos de onda, as deformações devidas à inércia de rotação e à rigidez ao corte têm um efeito significativo, pelo que deverão ser consideradas. Introduzindo estes termos corretivos, a

velocidade de propagação das ondas de flexão, c_c , pode ser determinada pela expressão (4.146) [126].

$$c_c = c_B \left[1 - \frac{1}{2} c_B^2 \left(\frac{1}{c_T^2} + \frac{1}{c_{LII}^2} \right) \right], \quad (4.146)$$

sendo c_{LII} a velocidade de propagação das ondas quase-longitudinais e c_T a velocidade de propagação das ondas transversais, definidas, respetivamente, nas secções 4.1.1.2 e 4.1.1.3.

O termo corretivo devido ao corte e à inércia de rotação poderá ser desprezado quando representar uma percentagem inferior a 10% do valor da velocidade de propagação das ondas de flexão. Para construções de edifícios correntes, o limite de aplicação da teoria das ondas de flexão pura, e, portanto, do MEF, corresponde a um comprimento de onda, λ_B , pelo menos igual a seis vezes as dimensões da secção transversal do elemento, h , conforme expressão (4.147) [126] [35].

$$h \leq \frac{\lambda_B}{6} \quad (4.147)$$

No gráfico da Figura 4.6 apresentam-se os comprimentos de onda de flexão para elementos de viga e laje de betão armado com módulo de elasticidade de 30 GPa, com diferentes alturas, h , e o limite de aplicação da teoria das ondas de flexão para cada um dos elementos.

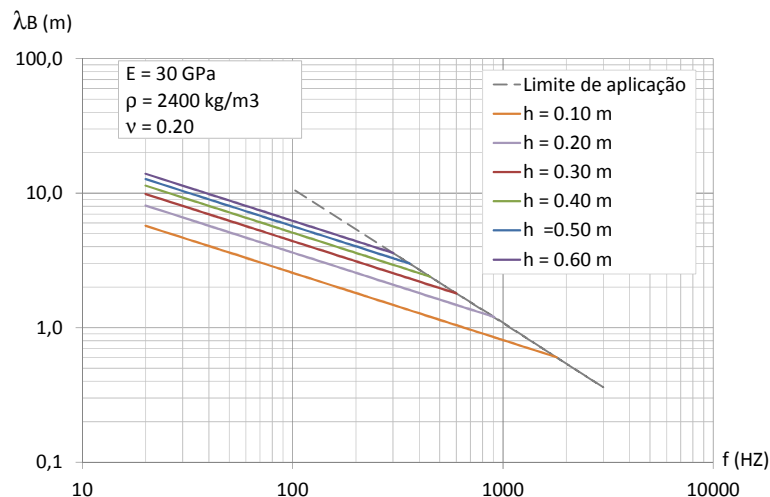


Figura 4.6 – Comprimentos de onda de flexão de vigas e lajes e limite de aplicação do MEF

A estimativa das dimensões dos elementos finitos a adotar no MEF para que os resultados da análise dinâmica sejam aceitáveis pode ser realizada com base no limite de aplicação das ondas de flexão, definido na expressão (4.147). Assim, representa-se, na Figura 4.7, um gráfico que

permite obter uma estimativa da dimensão máxima dos elementos finitos de viga e laje, $L_{\text{elem finitos}}$, em função da sua altura, h , do módulo de elasticidade, E , e da frequência de análise, f , para a gama das baixas frequências. Da análise do gráfico, constata-se, como seria de esperar, que quanto maior é a frequência de análise, mais discretizados têm que ser os elementos.

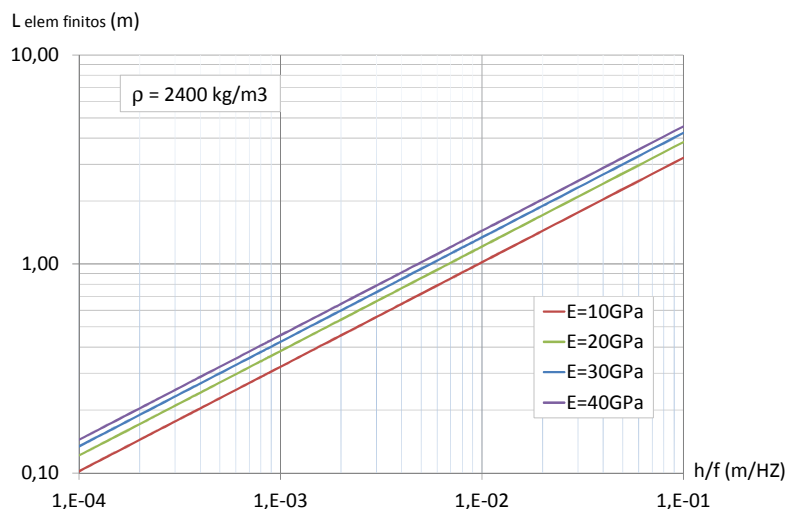


Figura 4.7 – Dimensão máxima dos elementos finitos de viga e laje em função da frequência de análise

4.3 Métodos de ajuste de modelos analíticos e numéricos

A previsão do comportamento dinâmico de uma estrutura é, normalmente, realizada através da resposta do seu modelo numérico ou analítico. A qualidade dos resultados assim obtidos pode ser mais ou menos baixa devido à existência de erros no modelo, como sejam erros de definição de propriedades físicas e dimensões da estrutura, utilização imprópria de elementos selecionados, aplicação errada das cargas e condições de fronteira e, no caso específico de modelos numéricos, fraca discretização da geometria da estrutura e erros inerentes a estes métodos.

A validação dos modelos numéricos e analíticos, cujo objetivo é conseguir um melhoramento entre os modelos e as estruturas reais, é, normalmente, levada a efeito por comparação dos parâmetros dinâmicos obtidos numérica ou analiticamente com os mesmos parâmetros obtidos dos ensaios experimentais, os quais se assumem como sendo exatos. Este processo é realizado em três fases: i) na primeira fase, faz-se uma comparação direta e objetiva das propriedades dinâmicas medidas face às projetadas; ii) na segunda fase, quantifica-se a extensão das diferenças entre os dois conjuntos de dados, através do cálculo da correlação entre os resultados medidos e calculados, e identificam-se ou localizam-se as fontes de discrepância entre os dois modelos; e iii) a fase final consiste em ajustar ou modificar as propriedades relevantes do modelo que conduzem

à aproximação entre a resposta experimental e a resposta numérica ou analítica. A escolha dos parâmetros a melhorar recai sobre as propriedades físicas e geométricas que estão mais relacionadas com as fontes de erro, nomeadamente o módulo de elasticidade, a densidade do material, a rigidez de uma ligação ou a rigidez de um apoio [195] [196] [157].

Na literatura especializada, existem vários procedimentos com o objetivo de comparar e ajustar os resultados obtidos dos ensaios experimentais com os resultados obtidos dos modelos numéricos. Os métodos convencionais de melhoramento dos modelos numéricos e analíticos dividem-se em duas abordagens distintas: métodos baseados em parâmetros modais e métodos baseados nas funções de resposta em frequência [196] [197].

4.3.1 Métodos de ajuste baseados em parâmetros modais

Nos métodos de ajuste de modelos numéricos e analíticos baseados na otimização dos parâmetros modais, os modelos são melhorados através da introdução de modificações em parâmetros estruturais, com o objetivo de minimizar as diferenças entre as frequências e os modos calculados experimental e numericamente. Pelo facto de os parâmetros modificados não serem linearmente relacionáveis com os parâmetros modais, o processo de ajuste necessita de recorrer a algoritmos de otimização de problemas não lineares, sendo inevitável a utilização de processos iterativos [148].

Para a aplicação destes métodos, é necessário obter a correspondência entre os modos experimentais e os modos numéricos ou analíticos, o que nem sempre é possível pela simples ordenação em função do valor da sua frequência natural. Estas diferenças de ordenação podem existir devido a dois fatores: i) as aproximações adotadas no modelo numérico, especialmente quando existem modos de vibração com frequências naturais próximas; e ii) a não identificação experimental de alguns modos, devido, por exemplo, a um mau posicionamento dos acelerómetros, a uma má escolha do ponto de aplicação da excitação, ou à limitação do intervalo de frequências envolvido nos ensaios [196].

4.3.1.1 Comparação gráfica dos parâmetros modais

O método mais direto de ajustar os modelos numéricos e analíticos com base em parâmetros modais é através da comparação das frequências naturais de vibração e dos respetivos modos de deformação.

O método mais comum de comparação entre as frequências experimentais e numéricas é a listagem dos seus valores num quadro, eventualmente com a indicação de erros relativos entre esses valores. Uma forma de comparação que permite ter uma visualização mais imediata da qualidade do ajuste entre ambos os valores consiste num gráfico que relacione as duas grandezas, do tipo representado na Figura 5.31 do Capítulo 5. Caso o ajuste seja perfeito, os pontos desse gráfico devem estar todos localizados numa reta de declive unitário e ordenada na origem nula. Os desvios relativamente a essa situação ideal são, assim, facilmente perceptíveis. É importante associar a análise das diferenças entre frequências com as configurações dos respetivos modos de vibração, podendo, desta forma, concluir sobre quais os elementos do modelo cujas propriedades devem ser modificadas. Os elementos a modificar devem estar situados em zonas em que a configuração do modo, correspondente à frequência com maior desvio, apresente maior amplitude [195] [172].

A forma mais imediata de comparação entre configurações modais é a comparação visual entre os modos calculados com um modelo numérico ou analítico e os modos identificados experimentalmente. A desvantagem deste procedimento reside no facto de que, embora as diferenças sejam visíveis, são, por vezes, difíceis de interpretar, sendo a deformada dos modos, também com alguma frequência, muito confusa por incluir muita informação. Um procedimento mais adequado consiste em efetuar esta comparação através de um gráfico, semelhante ao descrito para a comparação das frequências naturais, no qual cada elemento do vetor do modo de deformação é representado experimentalmente *versus* numericamente ou analiticamente. Os pontos deste gráfico representam os graus de liberdade do modelo e, para que os modos estejam bem correlacionados, estes pontos têm que estar localizados sobre uma reta que passa pela origem e que possui um declive unitário [195].

4.3.1.2 Comparação estatística das configurações modais

Como alternativa à comparação gráfica dos parâmetros modais, descrita anteriormente, é possível efetuar a comparação entre os modos experimentais e os modos numéricos através da determinação de simples propriedades estatísticas.

O critério de correlação mais conhecido é designado por MAC (*modal assurance criterion*) e é definido como uma constante escalar que quantifica a correlação que existe entre cada par de vetores de componentes modais experimentais e numéricas ou analíticas. O coeficiente MAC é definido pela expressão (4.148) e pode tomar valores entre zero e um. Valores próximos da

unidade indicam a existência de uma boa correlação entre as componentes modais e valores próximos de zero indicam que a correlação entre os modos é fraca [198].

$$MAC_{ij} = \frac{|\varphi_{Ei}^T \cdot \varphi_{Nj}|^2}{(\varphi_{Ei}^T \cdot \varphi_{Ei}) \cdot (\varphi_{Nj}^T \cdot \varphi_{Nj})}, \quad (4.148)$$

onde φ_{Ei} é o vetor de componentes modais do modo i identificado experimentalmente e φ_{Nj} é o vetor numérico ou analítico de componentes modais correspondentes ao modo j .

Este critério pode ser generalizado para o conjunto de modos de vibração através da construção de uma matriz de coeficientes MAC, correspondentes à correlação de um conjunto de m_E modos experimentais com um conjunto de m_N modos numéricos ou analíticos, que mostrará como os modelos experimental e numérico se relacionam. Para um modelo ideal, com modos diferentes e suficientemente afastados, seria de esperar que os valores da diagonal principal da matriz fossem unitários e que os restantes fossem nulos. No entanto, na prática, isto não acontece, devido, por exemplo, a não linearidades na estrutura ensaiada, a ruído nos dados medidos, a limitações na análise modal experimental por insuficiente número de pontos medidos, ou até devido a escolha imprópria dos graus de liberdade incluídos na correlação [195].

As potencialidades do método MAC podem ser confirmadas através da análise de vários trabalhos de investigação que aplicam este critério a estruturas de engenharia civil, nomeadamente a pontes [131] [199] [200] e a torres de difusão de sinal de televisão [201] [202].

Na determinação do coeficiente MAC, os graus de liberdade não emergem de forma explícita, apesar de a sua importância ser clara. Existe outro critério, designado por COMAC (*coordinate modal assurance criterion*), que quantifica as disparidades associadas a um determinado grau de liberdade, considerando todos os modos comparáveis. Assim, para um determinado grau de liberdade j , o índice COMAC é definido pela expressão (4.149) [203].

$$COMAC(j) = \frac{\sum_{i=1}^n |\varphi_{Ei}(j) \cdot \varphi_{Ni}(j)|^2}{\sum_{i=1}^n \varphi_{Ei}(j)^2 \cdot \sum_{i=1}^n \varphi_{Ni}(j)^2}, \quad (4.149)$$

onde $\varphi_{Ei}(j)$ e $\varphi_{Ni}(j)$ são as componentes experimental e numérica ou analítica do modo i associadas ao grau de liberdade j e n é o número de modos de vibração comparáveis.

À semelhança do índice MAC, os valores do índice COMAC podem variar entre zero e um, indicando os valores iguais à unidade uma boa correlação entre as componentes modais no grau de liberdade a que se refere o coeficiente, enquanto valores próximos de zero mostram que a

correlação é muito baixa. Este índice permite detetar as zonas do modelo numérico em que as diferenças em relação aos valores experimentais são mais relevantes, o que, teoricamente, constitui uma forma de localização de zonas deficientemente modeladas. No entanto, verifica-se que nem sempre é fácil identificar as fontes sistemáticas de discrepância entre os dois modelos [195] [132].

O critério COMAC não é tão utilizado como o critério MAC, uma vez que a sua interpretação nem sempre é clara [204]. Como exemplo da sua aplicação a estruturas de engenharia civil, refere-se o trabalho de investigação de Pirner *et al.* [205] onde o critério COMAC é aplicado a pontes.

De um modo geral, os métodos baseados em parâmetros modais deparam-se com dificuldades na comparação entre frequências medidas e calculadas devido a problemas de emparelhamento dos modos experimentais e numéricos. Considerando que, numa estrutura simples, com modos bem separados, este emparelhamento não apresenta nenhuma dificuldade, em estruturas mais complexas, especialmente naquelas com frequências naturais próximas, assegurar que os pares de modos correlacionados são identificados corretamente é mais difícil [157].

4.3.2 Métodos de ajuste baseados em funções de resposta em frequência

Nos casos em que os ensaios experimentais são realizados por recurso à medição simultânea da excitação e da resposta da estrutura ou da resposta da estrutura simultaneamente em dois pontos, o melhoramento dos modelos numéricos ou analíticos pode ser realizado recorrendo a métodos de ajuste baseados na comparação entre as funções de resposta em frequência ou as funções de transferência obtidas experimentalmente e numericamente. Estes métodos, apesar de envolverem um número significativo de dados experimentais a tratar, são mais atrativos do que os critérios baseados em parâmetros modais, uma vez que não necessitam de recorrer a nenhum algoritmo de identificação das características dinâmicas da estrutura.

4.3.2.1 Comparação gráfica das funções de resposta em frequência

Os métodos de ajuste de modelos numéricos, recorrendo às funções de resposta em frequência ou às funções de transferência, podem ser realizados por comparação gráfica, isto é, por sobreposição entre a função de resposta ou a função de transferência medidas experimentalmente e as funções obtidas numérica ou analiticamente.

Neste processo, é importante ter em conta duas estimativas importantes a fim de conseguir uma boa aproximação entre os dois modelos, nomeadamente o amortecimento e o número de modos de deformação que devem ser incluídos na construção do modelo numérico. Enquanto o amortecimento afeta as funções de resposta apenas na vizinhança das ressonâncias ou das antirressonâncias, o número de modos de deformação pode ter efeitos mais significativos na forma geral dos espectros, mesmo nas frequências afastadas das ressonâncias da estrutura. Outro aspeto a considerar na comparação entre os modelos tem a ver com a importância da coincidência entre a malha de discretização do modelo numérico e os pontos instrumentados, uma vez que as funções de resposta em frequência e as funções de transferência são muito sensíveis à localização exata dos pontos de medição da resposta e do ponto de aplicação da excitação. Se os pontos em análise não coincidirem nos dois modelos, as diferenças encontradas podem ser aparentes, refletindo não a qualidade do modelo mas sim apenas a geometria das coordenadas consideradas nos mesmos [195].

4.3.2.2 Comparação estatística das funções de resposta em frequência

Em ensaios de vibração, efetua-se, normalmente, um conjunto de medições de forma a obter funções de resposta em diferentes graus de liberdade. Assim, é possível efetuar a comparação descrita na secção anterior, aplicada a um variado número de dados, com o objetivo de obter uma quantificação global do grau de correlação entre as medições e a previsão. Esta tarefa é difícil de realizar porque considera um elevado volume de informação para ser analisada. Efetivamente, este problema não é diferente do problema de comparação entre vários modos simultaneamente, exceto pelo facto de que, neste caso, existem muito mais vetores, um por cada frequência de excitação usada na definição das funções de resposta em frequência. Assim, como alternativa ao melhoramento dos modelos numéricos e analíticos por comparação gráfica das funções de resposta em frequência ou das funções de transferência, podem utilizar-se métodos de comparação com base em funções estatísticas.

Os primeiros critérios que surgiram para correlacionar as funções de resposta em frequência medidas experimentalmente e previstas numericamente foram: i) o FRAC (*frequency response assurance criterion*), que correlaciona os modelos por grau de liberdade; e ii) o FDAC (*frequency domain assurance criterion*), que correlaciona as respostas por frequência medida. Mais tarde, surgiu o critério MFAC (*modal frequency response function assurance criterion*) como um critério

intermédio entre o MAC e o FDAC, que envolve a configuração dos modos previstos numericamente ou analiticamente com as funções de resposta medidas experimentalmente.

O critério FRAC é uma extensão do critério COMAC no domínio da frequência. Este critério correlaciona as funções de resposta em frequência obtidas experimentalmente com as determinadas numericamente ou analiticamente, em todo o intervalo de medição. O coeficiente FRAC para a resposta num grau de liberdade j devido a uma excitação num grau de liberdade k é definido pela expressão (4.150) [195] [197] [206].

$$FRAC(j, k) = \frac{\left(\sum_{i=1}^n |H_{Ejk}(\omega_{Ei})^T \cdot H_{Njk}(\omega_{Ni})|\right)^2}{\sum_{i=1}^n \left((H_{Ejk}(\omega_{Ei}))^2\right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(H_{Njk}(\omega_{Ni})\right)^2}, \quad (4.150)$$

onde $H_{Ejk}(\omega_{Ei})$ e $H_{Njk}(\omega_{Ni})$ são os vetores das funções de resposta no grau de liberdade j devido a uma excitação no grau de liberdade k , identificadas experimentalmente e determinadas numericamente, e n é o número total de frequências.

O coeficiente FRAC toma valores entre zero e um, correspondendo um valor próximo da unidade a uma boa correlação entre os dois modelos, no grau de liberdade a que se refere o coeficiente, e valores próximos de zero a modelos que não se ajustam. Devido às funções de resposta em frequência incluírem a resposta de vários modos experimentais em simultâneo, uma discrepância significativa na frequência natural entre os valores experimentais e numéricos, mesmo num número reduzido de modos, resulta em valores baixos dos coeficientes FRAC.

O critério FDAC é uma extensão do critério MAC no domínio da frequência. Enquanto o MAC correlaciona os modos individualmente, o coeficiente FDAC, definido pela expressão (4.151), correlaciona as respostas por frequência. Este coeficiente, à semelhança dos anteriores, toma valores entre zero e um, significando valores unitários uma correlação perfeita entre os dois modelos para a frequência a que diz respeito e valores nulos uma ausência de correlação entre os modelos [207].

$$FDAC(\omega_N, \omega_E, j) = \frac{\left(\{H_E(\omega_E)\}_j^T \cdot \{H_N(\omega_N)\}_j\right)^2}{\left(\{H_E(\omega_E)\}_j^T \cdot \{H_E(\omega_E)\}_j\right) \cdot \left(\{H_N(\omega_N)\}_j^T \cdot \{H_N(\omega_N)\}_j\right)}, \quad (4.151)$$

onde $\{H_E(\omega_E)\}$ e $\{H_N(\omega_N)\}$ são as funções de resposta em frequência obtidas experimental, numérica ou analiticamente, respetivamente, nas frequências ω_E e ω_N e j é a coluna da matriz das funções de resposta em frequência.

Com o objetivo de validar um modelo numérico num determinado intervalo de frequências, torna-se necessário determinar coeficientes FDAC para um conjunto de frequências numéricas e para todas as frequências medidas, podendo esta informação ser concentrada numa matriz de coeficientes FDAC. Um modelo perfeito toma valores unitários na reta correspondente ao emparelhamento entre as frequências experimentais e as frequências numéricas.

O coeficiente MFAC correlaciona o modelo numérico com a estrutura real com base na configuração dos modos de deformação previstos e nas funções de resposta em frequência determinadas dos ensaios experimentais. Assim, o coeficiente MFAC é definido pela expressão (4.152) [208].

$$MFAC(\omega_N, \omega_E) = \frac{(\{\varphi_N\}^T \cdot \{H_E(\omega_E)\})^2}{(\{\varphi_N\}^T \cdot \{\varphi_N\}) \cdot (\{H_E(\omega_E)\}^T \cdot \{H_E(\omega_E)\})}, \quad (4.152)$$

onde $\{\varphi_N\}$ é o vetor das componentes modais numéricas na frequência ω_N e $\{H_E(\omega_E)\}$ são as funções de resposta em frequência experimentais na frequência ω_E .

Devido ao facto de a correlação entre o modelo numérico ou analítico e experimental através dos coeficientes FDAC e MFAC ser efetuada de uma forma espacial, isto é, envolvendo vários graus de liberdade em simultâneo, por frequência, estes coeficientes apresentam, relativamente ao coeficiente FRAC, a vantagem de as diferenças que possam surgir em determinadas frequências não afetarem a correlação nas restantes frequências [208].

O coeficiente MFAC apresenta também a vantagem, relativamente ao FDAC, de permitir a comparação dos resultados com mais fiabilidade, uma vez que envolve os modos numéricos e as funções de resposta em frequência experimentais. Os modos de deformação numéricos, ao contrário das correspondentes funções de resposta, não requerem hipóteses sobre o amortecimento da estrutura. De forma semelhante, as funções de resposta em frequência experimentais, em oposição aos modos de deformação experimentais, não necessitam de um pós-processamento dos dados das medições. A aplicabilidade deste coeficiente é limitada às estruturas com modos pouco amortecidos, uma vez que, neste processo, são correlacionados os modos numéricos, que correspondem a quantidades reais de uma solução não amortecida, com as funções de resposta em frequência experimentais, que são quantidades complexas devido ao amortecimento inerente às estruturas [208].

4.4 Considerações finais

Neste capítulo descreveram-se os métodos existentes para avaliar a transmissão da vibração que serão utilizados no decorrer deste trabalho, mais especificamente nos Capítulos 5, 6 e 7. Fez-se uma revisão do método analítico, apesar de ser um método de aplicação complexa na análise dinâmica de estruturas reais, e do método dos elementos finitos que se afigura uma alternativa muito interessante para a análise de problemas de vibração estrutural, por pode ser aplicado a estruturas com qualquer geometria e grau de complexidade.

Apresentaram-se, também, neste capítulo os métodos gráficos e estatísticos de ajuste de modelos analíticos e numéricos que serão utilizados neste trabalho. Estes métodos baseiam-se na comparação entre os resultados obtidos dos modelos numéricos e analíticos com os resultados obtidos por via experimental, em termos de frequências próprias de vibração e de funções de transferência.

CAPÍTULO 5

5 MODELAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS

Neste capítulo analisa-se o comportamento dinâmico de elementos estruturais de betão armado, com o objetivo de definir os cuidados a ter na modelação, pelo método dos elementos finitos, de estruturas sujeitas a vibrações de baixa frequência, nomeadamente a modelação da força que melhor se ajusta à excitação aplicada nos ensaios, a discretização mais adequada para a resposta da estrutura e para a malha de elementos finitos a adotar nos modelos, por forma a obterem-se modelos fiáveis e com qualidade. Para este efeito, realizaram-se ensaios de vibração forçada, induzida pelo impacto de um martelo, numa viga construída em laboratório e numa laje de um edifício localizado *in situ*. Para os mesmos elementos, foram desenvolvidos modelos submetidos a vibrações forçadas idênticas às dos ensaios experimentais, pelo método analítico e pelo método dos elementos finitos, cujos resultados foram comparados entre si e ajustados aos registos experimentais.

5.1 Elementos lineares

Para melhor ilustrar as dificuldades de modelação de elementos estruturais lineares sujeitos a vibrações no domínio do tempo, efetuou-se a análise de uma viga de betão armado utilizando o método analítico e o método dos elementos finitos, cujos resultados foram comparados entre si e com os registos de ensaios experimentais realizados nos laboratórios do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Algarve.

O modelo analisado é constituído por uma viga de betão armado com secção retangular, simplesmente apoiada nas duas extremidades, com as dimensões representadas na Figura 5.1. A armadura longitudinal da viga é constituída por dois varões de 8 mm em cada face e a armadura transversal por varões de 6 mm afastados de 0,20 m.

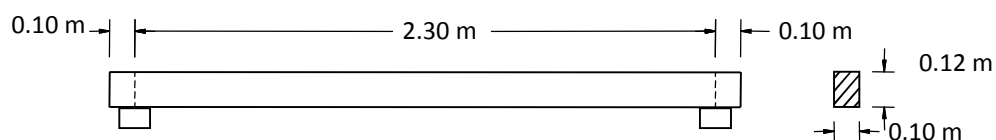


Figura 5.1 – Características da viga ensaiada

5.1.1 Ensaios experimentais

O modelo experimental de viga foi ensaiado num pórtico metálico, conforme se observa na Figura 5.2, sendo os apoios da viga constituídos por suportes metálicos que permitem a rotação segundo a menor direção da secção transversal, de modo a simular apoios simples.

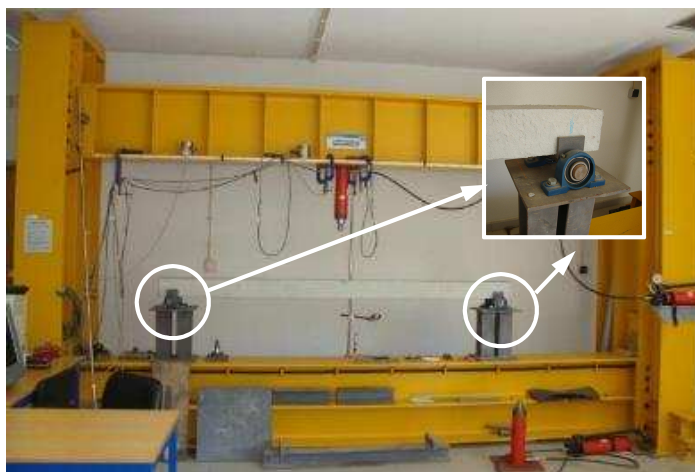


Figura 5.2 – Modelo experimental da viga

Para analisar o comportamento da viga à vibração, foram realizados ensaios experimentais de avaliação das características elásticas do material constituinte da viga e ensaios de vibração forçada na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz.

5.1.1.1 Ensaios de avaliação do módulo de elasticidade do betão

- **Metodologia dos ensaios**

Com o objetivo de avaliar as características elásticas do material constituinte da viga, foram efetuados dois ensaios distintos. Um dos ensaios, para avaliação do módulo de elasticidade tangente, foi realizado num provete cilíndrico de betão (15 cm de diâmetro e 30 cm de altura), utilizando-se, para o efeito, um sistema em malha fechada constituído por anéis fixos ao provete,

cujo esquema se apresenta na Figura 5.3 (a). A deformação foi medida através de um transdutor linear de deslocamentos fixo entre os anéis, enquanto o provete foi submetido a uma força de compressão contínua.

O outro ensaio foi realizado diretamente na viga e consistiu no registo dos deslocamentos verticais da secção de meio vão da viga devidos à aplicação, na mesma secção, de uma força contínua vertical, conforme apresentado na Figura 5.3 (b).



Figura 5.3 – Ensaio de medição do módulo de elasticidade (a) Ensaio de provete cilíndrico (b) Ensaio da viga simplesmente apoiada

Em ambos os ensaios, o atuador foi montado numa estrutura de reação constituída por perfis metálicos, com rigidez adequada para os níveis de carga aplicados no decurso dos ensaios, tendo sido a carga avaliada por um transdutor de força disposto entre o atuador e o elemento ensaiado.

- **Resultados experimentais**

Os ensaios realizados em provete cilíndrico permitiram avaliar a densidade média do betão constituinte da viga em 2357 kg/m³ e o módulo de elasticidade tangente médio em 9400 MPa. O módulo de elasticidade, E , foi obtido por aplicação da expressão (5.1) aos registos do ensaio, apresentados na Figura 5.4, onde se relaciona a extensão, ϵ , com a tensão aplicada, σ .

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{\epsilon_a - \epsilon_b} \quad (5.1)$$

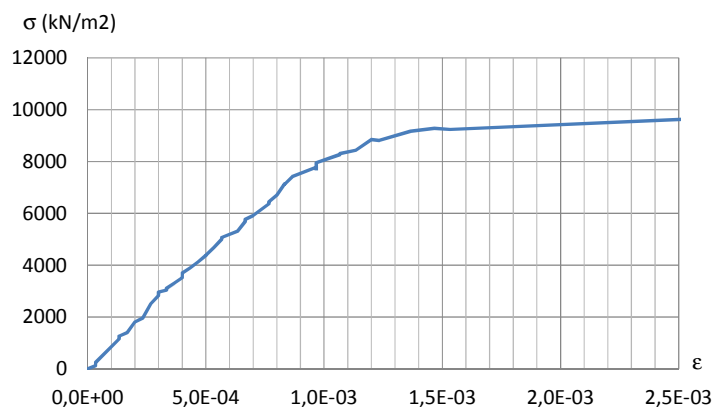


Figura 5.4 – Relação entre a tensão aplicada no provete cilíndrico e a respetiva deformação

Do ensaio realizado na viga para avaliar as suas características elásticas resultou o gráfico da Figura 5.5, que representa o valor dos deslocamentos, d , registados na secção de meio vão da viga em função da força aplicada, F . O valor do módulo de elasticidade tangente, E , foi estimado pela expressão (5.2), da qual se obteve um valor médio de 9300 MPa.

(5.2)

$$E = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot d \cdot I}$$

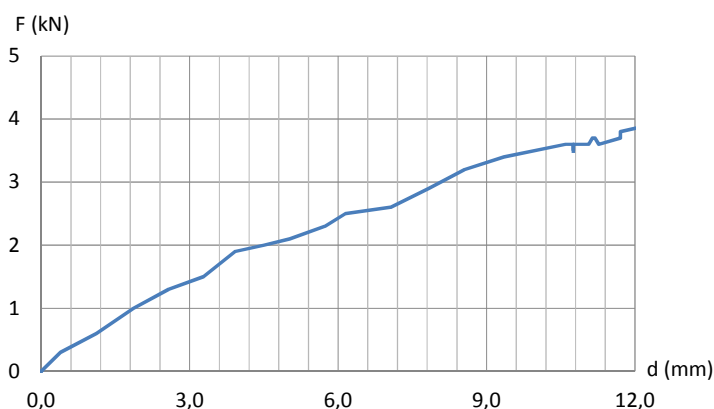


Figura 5.5 – Relação entre a força aplicada no vão da viga e o deslocamento na mesma secção

É de referir que não houve preocupação com a resistência do betão constituinte da viga, uma vez que o objetivo era apenas a comparação entre os registos experimentais e os resultados numéricos e analíticos. Assim, o betão foi realizado manualmente, *in situ*, com uma reduzida quantidade de cimento e os ensaios experimentais foram realizados logo após oito dias da viga ser betonada, o que justifica o valor reduzido obtido para o módulo de elasticidade do material.

5.1.1.2 Ensaios de vibração forçada

- **Metodologia dos ensaios**

Nos ensaios de vibração foram registadas as respostas do elemento a uma excitação provocada pelo impacto de um martelo, segundo a direção vertical, na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz. A excitação não foi medida, conhecendo-se apenas a sua natureza, a qual é do tipo ruído branco. Em cada ensaio, as vibrações foram medidas simultaneamente em dois pontos na direção vertical, com recurso a dois acelerómetros uniaxiais [137] colocados na parte superior da viga, e foram registadas por um sistema de aquisição e análise de dados em frequência com dois canais [138] [139]. A descrição do equipamento de ensaio foi realizada na secção 3.1.2 do Capítulo 3.

Foram realizadas duas campanhas de ensaios. Na primeira campanha, as secções para medir a resposta e aplicar a excitação foram escolhidas de modo a corresponderem a nodos de alguns modos de vibração. Na segunda campanha, tentou-se que as secções selecionadas não coincidissem com nodos dos modos de deformação. Na primeira campanha de ensaios, as secções da viga escolhidas para aplicar a excitação e efetuar o registo da resposta do elemento são três e localizam-se, a partir dos apoios, a um terço do comprimento da viga (secção 1 e secção 3) e a meio vão da viga (secção 2), conforme representado na Figura 5.6. Na segunda campanha de ensaios, as secções selecionadas para aplicar a força e medir as respostas estão também representadas na Figura 5.6 e localizam-se a uma distância dos apoios de um quinto do vão (secção 4 e secção 7) e a dois quintos do vão (secção 5 e secção 6)

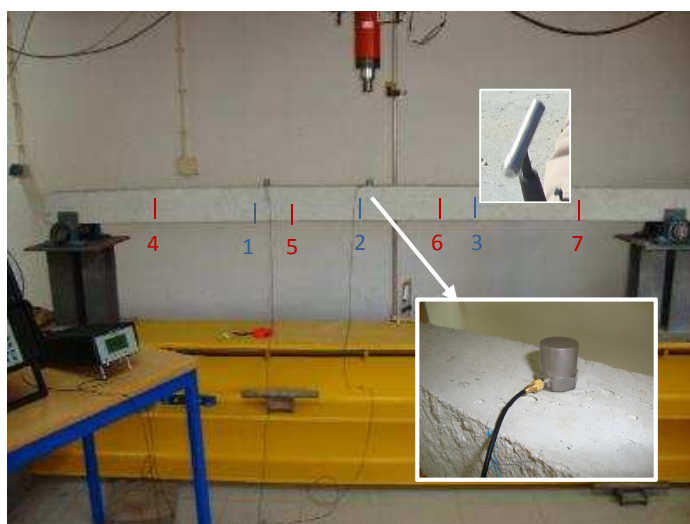


Figura 5.6 – Esquema de um ensaio de vibração da viga com a força aplicada no ponto 3 e registo das respostas nas secções 1 e 2

A análise isolada de apenas um espectro é insuficiente para identificar todas as frequências de ressonância da estrutura, pois o grau de liberdade a que se refere pode estar situado sobre um nodo de um ou mais modos de vibração ou existirem modos de vibração pouco excitados e, portanto, não possibilitar a identificação das frequências associadas a esses modos. Assim, conforme indicado no Quadro 5.1, na primeira campanha de ensaios foram registadas dezoito respostas, correspondentes a nove ensaios realizados, nos quais se fez variar os pontos de aplicação da força e das respostas entre os pontos 1, 2 e 3 da Figura 5.6, e na segunda campanha foram registadas seis respostas, correspondentes a três ensaios realizados, em que as respostas foram registadas nas secções 4 e 7 e a força aplicada nas secções 5, 6 e 7 da Figura 5.6.

Quadro 5.1 – Ensaios de vibração da viga

1ª Campanha de ensaios			
Ensaio	Secções		
	Aplicação da força	Medição da Resposta	
1	1	1	2
2	2	1	2
3	3	1	2
4	1	1	3
5	2	1	3
6	3	1	3
7	1	2	3
8	2	2	3
9	3	2	3
2ª Campanha de ensaios			
1	5	4	7
2	6	4	7
3	7	4	7

Dos ensaios de vibração foram recolhidas séries temporais, correspondendo cada uma delas à média de 64 amostras independentes de 2048 pontos de amostragem e um período de amostragem de 2 segundos cada. Foi considerada uma frequência de amostragem de 1024 Hz, o que, de acordo com os trabalhos de Shannon [146] [145], equivale a uma frequência de Nyquist de 512 Hz e um afastamento entre frequências de 0,5 Hz. Foi aplicado um filtro passa baixo com uma frequência de corte de 400 Hz, com o objetivo de eliminar os erros decorrentes de sinais discretizados – erros por sobreposição ou dobragem. Foi aplicada também uma janela de dados do tipo *Hanning* para atenuar os erros associados ao carácter finito das séries temporais – erros por escorregamento ou efeito de fuga. A partir dos registos temporais, foram estimadas, por

recurso às transformadas de *Fourier*, as funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração.

- **Resultados experimentais**

Os ensaios de vibração forçada realizados em laboratório no modelo físico da viga permitiram obter os registos apresentados na Figura 5.7, na Figura 5.8 e na Figura 5.9, os quais correspondem aos espectros de resposta em frequência da raiz do valor quadrático médio da aceleração (RMS) recolhidos, respetivamente, na primeira e na segunda campanha de ensaios.

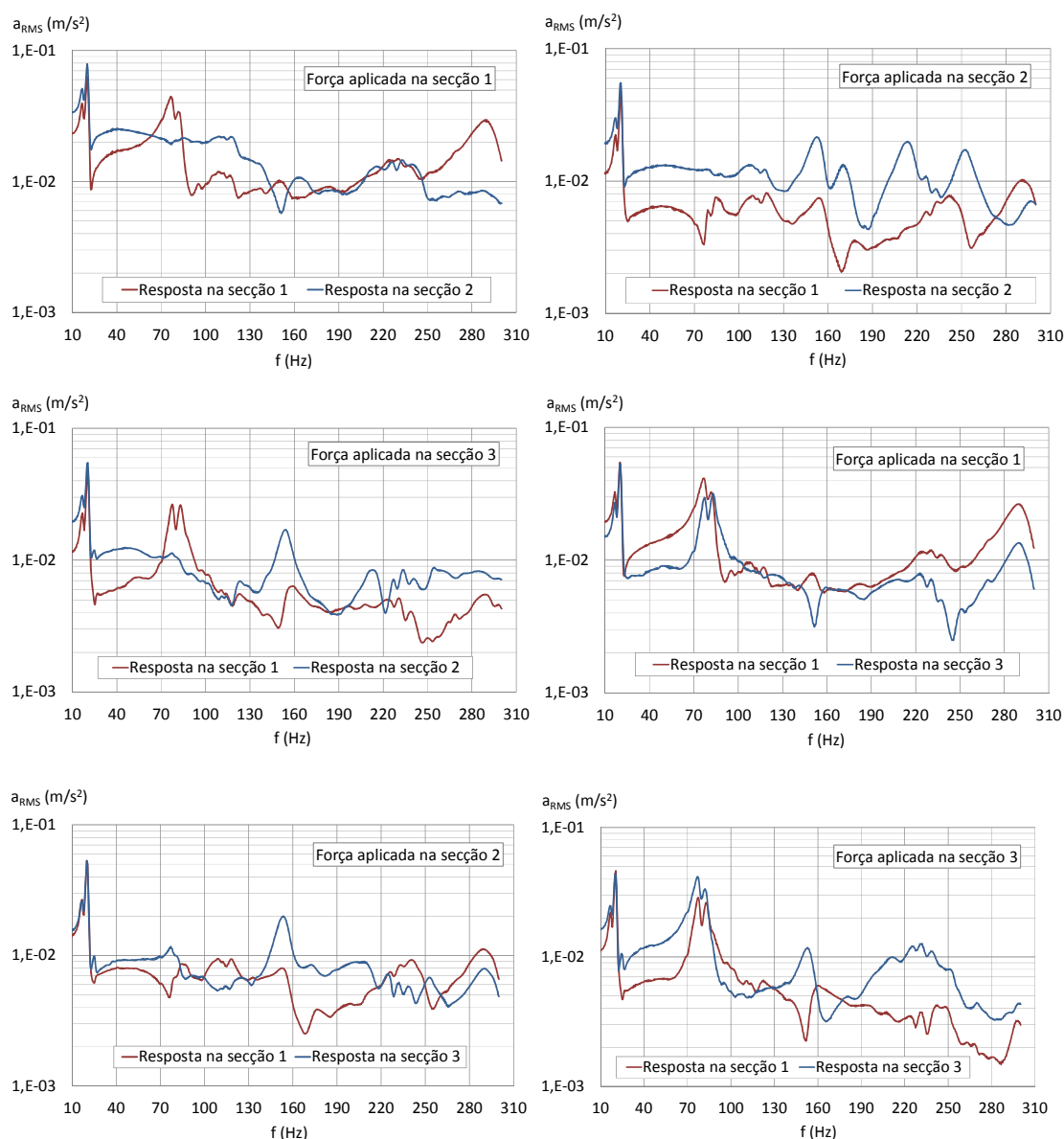


Figura 5.7 – Registos das respostas da primeira campanha de ensaios de vibração da viga

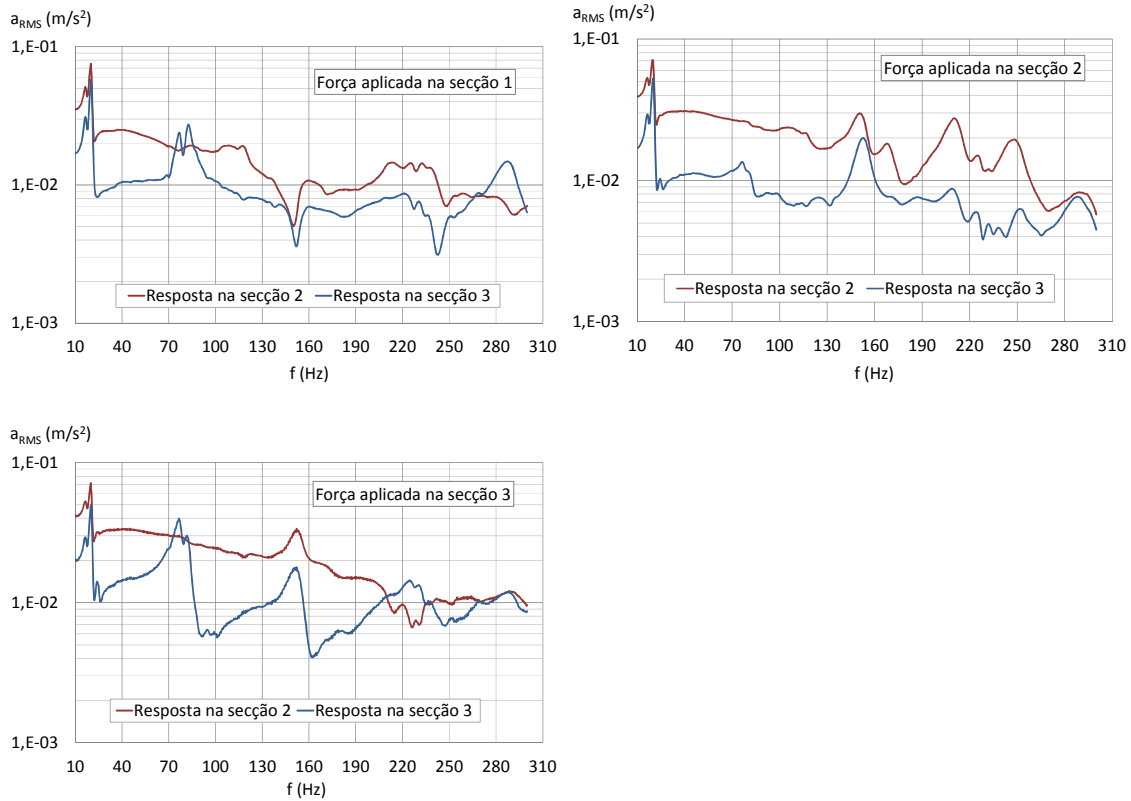


Figura 5.8 – Registos das respostas da primeira campanha de ensaios de vibração da viga

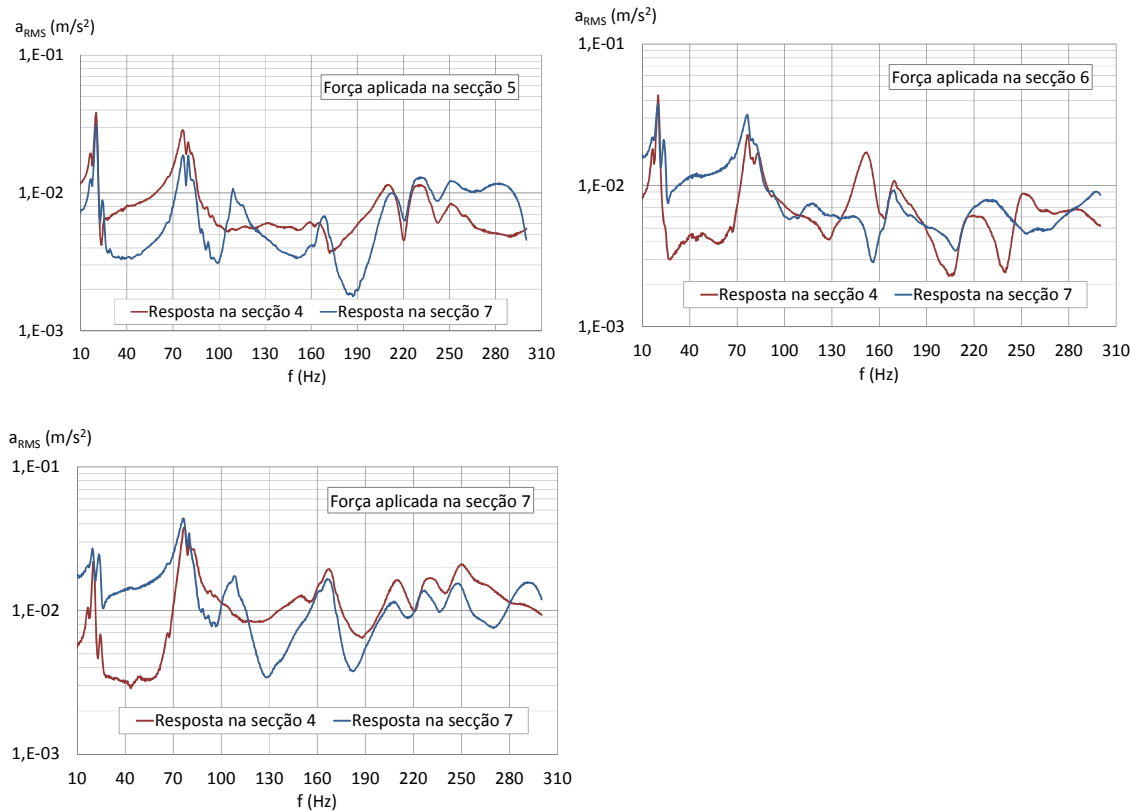


Figura 5.9 – Registos das respostas da segunda campanha de ensaios de vibração da viga

A partir dos registos das respostas dos ensaios, foram determinadas as funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2, entre as secções 1 e 3, entre as secções 2 e 3 e entre as secções 4 e 7, que se apresentam na Figura 5.10.

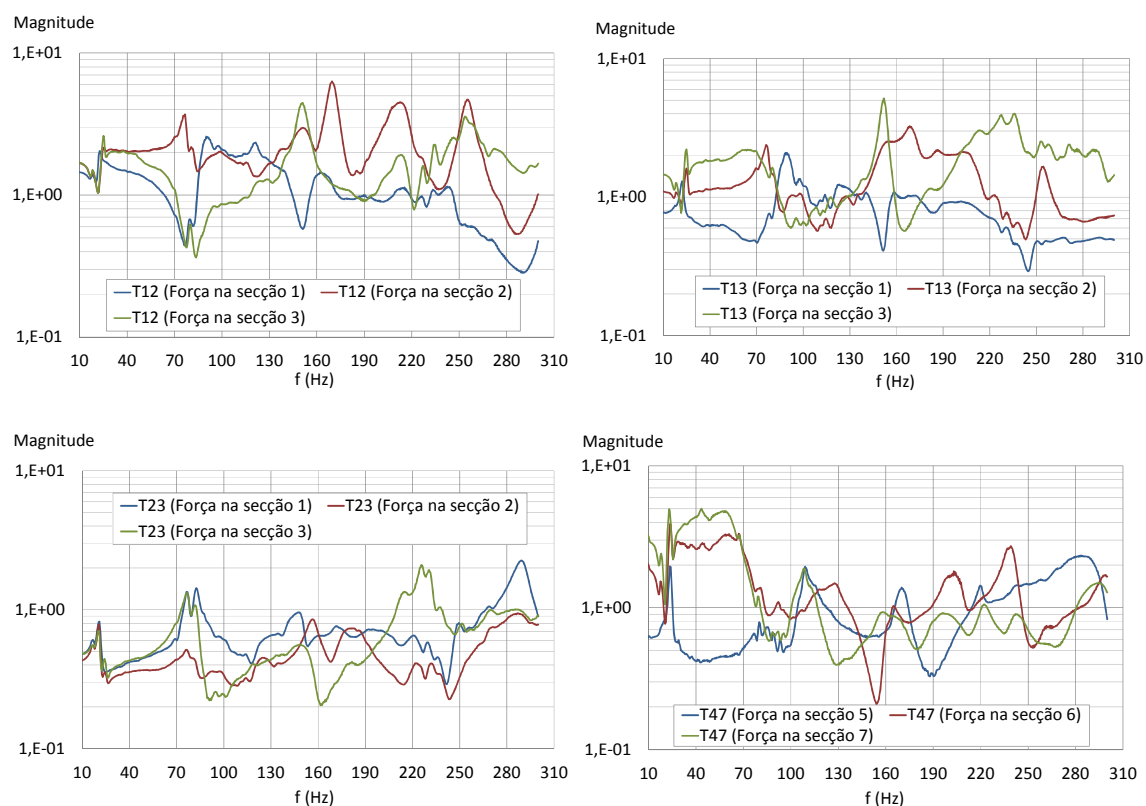


Figura 5.10 – Funções de transferência em aceleração entre secções da viga, obtidas experimentalmente

Com o objetivo de realizar posteriormente uma comparação entre o modelo experimental e os modelos analítico e numérico, torna-se importante obter as frequências próprias de vibração da viga. Para estimar estes parâmetros modais, e uma vez que nos ensaios de vibração realizados, conforme referido, a ação aplicada pelo martelo não foi medida, é necessário recorrer a métodos de identificação modal estocástica baseados apenas nas respostas da estrutura. Para este efeito, foram utilizados dois métodos, o método básico no domínio da frequência (BFD) e o método de análise modal operacional com base nas funções de transmissibilidade.

O método básico no domínio da frequência, descrito na secção 3.4.1 do Capítulo 3, baseia-se no facto de os espectros de potência das acelerações medidas na estrutura tomarem valores extremos próximos das frequências naturais de vibração. Desta forma, as frequências são determinadas por observação dos picos do gráfico do espectro de potência médio normalizado (ANPSD), o qual resulta da média das funções de densidade espectral de potência normalizadas obtidas dos ensaios (NPSD). Uma vez que a viga ensaiada foi montada num pórtico metálico fez

com que, nos ensaios de vibração, fossem identificados, não apenas as frequências naturais de vibração da viga, mas também frequências naturais de vibração da estrutura do pórtico, pelo que, de entre os picos identificados nas funções de densidade espectral, é necessário confirmar aqueles que correspondem efetivamente a modos de vibração da viga. Por esta razão, é necessário comparar os resultados experimentais com os resultados obtidos dos modelos analítico e numérico.

Na Figura 5.11 (a) e (b) apresentam-se os espectros normalizados médios das respostas registadas na viga (ANPSD), na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz, respetivamente, para a primeira e segunda campanha de ensaios de vibração. Dos picos de amplitude apresentados nos ANPSD, os que equivalem aos primeiros modos de vibração (por flexão) da viga são os que estão próximos das frequências de: 20,5 Hz; 77 Hz; 168 Hz; e 289 Hz. Os restantes picos correspondem a frequências naturais de vibração do pórtico metálico que suporta a viga.

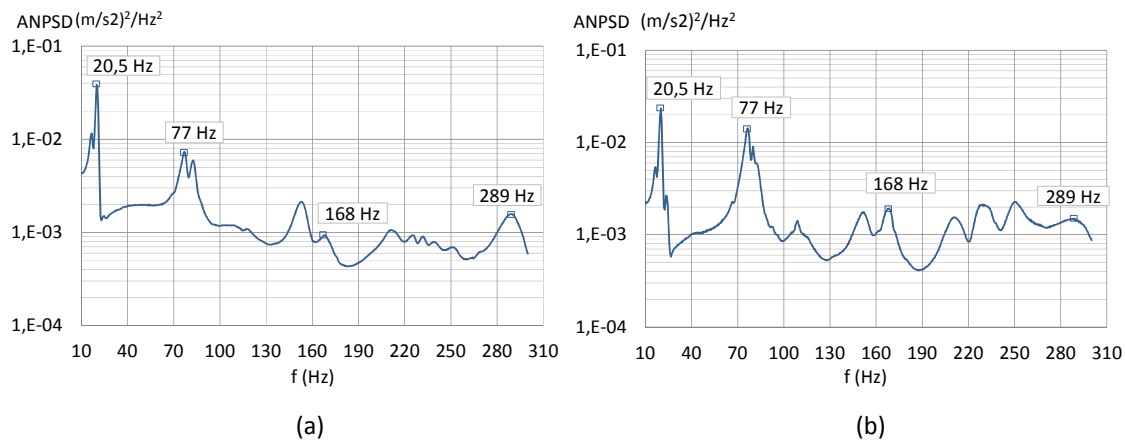


Figura 5.11 – Espectro de potência médio normalizado da viga (ANPSD) (a) da primeira campanha de ensaios (b) da segunda campanha de ensaios

O método de análise modal operacional com base nas funções de transmissibilidade, descrito na secção 3.4.2 do Capítulo 3, baseia-se no facto de as funções de transferência serem dependentes do ponto de aplicação da excitação, mas independentes dele nas frequências de ressonância da estrutura. Assim, as funções de transmissibilidade com os mesmos pontos de resposta (i, j), mas com diferentes pontos de aplicação da excitação (k, l), interseitam-se nas frequências de ressonância, pelo que o módulo da inversa da função racional, $\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)$, definido na expressão (5.3), assume a forma de picos nas frequências próprias da estrutura.

$$|\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)| = \frac{1}{|\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)|} = \frac{1}{|T_{ij}^k(\omega) - T_{ij}^l(\omega)|} \quad (5.3)$$

As frequências próprias de vibração da viga ensaiada são estimadas a partir das funções de transmissibilidade em aceleração normalizadas, obtidas da primeira campanha de ensaios, entre as secções 1 e 3, T_{13}^k , e entre as secções 2 e 3, T_{23}^k , as quais se apresentam, respetivamente, na Figura 5.12 e na Figura 5.13 com variação do ponto de aplicação da força, k , entre as secções 1, 2 e 3.

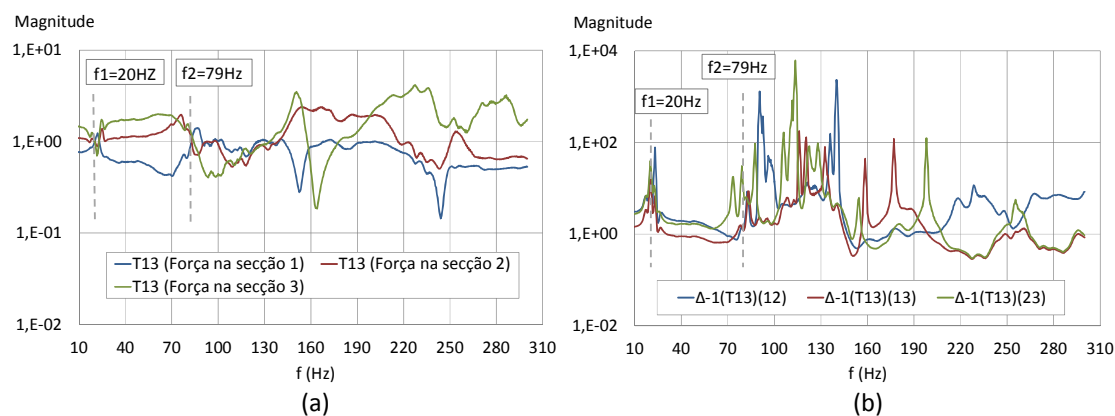


Figura 5.12 – (a) Funções de transmissibilidade em aceleração e (b) Inversas das funções racionais entre as secções 1 e 3 da viga, com diferentes pontos de aplicação da força

Da Figura 5.12 (a) é possível identificar várias interseções entre as funções T_{13}^1 , T_{13}^2 e T_{13}^3 , correspondendo as interseções próximas das frequências de 20 Hz e 79 Hz ao primeiro e ao segundo modos de vibração da viga, as quais tomam a forma de picos nas inversas das funções racionais, representadas na Figura 5.12 (b). Dos registos de aceleração entre as secções 1 e 3, não foi possível identificar a terceira frequência de vibração da viga – o que se deve ao facto de as secções 1 e 3 corresponderem a nodos deste modo de vibração – nem a quarta frequência, o que se pode justificar por ter sido um modo pouco excitado ou pela existência de ruído durante o processo de medição.

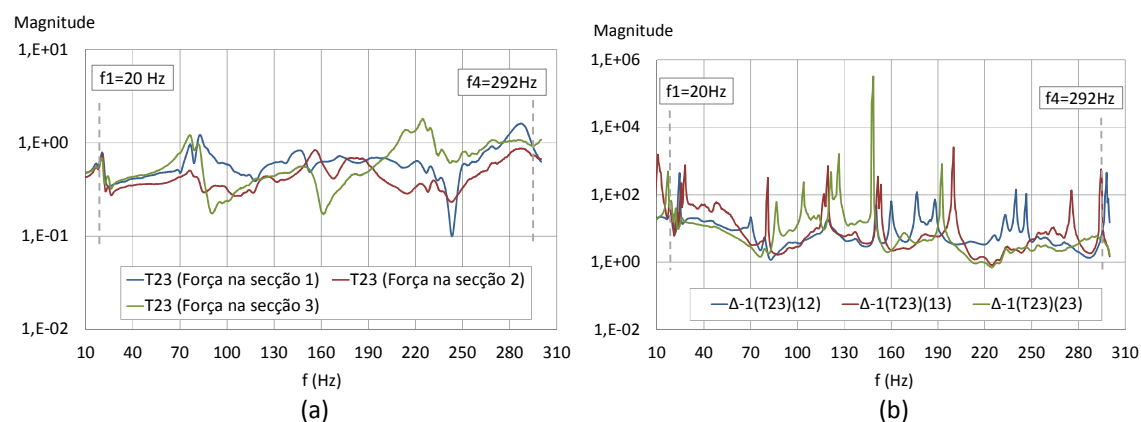


Figura 5.13 – (a) Funções de transmissibilidade da aceleração e (b) Inversas das funções racionais entre as secções 2 e 3 da viga, com diferentes pontos de aplicação da força

De acordo com a Figura 5.13 (a), das interseções verificadas nas funções T_{23}^1 , T_{23}^2 e T_{23}^3 , as que condizem com modos próprios de vibração da viga, e que se apresentam na Figura 5.13 (b) sob a forma de picos, são apenas as frequências de 20 Hz e 292 Hz, correspondendo estas ao primeiro e ao quarto modo de vibração da viga. As frequências intermédias não foram identificadas pelo facto de as secções 2 e 3 corresponderem, respetivamente, a nodos do segundo e terceiro modo de vibração da viga.

Dos resultados obtidos da primeira campanha de ensaios não foi possível identificar a frequência própria de vibração do terceiro modo, pelo que se aplicou o método, também, aos resultados da segunda campanha de ensaios. Assim, analisou-se a combinação das funções de transmissibilidade normalizadas entre os pontos 4 e 7, T_{47}^k , fazendo variar o ponto de aplicação da força de excitação, k , entre as secções 5, 6 e 7, obtendo-se os gráficos da Figura 5.14 (a) e (b). Das interseções verificadas nas funções T_{47}^5 , T_{47}^6 e T_{47}^7 e dos picos apresentados nas inversas das funções racionais, os que correspondem a frequências próprias de vibração da viga ocorrem nas frequências de: 20 Hz; 79 Hz; 172 Hz e 292 Hz. Com estes resultados foi possível identificar todas as frequências de vibração da viga na gama de 10 Hz a 300 Hz, uma vez que as secções escolhidas para registar as respostas e aplicar a força na segunda campanha de ensaios não correspondem a nodos dos primeiros quatro modos de vibração da viga.

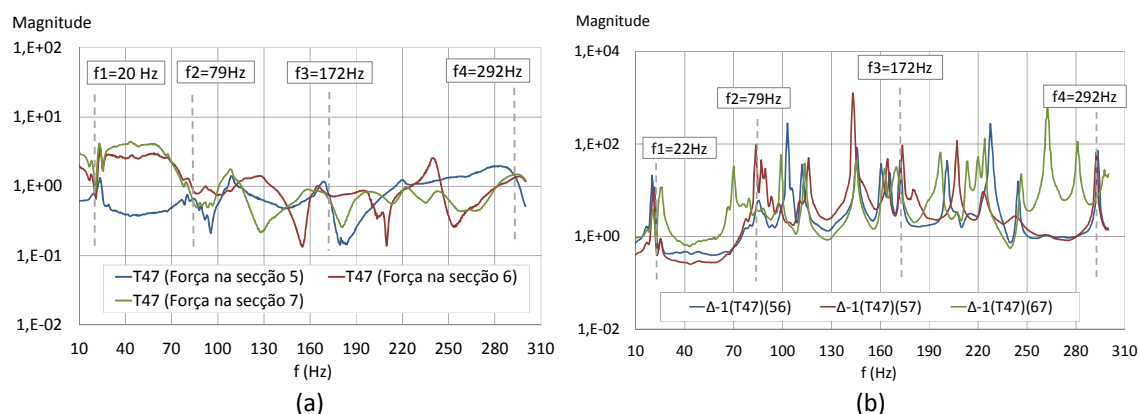


Figura 5.14 – (a) Funções de transmissibilidade em aceleração e (b) Inversas das funções racionais entre as secções 4 e 7 da viga, com diferentes pontos de aplicação da força

A análise dos gráficos da Figura 5.12, da Figura 5.13 e da Figura 5.14 permite a identificação de interseções, entre as funções de transmissibilidade, em algumas das quatro frequências naturais de vibração. Estas interseções não são perfeitas, o que se pode explicar, em parte, pela presença de ruído nas medições e pelo facto de a resolução em frequência estar limitada a 0,5 Hz, e também pelo facto de nem todos os modos investigados estarem igualmente presentes nas respostas, pois alguns dos pontos de medição são nodos de alguns modos.

No Quadro 5.2 apresenta-se um resumo das frequências próprias de vibração da viga, na gama de 10 Hz a 300 Hz, identificadas experimentalmente por aplicação do método básico no domínio da frequência e do método de análise modal baseado nas funções de transmissibilidade. Verifica-se que, apesar de existir alguma diferença entre os valores das frequências obtidos pelos dois métodos, a ordem de grandeza é semelhante.

Quadro 5.2 – Frequências próprias de vibração da viga identificadas experimentalmente

Modo de vibração	Frequências próprias de vibração	
	Método básico no domínio da frequência	Método baseado nas funções de transmissibilidade
1	20,5 Hz	20 Hz
2	77 Hz	79 Hz
3	168 Hz	172 Hz
4	289 Hz	292 Hz

Recorda-se que o processo de extração dos resultados se tornou mais complexo pelo facto de a viga estar apoiada num pórtico metálico, pois foi necessário perceber, de entre as frequências identificadas, quais as que correspondiam a modos de vibração da própria viga e quais as que correspondiam a modos de vibração da estrutura metálica.

Pela análise efetuada verifica-se que, para a caracterização experimental do comportamento dinâmico de uma estrutura, o método básico no domínio da frequência é mais simples de aplicar do que o método de análise modal com base nas funções de transmissibilidade. Enquanto no primeiro método a informação obtida de todos os pontos instrumentados é sintetizada, no segundo é necessário efetuar a análise em separado de todas as funções de transmissibilidade. Apesar disso, as análises realizadas pelo método que se baseia nas funções de transferência forneceram informação importante para a compreensão do processo de transmissão da vibração, nomeadamente mostrando que a energia transmitida não depende do ponto de aplicação da força de excitação nas frequências de ressonância da estrutura.

5.1.2 Modelação pelo método analítico

Nesta secção aplica-se o método analítico para avaliar a transmissão de vibração ao longo de uma viga com as características geométricas descritas na Figura 5.1, com as extremidades simplesmente apoiadas, com um módulo de elasticidade de 8 GPa e um coeficiente de amortecimento de 5%, na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz. Os resultados analíticos serão

comparados apenas com os resultados numéricos, pelo que não houve a preocupação de refletir integralmente, no modelo analítico, o comportamento da viga experimental. No entanto como se verifica na secção 5.1.3.2, por comparação entre os resultados numéricos e os registos experimentais, o modelo numérico que melhor se ajusta ao experimental possui um módulo de elasticidade próximo do adotado nesta modelação.

Desenvolveu-se o modelo analítico da viga sujeita a ondas de flexão pura, tendo-se utilizado, para este efeito, as expressões definidas na secção 4.1.2.1 do Capítulo 4 para elementos lineares simplesmente apoiados. Para a determinação dos parâmetros modais, recorreu-se ao modelo analítico da viga sujeita a vibrações por flexão em regime livre, sendo as frequências próprias de vibração e os respetivos modos de vibração estimados, respetivamente, pelas expressões (5.4) e (5.5).

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m'L^4}} \quad (5.4)$$

$$\phi_{Bn}(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (5.5)$$

No Quadro 5.3 apresentam-se, como resultado da aplicação das expressões anteriores, as quatro primeiras frequências naturais de vibração da viga na direção de maior rigidez, e a configuração dos respetivos modos de vibração, onde estão representadas as secções 1, 2 e 3.

Quadro 5.3 – Frequências e modos próprios de vibração da viga, determinados analiticamente

Modo	f (Hz)	Configuração do modo
1	18,95	
2	75,80	
3	170,55	
4	303,21	

Para estimar pelo método analítico o comportamento da viga submetida a um regime forçado idêntico ao dos ensaios experimentais, aplicou-se um modelo em que a excitação é gerada por uma força pontual impulsiva e a resposta é medida nas secções 1, 2 e 3, representadas na Figura 5.6. As respostas em aceleração são determinadas pela expressão (5.6), deduzida na secção 4.1.2.1.3 do Capítulo 4, sendo as funções de transferência entre duas secções da viga obtidas pelo quociente das respectivas respostas.

$$a_y(x) = -\frac{2\omega^2 F}{m'L} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{\phi_n(x) \cdot \phi_n(x_0)}{(\omega_n^2 - \omega^2)} \right] \quad (5.6)$$

Apresentam-se, na Figura 5.15 e na Figura 5.16, os resultados do modelo analítico em termos de funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 e entre as secções 1 e 3 da viga, quando esta é submetida a uma força pontual nos pontos 1, 2 e 3.

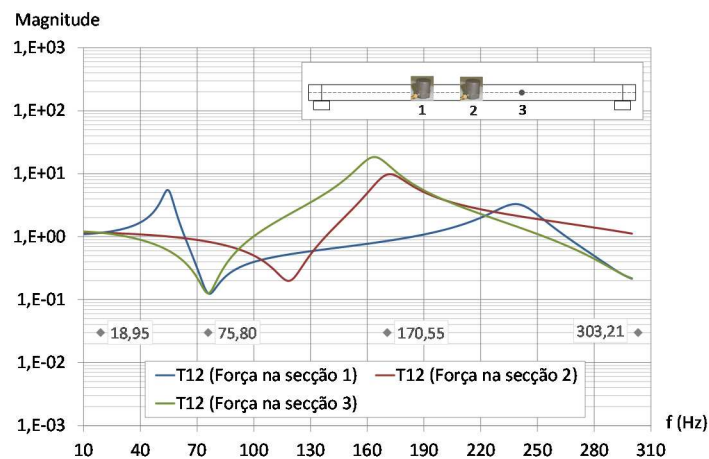


Figura 5.15 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga, obtidas analiticamente

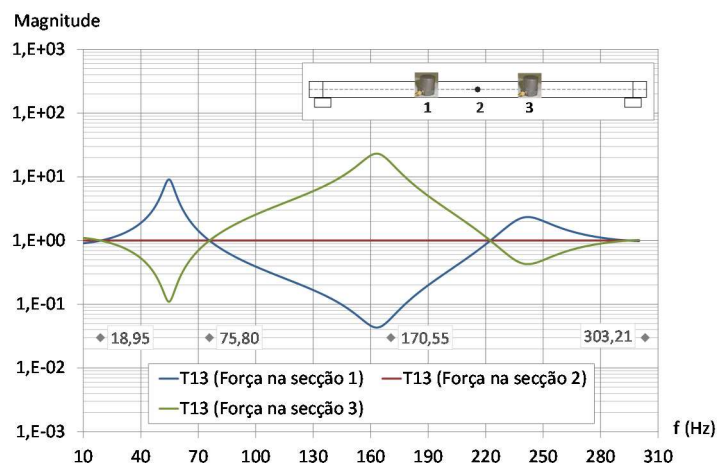


Figura 5.16 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da viga, obtidas analiticamente

Indicam-se também, na Figura 5.15 e na Figura 5.16, as frequências próprias de vibração da viga por flexão, as quais se localizam onde se verificam interseções entre as funções de transferência sempre que os pontos de resposta e de aplicação da força não correspondem a nodos dos modos de vibração. As funções de transferência entre as secções 1 e 2 apenas se intersectam na primeira frequência, o que se justifica pelo facto da secção 2 ser um nodo do segundo e quarto modos de vibração e pelo facto da secção 1 ser um nodo do terceiro modo de vibração, conforme pode confirmar-se pelo Quadro 5.3. Nas funções de transferência entre as secções 1 e 3, só não é possível identificar a terceira frequência de vibração, pois as secções 1 e 3 são nodos do modo de vibração correspondente.

5.1.3 Modelação pelo método dos elementos finitos

Nesta secção, foram desenvolvidos, por recurso ao programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192], modelos dinâmicos de elementos finitos, fiáveis na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz, de uma viga com características idênticas às da viga ensaiada em laboratório, representada na Figura 5.1.

Nos modelos numéricos desenvolvidos, a viga com comprimento total de 2,3 m foi discretizada em elementos finitos do tipo barra com secção transversal de 0,10 m por 0,12 m, conforme representado na Figura 5.17. Para simular um regime forçado idêntico ao dos ensaios experimentais, a vibração da viga foi gerada por uma força pontual impulsiva variável ao longo do tempo, aplicada nas mesmas secções que nos ensaios experimentais (secções 1, 2 e 3, representadas na Figura 5.6 e na Figura 5.17). As respostas numéricas da viga foram obtidas em termos de aceleração, no domínio do tempo, nas secções referidas para aplicação da força de excitação.

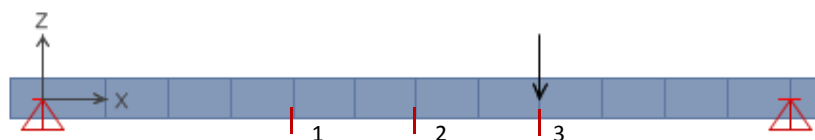


Figura 5.17 – Modelo numérico da viga

As respostas do elemento às excitações impostas foram obtidas por recurso a análises elásticas dinâmicas no domínio do tempo, tendo-se utilizado, para o efeito, o método de análise por sobreposição modal, o qual se baseia na integração das equações modais. Apesar de, neste

método, não existirem problemas de instabilidade numérica, o incremento no tempo dos registos das respostas, Δt , deve ser suficientemente pequeno de forma a possibilitar a identificação dos máximos da resposta. De acordo com o manual do programa *SAP2000 versão 15* [192], é recomendável que o incremento do tempo seja inferior a 1/10 do inverso da frequência máxima de análise, isto é, $\Delta t < 1/10 \times 1/f_{m\acute{a}x}$. Para a determinação numérica dos modos de vibração da estrutura, recorreu-se ao algoritmo dos vetores próprios, sendo estes determinados a partir do caso teórico de sistemas sem amortecimento e sem forças externas aplicadas.

Os resultados das respostas temporais obtidas dos modelos de elementos finitos foram tratados e convertidos para o domínio da frequência, para o que se recorreu ao algoritmo das transformadas de *Fourier*.

Nas secções seguintes efetuam-se análises comparativas entre: i) os modelos numéricos e o modelo analítico, com o objetivo de definir os cuidados a observar na modelação, pelo método dos elementos finitos, de estruturas submetidas a vibrações na gama das baixas frequências de modo a obter modelos com qualidade; e ii) os modelos numéricos e o modelo experimental, com o objetivo de ajustar os resultados do modelo de elementos finitos aos resultados experimentais.

5.1.3.1 Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo analítico

Com a finalidade de analisar a influência que parâmetros como a discretização da malha de elementos finitos, a modelação da força ou a discretização da resposta dinâmica exercem na qualidade e fiabilidade dos modelos de elementos finitos de uma estrutura sujeita a vibrações impostas na gama das baixas frequências, efetua-se, nesta secção, uma comparação entre as respostas numéricas obtidas dos modelos de elementos finitos da viga e as respostas analíticas da viga obtidas na secção 5.1.2.

Os modelos numéricos de viga desenvolvidos para este efeito apresentam as mesmas características do modelo analítico, ou seja, extremidades simplesmente apoiadas, um módulo de elasticidade, E , de 8 GPa e um coeficiente de amortecimento, ξ , de 5%.

Para analisar a influência que a discretização dos elementos lineares exerce na qualidade dos modelos numéricos de elementos finitos foram desenvolvidos quatro modelos de viga, variando entre estes as dimensões dos elementos finitos. Em todos os modelos, a malha de discretização foi escolhida de forma a fazer coincidir os graus de liberdade do modelo numérico com os graus de liberdade do modelo analítico, uma vez que as funções de transferência são muito sensíveis à

localização exata dos pontos de medição das resposta e do ponto de aplicação da excitação. Assim, os modelos em estudo, representados na Figura 5.18, correspondem a: i) modelo 1M: viga discretizada em 6 elementos de 0,383 m de comprimento; ii) modelo 2M: viga discretizada em 12 elementos de 0,192 m de comprimento; iii) modelo 3M: viga discretizada em 24 elementos de 0,0958 m de comprimento; e iv) modelo 4M: viga discretizada em 48 elementos de 0,0479 m de comprimento. Em todos os modelos, a força foi modelada com as características do impulso representado na Figura 5.24 b) e tanto a força como as respostas foram discretizadas em 2048 valores espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s.

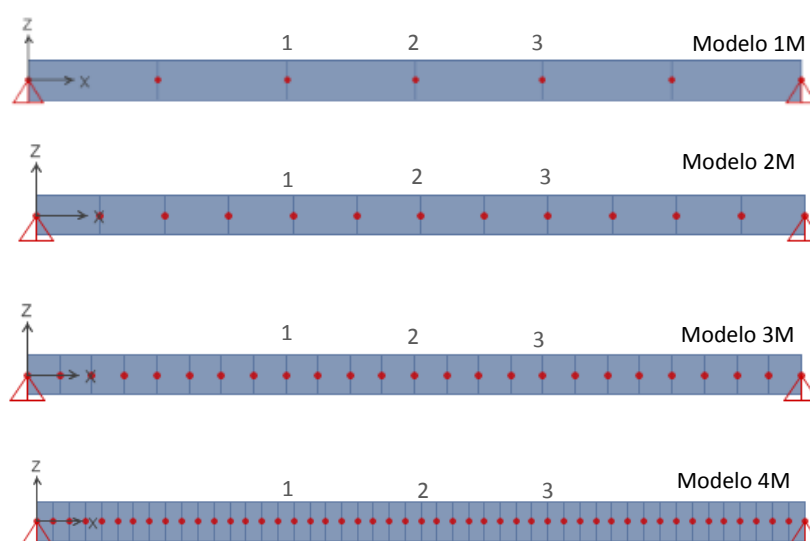


Figura 5.18 – Malhas de discretização dos modelos de elementos finitos da viga

A análise de sensibilidade à discretização dos elementos finitos é realizada por comparação gráfica das frequências numéricas com as frequências exatas obtidas analiticamente e por comparação gráfica das funções de transferência em aceleração, de acordo com os métodos descritos nas secções 4.3.1.1 e 4.3.2.1 do Capítulo 4.

No Quadro 5.4 listam-se as frequências próprias de vibração obtidas dos quatro modelos de elementos finitos e os valores exatos obtidos pelo modelo analítico, a partir dos quais foi elaborado o gráfico da Figura 5.19, onde as ordenadas correspondem às frequências numéricas e as abcissas às frequências analíticas. Na situação ideal de ajuste perfeito entre o modelo de elementos finitos e o modelo analítico, os pontos do gráfico estariam sobrepostos à reta de declive unitário, pelo que quanto mais próximos os pontos estão desta reta, mais ajustados são os modelos.

Quadro 5.4 – Frequências próprias de vibração da viga obtidas analiticamente e numericamente

Modo	Frequência analítica (Hz)	Frequências numéricas (Hz)			
		Modelo 1M	Modelo 2M	Modelo 3M	Modelo 4M
1	18,95	18,68	18,69	18,71	18,71
2	75,80	73,78	73,87	74,11	74,12
3	170,55	161,09	162,84	164,14	164,19
4	303,21	269,26	281,14	285,53	285,79

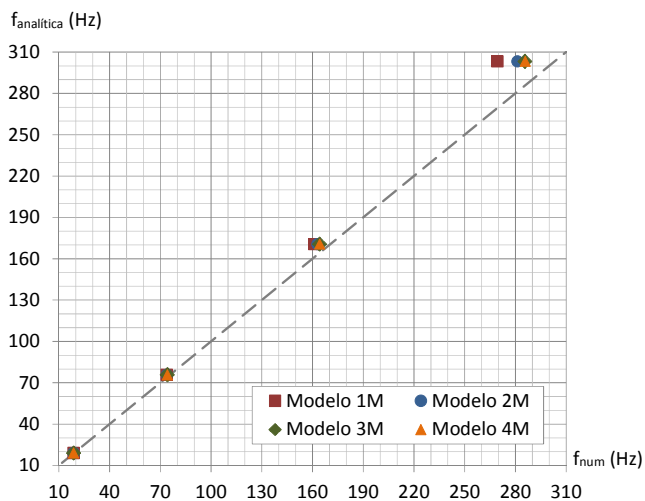


Figura 5.19 – Comparação entre as frequências próprias de vibração da viga obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M a 4M

Na Figura 5.20 apresenta-se, sob a forma gráfica, a quantificação do erro relativo entre os valores das frequências numéricas e analíticas listadas no Quadro 5.4.

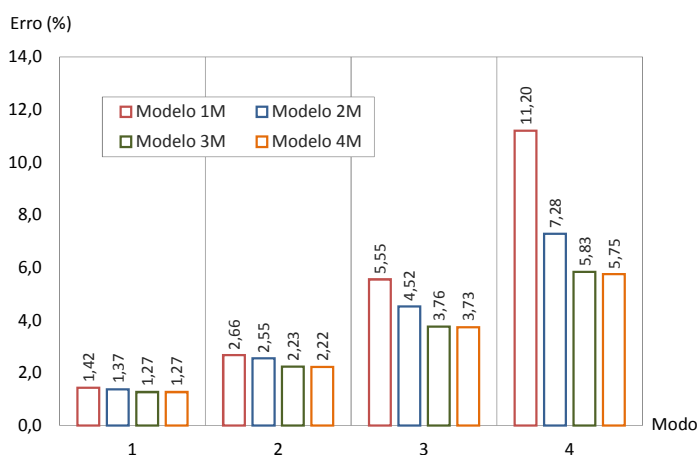


Figura 5.20 – Erros relativos entre os valores numéricos e analíticos das frequências de vibração da viga

Pela análise da Figura 5.19 e da Figura 5.20 conclui-se, como previsto, que quanto mais discretizado é o elemento, menores são os erros inerentes às estimativas das frequências naturais de vibração, e que o erro é superior nas frequências associadas aos modos mais elevados. Para estimar com qualidade as frequências associadas aos dois primeiros modos de vibração, é suficiente considerar elementos finitos de 0,383 m (modelo 1M); para estimar as frequências associadas aos modos mais elevados, é necessário discretizar mais a estrutura, não havendo, no entanto, qualquer vantagem em adotar elementos de dimensão inferior a 0,192 m (modelo 2M), pois os resultados obtidos dos modelos mais refinados são pouco mais exatos e requerem um esforço computacional muito superior.

Para realizar a análise comparativa em termos de funções de transferência, sobrepõem-se nos mesmos gráficos as funções extraídas dos modelos de elementos finitos, representados na Figura 5.18 (modelo 1M, 2M e 3M) e do modelo analítico desenvolvido na secção 5.1.2. Assim, na Figura 5.21, na Figura 5.22 e na Figura 5.23 apresentam-se as funções de transferência em aceleração da viga, respetivamente, entre as secções 1 e 2 com a força aplicada na secção 1, entre as secções 1 e 3 com a força aplicada na secção 1 e entre as secções 2 e 3 com a força aplicada na secção 2, assim como as frequências naturais de vibração obtidas analiticamente.

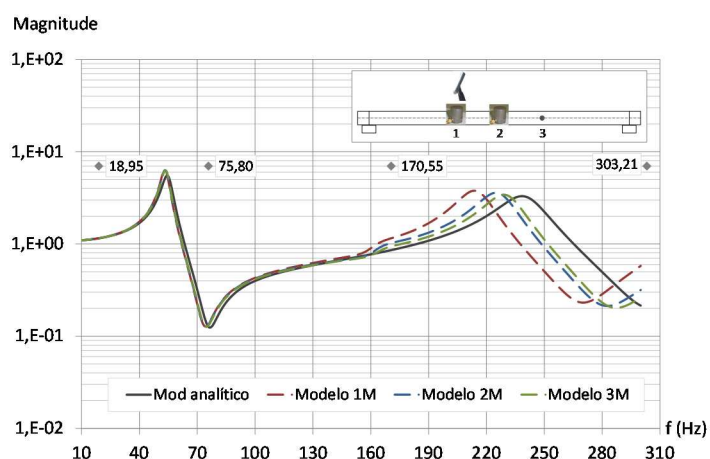


Figura 5.21 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga com excitação na secção 1, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M, 2M e 3M

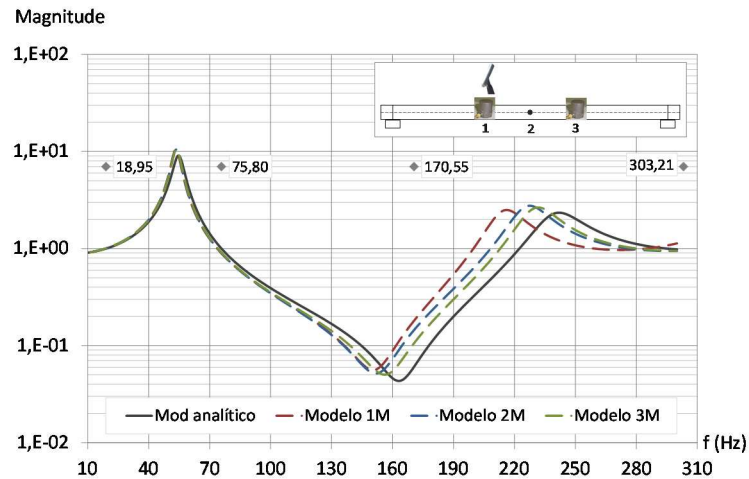


Figura 5.22 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da viga com excitação na secção 1, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M, 2M e 3M

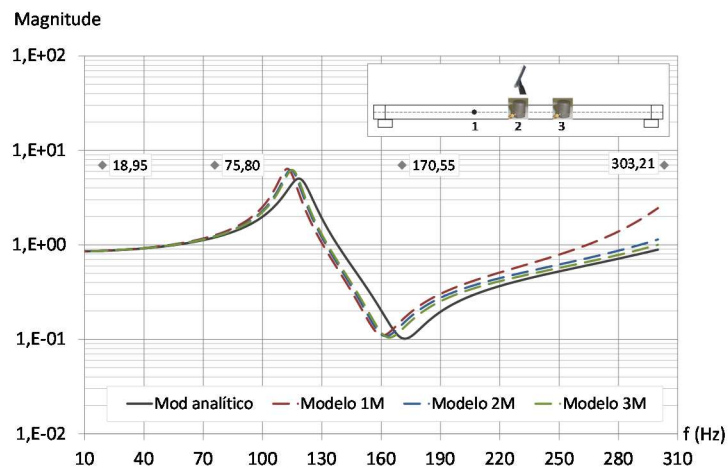


Figura 5.23 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 2, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M, 2M e 3M

Por comparação entre as funções de transferência numéricas e analíticas representadas nas figuras anteriores, conclui-se que: i) as funções de transferência obtidas dos modelos de elementos finitos têm um andamento semelhante ao das funções analíticas; ii) até à frequência máxima de, aproximadamente, 140 Hz, os três modelos de elementos finitos ajustam-se igualmente bem ao modelo analítico, pelo que, para analisar vibrações nesta gama de frequências, é suficiente discretizar a estrutura em elementos finitos de 0,383m de comprimento; iii) para frequências superiores a 140 Hz, as funções de transferência obtidas dos modelos 2M e 3M são semelhantes e ajustam-se bem ao modelo analítico, pelo que a discretização adotada no modelo

2M (0,192 m) é adequada para a obtenção de resultados com qualidade até à gama de frequência de 300 Hz.

Na secção 4.2.3 do Capítulo 4 foi referida a validade de utilização do limite de aplicação da teoria das ondas de flexão pura à estimativa da dimensão dos elementos finitos, isto é, $L_{elem\ finitos} \leq \lambda_B/6$, sendo λ_B o comprimento de onda de flexão definido na expressão 4.45 do Capítulo 4. Por aplicação desta condição à viga em análise, obtém-se um valor de 0,19 m para a dimensão máxima que os elementos finitos devem possuir para analisar vibrações com frequências máximas de 300 Hz, o que está de acordo com a análise de sensibilidade realizada, de onde se considerou adequado adotar elementos finitos com dimensão máxima de 0,192 m.

Outro aspeto a analisar nesta secção prende-se com a modelação da força de excitação a adotar nos modelos numéricos, de modo a simular com fiabilidade uma força com as características da aplicada nos ensaios experimentais e utilizada anteriormente na modelação analítica. Trata-se de uma força pontual variável no tempo com características impulsivas. Para este efeito, foram desenvolvidos vários modelos de elementos finitos, sendo, em cada um deles, a força modelada com uma forma e discretização distinta: i) modelos 1F, 2F, 3F: Força modelada com a forma do impulso da Figura 5.24 a) e discretizada, por segundo, em, respetivamente, 512 pontos ($\Delta t = 1,953 \times 10^{-3}$ s), 1024 pontos ($\Delta t = 9,766 \times 10^{-4}$ s) e 2048 pontos ($\Delta t = 4,883 \times 10^{-4}$ s); ii) modelos 4F, 5F e 6F: Força modelada com a forma do impulso da Figura 5.24 b) e discretizada por segundo em, respetivamente, 1024 pontos ($\Delta t = 9,766 \times 10^{-4}$ s), 2048 pontos ($\Delta t = 4,883 \times 10^{-4}$ s) e 4096 pontos ($\Delta t = 2,441 \times 10^{-4}$ s). Em todos os modelos foi adotada uma malha de elementos finitos de barra com 0,192 m de comprimento, o que corresponde ao modelo 2M descrito anteriormente, e, à exceção do modelo 6F, no qual a resposta foi discretizada em 4096 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $2,441 \times 10^{-4}$ s, foi adotada uma discretização da resposta em 2048 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s.

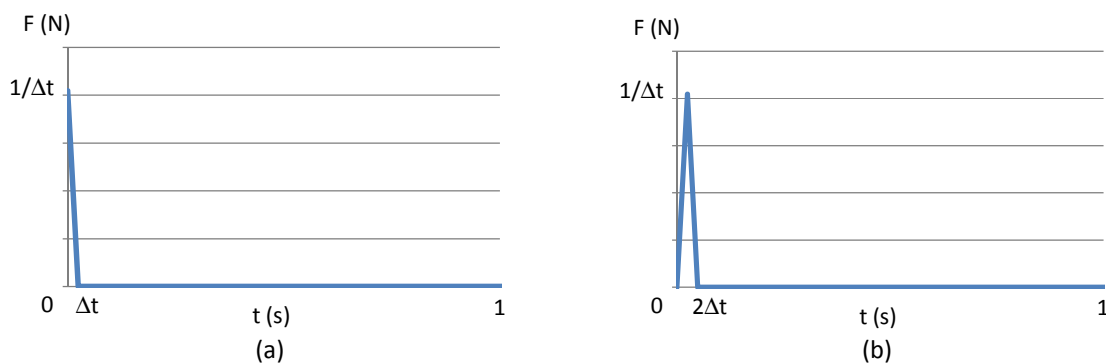


Figura 5.24 – Modelos de discretização da força de excitação

Tendo em conta que a excitação impulsiva considerada na modelação analítica reproduz com qualidade a força aplicada nos ensaios experimentais, a análise de sensibilidade à modelação da força é realizada por comparação gráfica das funções de transferência em aceleração, entre duas secções, obtidas analítica e numericamente pelos modelos 1F a 6F. Na Figura 5.25, na Figura 5.26 e na Figura 5.27 faz-se a sobreposição das funções de transferência, respetivamente, entre as secções 1 e 3 com força aplicada na secção 1, e entre as secções 1 e 2 e as secções 2 e 3 com a força aplicada na secção 2, concluindo-se que os modelos em que a força tem as características do impulso da Figura 5.24 b) (modelos 4F, 5F e 6F) são os que melhor se ajustam ao modelo analítico. Consta-se ainda que, com a discretização da força em 1024 pontos por segundo (modelo 4F), obtém-se a mesma qualidade dos resultados que com uma discretização em intervalos menores (modelos 5F e 6F).

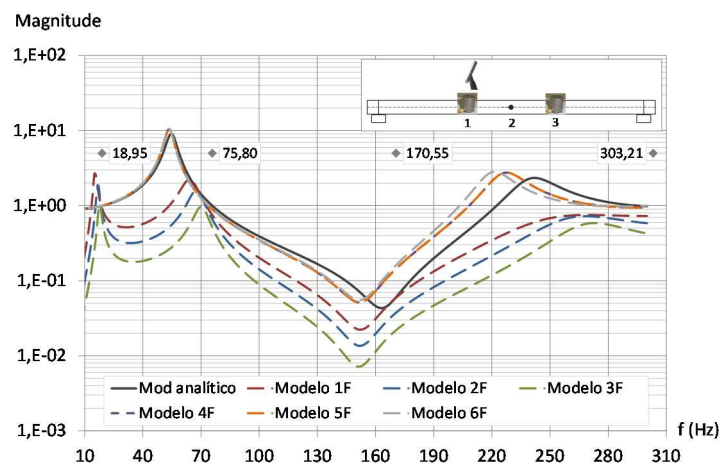


Figura 5.25 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da viga com excitação na secção 1, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1F a 6F

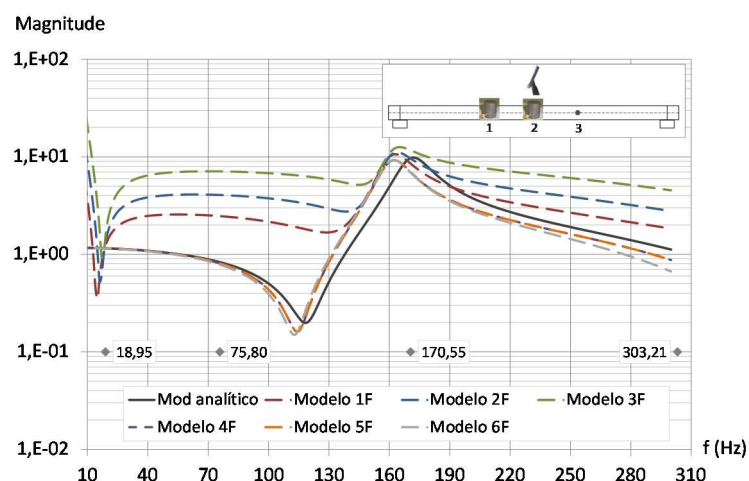


Figura 5.26 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga com excitação na secção 2, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1F a 6F

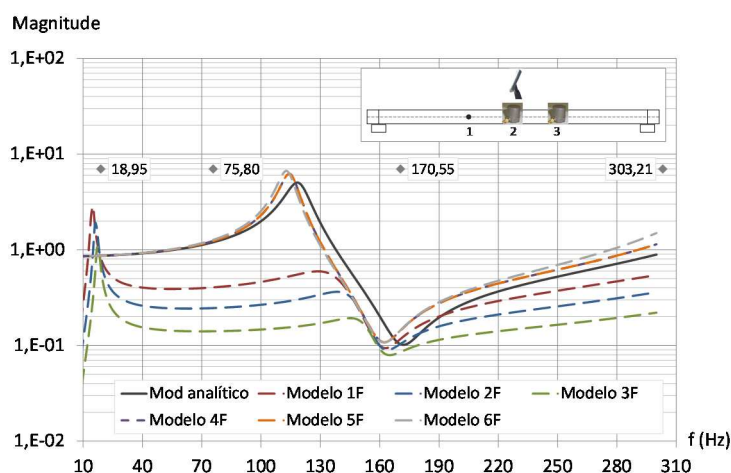


Figura 5.27 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 2, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1F a 6F

A discretização da resposta nos modelos de elementos finitos constitui outro aspeto importante na qualidade dos resultados obtidos para que a amostra seja representativa do sinal contínuo. Assim, realizou-se uma análise de sensibilidade fazendo variar este parâmetro entre os vários modelos desenvolvidos: i) modelo 1R: Resposta discretizada em 512 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $1,953 \times 10^{-3}$ s; ii) modelo 2R: Resposta discretizada em 1024 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $9,766 \times 10^{-4}$ s; iii) modelo 3R: Resposta discretizada em 2048 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s; e iv) modelo 4R: Resposta discretizada em 4096 pontos espaçados no tempo de um intervalo de amostragem, Δt , de $2,441 \times 10^{-4}$ s.

Em todos os modelos, foi adotada uma malha de elementos finitos de barra com 0,192 m de comprimento, que corresponde ao modelo 2M descrito anteriormente. A força foi modelada com a configuração do impulso representado na Figura 5.24 b) e discretizada em intervalos de amostragem, Δt , idênticos ao da discretização da resposta.

A análise de sensibilidade à amostragem da resposta da viga foi realizada por comparação gráfica das funções de transferência em aceleração entre duas secções da viga, obtidas numericamente pelos modelos 1R a 4R, com as funções exatas, obtidas pelo método analítico. Na Figura 5.28, na Figura 5.29 e na Figura 5.30 apresenta-se a sobreposição das funções de transferência obtidas analiticamente, na secção 5.1.2, e numericamente pelos modelos 1F a 6F, respetivamente, entre as secções 1 e 2 com força aplicada na secção 1, e entre as secções 2 e 3 com força aplicada na secção 1 e na secção 2.

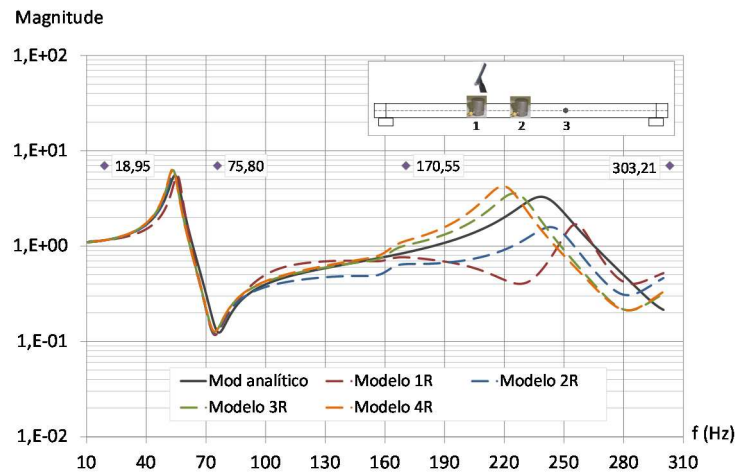


Figura 5.28 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga com excitação na secção 1, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1R a 4R

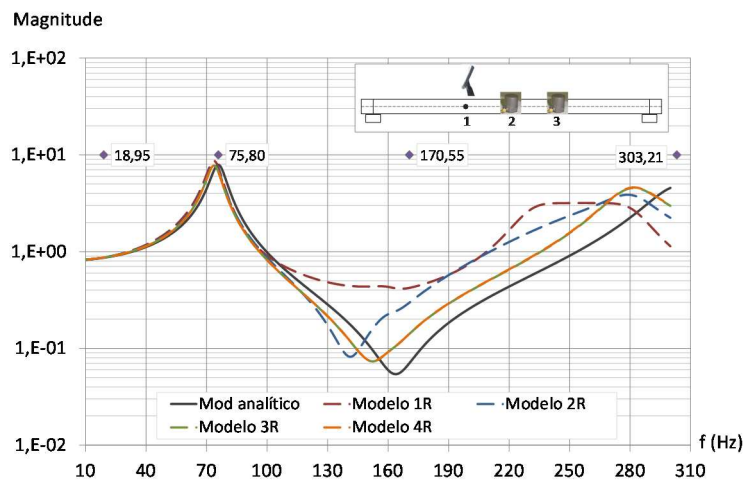


Figura 5.29 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 1, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1R a 4R

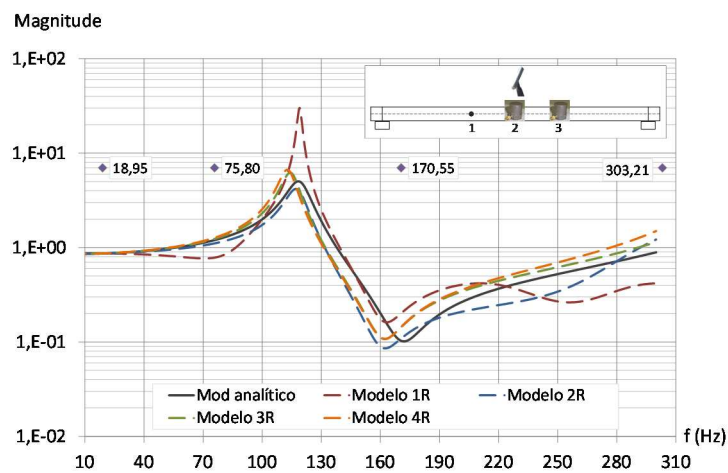


Figura 5.30 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 2, obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1R a 4R

Fazendo uma análise comparativa entre as funções de transferência dos gráficos anteriores, constata-se que as respostas numéricas obtidas dos modelos com a discretização da resposta em intervalos de $4,883 \times 10^{-4}$ s (Modelo 3R) e de $2,441 \times 10^{-4}$ s (Modelo 4R) são muito aproximadas e são as que melhor se ajustam às funções de transferência analíticas. Assim, e de forma a evitar esforço computacional desnecessário, considera-se como melhor opção discretizar a resposta em 2048 pontos por segundo ($\Delta t = 4,883 \times 10^{-4}$ s).

5.1.3.2 Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo experimental

Nesta secção efetua-se o ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental, apresentado na secção 5.1.1, em termos de valores das frequências naturais de vibração e das funções de transferência em aceleração. O modelo de elementos finitos é melhorado pela introdução de modificações nas propriedades mecânicas e dinâmicas do material, como sejam o módulo de elasticidade e o coeficiente de amortecimento, e nas condições de fronteira da viga, de modo a minimizar as diferenças entre a resposta numérica e a resposta experimental.

Os modelos numéricos de viga desenvolvidos para este efeito apresentam as dimensões representadas na Figura 5.1, variando entre eles as condições de apoio, o módulo de elasticidade e o coeficiente de amortecimento. Assim, os modelos em estudo correspondem a: i) Modelo 1: extremidades simplesmente apoiadas, módulo de elasticidade, E , de 9,5 GPa e coeficiente de amortecimento, ξ , de 5%; ii) Modelo 2: extremidades simplesmente apoiadas, módulo de elasticidade, E , de 9,0 GPa e coeficiente de amortecimento, ξ , de 5%; iii) Modelo 3: extremidades apoiadas com uma mola de rigidez à rotação, K_m , de 20 kNm/rad, módulo de elasticidade, E , de 8,5 GPa e coeficiente de amortecimento, ξ , de 5%; iv) Modelos 4 e 5: extremidades apoiadas com uma mola de rigidez à rotação, K_m , de 30 kNm/rad, módulo de elasticidade, E , de 8,0 GPa e coeficiente de amortecimento, ξ , respetivamente, de 5% e de 4%.

Nos modelos de elementos finitos em análise adotaram-se as recomendações da secção anterior, de modo a obter resultados com qualidade. Assim, a viga foi discretizada em elementos finitos de 0,192 m de comprimento, a resposta no domínio do tempo foi discretizada em intervalos de amostragem de $4,883 \times 10^{-4}$ s e a força de excitação foi modelada com a configuração da Figura 5.24 b) e discretizada em intervalos no tempo idênticos aos adotados para a resposta.

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental é realizado por comparação gráfica das frequências numéricas com as frequências obtidas experimentalmente, de acordo com o método descrito na secção 4.3.1.1 do Capítulo 4, e por comparação gráfica e estatística das

funções de transferência em aceleração obtidas numericamente com as mesmas funções obtidas experimentalmente pelos métodos descritos na secção 4.3.2 do Capítulo 4.

Para permitir a comparação em termos de frequências naturais de vibração, listam-se no Quadro 5.5 os valores obtidos experimental e numericamente através dos modelos de elementos finitos descritos anteriormente.

Quadro 5.5 – Frequências próprias de vibração da viga obtidas experimental e numericamente

Modo	Frequência experimental (Hz)	Frequências numéricas (Hz)			
		Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4 e 5
1	20,50	20,37	19,82	20,62	20,71
2	77,00	80,50	78,36	77,52	75,96
3	168,00	177,45	172,72	169,20	164,89
4	289,00	306,36	298,19	291,09	283,12

Na Figura 5.31 apresenta-se graficamente a relação entre os valores das frequências experimentais e numéricas listadas no Quadro 5.5. Na Figura 5.32 representa-se graficamente a quantificação dos erros relativos entre as duas grandezas.

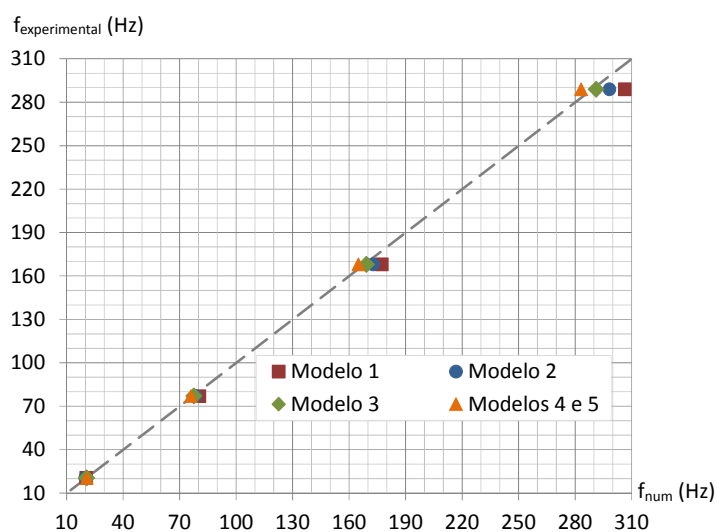


Figura 5.31 – Comparação entre as frequências próprias de vibração da viga obtidas experimental e numericamente

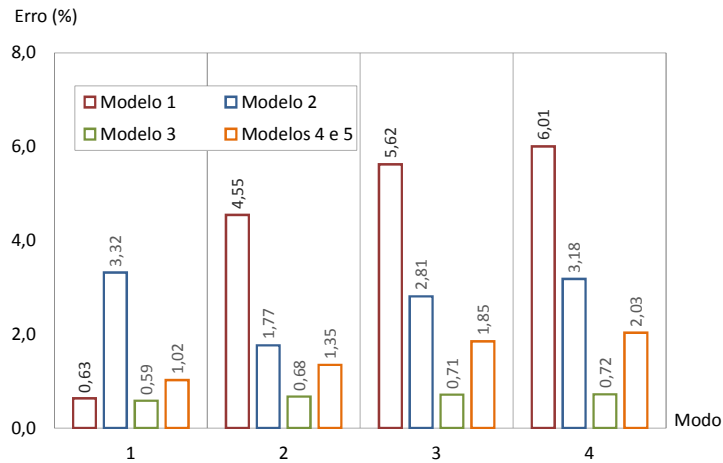


Figura 5.32 – Erros relativos entre os valores numéricos e os valores experimentais das frequências próprias de vibração da viga

Por análise dos gráficos da Figura 5.31 e da Figura 5.32 verifica-se que, em termos de frequências naturais de vibração, o modelo numérico da viga que melhor se ajusta ao modelo experimental é o que tem extremidades apoiadas com uma mola de rigidez à rotação, K_m , de 20 kNm/rad e módulo de elasticidade, E , de 8,5 GPa (Modelo 3). Neste modelo, os erros relativos dos valores das frequências naturais de vibração são inferiores a 1%, o que corresponde a um ajustamento aos valores experimentais com bastante qualidade.

Para analisar o efeito que o valor do coeficiente de amortecimento exerce na resposta da viga a uma vibração imposta, faz-se uma comparação dos modelos 4 e 5 com o modelo experimental, em termos de funções de transferência em aceleração. Estes modelos, conforme descrito anteriormente, possuem as mesmas características, variando entre eles apenas o valor do coeficiente de amortecimento, que toma um valor de 5% no modelo 4, e de 4% no modelo 5. Na Figura 5.33 e na Figura 5.34 apresentam-se graficamente as funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3, com a força aplicada na secção 1, T_{23}^1 , e entre as secções 1 e 2, com a força aplicada na secção 2, T_{12}^2 , e indicam-se também as frequências naturais de vibração obtidas experimentalmente.

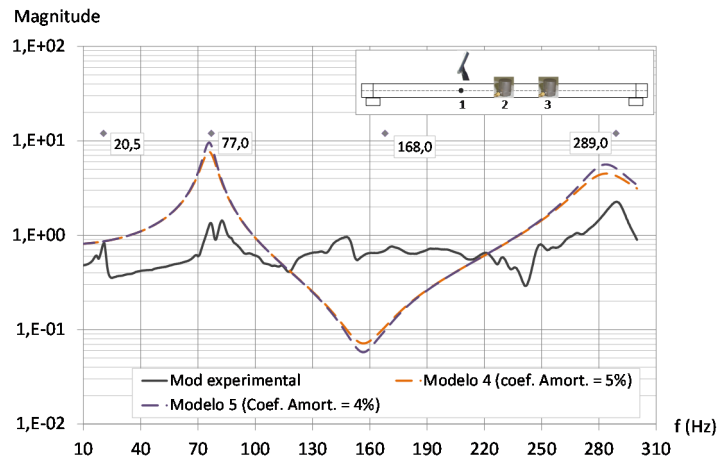


Figura 5.33 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 1, obtidas experimentalmente e numericamente pelos modelos 4 e 5

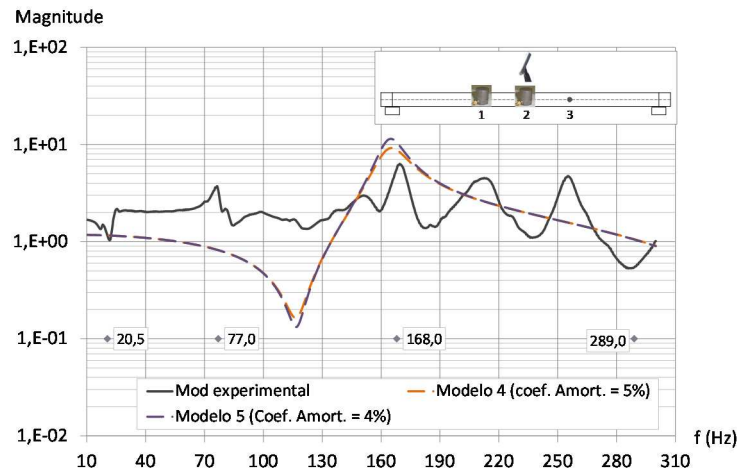


Figura 5.34 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga com excitação na secção 2, obtidas experimentalmente e numericamente pelos modelos 4 e 5

Pela análise dos gráficos da Figura 5.33 e da Figura 5.34 verifica-se, como seria de esperar, que o coeficiente de amortecimento apenas afeta as funções de transferência nas frequências próximas das ressonâncias e das antirressonâncias da viga e que, apesar das diferenças na resposta dos dois modelos não serem significativas, o modelo com coeficiente de amortecimento de 5% ajusta-se melhor ao modelo experimental. Para além da comparação gráfica, foi feita uma comparação estatística das funções anteriores por grau de liberdade, utilizando-se, para o efeito, o critério FRAC, definido na secção 4.3.2.2 do Capítulo 4. Este critério avalia o ajuste dos modelos numéricos aos modelos experimentais em todo o intervalo de frequências através de um coeficiente que toma valores entre zero e um, correspondendo o valor unitário a uma correlação perfeita entre

modelos e os próximos de zero a uma fraca correlação entre os mesmos. É de referir que o facto de se tratar de um único valor que engloba a resposta em todo o intervalo de frequências torna pouco espectável a obtenção de valores elevados, pois as discrepâncias existentes, mesmo ocorrendo num número reduzido de frequências, afetam significativamente o valor do coeficiente global. Os coeficientes FRAC determinados para as funções de transferência em análise, indicados no Quadro 5.6, são ligeiramente superiores no modelo 4, o que confirma que o valor mais adequado para o coeficiente de amortecimento é o de 5%.

Quadro 5.6 – Critério FRAC dos modelos 4 e 5 da viga

Função de transferência	Coeficiente FRAC	
	Modelo 4	Modelo 5
T23 ¹	0,67	0,65
T12 ²	0,63	0,59

Analisado o efeito do coeficiente de amortecimento na resposta da estrutura, procede-se à comparação entre o modelo experimental e os modelos de elementos finitos (Modelos 1, 3 e 4) em termos de funções de transferência. Entre estes modelos fez-se variar o valor do módulo de elasticidade do material e as condições de apoio da viga. Na Figura 5.35 e na Figura 5.36 apresentam-se graficamente as funções de transferência em aceleração obtidas experimental e numericamente, respetivamente, entre as secções 2 e 3, com a força aplicada na secção 1, T23¹, e entre as secções 1 e 2, com a força aplicada na secção 2, T12², assim como os valores das frequências naturais de vibração obtidos experimentalmente.

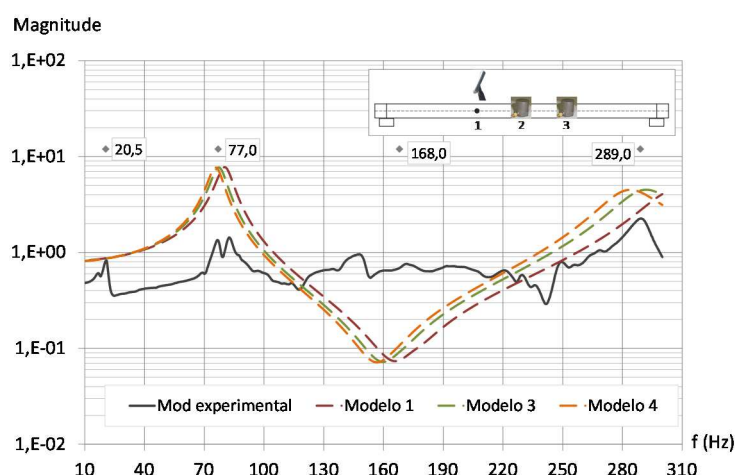


Figura 5.35 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da viga com excitação na secção 1, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 1, 3 e 4

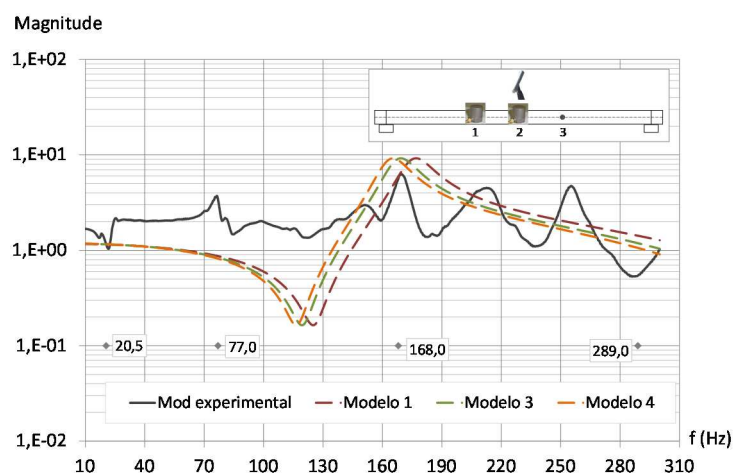


Figura 5.36 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da viga com excitação na secção 2, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 1, 3 e 4

Pela análise das funções de transferência representadas nas figuras anteriores, verifica-se que o andamento das funções numéricas se aproxima às funções determinadas experimentalmente, sendo, no entanto, difícil, por simples comparação gráfica, concluir qual a função mais ajustada. Para facilitar a avaliação do ajuste dos modelos numéricos ao modelo experimental, foi realizada uma comparação estatística das funções representadas na Figura 5.35 e na Figura 5.36, utilizando dois critérios distintos, definidos na secção 4.3.2.2. do Capítulo 4: critério FRAC, que avalia o ajuste por grau de liberdade em todo o intervalo de frequências; e critério FDAC, que avalia o ajuste por frequência, mas envolvendo todas as funções de transferência com o mesmo ponto de aplicação da excitação. Ambos os coeficientes tomam valores entre zero e um, consoante a correlação é fraca ou boa. No Quadro 5.7 apresentam-se os coeficientes FRAC determinados para as funções de transferência em análise, de onde se conclui que, apesar da ordem de grandeza dos valores ser aproximada, o modelo que menos se ajusta ao experimental é o modelo 1, apresentando os modelos 3 e 4 um ajuste idêntico.

Quadro 5.7 – Coeficientes FRAC dos modelos 1, 3 e 4

Função de transferência	Coeficiente FRAC		
	Modelo 1	Modelo 3	Modelo 4
T23 ¹	0,56	0,66	0,67
T12 ²	0,57	0,64	0,63

Na Figura 5.37 a) e b) representam-se graficamente os coeficientes FDAC correspondentes às funções de transferência com excitação, respetivamente, na secção 1 e na secção 2, para todas as frequências de análise. Pela observação dos mesmos, verifica-se que, ao longo da gama de frequências em análise, o modelo que apresenta coeficientes FDAC mais elevados nem sempre é o mesmo. No entanto, fazendo uma análise global, considera-se que os modelos 3 e 4 são os que melhor se correlacionam com o modelo experimental, pois são os que apresentam valores do coeficiente FDAC mais elevados, num maior número de frequências.

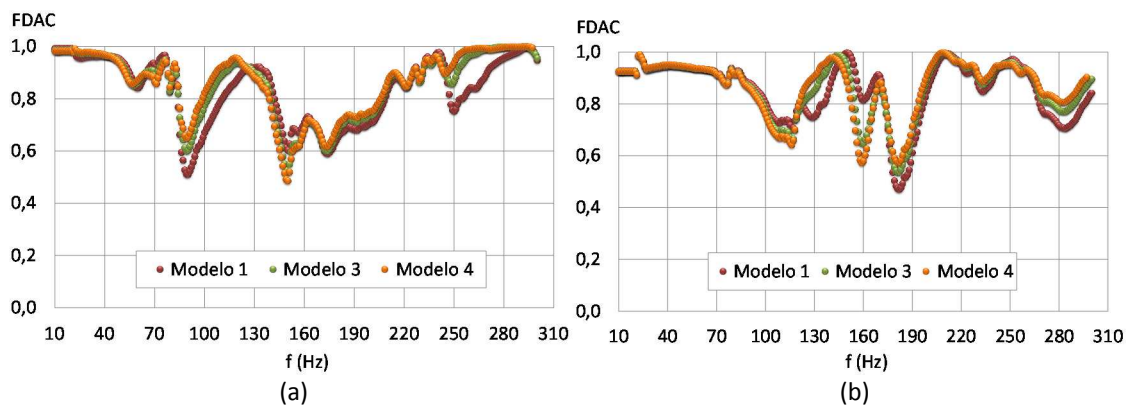


Figura 5.37 – Coeficientes FDAC das funções de transferência dos modelos 1, 3 e 4 (a) com excitação aplicada na secção 1 (b) com excitação aplicada na secção 2

Tendo em consideração o ajuste dos modelos numéricos em termos de frequências naturais de vibração e de funções de transferência em aceleração, verificou-se que o modelo de elementos finitos que melhor se ajusta ao modelo experimental da viga ensaiada em laboratório é o modelo com extremidades apoiadas e molas de rotação com uma rigidez de 20 kNm/rad módulo de elasticidade de 8,5 GPa e coeficiente de amortecimento de 5% (modelo 3). Apesar disso, o modelo 4, cujas características diferem pouco do anterior, apresenta um ajuste idêntico ao modelo 3 em termos de análise de funções de transferência.

5.2 Elementos de laje

Nesta secção analisa-se uma laje de piso de um edifício, com o objetivo de identificar as dificuldades e os cuidados a ter na modelação deste tipo de elementos sujeitos a vibrações na gama das baixas frequências.

O elemento analisado pertence à última laje do edifício em construção apresentado na Figura 5.38. Trata-se de uma laje vigada de betão armado maciça com 0,19 m de espessura e dimensões em planta de 6,1 m por 11,25 m, com dois bordos de extremidade simplesmente apoiados e os outros dois com continuidade.



Figura 5.38 – Vista geral do edifício e pormenor da laje ensaiada experimentalmente

Foram desenvolvidos modelos dinâmicos da laje por recurso ao método analítico e ao método dos elementos finitos, cujos resultados foram validados por comparação com os registos de ensaios de vibração realizados *in situ*.

5.2.1 Ensaios experimentais

Com o objetivo de analisar o comportamento da laje à vibração na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz, foram realizados ensaios para avaliar a resistência à compressão do betão da laje e ensaios de vibração forçada.

5.2.1.1 Ensaios de avaliação da resistência à compressão do betão

Para confirmar a classe de resistência à compressão definida em projeto para o betão constituinte da estrutura, realizou-se uma campanha de ensaios esclerométricos em vários elementos estruturais, nomeadamente pilares e lajes. Utilizou-se, para o efeito, um esclerómetro do tipo Digi Schmidt 2000, ilustrado na Figura 5.39, o qual estima automaticamente a resistência à compressão do betão a partir da medição da dureza da sua camada superficial.



Figura 5.39 – Ensaio esclerométrico para avaliar a resistência à compressão do betão

Os ensaios esclerométricos realizados, cujos resultados se apresentam no Quadro 5.8, permitiram avaliar o valor característico da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos normalizados, $f_{ck, cilindro}$, em 26 MPa. Este valor confirma a utilização *in situ* do betão previsto no projeto, o qual estava definido como sendo da classe de resistência C25/30.

Quadro 5.8 – Resultados dos ensaios esclerométricos realizados na estrutura do edifício

Tipo de elemento ensaiado	Índice esclerométrico			$f_{ck, cilindro}$ (MPa)
	Min / máx	Médio	Desvio padrão	
Laje	32 / 40	35	2,2	27,5
	27 / 40	33,5	3,4	25,0
	22 / 43	32	5,6	23,0
	30 / 39	36	2,5	28,5
Pilar	33 / 37	36	1,3	28,5
	29 / 39	33,5	2,9	25,0
	32 / 36	34,5	1,5	26,4

As características elásticas do material constituinte da laje foram estimadas a partir das relações empíricas definidas na atual regulamentação. De acordo com o Eurocódigo 2 [209], o valor do módulo de elasticidade secante, E_{cm} , definido para níveis de tensão da ordem de 0,4 do valor da tensão média de rotura, f_{cm} , é obtido pela expressão (5.7).

$$E_{cm} = 22[f_{cm}/10]^{0,3} \quad (5.7)$$

Segundo o Regulamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado (REBAP) [210], para tensões da ordem de $0,1 f_{cm}$, deverá adotar-se um módulo de elasticidade tangente 10% superior ao módulo secante. Para a laje em análise, o valor da tensão média de rotura, f_{cm} , é 34 MPa, pelo que, por aplicação das relações anteriores, o módulo de elasticidade secante, E_{cm} , é estimado em 31,8 GPa e o módulo de elasticidade tangente, E_t , em 34 GPa.

5.2.1.2 Ensaio de vibração forçada

O equipamento e a metodologia adotada nos ensaios de vibração forçada realizados na laje do edifício são idênticos aos descritos na secção 5.1.1.2 para a viga. Assim, as respostas à vibração provocada pelo impacto de um martelo foram medidas em simultâneo em dois pontos, tendo-se, para o efeito, selecionado as secções numeradas na Figura 5.40, as quais correspondem ao ponto de meio vão da laje (secção 2) e aos pontos localizados a um terço do comprimento das diagonais da laje medidos a partir dos pilares de canto (pontos 1 e 3).

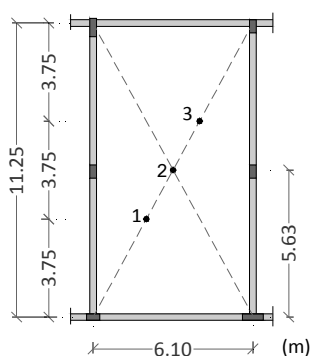


Figura 5.40 – Características da laje ensaiada e representação dos pontos de medição

Conforme representado no Quadro 5.9, foram realizados, no total, nove ensaios de vibração forçada na laje, variando entre eles a aplicação da força entre as secções 1, 2 e 3 e o registo das respostas entre as mesmas secções. As características das séries temporais registadas, assim como os filtros aplicados e o processo de tratamento dos resultados, são iguais aos definidos para os ensaios das vigas.

Quadro 5.9 – Ensaio de vibração da laje

Ensaio	Secções consideradas		
	Aplicação da força	Medição da Resposta	
1	1	1	2
2	2	1	2
3	3	1	2
4	1	1	3
5	2	1	3
6	3	1	3
7	1	2	3
8	2	2	3
9	3	2	3

Na Figura 5.41 apresentam-se, a título de exemplo, os registos dos ensaios 2, 4, 5 e 9 em termos da raiz do valor quadrático médio da aceleração (RMS).

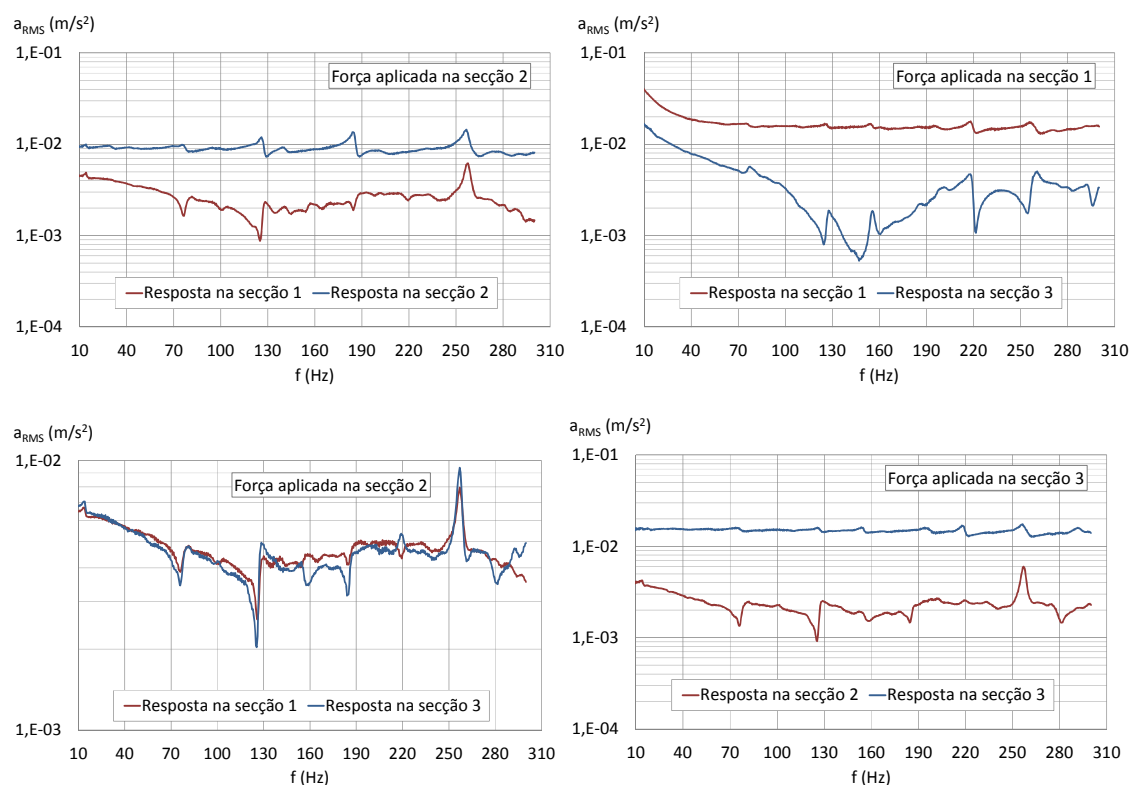


Figura 5.41 – Registos das respostas dos ensaios de vibração da laje

Não é possível identificar as frequências próprias de vibração da laje a partir da análise dos registos experimentais, o que se deve ao facto das frequências próprias de vibração serem muito próximas e do equipamento de ensaio não ter precisão suficiente. Assim, o melhoramento do modelo numérico será realizado com recurso apenas a métodos de ajuste baseados nas funções de

transferência. Apresentam-se, na Figura 5.42, as funções de transferência em aceleração obtidas a partir do tratamento dos registos dos ensaios da laje referidos no Quadro 5.9.

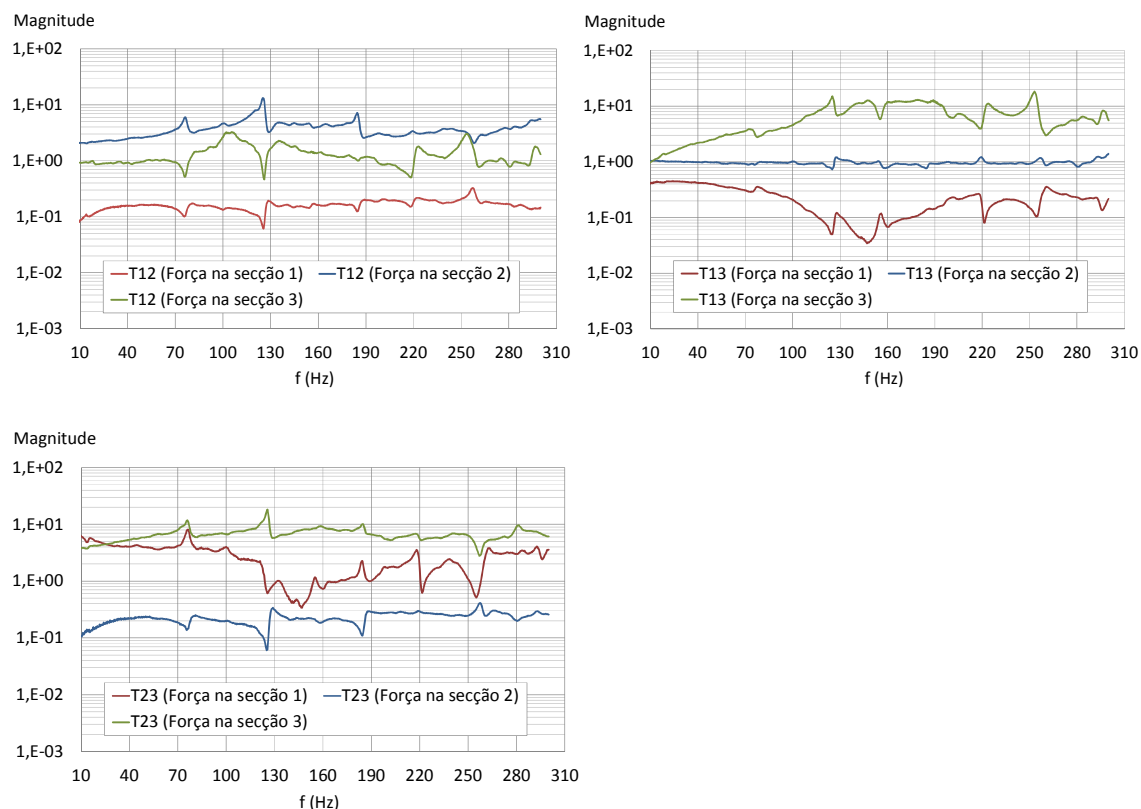


Figura 5.42 – Funções de transferência em aceleração entre secções da laje, obtidas experimentalmente

5.2.2 Modelação pelo método analítico

Nesta secção aplica-se o método analítico para avaliar, na gama de frequências de 10 Hz a 250 Hz, a transmissão de vibração por flexão numa laje com as mesmas dimensões da laje ensaiada experimentalmente e representada na Figura 5.40.

As condições de fronteira da laje são do tipo simplesmente apoiado. O módulo de elasticidade adotado é de 34 GPa e o coeficiente de amortecimento é de 5%.

Desenvolveu-se o modelo analítico de uma laje com condições de apoio do tipo SSSS sujeita a ondas de flexão pura, tendo-se utilizado, para este efeito, as expressões definidas na secção 4.1.2.2 do Capítulo 4.

As frequências próprias de vibração à flexão e a configuração dos respetivos modos de vibração são determinados pelas expressões (5.8) e (5.9), as quais resultam da equação do movimento de

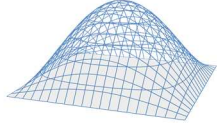
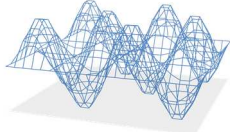
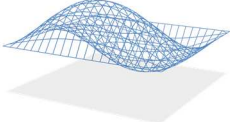
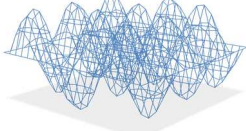
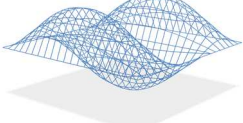
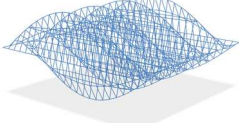
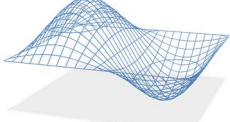


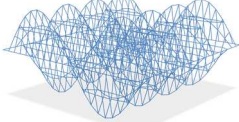
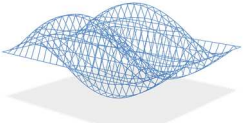
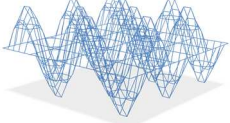
uma laje retangular homogénea com os contornos simplesmente apoiados em regime livre, conforme descrito na secção 4.1.2.2.1 do Capítulo 4.

$$\omega_{mn}(y, z) = \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[\left(\frac{m\pi}{L_y} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_z} \right)^2 \right]} \quad (5.8)$$

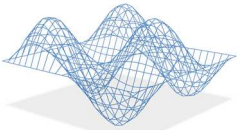
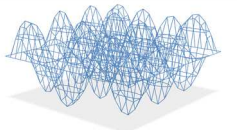
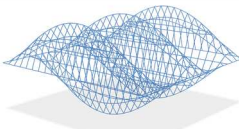
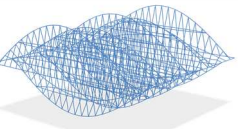
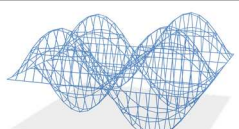
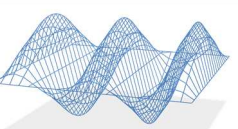
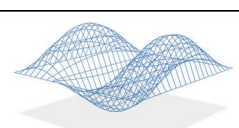
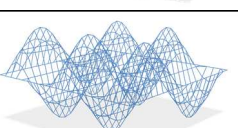
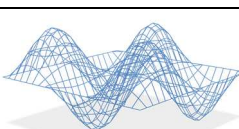
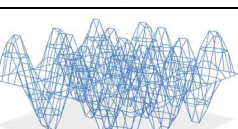
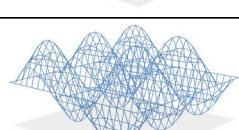
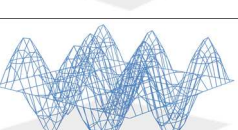
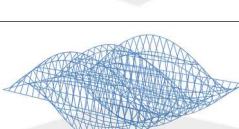
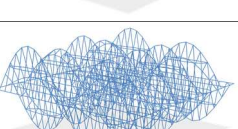
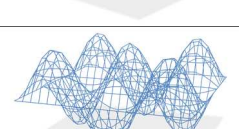

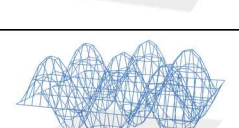

$$\phi_{Bmn}(y, z) = A_{mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) \quad (5.9)$$

No Quadro 5.10 apresenta-se a configuração dos modos de vibração da laje e as correspondentes frequências naturais de vibração resultantes da aplicação do método analítico, onde se consideraram as dimensões $L_y = 6,1$ m e $L_z = 11,25$ m, respetivamente, nas direções y e z .

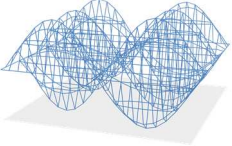
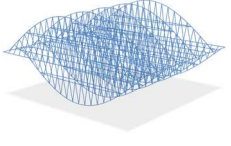
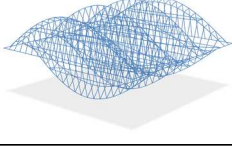
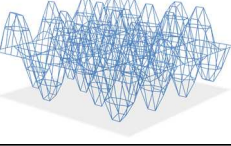
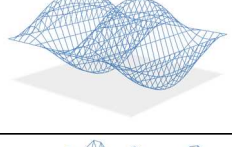
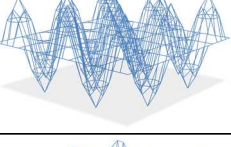
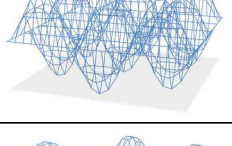
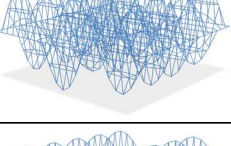
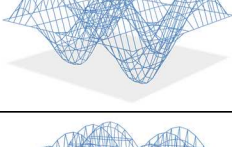
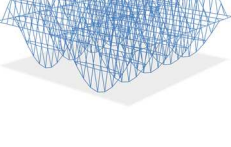

Quadro 5.10 (a) – Frequências naturais de vibração da laje determinadas analiticamente

Modo (y,z)	f _(y,z) (Hz)	Configuração do modo	Modo (y,z)	f _(y,z) (Hz)	Configuração do modo
(1,1)	11,61		(4,3)	167,35	
(1,2)	19,53		(3,6)	175,77	
(1,3)	32,72		(1,8)	177,86	
(2,1)	38,54		(4,4)	185,82	
(2,2)	46,46		(2,8)	204,78	
(1,4)	51,20		(4,5)	209,57	

Quadro 5.10 (b) – Frequências naturais de vibração da laje determinadas analiticamente

Modo (y,z)	$f_{(y,z)}$ (Hz)	Configuração do modo	Modo (y,z)	$f_{(y,z)}$ (Hz)	Configuração do modo
(2,3)	59,65		(3,7)	210,08	
(1,5)	74,94		(1,9)	222,72	
(2,4)	78,12		(5,1)	227,02	
(3,1)	83,42		(5,2)	234,94	
(3,2)	91,33		(4,6)	238,60	
(2,5)	101,87		(5,3)	248,13	
(1,6)	103,97		(2,9)	249,64	
(3,3)	104,53		(3,8)	249,66	
(3,4)	123,00		(5,4)	266,60	

Quadro 5.10 (c) – Frequências naturais de vibração da laje determinadas analiticamente

Modo (y,z)	f _(y,z) (Hz)	Configuração do modo	Modo (y,z)	f _(y,z) (Hz)	Configuração do modo
(2,6)	130,90		(1,10)	272,85	
(1,7)	138,28		(4,7)	272,90	
(4,1)	146,24		(5,5)	290,35	
(3,5)	146,75		(3,9)	294,52	
(4,2)	154,16		(2,10)	299,78	
(2,7)	165,20				

Para avaliar a vibração da laje gerada pela aplicação de uma força pontual com as características de um impulso, aplicou-se o modelo analítico desenvolvido na secção 4.1.2.2.2 do Capítulo 4. Assim, as respostas da laje em termos de aceleração são determinadas pela expressão (5.10), a qual corresponde à resposta em regime forçado de uma laje simplesmente apoiada em todo o contorno. As secções de aplicação da força e de registo das respostas da laje coincidem com as adotadas no modelo experimental, sendo estas as secções 1, 2 e 3 definidas na Figura 5.40.

$$a_x(y, z) = -\frac{4\omega^2 F}{m''L_y L_z} \sum_{m,n=1}^{\infty} \left[\frac{\Phi_{mn}(y, z) \cdot \Phi_{mn}(y_0, z_0)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \right] \quad (5.10)$$

Representam-se na Figura 5.43 e na Figura 5.44 as funções de transferência em aceleração, respetivamente, entre as secções 1 e 2 e entre as secções 1 e 3 da laje quando esta é submetida a uma força pontual nos pontos 1, 2 e 3, as quais resultam do quociente das respostas em aceleração obtidas do modelo analítico por aplicação da expressão (5.10).

Na Figura 5.43 e na Figura 5.44 representam-se também, com losangos, as frequências naturais de vibração da laje identificadas no Quadro 5.10. Pela análise dos gráficos, verifica-se que as funções de transferência com os mesmos pontos de resposta e diferentes pontos de aplicação da força interseam-se num número reduzido de frequências de vibração, o que se deve ao facto de, em grande parte dos modos de deformação, pelo menos uma das secções seleccionadas para registar a resposta ou aplicar a força corresponder a um nodo e, conseqüentemente, não permitir a identificação da respetiva frequência.

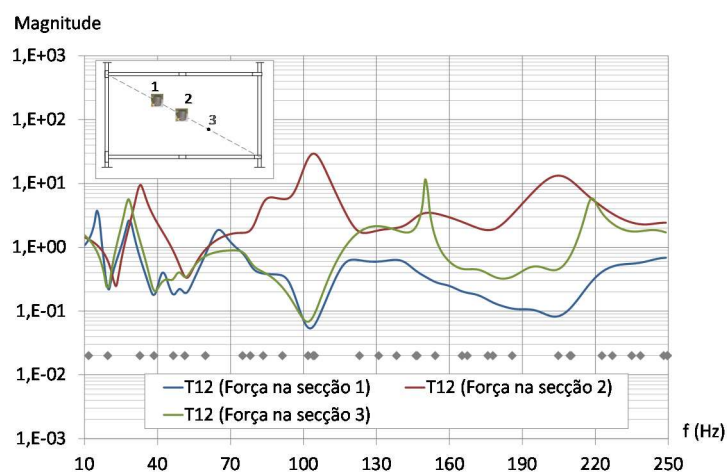


Figura 5.43 – Funções de transferência em aceleração obtidas analiticamente entre as secções 1 e 2 da laje

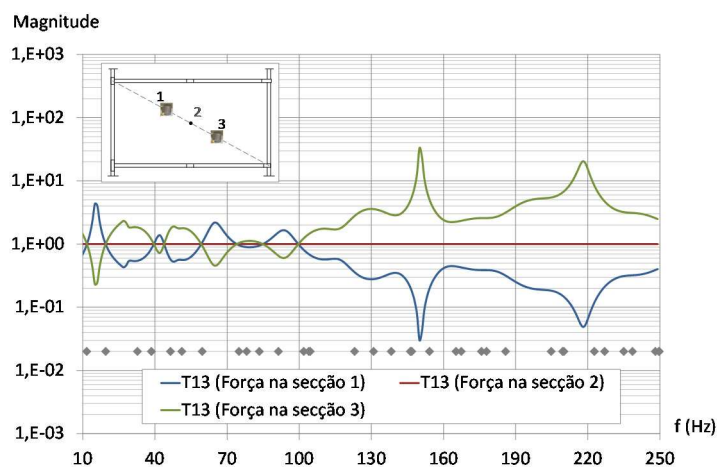


Figura 5.44 – Funções de transferência em aceleração obtidas analiticamente entre as secções 1 e 3 da laje

5.2.3 Modelação pelo método dos elementos finitos

Nesta secção foram desenvolvidos modelos de elementos finitos da laje do edifício apresentada na Figura 5.38 e cujas dimensões em planta (6,10 m por 11,25 m) estão definidas na Figura 5.40. Os modelos numéricos foram desenvolvidos com recurso ao programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192], nos quais a laje foi discretizada em elementos finitos do tipo laje (*Shell thin*) com 0,19 m de espessura. Com o objetivo de comparar os resultados numéricos com os resultados analíticos e experimentais, foram desenvolvidos dois tipos de modelos distintos: i) modelos parciais que envolvem apenas alguns painéis de laje (Figura 5.51); ii) modelos globais que envolvem todo o piso (Figura 5.52).

Foi analisado o comportamento da laje a vibrações com conteúdos espectrais na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz, tendo-se, para o efeito, aplicado a força e registado as respostas nas mesmas secções do modelo analítico e dos ensaios experimentais (secções 1, 2 e 3 definidas na Figura 5.40) de modo a possibilitar a comparação entre os resultados. À semelhança do descrito na secção 5.1.3 para a viga, as respostas da laje foram obtidas por recurso a análises elásticas no domínio do tempo pelo método de sobreposição modal, às quais foi aplicado o algoritmo das transformadas de *Fourier*. Tendo como base as análises de sensibilidade realizadas na secção 5.1.3.1 à modelação da força e à discretização da resposta a aplicar nos modelos de elementos finitos, foi adotado, nos modelos de laje, um impulso no domínio do tempo modelado com a configuração apresentada na Figura 5.24 b), considerando-se quer para a força quer para a resposta uma discretização em 2048 pontos por segundo, espaçados de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s.

5.2.3.1 Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo analítico

Com o objetivo de definir os cuidados a ter na discretização da malha de elementos finitos de elementos de laje de modo a garantir que o modelo reproduza com qualidade a resposta dinâmica, foi realizada uma análise de sensibilidade a este parâmetro. Com este propósito, é realizada uma comparação entre a resposta obtida dos modelos numéricos da laje e a resposta analítica da laje.

Os modelos de elementos finitos de laje desenvolvidos para este efeito são do tipo representado na Figura 5.45, onde se indicam as secções de aplicação da força e registo das respostas (secções 1, 2 e 3). Os modelos de elementos finitos apresentam características geométricas e mecânicas

idênticas às do modelo analítico, *i.e.*, condições de fronteira do tipo simplesmente apoiado, módulo de elasticidade de 34 GPa e coeficiente de amortecimento de 5%.

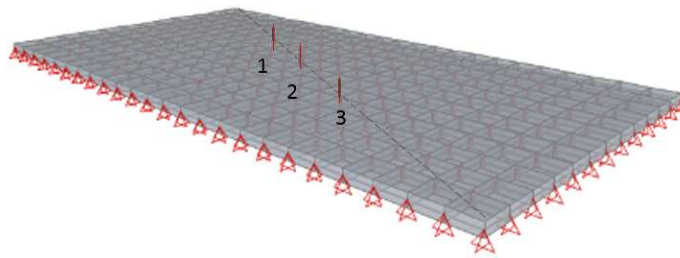


Figura 5.45 – Modelo numérico do painel de laje do edifício

Foram desenvolvidos quatro modelos numéricos, variando entre estes apenas as malhas de elementos finitos, as quais foram definidas tendo em conta a coincidência entre os graus de liberdade de aplicação da força e registo das respostas nestes e no modelo analítico. Os modelos de elementos finitos desenvolvidos estão representados na Figura 5.46 e correspondem a: i) modelo 1M: laje discretizada em elementos de 0,508 m por 0,469 m (288 elementos); ii) modelo 2M: laje discretizada em elementos de 0,339 m por 0,313 m (648 elementos); iii) modelo 3M: laje discretizada em elementos de 0,203 m por 0,208 m (1620 elementos); iv) modelo 4M: laje discretizada em elementos de 0,127 m por 0,125 m (4320 elementos).

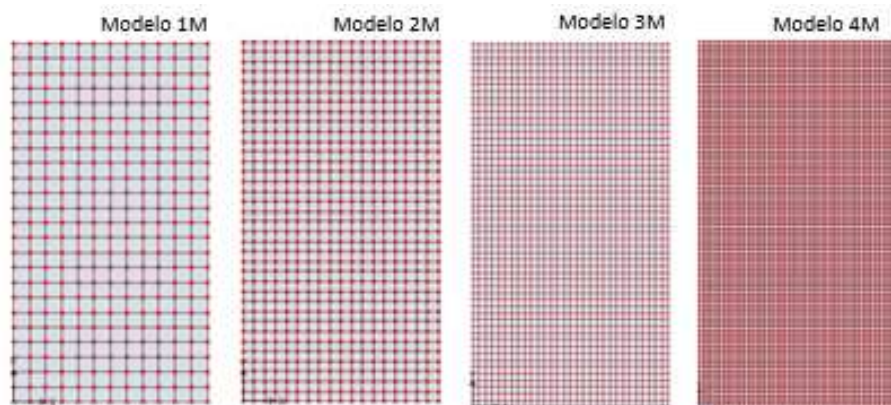


Figura 5.46 – Malhas de discretização dos modelos de elementos finitos da laje do edifício

A análise de sensibilidade à discretização da malha de elementos finitos é realizada por comparação gráfica entre as frequências naturais de vibração e entre as funções de transferência em aceleração obtidas dos modelos numéricos e do modelo analítico. No Quadro 5.11 listam-se as frequências naturais da laje associadas aos modos de vibração na gama de frequências de 10 Hz a 300 Hz obtidas analítica e numericamente pelos modelos 1M, 2M, 3M e 4M.

Quadro 5.11 – Frequências naturais de vibração da laje obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M a 4M

Modo	Frequência analítica (Hz)	Frequências numéricas (Hz)			
		Modelo 1M	Modelo 2M	Modelo 3M	Modelo 4M
1-1	11,61	11,48	11,49	11,50	11,50
1-2	19,53	19,24	19,30	19,32	19,33
1-3	32,72	32,18	32,31	32,37	32,39
2-1	38,54	38,07	38,12	38,15	38,16
2-2	46,46	45,61	45,83	45,93	45,98
1-4	51,20	50,30	50,52	50,63	50,67
2-3	59,65	58,18	58,67	58,91	59,01
1-5	74,94	73,59	73,94	74,11	74,18
2-4	78,12	75,78	76,66	77,08	77,26
3-1	83,42	82,36	82,50	82,57	82,59
3-2	91,33	89,54	90,05	90,29	90,39
2-5	101,87	98,41	99,78	100,44	100,72
1-6	103,97	102,04	102,56	102,80	102,90
3-3	104,53	101,51	102,62	103,15	103,38
3-4	123,00	118,27	120,22	121,17	121,57
2-6	130,90	126,05	128,03	128,99	129,39
1-7	138,28	135,64	136,38	136,71	136,85
4-1	146,24	144,28	144,62	144,75	144,80
3-5	146,75	139,81	142,85	144,33	144,95
4-2	154,16	150,96	151,94	152,38	152,56
2-7	165,20	158,71	161,42	162,73	163,27
4-3	167,35	162,10	164,14	165,09	165,49
3-6	175,77	166,14	170,51	172,64	173,53
1-8	177,86	174,37	175,39	175,84	176,02
4-4	185,82	177,69	181,21	182,89	183,60
2-8	204,78	196,35	199,94	201,67	202,37
4-5	209,57	197,74	203,16	205,78	206,88
3-7	210,08	197,24	203,19	206,10	207,31
1-9	222,72	218,17	219,59	220,19	220,42
5-1	227,02	223,55	224,44	224,69	224,77
5-2	234,94	229,59	231,46	232,20	232,49
4-6	238,60	222,27	229,99	233,75	235,33
5-3	248,13	239,67	243,18	244,72	245,35
2-9	249,64	238,93	243,59	245,79	246,68
3-8	249,66	233,10	240,90	244,71	246,28
5-4	266,60	253,79	259,58	262,24	263,35
1-10	272,85	266,97	268,97	269,74	270,03
4-7	272,90	251,25	261,70	266,81	268,96
5-5	290,35	271,98	280,67	284,78	286,50
3-9	294,52	273,67	283,62	288,46	290,45
2-10	299,78	284,68	292,35	295,10	296,20

Na Figura 5.47 faz-se a comparação gráfica entre as frequências obtidas pelo modelo analítico e pelos modelos de elementos finitos. Pela análise do gráfico, é possível concluir que quanto mais refinada é a malha de elementos finitos da laje, melhor se ajustam os pontos do gráfico à da reta de declive unitário, e, conseqüentemente, mais exatos são os valores das frequências.

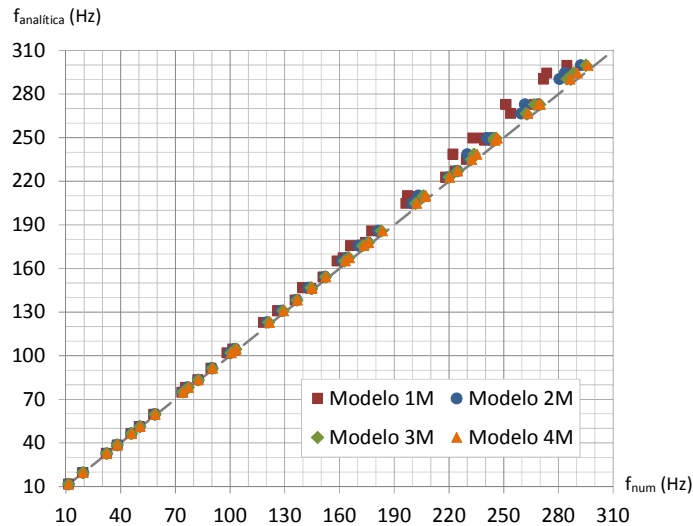


Figura 5.47 – Comparação entre as frequências naturais de vibração da laje obtidas analiticamente e numericamente pelos modelos 1M a 4M

Para facilitar a análise comparativa, quantificam-se, na Figura 5.48, os erros associados aos valores das frequências de cada modo de vibração obtidas pelos quatro modelos numéricos relativamente aos valores exatos das frequências obtidos analiticamente.

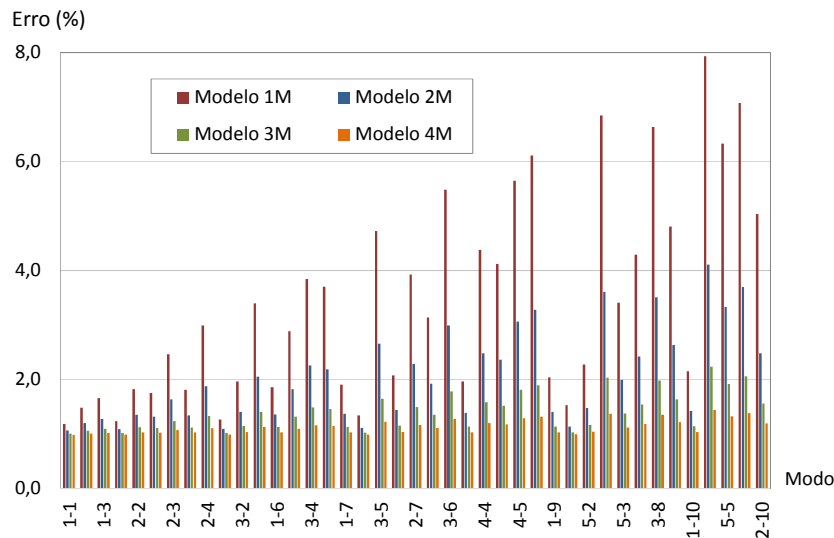


Figura 5.48 – Erros relativos entre os valores numéricos e analíticos das frequências de vibração da laje

Da análise da Figura 5.47 e da Figura 5.48, verifica-se que existe uma melhoria significativa na qualidade dos resultados das frequências obtidos pelo modelo numérico 2M em comparação com o modelo 1M. Comparando os resultados dos modelos 2M, 3M e 4M, verifica-se que, apesar de existir um pequeno ajustamento dos modelos com o refinamento da malha, o modelo

2M já fornece resultados aceitáveis, uma vez que os erros associados às frequências obtidas por este modelo são reduzidos, inferiores a 4% para todos os modos de deformação.

Para complementar a análise anterior, efetua-se a comparação gráfica das funções de transferência em aceleração entre secções da laje, na gama de frequências entre 10 Hz e 250 Hz. Assim, representa-se na Figura 5.49 e na Figura 5.50 a sobreposição entre as funções de transferência obtidas pelo modelo analítico e pelos modelos de elementos finitos 1M a 4M, respetivamente, entre as secções 1 e 3 com a força aplicada na secção 1, e entre as secções 1 e 2 com a força aplicada na secção 3.

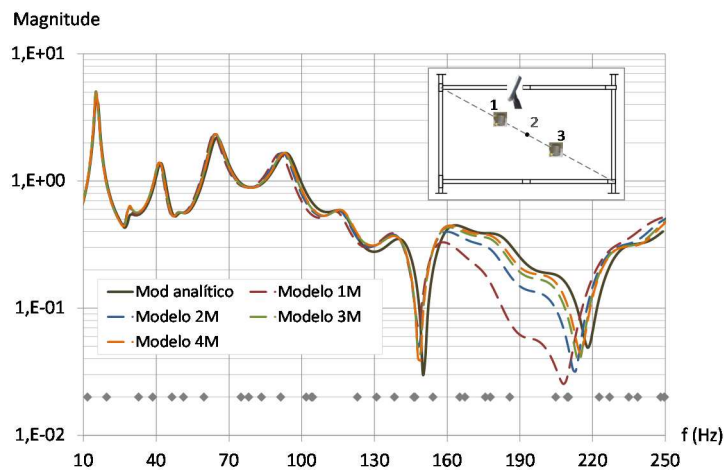


Figura 5.49 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 1, obtidas analítica e numericamente pelos modelos 1M a 4M

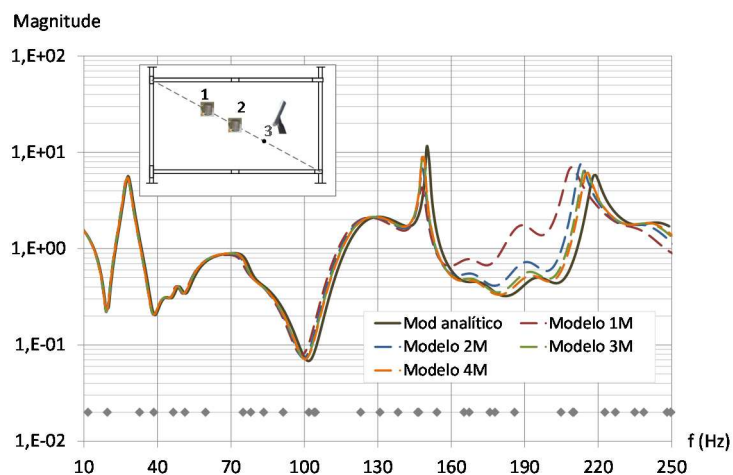


Figura 5.50 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da laje com excitação na secção 3, obtidas analítica e numericamente pelos modelos 1M a 4M

Pela análise dos gráficos da Figura 5.49 e da Figura 5.50, conclui-se que: i) as respostas dinâmicas obtidas pelos quatro modelos de elementos finitos são idênticas para vibrações na gama de frequências inferior a, aproximadamente, 150 Hz; ii) para vibrações com conteúdos espectrais em frequências superiores a 150 Hz, à semelhança da comparação em termos de frequência, existe uma melhoria significativa no ajuste dos modelos 2M, 3M e 4M relativamente ao modelo 1M. Tendo em conta as conclusões anteriores e o facto de o grau de refinamento condicionar o esforço computacional necessário para resolver este tipo de análise, considera-se que os resultados obtidos pelo modelo 2M são os adequados para analisar vibrações nesta gama de frequências.

Efetuada uma análise comparativa, em termos de dimensão dos elementos finitos, entre a análise de sensibilidade anterior e o limite de aplicação da teoria da flexão pura, definido na secção 4.2.3 do Capítulo 4, constata-se que, para a laje em estudo:

- i) A estimativa da dimensão máxima dos elementos finitos de acordo com o limite de aplicação da teoria da flexão pura para analisar vibrações até aos 150 Hz e até aos 300 Hz é, respetivamente, 0,50 m e 0,35 m.
- ii) De acordo com a análise de sensibilidade realizada anteriormente para analisar vibrações até aos 150 Hz, o modelo 1M, em que os elementos finitos têm dimensão de 0,508 m por 0,469 m, é adequado. Para vibrações com frequências até aos 300 Hz, é necessário refinar mais a estrutura, sendo o modelo 2M, no qual os elementos finitos têm dimensão de 0,339 m por 0,313 m, adequado.

Do anteriormente exposto, conclui-se que os resultados obtidos pelas duas análises são coerentes, pelo que se considera adequado adotar o limite de aplicação da teoria da flexão pura para definir a dimensão máxima dos elementos finitos dos elementos de laje.

5.2.3.2 Comparação entre os modelos de elementos finitos e o modelo experimental

Nesta secção efetua-se o ajuste do modelo de elementos finitos da laje ao modelo experimental apresentado na secção 5.2.1.2. De modo a minimizar as diferenças entre a resposta numérica e a resposta experimental, o modelo de elementos finitos é melhorado pela introdução de modificações nas propriedades mecânicas e dinâmicas do material, como sejam o módulo de elasticidade e o coeficiente de amortecimento, nas características geométricas e nas condições

de fronteira da laje,. Os modelos numéricos de laje desenvolvidos para este efeito apresentam as dimensões representadas na

Figura 5.40 e as características definidas no Quadro 5.12. Em todos os modelos a laje foi discretizada em elementos finitos com dimensões de 0,203 m por 0,208 m.

Quadro 5.12 – Características dos modelos de elementos finitos da laje

Designação	Tipo de modelo	Módulo de elasticidade, E	Coefficiente de amortecimento, ξ
Modelo 1	Modelo parcial representado na Figura 5.51 (a)	34,0 Gpa	5 %
Modelo 2	Modelo parcial representado na Figura 5.51 (b)	34,0 Gpa	5 %
Modelo 3	Modelo global representado na Figura 5.52	34,0 Gpa	5 %
Modelo 4	Modelo global representado na Figura 5.52	31,0 Gpa	5 %
Modelo 5	Modelo global representado na Figura 5.52	32,5 Gpa	5 %
Modelo 6	Modelo global representado na Figura 5.52	32,5 Gpa	2 %
Modelo 7	Modelo global representado na Figura 5.52	32,5 Gpa	4 %

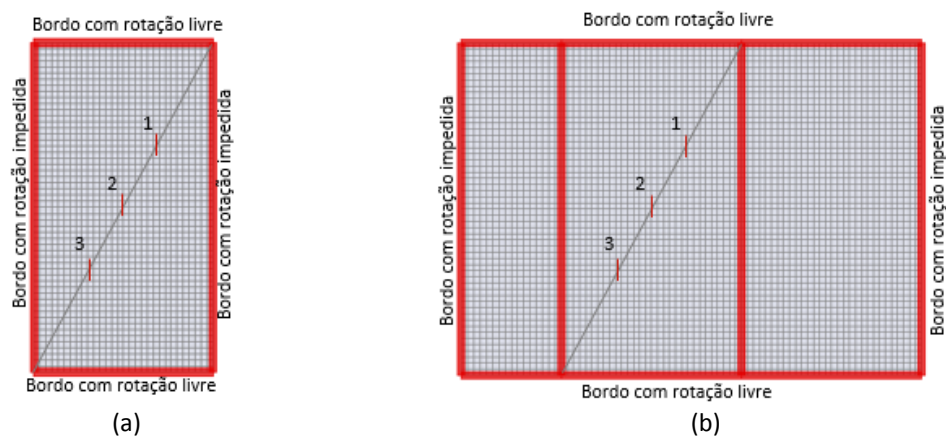


Figura 5.51 – Modelos numéricos parciais da laje do edifício

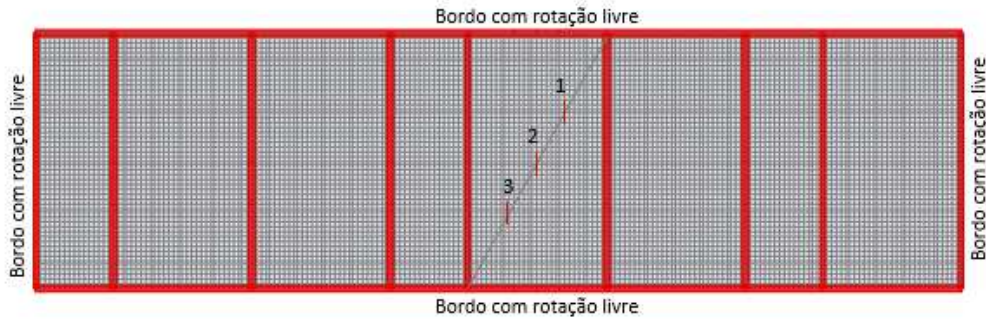


Figura 5.52 – Modelo numérico global da laje do edifício

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental é realizado por comparação gráfica e estatística das funções de transferência em aceleração, utilizando os métodos descritos na secção 4.3.2 do Capítulo 4.

O melhoramento em termos de geometria e condições de fronteira é efetivado por comparação entre o modelo experimental e os modelos numéricos 1, 2 e 3, entre os quais se altera o número de painéis a considerar no modelo e as suas condições de apoio de extremidade. Na Figura 5.53 e na Figura 5.54 apresenta-se a sobreposição das funções de transferência em aceleração experimentais e numéricas obtidas, respetivamente, entre as secções 1 e 3 com força aplicada na secção 1 e entre as secções 2 e 3 com a força aplicada na secção 3. Por comparação gráfica destas funções, considera-se que o modelo numérico que melhor se ajusta ao modelo experimental é, como seria expectável, o modelo que engloba todo o piso, designado por modelo 3 (Figura 5.52).

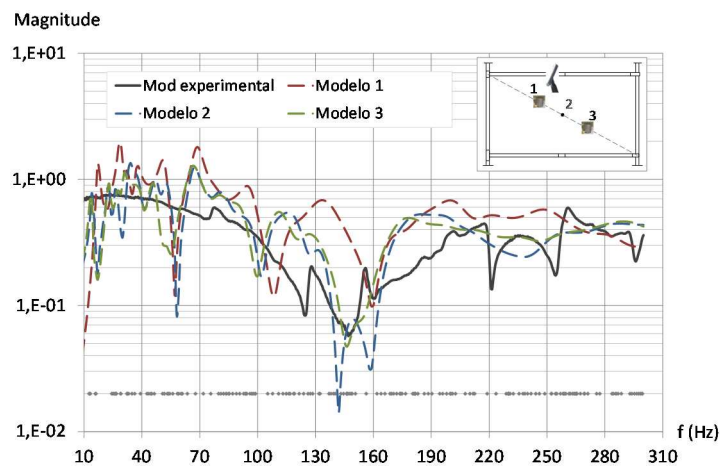


Figura 5.53 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 1, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 1, 2 e 3

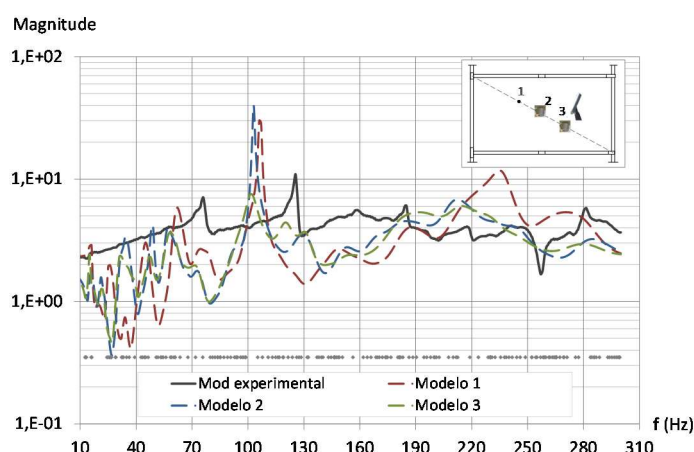


Figura 5.54 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 3 da laje com excitação na secção 3, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 1, 2 e 3

Para complementar a análise comparativa entre as funções de transferência utilizam-se métodos estatísticos, designadamente o critério FRAC, que avalia o ajuste por grau de liberdade em todo o intervalo de frequências, e o critério FDAC, que avalia o ajuste por frequência, mas envolvendo todas as funções de transferência com o mesmo ponto de aplicação da excitação. No Quadro 5.13 indicam-se os coeficientes FRAC determinados para as funções de transferência em análise.

Quadro 5.13 – Critério FRAC dos modelos 1, 2 e 3 da laje

Função de transferência	Coeficiente FRAC		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
T13 ¹	0,83	0,86	0,88
T23 ³	0,53	0,55	0,80

Na Figura 5.55 apresentam-se graficamente os coeficientes FDAC correspondentes às funções de transferência com excitação na secção 1 e com excitação na secção 3.

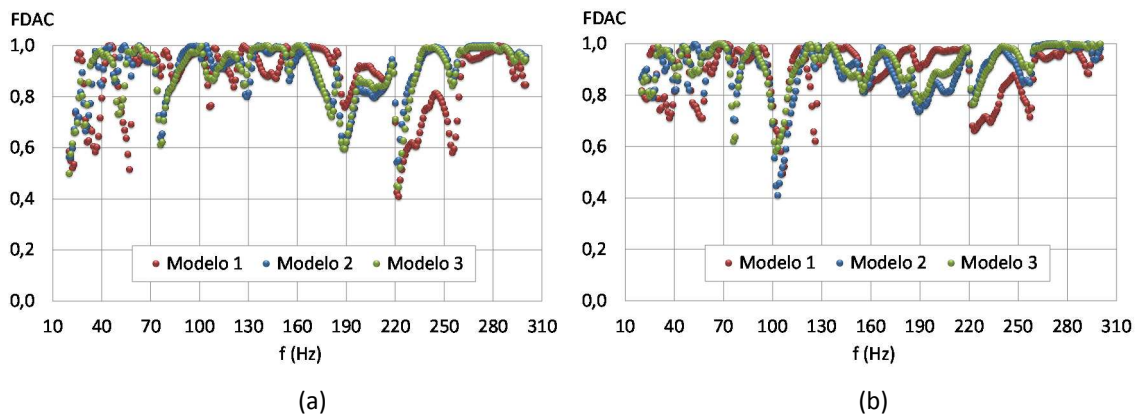


Figura 5.55 – Coeficientes FDAC das funções de transferência dos modelos 1, 2 e 3 com excitação aplicada (a) na secção 1 (b) na secção 3

Considerando que, em termos gráficos, as funções de transferência que melhor se ajustam às funções experimentais são as correspondentes ao modelo 3, e que, em termos numéricos, não só os valores mais elevados do coeficiente FRAC são os associados a este modelo como também é este o modelo que apresenta valores do coeficiente FDAC mais elevados numa maior gama de frequências, considera-se que o modelo numérico que contempla todo o piso é efetivamente o mais adequado. Conclui-se que o comportamento de uma laje a vibrações é muito sensível à geometria adotada nos modelos de elementos finitos, pelo que, neste tipo de análises, é necessária precaução nas simplificações a adotar. Assim, nas análises seguintes os modelos de elementos finitos desenvolvidos serão todos globais, do tipo do modelo representado na Figura 5.52.

A influência que o coeficiente de amortecimento exerce na resposta da laje a vibrações de baixa frequência é analisada por comparação entre os modelos de elementos finitos 5, 6 e 7 e o modelo experimental em termos de funções de transferência em aceleração. Entre estes modelos numéricos apenas varia o valor do coeficiente de amortecimento, o qual assume o valor de 5%, de 2% e de 4%, respetivamente, em cada um dos modelos. Na Figura 5.56 e na Figura 5.57 apresentam-se graficamente as funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 com a força aplicada, respetivamente, na secção 1, $T13^1$, e na secção 2, $T13^2$. A comparação gráfica destas funções sugere que o modelo com coeficiente de amortecimento de 5% é o que melhor se ajusta ao modelo experimental.

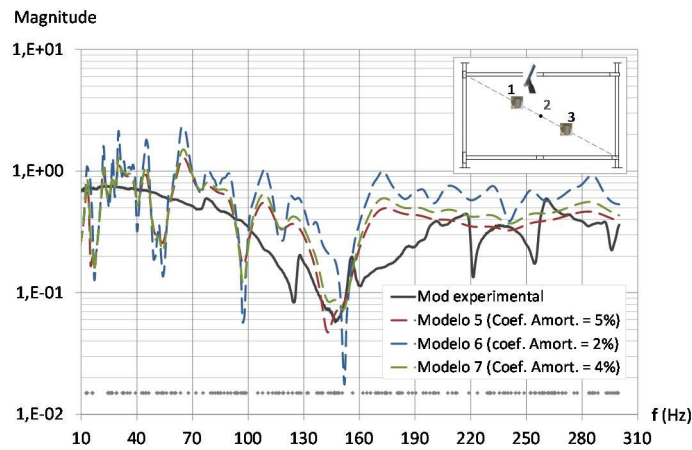


Figura 5.56 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 1, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 5, 6 e 7

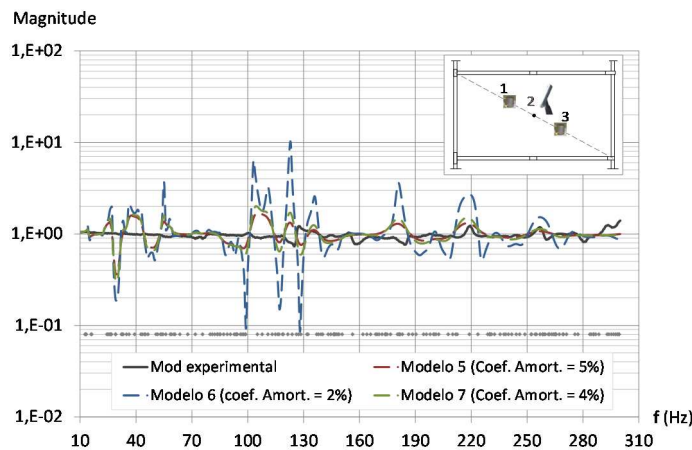


Figura 5.57 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 2, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 5, 6 e 7

No Quadro 5.14 indicam-se os coeficientes FRAC determinados para as funções de transferência em análise, verificando-se que os coeficientes relativos às funções extraídas do modelo 5 são os mais elevados.

Quadro 5.14 – Critério FRAC dos modelos 5, 6 e 7 da laje

Função de transferência	Coeficiente FRAC		
	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7
T13 ¹	0,87	0,78	0,85
T13 ²	0,95	0,60	0,92

Na Figura 5.58 (a) e (b) representam-se os coeficientes FDAC, para todas as frequências, correspondentes às funções de transferência com excitação, respetivamente, na secção 1 e na secção 2. Verifica-se que os coeficientes associados aos modelos 5 e 7 são semelhantes, sendo, no entanto, os do modelo 5 ligeiramente mais elevados numa maior gama de frequências.

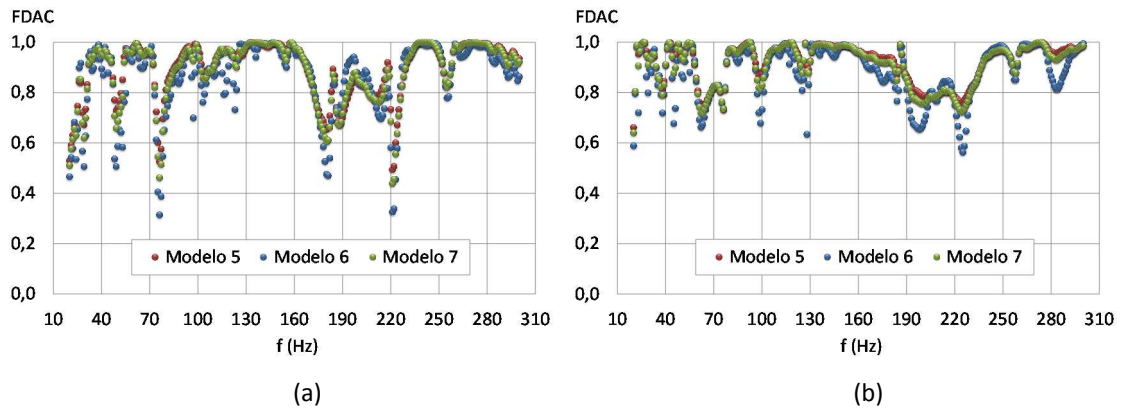


Figura 5.58 – Coeficientes FDAC das funções de transferência dos modelos 5, 6 e 7 com excitação aplicada (a) na secção 1 (b) na secção 2

Tendo em consideração todos os critérios adotados para avaliar o ajuste dos modelos de elementos finitos ao modelo experimental, considera-se que o valor do coeficiente de amortecimento mais adequado para este elemento de laje é de 5%.

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental por modificação do valor do módulo de elasticidade é realizado por comparação entre as funções de transferência numéricas obtidas dos modelos 3, 4 e 5 e as funções de transferência registadas experimentalmente. Deve referir-se que, entre estes modelos, apenas varia o valor do módulo de elasticidade, respetivamente, entre 34 GPa, 31 GPa e 32,5 GPa. Na Figura 5.59 e na Figura 5.60 sobrepõem-se as funções de transferência em aceleração obtidas para cada um dos modelos entre as secções 1 e 3 com excitação, respetivamente, na secção 1 e na secção 3, constatando-se que a resposta entre os três modelos numéricos é muito semelhante.

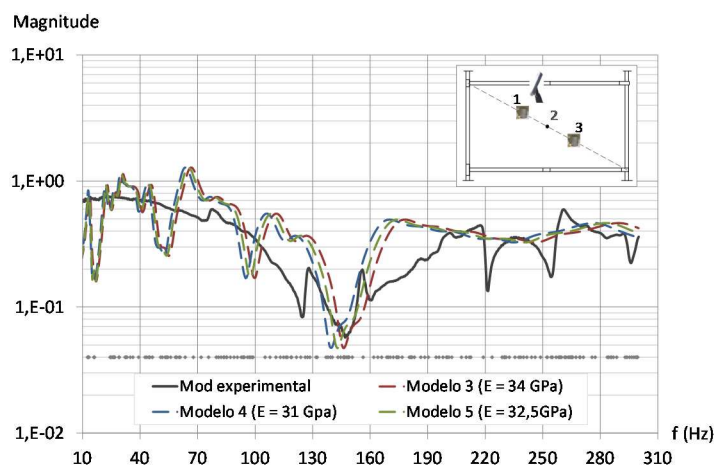


Figura 5.59 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 1, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 3, 4 e 5

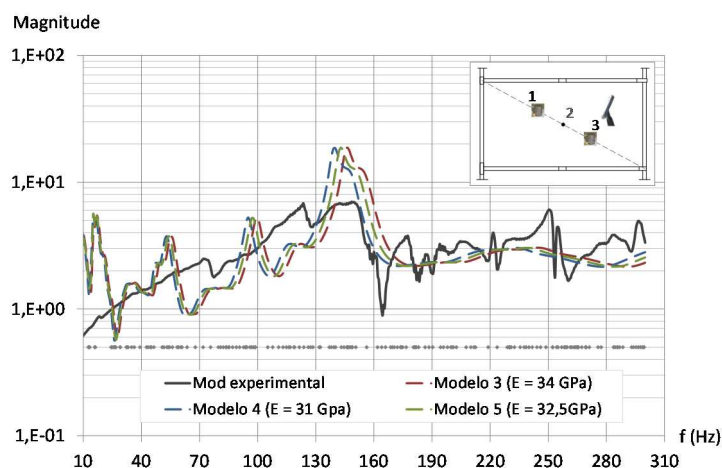


Figura 5.60 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje com excitação na secção 3, obtidas experimental e numericamente pelos modelos 3, 4 e 5

Na Figura 5.61 quantifica-se graficamente o ajuste dos modelos numéricos ao modelo experimental com base no critério FDAC, concluindo-se, à semelhança da análise por comparação gráfica das funções de transferência, que o ajuste dos três modelos numéricos ao modelo experimental é idêntico. Tal deve-se ao facto dos valores do módulo de elasticidade variarem pouco entre os modelos e dos restantes parâmetros serem iguais.

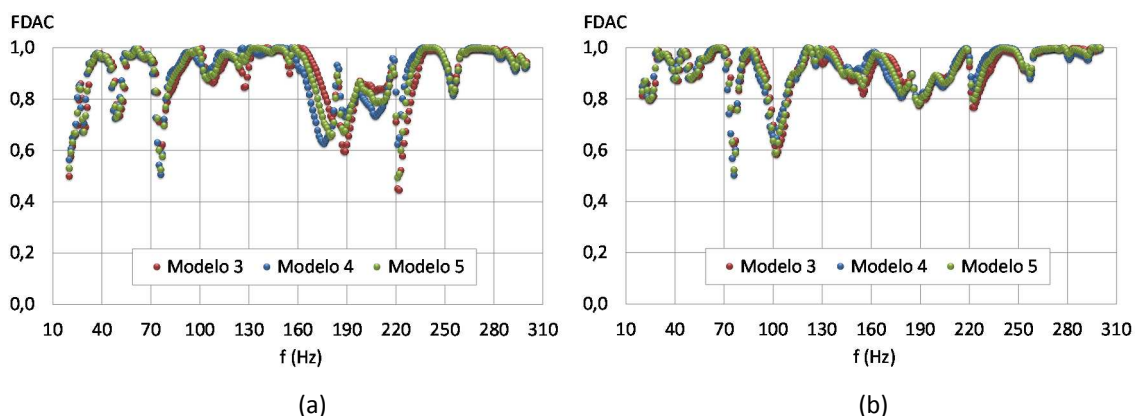


Figura 5.61 – Coeficientes FDAC das funções de transferência dos modelos 3, 4 e 5 (a) com excitação aplicada na secção 1 (b) com excitação aplicada na secção 3

Tendo em consideração as análises comparativas realizadas em termos de funções de transferência, considera-se que o modelo de elementos finitos da estrutura que melhor se ajusta aos resultados dos ensaios experimentais é o modelo 3, que corresponde a um modelo global do piso em que o módulo de elasticidade adotado foi de 34 GPa e o coeficiente de amortecimento de 5%.

5.3 Considerações finais

Neste capítulo foram desenvolvidos modelos dinâmicos de uma viga e de uma laje, ambas em betão armado, por recurso ao método analítico e ao método dos elementos finitos, cujos resultados foram comparados e ajustados aos registos de ensaios de vibração forçada realizados em laboratório e *in situ*, para o que se utilizaram os métodos descritos no Capítulo 4.

Das análises comparativas entre os modelos analíticos e numéricos, concluiu-se que a qualidade e a fiabilidade dos modelos de elementos finitos de uma estrutura sujeita a vibrações impostas na gama das baixas frequências é muito sensível à discretização da malha de elementos finitos, à modelação da força e à discretização da resposta dinâmica. Tendo em conta que quanto mais discretizados forem os elementos, a força e a resposta, mais operações matemáticas estão envolvidas no processo e, conseqüentemente, maior esforço computacional é necessário, considera-se adequado observar os seguintes cuidados na modelação por elementos finitos de barra e de laje das estruturas dos edifícios, para vibrações na gama das baixas frequências:

- i) As dimensões dos elementos finitos da malha de discretização dos elementos da estrutura podem ser definidas com base no limite de aplicação da teoria de ondas de flexão pura, podendo utilizar-se, para o efeito, o gráfico da Figura 4.7 do Capítulo 4. As dimensões dos elementos dependem da frequência máxima em análise e das características da estrutura, como o módulo de elasticidade, a densidade do material e a altura da secção transversal.
- ii) A resposta a uma vibração imposta, no domínio do tempo, deve ser discretizada em 2048 instantes por segundo, espaçados de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s.
- iii) A força de excitação, para simular um impulso no domínio do tempo, deve ser modelada com a configuração apresentada na Figura 5.24 b) e discretizada em 2048 instantes por segundo, espaçados de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s, fazendo-se assim coincidir o intervalo de amostragem da excitação e da resposta.

A partir das análises comparativas entre os modelos de elementos finitos e os modelos experimentais, concluiu-se que a resposta de um elemento estrutural a uma vibração imposta é sensível às propriedades mecânicas e dinâmicas do material e às características geométricas da estrutura, pelo que, para se obterem modelos fiáveis, é necessário estimar e modelar com rigor estas grandezas.

CAPÍTULO 6

6 TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS

Neste capítulo, analisa-se a transmissão de vibração de baixa frequência ao longo das estruturas de edifícios de betão armado, com o objetivo de identificar os parâmetros mecânicos e geométricos que afetam a propagação da vibração, em planta e em altura, ao longo dos elementos e entre elementos estruturais. Para o efeito, realizaram-se ensaios de vibração forçada na estrutura de um edifício com dois pisos que se encontrava em fase construtiva. Para a mesma estrutura, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos que foi ajustado ao modelo experimental, utilizando os métodos propostos no Capítulo 4, a partir do qual foram efetuadas análises de sensibilidade às características da estrutura e do material.

6.1 Modelo de transmissão de vibração

Conforme referido no Capítulo 2, o ruído de baixa frequência sentido no interior dos compartimentos dos edifícios resulta, essencialmente, da vibração que se propaga através da estrutura dos mesmos, sendo unanimemente aceite, pela comunidade científica, que a transmissão da vibração e do ruído de baixa frequência depende do tipo e das características da estrutura do edifício. Neste sentido, é importante compreender o impacto que determinados parâmetros mecânicos e geométricos, relacionados com as características do material e da estrutura, exercem na transmissão de vibração de baixa frequência em estruturas de betão armado.

Apesar do maior número de queixas devido a ruído e vibração sentidos no interior dos edifícios resultar de fontes sonoras e de vibração localizadas no exterior, como sejam os sistemas de transporte ferroviário e rodoviário, as fontes localizadas no interior dos edifícios são também, por vezes, responsáveis pelo incómodo dos seus ocupantes. Por esta razão, importa compreender o processo de transmissão ao longo das estruturas dos edifícios da vibração proveniente de ambos os tipos de fontes.

Apresentam-se, na Figura 6.1 (a) e (b), dois esquemas simplificados do processo de transmissão da vibração ao longo da estrutura de um edifício, devido a fontes de vibração localizadas,

respetivamente, no exterior e no interior dos edifícios, onde bc representa a dimensão da secção transversal dos pilares, hs a espessura da laje e Lc o comprimento do troço de pilares entre pisos. Estes esquemas mostram que a energia de vibração que se propaga ao longo dos pavimentos de um piso e entre pisos do edifício corresponde à soma de várias parcelas: i) transmissão de vibração ao longo dos elementos estruturais verticais e horizontais; ii) transmissão de vibração em planta através dos nós da estrutura; e iii) transmissão de vibração em altura através dos nós da estrutura.

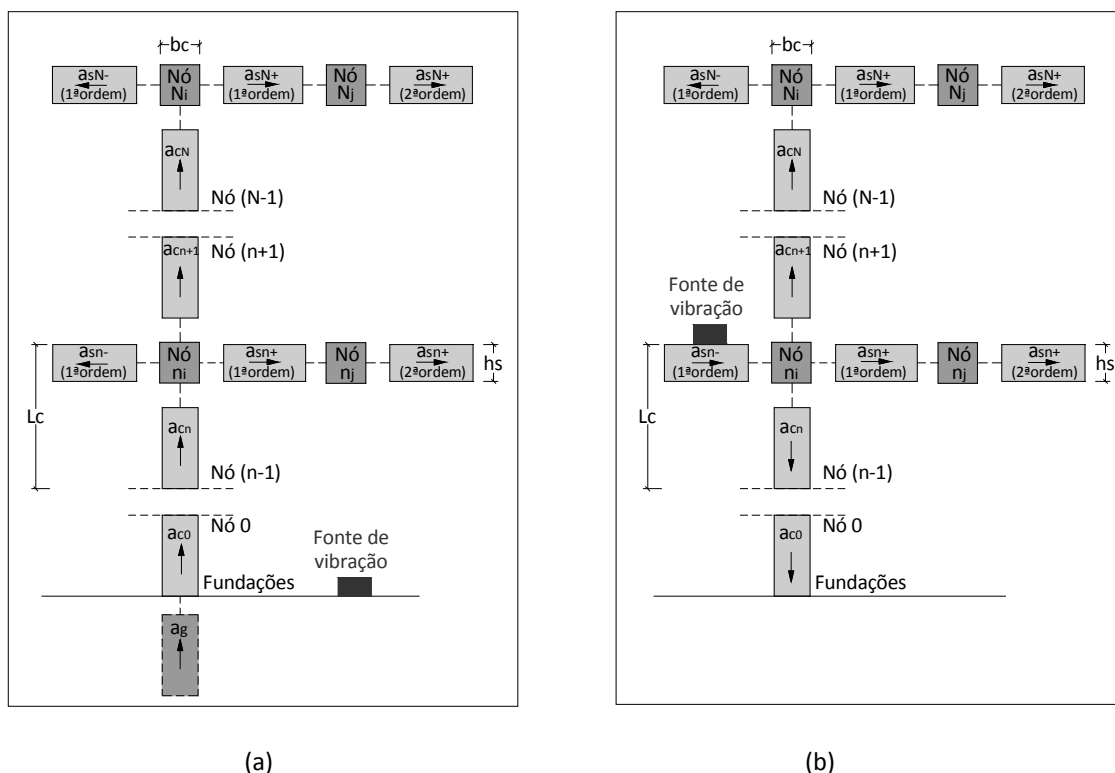


Figura 6.1 – Esquema da propagação da vibração numa estrutura de um edifício devido a fontes de vibração (a) exteriores e (b) interiores

Com o objetivo de melhorar o conhecimento dos modelos de transmissão de vibrações em edifícios com estrutura de betão armado apresentados na Figura 6.1 e identificar, de entre os parâmetros envolvidos na modelação dos mesmos, aqueles que exercem pouca influência na resposta da estrutura e os que mais contribuem para a variabilidade dos resultados, serão realizadas análises de sensibilidade por recurso a modelos de elementos finitos. Para o efeito, e para que exista confiança nos resultados das análises a realizar neste capítulo, utilizou-se, como caso de estudo, a estrutura de um edifício real em construção. Desenvolveu-se um modelo de elementos finitos com as características do edifício real, o qual foi validado por comparação entre

os resultados dinâmicos extraídos do modelo numérico e os registos de ensaios experimentais de vibração efetuados durante a fase construtiva do edifício.

6.2 Caso de estudo real – Edifício da escola

O edifício selecionado para realizar as análises deste capítulo, ilustrado na Figura 6.2, é o mesmo do elemento de laje analisado na secção 5.2 do Capítulo 5. Trata-se de um edifício destinado a uma escola, localizado em Faro, com dois pisos e estrutura reticulada em betão armado, cuja planta está representada na Figura 6.3. As características do betão foram estimadas experimentalmente e ajustadas numericamente pelo modelo de elementos finitos da laje, na secção 5.2 do Capítulo 5, tratando-se de um material da classe de resistência C25/30, a que corresponde um valor característico da resistência à compressão em provetes cilíndricos normalizados, $f_{ck,cilindro}$, de 26 MPa, um módulo de elasticidade tangente, E_t , de 34 GPa, e um coeficiente de amortecimento, ξ , de 5 %.



Figura 6.2 – Vista exterior e interior do edifício da escola

6.2.1 Ensaios experimentais

Foram realizados ensaios experimentais *in situ*, na gama de frequências de 10 Hz a 250 Hz, para avaliar a transmissão de vibração ao longo dos elementos e através dos nós da estrutura do edifício. À semelhança da metodologia de ensaios descrita na secção 5.1.1.2 do Capítulo 5, as respostas à vibração imposta pelo impacto de um martelo foram registadas simultaneamente em duas secções do mesmo elemento ou de elementos estruturais distintos. Os elementos ensaiados são os identificados na planta da Figura 6.3 e as secções de registo das resposta e de aplicação da

força são as numeradas na Figura 6.4. O equipamento utilizado e as características das séries temporais registadas são os descritos na secção 5.1.1.2 do Capítulo 5.

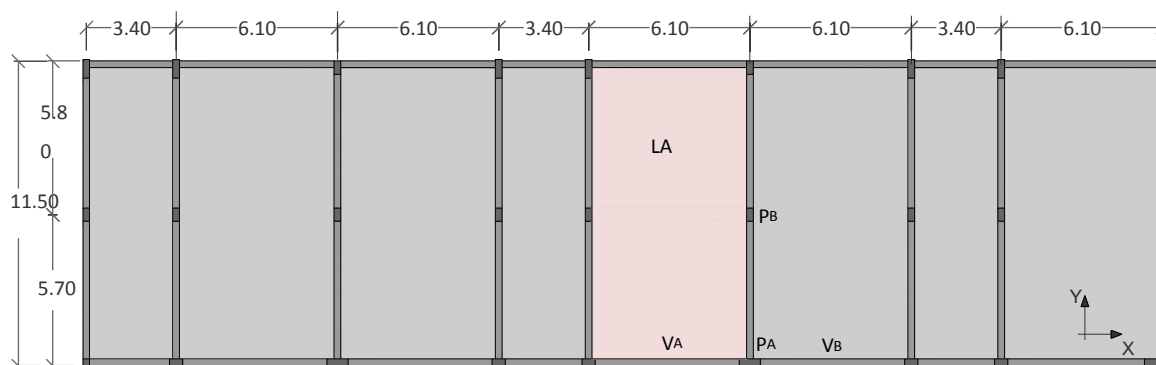


Figura 6.3 – Planta da estrutura do edifício da escola

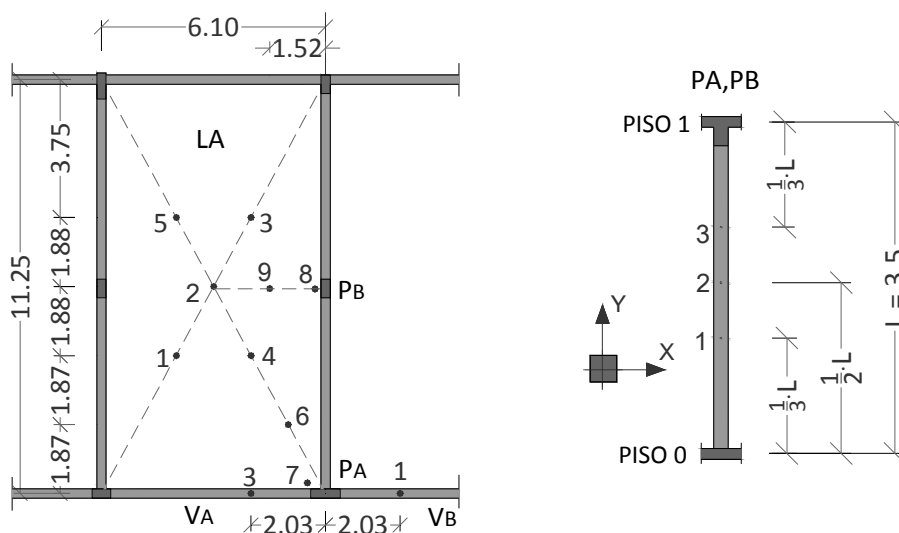


Figura 6.4 – Elementos estruturais do edifício da escola ensaiados

Os resultados dos ensaios de vibração forçada realizados serão apresentados na secção 6.2.3 do presente capítulo.

6.2.2 Modelo de elementos finitos

Foi desenvolvido um modelo dinâmico de elementos finitos da estrutura do edifício, com recurso ao programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192], que se apresenta na

Figura 6.5. A malha de elementos finitos da estrutura foi definida com base no limite de aplicação da teoria de ondas de flexão, discutido na secção 4.2.3 do Capítulo 4. A vibração da estrutura foi gerada por forças impulsivas aplicadas nas mesmas secções que nos ensaios experimentais com as características recomendadas no Capítulo 5, *i.e.*, modelação da força do tipo da Figura 5.24 b) e discretização no domínio do tempo em 2048 instantes por segundo. As respostas foram obtidas por análises elásticas no domínio do tempo pelo método de sobreposição modal e discretizadas também em 2048 instantes por segundo.

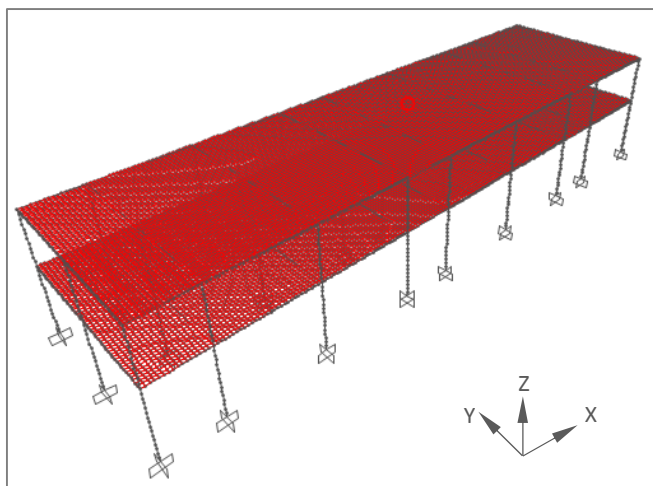


Figura 6.5 – Modelo de elementos finitos da estrutura do edifício da escola

Por aplicação das transformadas de *Fourier* aos resultados dinâmicos extraídos do modelo de elementos finitos no domínio do tempo, foram estimadas as funções de densidade espectral de potência da resposta em aceleração. A partir destas, foi possível determinar as funções de transferência da aceleração entre secções da estrutura apresentadas na secção seguinte.

6.2.3 Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental

O modelo de elementos finitos foi ajustado ao modelo experimental com base na comparação das respostas numéricas com os registos experimentais, em termos de frequências próprias de vibração dos elementos de barra e de funções de transferência em aceleração nos elementos e através dos nós da estrutura. Os métodos de ajuste utilizados para este efeito foram a comparação gráfica, complementada, sempre que possível, com o método de comparação estatística FDAC, ambos descritos na secção 4.3 do Capítulo 4.

6.2.3.1 Transmissão de vibração ao longo dos elementos estruturais

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental em termos de propagação da vibração ao longo dos elementos estruturais foi realizado com base nas respostas das lajes LA do piso 0 e do piso 1 e dos pilares PA e PB, representados na Figura 6.3 e na Figura 6.4.

O ajuste da resposta numérica da laje LA do piso 0 é apresentado, sob a forma gráfica, na Figura 6.6, na Figura 6.7 e na Figura 6.8, em termos de funções de transferência da aceleração que se propaga ao longo da laje, respetivamente entre as secções 4 e 5 com excitação na secção 2, e entre as secções 2 e 5 com excitação nas secções 4 e 5 (definidas na Figura 6.4). As restantes funções de transferência registadas neste elemento estão representadas no Apêndice A.I, da Figura A.I.1 à Figura A.I.6. Nestes gráficos representam-se também as frequências próprias de vibração da laje determinadas numericamente.

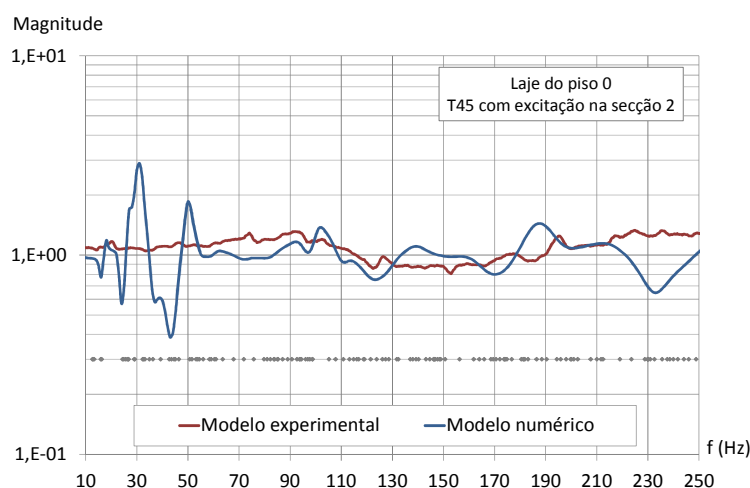


Figura 6.6 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

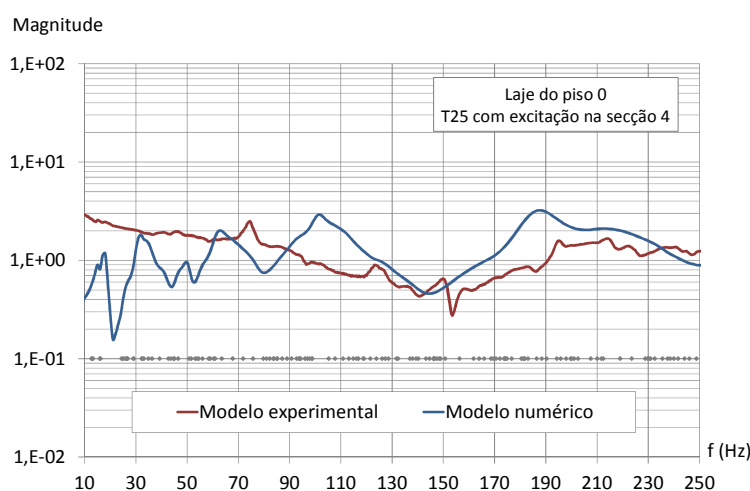


Figura 6.7 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 4 (edifício da escola)

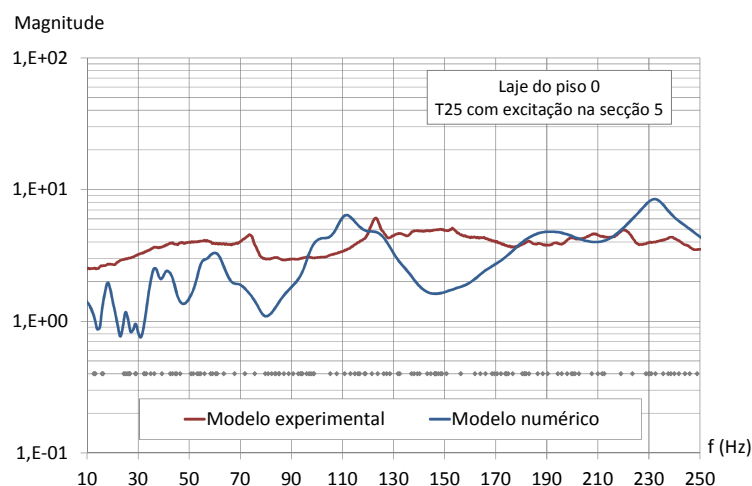


Figura 6.8 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 5 (edifício da escola)

A comparação gráfica das funções de transferência da laje LA do piso 0 foi complementada com o método estatístico FDAC aplicado a este elemento. Apresentam-se, na Figura 6.9, os valores deste coeficiente, correspondentes às funções de transferência da aceleração registadas com excitação nas secções 2, 4 e 5. De um modo geral, ao longo de toda a gama de frequências, o valor dos coeficientes FDAC é elevado, o que comprova a boa correlação que existe entre o modelo numérico e o experimental.

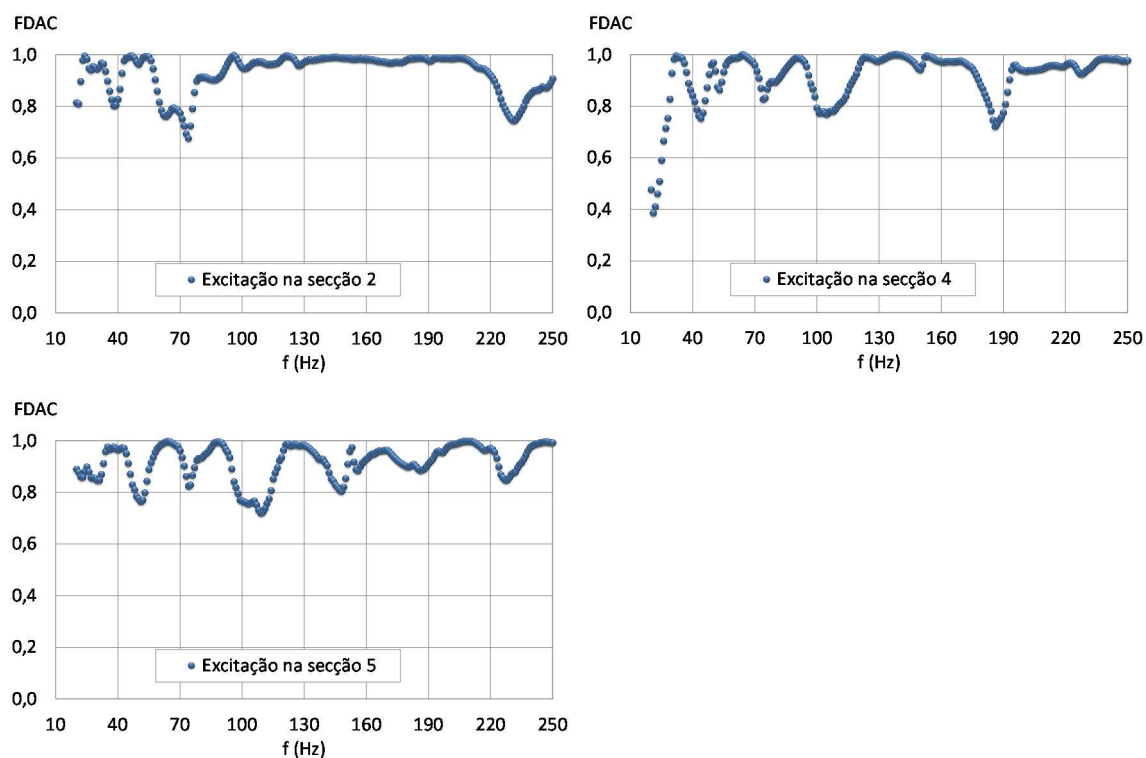


Figura 6.9 – Coeficientes FDAC das funções de transferência na laje A do piso 0 (edifício da escola)

O ajuste das respostas da laje LA do piso 1 obtidas com o modelo de elementos finitos aos registos experimentais é realizado, em termos de comparação gráfica, na Figura 6.10, na Figura 6.11 e na Figura 6.12. Nestes gráficos apresentam-se as funções de transferência da aceleração na laje LA do piso 1, entre as secções 1 e 3 com excitação, respetivamente, nas secções 1, 2 e 3 (definidas na Figura 6.4). As restantes funções de transferência registadas neste elemento estão representadas nos gráficos da Figura A.I.7 à Figura A.I.12 do Apêndice A.I.

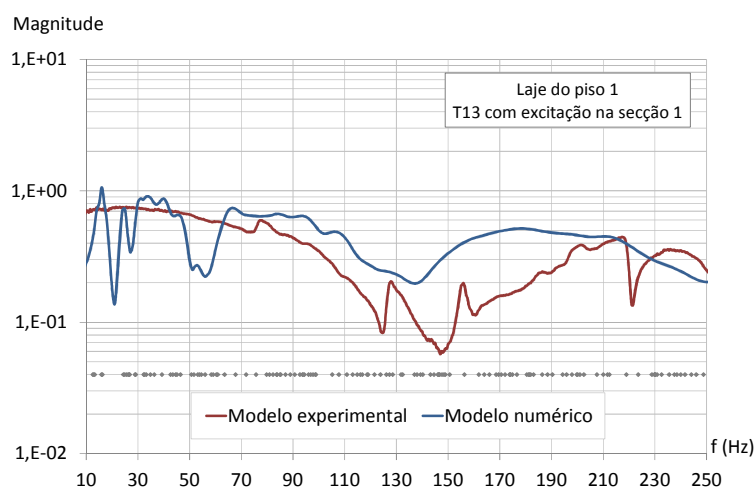


Figura 6.10 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 1 (edifício da escola)

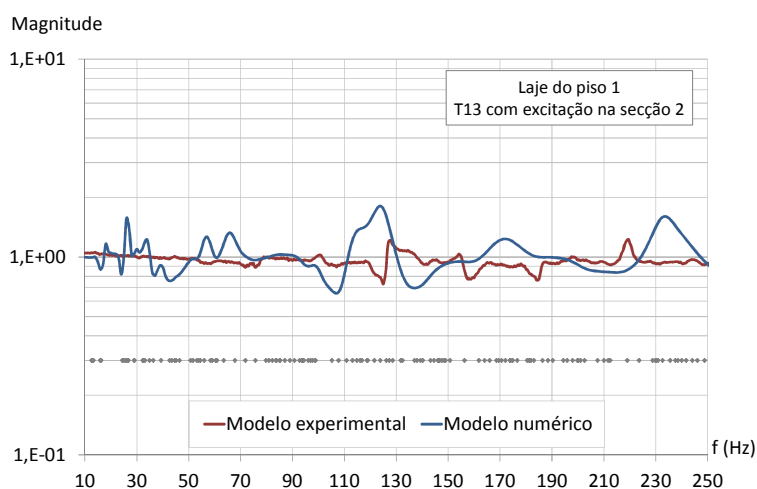


Figura 6.11 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

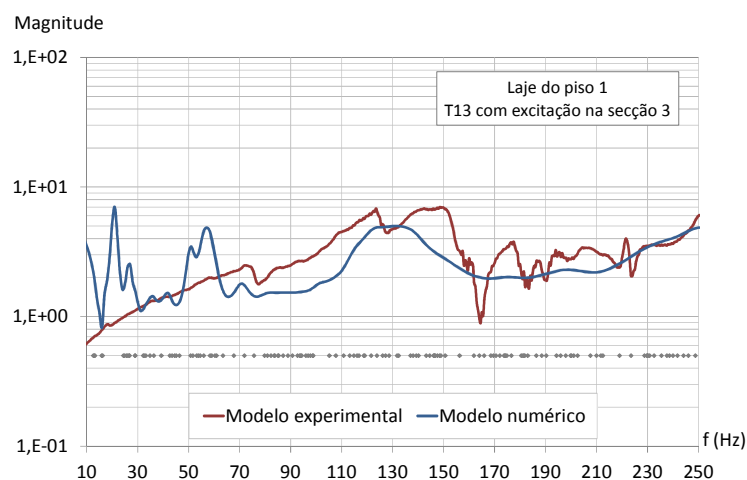


Figura 6.12 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 3 (edifício da escola)

Na Figura 6.13 quantifica-se estatisticamente o ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental através dos coeficientes FDAC, correspondentes às funções de transferência da aceleração da laje A do piso 1 com excitação nas secções 1, 2 e 3. Ao longo da gama de frequências em análise, apesar de existirem algumas frequências com coeficientes FDAC reduzidos, grande parte dos coeficientes apresenta valores elevados, demonstrando a existência de uma correlação razoável entre o modelo numérico e os registos experimentais da laje do piso 1. É importante referir que as discrepâncias entre as respostas do modelo de elementos finitos e os registos experimentais devem-se, não só às simplificações do modelo numérico, mas também às limitações do equipamento de medição utilizado e às condições de realização dos ensaios experimentais.

O melhoramento do modelo de elementos finitos em termos de comportamento dinâmico dos elementos lineares foi realizado com base nos pilares PA e PB, identificados na Figura 6.3 e na Figura 6.4. Para estes elementos a comparação entre as respostas numéricas e experimentais foi feita em termos de comparação gráfica das frequências naturais de vibração e das funções de transferência da aceleração ao longo dos elementos. Na Figura 6.14 (a) e (b) apresenta-se graficamente a relação entre os valores numéricos e experimentais das frequências naturais de vibração, respetivamente, do pilar PA na direção Y e do pilar PB na direção X, assim como os correspondentes erros relativos. Pela observação dos gráficos, verifica-se que existe, em ambos os elementos, um bom ajuste entre as frequências naturais de vibração obtidas numérica e experimentalmente.

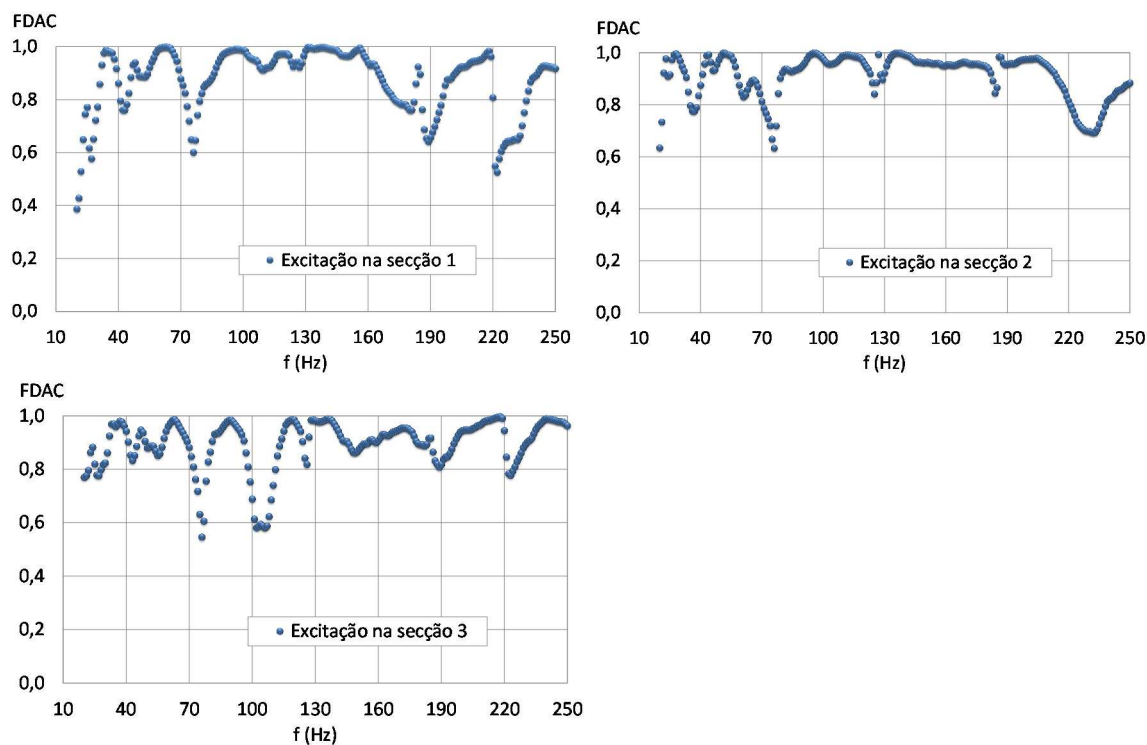


Figura 6.13 – Coeficientes FDAC das funções de transferência da laje A do piso 1 (edifício da escola)

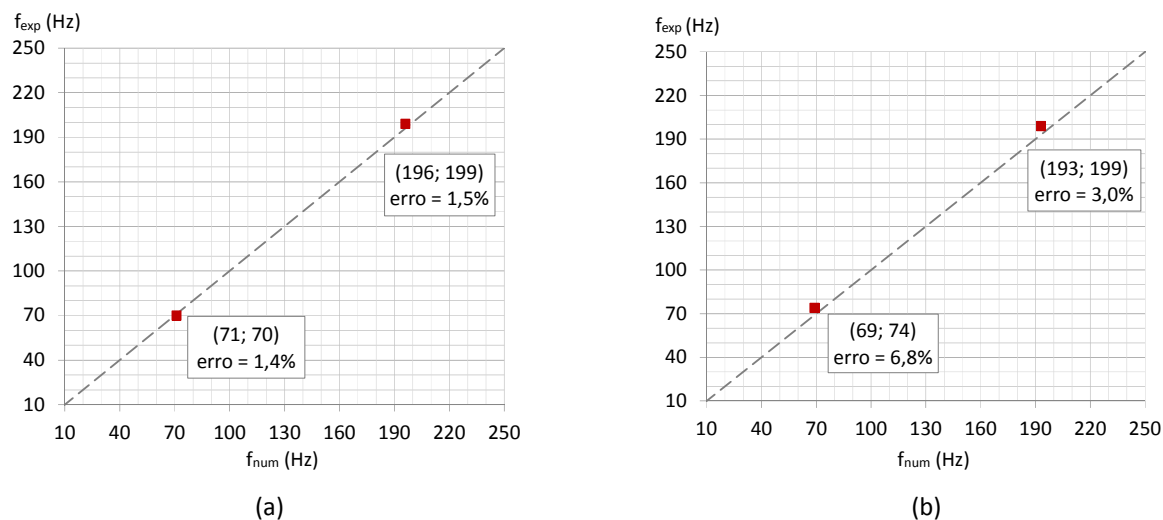


Figura 6.14 – Frequências naturais de vibração (a) do pilar PA na direção Y e (b) do pilar PB na direção X (edifício da escola)

Na Figura 6.15 e na Figura 6.16 comparam-se graficamente as funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 2 com a força aplicada na secção 1 (conforme localizações definidas na Figura 6.4), dos pilares PA na direção Y e do pilar PB nas direção X, respetivamente. Observa-se que, apesar de existir um bom ajuste entre as frequências naturais de vibração numéricas e experimentais, a magnitude das funções de transferência da aceleração transversal

nos elementos lineares, em algumas frequências, é significativamente superior na resposta numérica. Observa-se no entanto que, nas restantes frequências, existe uma correlação aceitável entre os dois modelos.

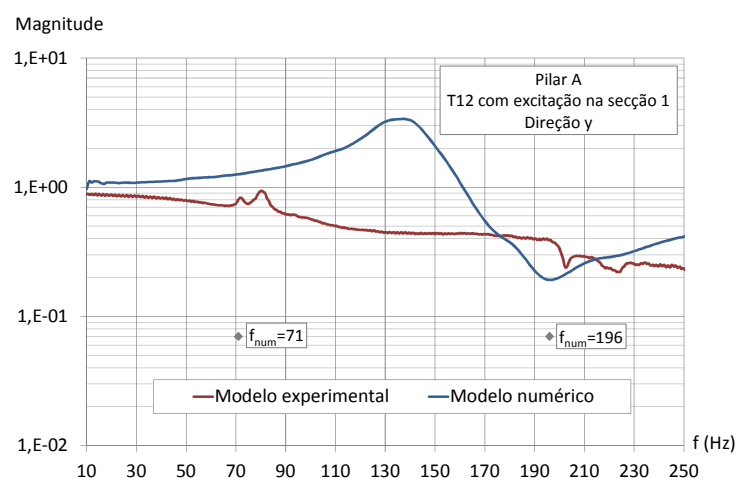


Figura 6.15 – Funções de transferência da aceleração na direção Y entre as secções 1 e 2 do pilar PA com excitação na secção 1 (edifício da escola)

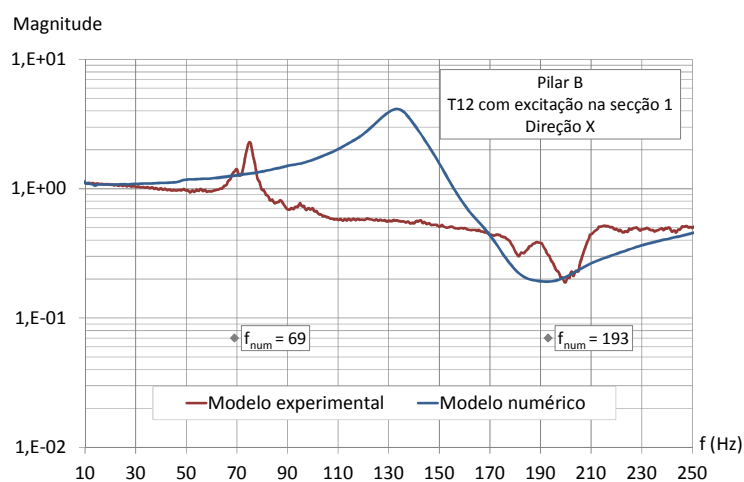


Figura 6.16 – Funções de transferência da aceleração na direção X entre as secções 1 e 2 do pilar PB com excitação na secção 1 (edifício da escola)

Pelas análises realizadas, considera-se que o modelo de elementos finitos desenvolvido apresenta qualidade suficiente para fornecer resultados fiáveis, em termos de transmissão da vibração ao longo dos elementos estruturais.

6.2.3.2 Transmissão de vibração através dos nós da estrutura

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental em termos de propagação de vibração através dos nós da estrutura foi efetuado considerando diferentes tipos de transmissão: entre lajes de pisos diferentes; entre laje e pilar; e entre pilar e viga de um mesmo piso.

O ajuste em termos de propagação da vibração entre pisos está explícito na Figura 6.17 e na Figura 6.18, onde se representam as funções de transferência da aceleração entre as lajes dos pisos 0 e 1, sendo as respostas registadas, respetivamente, junto ao pilar PA, na secção 7, e junto ao pilar PB, na secção 8 (Figura 6.4).

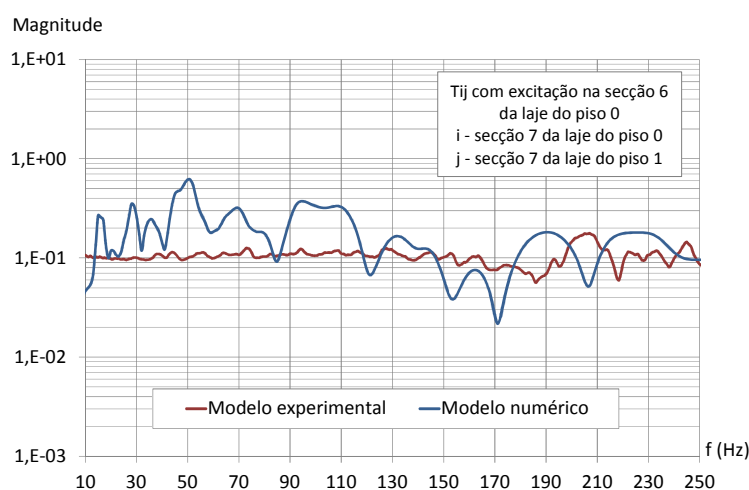


Figura 6.17 – Funções de transferência da aceleração entre pisos com registos nas secções 7 do piso 0 e do piso 1 e com excitação na secção 6 do piso 0 (edifício da escola)

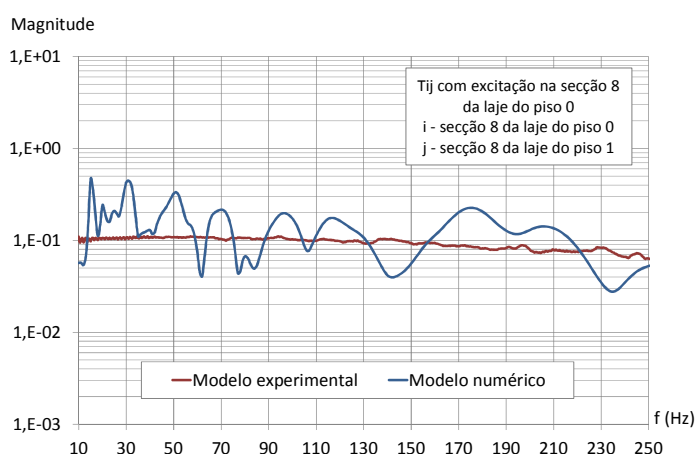


Figura 6.18 – Funções de transferência da aceleração entre pisos com registos nas secções 8 do piso 0 e do piso 1 e com excitação na secção 8 do piso 0 (edifício da escola)

O ajuste dos modelos numérico e experimental em termos de propagação da vibração através dos nós da estrutura entre as lajes e os pilares está expresso na Figura 6.19 e na Figura 6.20, onde se representam as funções de transferência da aceleração entre a laje do piso 0 (direção Z) e o pilar PA (direção Y) e o pilar PB (direção X), respetivamente.

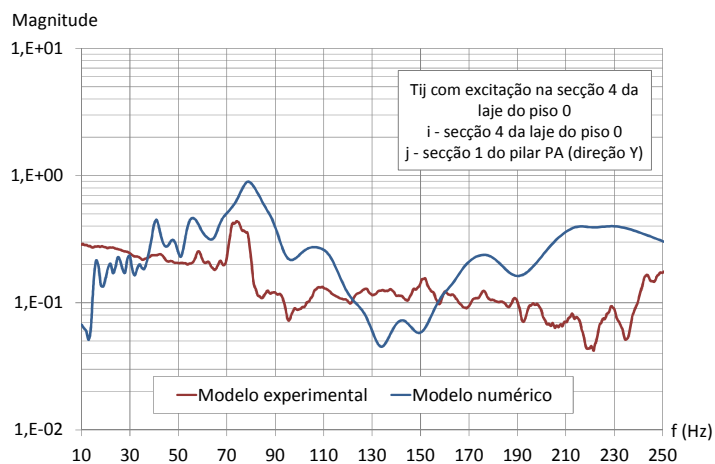


Figura 6.19 – Funções de transferência da aceleração entre a secção 4 da laje do piso 0 (direção Z) e a secção 1 do pilar PA (direção Y) com excitação na secção 4 da laje (edifício da escola)

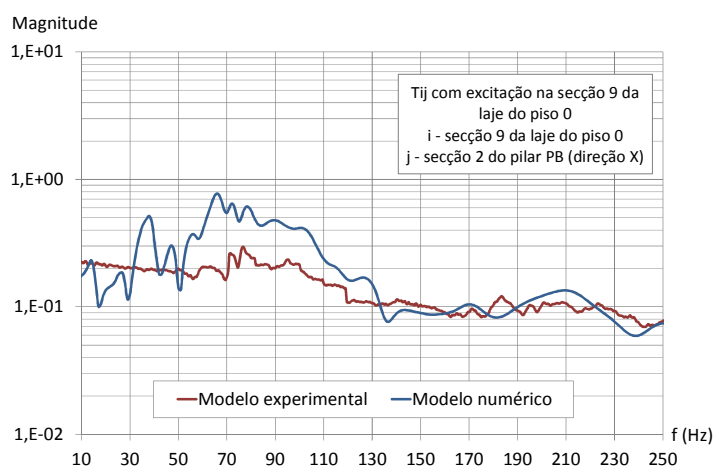


Figura 6.20 – Funções de transferência da aceleração entre a secção 9 da laje do piso 0 (direção Z) e a secção 2 do pilar PB (direção X) com excitação na secção 9 da laje (edifício da escola)

O ajuste dos modelos numérico e experimental em termos de propagação da vibração entre os pilares e as vigas, está apresentado na Figura 6.21 e na Figura 6.22, onde se representam as funções de transferência da aceleração entre o pilar PA (direção Y) e as vigas VA e VB (direção Y), respetivamente.

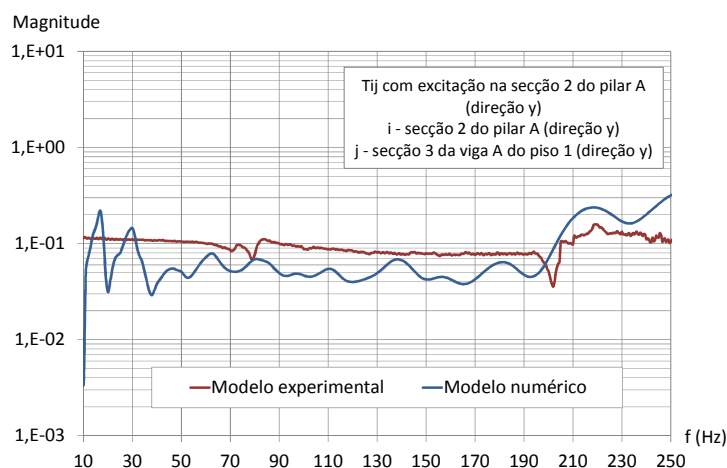


Figura 6.21 – Funções de transferência em aceleração entre a secção 2 do pilar PA (direção Y) e a secção 3 da viga VA do piso 1 (direção Y) com excitação na secção 2 do pilar (edifício da escola)

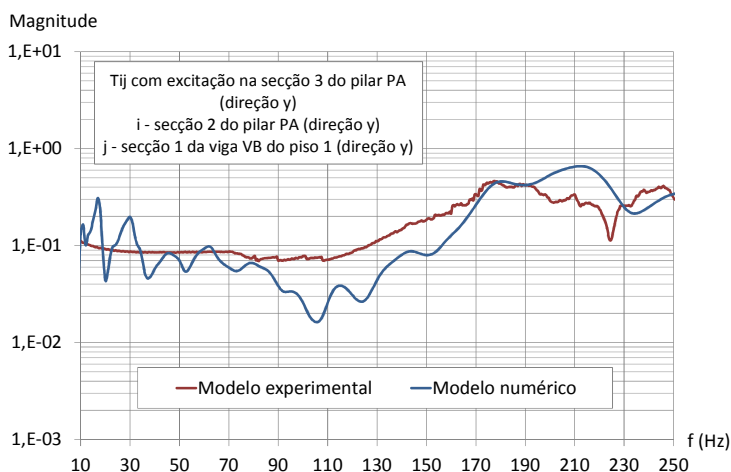


Figura 6.22 – Funções de transferência da aceleração entre a secção 2 do pilar PA (direção Y) e a secção 1 da viga VB do piso 1 (direção Y) com excitação na secção 3 do pilar PA (edifício da escola)

Pela análise anterior, verifica-se que, apesar do ajuste entre o modelo de elementos finitos e o modelo experimental não ser perfeito – o que se deve não só às simplificações adotadas no modelo numérico, mas também às limitações do equipamento de medição utilizado nos ensaios –, de um modo geral, os resultados extraídos do modelo numérico aproximam-se dos registos experimentais, pelo que se considera adequado afirmar que o modelo de elementos finitos desenvolvido fornece resultados fiáveis para avaliar a transmissão da vibração ao longo da estrutura do edifício.

6.3 Casos de estudo teóricos – variantes ao edifício da escola

Com o objetivo de proceder a análises de sensibilidade, uma vez validado o modelo numérico do edifício da escola, foram desenvolvidos modelos de elementos finitos de estruturas meramente teóricas resultantes de alterações à estrutura real da escola. Com as análises de sensibilidade referidas, pretende-se perceber de que forma a vibração se propaga ao longo dos edifícios com estrutura de betão armado, mais especificamente ao longo dos elementos estruturais, nomeadamente ao longo de pavimentos vigados e entre pisos dos edifícios, avaliando também a influência das características da estrutura e dos materiais neste processo. Para este efeito, tornou-se necessário desenvolver dois tipos de modelos: i) modelos ditos parciais e ii) modelos ditos completos.

6.3.1 Modelos parciais

Nos modelos ditos parciais, cada piso da estrutura é modelado considerando apenas três painéis de laje, sendo as plantas estruturais dos modelos desenvolvidos as representadas na Figura 6.23 (a) e (b).

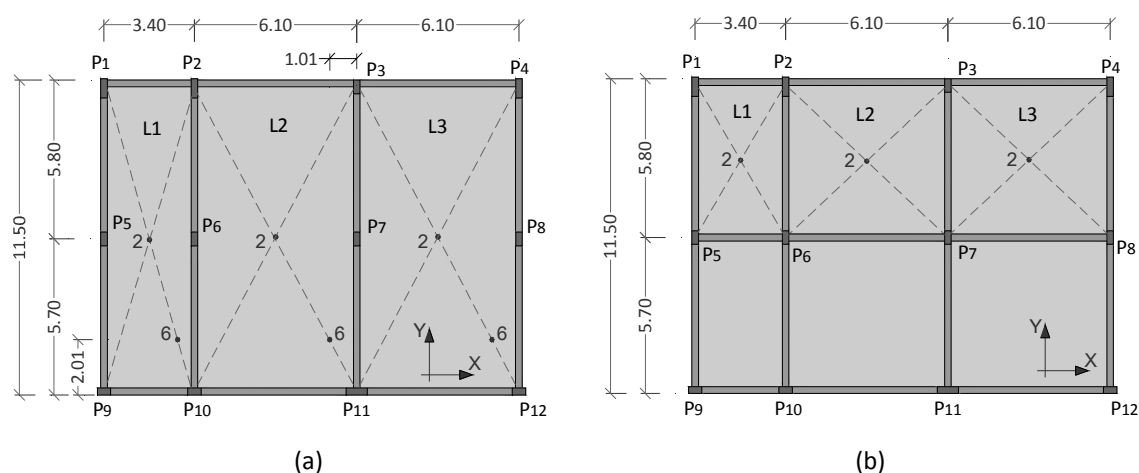


Figura 6.23 – Plantas estruturais dos modelos ditos parciais: (a) estrutura parcial tipo “A” (b) estrutura parcial tipo “B”

Para possibilitar o estudo da influência que o número de pisos do edifício exerce na transmissão de vibração em altura, foram analisadas estruturas com alturas distintas (dois pisos, quatro pisos e seis pisos), representando-se na Figura 6.24 os modelos de elementos finitos desenvolvidos no programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192].

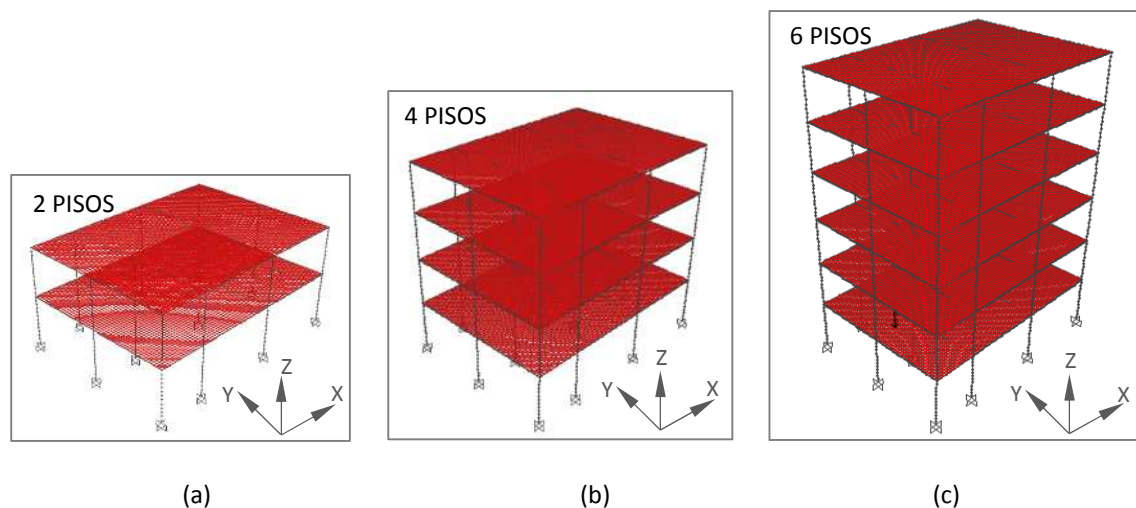


Figura 6.24 – Modelos de elementos finitos desenvolvidos para as análises de sensibilidade (a) com dois pisos (b), com quatro pisos e (c) com seis pisos

Neste estudo, utilizou-se o método de análise de sensibilidade numa variável de cada vez, que consiste em fazer variar, em cada modelo, apenas um parâmetro, possibilitando, desta forma, a análise da influência que cada fator exerce na resposta da estrutura às vibrações. No total, foram analisadas 15 estruturas com características distintas, em que, para além da dimensão dos painéis de laje e do número de pisos, os modelos diferem entre si na espessura da laje, h_s , na secção transversal dos pilares, a_c e b_c , no comprimento dos pilares, L_c , na secção transversal das vigas, a_b e h_b , e no módulo de elasticidade do material, E_t . No Quadro 6.1 apresentam-se a designação e as características mecânicas e geométricas de cada um dos modelos desenvolvidos.

Os modelos parciais são utilizados nas análises em que se pretende compreender o processo de transmissão da vibração ao longo de cada elemento estrutural (pilares e lajes), entre painéis de laje e entre pisos do edifício.

Quadro 6.1 – Características mecânicas e geométricas das estruturas dos modelos ditos parciais

Designação	Tipo de planta estrutural	Nº pisos	L_c (m)	$a_c \times b_c$ (m)	$a_b \times h_b$ (m)	h_s (m)	E_t (GPa)
Modelo 1 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 2 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,30×0,70	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 3 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	5,0	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 4 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	27,5
Modelo 5 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,25	34,0
Modelo 6 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,30	34,0
Modelo 7 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	3,5	0,25×0,50	0,30×0,80	0,19	34,0
Modelo 8 (2 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	2 (Pisos 0 e 1)	2,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 1 (4 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 2 (4 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	3,5	0,30×0,70	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 4 (4 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	27,5
Modelo 6 (4 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,30	34,0
Modelo 8 (4 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	2,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 9 (4 pisos)	Est. parcial tipo B da Figura 6.23	4 (Piso 0 a 3)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0
Modelo 1 (6 pisos)	Est. parcial tipo A da Figura 6.23	6 (Piso 0 a 5)	3,5	0,25×0,50	0,25×0,60	0,19	34,0

6.3.2 Modelos completos

Nos modelos ditos completos, cada piso da estrutura é constituído por um número de painéis de laje idêntico ao dos pisos do edifício da escola. Todas as estruturas possuem dois pisos e um pé-direito de 3,5 m, sendo as secções transversais dos pilares e das vigas as mesmas da estrutura da escola. Apenas se alteram os fatores que poderão ser condicionantes na transmissão da vibração em planta (o valor do módulo de elasticidade do material, a geometria e as dimensões das lajes). Representam-se, da Figura 6.25 à Figura 6.28, os diferentes tipos de plantas estruturais e os respetivos modelos de elementos finitos desenvolvidos, por recurso ao programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192].

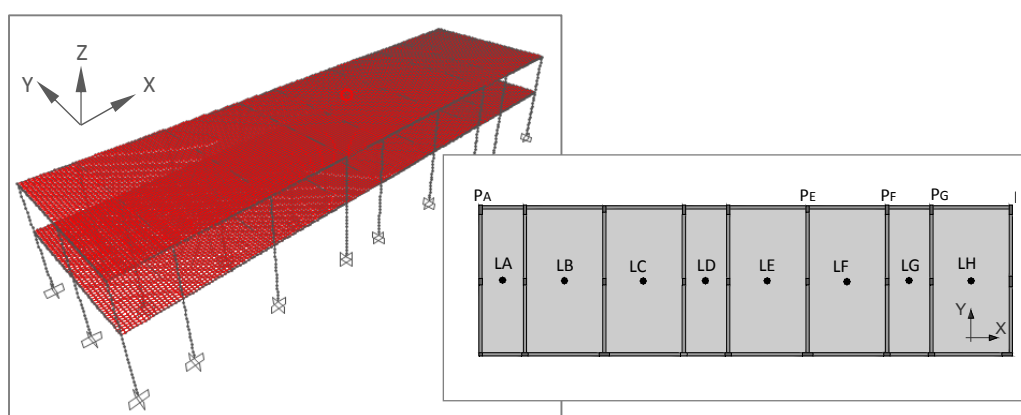


Figura 6.25 – Planta da estrutura global tipo “A” e respetivo modelo de elementos finitos

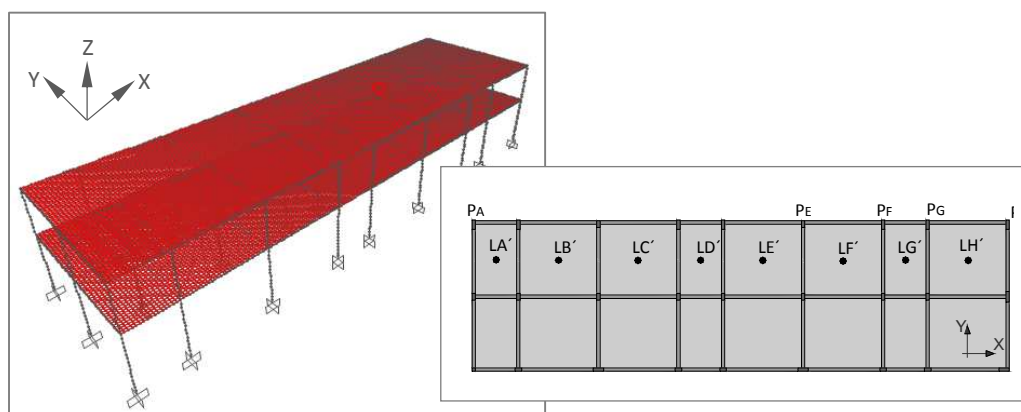


Figura 6.26 – Planta da estrutura global tipo “B” e respetivo modelo de elementos finitos

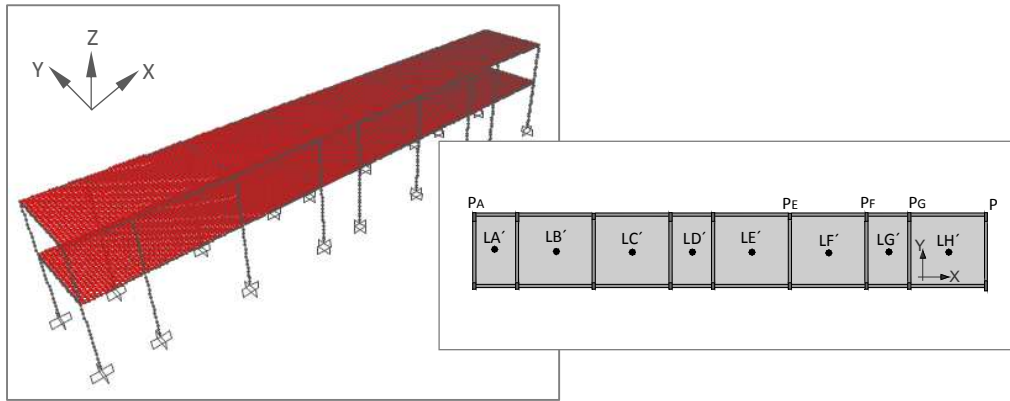


Figura 6.27 – Planta da estrutura global tipo “C” e respetivo modelo de elementos finitos

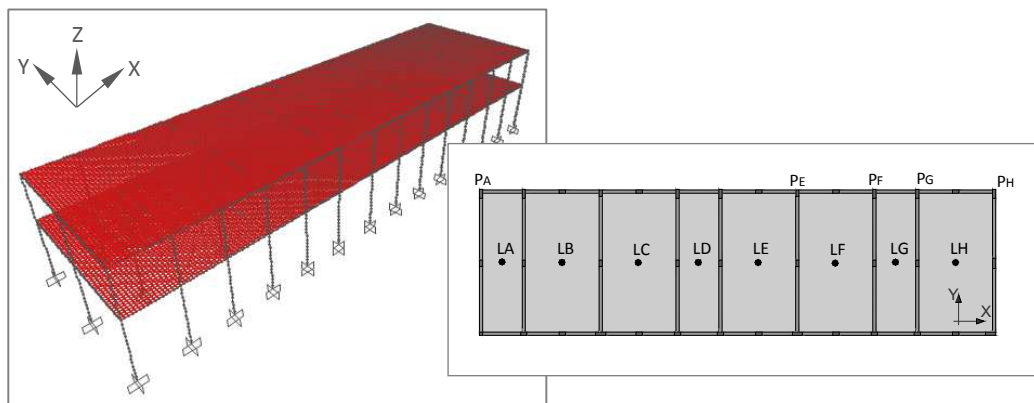


Figura 6.28 – Planta da estrutura global tipo “D” e respetivo modelo de elementos finitos

No Quadro 6.2 apresenta-se a designação dos modelos analisados, assim como as características da estrutura e do material, que diferem entre os modelos.

Quadro 6.2 – Características mecânicas e geométricas das estruturas dos modelos ditos completos

Designação	Tipo de estrutura	E_t (GPa)	h_s (m)
Modelo 1 (Global)	Est. global tipo A representada na Figura 6.25	34,0	0,19
Modelo 4 (Global)	Est. global tipo A representada na Figura 6.25	27,5	0,19
Modelo 6 (Global)	Est. global tipo A representada na Figura 6.25	34,0	0,30
Modelo 7 (Global)	Est. global tipo B representada na Figura 6.26	34,0	0,19
Modelo 8 (Global)	Est. global tipo B representada na Figura 6.26	34,0	0,15
Modelo 9 (Global)	Est. global tipo C representada na Figura 6.27	34,0	0,19
Modelo 10 (Global)	Est. global tipo D representada na Figura 6.28	27,5	0,19

Os modelos ditos globais são utilizados nas análises em que se pretende avaliar a transmissão da vibração em planta, ao longo dos pavimentos dos edifícios.

De referir que nas análises de sensibilidade realizadas em seguida se optou por utilizar toda a representação gráfica em bandas de frequência em terço de oitava. Esta opção deve-se ao facto de se pretender no futuro aplicar este trabalho à estimativa dos campos sonoros em compartimentos de edifícios.

6.4 Transmissão de vibração em elementos estruturais

Nesta secção, analisa-se a forma como a energia de vibração se propaga ao longo dos elementos estruturais (pilares e laje) e o efeito exercido na propagação pelas características da estrutura e dos materiais. Entre os fatores analisados estão parâmetros físicos, como o módulo de elasticidade do material, parâmetros geométricos, como as dimensões dos elementos estruturais e as suas condições de fronteira, e outros fatores, como o tipo de elemento vertical excitado e o número de pisos acima do mesmo.

6.4.1 Elementos lineares – Pilares

A análise da propagação da vibração ao longo de um pilar é realizada para duas situações distintas: i) forças de excitação na direção perpendicular ao elemento (direção horizontal) e ii) forças de excitação na direção do eixo longitudinal do elemento (direção vertical). Para cada um dos casos de excitação, analisa-se a influência que o módulo de elasticidade do material, o comprimento e as dimensões da secção transversal do pilar e o tipo de pilar excitado (pilar de canto, bordo ou interior) exercem na vibração destes elementos. Para o caso da excitação na direção vertical, analisa-se também a influência que o número de pisos do edifício e o número de pisos acima do troço de pilar analisado exercem na vibração do mesmo.

Os modelos utilizados nesta análise foram os designados de modelos parciais, descritos no Quadro 6.1 e ilustrados na Figura 6.24. A designação dos elementos estruturais dos modelos adotada nas secções seguintes está definida nas plantas estruturais da Figura 6.23. Apesar de terem sido analisados e comparados os resultados extraídos de um variado número de elementos destes modelos, neste documento apenas se apresentam, a título ilustrativo, dois exemplos de cada análise realizada, um neste capítulo e outro na secção II.1 do Apêndice A.II.

6.4.1.1 Influência do módulo de elasticidade do material

Para analisar a influência do módulo de elasticidade na transmissão de vibração ao longo dos pilares, foram comparados os resultados, em termos de funções de transferência da aceleração vertical e horizontal ao longo dos elementos, obtidos com os modelos parciais 1 e 4 (dois pisos) definidos no Quadro 6.1. Entre estes modelos, o único parâmetro que diverge é o valor do módulo de elasticidade do material, que toma o valor de 34GPa no modelo 1 e de 27,5GPa no modelo 4. Na Figura 6.29 apresenta-se a transmissão da vibração horizontal entre as extremidades do troço do pilar P1, entre as fundações e o piso 0, devido a uma excitação horizontal na base do mesmo elemento, em cada um dos modelos referidos. Na Figura A.II.1 do Apêndice A.II complementa-se a ilustração desta análise com a resposta do pilar P8.

De referir que se optou por utilizar a representação gráfica em bandas de terço de oitava por causa da aplicação futura que se pretende fazer deste trabalho, que é a estimativa de campos sonoros em compartimentos de edifícios.

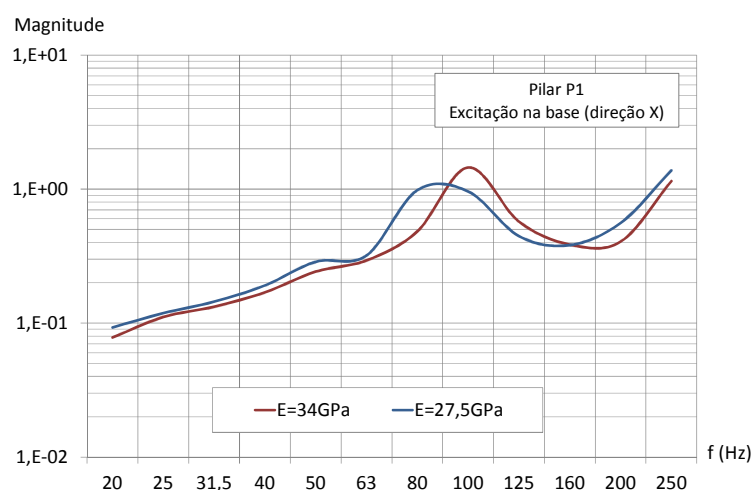


Figura 6.29 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração horizontal entre extremidades do pilar P1

Na Figura 6.30 e na Figura A.II.2 do Apêndice A.II apresenta-se, respetivamente, a transmissão da vibração vertical entre as extremidades dos troços dos pilares P8 e P7 (identificados na Figura 6.23), entre o piso 0 e o piso 1, devido a uma excitação vertical na secção inferior do pilar, para os modelos com módulos de elasticidade distintos (modelos parciais 1 e 4).

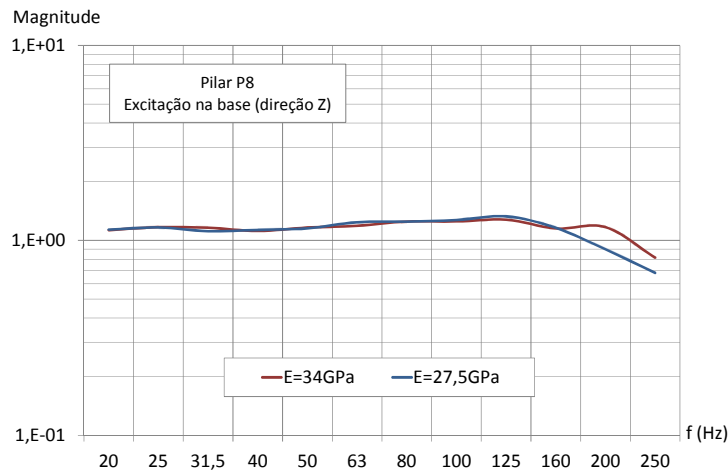


Figura 6.30 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração longitudinal entre extremidades do pilar P8

A Figura 6.29 e a Figura A.II.1 do Apêndice A.II mostram uma translação nos espectros de resposta. Verifica-se que as frequências próprias de vibração na direção perpendicular ao eixo dos pilares aumentam, como esperado, com o incremento do valor do módulo de elasticidade, mas a intensidade da vibração e, conseqüentemente, a magnitude média da função de transferência mantêm-se. Pela análise da Figura 6.30 e da Figura A.II.2 do Apêndice A.II, pode concluir-se que a transmissão da vibração vertical ao longo dos pilares é pouco sensível ao valor do módulo de elasticidade, notando-se, apenas, que um valor superior deste parâmetro provoca um acréscimo ligeiro na magnitude da função de transferência na gama de frequências de vibração superior a cerca de 160Hz.

6.4.1.2 Influência das dimensões dos pilares

A análise da contribuição das dimensões dos pilares na propagação da vibração ao longo destes elementos foi realizada com base em dois parâmetros: i) comprimento do pilar (L_c), para o qual se recorreu à comparação entre os resultados dos modelos 1, 3 e 8 (dois pisos), definidos no Quadro 6.1, sendo o comprimento dos pilares nestes modelos de 3,5 m, 5,0 m e 2,5 m, respetivamente; e ii) dimensões da secção transversal do pilar (ac ; bc) recorrendo-se, neste caso, aos resultados dos modelos 1 e 2 (dois pisos), definidos no Quadro 6.1, sendo as dimensões da secção transversal dos pilares nestes modelos de 0,25 m por 0,50 m e de 0,30 m por 0,70 m, respetivamente.

A influência da rigidez dos pilares na transmissão da vibração horizontal ao longo do seu comprimento está expressa na Figura 6.31 e na Figura 6.32, onde se representam as funções de transferência da vibração horizontal entre extremidades do primeiro troço do pilar P3, devido a uma excitação horizontal aplicada na base do mesmo, respetivamente, para os casos de pilares com comprimentos distintos e secção transversal distinta.

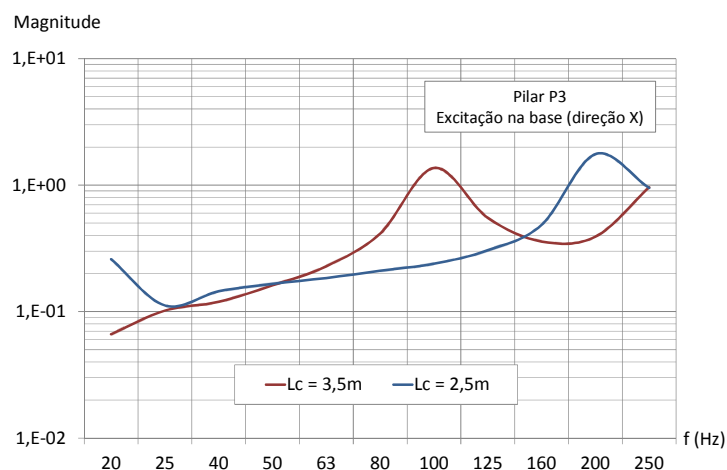


Figura 6.31 – Influência do comprimento do pilar P3 na transmissão da vibração horizontal entre as suas extremidades

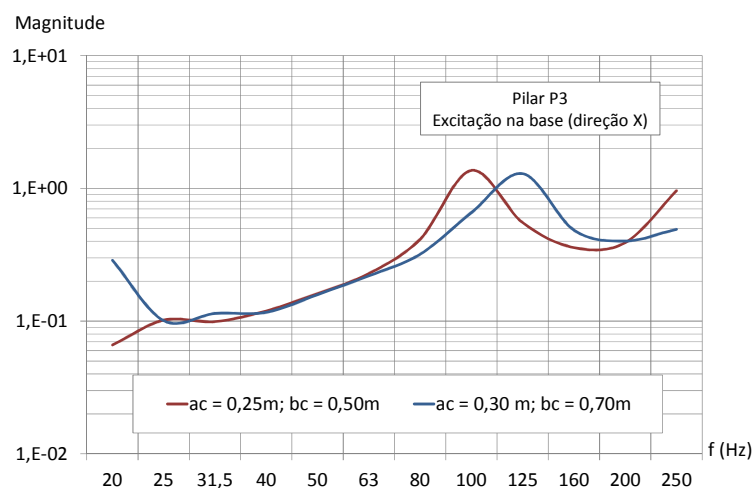


Figura 6.32 – Influência da secção transversal do pilar P3 na transmissão da vibração horizontal entre as suas extremidades

Na Figura A.II.3 e na Figura A.II.4 do Apêndice A.II complementam-se as análises anteriores com as respostas do pilar P4, obtidas dos modelos numéricos em que este elemento tem comprimento e secção transversal distintas.

Pela análise anterior (da Figura 6.31, da Figura 6.32, da Figura A.II.3 e da Figura A.II.4 do Apêndice A.II) observa-se, como seria de esperar, que quanto maior é a rigidez do elemento, e, portanto, quanto menor é o seu comprimento e maior a sua secção transversal, mais elevadas são as frequências próprias de vibração do elemento.

A análise da influência destas grandezas na transmissão da vibração longitudinal dos pilares está expressa na Figura 6.33 e na Figura 6.34, onde se representam as funções de transferência do troço do pilar P7 entre o piso 0 e o piso 1 correspondentes a modelos em que os pilares possuem diferentes comprimentos e diferentes secções transversais. Ilustram-se, ainda, na Figura A.II.5 e na Figura A.II.6 no Apêndice A.II, as mesmas funções, mas correspondentes ao troço do pilar P8 entre o piso 0 e o piso 1.

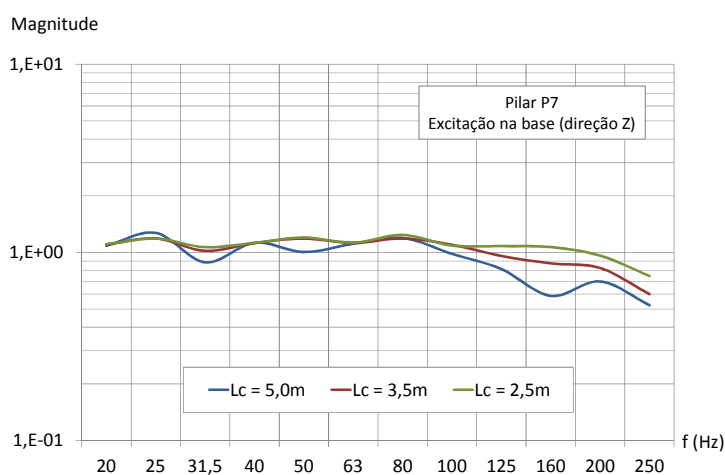


Figura 6.33 – Influência do comprimento do pilar P7 na transmissão da vibração longitudinal entre as suas extremidades

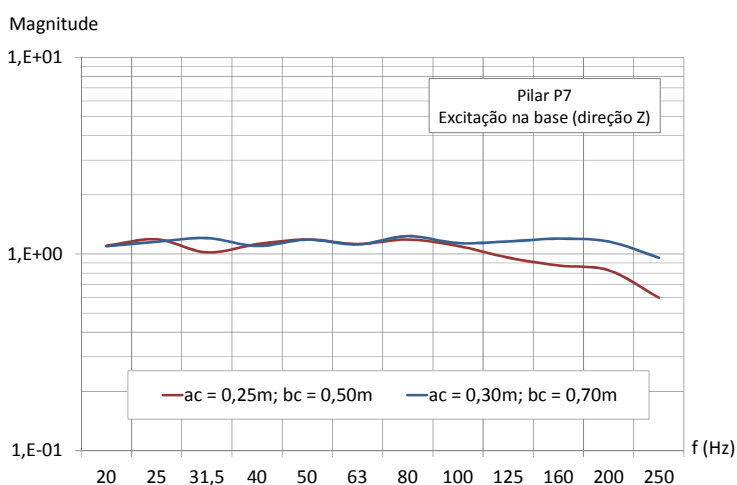


Figura 6.34 – Influência da secção transversal do pilar P7 na transmissão da vibração longitudinal entre as suas extremidades

Pela observação da Figura 6.33, da Figura 6.34, da Figura A.II.5 e da Figura A.II.6 do Apêndice A.II, verifica-se que a energia de vibração longitudinal que se transmite ao longo dos pilares é superior em elementos com menores comprimentos e maiores dimensões da secção transversal, *i.e.*, quanto mais rígido é o pilar, mais energia se transmite. É de referir, no entanto, que a sensibilidade a estes parâmetros apenas se faz sentir nas gamas de frequências mais elevadas (acima de 90Hz). Apesar da propagação da vibração ser superior nos elementos mais rígidos, os elementos mais flexíveis são mais sensíveis à vibração, pelo que, em secções próximas da força de excitação, vibram com intensidade superior. Para ilustrar esta constatação, apresenta-se, na Figura 6.35 e na Figura 6.36, o valor eficaz da aceleração na secção de aplicação da força (base do pilar) e na secção de topo do pilar P7, correspondentes a diferentes comprimentos e diferentes secções transversais do elemento. A análise das mesmas permite observar que os pilares com comprimentos maiores e secções transversais menores – portanto, os mais flexíveis – são os que vibram com mais intensidade, mas que transmitem menos energia para a secção mais afastada (topo dos pilares).

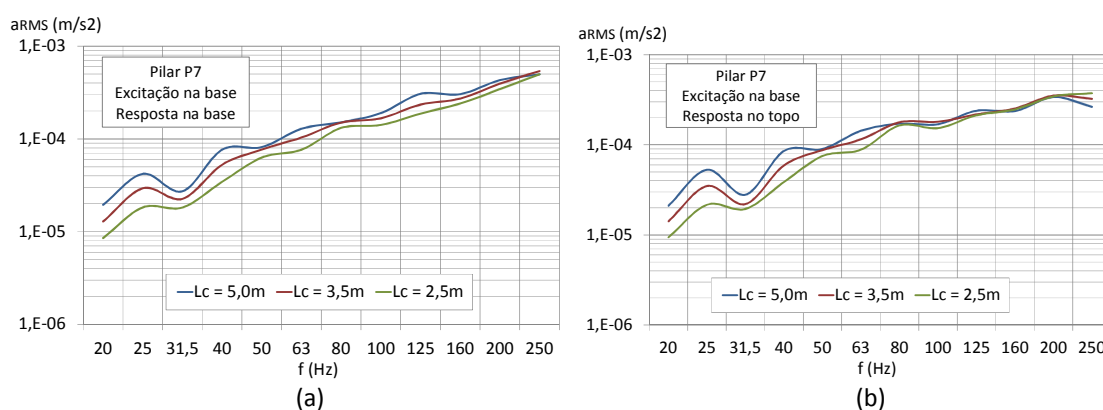


Figura 6.35 – Influência do comprimento do pilar P7 na vibração longitudinal (a) da secção de base e (b) da secção de topo do mesmo

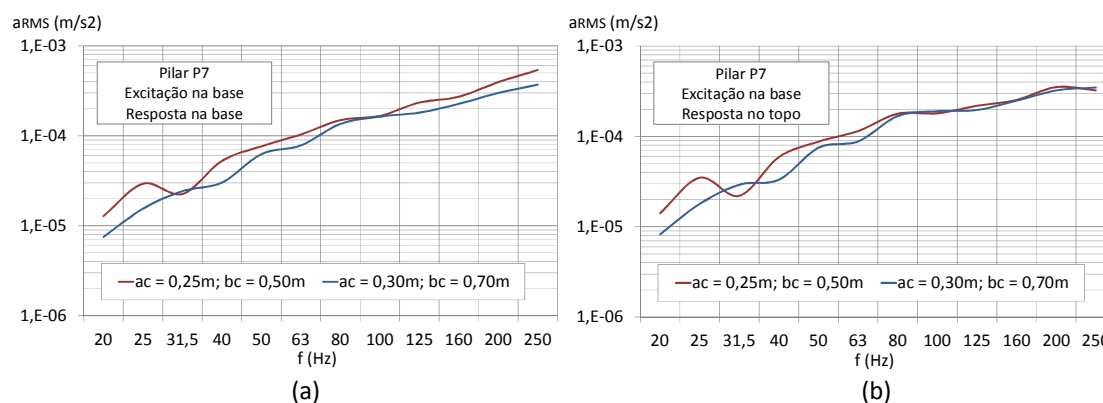


Figura 6.36 – Influência da secção transversal do pilar P7 na vibração longitudinal (a) da secção de base e (b) da secção de topo do mesmo

6.4.1.3 Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares

Com o objetivo de verificar se o tipo de nó de extremidade que caracteriza os pilares condiciona, de alguma forma, a propagação da vibração ao longo do seu comprimento, é realizada uma análise comparativa entre os resultados da vibração de pilares com as mesmas características físicas e geométricas, mas com diferentes localizações em planta e diferentes tipos de ligação a elementos de viga. As diferentes tipologias de nós de pilares estão representadas na Figura 6.37 e correspondem a: (a) pilares de canto ligados a duas vigas; (b) pilares de bordo ligados a três vigas (tipo “T”); (c) pilares de bordo ligados a duas vigas (tipo “|”); (d) pilares interiores ligados a duas vigas (tipo “|”); e (e) pilares interiores ligados a quatro vigas (tipo “+”).

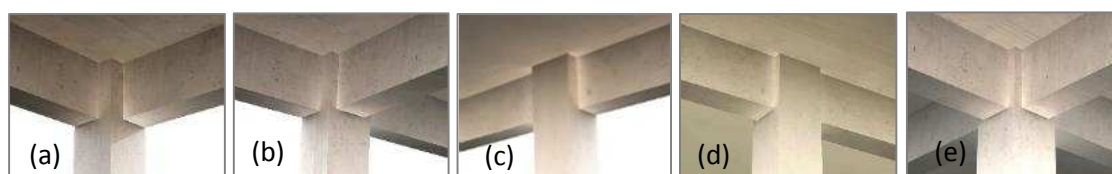


Figura 6.37 – Ilustração de alguns tipos de nós de pilares

Realizaram-se análises da propagação da vibração, na direção longitudinal e nas direções transversais, ao longo dos pilares representados nas plantas estruturais da Figura 6.23, nos modelos descritos no Quadro 6.1.

O estudo da vibração nas direções transversais ao eixo longitudinal dos pilares é ilustrado na Figura 6.38 e na Figura 6.39, nas quais se representam as funções de transferência em aceleração, nas direções X e Y, obtidas do modelo parcial 1 (dois pisos) entre as extremidades do primeiro troço de um pilar de canto (P1), de um pilar de bordo do tipo “T” (P3), de um pilar de bordo do tipo “|” (P8) e de um pilar interior do tipo “|” (P7). A ilustração desta análise é complementada com as mesmas respostas, mas obtidas com o modelo parcial 2 (dois pisos), a qual se apresenta na Figura A.II.7 do Apêndice A.II.

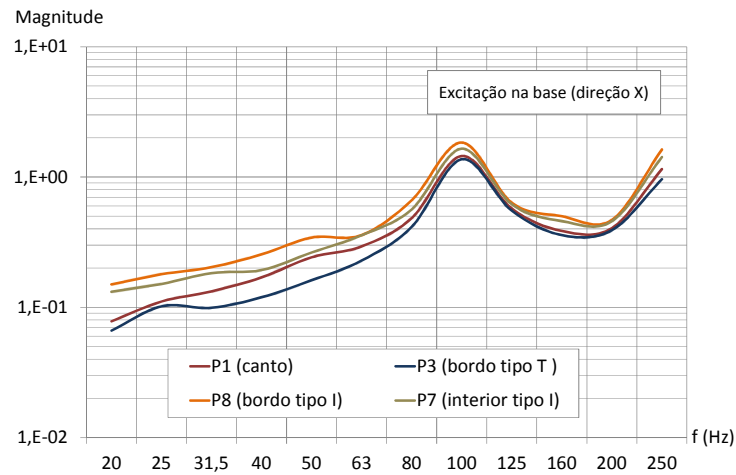


Figura 6.38 – Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares na transmissão da vibração horizontal, na direção X, ao longo dos mesmos (modelo parcial 1)

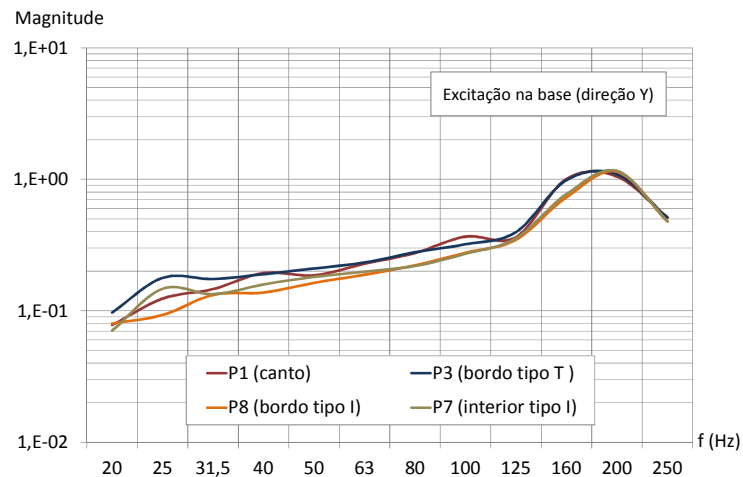


Figura 6.39 – Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares na transmissão da vibração horizontal, na direção Y, ao longo dos mesmos (modelo parcial 1)

O estudo do efeito da tipologia dos nós dos pilares na transmissão da vibração longitudinal ao longo destes elementos está ilustrado na Figura 6.40 e na Figura A.II.8 do Apêndice A.II, nas quais se representam as funções de transferência da aceleração, na direção vertical, obtidas, também, dos modelos parciais 1 e 2 (dois pisos) entre as extremidades dos mesmos pilares do troço entre o piso 0 e o piso 1.

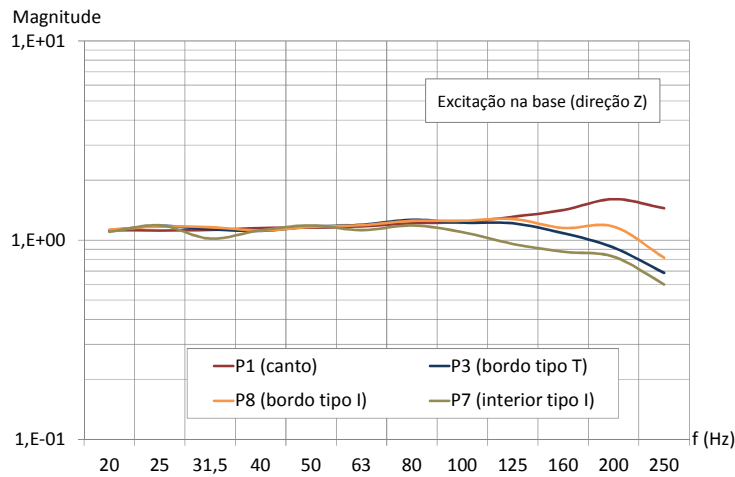


Figura 6.40 – Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares na transmissão da vibração longitudinal ao longo dos mesmos (modelo parcial 1)

Pela análise dos gráficos das figuras anteriores, verifica-se que as condições de extremidade dos pilares exercem influência na transmissão da vibração ao longo dos mesmos. Verifica-se que as vibrações transversais ao elemento são influenciadas por este fator em toda a gama de frequências de análise (20 Hz a 250 Hz), enquanto as vibrações longitudinais apenas são condicionadas pelas condições de extremidade na gama de frequências acima dos 80 Hz. Conclui-se, ainda, que, na gama de frequências acima dos 80 Hz, ocorre, nos pilares de canto, uma amplificação das vibrações longitudinais ao longo do comprimento do pilar, em oposição aos pilares interiores, e que, no caso de vibrações transversais ao elemento, existe uma clara atenuação da vibração ao longo do elemento, sendo esta mais acentuada nas frequências mais baixas e nos pilares com condições de extremidade mais rígidas na direção da vibração (P3 na direção X e P7 e P8 na direção Y).

6.4.1.4 Influência do número de pisos do edifício

O comportamento face à vibração longitudinal dos pilares ao longo da altura do edifício e a influência que o número total de pisos do edifício exerce neste foram analisados por recurso a estruturas com as mesmas características mecânicas e geométricas, mas com um número de pisos distinto, concretizadas pelos modelos 1 definidos no Quadro 6.1 com dois pisos, quatro pisos e seis pisos.

Para perceber se o comportamento em vibração dos pilares é influenciado pelo número de pisos acima dos mesmos, representam-se, na Figura 6.41 e na Figura A.II.9 do Apêndice A.II, as funções

de transferência da aceleração longitudinal, respetivamente, do pilar P7 e do pilar P3 ao longo da altura da estrutura do modelo 1 com seis pisos, devido a excitações na extremidade inferior de cada troço do pilar. Pela análise dos gráficos, é possível observar que o comportamento face à vibração longitudinal dos pilares é independente do número de pisos existentes acima do mesmo, à exceção do “troço 5” do pilar, que corresponde ao troço do último piso do edifício. A energia de vibração transmitida ao longo do último troço do pilar é superior à vibração transmitida ao longo dos elementos dos pisos intermédios, o que se deve ao facto de o nó da extremidade superior deste elemento ser diferente e menos rígido que os restantes. Pode considerar-se que os nós de cobertura incluem menos caminhos para dissipação de energia, conduzindo assim a maior transmissão de energia pelos caminhos disponíveis.

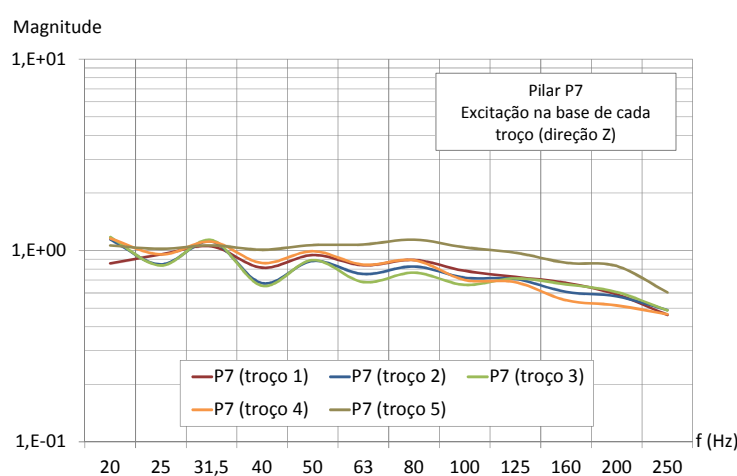


Figura 6.41 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades de cada troço do pilar P7 ao longo da altura do edifício (troço “i” – elemento entre o piso “i-1” e o piso “i”)

Com o objetivo de perceber se o comportamento face à vibração longitudinal dos pilares depende do número total de pisos do edifício, realizaram-se análises comparativas entre as respostas dos pilares das estruturas dos modelos 1 com dois pisos, com quatro pisos e com seis pisos. O comportamento do último troço dos pilares está representado na Figura 6.42 e na Figura A.II.10 do Apêndice A.II, através das funções de transferência da aceleração longitudinal correspondentes ao pilar P8 e ao pilar P1, de onde é possível observar que a resposta do pilar é semelhante nas três estruturas.

O número de pisos total do edifício também não tem qualquer influência na resposta à vibração longitudinal dos pilares dos pisos intermédios, conforme é perceptível na Figura 6.43 e na Figura A.II.11 do Apêndice A.II, onde estão representadas as funções de transferência da aceleração

longitudinal do troço do pilar P3 e do pilar P7 entre o piso 0 e o piso 1 das estruturas dos modelos 1 com quatro pisos e seis pisos.

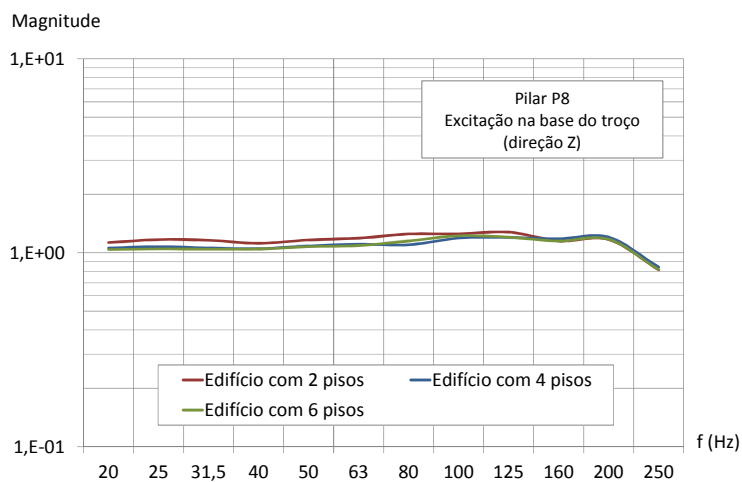


Figura 6.42 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades do último troço do pilar P8, em estruturas com dois, quatro e seis pisos

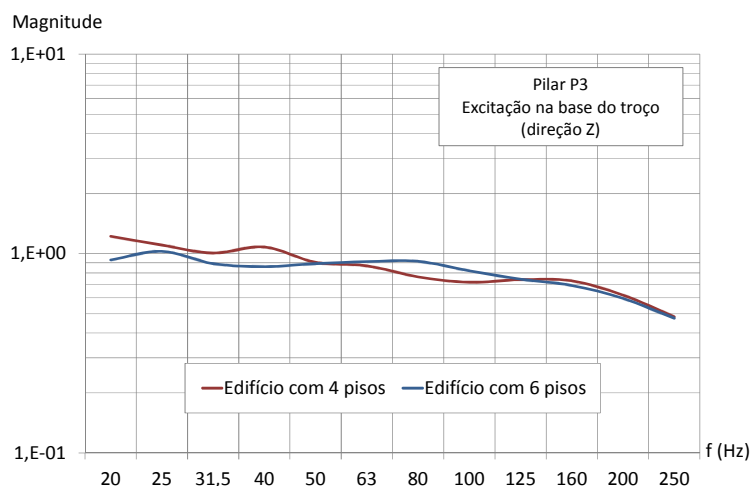


Figura 6.43 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades do troço entre o piso 0 e o piso 1 do pilar P3, em estruturas com quatro e seis pisos

Assim, conclui-se que, à exceção do último piso do edifício, o comportamento à vibração longitudinal dos pilares dos restantes pisos é semelhante e que o número total de pisos do edifício não condiciona a resposta à vibração longitudinal destes elementos.

6.4.2 Elementos de laje

A análise do comportamento dos painéis de laje a vibrações perpendiculares ao seu plano é realizada no sentido de perceber de que forma fatores como o módulo de elasticidade e as dimensões da laje condicionam a propagação da vibração ao longo destes elementos. Para o efeito, foram comparados os resultados extraídos dos modelos parciais descritos no Quadro 6.1 e ilustrados na Figura 6.24, e cuja designação dos elementos estruturais está definida na Figura 6.23.

À semelhança do procedimento adotado na secção anterior para os pilares, e apesar de se terem analisado e comparado os resultados extraídos de vários elementos de laje de diferentes modelos, apresentam-se no presente documento apenas dois exemplos ilustrativos de cada análise realizada, um dos quais no Apêndice A.II.

6.4.2.1 Influência do módulo de elasticidade do material

Para ilustrar a influência que o valor do módulo de elasticidade exerce na propagação da vibração ao longo de um painel de laje, apresentam-se, na Figura 6.44 e na Figura A.II.12 do Apêndice A.II, as funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 6 da laje L2 e da laje L1 do piso 0, respetivamente, devido a uma excitação aplicada na secção 2, as quais foram obtidas com os modelos parciais 1 e 4 com dois pisos. Entre as estruturas destes modelos, a única característica que difere é o valor do módulo de elasticidade, o qual, no modelo 1, toma o valor de 34GPa e, no modelo 4, assume o valor de 27,5GPa.

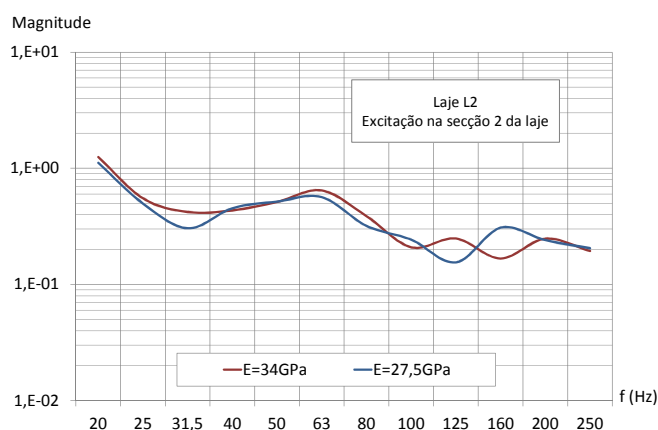


Figura 6.44 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração entre as secções 2 e 6 da laje L2

Da análise dos gráficos, verifica-se que, apesar do módulo de elasticidade influenciar os valores das frequências próprias de vibração dos elementos, como referido para o caso dos pilares, a energia de vibração transmitida é da mesma ordem de grandeza.

6.4.2.2 Influência das dimensões das lajes

No estudo da influência das dimensões dos elementos de laje na propagação da vibração transversal ao seu plano, são tidos em conta o comprimento dos seus vãos em planta (a_s e b_s) e a sua espessura (h_s). O efeito das dimensões em planta foi analisado por comparação entre as respostas à vibração das lajes L1 e L3 do piso 0 dos modelos parciais com dois pisos, uma vez que, entre estes elementos, apenas difere o comprimento dos seus vãos. Na Figura 6.45 e na Figura A.II.13 do Apêndice A.II representam-se as funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 6 destes elementos, devido a uma excitação aplicada na primeira secção, as quais foram obtidas, respetivamente, com os modelos parciais 1 e 4 com dois pisos (Quadro 6.1).

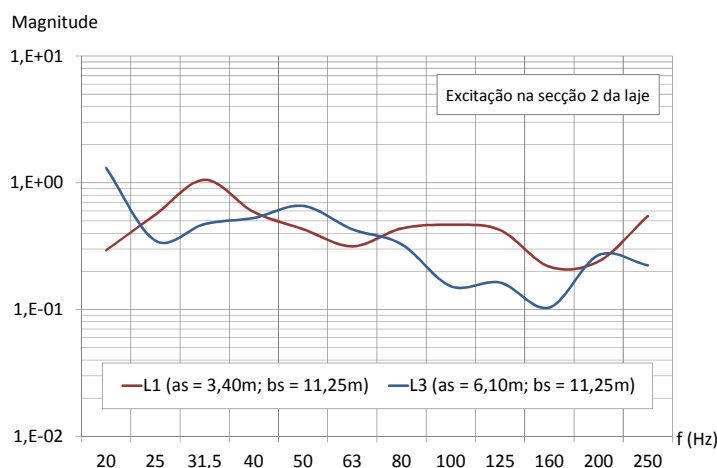


Figura 6.45 – Influência das dimensões em planta das lajes na transmissão da vibração entre as secções 2 e 6 das mesmas (modelo parcial 1)

O efeito da espessura da laje foi estudado por comparação entre as respostas à vibração das lajes dos modelos parciais 1, 5 e 6 com dois pisos, diferindo entre estes apenas a espessura das lajes. Na Figura 6.46 e na Figura A.II.14 do Apêndice A.II apresentam-se as funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 6 da laje L3 e da laje L2 do piso 0, devido a uma excitação na secção 2, as quais foram obtidas com os modelos em que as lajes têm espessuras de 0,19 m, 0,25 m e 0,30 m.

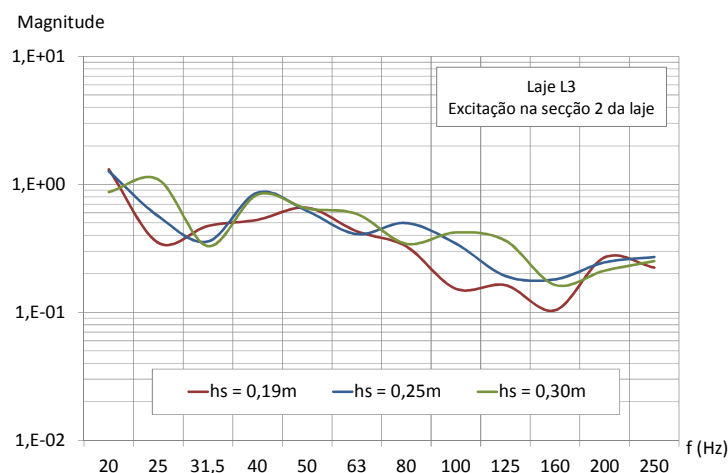


Figura 6.46 – Influência da espessura da laje L3, na transmissão da vibração entre as secções 2 e 6 da mesma

Pela análise anterior (da Figura 6.45, da Figura 6.46, da Figura A.II.12 e da Figura A.II.13 do Apêndice A.II), verifica-se que tanto as dimensões em planta como a espessura das lajes determinam a propagação das vibrações nestes elementos. No entanto, não é possível extrapolar uma conclusão sobre a relação entre estas dimensões e a magnitude da vibração transmitida, o que se deve ao facto de as distâncias entre as secções de registo das respostas serem relativamente reduzidas. Apesar disso, é possível observar que os elementos mais flexíveis (com maiores vãos ou espessuras inferiores) vibram com intensidade superior, conforme se ilustra na Figura 6.47 (a) e (b), onde se representam os valores eficazes da aceleração da laje L3 na secção de aplicação da excitação (secção 2) e numa secção mais distante (secção 6).

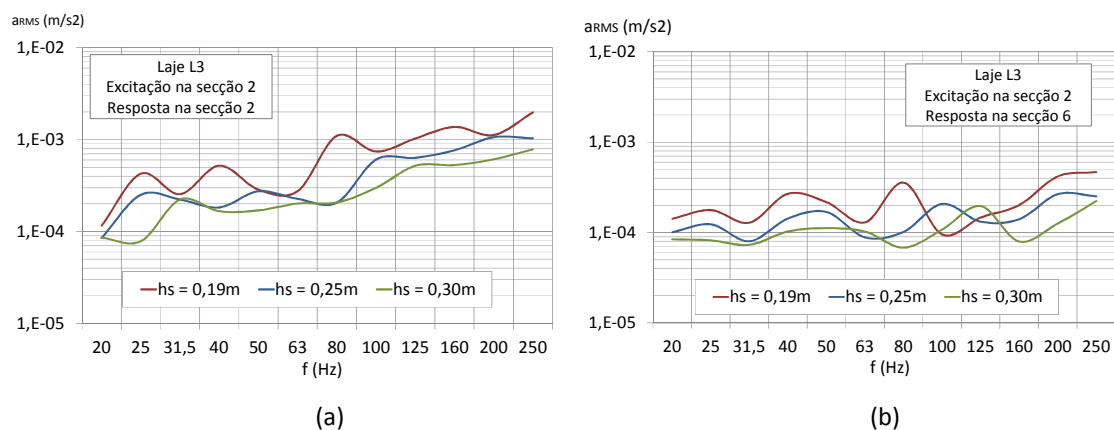


Figura 6.47 – Influência da espessura da laje L3 na vibração (a) da secção de aplicação da excitação (secção 2) (b) da secção junto ao canto da laje (secção 6)

6.5 Transmissão de vibração em pavimentos vigados

Nesta secção pretende-se analisar a forma como a energia de vibração se propaga em planta ao longo de um piso vigado devido a fontes de excitação localizadas no interior e no exterior dos edifícios, e pretende-se também identificar os fatores que mais condicionam este processo.

Cada análise realizada envolveu vários painéis de laje sujeitos a diferentes condições de excitação, apresentando-se, no entanto, apenas dois casos ilustrativos dos diversos resultados obtidos, um dos quais no Apêndice A.III.

6.5.1 Vibração gerada por fontes interiores

As fontes de vibração localizadas no interior dos edifícios podem ter origens diversas conforme descrito na secção 2.3 do Capítulo 2. Os estudos realizados nesta secção dizem respeito às vibrações geradas por fontes de excitação assentes diretamente nas lajes dos edifícios, do tipo indicado no esquema da Figura 6.1 (b). Trata-se de fontes de excitação que provocam vibração das lajes essencialmente na direção vertical.

6.5.1.1 Análise comparativa de transmissão da vibração em pisos distintos

Com o objetivo de demonstrar que o processo de propagação da energia de vibração ao longo de um pavimento, decorrente de uma fonte de excitação localizada no mesmo, não depende do piso analisado (assumindo pisos iguais), faz-se uma análise comparativa entre os resultados obtidos do piso 0 e do piso 1 dos modelos completos descritos no Quadro 6.2. A designação dos elementos estruturais destes modelos está definida da Figura 6.25 à Figura 6.28.

Na Figura 6.48 representam-se as funções de transferência da aceleração entre os painéis de laje LH e LF, ao longo do piso 0 e do piso 1, devido a uma força de excitação aplicada na laje LH dos mesmos pisos, as quais foram obtidas com o modelo completo 7 (Quadro 6.2). Na Figura A.III.1 do Apêndice A.III apresenta-se uma outra ilustração dos resultados desta análise, correspondente à transmissão da vibração entre as lajes LH e LD com excitação na primeira, os quais foram também obtidos com o modelo completo 7.

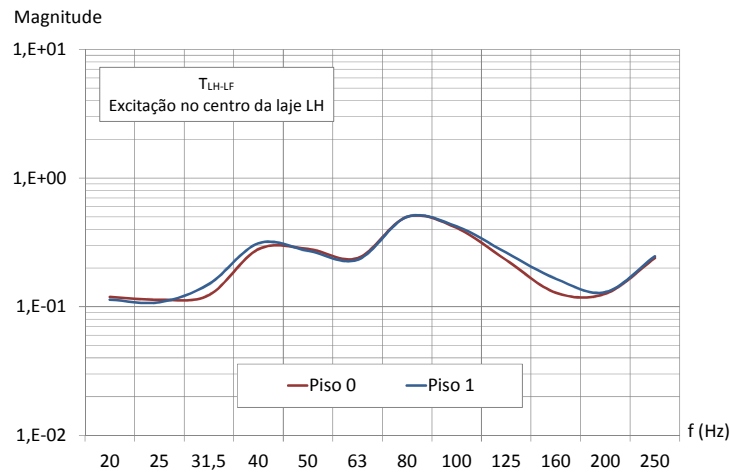


Figura 6.48 – Transmissão da vibração entre as lajes LH e LF, devido a uma excitação na laje LH do piso 0 e do piso 1

Pela análise da Figura 6.48 e da Figura A.III.1 do Apêndice A.III observa-se que as mesmas funções de transferência, mas registadas em pisos distintos, são muito aproximadas, podendo concluir-se que a transmissão da vibração ao longo dos pavimentos devido a fontes de excitação localizadas nos mesmos é, na prática, independente do piso em análise (piso intermédio ou último piso), desde que as características dos pavimentos sejam idênticas. Assim, as análises das secções seguintes realizadas no piso 0 são válidas também para o piso 1.

6.5.1.2 Influência da localização da fonte de excitação na transmissão de vibração

Com o objetivo de melhorar o conhecimento sobre a influência que as condições de excitação exercem no processo de propagação da vibração em pavimentos, compara-se a energia de vibração transmitida ao longo do piso 0 dos modelos ditos completos descritos no Quadro 6.2 e representados da Figura 6.25 à Figura 6.28, devido a excitações localizadas em secções distintas da laje.

Na Figura 6.49 apresentam-se três funções de transferência da aceleração ao longo do piso 0 entre diferentes secções de aplicação da força de excitação e os painéis de laje afastados destes de 15,6m, as quais foram obtidas com o modelo completo 4. Outra ilustração desta análise está representada na Figura A.III.2 do Apêndice A.III, onde se apresentam também três funções de transferência, mas entre as secções de aplicação da força e os painéis afastados destas de 20,35m, as quais foram obtidas com o modelo completo 8.

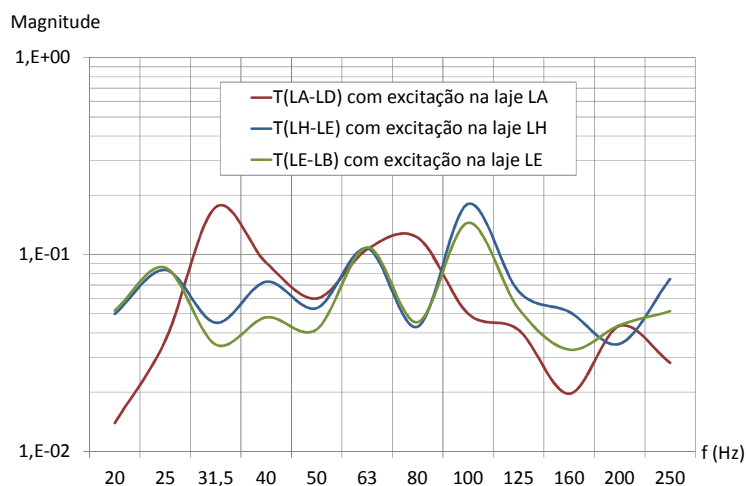


Figura 6.49 – Propagação da vibração ao longo do piso 0, entre a secção de aplicação da excitação e uma secção afastada desta de 15,6m

Pela análise comparativa entre as funções de transferência dos gráficos da Figura 6.49 e da Figura A.III.2 do Apêndice A.III, observa-se que, apesar de todas as funções representarem a energia de vibração transmitida ao longo da mesma distância, estas diferem entre si. Na Figura 6.49, a propagação da vibração entre as lajes LH e LE e entre as lajes LE e LB é semelhante e diferente da propagação entre as lajes LA e LD. Na Figura A.III.2 do Apêndice III.1 a transmissão da vibração entre as lajes LH' e LD' e as lajes LE' e LA' são muito aproximadas, enquanto a transmissão da vibração entre as lajes LA' e LE' difere mais destas. Em ambos os gráficos verifica-se que as funções de transferência são semelhantes nas situações em que as características da laje onde é aplicada a força de excitação são idênticas. Assim, pode concluir-se que a transmissão da vibração em pavimentos devido a fontes de excitação nos mesmos é influenciada não só pelo caminho de propagação mas também pelas características dos painéis onde se localiza a fonte de excitação.

6.5.1.3 Atenuação da vibração com a distância à fonte de excitação

As análises efetuadas nesta secção têm como objetivo obter uma estimativa da atenuação da vibração com a distância à fonte de excitação nos pavimentos vigados das estruturas dos modelos completos descritos no Quadro 6.2. Tendo em conta as observações das secções 6.5.1.1 e 6.5.1.2, estimou-se a propagação da vibração ao longo dos pavimentos do piso 0 de cada uma das estruturas referidas, considerando três localizações distintas para aplicação da força de excitação: laje LA; laje LE; e laje LH.

Por recurso a um tratamento estatístico dos dados recolhidos de cada modelo, obtiveram-se as medianas das funções de transferência da aceleração ao longo do pavimento entre a secção de aplicação da força de excitação e secções localizadas a diferentes distâncias desta. Da Figura A.III.3 à Figura A.III.5 do Apêndice A.III apresentam-se as medianas destas funções, para a excitação aplicada, respetivamente, na laje LA, na laje LE e na laje LH.

Na Figura 6.50 apresentam-se os resultados deste tratamento em termos de função de transferência da aceleração ao longo dos pavimentos para diferentes distâncias à fonte de excitação, considerando todas as análises realizadas (21 casos, correspondentes a três localizações da excitação em cada um dos sete modelos completos).

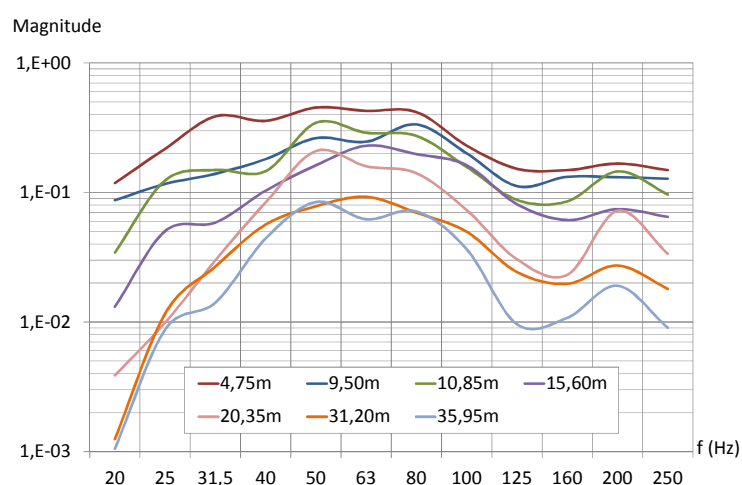


Figura 6.50 – Funções de transferência da aceleração ao longo do pavimento do piso 0 dos modelos completos

Na Figura 6.51 apresentam-se os mesmos resultados, mas em termos de atenuação da vibração média ao longo dos pavimentos, fornecida em dB.

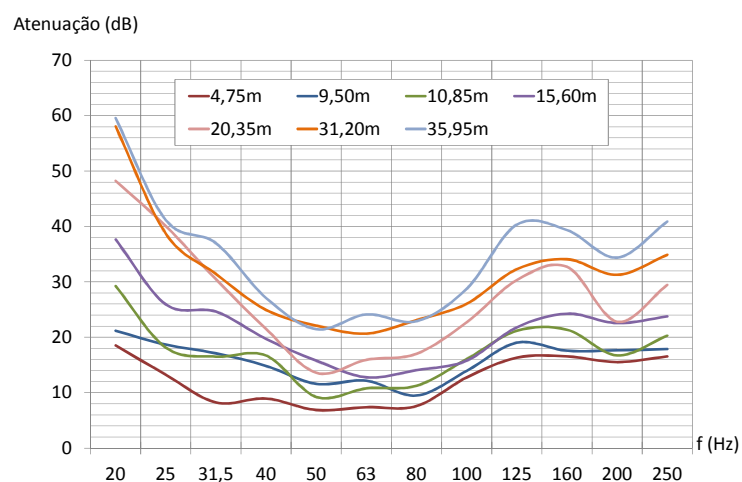


Figura 6.51 – Atenuação da vibração, em dB, ao longo do pavimento do piso 0 dos modelos completos

Por observação dos gráficos da Figura 6.50 e da Figura 6.51, verifica-se que a atenuação da vibração em pavimentos vigados de betão armado aumenta com a distância à fonte de excitação, e que esta não é constante ao longo de toda a gama de frequência. As frequências onde se observa a existência de uma menor atenuação da energia de vibração correspondem ao intervalo entre os 40Hz e os 100Hz, onde curiosamente se concentra a energia de diversas fontes de vibração.

Com o objetivo de perceber se existe, efetivamente, uma relação direta entre a atenuação da vibração e a duplicação da distância à fonte de excitação, foram realizadas várias análises aplicadas aos resultados dos gráficos da Figura A.III.3 e da Figura A.III.5 do Apêndice A.III. A partir dos mesmos, foram estimados os quocientes entre a atenuação da vibração estimada a uma determinada distância “d” da fonte de excitação e a atenuação da vibração numa secção localizada a metade da distância “d”. Na Figura 6.52 apresentam-se diferentes curvas que correspondem aos resultados destas análises para os casos de força aplicada na laje LA e na laje LH e para distâncias “d” distintas. Os valores do gráfico correspondem às medianas das respostas de todos os modelos do Quadro 6.2.

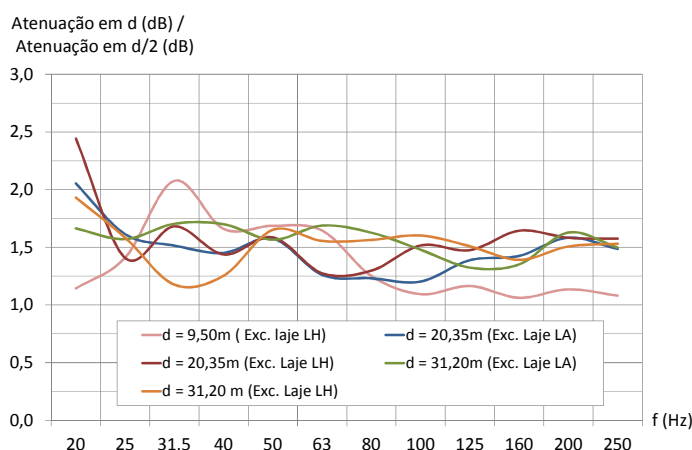


Figura 6.52 – Relação da atenuação da vibração num pavimento entre a fonte de excitação e uma secção distanciada de “2d” e outra secção distanciada de “d”

Os resultados apresentados na Figura 6.52 foram ainda tratados estatisticamente, de modo a obter uma curva única representativa da relação entre o valor da energia de vibração atenuada a uma distância “d” e a energia atenuada em metade da distância “d”. O resultado deste tratamento está expresso na Figura 6.53, na qual se apresentam duas curvas, uma correspondente à mediana dos resultados tratados e outra à regressão linear aplicada a esta última. De referir que o resultado da regressão linear está apresentado com uma configuração curva, devido ao facto das frequências estarem apresentadas em bandas de terços de oitava.

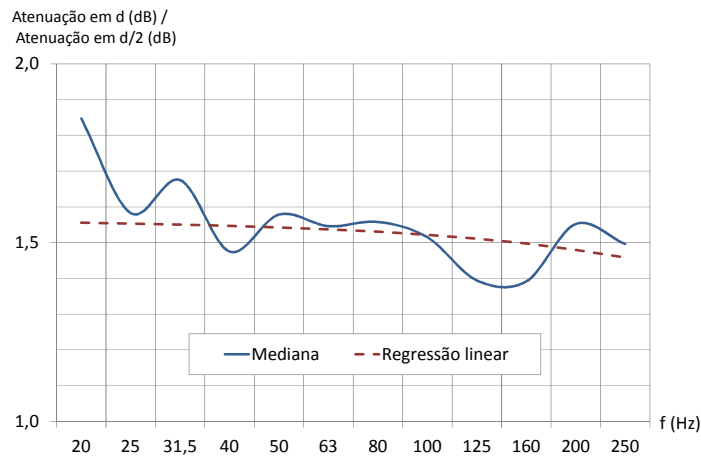


Figura 6.53 – Relação da atenuação da vibração num pavimento vigado com a duplicação da distância à fonte de excitação

Pela observação da Figura 6.52, é possível concluir que, apesar das curvas que relacionam a atenuação da energia a uma determinada distância com a atenuação da energia em metade dessa distância, não serem iguais – pois, como referido anteriormente, a atenuação depende de vários fatores –, a ordem de grandeza das mesmas é semelhante e praticamente constante ao longo de toda gama de frequências. Pela análise da Figura 6.53, é, ainda, possível verificar que a energia atenuada a uma determinada distância “d” é cerca de 1,5 vezes superior à energia atenuada na primeira metade da distância em praticamente toda a gama de frequências em análise.

6.5.1.4 Influência das características da estrutura e dos materiais

Com o objetivo de compreender a importância das características da estrutura e do material e a forma como estes fatores afetam a transmissão da vibração ao longo dos pavimentos vigados dos edifícios, realizaram-se comparações entre as respostas dinâmicas obtidas de algumas das estruturas dos modelos ditos parciais descritos no Quadro 6.1. Analisou-se a influência que fatores como o módulo de elasticidade do material, a espessura das lajes e as dimensões das vigas que suportam as lajes de pavimento exercem na propagação da vibração entre os painéis de laje L1, L2 e L3, identificados nas plantas estruturais da Figura 6.23.

À semelhança das secções anteriores, e apesar de terem sido vários os modelos e os painéis analisados, cada estudo realizado será ilustrado apenas com dois exemplos, um dos quais apresentado no Apêndice A.III.

6.5.1.4.1 Influência do módulo de elasticidade do material

A influência do módulo de elasticidade na propagação da vibração na direção vertical ao longo dos pavimentos vigados é analisada pela comparação entre os resultados obtidos dos modelos parciais 1 e 4 (Quadro 6.1), os quais correspondem a estruturas que diferem apenas no valor do módulo de elasticidade.

Na Figura 6.54 apresentam-se as funções de transferência da aceleração entre as secções de meio vão (secção 2) das lajes L1 e L2 do piso 0 devido a uma força de excitação na mesma secção da laje L1. Também na Figura A.III.6 no Apêndice A.III se ilustra esta análise com a propagação da energia de vibração entre as lajes L3 e L2 do piso 0. Observa-se que, à semelhança das conclusões das secções 6.4.1.1 e 6.4.2.1, o valor do módulo de elasticidade afeta o valor das frequências próprias de vibração, mas não a magnitude da energia de vibração transmitida.

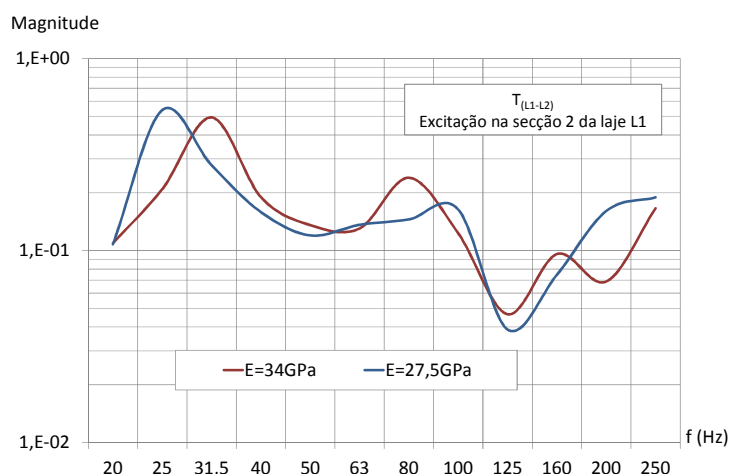


Figura 6.54 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração entre as lajes L1 e L2, devido a uma excitação na laje L1

6.5.1.4.2 Influência da espessura das lajes

O efeito que a espessura das lajes exerce na propagação da vibração ao longo dos pavimentos vigados é analisado por recurso aos modelos parciais 1, 5 e 6 (Quadro 6.1). As estruturas estudadas possuem lajes com espessuras (h_s) distintas, respetivamente iguais a 0,19 m, 0,25 m e 0,30 m. Na Figura 6.55 e na Figura A.III.7 do Apêndice A.III representam-se as respostas destas estruturas em termos de funções de transferência da aceleração entre as secções de meio vão, respetivamente, dos painéis L2 e L3 e dos painéis L2 e L1, ambos do piso 0.

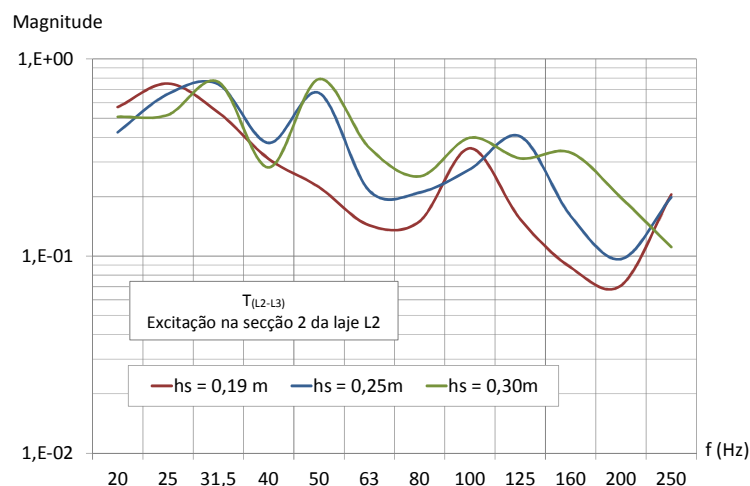


Figura 6.55 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre as lajes L2 e L3, devido a uma excitação na laje L2

Observa-se, pela análise da Figura 6.55 e da Figura A.III.7 do Apêndice A.III, que a energia de vibração transmitida ao longo dos pavimentos vigados, na gama de frequências em análise, aumenta, de um modo geral, com o incremento do valor da espessura das lajes. Apesar de os elementos mais rígidos possuírem uma maior capacidade para transmitir as vibrações, os elementos com espessuras inferiores e, por isso, os mais flexíveis são mais sensíveis à vibração. De facto, pela observação da Figura 6.56, onde se representa o valor eficaz da aceleração na secção de aplicação da força (Laje L2) e numa secção distante desta (laje L3), verifica-se que a laje com menor espessura ($h_s = 0,19\text{ m}$) vibra com intensidade superior às restantes, junto à fonte de excitação; o mesmo já não acontece no painel distante (L3), significando que a atenuação da vibração foi superior na laje com menor espessura ($h_s = 0,19\text{ m}$).

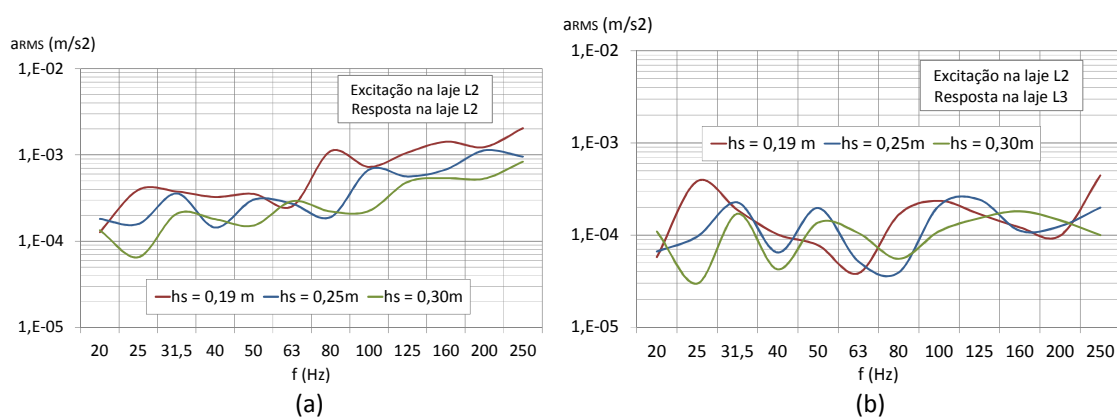


Figura 6.56 – Influência da espessura das lajes na vibração (a) da laje L2 (junto à aplicação da excitação) (b) da laje L3 (distante da aplicação da excitação)

6.5.1.4.3 Influência da rigidez dos apoios das lajes

Os estudos sobre a influência que as características dos apoios das lajes exercem na transmissão da vibração ao longo dos pavimentos foram realizados em duas vertentes: i) contribuição das dimensões das secções transversais das vigas de suporte das lajes; e ii) contribuição do tipo de apoios de extremidade das lajes.

A influência que as dimensões da secção transversal das vigas exercem na propagação da vibração ao longo do pavimento é estudada pela comparação entre as funções de transferência de aceleração obtidas dos modelos parciais 1 e 7 (Quadro 6.1). As estruturas analisadas diferenciam-se na secção transversal das vigas (ab , hb), as quais, sendo em ambos os casos retangulares, apresentam dimensões de 0,25 m por 0,60 m no modelo 1 e de 0,30 m por 0,80 m no modelo 7. Na Figura 6.57 e na Figura A.III.8 do Apêndice A.III apresentam-se as funções de transferência de aceleração entre as secções de meio vão (secções 2) das lajes L2 e L1 e das lajes L3 e L1, ambas do piso 0. Não é possível observar uma relação clara entre a magnitude da energia transmitida ao longo dos pavimentos e a rigidez das vigas, sendo esta muito aproximada em ambos os modelos. Verifica-se, assim, que o módulo de rigidez à torção da secção transversal das vigas exerce reduzida influência na propagação da vibração entre painéis de laje.

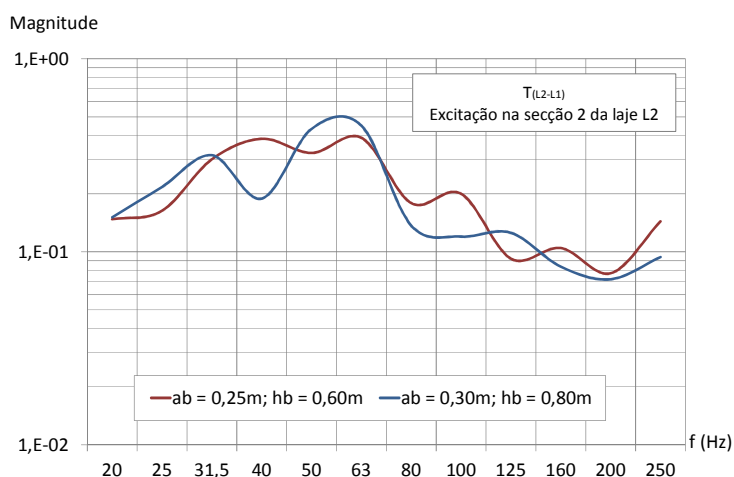


Figura 6.57 – Influência das dimensões das vigas na transmissão da vibração entre as lajes L2 e L1, devido a uma excitação na laje L2

As condições de apoio das lajes constituem outro fator que condiciona o processo de propagação da energia de vibração ao longo destes elementos. Para avaliar este efeito, foram comparadas as

respostas obtidas com os modelos globais 7 e 9 (Quadro 6.2), os quais apresentam as mesmas características, à exceção das condições de fronteira dos painéis de laje, sendo as lajes analisadas no modelo 7 do tipo CCCS (três bordos encastrados e um bordo apoiado) e as do modelo 9 do tipo CCSS (dois bordos encastrados e dois bordos apoiados). Na Figura 6.58 e na Figura A.III.9 do Apêndice A.III ilustra-se esta análise com as funções de transferência de aceleração entre as secções de meio vão das lajes LE e LG e das lajes LE e LH, ambas do piso 0 (definidas na Figura 6.26 e na Figura 6.27).

Pela observação da Figura 6.58 e da Figura III.9 do Apêndice A.III, confirma-se que as condições de fronteira das lajes condicionam a forma do espectro de resposta da vibração no pavimento, mas não têm grande expressão na magnitude da energia de vibração transmitida.

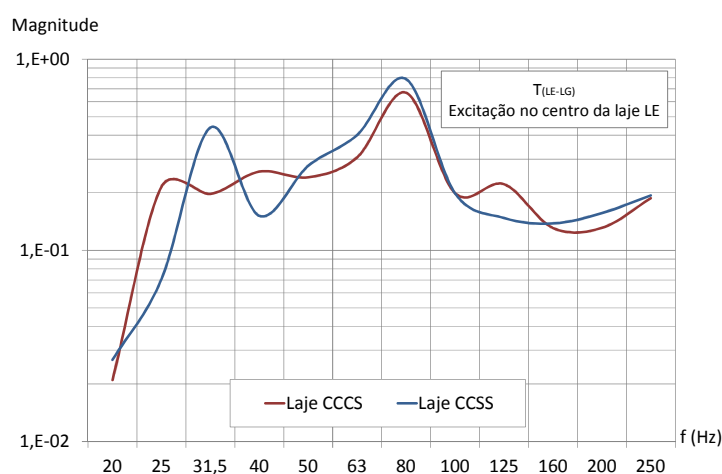


Figura 6.58 – Influência das condições de apoio das lajes na transmissão da vibração entre as lajes LE e LG, devido a uma excitação na laje LE

6.5.2 Vibração gerada por fontes exteriores

Nesta secção analisa-se a transmissão da vibração ao longo dos pavimentos do edifício, na direção perpendicular ao plano da laje, devido a forças de excitação aplicadas ao nível da base dos pilares, simulando, assim, as fontes de vibração localizadas no exterior dos edifícios. O objetivo principal deste estudo é o de perceber até que distância do pilar excitado se transmitem vibrações para as lajes, com níveis consideráveis.

As análises foram realizadas para forças de excitação aplicadas na base dos pilares das estruturas dos modelos completos 1 e 10 (definidos no Quadro 6.2), as quais, em planta, diferem entre si no número de pilares. Nestas análises, adotaram-se três designações para as vibrações nas lajes

geradas por forças aplicadas nos pilares, as quais se ilustram na Figura 6.59 e na Figura A.III.10 do Apêndice A.III para os modelos 1 e 10, tendo-se: i) vibração de 1ª ordem surge no painel adjacente ao pilar; ii) vibração de 2ª ordem surge no segundo painel; e iii) vibração de 3ª ordem surge no terceiro painel.

Este estudo foi realizado para forças de excitação na base dos pilares segundo a direção vertical e segundo a direção horizontal.

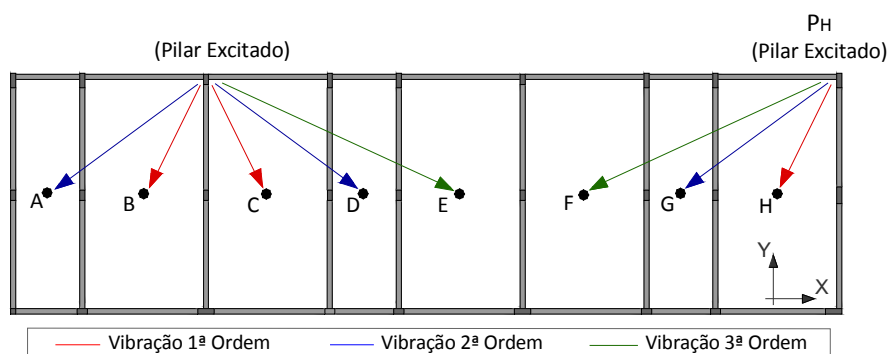


Figura 6.59 – Vibração de 1ª ordem, de 2ª ordem e de 3ª ordem no pavimento do modelo completo 1, devido a forças de excitação nos pilares

6.5.2.1 Vibrações nas lajes de 1ª, 2ª e 3ª ordem originadas por excitações verticais

Para analisar o efeito que as vibrações verticais na base dos pilares dos edifícios exercem na resposta à vibração das suas lajes, aplicou-se uma força de excitação na direção vertical no pilar P_H das estruturas apresentadas na Figura 6.59 e na Figura A.III.10 do Apêndice A.III e registaram-se as vibrações nos respetivos painéis de laje (LF, LG e LH). Em seguida comparou-se a energia de vibração transmitida para o painel LH (vibração de 1ª ordem), com o somatório das vibrações transmitidas para os painéis LH e LG (vibrações de 1ª e 2ª ordem) e com somatório das vibrações transmitidas para os painéis LH, LG e LF (vibrações de 1ª, 2ª e 3ª ordem). Na Figura 6.60 e na Figura A.III.11 do Apêndice A.III, apresenta-se esta análise respetivamente para os modelos 1 e 10.

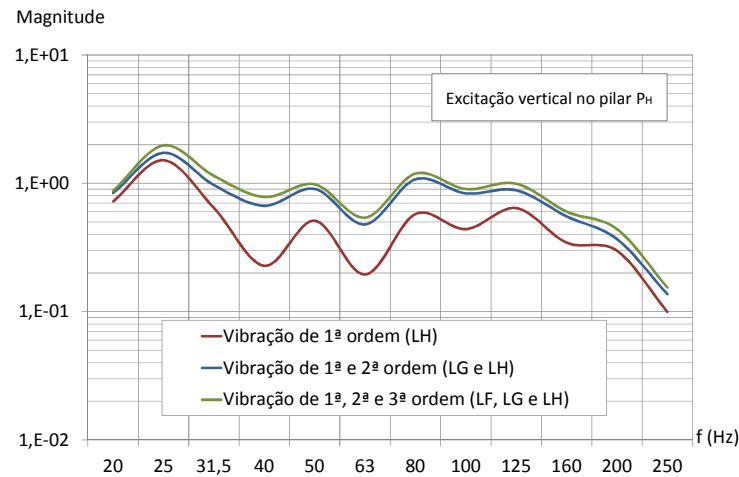


Figura 6.60 – Funções de transferência da aceleração vertical entre o pilar excitado (P_H) e os painéis adjacentes (LF, LG e LH) do modelo completo 1

Pelas análises realizadas, é possível concluir que a consideração dos efeitos de 2ª ordem gera um aumento significativo na vibração das lajes face à consideração de apenas os efeitos de 1ª ordem. Em oposição, a consideração dos efeitos de 3ª ordem não é significativa neste tipo de análise. É de referir que as conclusões são idênticas para o modelo 1, o qual apenas possui pilares nos cantos dos painéis, e também para o modelo 10, que, para além dos pilares nos cantos, possui ainda pilares intermédios.

6.5.2.2 Vibrações nas lajes de 1ª, 2ª e 3ª ordem originadas por excitações horizontais

Nesta secção, é realizada uma análise idêntica à anterior, mas com excitações aplicadas na base dos pilares segundo as direções horizontais. Na Figura 6.61 e na Figura A.III.12 do Apêndice A.III, respetivamente para os modelos 1 e 10, apresentam-se as funções de transferência entre a vibração horizontal na base do pilar P_H e a vibração vertical no painel LH (vibração de 1ª ordem), no conjunto dos painéis LH e LG (vibração de 1ª e 2ª ordem) e no conjunto dos painéis LF, LG e LH (vibração de 1ª, 2ª e 3ª ordem).

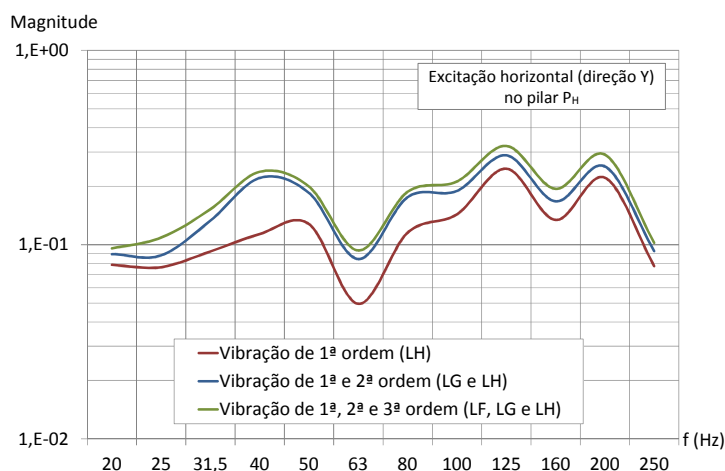


Figura 6.61 – Funções de transferência entre a aceleração horizontal no pilar excitado (P_H) e a aceleração vertical nos painéis adjacentes (LF, LG e LH) do modelo completo 1

Pelas análises realizadas, conclui-se, à semelhança da secção anterior, que a consideração das vibrações de 3ª ordem não é significativa na resposta à vibração vertical das lajes provocada pela vibração horizontal dos pilares.

6.6 Transmissão de vibração ao longo da altura dos edifícios

Nesta secção analisa-se a forma como a energia de vibração, proveniente de fontes de vibração localizadas, quer no exterior, quer no interior dos edifícios, se transmite para os pisos superiores dos mesmos, tornando assim possível identificar os fatores que mais condicionam este processo. Para além dos parâmetros físicos e dos parâmetros geométricos, outros fatores, como o tipo de estrutura (vigada ou fungiforme), o número de pisos do edifício, o tipo de elemento vertical excitado (pilar de canto, de bordo ou interior) e o ponto de aplicação e a direção da excitação (vertical ou horizontal), podem condicionar o processo de transmissão da vibração ao longo da altura da estrutura de um edifício.

O caminho de propagação da vibração envolve, conforme os esquemas apresentados na Figura 6.1, a transmissão da vibração ao longo dos elementos estruturais verticais e horizontais, a qual foi já estudado na secção 6.4, e a transmissão da vibração através dos nós da estrutura, a qual será estudada nas secções seguintes. A forma como a vibração se propaga ao longo da estrutura do edifício depende da localização da fonte de excitação, pelo que serão realizadas análises distintas para vibrações provenientes do exterior e geradas no interior dos edifícios.

6.6.1 Vibração gerada por fontes exteriores

Os estudos a realizar nesta secção são dirigidos para as vibrações geradas por fontes de excitação localizadas no exterior dos edifícios, as quais podem ser diversas conforme descrito na secção 2.3 do Capítulo 2.

6.6.1.1 Validade das análises com excitação isolada em cada pilar

As vibrações geradas pelas fontes exteriores atingem as fundações dos edifícios e propagam-se para a superestrutura, simultaneamente, através de todos os elementos estruturais verticais do mesmo. Os estudos descritos na presente secção têm como objetivo verificar a validade da aplicação do princípio da sobreposição de efeitos às análises numéricas de transmissão da vibração ao longo de uma estrutura, *i.e.*, verificar se a vibração que se propaga pela estrutura, numa situação real em que a excitação atinge em simultâneo todos os pilares, pode ser analisada considerando a excitação individualmente em cada elemento vertical, combinando-se posteriormente os resultados obtidos.

Para o efeito, realizaram-se dois tipos de análises numéricas da propagação da vibração, procedente da excitação dos pilares P3, P4, P7 e P8, entre pisos da estrutura do modelo parcial 1 (quatro pisos) definido no Quadro 6.1: i) com excitação em simultâneo nos pilares; e ii) com excitação individual nos pilares. Este estudo está ilustrado na Figura 6.62 e na Figura 6.63 onde se apresentam, respetivamente, as funções de transferência entre a aceleração vertical nas lajes L3 dos pisos 0 e 1 e nas lajes L3 dos pisos 2 e 3, estimadas por cada uma das duas análises descritas anteriormente.

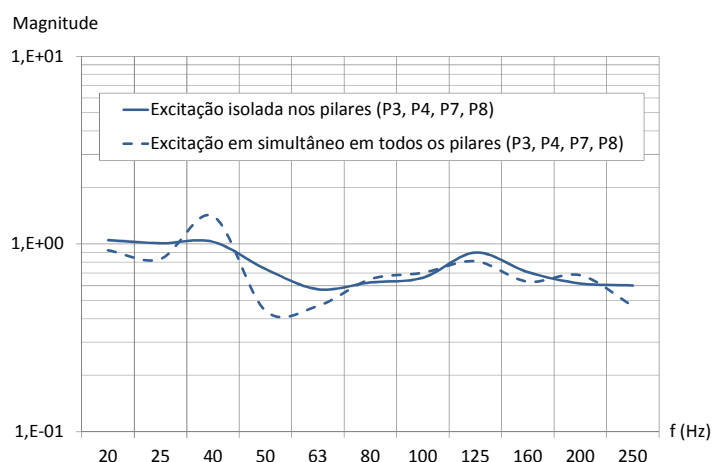


Figura 6.62 – Funções de transferência entre a aceleração vertical nas lajes L3 dos pisos 0 e 1 do modelo 1 (quatro pisos)

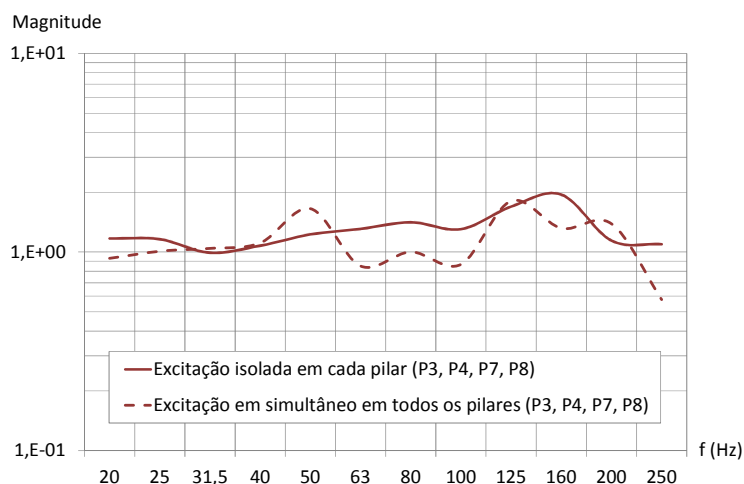


Figura 6.63 – Funções de transferência entre a aceleração vertical nas lajes L3 dos pisos 2 e 3 do modelo 1 (quatro pisos)

A Figura 6.62 e a Figura 6.63 mostram uma boa concordância entre as funções de transferência da vibração entre pisos obtidas pelos dois tipos de análise. Assim, considera-se adequado estimar a propagação da vibração em estruturas devido a fontes exteriores através de modelos numéricos em que a excitação é realizada individualmente na base de cada elemento vertical, combinando-se posteriormente os resultados das diferentes excitações.

6.6.1.2 Influência da direção da excitação na vibração das lajes

As fontes de vibração localizadas no exterior dos edifícios geram vibrações no solo que atingem os edifícios mais próximos através das suas fundações. Estas vibrações apresentam, normalmente, componentes na direção horizontal e na direção vertical, as quais se transmitem para os pisos dos edifícios através da sua estrutura. Para perceber se a componente horizontal da excitação gera vibrações verticais nas lajes de piso com intensidade considerável, efetuou-se um estudo comparativo em termos de vibração transmitida para as lajes dos edifícios por cada uma das componentes da excitação, horizontal e vertical. Para o efeito, utilizaram-se os resultados extraídos dos modelos parciais definidos no Quadro 6.1. Na Figura 6.64 ilustra-se esta análise com as funções de transferência entre a aceleração na base de um pilar, na direção da excitação, e a aceleração vertical no último piso do modelo 1 (seis pisos). Na Figura A.IV.1 do Apêndice A.IV apresenta-se o mesmo tipo de funções, mas referentes à energia transmitida para um piso inferior, laje do piso 1 do modelo 1 (quatro pisos).

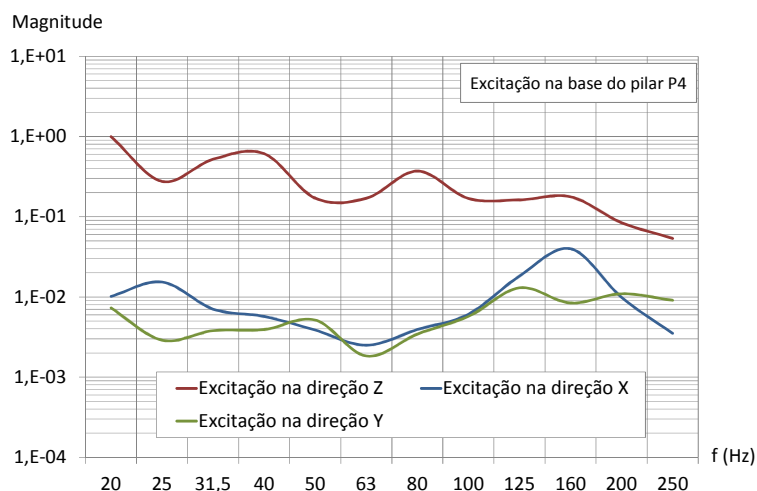


Figura 6.64 – Funções de transferência entre a aceleração na base do pilar P4 (na direção da excitação) e a aceleração vertical na laje L3 do piso 5 do modelo 1 (seis pisos)

Tanto a Figura 6.64 como a Figura A.IV.1 do Apêndice A.IV mostram que a excitação proveniente do exterior na direção vertical provoca vibração nas lajes com uma intensidade muito superior à das excitações na direção horizontal. No entanto, para clarificar melhor esta questão, apresentase, na Figura 6.65 e na Figura A.IV.2 do Apêndice A.IV, uma comparação entre os valores eficazes da aceleração nas lajes, gerados pela excitação vertical e pela excitação, em simultâneo, na vertical e nas duas direções horizontais.

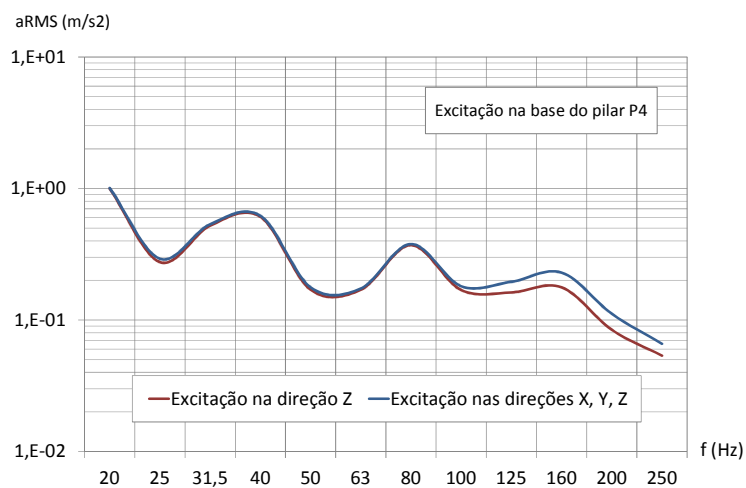


Figura 6.65 – Valores eficazes da aceleração na laje L3 do piso 5 (modelo 1 de seis pisos) devido a excitações na base do pilar P4

Pela análise dos gráficos da Figura 6.65 e da Figura A.IV.2 do Apêndice A.IV, é possível observar que as funções apresentadas são muito aproximadas, concluindo-se, portanto, que as excitações nas direções horizontais, comparativamente com as verticais, geram vibrações pouco

significativas nas lajes. Assim, as análises realizadas em seguida serão dirigidas, apenas, para as vibrações geradas na direção vertical.

6.6.1.3 Atenuação da vibração proveniente do exterior

Os estudos a realizar nesta secção têm como objetivo analisar a propagação da vibração ao longo da altura de um edifício e perceber se existe algum padrão no processo de transmissão da energia entre os diferentes pisos. Para cada um dos modelos parciais de quatro e seis pisos (Quadro 6.1), quantificou-se a vibração transferida do pilar excitado para cada um dos pisos dos edifícios, tendo-se utilizado, para o efeito, a numeração das secções dos pilares e das lajes indicada na Figura 6.66.

A partir destes estudos, verificou-se que em todas as estruturas, de um modo geral, a vibração das lajes de piso diminui ao longo da altura do edifício, existindo, no entanto, uma inversão deste padrão ao nível do último piso. Efetivamente, conforme ilustrado na Figura 6.67 e na Figura A.IV.3 do Apêndice A.IV, onde se representam, respetivamente, as funções de transferência da aceleração entre o pilar P3 e a laje L2 e entre o pilar P7 e a laje L3 do modelo 1 (seis pisos), o último piso (secções D5 e F5) está sujeito a vibrações com intensidade superior à das vibrações do piso inferior e, em algumas frequências, atinge, mesmo, vibrações superiores à dos pisos mais baixos.

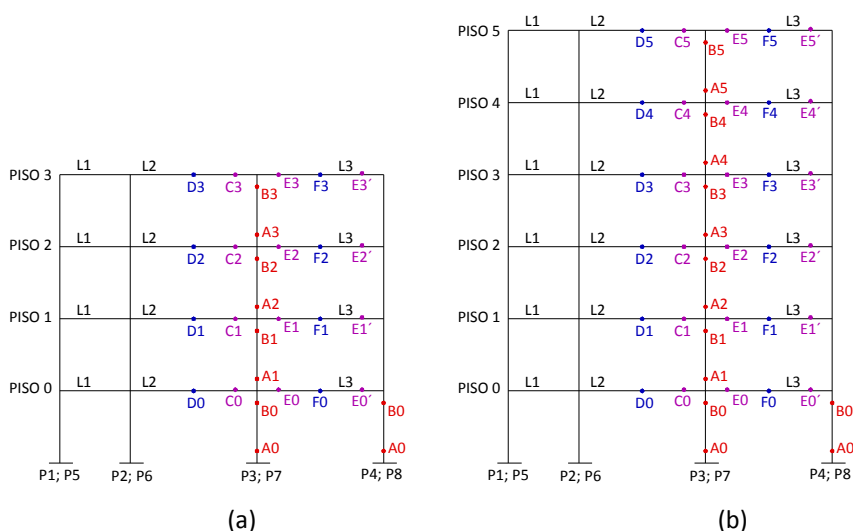


Figura 6.66 – Numeração das secções dos elementos estruturais dos modelos parciais de (a) quatro pisos e de (b) seis pisos

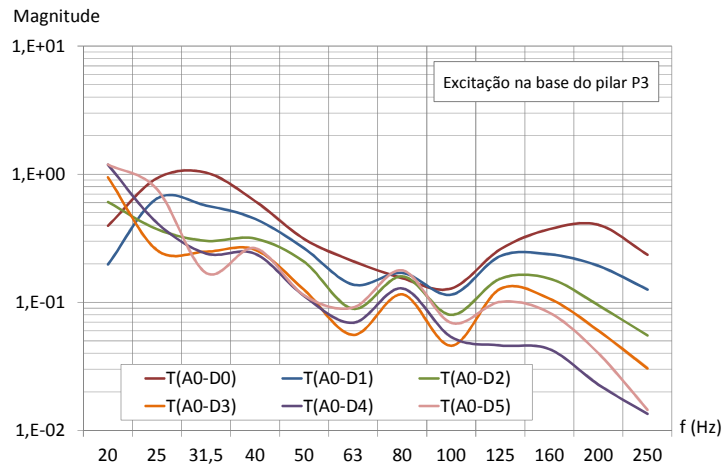


Figura 6.67 – Funções de transferência entre a aceleração vertical na base do pilar excitado P3 e a aceleração vertical na laje L2 dos pisos do modelo 1 (seis pisos)

Quantificou-se também, para as mesmas estruturas, a propagação da vibração entre pisos, ilustrando-se, na Figura 6.68 e na Figura A.IV.4 do Apêndice IV, as funções de transferência obtidas com o modelo 1 (seis pisos), respetivamente para excitação no pilar P3 e no pilar P7. Desta análise, observou-se que, apesar deste processo ser condicionado pelas características da estrutura, de um modo geral, em todos os modelos analisados existe um padrão bem definido para as funções de transferência da vibração entre pisos, que corresponde a: i) funções de transferência da aceleração entre pisos intermédios aproximadas; e ii) função de transferência da aceleração entre o penúltimo e o último piso do edifício distinta das anteriores, sendo as magnitudes desta superiores, principalmente na gama de frequências acima dos 80Hz.

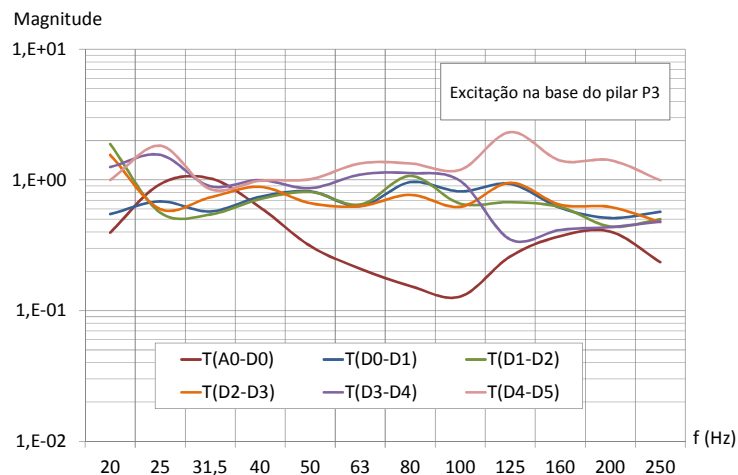


Figura 6.68 – Funções de transferência da aceleração vertical entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 e entre as lajes L2 do piso “i” e do piso “i+1”, do modelo 1 (seis pisos)

Com o objetivo de melhor compreender o processo de propagação da vibração da base para os pisos elevados, analisou-se a transmissão de energia de vibração por etapas, *i.e.*, analisou-se a vibração transmitida através dos nós e ao longo dos elementos até atingir as lajes de piso. Ilustram-se os resultados deste estudo aplicado ao modelo 1 de quatro pisos (Figura 6.69 a Figura 6.72) e ao modelo 9 de quatro pisos (Figura A.IV.5 a Figura A.IV.8 do Apêndice IV), ambos definidos no Quadro 6.1, para uma excitação vertical aplicada, respectivamente, no pilar P3 e no pilar P7. Na Figura 6.69 e na Figura A.IV.5 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência da vibração que se propaga entre o pilar e a laje do piso 0 através do nó, $T(B0-C0)$, e ao longo da laje até à sua secção de meio vão, $T(C0-D0)$.

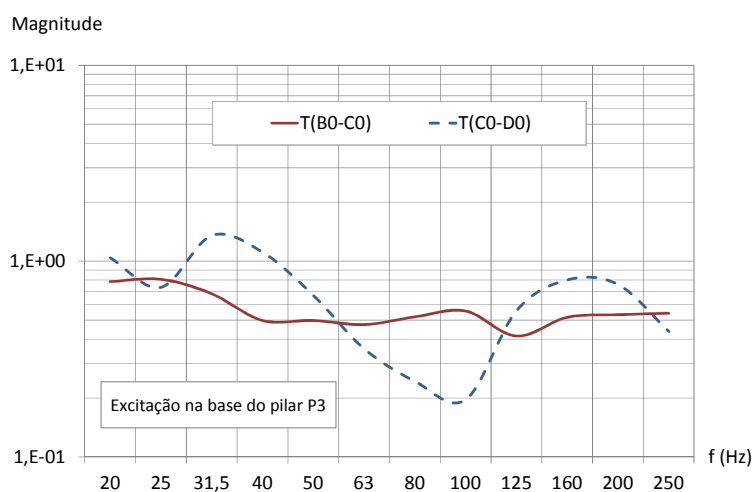


Figura 6.69 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0, do modelo 1 (quatro pisos)

Na Figura 6.70 e na Figura A.IV.6 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência parciais da vibração que atinge a laje L2 do piso 1: i) entre troços de pilar através do nó, $T(B0-A1)$; ii) ao longo do troço do pilar, $T(A1-B1)$; iii) entre o pilar e a laje do piso 1 através do nó, $T(B1-C1)$; e iv) ao longo da laje do piso 1 até à sua secção de meio vão, $T(C1-D1)$.

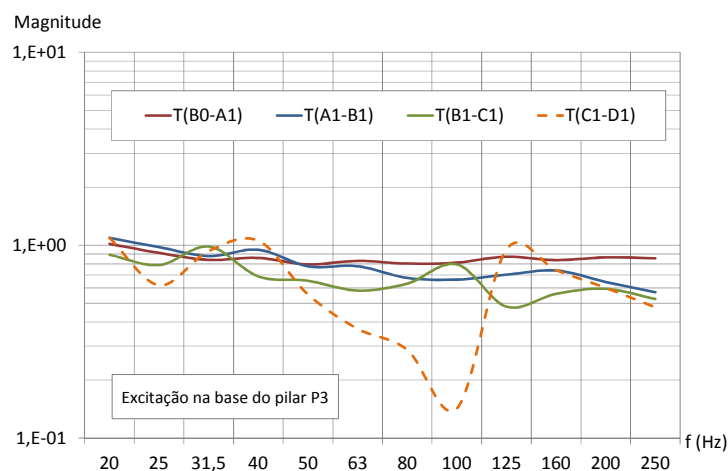


Figura 6.70 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 1, do modelo 1 (quatro pisos)

Na Figura 6.71 e na Figura A.IV.7 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência parciais da vibração que atinge a laje L2 do piso 2: i) entre troços de pilar através do nó, T(B0-A1) e T(B1-A2); ii) ao longo do troço do pilar, T(A1-B1) e T(A2-B2); iii) entre o pilar e a laje do piso 2 através do nó, T(B2-C2); e iv) ao longo da laje do piso 2 até à sua secção de meio vão, T(C2-D2).

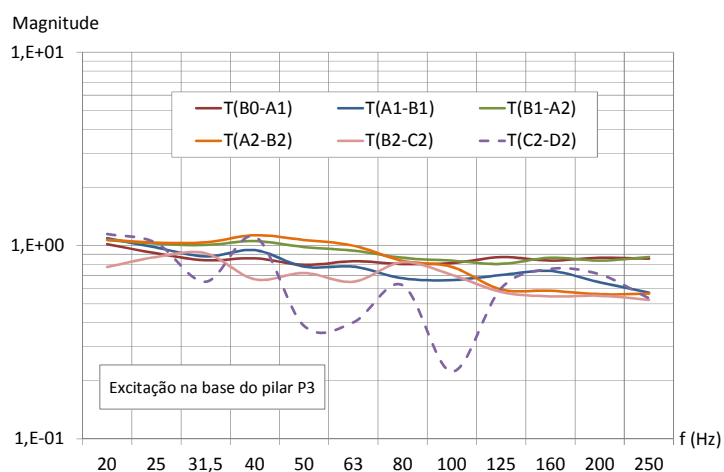


Figura 6.71 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 2, do modelo 1 (quatro pisos)

Na Figura 6.72 e na Figura A.IV.8 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência parciais da vibração que atinge a laje L2 do último piso: i) entre troços de pilar através do nó, T(B0-A1), T(B1-A2) e T(B2-A3); ii) ao longo do troço do pilar, T(A1-B1), T(A2-B2) e T(A3-B3); iii) entre o

pilar e a laje do piso 3 através do nó, T(B3-C3); e iv) ao longo da laje do piso 3 até à sua secção de meio vão, T(C3-D3).

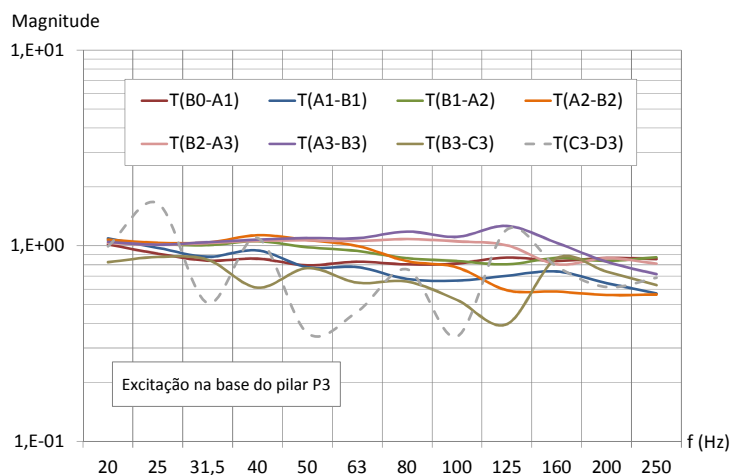


Figura 6.72 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do último piso, do modelo 1 (quatro pisos)

Pela observação das funções de transferência parciais que definem o caminho de propagação da energia de vibração para os pisos, é possível verificar que, à exceção da propagação da vibração ao longo do último troço do pilar (A3-B3), existe, de um modo geral, uma atenuação da vibração ao longo dos restantes elementos e através dos nós da estrutura. Observa-se que, neste processo, a menor atenuação da energia acontece na transmissão através dos nós, entre os troços de pilar (B0-A1, B1-A2 e B2-A3) e confirma-se o facto de o último piso do edifício apresentar um comportamento vibratório distinto dos restantes.

Para ilustrar como se processa a propagação da vibração ao nível do nó, apresentam-se, respetivamente na Figura 6.73 e na Figura A.IV.9 do Apêndice IV, as funções de transferência da vibração através de dois nós: um nó de um piso mais elevado, o nó do piso 2 no alinhamento do pilar P3 (modelo 1 de quatro pisos), e o nó do piso 0 no alinhamento do pilar P7 (modelo 9 de quatro pisos). Pelos gráficos, observa-se que a energia de vibração que se propaga, através do nó, para os pisos mais elevados, T(B2-A3), é, aproximadamente, constante ao longo de toda a gama de frequências em análise e é superior à energia transmitida para as lajes do piso.

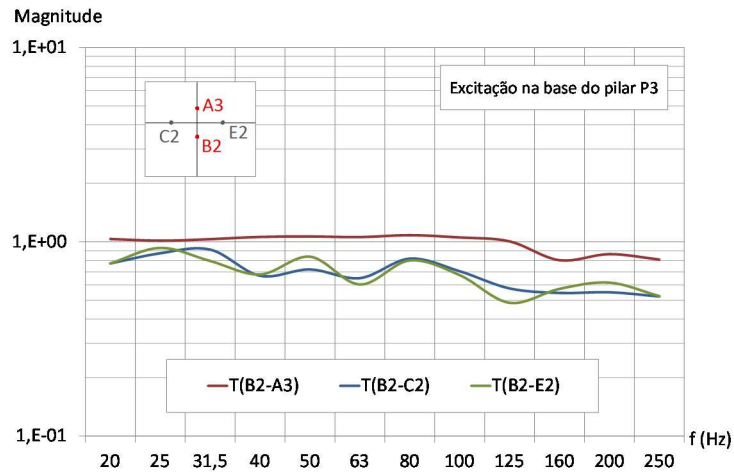


Figura 6.73 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó que liga o pilar excitado P3 à laje do piso 2, do modelo 1 (quatro pisos)

Conforme referido, o último piso dos edifícios possui um comportamento de propagação da vibração distinto do dos pisos inferiores. Para clarificar a origem desta diferença, procedeu-se a uma análise comparativa entre a transmissão da vibração através dos nós do edifício, localizados num mesmo alinhamento vertical, mas em pisos distintos. Na Figura 6.74 e na Figura A.IV.10 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência da aceleração que é transmitida para os pisos superiores através de cada um dos nós do alinhamento do pilar P3 e do pilar P7, respetivamente dos modelos 1 e 9 (quatro pisos).

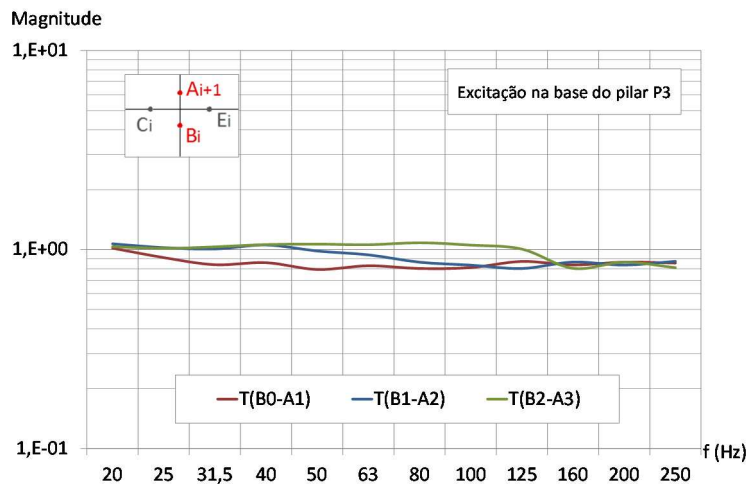


Figura 6.74 – Funções de transferência da aceleração vertical nos nós, entre os troços do pilar excitado P3 do modelo 1 (quatro pisos)

Na Figura 6.75 e na Figura A.IV.11 do Apêndice IV ilustra-se a transmissão da vibração nos nós entre os pilares P3 e P7 e as lajes L2 dos pisos, respetivamente dos modelos 1 e 9 (quatro pisos).

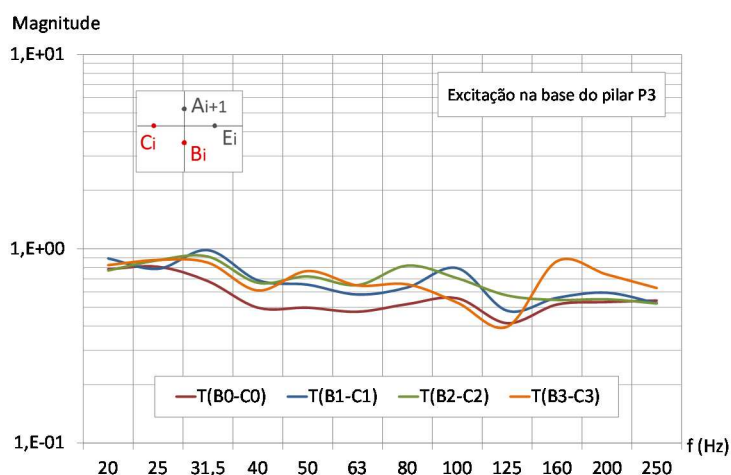


Figura 6.75 – Funções de transferência da aceleração vertical nos nós, entre o pilar excitado P3 e as lajes L2 dos pisos do modelo 1 (quatro pisos)

Pela análise comparativa entre a propagação da vibração através dos nós dos diferentes pisos localizados num mesmo alinhamento, observa-se que a transmissão da aceleração vertical para os pisos superiores e dos pilares para as lajes é ligeiramente inferior ao nível do nó do primeiro piso do edifício, sendo semelhante nos nós dos restantes pisos. Pelo exposto, é possível concluir que a propagação da vibração através dos nós não é responsável pela diferença verificada no padrão da transmissão da vibração entre o penúltimo e o último piso relativamente aos pisos mais baixos, sendo, então, esta originada apenas pela transmissão da vibração ao longo do último troço de pilar, o qual, conforme se mostrou na secção 6.4.1.4, tem capacidade para transmitir mais vibração do que os troços inferiores.

À semelhança das análises realizadas sobre a transmissão da vibração entre pisos, interessa também aferir se existe algum padrão na transmissão da vibração entre painéis de laje de um mesmo piso, pois, de acordo com o estudo da secção 6.5.2, a vibração proveniente dos pilares gera vibrações de 2ª ordem nas lajes com intensidades que não poderão ser desprezadas. Na Figura 6.76 e na Figura A.IV.12 do Apêndice IV apresentam-se as funções de transferência da vibração entre as lajes L2 e L3 de cada piso obtidas, respetivamente, com o modelo 6 e o modelo 1 devido a excitações, respetivamente, nos pilares P4 e P2. Observa-se que este tipo de funções apresenta um andamento e uma magnitude aproximada em todos os pisos, exibindo, no entanto, uma transmissão da vibração ao nível do último piso ligeiramente superior à dos restantes.

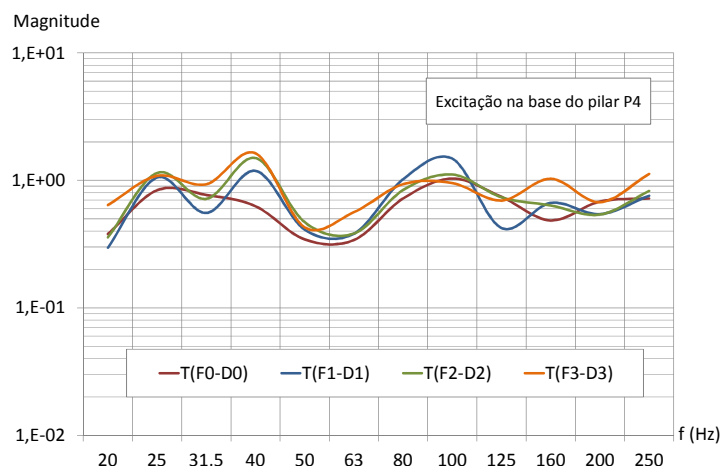


Figura 6.76 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L3 e L2 de cada piso do modelo 6 (quatro pisos), devido a uma excitação na base do pilar P4

6.6.1.4 Influência do número total de pisos do edifício

Na secção anterior, analisou-se a propagação da vibração ao longo da altura do edifício, em alguns casos com base nos modelos de quatro pisos e, noutros casos, com base nos modelos de seis pisos. Pretende-se, aqui, demonstrar que a propagação da vibração entre pisos não é afetada pelo número total de pisos do edifício e, conseqüentemente, que as observações efetuadas na secção anterior se mantêm válidas quando se comparam edifícios com alturas diferentes.

Na Figura 6.77 e na Figura A.IV.13 do Apêndice IV comparam-se as funções de transferência obtidas com os modelos parciais 1 com quatro e seis pisos para a propagação de aceleração entre o pilar excitado (P4 e P3) e as lajes do piso 0 (L3 e L2).

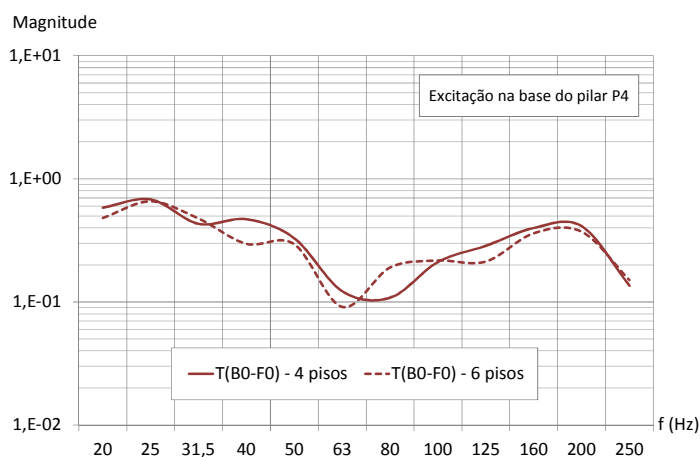


Figura 6.77 – Funções de transferência entre a aceleração vertical na base do pilar excitado P4 e a aceleração vertical na laje L3 do piso 0 dos modelos 1 de quatro e seis pisos

Na Figura 6.78 comparam-se as funções de transferência entre pisos obtidas com os modelos com quatro e seis pisos, para a propagação de aceleração através do penúltimo piso, $T(F1-F2)$ e $T(F3-F4)$, e do último piso, $T(F2-F3)$ e $T(F4-F5)$. Na Figura A.IV.14 do Apêndice IV apresenta-se outra comparação entre os dois modelos, mas em termos das funções de transferência da aceleração entre lajes do primeiro piso e do último piso.

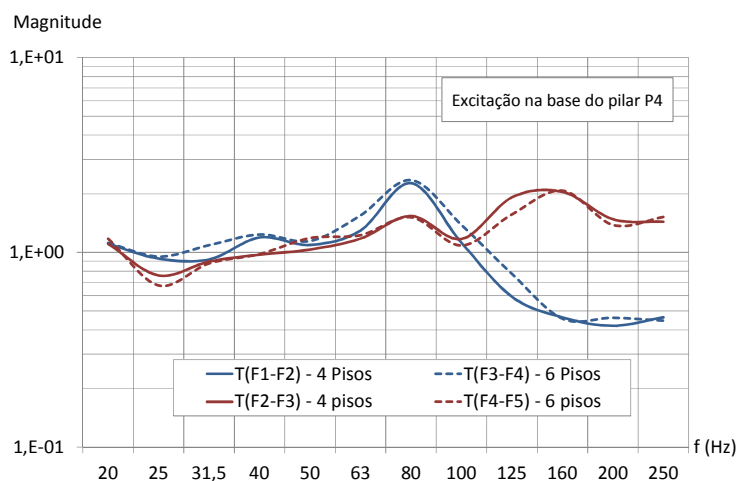


Figura 6.78 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L3 do piso “i” e do piso “i+1”, obtidas dos modelos 1 de quatro e seis pisos, devido a uma excitação na base do pilar P4

Em todas as comparações realizadas nesta secção verifica-se uma boa concordância entre os resultados obtidos dos modelos com quatro e seis pisos, pelo que o número total de pisos dos edifícios não deverá condicionar a transmissão da vibração entre pisos.

6.6.1.5 Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares

À semelhança do estudo realizado na secção 6.4.1– transmissão da vibração ao longo dos pilares –, pretende-se, na presente secção, analisar o efeito que as condições de extremidade dos elementos verticais exercem na propagação da vibração ao longo da altura do edifício. Para este efeito, realizou-se uma análise comparativa da transmissão da vibração entre pisos das estruturas dos modelos parciais (Quadro 6.1) devido a vibrações provenientes de pilares que diferem entre si apenas no tipo de nó de extremidade. As tipologias dos nós analisados são as representadas na Figura 6.37.

Para ilustrar os resultados desta análise, apresenta-se, na Figura 6.79, a vibração transmitida entre o penúltimo piso e o último piso do modelo 1 (seis pisos), para os casos de excitação aplicada num pilar de canto, num pilar de bordo ligado a três vigas (tipo “T”) e num pilar interior ligado a duas

vigas (tipo “I”). Na Figura 6.80 mostra-se o mesmo tipo de gráfico, mas aplicado aos resultados obtidos do modelo 9 (quatro pisos) para excitações em dois pilares de bordo ligado a três vigas (tipo “T”) e um pilar interior ligado a quatro vigas (tipo “+”).

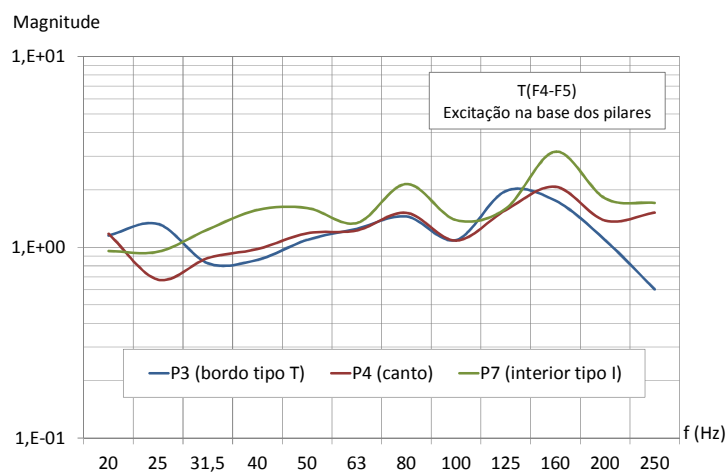


Figura 6.79 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L3 dos pisos 4 e 5, devido a excitações em pilares distintos (modelo 1 com seis pisos)

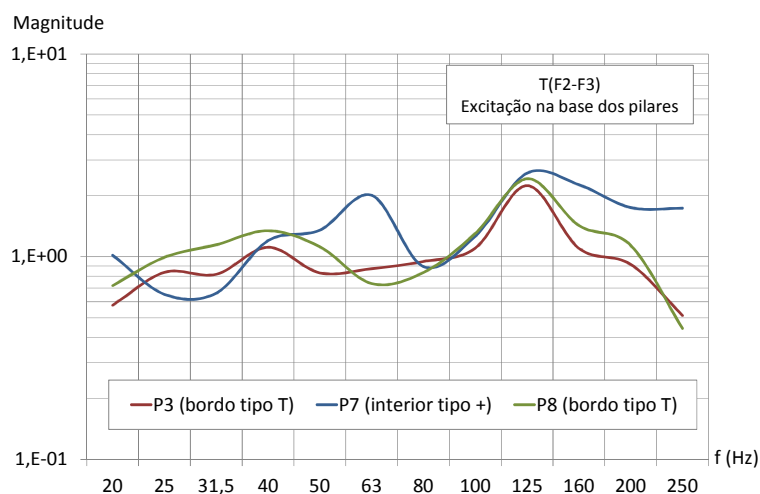


Figura 6.80 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L3 dos pisos 2 e 3, devido a excitações em pilares distintos (modelo 9 com quatro pisos)

Deste estudo conclui-se que as funções de transferência da vibração entre pisos são semelhantes quando resultam da excitação de pilares constituídos por nós de extremidade do mesmo tipo (P3 e P8 da Figura 6.80) e são distintas se os pilares excitados possuem nós de extremidade de tipologias diferentes. Estas conclusões seriam expectáveis, uma vez que, na secção 6.4.1.3 se demonstrou que a propagação da vibração ao longo do pilar é condicionada pelas suas condições de extremidade.

Resta verificar se a transmissão da vibração através dos nós é também condicionada por este fator. Assim, apresenta-se, na Figura 6.81 e na Figura 6.82, a energia de vibração transmitida ao nível do nó do piso 4 do modelo 1 (seis pisos), entre os troços de pilar inferior e superior e entre o pilar e as lajes. Na Figura A.IV.15 e na Figura A.IV.16 do Apêndice IV, apresenta-se o mesmo tipo de funções, mas ao nível do nó do piso 2 e do nó último piso da estrutura do modelo 9 (quatro pisos).

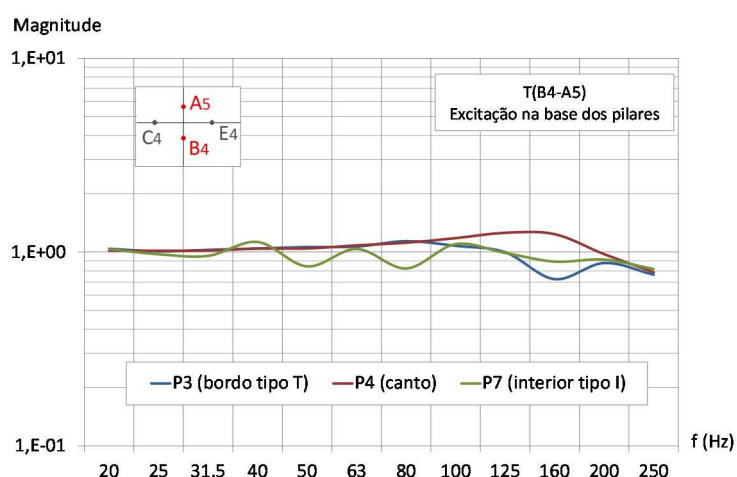


Figura 6.81 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó do piso 4, entre os troços inferior (B4) e superior (A5) dos pilares excitados (modelo 1 com seis pisos)

Pela análise da Figura 6.81, da Figura 6.82, da Figura A.IV.15 e da Figura A.IV.16 observa-se que a tipologia do pilar excitado condiciona significativamente a transmissão de vibração para as lajes, T(B4-E4) e T(B3-E3), enquanto a propagação da vibração do pilar para o piso superior, T(B4-A5) e T(B2-A3), é pouco sensível a este fator.

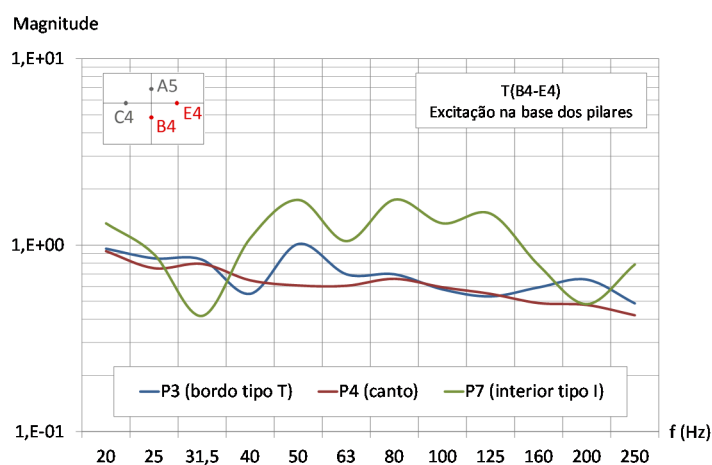


Figura 6.82 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó do piso 4, entre o pilar excitado (B4) e a laje L3 (E4) do piso (modelo 1 com seis pisos)

Pelo exposto, é possível afirmar que a tipologia dos nós de extremidade dos pilares submetidos a vibração condiciona o processo de transmissão da vibração ao nível do elemento (pilar) e ao nível do nó (entre o pilar e a laje), o que se reflete na transmissão da vibração entre os pisos do edifício.

6.6.2 Vibração gerada por fontes interiores

As análises realizadas nesta secção referem-se à transmissão da vibração gerada por fontes de excitação localizadas no interior dos edifícios do tipo indicado na secção 2.3 do Capítulo 2.

6.6.2.1 Atenuação da vibração gerada no interior

À semelhança do estudo realizado na secção 6.6.1.3, e uma vez que a propagação da vibração depende da localização da fonte, pretende-se, nesta secção, analisar a transmissão da vibração entre pisos dos edifícios, mas devido a forças de excitação aplicadas nas lajes dos pisos, na direcção vertical.

Para este efeito, estimou-se a transmissão da vibração entre os pisos das estruturas dos modelos parciais de quatro e seis pisos descritos no Quadro 6.1, devido a uma força de excitação aplicada a meio vão da laje L2 do piso 0, para o que se utilizou a numeração das secções da estrutura definidas na Figura 6.66. Os resultados obtidos assinalam a existência de uma atenuação da vibração dos pisos com o afastamento destes ao piso excitado, à exceção do último piso do edifício, onde se verifica um aumento dos níveis de vibração relativamente ao piso anterior. Para ilustrar estes resultados, apresentam-se na Figura 6.83 e na Figura A.IV.17 do Apêndice IV, as funções de transferência da aceleração obtidas, respetivamente, no modelo 1 (seis pisos) e no modelo 6 (quatro pisos), entre a laje onde se localiza a fonte (L2 do piso 0) e as lajes dos restantes pisos. Em ambos os gráficos existe, efetivamente, uma propagação da vibração para o último piso superior à que atinge o penúltimo piso do edifício.

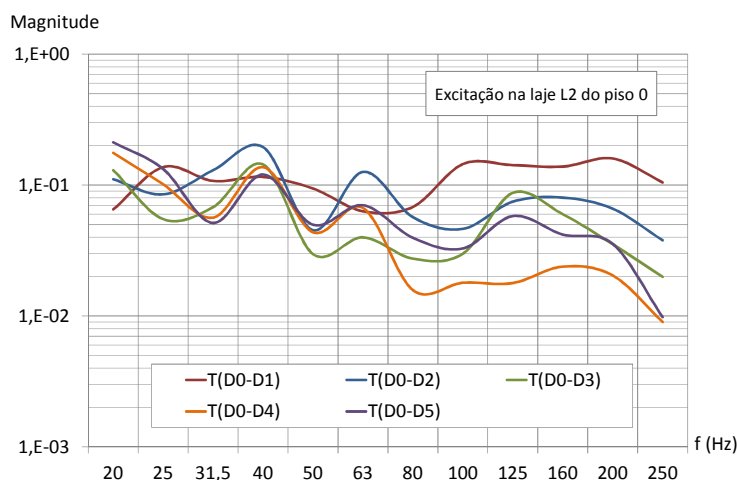


Figura 6.83 – Funções de transferência da aceleração vertical entre a laje L2 do piso 0 (elemento excitado) e as lajes L2 dos restantes pisos do modelo 1 (seis pisos)

Quantificou-se também, para as mesmas estruturas, a transmissão da vibração entre pisos do edifício, de onde resultaram os gráficos apresentados na Figura 6.84 e na Figura A.IV.18 do Apêndice IV, nas quais se representam as funções de transferência entre pisos das estruturas do modelo 1 (seis pisos) e do modelo 6 (quatro pisos). Observa-se que a maior atenuação da vibração acontece entre o piso onde se localiza a fonte de excitação e o piso subsequente. Entre os restantes pisos intermédios, a vibração transmitida é da mesma ordem de grandeza. Ao nível do último piso, como referido acima, existe uma amplificação da vibração relativamente ao piso inferior.

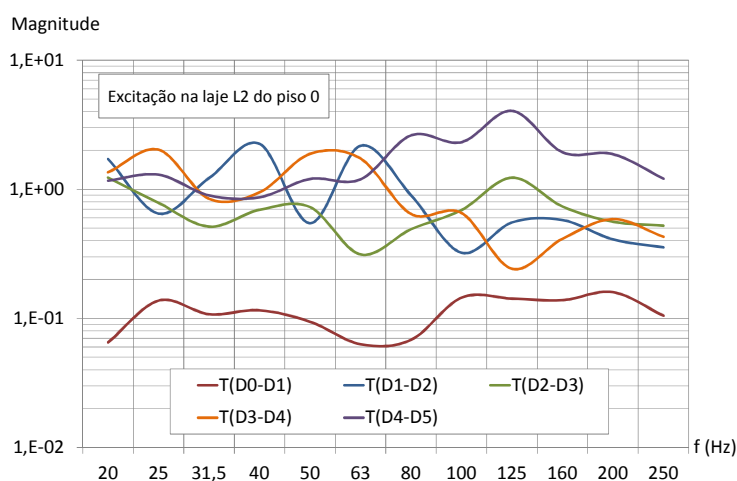


Figura 6.84 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 do piso “i” e do piso “i+1”, do modelo 1 (seis pisos), devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

Com o objetivo de melhor compreender o processo de transmissão da vibração entre pisos, apresentam-se, na Figura 6.85 e na Figura 6.86, a título ilustrativo, as funções de transferência da aceleração parciais desde a fonte de excitação até, respectivamente, ao piso 1 e ao piso 2: i) $T(D0-C0)$, ao longo da laje do piso 0; ii) $T(C0-A1)$, entre a laje do piso 0 e o pilar do piso 1; iii) $T(Aj-Bj)$, ao longo do trecho do pilar do piso j ; iv) $T(Bj-Cj)$, entre o pilar do piso j e a laje do piso j através do nó; v) $T(Bj-A(j+1))$, entre treços de pilar através do nó; e vi) $T(Cj-Dj)$, ao longo da laje do piso j até à sua secção de meio vão.

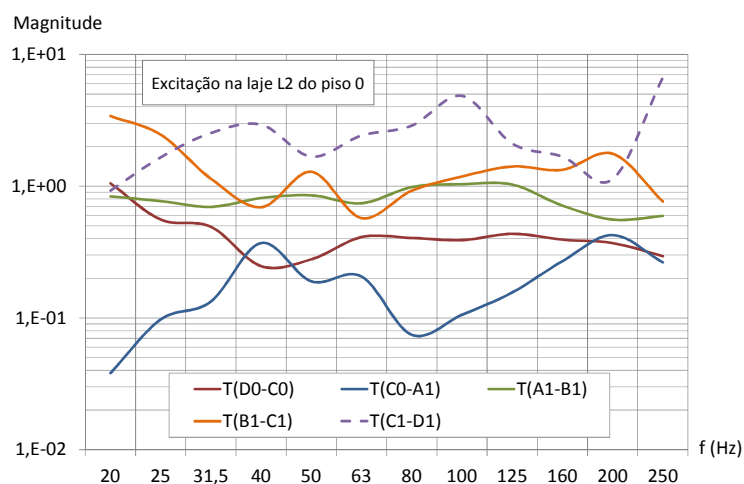


Figura 6.85 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre a laje L2 do piso 0 (elemento excitado) e a laje L2 do piso 1, do modelo 1 (seis pisos)

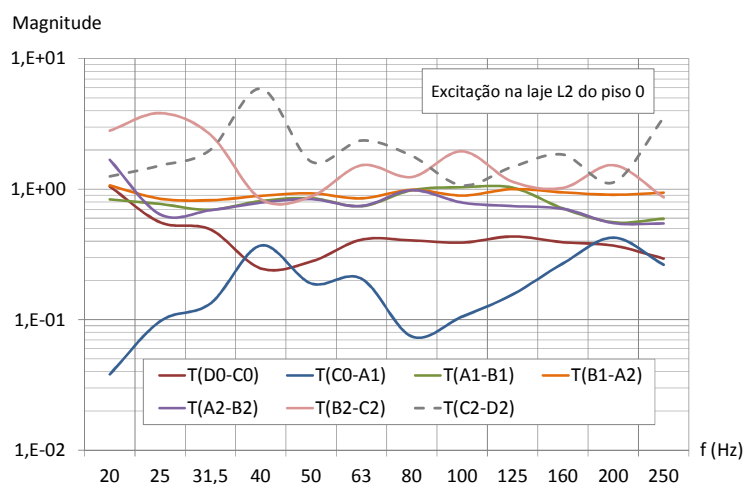


Figura 6.86 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre a laje L2 do piso 0 (elemento excitado) e a laje L2 do piso 2, do modelo 1 (seis pisos)

Pela análise das funções de transferência apresentadas na Figura 6.85 e na Figura 6.86, é possível afirmar que a maior atenuação da vibração acontece ao nível da laje onde se localiza a fonte de

excitação, $T(D0-C0)$, e entre esta laje e o troço do pilar adjacente, $T(C0-A1)$. A atenuação da vibração transmitida para os pisos superiores através dos elementos verticais deve-se essencialmente à propagação ao longo do elemento, uma vez que através do nó a redução na vibração proveniente do piso inferior é praticamente desprezável. Outra conclusão extrapolada é que existe uma amplificação entre a energia de vibração transmitida do pilar para as lajes superiores e ao longo destas, desde a secção junto ao pilar até à secção de meio vão.

6.6.2.2 Influência do número total de pisos do edifício

À semelhança do estudo realizado na secção 6.6.1.4, onde se verificou que a transmissão da vibração entre pisos de um edifício devido a fontes de excitação exteriores não depende do número total de pisos do edifício, pretende-se aqui perceber como se comporta a estrutura no caso das fontes de excitação localizadas no interior dos edifícios.

Na Figura 6.87 apresenta-se uma comparação entre os resultados obtidos com os modelos parciais 1 com quatro e seis pisos (Quadro 6.1) em termos de funções de transferência da aceleração no penúltimo piso, $T(D1-D2)$ e $T(3-D4)$, e entre o piso onde se localiza a fonte e o piso subsequente, $T(D0-D1)$. Pela observação deste gráfico, verifica-se que existe uma boa concordância entre os resultados obtidos com os dois modelos.

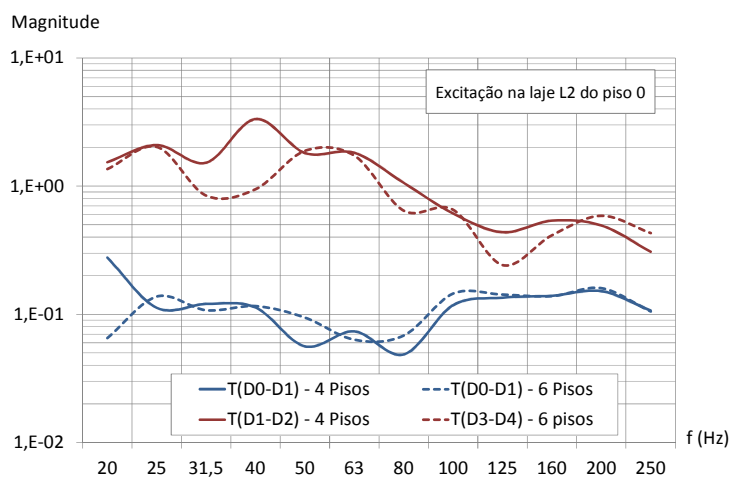


Figura 6.87 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 do piso “i” e do piso “i+1”, obtidas dos modelos 1 de quatro e seis pisos, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

Na Figura A.IV.19 do Apêndice A.IV representa-se outra comparação dos resultados dos mesmos modelos, mas em termos das funções de transferência da aceleração no último piso do edifício, observando-se, igualmente, uma boa concordância entre ambos.

Assim, também para os edifícios sujeitos a fontes de vibração localizadas no seu interior a propagação da vibração entre pisos é pouco sensível ao número total de pisos do edifício.

6.6.3 Influência das características da estrutura e dos materiais

As características da estrutura e dos materiais condicionam a transmissão da vibração, não só ao longo dos elementos estruturais e dos pavimentos, conforme estudado nas secções 6.4 e 6.5.1.4, mas também através dos nós da estrutura e, conseqüentemente, entre os pisos da mesma. Nesta secção pretende-se demonstrar de que forma, características como o módulo de elasticidade do material, as dimensões dos pilares, das vigas e das lajes, condicionam a propagação da vibração ao longo da altura dos edifícios. Para este efeito, realizaram-se análises comparativas entre a transmissão da vibração devida a fontes de vibração exteriores e interiores aos edifícios ao longo das estruturas dos modelos parciais com dois e quatro pisos descritos no Quadro 6.1.

6.6.3.1 Influência do módulo de elasticidade do material

O módulo de elasticidade do material, conforme demonstrado nas secções 6.4.1.1 e 6.4.2.1, condiciona as frequências próprias de vibração dos elementos estruturais, mas a sua influência na transmissão da energia de vibração ao longo dos elementos é reduzida. Relativamente à propagação da vibração ao longo da altura do edifício, o que envolve a transmissão ao longo dos elementos e dos nós da estrutura, este parâmetro é também pouco condicionante, como pode observar-se pela análise da Figura 6.88. Nesta figura apresentam-se as funções de transferência da vibração obtidas com os modelos parciais 1 e 4 (quatro pisos) desde o pilar excitado até ao último piso do edifício, observando-se que, efetivamente, a vibração que atinge o último piso do edifício é semelhante nas estruturas com valores distintos do módulo de elasticidade, nomeadamente de 34,0 GPa e de 27,5 GPa.

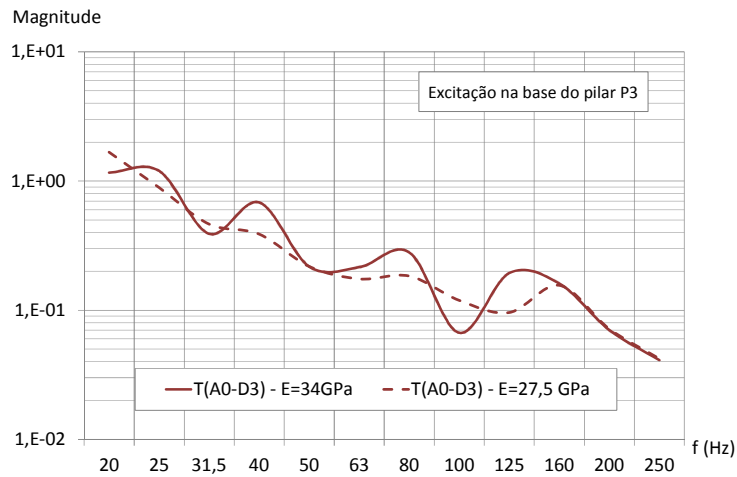


Figura 6.88 – Influência do módulo de elasticidade do material na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do último piso

6.6.3.2 Influência das dimensões das vigas

A influência das dimensões das vigas na transmissão da vibração em planta ao longo dos pavimentos do edifício foi já analisada na secção 6.5.1.4.3, tendo-se observado que o módulo de rigidez à torção da secção transversal das vigas influencia de forma reduzida a propagação da vibração entre painéis de laje. Da mesma forma, a propagação da vibração ao longo da altura dos edifícios é condicionada pelas dimensões das secções transversais dos elementos de viga, mas de forma ligeira e não com um padrão constante ao longo da gama de frequências, conforme pode observar-se na Figura 6.89. Nesta figura apresenta-se a transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 em duas estruturas que diferem apenas entre si na dimensão da secção transversal das vigas (modelos 1 e 7 com dois pisos).

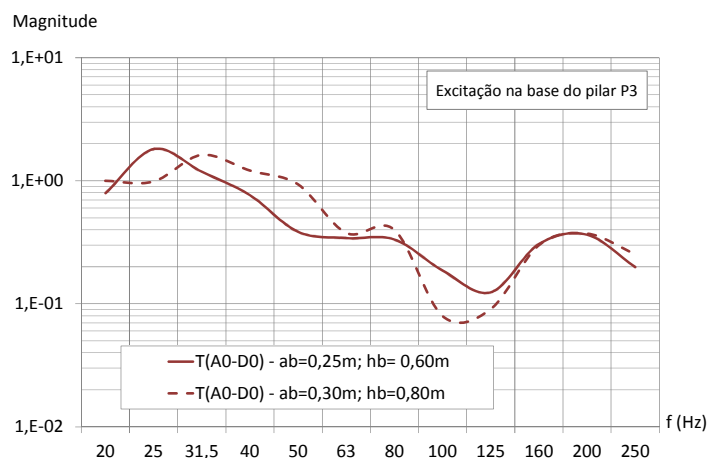


Figura 6.89 – Influência da secção transversal das vigas na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0

6.6.3.3 Influência das dimensões dos pilares

Com o objetivo de perceber o efeito que o comprimento dos pilares exerce na propagação da vibração através dos nós da estrutura e, conseqüentemente, entre pisos dos edifícios, realizaram-se análises comparativas entre os resultados obtidos dos modelos parciais 1 e 8, ao longo de todo o caminho de propagação da vibração, devido a forças de excitação aplicadas nos pilares e nas lajes.

Nos estudos realizados com forças de excitação aplicadas nos pilares, é efetuada a análise ao nível do nó e em termos globais. Na Figura 6.90 apresentam-se as funções de transferência da vibração que se propaga entre o pilar excitado, P3, e a laje L2 do piso 0 através do nó, T(B0-C0), e ao longo da laje até à sua secção de meio vão, T(C0-D0), em cada uma das estruturas referidas, observando-se que quanto menor é o comprimento do pilar, menor é a atenuação da vibração transmitida através do nó para o piso 0.

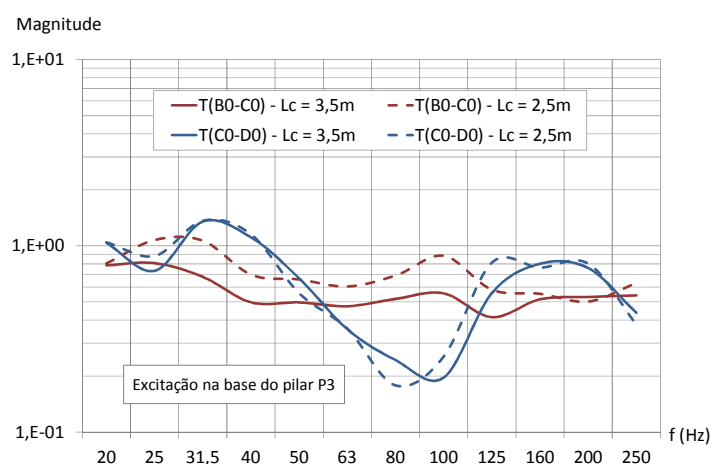


Figura 6.90 – Influência do comprimento dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 (funções de transferência parciais)

Na Figura 6.91 apresentam-se as funções de transferência parciais da vibração que atinge a laje L2 do piso 1: i) entre troços de pilar através do nó, T(B0-A1); ii) ao longo do troço do pilar, T(A1-B1); iii) entre o pilar e a laje do piso 1 através do nó, T(B1-C1); e iv) ao longo da laje do piso 1 até à sua secção de meio vão, T(C1-D1). É possível observar que a função de transferência mais sensível ao comprimento dos pilares é a T(B0-A1), a qual corresponde à energia de vibração transmitida através do nó do piso 0 entre o troço inferior e superior do pilar. Quanto mais rígido é o pilar, mais vibração se transmite para os pisos superiores. A transmissão da vibração através dos nós dos pisos superiores e dos respetivos elementos estruturais é menos sensível a este parâmetro.

Como conclusão, refere-se que o comprimento dos pilares condiciona mais a transmissão da vibração ao nível do primeiro piso do edifício: i) ao longo do troço do pilar excitado (A0-B0), de acordo com estudo da secção 6.4.1.2; e ii) através do nó do primeiro piso do edifício, entre o pilar e a laje (B0-C0) e entre troços de pilar (B0-A1). De outra forma, a transmissão da vibração entre pisos é pouco sensível ao comprimento dos pilares, mas a propagação da vibração entre o pilar excitado e a primeira laje é condicionada por este parâmetro, verificando-se uma atenuação da vibração superior quando os elementos verticais são mais curtos.

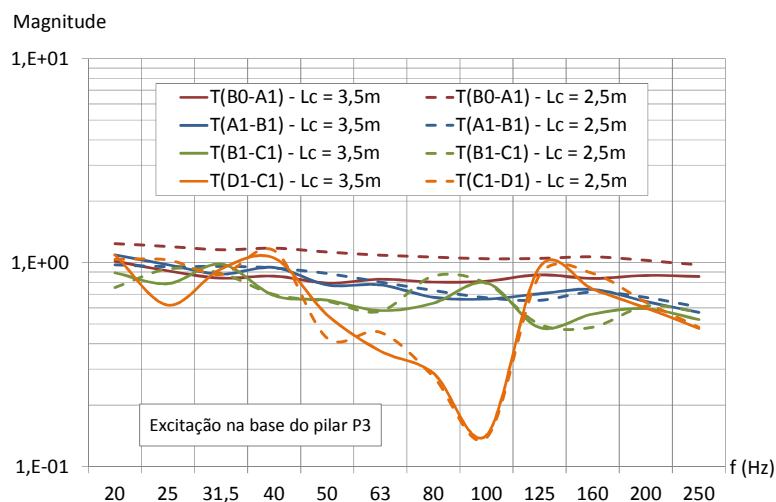


Figura 6.91 – Influência do comprimento dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 1 (funções de transferência parciais)

Ilustra-se, na Figura 6.92, a forma como o comprimento do pilar afeta as funções de transferência da aceleração entre o pilar e o piso 0 e entre o penúltimo e o último piso do edifício.

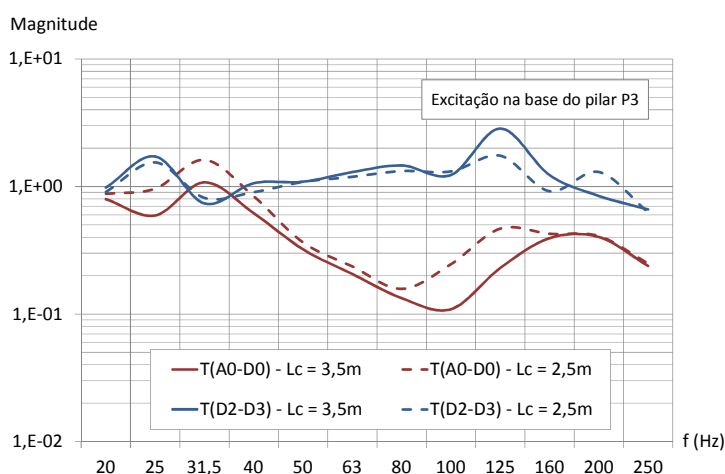


Figura 6.92 – Influência do comprimento dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 e entre lajes L2 do último piso

O outro parâmetro a analisar nesta secção é a dimensão da secção transversal dos pilares, para o que se realizou uma análise comparativa entre os resultados obtidos com os modelos parciais 1 e 2. Na Figura 6.93 e na Figura 6.94 apresentam-se as funções de transferência parciais da aceleração entre o pilar excitado P3 e as lajes L2, respetivamente do piso 0 e do piso 1.

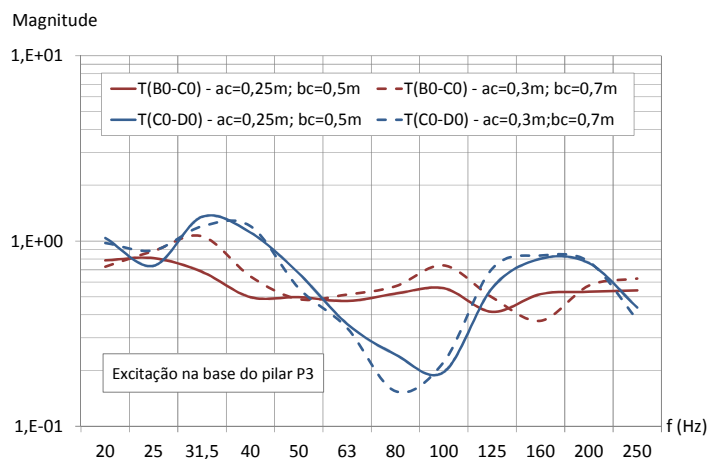


Figura 6.93 – Influência das dimensões da secção transversal dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 (funções de transferência parciais)

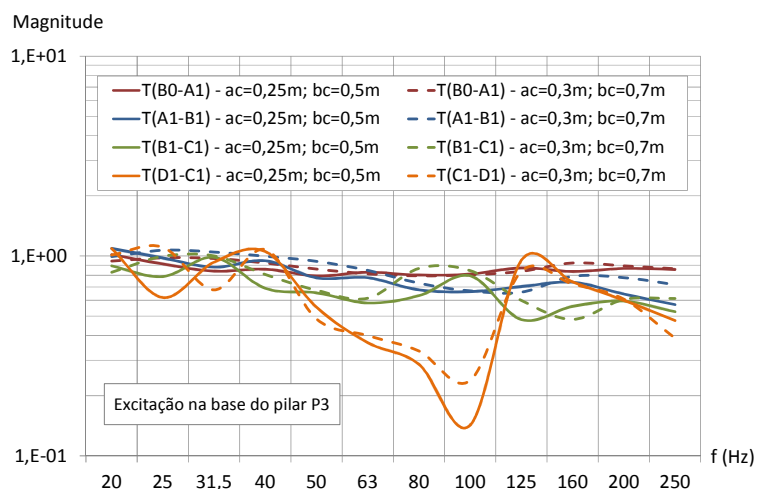


Figura 6.94 – Influência das dimensões da secção transversal dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 1 (funções de transferência parciais)

Pela análise das figuras anteriores, observa-se que, apesar da discrepância entre as funções de transferência dos dois modelos não ser muito expressiva, o que se deve ao facto de as dimensões das secções transversais não serem também muito diferentes, de um modo geral, quanto mais rígidos são estes elementos, mais vibração se transmite ao longo da altura do edifício. Efetivamente, conforme se ilustra na Figura 6.95 com as funções de transferência da aceleração

entre o pilar excitado e o piso 1 e entre o piso 0 e o piso 1, quanto maiores são as secções transversais dos pilares, menor é a atenuação da vibração entre o pilar excitado e os pisos e entre os pisos dos edifícios.

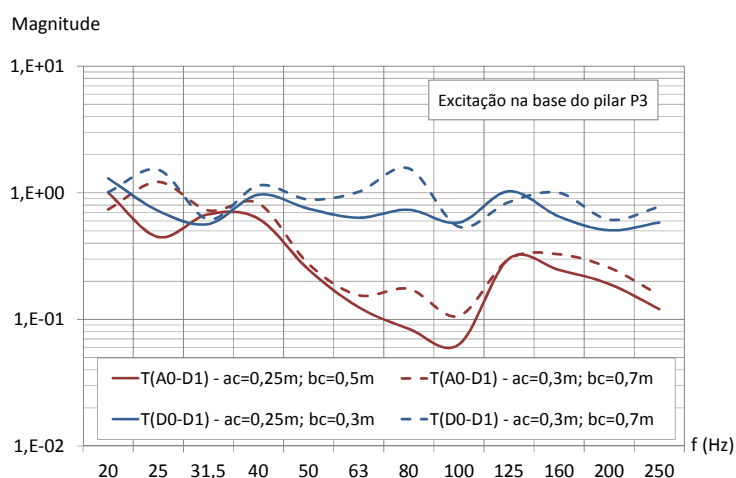


Figura 6.95 – Influência das dimensões da secção transversal dos pilares na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 1 e entre lajes L2 do piso 0 e do piso 1

Relativamente à transmissão da vibração ao longo da altura do edifício para forças de excitação localizadas nas lajes, apesar desta apresentar alguma sensibilidade ao comprimento e à secção transversal dos pilares, não foi possível identificar qualquer relação entre estes parâmetros e a propagação da vibração, conforme demonstram os gráficos da Figura 6.96 e da Figura 6.97, onde estão representadas as funções de transferência entre os pisos 0 e 1, $T(D0-D1)$, e entre os pisos 1 e 2, $T(D1-D2)$.

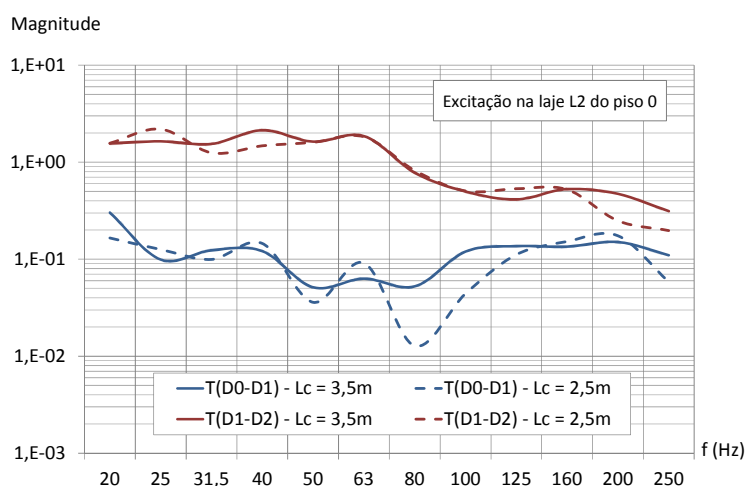


Figura 6.96 – Influência do comprimento dos pilares na transmissão da vibração entre pisos do edifício, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

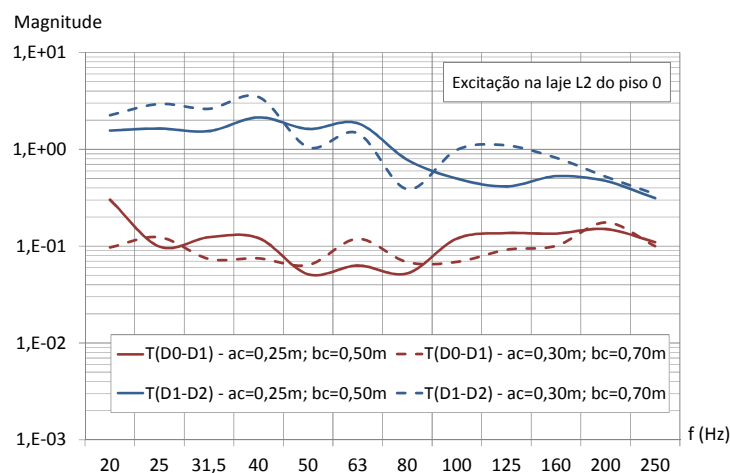


Figura 6.97 – Influência da secção transversal dos pilares na transmissão da vibração entre pisos do edifício, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

Deste estudo conclui-se que as dimensões dos pilares exercem uma influência mais significativa na transmissão da vibração ao longo da altura dos edifícios quando as fontes de vibração se localizam no seu exterior. Nestes casos, a propagação da vibração ao longo da altura do edifício é tanto maior quanto mais rígidos forem os elementos verticais, o que se deve ao facto de os elementos mais rígidos vibrarem menos e dissiparem menos energia, transmitindo assim mais energia para a restante estrutura.

6.6.3.4 Influência da espessura das lajes

A espessura dos elementos de laje é outro fator que condiciona a transmissão da vibração ao longo das estruturas, tendo-se verificado, no estudo da secção 6.5.1.4.2, que as fontes de vibração localizadas nos pisos geram uma propagação da vibração ao longo do pavimento tanto maior quanto mais espessa é a laje de piso. Com o objetivo de perceber qual o efeito deste parâmetro na propagação da vibração entre pisos de um edifício devido a fontes de excitação interiores ou exteriores, realizou-se uma análise comparativa entre os resultados obtidos com os modelos parciais 1 e 6 com quatro pisos (Quadro 6.1), os quais diferem entre si apenas na espessura das lajes (0,19 m e 0,30 m).

Para ilustrar os resultados das análises realizadas para a situação em que a fonte de vibração se localiza no exterior do edifício, apresentam-se, na Figura 6.98 e na Figura 6.99, as funções de transferência parciais da aceleração entre o pilar excitado P3 e as lajes L2 dos pisos 0 e 1, respetivamente, considerando espessuras de laje de 0,19 m e de 0,30 m.

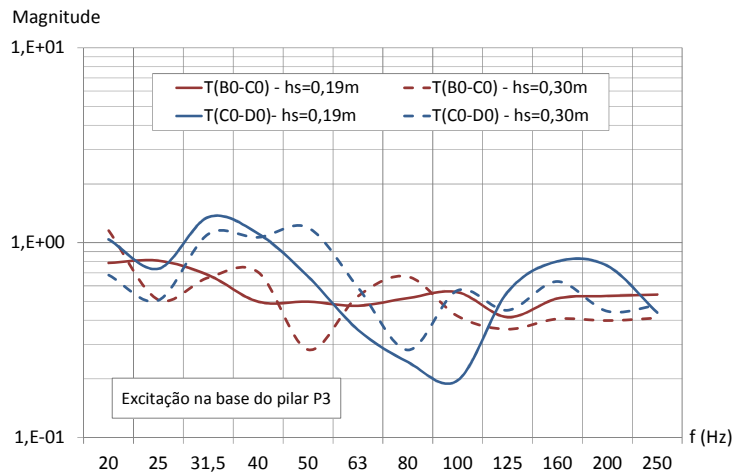


Figura 6.98 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 (funções de transferência parciais)

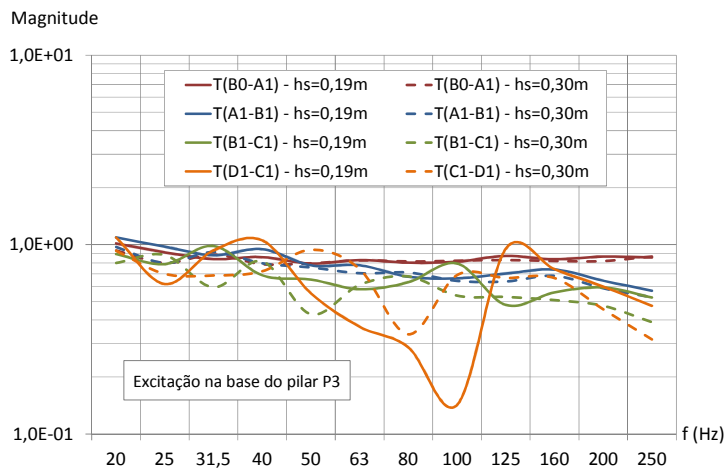


Figura 6.99 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 1 (funções de transferência parciais)

Pela comparação das funções de transferência apresentadas na Figura 6.98 e na Figura 6.99, observa-se, ao longo do caminho de propagação, que a transmissão da vibração ao longo dos elementos verticais, $T(A1-B1)$ e $T(B0-A1)$, é semelhante em ambas as estruturas, e que existem pequenas discordâncias, entre os dois modelos, na transmissão da vibração entre o pilar e a laje, através do nó, e na transmissão ao longo da própria laje.

Na Figura 6.100 apresentam-se as funções de transferência da aceleração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 e entre as lajes L2 do piso 1 e do piso 2, correspondentes às estruturas analisadas anteriormente. Observa-se que existem algumas discrepâncias entre as respostas das duas estruturas, sendo no entanto necessárias mais análises para proceder à avaliação de uma relação entre este parâmetro e a vibração que se transmite para os pisos superiores dos edifícios.

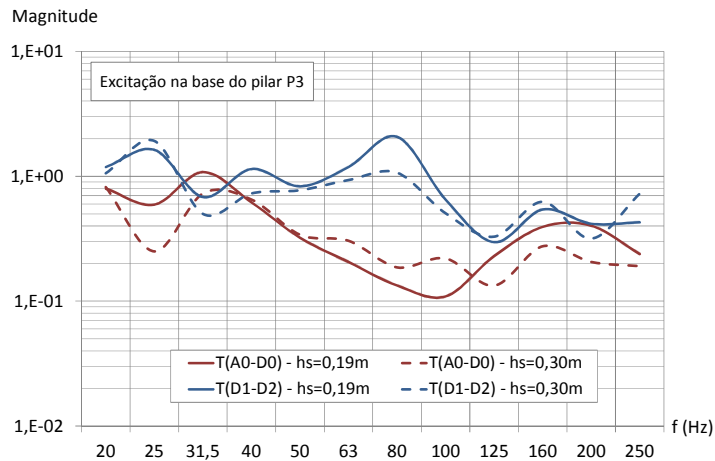


Figura 6.100 – Influência da espessura da laje na transmissão da vibração entre o pilar excitado P3 e a laje L2 do piso 0 e entre as lajes L2 dos pisos 1 e 2, devido a uma excitação no pilar P3.

Nos estudos realizados com excitação aplicada na laje (secção 6.5.1.4.2) identificou-se, de forma clara, a existência de uma relação entre a espessura da laje e a propagação da vibração ao longo dos pavimentos. A atenuação da vibração é menor nas estruturas com espessuras de laje superiores, o que se deve ao facto de, apesar de os elementos mais rígidos vibrarem com menor intensidade, estes dissiparem menos energia e, conseqüentemente, transmitirem mais. Para ilustrar que este parâmetro condiciona da mesma forma a propagação da vibração entre pisos, apresentam-se na Figura 6.101 e na Figura 6.102 as funções de transferência da aceleração entre os pisos 0 e 1 e os pisos 0 e 3, com excitação aplicada na laje do piso 0, das estruturas com espessuras de laje igual a 0,19 m e 0,30 m. Como se observa existe uma menor atenuação da vibração ao longo da altura do edifício, no modelo em que as lajes têm uma espessura superior. A influência deste parâmetro sente-se essencialmente na propagação da vibração entre a laje onde se localiza a fonte e a laje superior.

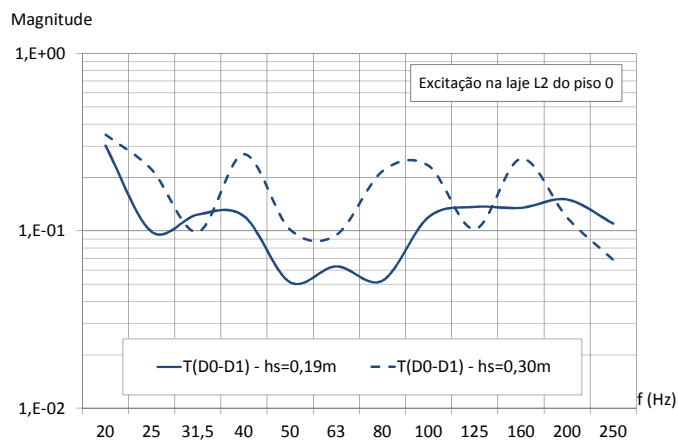


Figura 6.101 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre o piso 0 e o piso 1 do edifício, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

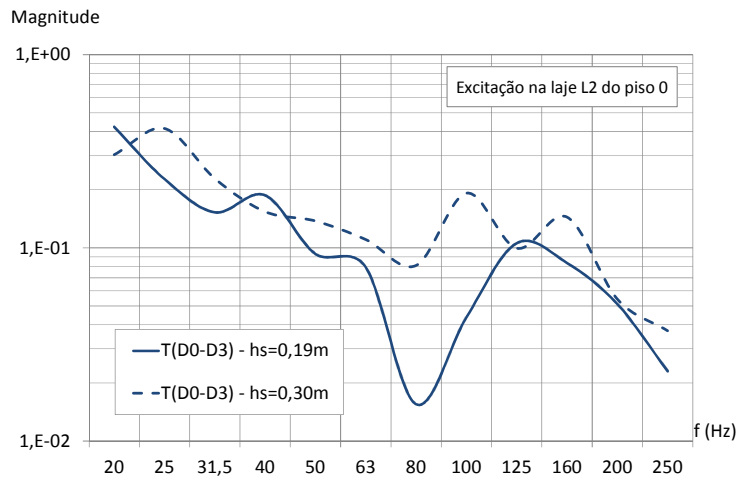


Figura 6.102 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre o piso 0 e o último piso do edifício, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

A espessura das lajes condiciona a transmissão da vibração entre pisos dos edifícios em ambos os casos de localização das fontes de excitação, no interior e no exterior; no entanto, a influência deste parâmetro revela-se mais evidente quando a vibração da estrutura é gerada por forças de excitação aplicadas diretamente sobre as lajes de piso.

6.7 Considerações finais

Neste capítulo desenvolveram-se 22 modelos de elementos finitos de edifícios com estrutura vigada de betão armado com a finalidade de compreender o processo de transmissão da vibração gerada por fontes de excitação interiores ou exteriores ao longo deste tipo de estruturas. Para garantir a fiabilidade e qualidade dos resultados obtidos, as estruturas destes modelos foram concebidas a partir de alterações realizadas no modelo de um edifício real, o qual foi previamente validado experimentalmente através da realização de ensaios de vibração forçada.

Pelas análises realizadas neste capítulo, é possível tecer algumas considerações finais sobre:

- **A influência das características da estrutura e dos materiais na transmissão da vibração ao longo das estruturas de betão armado**

Os fatores que condicionam a vibração dos elementos estruturais e a sua transmissão ao longo da estrutura são vários, referindo-se o módulo de elasticidade do material, as dimensões dos pilares,

das vigas e das lajes e outros fatores, como a geometria da planta estrutural e o número de pisos do edifício.

De entre as características mecânicas e geométricas dos elementos estruturais identificadas, as que condicionam mais o processo de propagação da vibração são as dimensões dos elementos verticais e dos elementos de laje, possuindo o módulo de elasticidade do material e as dimensões das vigas uma expressão menor. De um modo geral, verificou-se que, apesar de os elementos mais flexíveis vibrarem com intensidade superior, os elementos mais rígidos possuem uma maior capacidade de transmissão da vibração ao longo da estrutura.

Observou-se também que os elementos cujas características mais condicionam a propagação da vibração ao longo da estrutura são os que estão diretamente em contacto com a fonte de vibração, correspondendo estes aos pilares no caso de vibrações provenientes do exterior e à laje do piso onde se encontra a fonte, no caso de esta ser interior. Em qualquer das situações, quanto mais flexíveis são os elementos em contacto com a excitação, mais energia de vibração se dissipa e, conseqüentemente, menos se propaga para os restantes elementos da estrutura. Assim, para vibrações geradas no exterior, os pilares com comprimentos inferiores e secções transversais superiores vibram menos quando as ondas de vibração os atingem, mas transmitem mais vibração para os pisos do edifício, o que está de acordo com o estudo realizado por Hassan [112] [113]. Para vibrações geradas no interior dos edifícios, as lajes mais rígidas, e, portanto, com menores dimensões e maior espessura, em contacto com a fonte atingem níveis de vibração inferior, mas transmitem mais vibração para os pisos superiores do edifício.

- **O processo de transmissão da vibração em pavimentos das estruturas de betão armado**

A atenuação da vibração ao longo de um pavimento de um piso, gerada por uma fonte localizada no próprio piso, aumenta com a distância à mesma, mas de forma diferente ao longo da gama de frequências. No entanto, a relação entre a atenuação da energia a uma determinada distância e a atenuação da energia em metade dessa distância é praticamente constante e igual a cerca de 1,5 ao longo de toda gama de frequências.

- **O processo de transmissão da vibração ao longo da altura das estruturas de betão armado**

As fontes de excitação geram vibrações tanto na direção vertical como nas direções horizontais. No entanto, os níveis de vibração verticais que atingem as lajes dos pisos dos edifícios devido às componentes horizontais da excitação são desprezáveis comparativamente com os níveis gerados

pela componente vertical. Para reforçar esta conclusão, citam-se os trabalhos de Sanayei *et al.* [16] e de Xia He *et al.* [19], referenciados na secção 2.4.2 do Capítulo 2, os quais demonstram que os níveis de vibração induzidos pelas fontes de vibração exteriores na direcção vertical são muito superiores às vibrações geradas na direcção horizontal. Também Neves e Sousa *et al.* [21] [81] demonstraram que a vibração das lajes é mais relevante do que a vibração das paredes no incómodo devido à sensação de vibração, pelo que a componente vertical da vibração é mais importante.

Apesar do processo de transmissão da vibração ao longo da altura dos edifícios apresentar algumas diferenças para fontes de vibração exteriores e interiores, observa-se, em ambos os casos, uma atenuação da vibração dos pisos com o afastamento destes à fonte de excitação, à exceção do último piso do edifício, onde se verifica um aumento dos níveis de vibração relativamente ao piso inferior. Isto deve-se ao facto de o último troço dos pilares apresentar menos caminhos disponíveis para transmissão e dissipação de energia, observando-se assim uma amplificação na transmissão da vibração ao longo destes pilares. A maior atenuação da vibração surge junto à fonte de excitação, correspondendo, no caso de fontes exteriores, ao caminho de propagação entre o pilar excitado e o primeiro piso do edifício e, no caso de fontes interiores, ao caminho de propagação entre a laje excitada e o piso superior. A vibração que se propaga para os pisos superiores dos edifícios através dos pilares e através dos nós da estrutura é semelhante para ambos os tipos de excitação, existindo uma atenuação da vibração ao longo dos pilares, enquanto a transmissão da vibração através dos nós é praticamente unitária. Na propagação da vibração através dos nós entre os pilares e as lajes e ao longo das lajes, o comportamento da estrutura é distinto para vibrações provenientes do exterior e geradas no interior, verificando-se uma atenuação da vibração no primeiro caso e uma amplificação no segundo.

Relativamente à vibração proveniente de uma fonte de excitação exterior ao edifício, observou-se que a transmissão da vibração entre pisos intermédios é aproximadamente constante, existindo, no entanto, uma exceção na transmissão entre o penúltimo e o último piso do edifício, conforme referido no parágrafo anterior. Demonstrou-se, igualmente, que a vibração proveniente do exterior que atinge um determinado pilar é transmitida para as lajes com níveis significativos até ao painel de 2ª ordem de cada piso (Figura 6.1).

Pelo exposto, considera-se adequado referir que o processo de transmissão da vibração desde um determinado pilar até aos pisos dos edifícios é constituído por cinco tipos de funções de transferência padrão: i) Entre o pilar e o primeiro piso; ii) entre pisos intermédios; iii) entre o penúltimo e o último piso; iv) entre lajes de um mesmo piso intermédio (vibração de 1ª ordem –

vibração de 2ª ordem); e v) entre lajes do último piso (vibração de 1ª ordem – vibração de 2ª ordem).

Estas funções são, no entanto, condicionadas pelo tipo de nós que unem os elementos verticais aos horizontais, tendo-se adotado para estes cinco tipologias distintas, representadas na Figura 6.37: (a) pilares de canto; (b) pilares de bordo ligados a três vigas (tipo “T”); (c) pilares de bordo ligados a duas vigas (tipo “|”); (d) pilares interiores ligados a duas vigas (tipo “|”); e (e) pilares interiores ligados a quatro vigas (tipo “+”).

A transmissão de energia de vibração entre pisos do edifício é pouco sensível ao número de pisos total do mesmo, pelo que, de forma simplificada, e devido ao facto de os modelos numéricos serem complexos, é possível desenvolver modelos com um número de pisos inferior ao real.

Neste capítulo utilizou-se o método de análise de uma variável de cada vez, o que permitiu analisar a influência que cada parâmetro exerce na resposta da estrutura às vibrações, mas não a possível interação entre estes. No capítulo seguinte realizar-se-ão análises que permitem clarificar as questões ainda em aberto, nomeadamente a influência que algumas características da estrutura têm na propagação da vibração ao longo da altura dos edifícios.

CAPÍTULO 7

7 MÉTODO SIMPLIFICADO PARA AVALIAÇÃO DA TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM EDIFÍCIOS

Neste capítulo é proposto um método simplificado para avaliar a transmissão de vibração para pavimentos dos edifícios com estrutura de betão armado a partir de fontes de excitação localizadas no exterior, tais como tráfego ferroviário e rodoviário. O método proposto baseia-se na utilização de funções de transferência simplificadas entre secções fundamentais da estrutura. O método foi validado em três edifícios em construção, tendo-se, para o efeito, realizado uma campanha de ensaios de vibração em cada uma das estruturas e desenvolvido os respetivos modelos de elementos finitos, calibrados por comparação entre os resultados numéricos e os registos experimentais.

7.1 Método simplificado

O método simplificado é proposto para previsão da propagação da vibração proveniente de fontes localizadas no exterior ao longo da estrutura dos edifícios, através dos pilares e das vigas até às lajes. O método foi desenvolvido numericamente para edifícios de vários pisos com estrutura em betão armado constituída por lajes suportadas por vigas e pilares.

O método pode ser aplicado na fase de pré-dimensionamento das estruturas ou em edifícios já construídos, sendo a sua principal aplicação a estimativa dos níveis de vibração nos pavimentos dos edifícios e a sua comparação com os requisitos legais. Pode, também, ser utilizado, em conjunto com o método analítico, por recurso à análise modal teórica, para estimar os campos sonoros nos compartimentos dos edifícios, uma vez que estes possuem, geralmente, uma configuração retangular [21] [29].

7.1.1 Descrição do método

O método desenvolvido baseia-se na utilização de funções de transferência simplificadas da vibração entre secções fundamentais da estrutura dos edifícios, possibilitando, pela combinação destas funções, estimar os campos de vibração em qualquer laje dos mesmos. As fontes localizadas no exterior geram vibrações em ambas as direções, vertical e horizontal. No entanto, para além da ordem de grandeza das primeiras ser superior, os níveis de vibração verticais que atingem as lajes dos pisos dos edifícios devido às componentes horizontais da excitação podem considerar-se desprezáveis comparativamente com as vibrações devido à componente vertical da excitação, conforme estudo da secção 6.6.1.2 do Capítulo 6. Assim, o método simplificado é desenvolvido para vibrações geradas, apenas, na direção vertical.

O caminho de transmissão da vibração vertical proveniente das fontes exteriores é constituído pelos elementos estruturais verticais, que podem ser pilares e, caso existam, paredes estruturais, pelo que a propagação da vibração para outros elementos da estrutura, tais como vigas e lajes, depende fortemente das características mecânicas destes elementos estruturais, conforme se concluiu no Capítulo 6. Neste método consideram-se os elementos estruturais do tipo pilares como caminho da propagação da vibração vertical e, dado que as ondas de vibração se transmitem ao longo da estrutura do edifício de forma distinta consoante as características dos nós destes elementos, conforme se observou na secção 6.6.1.5 do Capítulo 6, o método considera um conjunto de funções de transferência associadas aos pilares de acordo com as tipologias de nós ilustrados na Figura 6.37 e reproduzida na Figura 7.1: (a) Pilar de canto ligado a duas vigas; (b) pilar de bordo ligado a duas vigas; (c) pilar de bordo ligado a três vigas; (d) pilar interior ligado a duas vigas e (e) pilar interior ligado a quatro vigas.



Figura 7.1 – Ilustração da tipologia dos nós de pilares considerados no método simplificado

Na secção 6.6.1.3 do Capítulo 6 observou-se que a propagação da vibração entre os pisos intermédios dos edifícios é semelhante, apresentando a propagação da vibração entre o penúltimo e o último piso um comportamento distinto dos pisos mais baixos. Demonstrou-se, também, que a vibração proveniente do exterior que atinge um determinado pilar é transmitida

para as lajes com níveis significativos até ao painel de 2ª ordem de cada piso, $L_n^{(2)}$. Assim, para cada tipo de nó de pilar, são definidas cinco funções de transferência (T_{ij}) conforme ilustração da Figura 7.2:

- Base do pilar, P_0 , para a primeira laje adjacente, $L_1^{(1)}$;
- Laje intermédia adjacente, $L_n^{(1)}$, para a laje adjacente superior $L_{n+1}^{(1)}$;
- Penúltima laje adjacente, $L_{N-1}^{(1)}$, para a última laje adjacente, $L_N^{(1)}$;
- Laje intermédia adjacente, $L_n^{(1)}$, para a laje contígua do mesmo piso $L_n^{(2)}$;
- Última laje adjacente, $L_N^{(1)}$ para a laje contígua do mesmo piso $L_N^{(2)}$.

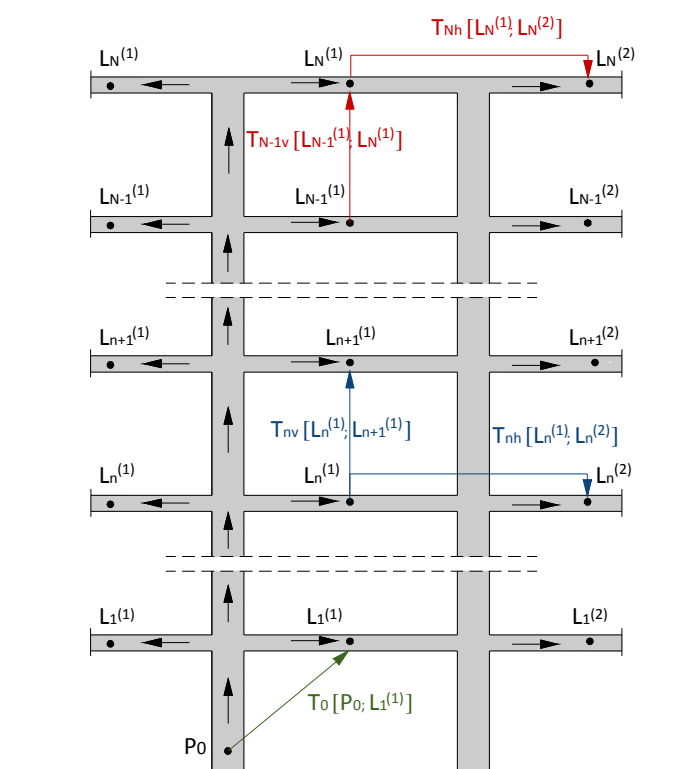


Figura 7.2 – Esquema com as funções de transferência-tipo consideradas no método simplificado

Pela combinação das funções apresentadas na Figura 7.2 é possível estimar a parcela do campo de vibração das lajes de piso, originada pelas ondas de vibração exteriores que atingem um determinado pilar, a_{P_0} . Assim:

As acelerações das lajes do primeiro piso, $a_{L_1^{(1)}}$ (laje de 1ª ordem) e $a_{L_1^{(2)}}$ (laje de 2ª ordem), podem ser estimadas, respetivamente, pela equação (7.1) e pela equação (7.2).

$$a_{L_1^{(1)}} = a_{P_0} \cdot T_0[P_0; L_1^{(1)}] \quad (7.1)$$

$$a_{L_1^{(2)}} = a_{L_1^{(1)}} \cdot T_{nh}[L_n^{(1)}; L_n^{(2)}] \quad (7.2)$$

As acelerações das lajes de um piso intermédio i , $a_{L_i^{(1)}}$ (laje de 1ª ordem) e $a_{L_i^{(2)}}$ (laje de 2ª ordem), podem ser estimadas, respetivamente, pela equação (7.3) e pela equação (7.4) .

$$a_{L_i^{(1)}} = a_{P_0} \cdot T_0[P_0; L_1^{(1)}] \cdot \prod_{n=1}^{i-1} T_{nv}[L_n^{(1)}; L_{n+1}^{(1)}] \quad (7.3)$$

$$a_{L_i^{(2)}} = a_{L_i^{(1)}} \cdot T_{nh}[L_n^{(1)}; L_n^{(2)}] \quad (7.4)$$

As acelerações das lajes do último piso, $a_{L_N^{(1)}}$ (laje de 1ª ordem) e $a_{L_N^{(2)}}$ (laje de 2ª ordem), podem ser estimadas, respetivamente, pela equação (7.5) e pela equação (7.6).

$$a_{L_N^{(1)}} = a_{P_0} \cdot T_0[P_0; L_1^{(1)}] \cdot \prod_{n=1}^{N-2} T_{nv}[L_n^{(1)}; L_{n+1}^{(1)}] \cdot T_{N-1v}[L_{N-1}^{(1)}; L_N^{(1)}] \quad (7.5)$$

$$a_{L_N^{(2)}} = a_{L_N^{(1)}} \cdot T_{Nh}[L_N^{(1)}; L_N^{(2)}] \quad (7.6)$$

Dado que o campo de vibração de uma laje é gerado, não pela vibração proveniente de um único elemento vertical, mas pela vibração que se propaga através do conjunto dos elementos estruturais verticais do edifício, o método propõe que a estimativa da vibração das lajes seja realizada pelo somatório das parcelas da vibração provenientes da ação isolada de cada pilar, tendo esta abordagem sido validada na secção 6.6.1.1 do Capítulo 6. Assim, a vibração proveniente de uma fonte exterior que atinge as fundações de um edifício propaga-se através dos pilares, Pi , para as lajes de piso com valor, $a_{L_n,global}$, estimado pela equação (7.7).

$$a_{L_n,global} = \sum_{i=1}^m a_{L_n(Pi)} , \quad (7.7)$$

onde: $a_{L_n(Pi)}$ é a aceleração que se propaga do pilar Pi para a laje L_n , a qual se determina pelas equações (7.1) a (7.6); e m é o número total de pilares do edifício.

7.1.2 Desenvolvimento do método para pilares de canto

Conforme descrito na secção anterior, o método proposto baseia-se num conjunto de funções de transferência simplificadas, associadas às diferentes tipologias de nó de pilar. Neste trabalho serão determinadas apenas as funções de transferência correspondentes a pilares de canto ligados a duas vigas, do tipo ilustrado na Figura 7.1 (a).

Com o objetivo de estimar as funções de transferência para esta tipologia de pilares, foram analisados 17 modelos de elementos finitos de estruturas de edifícios de betão armado com quatro pisos, cujas plantas estruturais se apresentam na Figura 7.3. Estes modelos resultaram de alterações ao modelo de elementos finitos do edifício da escola, validado na secção 6.2.3 do Capítulo 6.

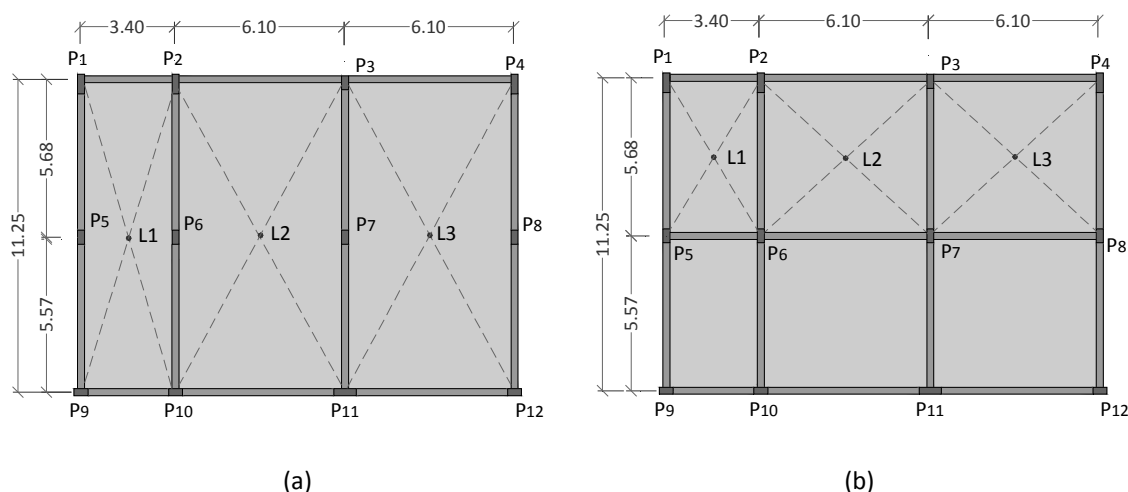


Figura 7.3 – Plantas estruturais dos modelos com dimensões de lajes: (a) 11,25/(3,40 ou 6,10) e (b) 6,10/5,68 ou 5,68/3,40

Os parâmetros que diferenciam os modelos são os identificados no Capítulo 6 como condicionantes da transmissão da vibração através das estruturas, nomeadamente: o comprimento dos pilares, L_c ; a secção transversal dos pilares, a_c e b_c ; a espessura das lajes, h_s ; as dimensões das lajes representadas pela razão a_s/b_s ; e, com um menor relevância, o módulo de elasticidade do material, E_t . Na conceção dos modelos foram adotados um valor máximo e mínimo para cada um destes fatores e consideraram-se todas as combinações de valores possíveis, de modo a permitir avaliar o efeito da interação entre os diferentes fatores. No Quadro 7.1 descrevem-se as características dos modelos de elementos finitos analisados.

Quadro 7.1 – Parâmetros considerados em cada modelo de elementos de finitos

Modelo	E_t (GPa)	L_c (m)	$a_c \times b_c$ (m)	h_s (m)	Laje L1	Lajes L2 e L3
					a_s / b_s (m/m)	a_s / b_s (m/m)
1	34,0	3,5	0,25×0,50	0,19	11,25/3,40	11,25/6,10
2	34,0	3,5	0,40×0,70	0,19	11,25/3,40	11,25/6,10
3	34,0	3,5	0,40×0,70	0,30	11,25/3,40	11,25/6,10
4	27,5	3,5	0,25×0,50	0,19	11,25/3,40	11,25/6,10
5	34,0	3,5	0,25×0,50	0,30	11,25/3,40	11,25/6,10
6	34,0	2,5	0,25×0,50	0,19	11,25/3,40	11,25/6,10
7	34,0	3,5	0,25×0,50	0,19	5,68/3,40	6,10/5,68
8	30,0	2,5	0,40×0,70	0,30	11,25/3,40	11,25/6,10
9	30,0	2,5	0,40×0,70	0,19	11,25/3,40	11,25/6,10
10	34,0	2,5	0,25×0,50	0,30	11,25/3,40	11,25/6,10
11	30,0	3,5	0,25×0,50	0,30	5,68/3,40	6,10/5,68
12	30,0	3,5	0,40×0,70	0,19	5,68/3,40	6,10/5,68
13	30,0	3,5	0,40×0,70	0,30	5,68/3,40	6,10/5,68
14	30,0	2,5	0,25×0,50	0,19	5,68/3,40	6,10/5,68
15	30,0	2,5	0,25×0,50	0,30	5,68/3,40	6,10/5,68
16	30,0	2,5	0,40×0,70	0,19	5,68/3,40	6,10/5,68
17	30,0	2,5	0,40×0,70	0,30	5,68/3,40	6,10 /5,68

As funções de transferência simplificadas para pilares de canto foram estimadas após análises estatísticas das funções de transferência extraídas dos modelos de elementos finitos. Deste trabalho obtiveram-se dois tipos de funções: i) funções de transferência medianas; e ii) funções de transferência dependentes das características mecânicas e geométricas da estrutura.

Pelo facto do objetivo final da estimativa da vibração nas lajes de piso ser a quantificação dos campos sonoros em compartimentos de edifícios, as funções de transferência do método simplificado são desenvolvidas por banda de frequência de terço de oitava.

7.1.2.1 Funções de transferência medianas (MS-medianas)

As funções de transferência simplificadas, definidas na Figura 7.2, foram estimadas pela aplicação da medida estatística de tendência central mediana às funções de transferência obtidas dos modelos de elementos finitos descritos no Quadro 7.1. Esta análise foi efetuada por banda de frequência, no intervalo entre os 20Hz e os 250Hz.

Na Figura 7.4 representam-se as medianas das funções de transferência da aceleração obtidas: entre um pilar de canto e o piso 1, T_0 ; entre os pisos intermédios, T_{nv} ; e entre o penúltimo e o último piso de um edifício, T_{N-1v} . Pela análise destas funções observa-se que, no processo de propagação ao longo da estrutura, a maior atenuação da vibração surge entre o elemento vertical excitado e a laje do primeiro piso, sendo esta superior nas vibrações com frequências mais elevadas. Observa-se também que, na gama de frequências entre os 20Hz e os 90Hz, não existe qualquer atenuação da vibração entre pisos, pelo que a vibração que atinge as lajes dos diferentes níveis é semelhante. As vibrações com conteúdos energéticos em frequências superiores a 90Hz apresentam um comportamento distinto no caso dos pisos intermédios e do último piso. Entre pisos intermédios observa-se uma atenuação da vibração que aumenta com o valor da frequência e, pelo contrário, entre o penúltimo e o último piso, verifica-se uma amplificação das vibrações com frequências superiores a 90Hz.

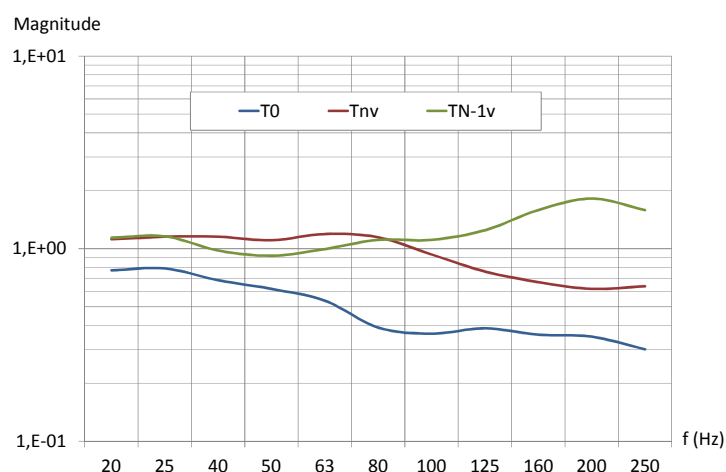


Figura 7.4 – Medianas das funções de transferência da aceleração entre um pilar de canto e o piso 1, T_0 , entre pisos intermédios, T_{nv} , e entre o penúltimo e o último piso, T_{N-1v}

O tratamento estatístico destas funções de transferência foi complementado com os diagramas de extremos e quartis por banda de frequência, os quais fornecem informação sobre a dispersão e assimetria da amostra. Estes diagramas incluem a localização da mediana, do 1º quartil, Q_1 (valor aos 25% da amostra ordenada), do 3º quartil, Q_3 (valor aos 75% da amostra ordenada), do valor

inferior (máximo entre o menor valor da amostra e $Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1)$) e do valor superior (mínimo entre o maior valor da amostra e $Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$).

Na Figura 7.5 e na Figura 7.6 apresentam-se os diagramas de extremos e quartis das funções de transferência representadas na Figura 7.4, T_0 , T_{nv} e T_{N-1v} . Observa-se que a amplitude entre os valores inferior e superior e a distância interquartil dos registos da função de transferência entre o pilar e o piso 1, T_0 , são superiores aos dos registos das funções de transferência entre pisos do edifício, T_{nv} e T_{N-1v} , existindo, assim, uma maior dispersão dos dados das funções T_0 . Outra informação que os diagramas nos fornecem é que os resultados apresentam algum grau de assimetria, indicado pela localização relativa das medianas nas caixas.

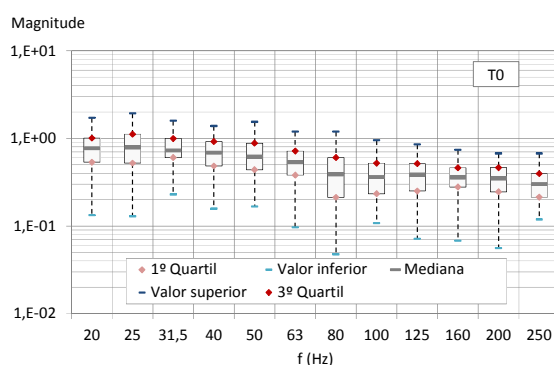


Figura 7.5 – Diagrama de extremos e quartis da função de transferência da aceleração entre um pilar de canto e o piso 1, T_0

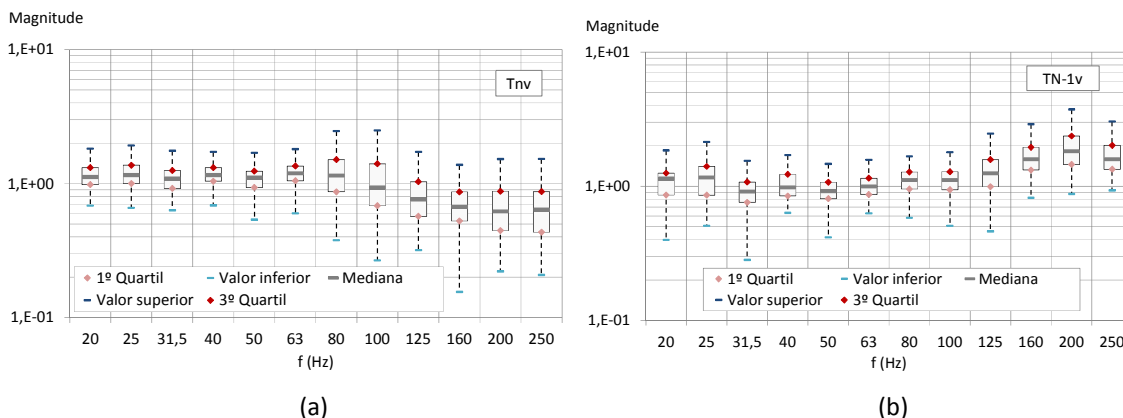


Figura 7.6 – Diagrama de extremos e quartis das funções de transferência da aceleração (a) entre pisos intermédios, T_{nv} ; (b) entre o penúltimo e o último piso, T_{N-1v}

Os resultados do tratamento estatístico, em termos de medianas das funções de transferência da aceleração entre lajes contíguas de um mesmo piso, T_{nh} e T_{N_h} , estão representados na Figura 7.7. Observa-se que a energia de vibração sofre uma atenuação, no caminho de propagação entre as lajes de 1ª ordem e de 2ª ordem de um mesmo piso, em toda a gama de frequências, e que esta é ligeiramente inferior no último piso comparativamente com os pisos intermédios.

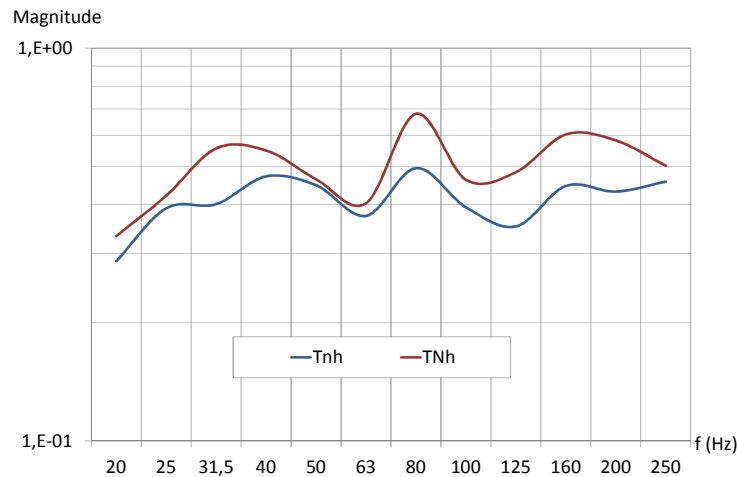


Figura 7.7 – Mediana das funções de transferência da aceleração entre lajes contíguas de um piso intermédio, T_{nh} , e do último piso, T_{Nh}

Na Figura 7.8 representam-se os diagramas de extremos e quartis das funções de transferência da aceleração entre lajes contíguas de um piso intermédio, T_{nh} , e do último piso, T_{Nh} . Observa-se que existe uma dispersão um pouco superior dos registos das funções dos pisos intermédios em comparação com as funções do último piso, o que se justifica pelo maior número de registos analisados para o primeiro caso.

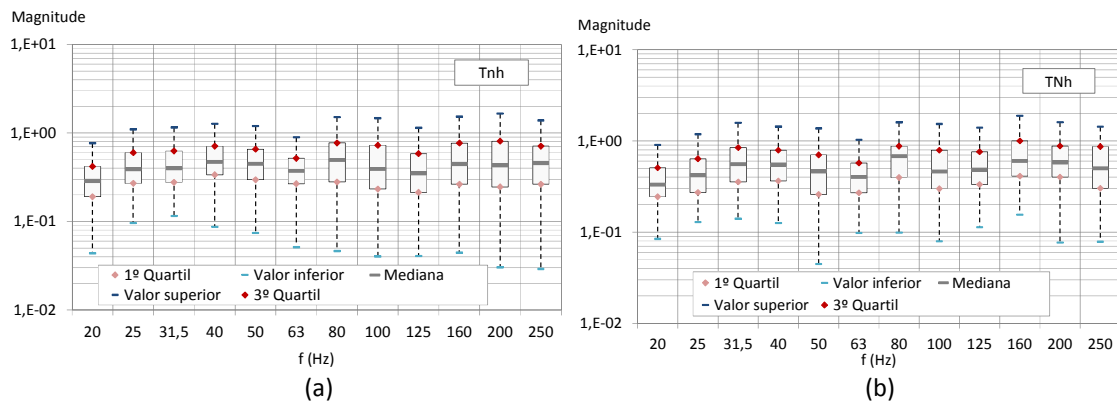


Figura 7.8 – Diagrama de extremos e quartis das funções de transferência da aceleração entre lajes contíguas (a) dos pisos intermédios, T_{nh} ; (b) do último piso, T_{Nh}

Com o objetivo de se estimarem expressões para as funções de transferência simplificadas que permitam prever o campo de vibrações nas lajes de pisos de edifícios com estrutura de betão armado, de acordo com o método proposto na secção 7.1.1, foi aplicado o modelo de regressão linear às funções de transferência representadas na Figura 7.4 e na Figura 7.7.

As regressões lineares estimadas em função da frequência de vibração que melhor se ajustam às funções de transferência entre um pilar de canto e o piso 1, T_0 , entre pisos intermédios, T_{nv} , e

entre o penúltimo e o último piso, T_{N-1v} , são, respetivamente, as definidas nas equações (7.8), (7.9) e (7.10) e representadas na Figura 7.9.

$$T_0(f) = 0,726 - 2,136 \times 10^{-3} f \quad (7.8)$$

$$T_{nv}(f) = 1,234 - 2,814 \times 10^{-3} f \quad (7.9)$$

$$T_{N-1v}(f) = 0,887 + 3,431 \times 10^{-3} f \quad (7.10)$$

Recordo que o resultado das regressões lineares aparecem na Figura 7.9 sob a forma de curvas, devido ao gráfico estar representado por bandas de frequência de terços de oitava.

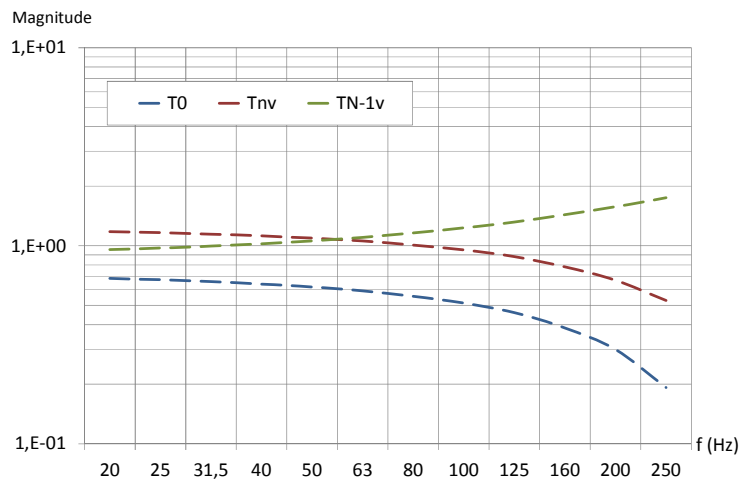


Figura 7.9 – Funções de transferência da aceleração simplificadas entre um pilar de canto e o piso 1, T_0 , entre pisos intermédios, T_{nv} , e entre o penúltimo e o último piso, T_{N-1v}

As regressões lineares estimadas que melhor se ajustam às funções de transferência entre lajes contíguas de um piso intermédio, T_{nh} , e do último piso, T_{Nh} , são as definidas respetivamente nas equações (7.11) e (7.12) e representadas na Figura 7.10.

$$T_{nh}(f) = 0,387 + 2,623 \times 10^{-4} f \quad (7.11)$$

$$T_{Nh}(f) = 0,458 + 4,723 \times 10^{-4} f \quad (7.12)$$

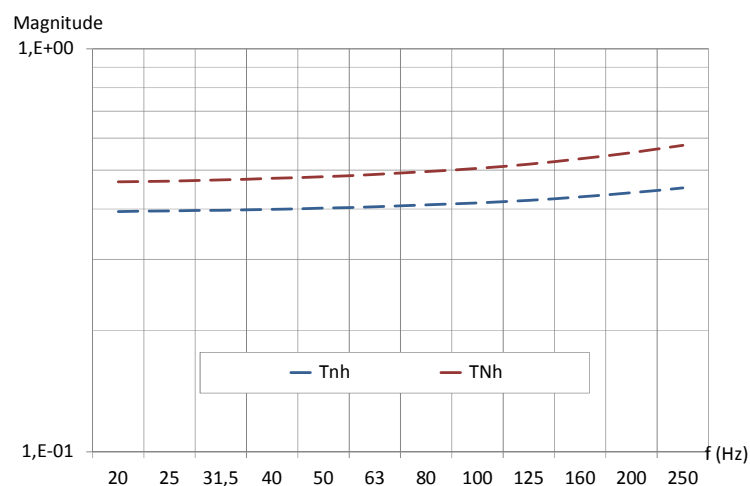


Figura 7.10 – Funções de transferência da aceleração, simplificadas, entre lajes contíguas de um piso intermédio, T_{nh} , e do último piso, T_{Nh}

Realizou-se uma análise residual para avaliar se as regressões lineares estimadas cumprem os pressupostos destes modelos, apresentando-se os resultados na Figura 7.11 (a) e (b) para cada uma das cinco funções de transferência simplificadas. Pelos gráficos observa-se que os erros se distribuem aleatoriamente em torno de zero e têm média nula (representada pelas linhas a tracejado), pelo que os pressupostos respeitantes aos erros dos modelos de regressão linear estão verificados.

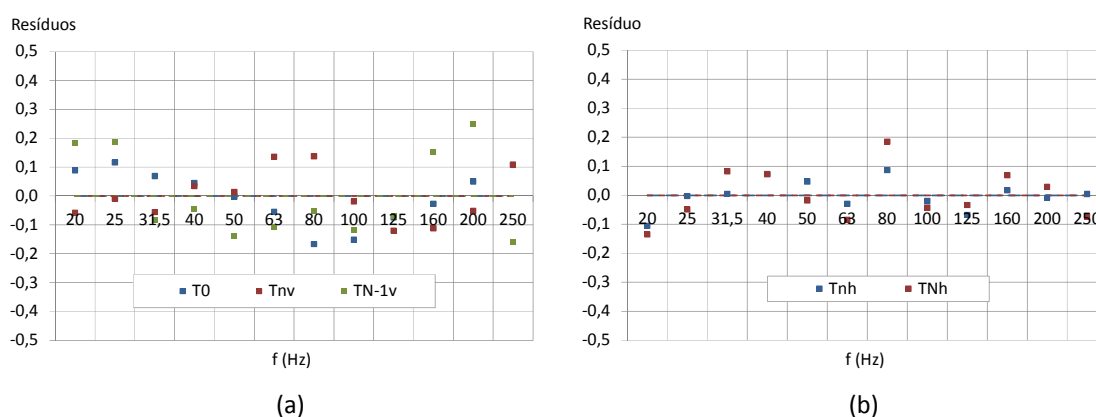


Figura 7.11 – Resíduos das regressões lineares das funções de transferência simplificadas (a) T_0 , T_{nv} , T_{N-1v} e (b) T_{nh} e T_{Nh}

7.1.2.2 Funções de transferência dependentes das características da estrutura (MS-RLM)

Nesta secção desenvolvem-se as funções de transferência simplificadas, definidas na Figura 7.2, mas em função dos parâmetros mecânicos e geométricos das estruturas que condicionam o processo de propagação da vibração. Os parâmetros identificados no Capítulo 6 e referidos na secção anterior correspondem às dimensões dos pilares (L_c , a_c , b_c), às dimensões das lajes (h_s , a_s e b_s) e ao módulo de elasticidade do material (E_t).

Por uma questão de simplificação em termos de número de variáveis, as funções de transferência foram estimadas com base nos seguintes parâmetros: comprimento dos pilares, L_c ; proporção das dimensões das lajes emissoras, a_s/b_s (com $a_s \geq b_s$); mobilidade característica dos pilares, Y_c , definida pela equação (7.13), e mobilidade característica das lajes, Y_s , definida pela equação (7.14) [126].

$$Y_c = \frac{1}{m' \cdot c_{LII}} = \frac{1}{A\sqrt{E \cdot \rho}}, \quad (7.13)$$

em que: $m' = \rho A$ é a massa por unidade de comprimento da barra; A é a área da secção transversal do pilar; ρ é a massa volúmica do material; E é o módulo de elasticidade do material; e c_{LII} é a velocidade das ondas longitudinais.

$$Y_s = \frac{1}{8\sqrt{B' m''}} \quad (7.14)$$

em que: $B' = EI/(1-\nu^2)$ é a rigidez à flexão da laje; $m'' = \rho \cdot A$ é a massa por unidade de área A da laje; I é o momento de inércia da secção; e ν é o coeficiente de *Poisson*.

As funções de transferência do método simplificado, T_0 , T_{nv} , T_{N-1v} , T_{nh} , T_{Nh} , foram desenvolvidas por banda de frequência de terços de oitava, no intervalo entre os 20Hz e os 250Hz, por recurso ao modelo de regressão linear múltipla com quatro variáveis explicativas (L_c , Y_c , Y_s e a_s/b_s). Estas funções são do tipo explicitado pela equação (7.15), em que os valores dos coeficientes m_1 , m_2 , m_3 , m_4 e m_5 são estimados através da minimização da soma dos quadrados dos desvios.

$$T_{ij} = m_1 + m_2 \cdot L_c + m_3 \cdot Y_c + m_4 \cdot Y_s + m_5 \cdot a_s/b_s \quad (7.15)$$

Pela aplicação do modelo de regressão linear múltipla às funções de transferência obtidas dos modelos de elementos finitos descritos no Quadro 7.1, por banda de frequência, estimaram-se os coeficientes m_i , associados a cada função de transferência, os quais se representam na Figura 7.12.

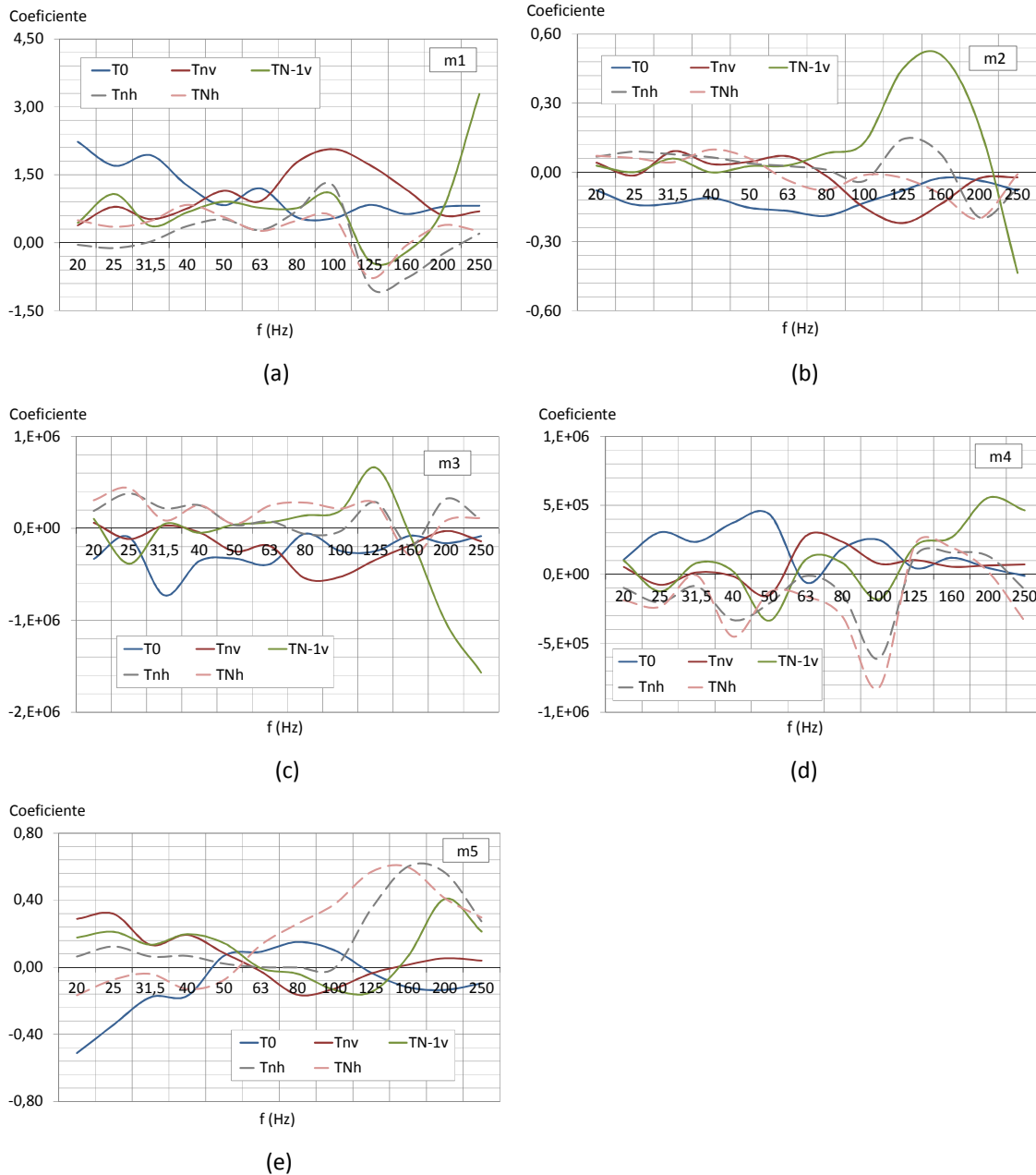


Figura 7.12 – Coeficientes das funções de transferência simplificadas (a) m1; (b) m2; (c) m3; (d) m4 e (e) m5 obtidos do modelo de regressão linear múltipla

Com o objetivo de estimar expressões simplificadas para determinar os coeficientes m_i associados a cada função de transferência, em função da frequência de vibração, aplicou-se o modelo de regressão linear simples às curvas dos gráficos da Figura 7.12.

No Quadro 7.2 apresentam-se as equações das retas estimadas para os coeficientes m_1 , m_2 , m_3 , m_4 e m_5 correspondentes às funções de transferência simplificadas: entre um pilar de canto e o piso 1, T_0 ; entre pisos intermédios, T_{nv} ; e entre o penúltimo e o último piso, T_{N-1v} .

Quadro 7.2 – Coeficiente m_i das funções de transferência simplificadas T_0 , T_{nv} , T_{N-1v} , para pilares de canto

Coef.	T_0	T_{nv}	T_{N-1v}
m_1	$1,561 - 4,723 \times 10^{-3}f$	$0,986 + 6,267 \times 10^{-4}f$	$0,294 + 5,190 \times 10^{-3}f$
m_2	$-0,150 - 4,147 \times 10^{-4}f$	$3,186 \times 10^{-2} - 5,959 \times 10^{-4}f$	$0,105 - 1,471 \times 10^{-4}f$
m_3	$-3,885 \times 10^5 + 1,354 \times 10^3f$	$-1,608 \times 10^5 - 3,086 \times 10^2f$	$3,473 \times 10^5 - 5,276 \times 10^3f$
m_4	$2,826 \times 10^5 - 1,189 \times 10^3f$	$2,766 \times 10^4 + 3,312 \times 10^2f$	$-1,422 \times 10^5 + 2,580 \times 10^3f$
m_5	$-0,157 + 6,216 \times 10^{-4}f$	$0,147 - 8,649 \times 10^{-4}f$	$6,883 \times 10^{-2} + 3,491 \times 10^{-4}f$

No Quadro 7.3 apresentam-se as equações estimadas para os coeficientes m_1 , m_2 , m_3 , m_4 e m_5 correspondentes às funções de transferência simplificadas, entre lajes contíguas de um piso intermédio, T_{nh} e entre lajes contíguas do último piso, T_{Nh} .

Quadro 7.3 – Coeficiente m_i das funções de transferência simplificadas T_{nh} , T_{Nh} , para pilares de canto

Coef.	T_{nh}	T_{Nh}
m_1	$0,288 - 1,993 \times 10^{-3}f$	$0,517 - 2,063 \times 10^{-3}f$
m_2	$9,492 \times 10^{-2} - 7,350 \times 10^{-4}f$	$6,518 \times 10^{-2} - 7,801 \times 10^{-4}f$
m_3	$1,739 \times 10^5 - 4,611 \times 10^2f$	$2,819 \times 10^5 - 1,178 \times 10^3f$
m_4	$-2,185 \times 10^5 + 1,080 \times 10^3f$	$-2,411 \times 10^5 + 5,993 \times 10^2f$
m_5	$-2,338 \times 10^{-2} + 2,101 \times 10^{-3}f$	$-8,345 \times 10^{-2} + 2,764 \times 10^{-3}f$

Da Figura 7.13 à Figura 7.17 apresentam-se graficamente os coeficientes m_1 , m_2 , m_3 , m_4 e m_5 associados às funções de transferência do método simplificado para pilares de canto que resultam da aplicação das expressões apresentadas no Quadro 7.2 e no Quadro 7.3.

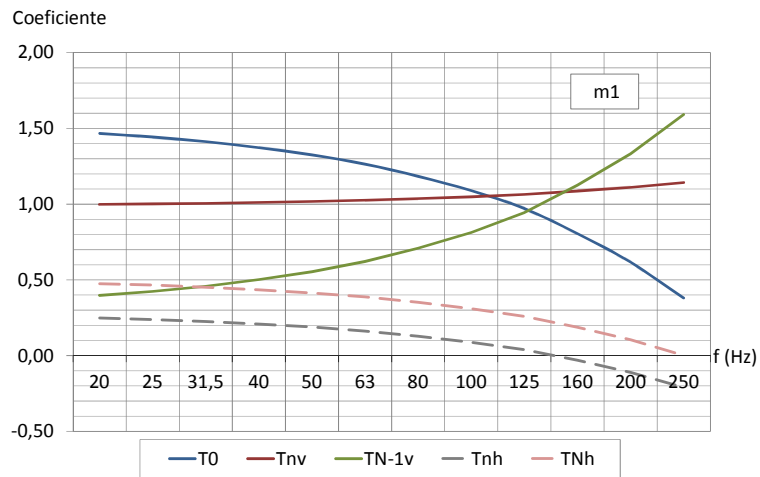


Figura 7.13 – Coeficiente m_1 das funções de transferência simplificadas para pilares de canto

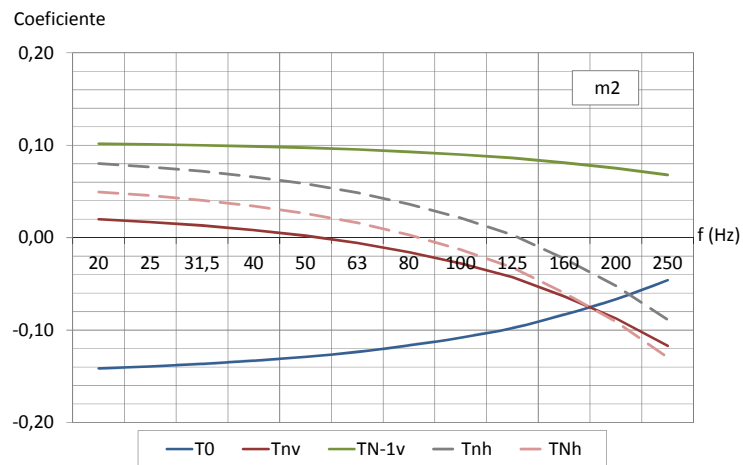


Figura 7.14 – Coeficiente m_2 das funções de transferência simplificadas para pilares de canto

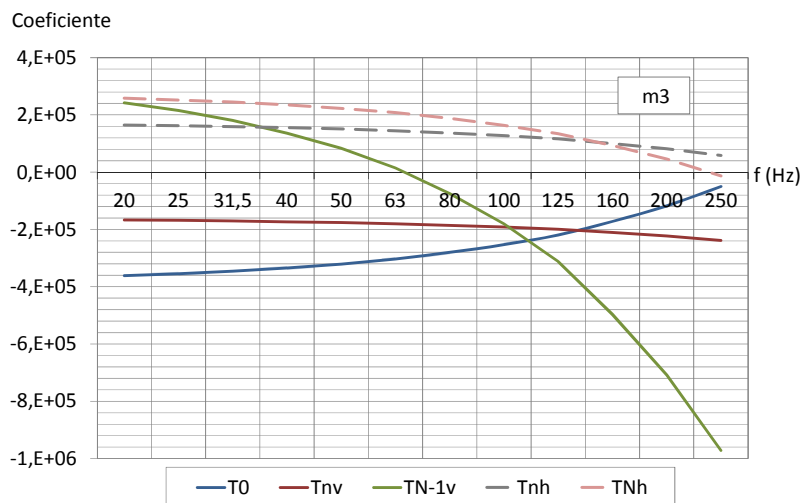


Figura 7.15 – Coeficiente m_3 das funções de transferência simplificadas para pilares de canto

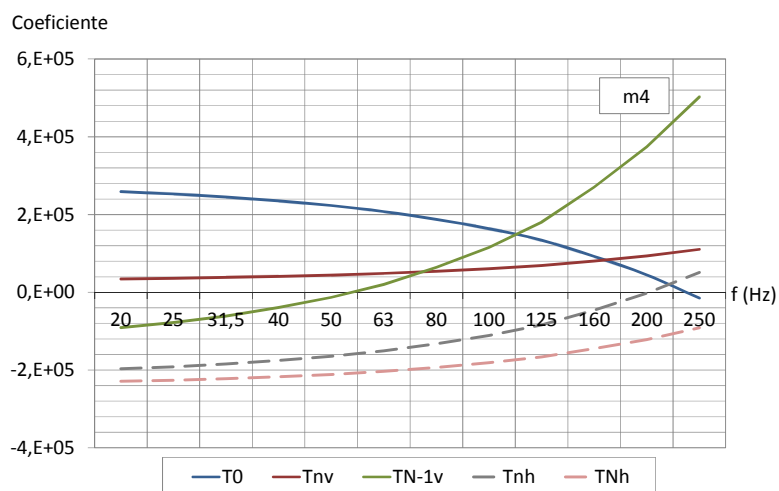


Figura 7.16 – Coeficiente m_4 das funções de transferência simplificadas para pilares de canto

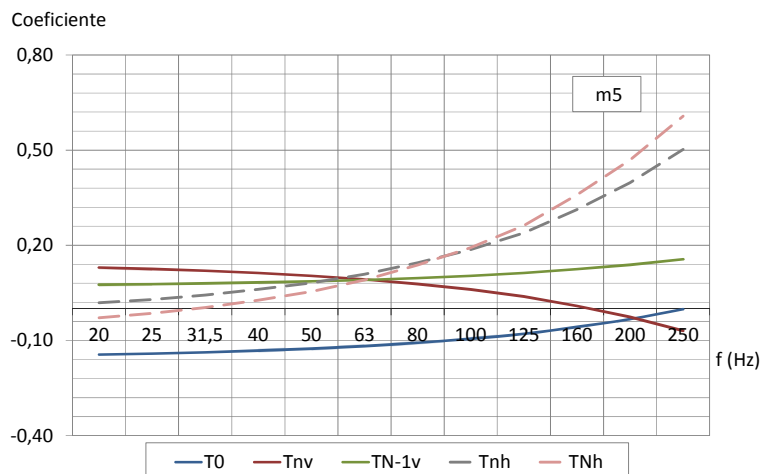


Figura 7.17 – Coeficiente m_5 das funções de transferência simplificadas para pilares de canto

Como forma de demonstrar que os pressupostos dos modelos de regressão linear se cumprem nas análises realizadas, apresentam-se, na Figura 7.18, os valores dos resíduos associados a cada uma das regressões efetivadas para estimar os coeficientes m_i das funções de transferência simplificadas. Os erros associados a todas as regressões realizadas têm média nula e distribuem-se aleatoriamente em torno de zero, verificando-se, assim, os pressupostos das referidas análises.

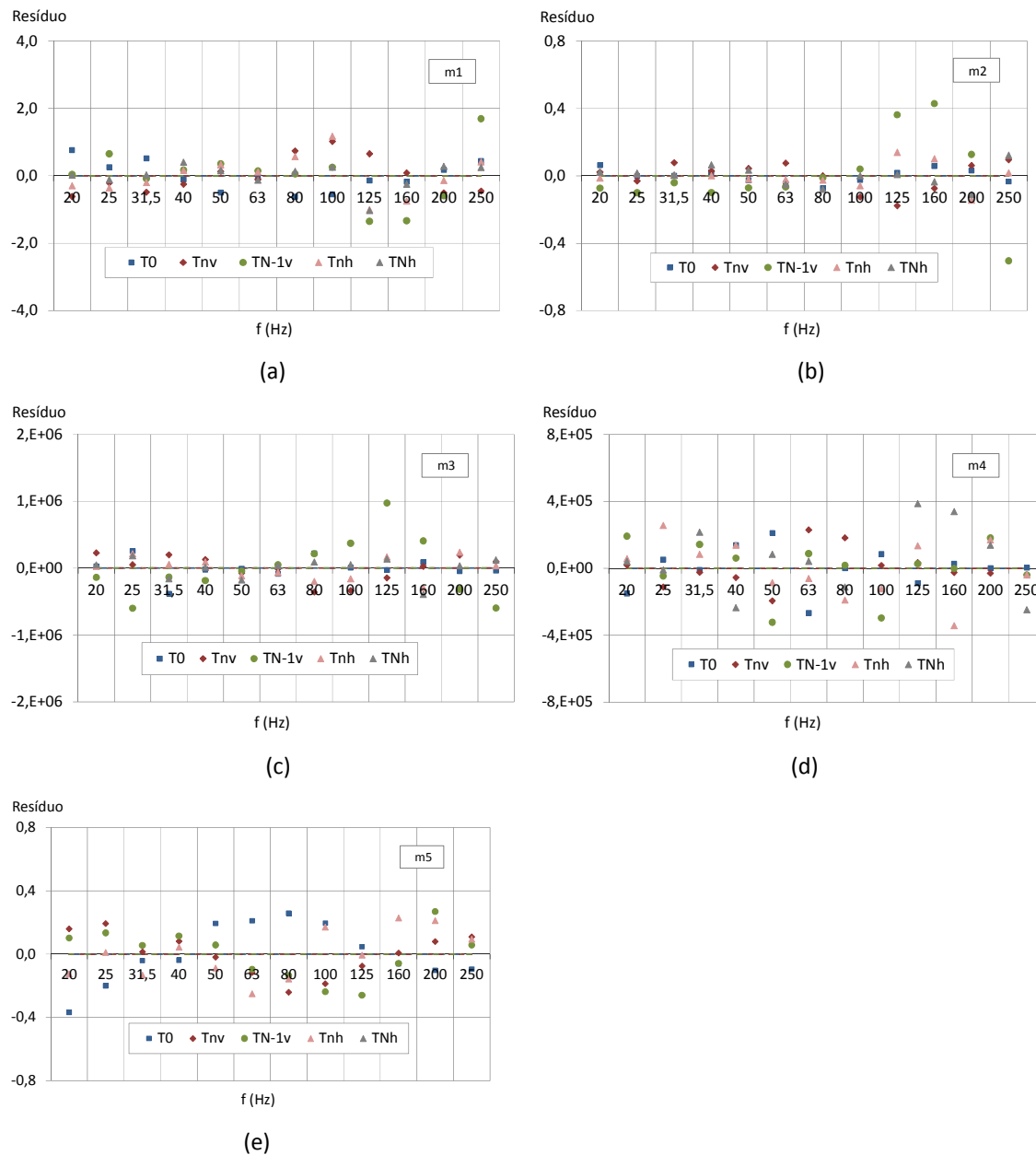


Figura 7.18 – Resíduos das regressões lineares dos coeficientes (a) m1; (b) m2; (c) m3; (d) m4 e (e) m5

Deste modo, a vibração que se propaga ao longo de uma estrutura pode ser avaliada por recurso às funções de transferência simplificadas para pilares de canto definidas nas equações (7.16), (7.17), (7.18), (7.19) e (7.20) em função das características da estrutura. Os coeficientes m1, m2, m3, m4 e m5 associados a cada função assumem os valores determinados pelas expressões do Quadro 7.2 e do Quadro 7.3 e ilustradas pela Figura 7.13 a Figura 7.17.

$$T_0 = m_{1,0} + m_{2,0} \cdot L_c + m_{3,0} \cdot Y_c + m_{4,0} \cdot Y_s + m_{5,0} \cdot a_s/b_s \quad (7.16)$$

$$T_{nv} = m_{1,nv} + m_{2,nv} \cdot L_c + m_{3,nv} \cdot Y_c + m_{4,nv} \cdot Y_s + m_{5,nv} \cdot a_s/b_s \quad (7.17)$$

$$T_{N-1v} = m_{1,(N-1v)} + m_{2,(N-1v)} \cdot L_c + m_{3,(N-1v)} \cdot Y_c + m_{4,(N-1v)} \cdot Y_s + m_{5,(N-1v)} \cdot a_s/b_s \quad (7.18)$$

$$T_{nh} = m_{1,nh} + m_{2,nh} \cdot L_c + m_{3,nh} \cdot Y_c + m_{4,nh} \cdot Y_s + m_{5,nh} \cdot a_s/b_s \quad (7.19)$$

$$T_{Nh} = m_{1,Nh} + m_{2,Nh} \cdot L_c + m_{3,Nh} \cdot Y_c + m_{4,Nh} \cdot Y_s + m_{5,Nh} \cdot a_s/b_s \quad (7.20)$$

7.1.3 Discussão dos resultados

O método simplificado desenvolvido tem por base um conjunto de funções de transferência simplificadas associadas a cada tipologia de pilar, as quais, como se demonstrou na secção 7.1.2, são fortemente dependentes da frequência da vibração que se propaga através da estrutura e das características da mesma.

A maioria dos métodos simplificados existentes para estimar a propagação da vibração entre pisos, descritos na secção 2.4.2.1 do Capítulo 2, apesar de admitirem que as vibrações podem ser amplificadas pelos elementos estruturais, baseiam-se em valores constantes ao longo de toda a gama das baixas frequências e independentes das características da estrutura [110] [106] [111] [26] [27]. Dos métodos empíricos referidos, uns consideram uma atenuação semelhante em todos os pisos do edifício [110] [106] [27] e outros consideram que a atenuação da vibração nos pisos mais elevados é inferior à que se observa nos pisos mais baixos [111] [26], o que não coincide com as conclusões dos estudos deste trabalho, onde se demonstrou que apenas o último piso do edifício apresenta um comportamento em vibração distinto dos restantes pisos. Efetivamente, conforme é perceptível pela observação da Figura 7.4, a transmissão da vibração entre o penúltimo e o último piso é superior à dos restantes pisos, sendo o comportamento dos pisos intermédios semelhante entre si.

Diferenciam-se dos métodos referidos anteriormente os trabalhos de Hassan [112] [113], por fornecerem estimativas para a propagação da vibração entre pisos, dependentes das frequências de vibração da estrutura e da relação entre a espessura das lajes, h_s , e da área da secção transversal dos pilares, A_c . Nestes trabalhos, os autores consideraram que o comportamento dos pisos à transmissão da vibração é semelhante ao longo de toda a altura dos edifícios.

Na Figura 7.19 realiza-se uma análise comparativa em termos das funções de transferência entre pisos intermédios obtidas para três valores distintos da relação h_s/A_c com base nos resultados dos

trabalhos de Hassan e nos resultados obtidos pelo método simplificado desenvolvido neste trabalho para pilares de canto. No que diz respeito ao método proposto, o qual considera um número mais elevado de variáveis, as funções de transferência apresentadas correspondem a um módulo de elasticidade do material de 30GPa, um comprimento de pilar de 3m e um valor unitário para a relação entre as dimensões em planta das lajes a_s/b_s .

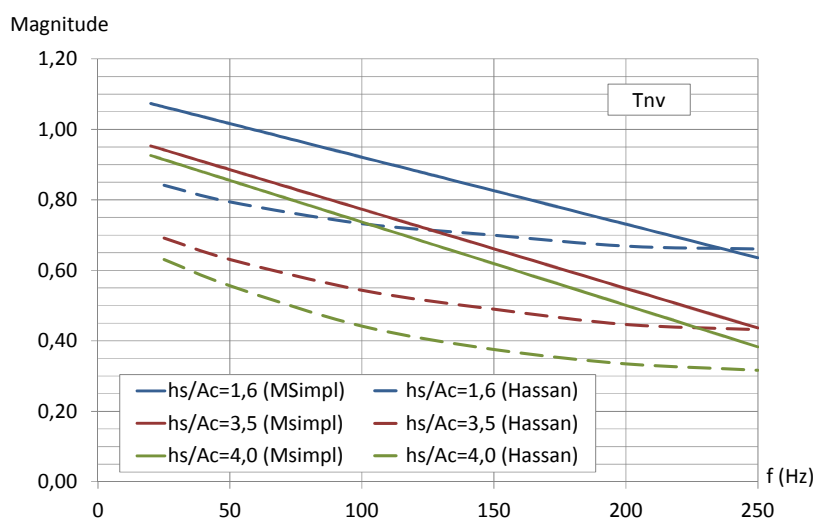


Figura 7.19 – Comparação entre as funções de transferência da vibração entre pisos estimadas pelo método simplificado para pilares de canto e pelo método proposto por Hassan

Pela análise da Figura 7.19 observa-se que, apesar de o método simplificado proposto neste trabalho apresentar resultados mais conservativos do que o método apresentado na literatura [112] [113], existe, em ambos os trabalhos, uma diminuição da transmissão da vibração entre pisos com o aumento da frequência de vibração. As conclusões dos dois métodos são também coerentes no que diz respeito ao efeito que as dimensões da secção transversal dos pilares e a espessura das lajes exercem no processo de propagação da vibração. Em ambos os métodos observa-se que a transmissão da vibração entre pisos é superior em estruturas com pilares de secção transversal mais elevada e espessuras de laje mais reduzidas. Conforme referido na secção 2.4.2.3 do Capítulo 2, Sanayei *et al.* [122] também demonstraram que o aumento da espessura das lajes provoca uma atenuação da vibração para os pisos superiores.

Na Figura 7.20 e na Figura 7.21 reforçam-se as conclusões anteriores relativas à influência da secção transversal dos pilares e da espessura das lajes no processo de propagação da vibração através da estrutura dos edifícios. As análises comparativas apresentadas dizem respeito à transmissão da vibração estimada através do método simplificado desenvolvido entre um pilar de canto, P_0 , e as últimas lajes de 1ª ordem, $L_4^{(1)}$, e de 2ª ordem, $L_4^{(2)}$, de um edifício com quatro pisos.

Pela combinação, através das expressões (7.5) e (7.6), das funções de transferência definidas nas equações (7.16) a (7.20) aplicadas a três secções transversais dos pilares distintas (0,25m×0,25m; 0,25m×0,40m; 0,50m×0,70m) e a três espessuras de laje distintas (0,20m; 0,25m; 0,30m), obtêm-se as funções de transferência apresentadas, respetivamente, na Figura 7.20 e na Figura 7.21.

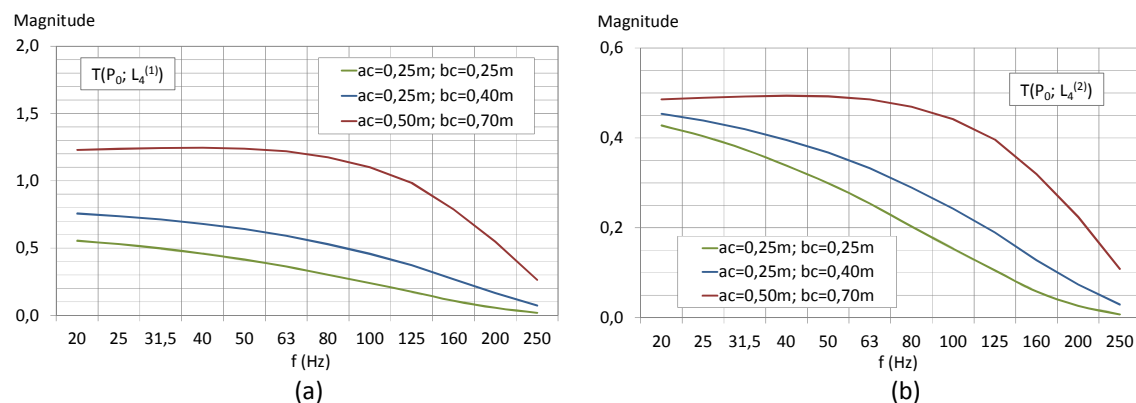


Figura 7.20 – Influência da secção transversal dos pilares na transmissão da vibração entre (a) um pilar de canto, P_0 , e a última laje adjacente, $L_4^{(1)}$ e (b) um pilar de canto, P_0 , e a última laje contígua, $L_4^{(2)}$

Pela análise da Figura 7.20 observa-se que, à semelhança das conclusões retiradas para a transmissão da vibração entre pisos, a vibração proveniente de um pilar de canto que se propaga para o último piso do edifício sofre uma maior atenuação no caso em que os elementos verticais possuem secções transversais menores e, por isso, são mais flexíveis.

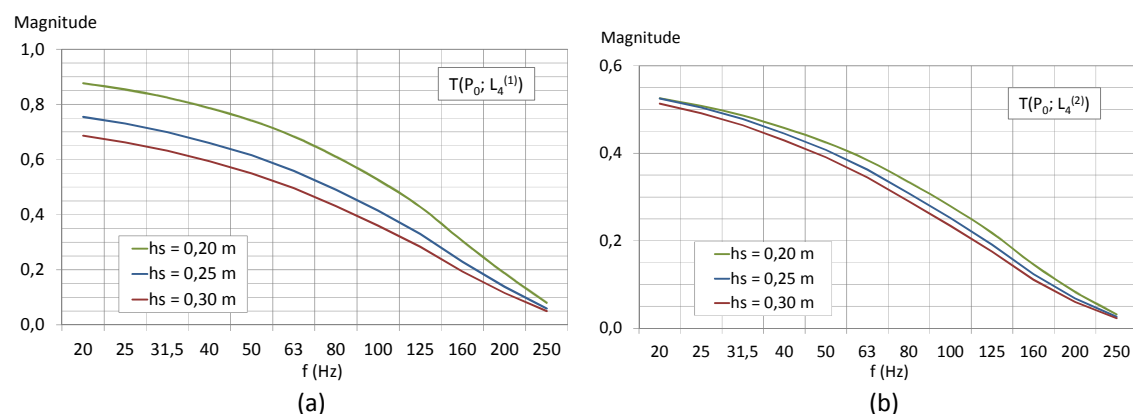


Figura 7.21 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre (a) um pilar de canto, P_0 , e a última laje adjacente, $L_4^{(1)}$ e (b) um pilar de canto, P_0 , e a última laje contígua, $L_4^{(2)}$

Pela Figura 7.21 observa-se que a maior atenuação da vibração entre o pilar e as lajes do último piso acontece nas estruturas em que as lajes são mais rígidas, *i.e.*, nas lajes que têm maiores espessuras.

Com o objetivo de analisar a forma como as restantes características da estrutura, consideradas como variáveis no modelo simplificado desenvolvido na secção 7.1.2.2, condicionam a propagação da vibração através da estrutura, realizam-se análises comparativas semelhantes às anteriores, mas com variação do comprimento dos pilares, L_c , e da relação entre as dimensões das lajes em planta, a_s/b_s .

Na Figura 7.22 apresentam-se as funções de transferência entre um pilar de canto, P_0 , e as lajes de 1ª ordem e de 2ª ordem do último piso do edifício, $L_4^{(1)}$ e $L_4^{(2)}$, para estruturas em que os pilares possuem comprimentos distintos (2,5m; 3,0m; 4,0m). As conclusões são semelhantes às da análise de sensibilidade realizada com secções transversais dos pilares distintas, *i.e.*, as estruturas com maior atenuação da vibração são as que têm elementos verticais mais flexíveis e, por isso, comprimentos superiores.

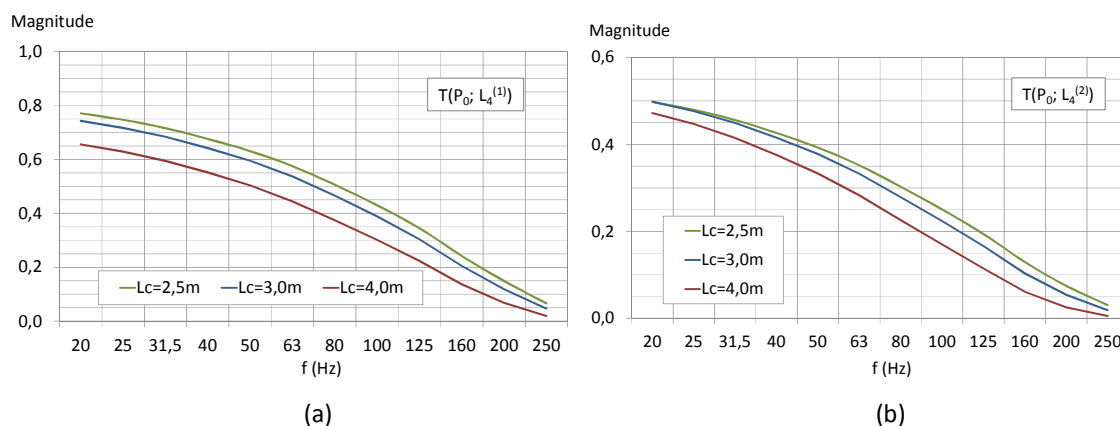


Figura 7.22 – Influência do comprimento dos pilares na transmissão da vibração entre (a) um pilar de canto, P_0 , e a última laje adjacente, $L_4^{(1)}$ e (b) um pilar de canto, P_0 , e a última laje contígua, $L_4^{(2)}$

Na Figura 7.23 apresentam-se as funções de transferência da vibração entre um pilar de canto e as lajes do último piso de estruturas com diferentes relações das dimensões em planta dos painéis de laje ($a_s/b_s=1,5$; $a_s/b_s=2,0$; $a_s/b_s=3,0$). Desta análise observa-se que, quanto mais semelhantes são as dimensões das lajes em planta, mais a vibração se atenua através da estrutura. Em estruturas muito alongadas, reduzem-se, na prática os caminhos de transmissão, visto que os vãos mais curtos funcionam como sistemas rígidos de maior capacidade de transmissão de energia. Em estruturas mais equilibradas, com lajes com configuração em planta próximas da forma quadrada, a dissipação de energia ocorre de forma semelhante em todas as direções.

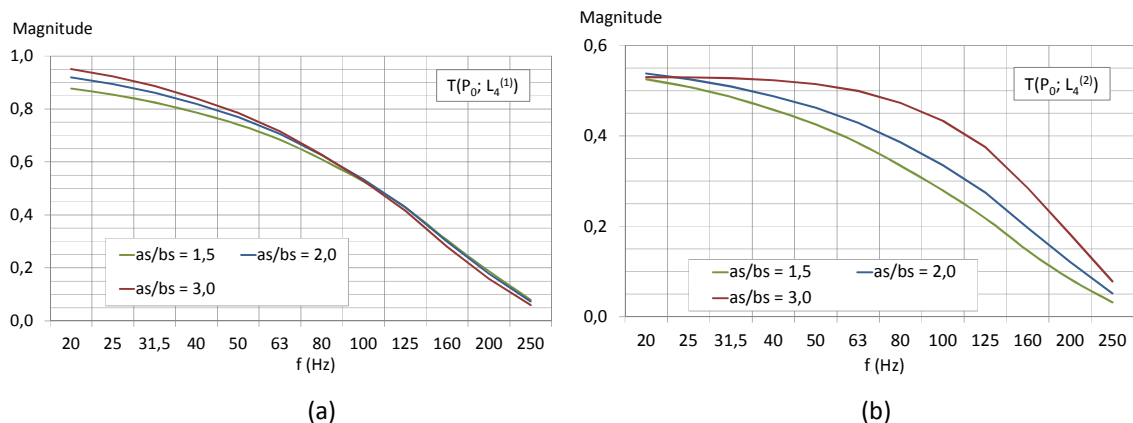


Figura 7.23 – Influência das dimensões das lajes na transmissão da vibração entre (a) um pilar de canto, P_0 , e a última laje adjacente, $L_4^{(1)}$ e (b) um pilar de canto, P_0 , e a última laje contígua, $L_4^{(2)}$

De um modo geral, é possível reforçar a conclusão de que, no processo de propagação nos edifícios da vibração devida a fontes localizadas no exterior, as estruturas que transmitem mais vibração para os pisos superiores são as constituídas por elementos estruturais verticais mais rígidos (menores comprimentos e maiores secções transversais) e por elementos de laje mais flexíveis (menores espessuras).

7.2 Casos de estudo

Com o objetivo de validar o método simplificado proposto, as funções de transferência desenvolvidas para pilares de canto são aplicadas a três casos de estudo reais – edifício 1; edifício 2; e edifício 3. Os três casos de estudo correspondem a edifícios em construção com estrutura constituída por lajes em betão armado suportadas por pilares e vigas em betão armado. No entanto, enquanto no edifício 1 todos os painéis de laje são suportados por vigas, no edifício 2 apenas alguns painéis de laje são suportados por vigas e no edifício 3 apenas existem vigas de periferia. Uma vez que apenas a estrutura do edifício 1 cumpre os requisitos de aplicação do método simplificado, com todos os painéis de laje apoiados em vigas, são esperados melhores resultados neste caso de estudo.

Para validar o método simplificado nestes edifícios, tornou-se necessário não apenas realizar ensaios experimentais de vibração em cada um deles, mas também desenvolver o respetivo modelo de elementos finitos ajustado aos registos experimentais. Os resultados numéricos, apresentados em termos de funções de transferência da vibração, são comparados com os resultados da aplicação do método simplificado em cada um dos casos de estudo.

7.2.1 Edifício 1

Este caso de estudo, denominado edifício 1, corresponde ao edifício da escola utilizado nas análises realizadas no Capítulo 6. O edifício, com dois pisos (piso 0 e piso 1) e estrutura em betão armado constituída por lajes apoiadas em vigas suportadas por pilares, está ilustrado na Figura 6.2 e é descrito na Secção 6.2 do Capítulo 6. O ajuste do modelo de elementos finitos da estrutura aos ensaios experimentais foi realizado na secção 6.2.3 do Capítulo 6.

Na Figura 7.24 representa-se a planta estrutural tipo dos pisos do edifício 1, com identificação da numeração dos pilares e lajes de piso, para efeitos de comparação entre os resultados do modelo MEF e os resultados do modelo simplificado, que será aplicado para excitação nos pilares P1 e P9.

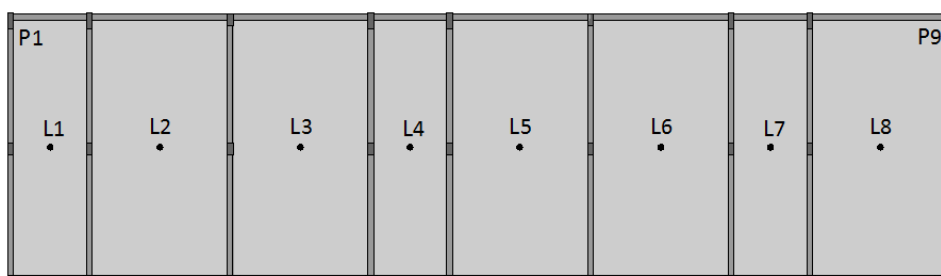
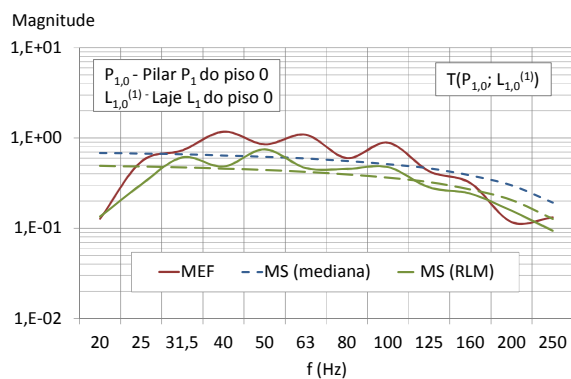
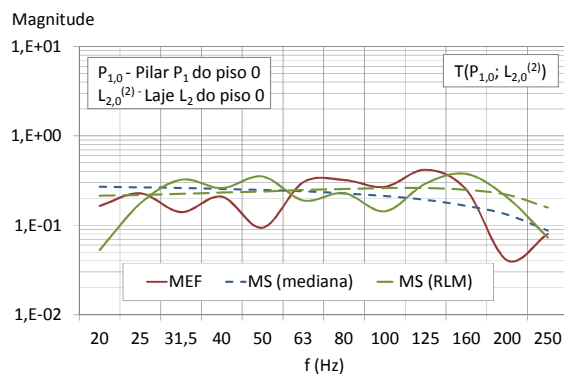


Figura 7.24 – Planta estrutural dos pisos do edifício 1

Na Figura 7.25 e na Figura 7.26 mostram-se as funções de transferência da aceleração entre o pilar P1 e as lajes de 1ª ordem e de 2ª ordem do piso 0 e do piso 1, respetivamente, as quais foram obtidas pelo modelo de elementos finitos (MEF) e pelo método simplificado com recurso às funções medianas (MS-medianas) e às funções dependentes das características da estrutura (MS-RLM). Neste último caso apresentam-se duas curvas, a curva contínua correspondente à aplicação dos coeficientes m_i da Figura 7.12, e a curva a tracejado correspondente à utilização dos coeficientes m_i definidos no Quadro 7.2 e no Quadro 7.3.

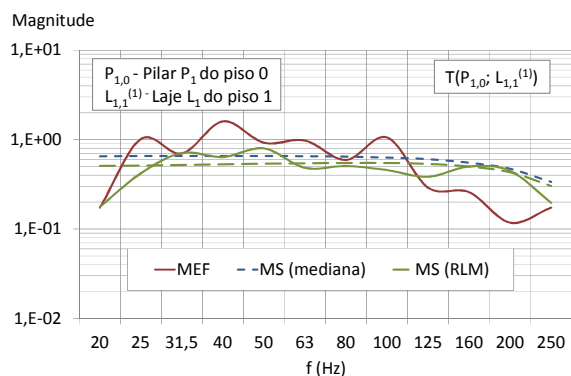


(a)

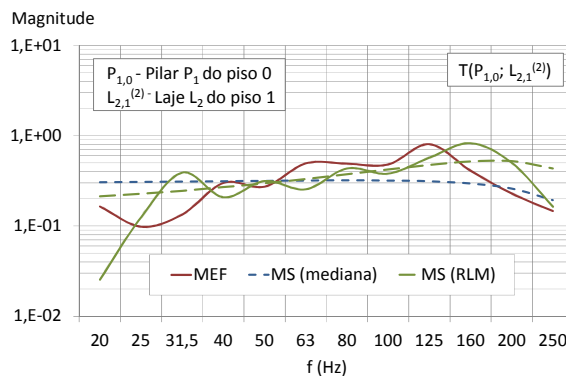


(b)

Figura 7.25 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P1 e as lajes (a) L1 do piso 0 e (b) L2 do piso 0 do edifício 1



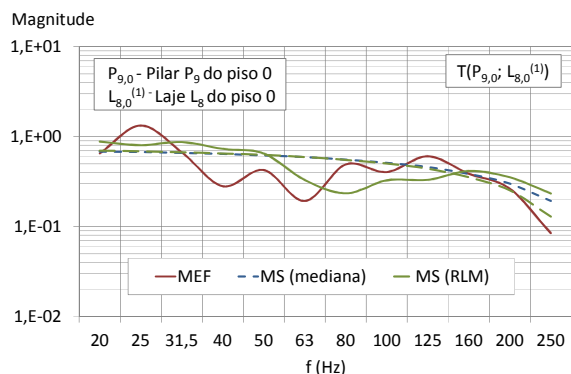
(a)



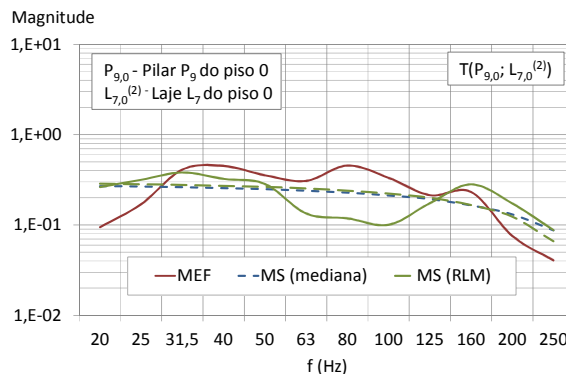
(b)

Figura 7.26 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P1 e as lajes (a) L1 do piso 1 e (b) L2 do piso 1 do edifício 1

Na Figura 7.27 e na Figura 7.28 representam-se as funções de transferência entre o pilar P9 e as lajes do piso 0 e do piso 1 estimadas pelo MEF e pelas duas alternativas do método simplificado, MS-medianas e MS-RLM.



(a)



(b)

Figura 7.27 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P9 e as lajes (a) L8 do piso 0 e (b) L7 do piso 0 do edifício 1

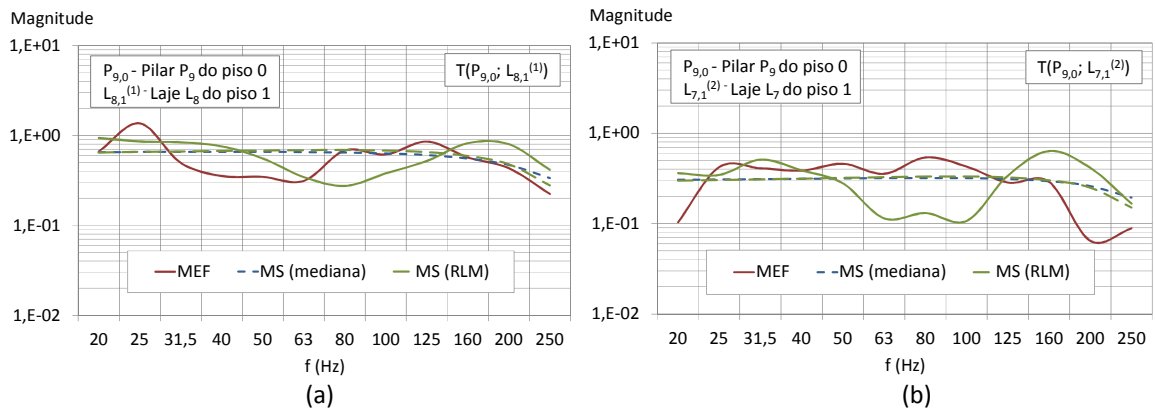


Figura 7.28 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P9 e as lajes (a) L8 do piso 1 e (b) L7 do piso 1 do edifício 1

Observa-se, da análise da Figura 7.25 à Figura 7.28 que, em geral, existe coerência entre as funções de transferência obtidas pelo modelo do MEF validado e pelo método simplificado desenvolvido. Pelo facto de as dimensões da estrutura corresponderem a valores médios, sobretudo no caso em análise do pilar P9, não existe grande divergência entre os resultados obtidos pelas duas alternativas do método simplificado, MS-mediana e MS-RLM. No entanto, o MS-RLM fornece resultados mais ajustados ao MEF, principalmente no caso do pilar P1. Assim, considera-se o método simplificado validado para este edifício.

7.2.2 Edifício 2

O edifício 2, localizado em Lagoa e destinado a escritórios, é constituído por cinco pisos elevados e um piso em cave, conforme ilustrado na Figura 7.29. A estrutura do edifício é em betão armado, com lajes de 0,20 m de espessura, apoiada em vigas de periferia e nalgumas vigas interiores suportadas por pilares e por paredes resistentes na caixa de elevadores. O betão utilizado é da classe de resistência C25/30, ao que corresponde um valor característico da resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos normalizados, $f_{ck,cilindro}$, de 25 MPa, um módulo de elasticidade tangente, E_t , de 34 GPa (cerca de 10% superior ao módulo secante). O coeficiente de amortecimento, ξ , adotado para a estrutura foi de 5 %.



Figura 7.29 – Vista exterior do edifício 2

7.2.2.1 Ensaios experimentais

Realizaram-se ensaios de vibração forçada, na gama de frequências de 10 Hz a 250 Hz, tendo sido seguida uma metodologia de ensaio semelhante à descrita no Capítulo 5, com utilização do mesmo equipamento.

Durante a realização dos ensaios experimentais, o edifício encontrava-se em construção, estando, no momento, a estrutura concluída, conforme se observa na Figura 7.29 e na Figura 7.30.



Figura 7.30 – Vista interior do edifício 2

Os ensaios foram realizados entre os pisos 1 e 2 do edifício, nos elementos identificados na Figura 7.31. As secções de registo das respostas e de aplicação da força estão também identificadas nas plantas e no corte da Figura 7.31, correspondendo às secções de meio vão dos elementos (secções

2), às secções localizadas a uma distância de um terço da dimensão dos elementos medida a partir das extremidades (secções 1 e 3) e às secções da viga e da laje junto ao pilar (secções 4 e 5).

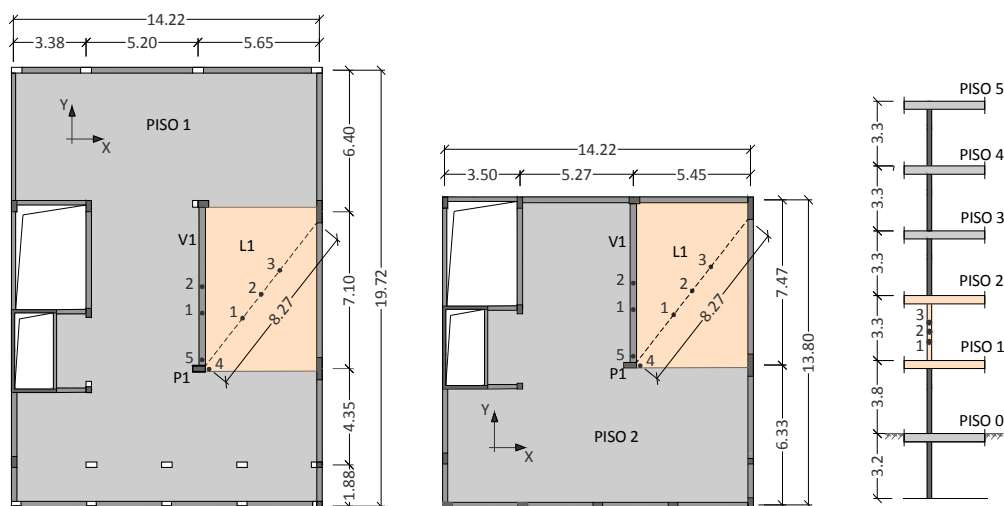


Figura 7.31 – Corte e plantas estruturais do edifício 2

7.2.2.2 Modelo de elementos finitos

O modelo de elementos finitos da estrutura do edifício apresentado na Figura 7.32 foi desenvolvido no programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192], tendo sido a malha de elementos finitos definida com base no limite de aplicação da teoria de ondas de flexão pura. Foram realizadas análises dinâmicas no domínio do tempo em que a vibração da estrutura foi gerada por uma força impulsiva com a configuração apresentada na Figura 5.24 b) do Capítulo 5 e discretizada em 2048 instantes por segundo. As respostas foram obtidas por análises elásticas no domínio do tempo pelo método de sobreposição modal e foram também discretizadas em 2048 instantes por segundo, tendo sido registadas nas mesmas secções que nos ensaios experimentais.

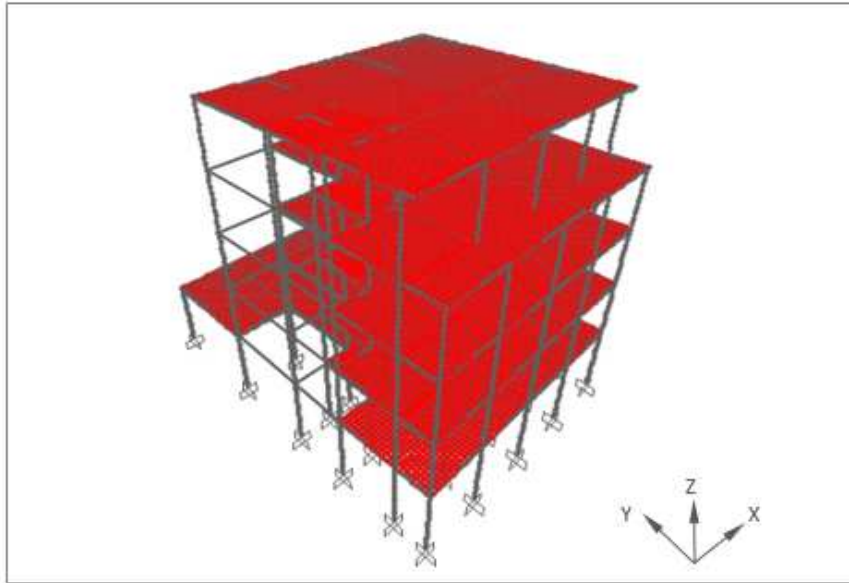


Figura 7.32 – Modelo de elementos finitos da estrutura do edifício 2

7.2.2.3 Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental

Para validar o modelo de elementos finitos do edifício fez-se a comparação gráfica dos resultados numéricos, apresentados em termos de funções de transferência em aceleração ao longo do elemento e entre elementos estruturais, com os registos correspondentes dos ensaios experimentais, tendo-se chegado ao modelo de elementos finitos ajustado cujos resultados se apresentam em seguida.

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental em termos de propagação da vibração ao longo dos elementos estruturais teve por base o comportamento da laje L1 do piso 1, a qual se representa na Figura 7.31.

Na Figura 7.33 e na Figura 7.34 apresentam-se duas das funções de transferência em aceleração da laje L1 do piso 1, que representam a energia de vibração que se propaga, respetivamente, entre as secções 1 e 3 com excitação na secção 2 e entre as secções 1 e 2 com excitação na secção 3.

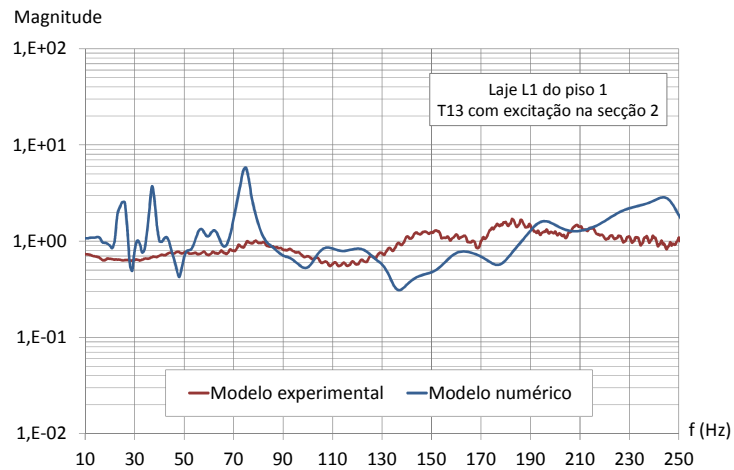


Figura 7.33 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 da laje L1 do piso 1 com excitação na secção 2 (edifício 2)

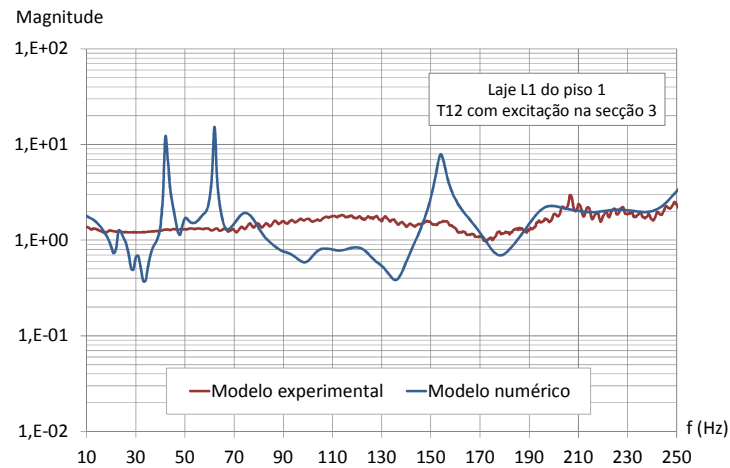


Figura 7.34 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da laje L1 do piso 1 com excitação na secção 3 (edifício 3)

Para o caso particular deste elemento, visto que as medições efetuadas o permitem, utilizou-se, também, o método de comparação estatístico FDAC para quantificar o ajuste do modelo numérico ao modelo experimental. Na Figura 7.35 apresentam-se graficamente os coeficientes FDAC correspondentes às funções de transferência registadas com excitação na secção 2 e na secção 3, verificando-se que os valores deste coeficiente são elevados, o que demonstrando uma boa correlação entre os resultados numéricos e os registos experimentais.

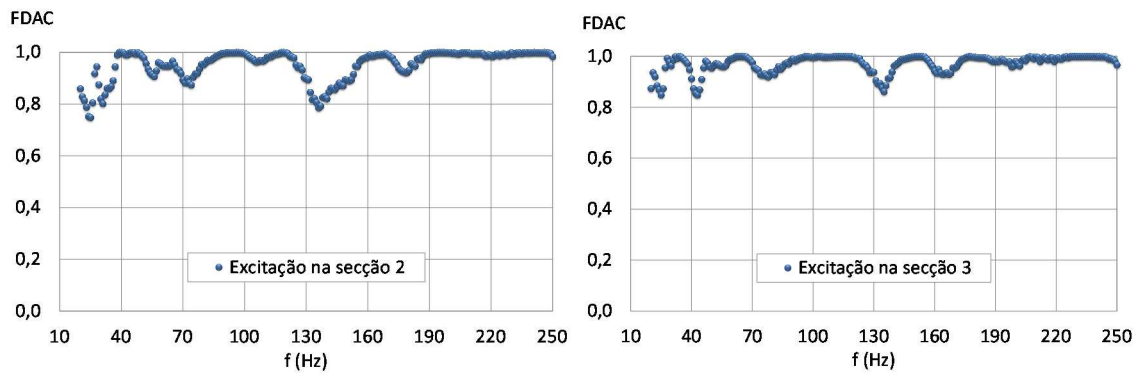


Figura 7.35 – Coeficientes FDAC das funções de transferência da laje L1 do piso 1 (edifício 2)

O ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental em termos de propagação de vibração entre elementos da estrutura foi efetuado considerando diferentes tipos de transmissão: entre pisos consecutivos; entre laje e pilar; e entre pilar e viga.

A qualidade do modelo em termos da previsão da propagação da vibração entre pisos está expressa na Figura 7.36 e na Figura 7.37, onde se representam as funções de transferência de aceleração entre as lajes dos pisos 1 e 2 para respostas registadas junto ao pilar P1 (secção 4 da laje L1 e secção 5 da viga V1).

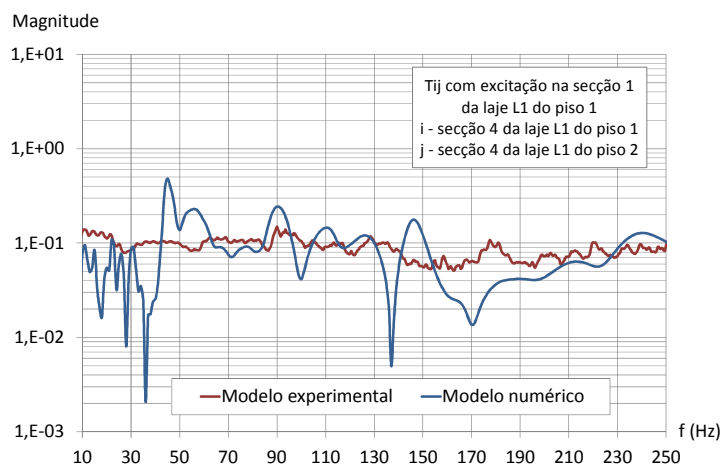


Figura 7.36 – Funções de transferência em aceleração entre pisos com registos nas secções 4 dos pisos 1 e 2 e excitação na secção 1 do piso 1 (edifício 2)

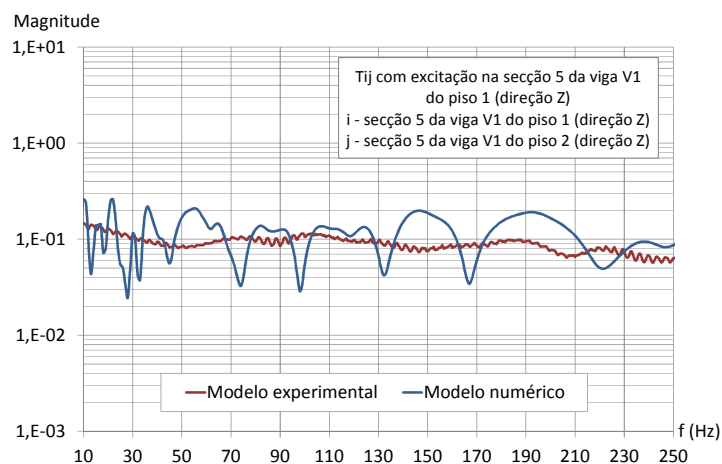


Figura 7.37 – Funções de transferência em aceleração entre pisos com registos nas secções 5 das vigas V1 dos pisos 1 e 2 e excitação na mesma secção do piso 1 (edifício 2)

Para ilustrar o ajuste dos modelos numérico e experimental em termos de propagação da vibração entre as lajes e os pilares, apresenta-se, na Figura 7.38, a comparação das funções de transferência de aceleração obtidas com ambos os modelos entre a laje L1 do piso 1 e o pilar P1.

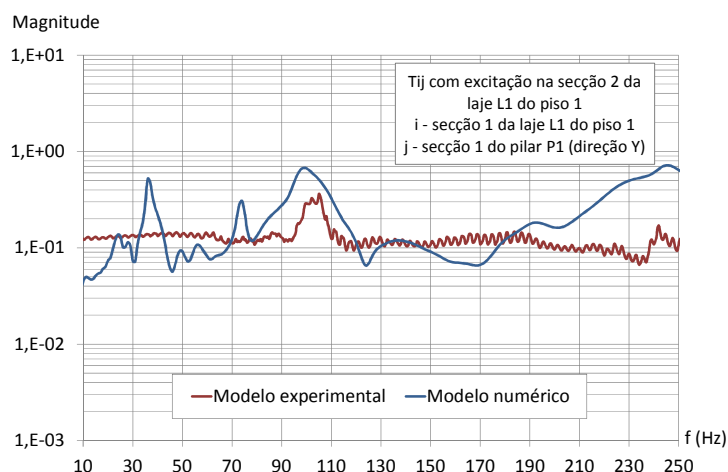


Figura 7.38 – Funções de transferência entre a secção 1 da laje L1 do piso 1 (direção Z) e a secção 1 do pilar P1 (direção Y) com excitação na secção 2 da laje (edifício 2)

A qualidade do modelo de elementos finitos em termos de propagação da vibração entre os pilares e as vigas ilustra-se na Figura 7.39 e na Figura 7.40, onde estão representadas, respetivamente, as funções de transferência de aceleração entre a viga V1 do piso 1 e o pilar P1 e entre o pilar P1 e a viga V1 do piso 2.

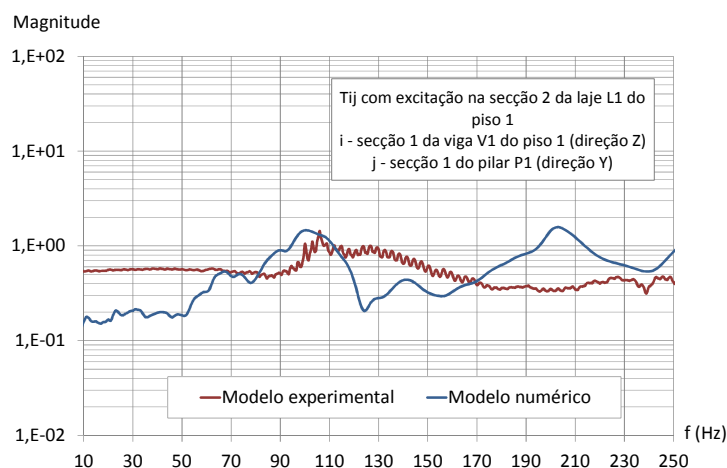


Figura 7.39 – Funções de transferência entre a secção 1 da viga V1 do piso 1 (direção Z) e a secção 1 do pilar P1 (direção Y) com excitação na secção 2 da laje L1 do piso 1 (edifício 2)

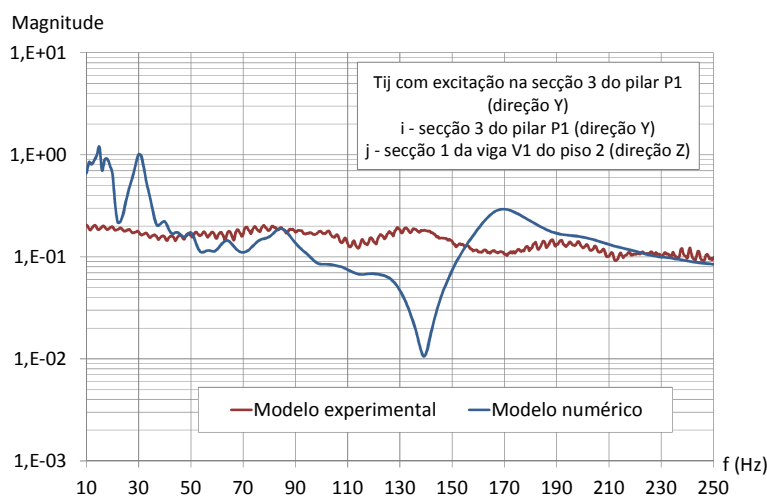


Figura 7.40 – Funções de transferência entre a secção 3 do pilar P1 (direção Y) e a secção 1 da viga V1 do piso 2 (direção Z) com excitação na secção 3 do pilar (edifício 2)

Pela observação e análise dos gráficos da Figura 7.33 à Figura 7.40 verifica-se que o ajuste entre os resultados extraídos do modelo de elementos finitos e os registos experimentais não é perfeito, o que se deve não só a simplificações adotadas no modelo numérico mas também às limitações do equipamento de medição e ao facto de os resultados destes ensaios experimentais corresponderem à média de apenas 16 registos. No entanto, entende-se que o ajuste observado entre os modelos é suficiente para considerar que o modelo numérico reproduz com fiabilidade aceitável o comportamento vibratório da estrutura real.

7.2.2.4 Aplicação do método simplificado

Nesta secção estima-se, pelo método simplificado para pilares de canto, a vibração exterior que se transmite para os pisos superiores do edifício, através dos pilares P2 e P4 (Figura 7.41), e realiza-se uma comparação com os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos. De referir que, apesar de o pilar P6 ser um pilar de canto, este caso não será analisado pelo facto de a geometria da estrutura não cumprir os pressupostos do método simplificado desenvolvido. Em dois dos pisos, existem pilares a descarregarem as cargas diretamente sobre a laje adjacente, L4, ao pilar P6 (Figura 7.41), o que influencia fortemente a transmissão da vibração na estrutura.

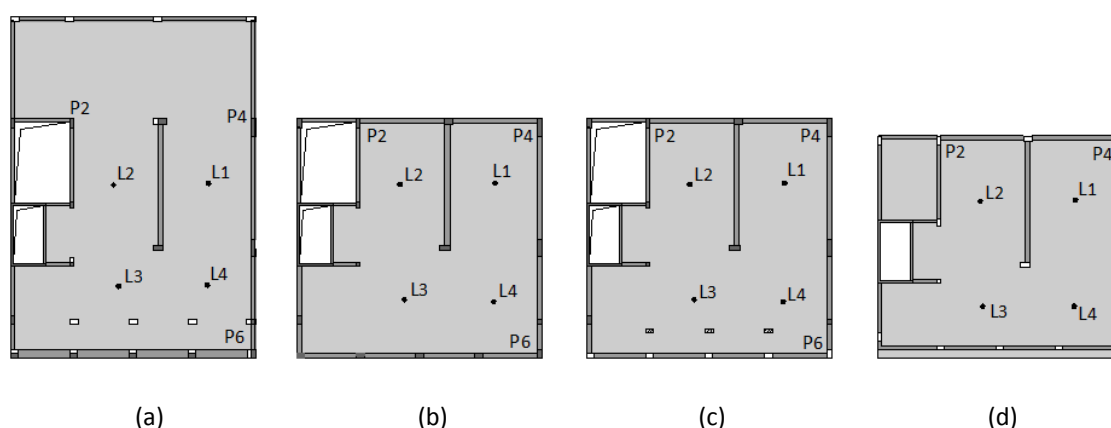


Figura 7.41 – Plantas estruturais do (a) piso 1, (b) piso 2 e piso 3, (c) piso 4 e (d) piso 5 do edifício 2

Na Figura 7.42 mostram-se as funções de transferência da aceleração do tipo T_{nv} e T_{N-1v} obtidas pelo MEF e pelo método simplificado – MS-mediana e MS-RLM - entre pisos intermédios e entre o penúltimo e o último piso para o caso do pilar P2. Na Figura 7.43 representam-se as funções de transferência de aceleração entre o pilar P2 e as lajes L2 do piso 1 e do piso 4.

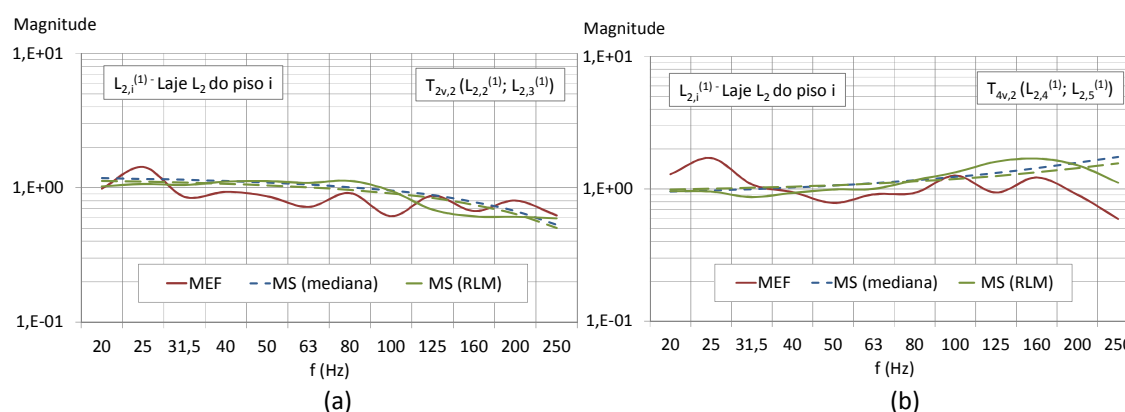


Figura 7.42 – Funções de transferência da aceleração do tipo (a) T_{nv} entre os pisos 2 e 3 e (b) T_{N-1v} entre os pisos 4 e 5, para excitação no pilar P2 do edifício 2

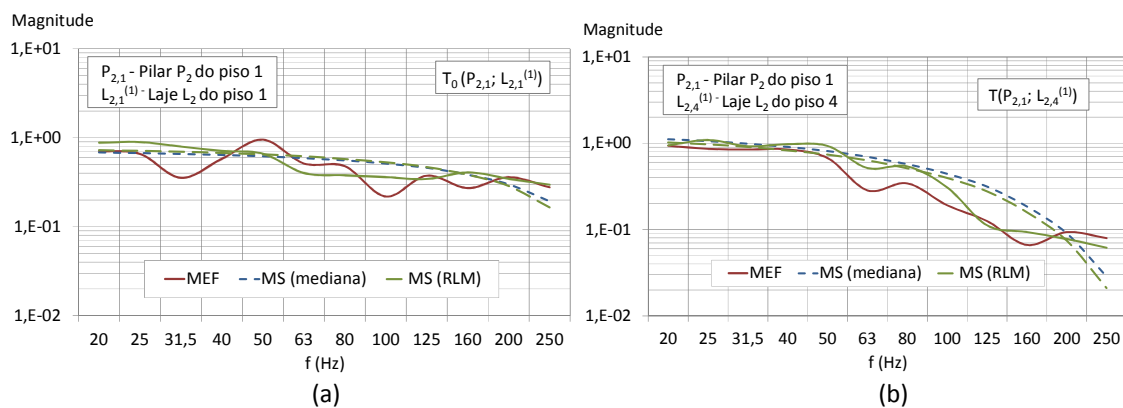


Figura 7.43 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P2 e a laje L2 (a) do piso 1 e (b) do piso 4, do edifício 2

Na Figura 7.44 e na Figura 7.45 representam-se as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nh} e T_{Nh} entre lajes contíguas do piso 4 e do piso 5, obtidas para excitação no pilar P2.

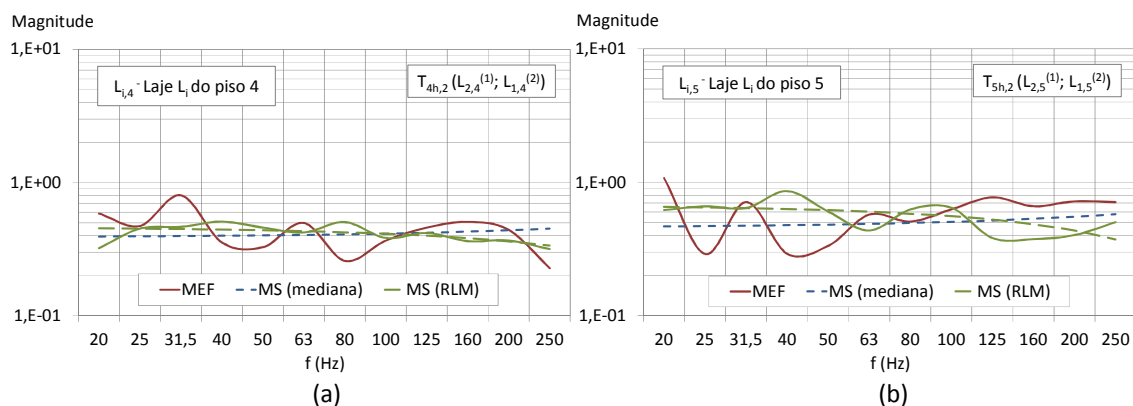


Figura 7.44 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L2 e L1 (a) do piso 4 (tipo T_{nh}) e (b) do piso 5 (tipo T_{Nh}), para excitação no pilar P2 do edifício 2

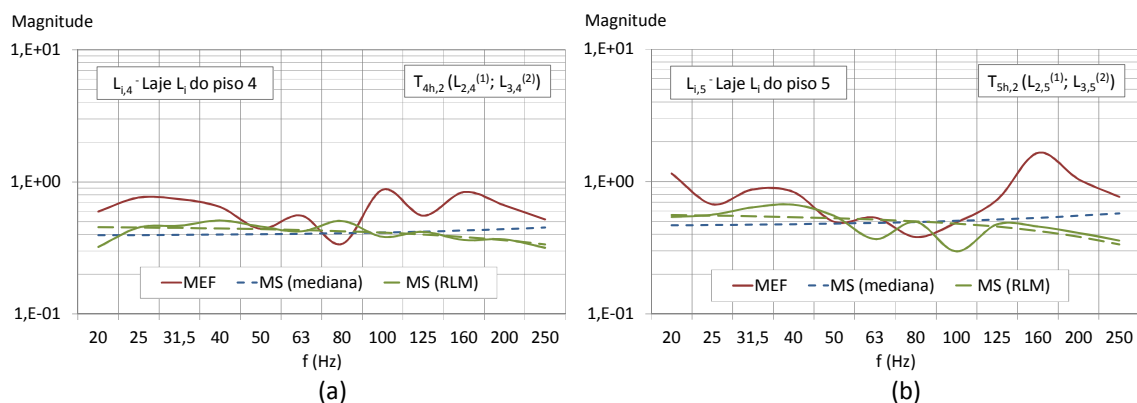


Figura 7.45 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L2 e L3 (a) do piso 4 (tipo T_{nh}) e (b) do piso 5 (tipo T_{Nh}), para excitação no pilar P2 do edifício 2

Considera-se que parte das divergências observadas entre as funções de transferência obtidas pelo MEF e pelo MS para pilares de canto se devem ao facto do pilar P2, no qual é aplicada a excitação, corresponder à tipologia de pilar de canto apenas nos pisos 2 a 4, e também ao facto das lajes de piso serem apenas parcialmente apoiadas em vigas.

No que diz respeito à transmissão da vibração em altura, observa-se uma boa concordância nas funções de transferência estimadas pelo MEF e pelo MS entre o pilar e o piso 1 (Figura 7.43 (a)) e entre pisos intermédios (Figura 7.42 (a)), e alguma discrepância na função de transferência entre o penúltimo e o último piso, sobretudo acima dos 100 Hz (Figura 7.42 (b)), o que se deve, principalmente, ao facto de, no último piso, o pilar P2 corresponder a um pilar de bordo e não de canto. Na propagação da vibração estimada entre o pilar P2 e o piso 4, que resulta da combinação das funções anteriores, a Figura 7.43 (b) indica que, apesar da concordância entre as funções de transferência obtidas pelos dois métodos não ser perfeita devido aos motivos referidos no parágrafo anterior, a forma geral e a ordem de grandeza destas funções é aproximada.

No que se refere à propagação da vibração entre lajes do mesmo piso, observa-se uma boa concordância entre as funções de transferência da vibração entre as lajes L2 e L1 dos pisos intermédios (Figura 7.44 (a)) e uma menor concordância nas funções de transferência entre as mesmas lajes no último piso (Figura 7.44 (b)), o que se justifica, mais uma vez, pelo facto do pilar P2 não se localizar, neste piso, num canto do edifício. A Figura 7.45 mostra que as funções de transferência simplificadas entre painéis do mesmo piso não se aplicam nas situações em que os painéis de laje não são vigados (laje L3).

Da Figura 7.46 à Figura 7.48 faz-se a apresentação de funções de transferência, obtidas pelo método simplificado – MS-mediana, MS-RLM - e pelo modelo MEF, do mesmo tipo do caso de análise anterior, T_{nv} , T_{N-1v} , T_0 , T_{nh} e T_{Nh} , mas para excitação no pilar P4,. Representa-se ainda a função de transferência da vibração entre o pilar e o piso 5, $T(P_{4,1}; L_{1,5}^{(1)})$ resultante da combinação das funções tipo referidas acima.

Da análise da Figura 7.46 à Figura 7.48, correspondentes ao caso de excitação no pilar de canto P4, observa-se, de um modo geral, uma boa concordância entre as funções de transferência obtidas pelo modelo MEF e pelo método simplificado MS. Comparando as duas alternativas do método simplificado (MS-mediana e MS-RLM), constata-se que as funções de transferência dependentes das características da estrutura se ajustam melhor aos resultados do MEF. Verifica-se, por observação da Figura 7.47 (b), que, apesar da existência de pequenas discrepâncias nas funções de transferência tipo, o MS consegue estimar aceitavelmente o campo de vibração no

último piso do edifício. Também a propagação da vibração entre os painéis de laje L1 e L2 de um mesmo piso é estimada com suficiente qualidade pelo MS.

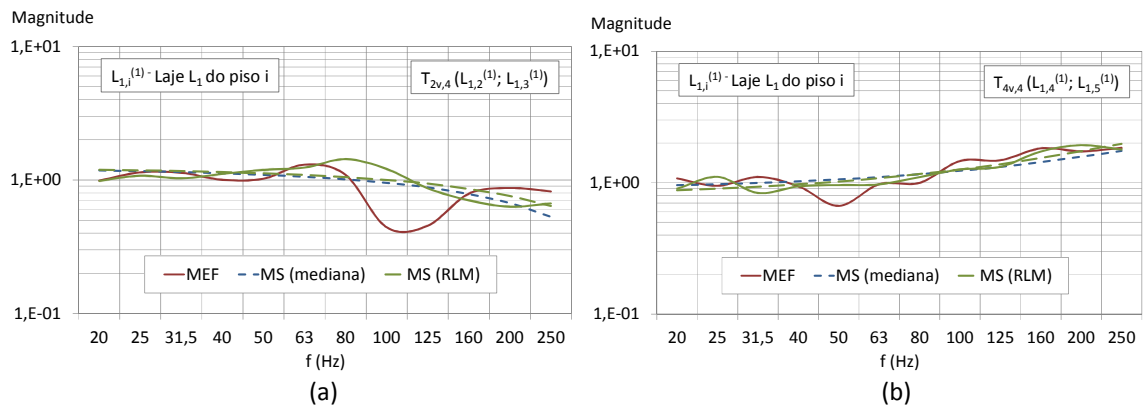


Figura 7.46 – Funções de transferência da aceleração do tipo (a) Tnv entre os pisos 2 e 3 e (b) TN-1v entre os pisos 4 e 5, para excitação no pilar P4 do edifício 2

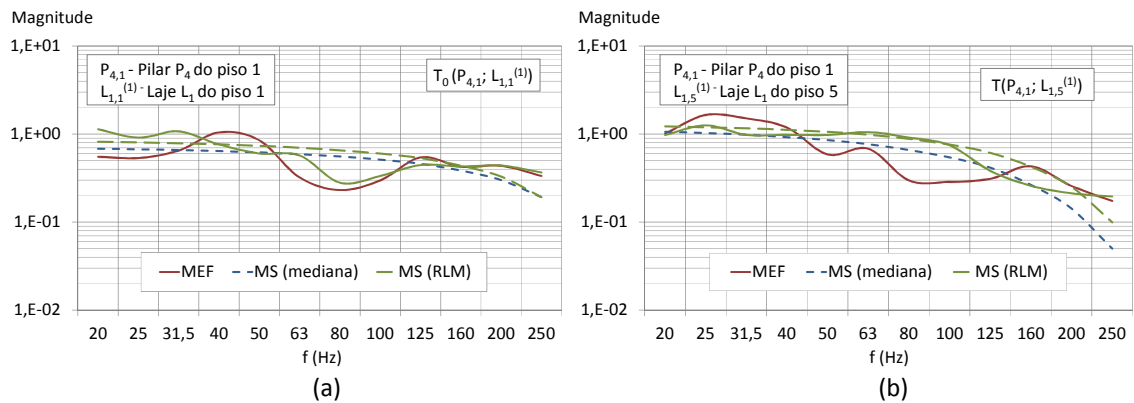


Figura 7.47 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P4 e a laje L1 (a) do piso 1 e (b) do piso 5, do edifício 2

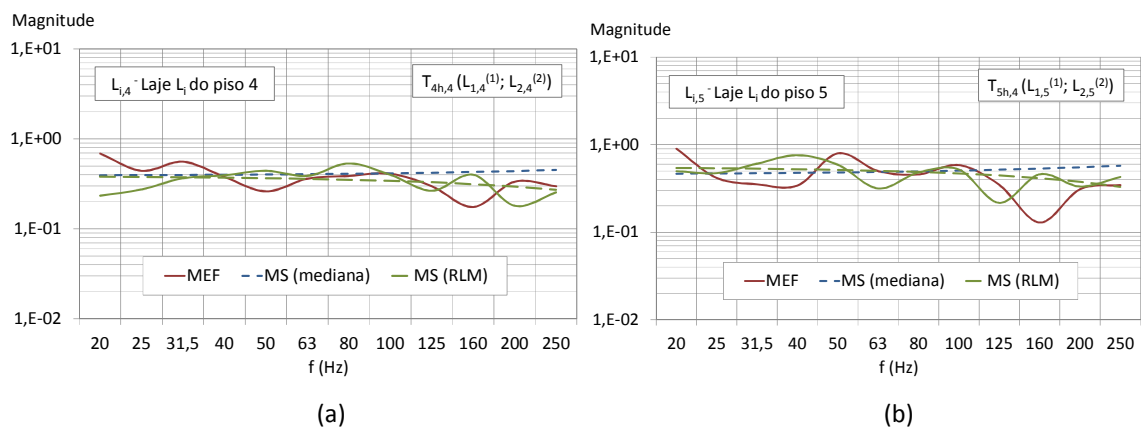


Figura 7.48 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L1 e L2 (a) do piso 4 (tipo Tnh) e (b) do piso 5 (tipo TNh), para excitação no pilar P4 do edifício 2

Pelas análises realizadas nesta secção pode considerar-se que o método simplificado desenvolvido pode ser aplicado a este caso de estudo nas situações em que a geometria da estrutura cumpre os pressupostos do método – pilares de canto e painéis de laje apoiados em vigas. Conclui-se também que, apesar das duas versões do método simplificado (MS-medianas e MS-RLM) não fornecerem, neste caso, resultados muito diferentes, pois as dimensões dos elementos estruturais possuem valores correntes, as funções de transferência dependentes das características da estrutura apresentam resultados ligeiramente mais ajustados ao caso real.

7.2.3 Edifício 3

O edifício em estudo que se apresenta na Figura 7.49 localiza-se em Faro e é destinado a habitação. O edifício é constituído por seis pisos elevados e um piso em cave. A estrutura é em betão armado, sendo constituída por lajes fungiformes com 0,20 m de espessura, por vigas em toda a periferia e elementos verticais do tipo pilares e paredes resistentes na caixa de elevadores. O material estrutural utilizado é um betão da classe de resistência C20/25, à qual correspondem um valor característico da resistência à compressão em provetes cilíndricos normalizados, $f_{ck,cilindro}$, de 20 MPa e um módulo de elasticidade tangente, E_t , de 33 GPa (cerca de 10% superior ao módulo secante). Foi adotado um valor do coeficiente de amortecimento, ξ , da estrutura de 5%.



Figura 7.49 – Vista exterior do edifício 3

7.2.3.1 Ensaios experimentais

Os ensaios de vibração foram realizados, na gama de frequências de 10 Hz a 250 Hz, durante a construção do edifício, conforme se pode observar na Figura 7.49 e na Figura 7.50.



Figura 7.50 – Vista interior do edifício 3

Os ensaios foram realizados entre os pisos 1 e 2 do edifício, nos elementos identificados na Figura 7.51. As secções de registo das respostas e de aplicação da força correspondem às secções de meio vão dos elementos (secções 2) e às secções localizadas a um terço (secções 1 e 3) e a um sexto (secções 4 e 7) da dimensão dos elementos medidos a partir das extremidades. Consideram-se também as secções da laje localizadas junto aos pilares (secções 5 e 8).

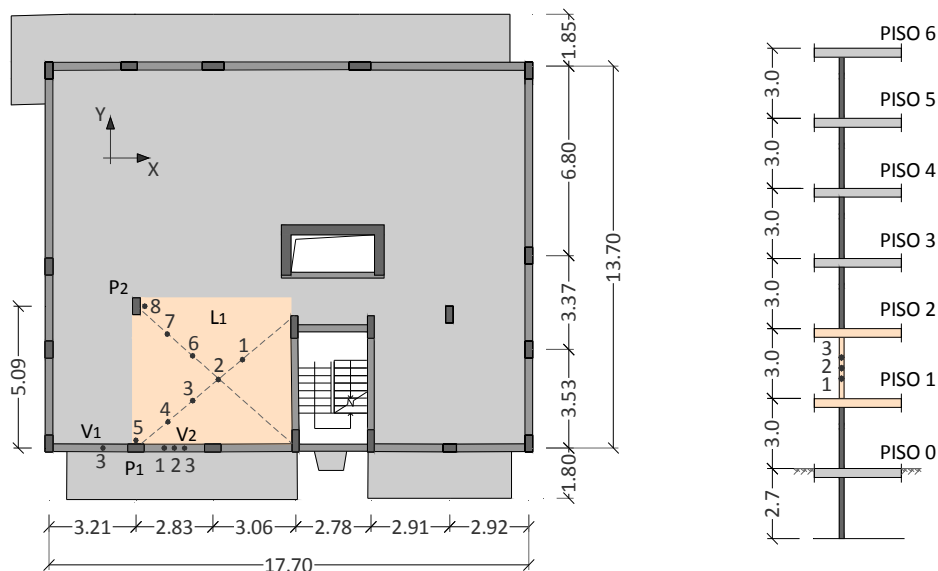


Figura 7.51 – Corte e planta estrutural do edifício 3

7.2.3.2 Modelo de elementos finitos

O modelo de elementos finitos da estrutura do edifício foi desenvolvido no programa de cálculo automático *SAP2000 versão 15* [192] e está apresentado na Figura 7.52. Foram realizadas análises dinâmicas no domínio do tempo com as mesmas características das descritas na secção 7.2.2.2 para o edifício 2. As secções de aplicação da força de excitação e de registo das respostas vibracionais da estrutura coincidem com as secções dos ensaios experimentais.

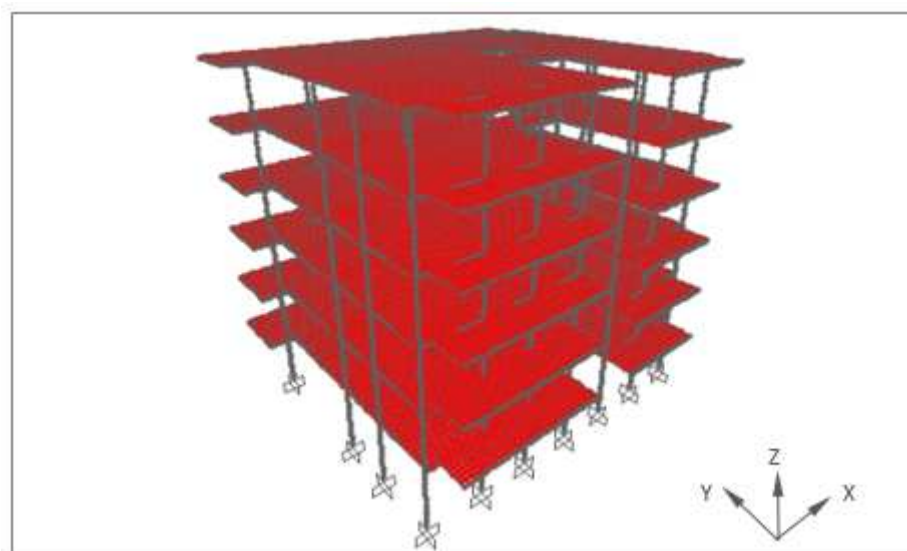


Figura 7.52 – Modelo de elementos finitos da estrutura do edifício 3

7.2.3.3 Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental

A validação do modelo de elementos finitos desenvolvido foi realizada com base nos procedimentos descritos na secção 7.2.2.3 para o edifício 2. Assim, comparam-se, em seguida, os resultados numéricos obtidos com os registos experimentais apresentados em termos de propagação da vibração ao longo dos elementos e através dos nós da estrutura.

A qualidade do ajuste do modelo numérico ao experimental em termos de propagação da vibração ao longo dos elementos é ilustrada pelas respostas da laje L1 do piso 1, do pilar P1 e da viga V2 do piso 2, conforme numeração indicada na Figura 7.51.

Na Figura 7.53 apresenta-se uma função de transferência de aceleração da laje L1 do piso 1, a qual corresponde à energia de vibração que se propaga entre as secções 1 e 2 da laje devido a uma excitação na secção 2 do mesmo elemento.

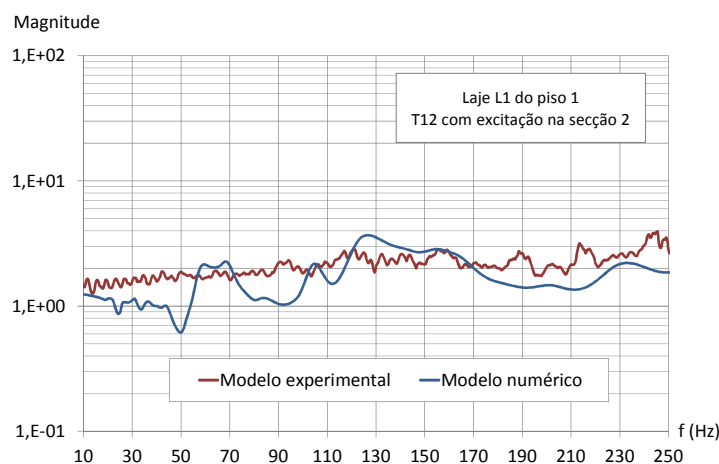


Figura 7.53 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 2 da laje L1 do piso 1 com excitação na secção 2 (edifício 3)

Na Figura 7.54 representa-se a transmissão de vibração na direção Y entre as secções 1 e 3 do pilar P1 com excitação na secção 2 do mesmo elemento.

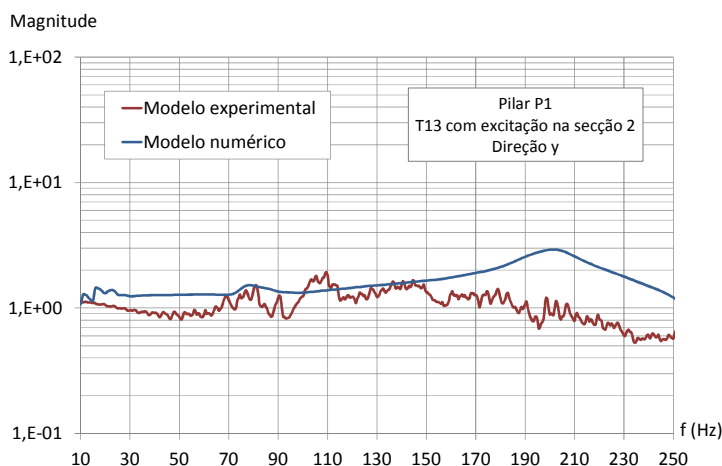


Figura 7.54 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 1 e 3 do pilar P1 (direção Y) com excitação na secção 2 (edifício 3)

No caso da laje L1 do piso 1 e do pilar P1, para além da comparação gráfica direta entre as funções de transferência, e uma vez que o número de medições realizadas assim o permite, efetuou-se também uma comparação estatística através do método FDAC, cujos resultados se apresentam na Figura 7.55. Os valores destes coeficientes são elevados para ambos os elementos, demonstrando a existência de uma boa correlação entre o modelo numérico e o modelo experimental.

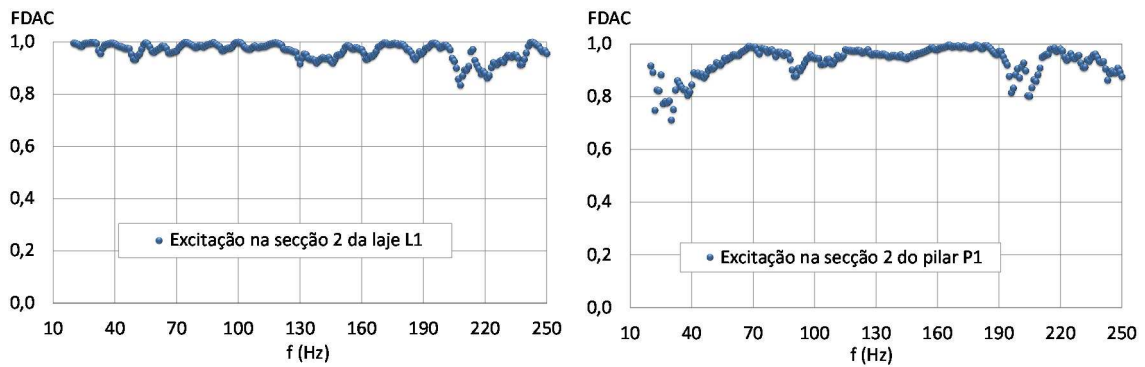


Figura 7.55 – Coeficientes FDAC das funções de transferência com excitação na secção 2 da laje L1 (direção Z) e do pilar P1 (direção Y) (edifício 3)

Na Figura 7.56 e na Figura 7.57 apresentam-se as funções de transferência correspondentes à energia transmitida ao longo da viga V2 do piso 2 respetivamente na direção Z (entre as secções 2 e 1 com excitação na secção 3) e na direção Y (entre as secções 3 e 1 com excitação na secção 2).

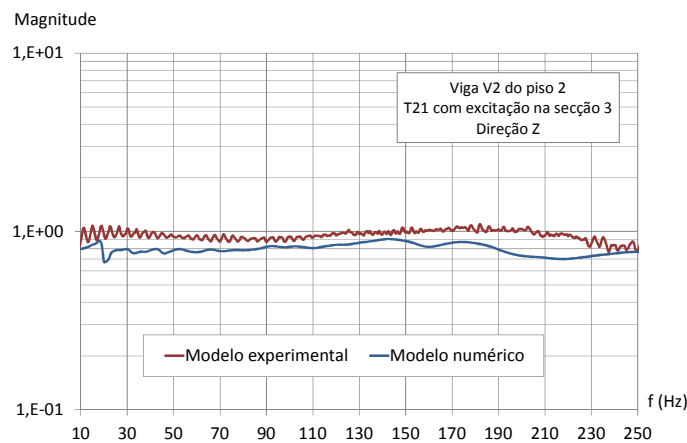


Figura 7.56 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 2 e 1 da viga V2 do piso 2 (direção Z) com excitação na secção 3 (edifício 3)

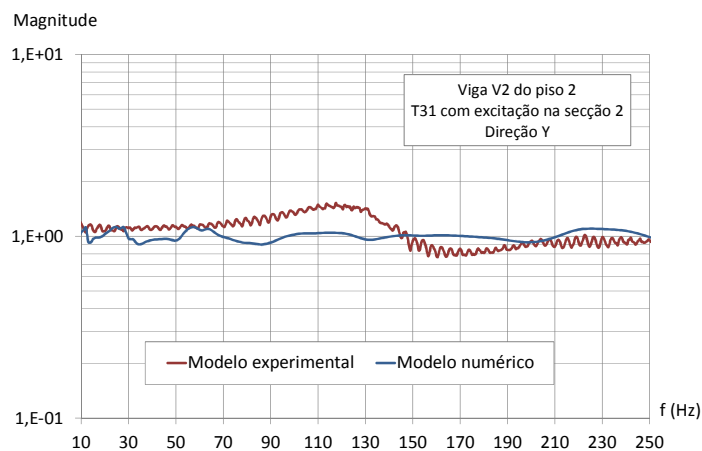


Figura 7.57 – Funções de transferência em aceleração entre as secções 3 e 1 da viga V2 do piso 2 (direção Y) com excitação na secção 2 (edifício 3)

Para analisar a qualidade do modelo de elementos finitos no que diz respeito à propagação da vibração através dos nós da estrutura, foram analisados três tipos de transmissão: entre lajes de pisos consecutivos; entre pilar e laje; e entre pilar e viga.

Na Figura 7.58 representa-se a transmissão de vibração entre as secções 8 das lajes L1 dos pisos 1 e 2, devido a uma força de excitação na mesma secção do piso 1.

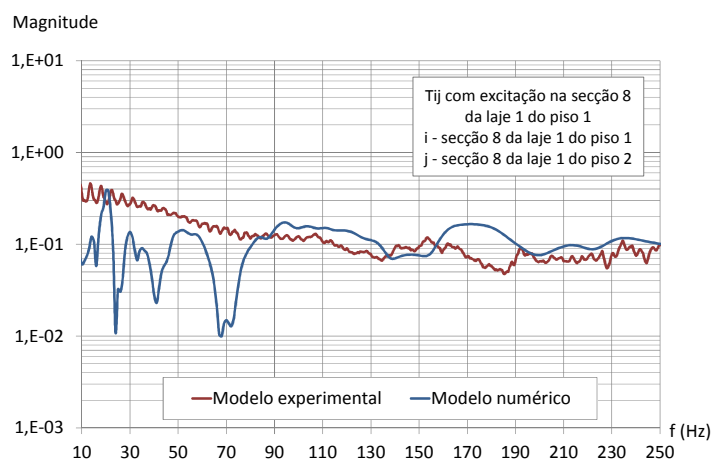


Figura 7.58 – Funções de transferência em aceleração entre pisos com registos nas secções 8 das lajes L1 dos pisos 1 e 2 e excitação na mesma secção do piso 1 (edifício 3)

A análise da qualidade do modelo numérico relativamente à transmissão da vibração entre pilares e lajes de piso é realizada para dois tipos de ligação distintos: nó do tipo vigado; e nó do tipo fungiforme. Na Figura 7.59 apresentam-se as funções de transferência da vibração através de um nó vigado, entre a secção 3 do pilar P1 e a secção 4 da laje L1 do piso 2.

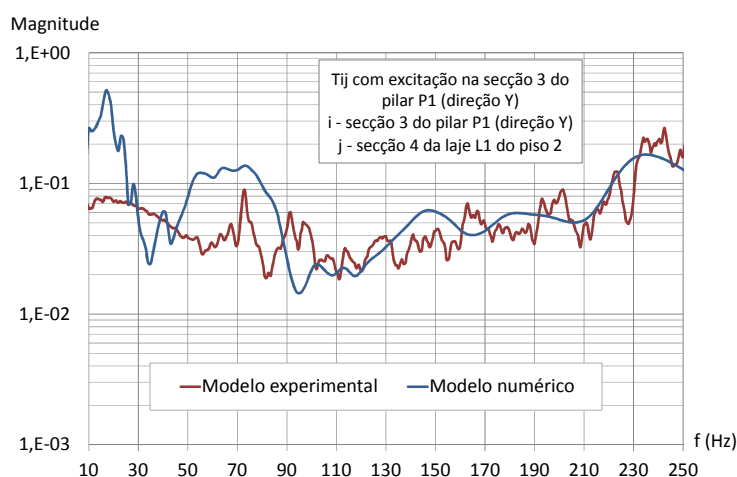


Figura 7.59 – Funções de transferência entre a secção 3 do pilar P1 (direção Y) e a secção 4 da laje L1 do piso 2 (direção Z) com excitação na secção 3 do pilar (edifício 3)

Na Figura 7.60 representa-se a função de transferência da vibração entre a secção 3 do pilar P2 e a secção 7 da laje L1 do piso 2, o que corresponde à energia transmitida através de um nó do tipo fungiforme.

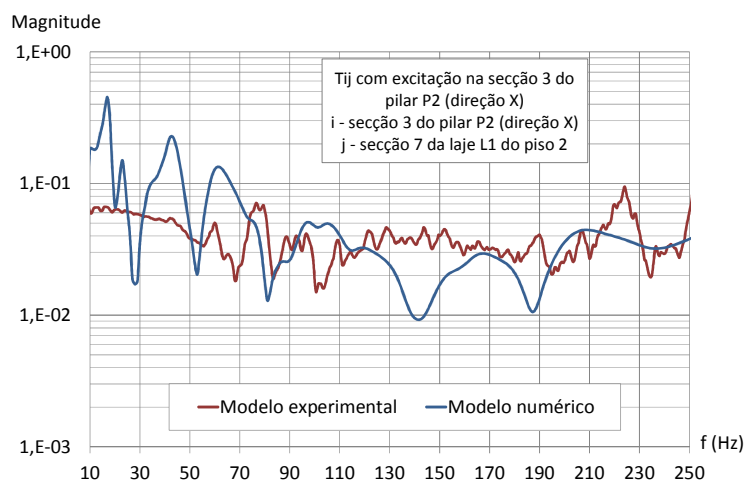


Figura 7.60 – Funções de transferência entre a secção 3 do pilar P2 (direção X) e a secção 7 da laje L1 do piso 2 (direção Z) com excitação na secção 3 do pilar (edifício 3)

A qualidade do modelo numérico em termos de propagação da vibração entre pilar e viga está ilustrada na Figura 7.61, onde se representa a função de transferência entre a secção 3 do pilar P1 e a secção 1 da viga V2 do piso 2.

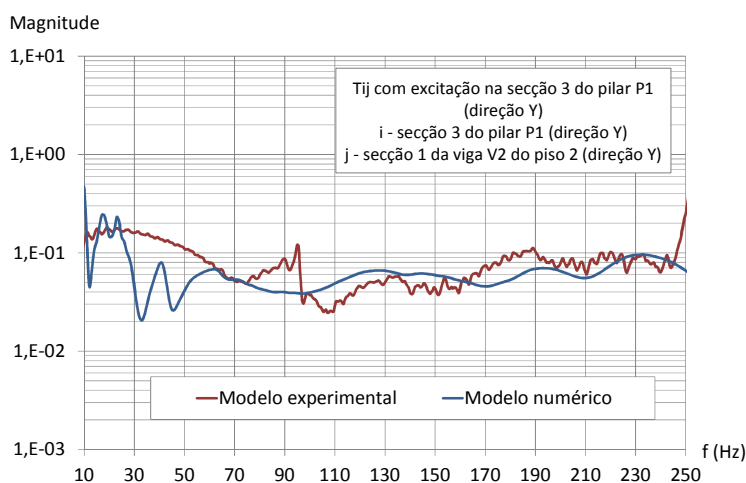


Figura 7.61 – Funções de transferência entre a secção 3 do pilar P1 (direção Y) e a secção 1 da viga V2 do piso 2 (direção Y) com excitação na secção 3 do pilar (edifício 3)

Pela análise comparativa, efetuada anteriormente, entre as funções de transferência de vibração ao longo da estrutura, obtidas numérica e experimentalmente, pode concluir-se que, apesar do

ajuste entre o modelo de elementos finitos e o modelo experimental não ser perfeito, o comportamento dinâmico de ambos os modelos é aproximado. Assim, considera-se que o modelo numérico desenvolvido tem qualidade suficiente para estimar com fiabilidade a resposta dinâmica da estrutura real.

7.2.3.4 Aplicação do método simplificado

Nesta secção aplica-se o método simplificado para estimar a vibração que se propaga dos pilares de canto P3, P8 e P16 (Figura 7.62) para os pisos elevados do edifício 3. Para analisar a viabilidade de aplicação do método simplificado a estruturas fungiformes, comparam-se os resultados do método simplificado com os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos. Com os casos de pilar seleccionados pretende-se analisar a aplicabilidade do método simplificado a três situações distintas de características da laje adjacente ao pilar de canto: laje parcialmente apoiada em vigas (L3); laje fungiforme de dimensões médias (L2); e laje fungiforme de grandes dimensões (L4).

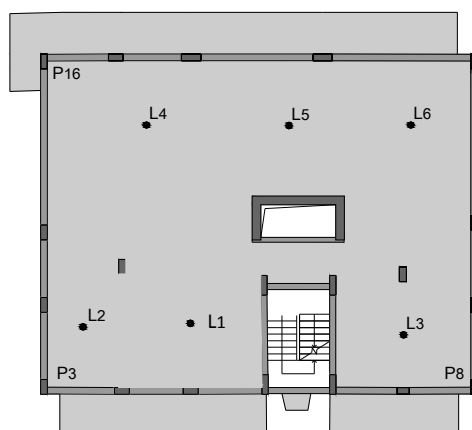


Figura 7.62 – Plantas estruturais do piso tipo do edifício 3

Na Figura 7.63 e na Figura 7.64 representam-se, respetivamente, as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nv} e T_{N-1v} entre pisos intermédios e entre o penúltimo e o último piso, e entre o pilar P3 e as lajes L2 (laje adjacente fungiforme de dimensões médias) do piso 1 e do piso 6, obtidas pelo MEF e pelo método simplificado – MS-medianas e MS-RLM.

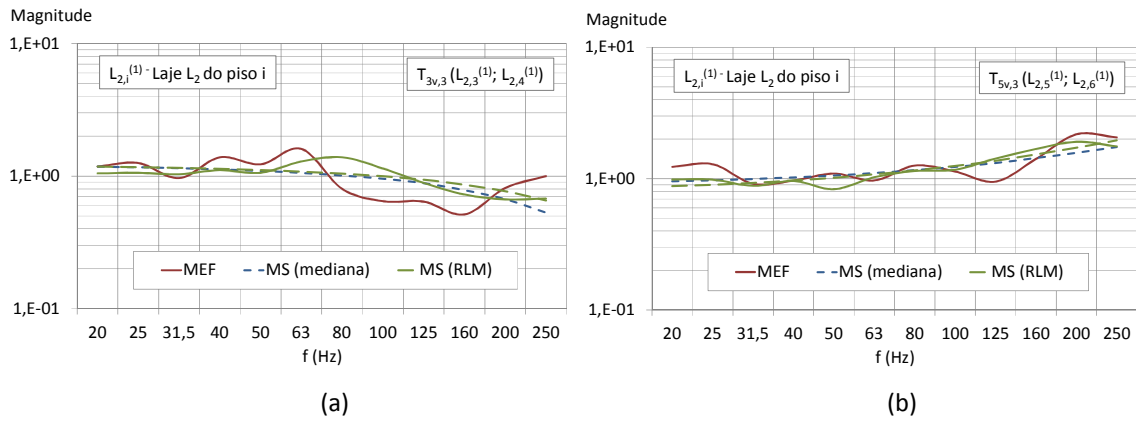


Figura 7.63 – Funções de transferência da aceleração do tipo (a) Tnv entre os pisos 3 e 4 e (b) TN-1v entre os pisos 5 e 6, para excitação no pilar P3 do edifício 3

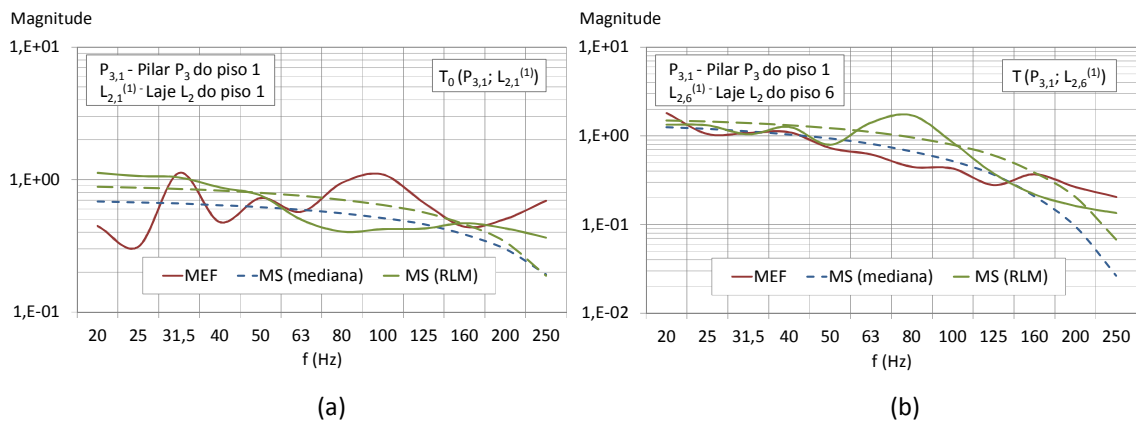


Figura 7.64 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P3 e a laje L2 (a) do piso 1 e (b) do piso 6, do edifício 3

Na Figura 7.65 representam-se as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nh} e T_{Nh} entre lajes L2 e L1 do piso 1 e do piso 6 obtidas para excitação no pilar P3.

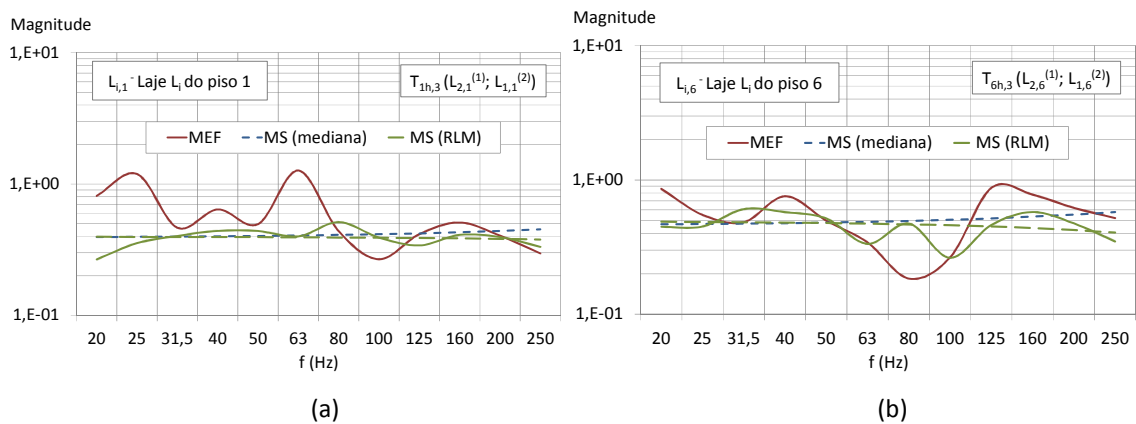


Figura 7.65 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L2 e L1 (a) do piso 1 (tipo Tnh) e (b) do piso 6 (tipo TNh), para excitação no pilar P3 do edifício 3

Para o caso da excitação aplicada no pilar P3, a Figura 7.63 e a Figura 7.64 mostram que, apesar das lajes dos pisos serem do tipo fungiforme, as funções de transferência da vibração entre pisos estimadas pelo método simplificado se ajustam razoavelmente bem às funções obtidas pelo modelo MEF, sendo a qualidade do ajustamento da função de transferência da vibração entre o pilar e a laje do piso 1 um pouco inferior, mas ainda assim satisfatória. A Figura 7.64 (b) mostra que a transmissão da vibração entre o pilar e a laje do piso 6 estimada pelo método simplificado, pela combinação das funções referidas anteriormente, apresenta resultados aceitáveis. Relativamente à propagação da vibração entre lajes do mesmo piso, observa-se, na Figura 7.65, que, apesar do ajustamento entre as funções obtidas pelo MS e pelo MEF ao nível do último piso ser razoável, nos pisos intermédios a aplicação do MS não é adequada. Isto justifica-se pelo facto de o método simplificado ter sido desenvolvido para estruturas com lajes de piso vigadas.

Na Figura 7.66 e na Figura 7.67 mostram-se as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nv} e T_{N-1v} e as funções entre o pilar P8 e as lajes L3 (laje apoiada em vigas em três dos seus lados) do piso 1 e do piso 6, obtidas pelo MEF e pelo método simplificado – MS-mediana e MS-RLM.

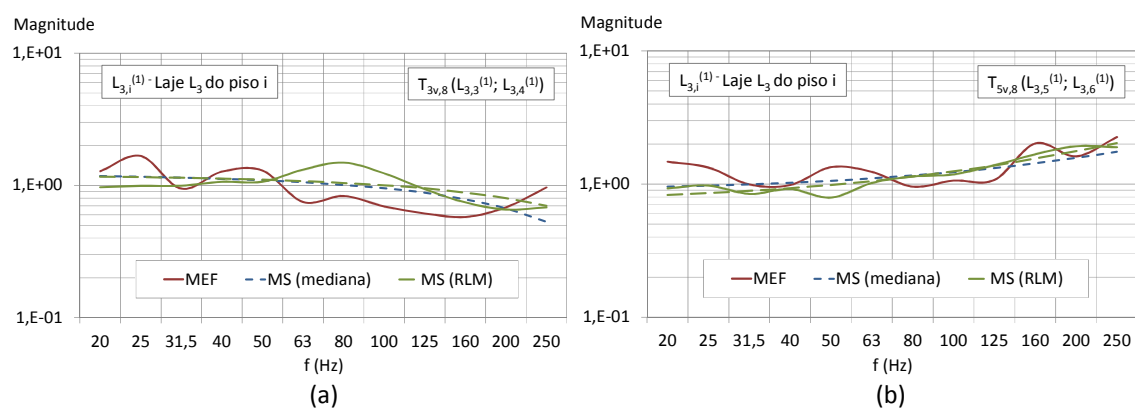


Figura 7.66 – Funções de transferência da aceleração do tipo (a) T_{nv} entre os pisos 3 e 4 e (b) T_{N-1v} entre os pisos 5 e 6, para excitação no pilar P8 do edifício 3

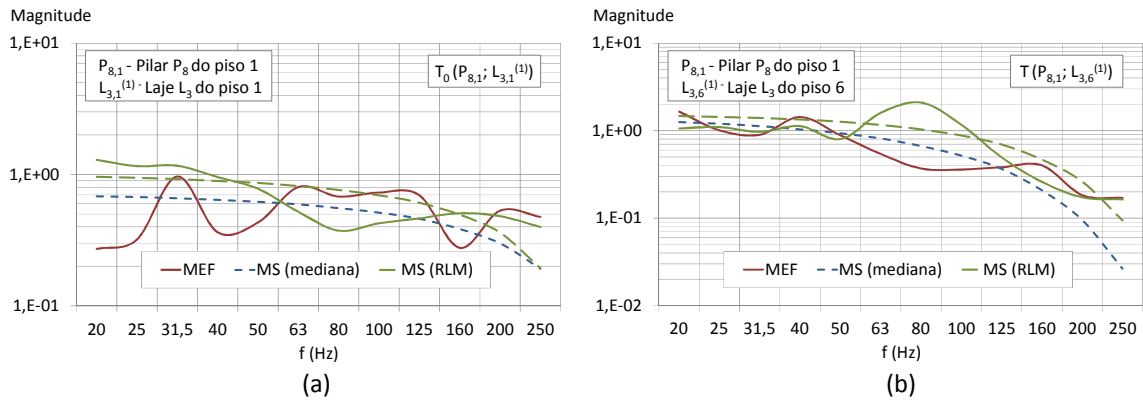


Figura 7.67 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P8 e a laje L3 (a) do piso 1 e (b) do piso 6, do edifício 3

Na Figura 7.68 representam-se as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nh} e T_{Nh} obtidas entre lajes L3 e L6 do piso 1 e do piso 6 para excitação no pilar P8. Apesar da laje L3 ser parcialmente apoiada em vigas, a laje L6 é uma laje fungiforme de grandes dimensões.

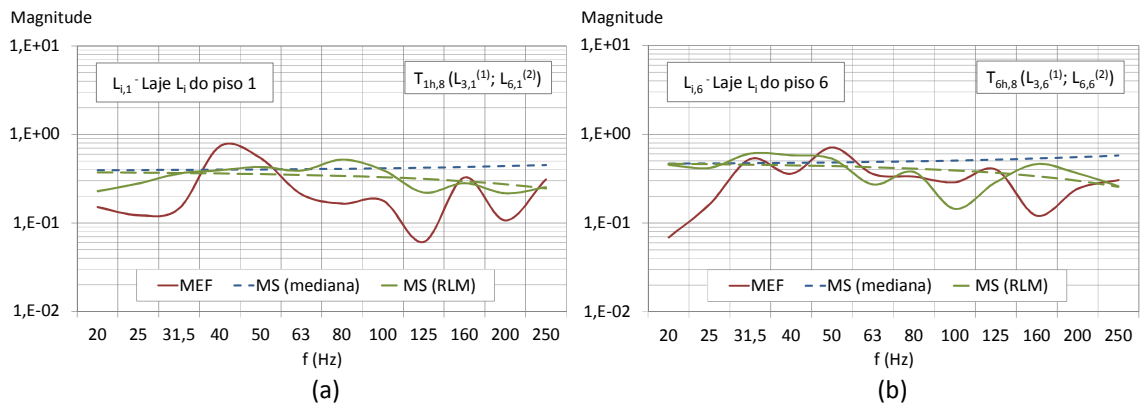


Figura 7.68 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L3 e L6 (a) do piso 1 (tipo T_{nh}) e (b) do piso 6 (tipo T_{Nh}), para excitação no pilar P8 do edifício 3

A observação da Figura 7.66, da Figura 7.67 e da Figura 7.68 permite concluir que, no caso do pilar P8, à semelhança do caso de análise anterior, o método simplificado fornece resultados razoavelmente ajustados aos resultados numéricos no que diz respeito à transmissão da vibração em altura, e resultados menos coerentes na propagação da vibração entre lajes de um mesmo piso, principalmente nos pisos intermédios. O baixo grau de ajustamento na propagação da vibração em planta deve-se ao facto de que, apesar da laje L3 ser parcialmente vigada, a laje L6 é fungiforme e apresenta dimensões superiores às lajes vigadas, não cumprindo assim os pressupostos do MS.

Na Figura 7.69 e na Figura 7.70 representam-se as funções de transferência de aceleração do tipo T_{nv} e T_{N-1v} obtidas pelos dois métodos entre o pilar P16 e as lajes L4 (laje adjacente fungiforme de dimensões superiores às lajes vigadas) do piso 1 e do piso 6.

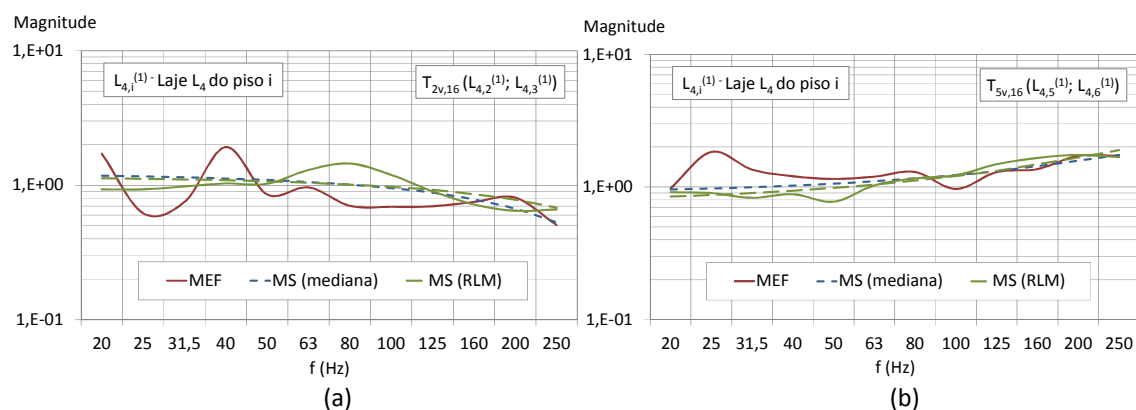


Figura 7.69 – Funções de transferência da aceleração do tipo (a) T_{nv} entre os pisos 2 e 3 e (b) T_{N-1v} entre os pisos 5 e 6, para excitação no pilar P16 do edifício 3

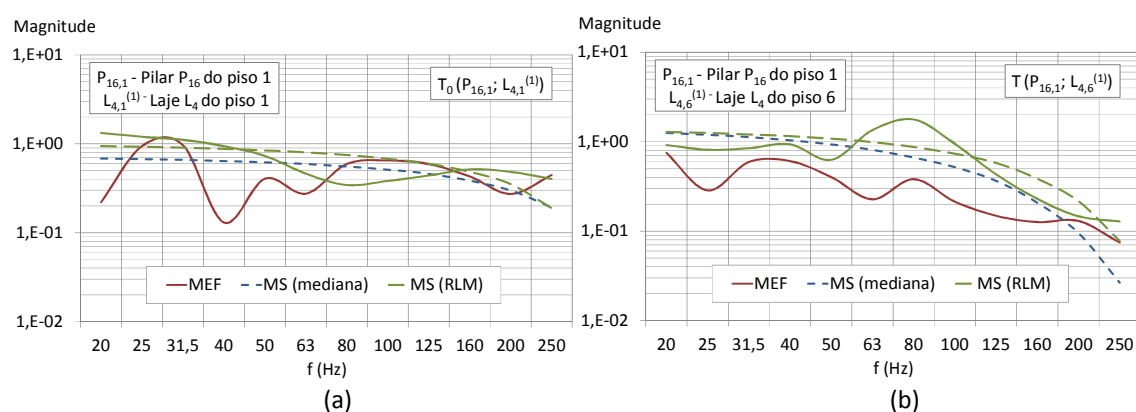


Figura 7.70 – Funções de transferência da aceleração entre o pilar P16 e a laje L4 (a) do piso 1 e (b) do piso 6, do edifício 3

Na Figura 7.71 representam-se as funções de transferência da aceleração do tipo T_{nh} e T_{Nh} entre as lajes L4 e L5 do piso 1 e do piso 6 obtidas para excitação no pilar P16.

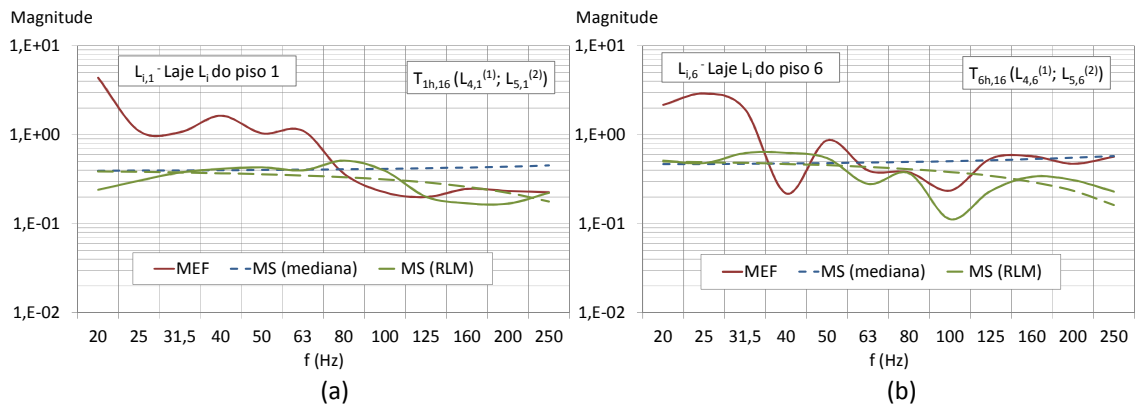


Figura 7.71 – Funções de transferência da aceleração entre as lajes L4 e L5 (a) do piso 1 (tipo Tnh) e (b) do piso 6 (tipo TNh), para excitação no pilar P16 do edifício 3

Para o caso de excitação no pilar P16, verifica-se, da análise da Figura 7.69 à Figura 7.71, que a estimativa da transmissão da vibração pelo método simplificado é menos ajustada aos resultados do modelo MEF do que nos casos de análise anterior. Na Figura 7.70 (b) observa-se que a vibração transmitida para o último piso do edifício é sobrestimada pelo MS, indicando que, neste tipo de estruturas, a vibração se atenuará mais em altura do que nas estruturas com lajes vigadas.

7.3 Considerações finais

O método simplificado proposto permite estimar os níveis de vibração que se propagam do exterior para os pisos dos edifícios com estrutura em betão armado, constituída por lajes vigadas e elementos verticais do tipo pilares. O campo de vibração de um determinado elemento corresponde à soma da parcela da vibração que se propaga através de cada elemento vertical. Assim, o método propõe um conjunto de funções de transferência simplificadas associadas a cada tipologia de nó de pilar – pilar de canto ligado a duas vigas; pilar de bordo ligado a duas vigas; pilar de bordo ligado a três vigas; pilar interior ligado a duas vigas; e pilar interior ligado a quatro vigas –, as quais, adequadamente combinadas, permitem avaliar a propagação da vibração ao longo da estrutura.

O método simplificado foi desenvolvido apenas para pilares de canto, tendo sido aplicado a três edifícios existentes: edifício 1 – constituído por lajes vigadas; edifício 2 – constituído por lajes parcialmente vigadas; e edifício 3 – constituído por lajes fungiformes. Por comparação entre os resultados simplificados e os obtidos dos modelos de elementos finitos dos edifícios, validados experimentalmente, observou-se que as funções de transferência estimadas por ambos os métodos se ajustam de forma razoável nos casos em que as estruturas cumprem os pressupostos

do método simplificado – estruturas constituídas por lajes vigadas (edifício 1 e parte do edifício 2). Para a estrutura com lajes fungiformes (edifício 3), o método simplificado ainda se mostrou de aplicabilidade aceitável para prever a transmissão da vibração em altura, em particular nas zonas em que os painéis de laje têm dimensões da ordem de grandeza das lajes vigadas. No entanto, o método não se mostrou adequado para prever a transmissão da vibração entre lajes do mesmo piso, neste tipo de estruturas.

Em resumo, pela aplicação do método simplificado aos três casos de estudo – edifício 1, edifício 2 e edifício 3 – considera-se que, apesar do método negligenciar o comportamento modal dos elementos estruturais do edifício, fornece resultados razoáveis para estimar os campos de vibração nas lajes dos pisos dos edifícios com estrutura de betão armado constituída por lajes vigadas.

Assim, considera-se o método simplificado validado para o tipo de estruturas para as quais foi desenvolvido, constituindo, então, uma alternativa a considerar na previsão dos campos de vibração nas lajes dos mesmos.

CAPÍTULO 8

8 CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo apresenta-se uma breve discussão do trabalho desenvolvido para atingir os objetivos propostos. Expõem-se as principais conclusões dos estudos realizados e apresentam-se propostas para trabalhos futuros.

8.1 Discussão do trabalho desenvolvido

Com este trabalho pretendeu-se dar um contributo para a compreensão e caracterização do processo de propagação da vibração e, conseqüentemente, do ruído de baixa frequência em edifícios com estrutura de betão armado. Os objetivos principais da tese foram: i) a identificação dos parâmetros que afetam a propagação da vibração através dos edifícios com estrutura de betão armado, condicionando, em consequência, o ruído transmitido aos compartimentos; e ii) o desenvolvimento de um método simplificado para avaliar a transmissão da vibração em edifícios com estrutura de betão armado a partir de fontes de vibração exteriores.

Realizou-se uma pesquisa do estado da arte no que diz respeito a regulamentação e normalização existente para a previsão da vibração transmitida através das estruturas, tendo-se verificado a sua insuficiência. Existem apenas algumas recomendações e critérios nacionais que sugerem métodos simplificados completamente desadequados, pois não dependem, nem do tipo de estrutura do edifício, nem da frequência das vibrações.

Por outro lado, os trabalhos de investigação existentes sobre os métodos de avaliação da propagação da vibração nos edifícios revelam que estes métodos apresentam limitações de aplicabilidade em estruturas com algum grau de complexidade. O método analítico fornece resultados exatos, mas apenas permite a resolução de estruturas com geometria simples e condições de fronteira específicas. O método dos elementos finitos (MEF), que constitui o método numérico mais utilizado pode ser aplicado a estruturas com qualquer geometria e grau de complexidade, requerendo, no entanto, a adoção de modelos muito complexos e consumidores de tempo e recursos computacionais. O método de análise estatística de energia (SEA), apesar de

ser menos complexo, não permite prever com fiabilidade o comportamento real das estruturas a vibrações na gama das baixas frequências. Pelo exposto, considerou-se importante desenvolver um método de previsão simples e alternativo para obter estimativas preliminares da vibração dos pavimentos devido à propagação da vibração através das estruturas dos edifícios.

Para atingir o primeiro objetivo do trabalho, realizaram-se análises paramétricas por tipo de elemento de construção e por tipo de nó estrutural de ligação entre elementos, para vibrações geradas por fontes localizadas no exterior e no interior dos edifícios. Para tal, desenvolveram-se 22 modelos de elementos finitos de edifícios com estrutura vigada de betão armado sujeitos a vibrações impostas na gama das baixas frequências, através do programa de cálculo automático SAP2000. Estes modelos foram concebidos a partir de alterações ao modelo numérico de um edifício real, o qual foi validado por recurso a comparação entre os resultados numéricos e os registos de ensaios de vibração forçada.

Para garantir a fiabilidade dos modelos de elementos finitos desenvolvidos, com o menor esforço computacional possível, e uma vez que as análises a vibrações no domínio do tempo são altamente sensíveis à discretização da malha de elementos finitos, à modelação da força de impacto e à discretização da resposta dinâmica, realizaram-se estudos de sensibilidade no sentido de perceber qual a modelação mais adequada para cada um destes parâmetros. Para o efeito, realizaram-se análises comparativas entre os registos experimentais, os resultados exatos obtidos de modelos analíticos e os resultados extraídos dos modelos numéricos de vigas e de lajes com diferentes modelações dos parâmetros em análise. Observou-se que, para este tipo de elementos sujeitos a vibrações na gama das baixas frequências, é adequado adotar os seguintes critérios: i) dimensões dos elementos finitos da estrutura definidos com base no limite de aplicação da teoria de ondas de flexão pura, o qual depende da frequência máxima em análise e das características da estrutura; e ii) força de excitação impulsiva e resposta a uma vibração imposta, no domínio do tempo, discretizadas em 2048 instantes por segundo, espaçados de um intervalo de amostragem, Δt , de $4,883 \times 10^{-4}$ s.

Para a realização dos ensaios e para o tratamento e análise dos registos dos mesmos, realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre conceitos de análise e processamento de sinal e também dos métodos de identificação modal estocástica baseados nas estimativas espectrais aplicadas neste trabalho (método básico no domínio da frequência e método baseado nas funções de transmissibilidade), uma vez que se pretendia realizar toda a análise no domínio da frequência.

A validação dos modelos de elementos finitos das estruturas reais foi realizada por comparação entre os resultados numéricos e os resultados obtidos por via experimental, tendo-se utilizado, para o efeito, métodos gráficos e estatísticos de ajuste de modelos, considerados em termos de frequências próprias de vibração e de funções de transferência – método FRAC (*Frequency Response Assurance Criterion*) e método FDAC (*Frequency Domain Assurance Criterion*).

O segundo objetivo do trabalho foi atingido com o desenvolvimento de um método simplificado que permite estimar os níveis de vibração que se propagam do exterior para os pisos dos edifícios com estrutura em betão armado constituída por lajes vigadas e elementos verticais do tipo pilar. Uma vez que os campos de vibração dos pavimentos se devem à vibração transmitida através de todos os elementos estruturais verticais e que o comportamento vibratório destes elementos depende do tipo de nó de ligação de extremidade, o método baseia-se num conjunto de funções de transferência simplificadas, para cada tipologia de nó existente em estruturas vigadas: pilar de canto ligado a duas vigas; pilar de bordo ligado a duas vigas; pilar de bordo ligado a três vigas; pilar interior ligado a duas vigas; e pilar interior ligado a quatro vigas. As funções de transferência simplificadas que, combinadas, permitem obter a estimativa da vibração nos pisos são: i) da base do pilar, P_0 , para a primeira laje adjacente, $L_0^{(1)}$; ii) da laje intermédia adjacente, $L_n^{(1)}$, para a laje adjacente superior, $L_{n+1}^{(1)}$; iii) da penúltima laje adjacente, $L_{N-1}^{(1)}$, para a última laje adjacente, $L_N^{(1)}$; iv) da laje intermédia adjacente, $L_n^{(1)}$, para a laje contígua do mesmo piso, $L_n^{(2)}$; e v) da última laje adjacente, $L_N^{(1)}$, para a laje contígua do mesmo piso, $L_N^{(2)}$.

Para implementar o método simplificado desenvolveram-se 17 modelos de elementos finitos distintos de edifícios com estrutura em betão armado constituída por lajes vigadas apoiadas em pilares. As funções de transferência simplificadas foram desenvolvidas por aplicação, aos resultados obtidos dos modelos numéricos, de dois métodos estatísticos distintos. Assim, o método simplificado (MS) é constituído por um conjunto de funções de transferência medianas (MS-medianas) ou, alternativamente, por um conjunto de funções de transferência dependentes das características das estruturas (MS-RLM), tais como: o comprimento dos pilares, L_c ; a razão das dimensões em planta das lajes emissoras, a_s/b_s (com $a_s \geq b_s$); a mobilidade característica dos pilares, Y_c ; e a mobilidade característica das lajes, Y_s . Nesta tese foram desenvolvidas apenas as funções de transferência simplificadas para a tipologia de pilares de canto.

O método simplificado foi implementado para pilares de canto e aplicado a três edifícios existentes: edifício 1 – constituído por lajes vigadas; edifício 2 – constituído por lajes parcialmente vigadas; e edifício 3 – constituído por lajes fungiformes. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados extraídos dos modelos de elementos finitos validados experimentalmente.

8.2 Conclusões

Os resultados obtidos das análises paramétricas realizadas neste trabalho permitem concluir que:

- i. O campo de vibração vertical das lajes de piso é gerado, essencialmente, pela componente vertical da excitação, possuindo os níveis de vibração provenientes da componente horizontal valores comparativamente desprezáveis.
- ii. O comportamento dos edifícios em termos da propagação de vibração através da sua estrutura depende da localização da fonte de vibração no exterior ou no interior. Na transmissão da vibração ao longo dos pilares e entre troços de pilares a resposta estrutural é semelhante para ambos os tipos de fontes, existindo uma atenuação da vibração ao longo dos pilares intermédios, uma amplificação ao longo do último troço do pilar e uma transferência de vibração praticamente unitária através dos nós de ligação entre pisos. Pelo contrário, no caminho de propagação da vibração entre os pilares e as lajes, e ao longo das lajes, a estrutura responde de forma distinta para vibrações provenientes do exterior e para vibrações interiores, verificando-se uma atenuação da vibração no primeiro caso e uma amplificação no segundo.
- iii. Ao longo do caminho de propagação da vibração em edifícios, a maior atenuação da vibração acontece junto à fonte de excitação, o que, em edifícios submetidos a fontes exteriores, corresponde à transmissão entre os pilares e o primeiro piso do edifício e, em edifícios sujeitos a fontes interiores, corresponde à propagação entre a laje excitada e o piso adjacente.
- iv. Apesar dos edifícios responderem de forma distinta a vibrações exteriores e interiores, existe um padrão comum na propagação da vibração, que consiste numa atenuação da vibração entre pisos intermédios do edifício e numa amplificação dos níveis de vibração entre o penúltimo e o último piso. Este comportamento diferenciado do piso mais elevado deve-se à amplificação da vibração que acontece ao longo do último troço dos pilares, em oposição à atenuação da vibração que ocorre nos troços intermédios. Estima-se que tal se deva à redução de caminhos disponíveis para dissipação de energia.
- v. A vibração proveniente do exterior que atinge os edifícios propaga-se para os pisos superiores através dos elementos verticais de forma distinta consoante o tipo de nó de extremidade que estes elementos possuem. Esta vibração é transmitida para as lajes de piso com níveis significativos até ao painel de 2ª ordem de cada piso. Para este tipo

de fontes, a transmissão da vibração entre pisos intermédios do edifício, localizados em níveis diferentes, é aproximada e é pouco sensível ao número total de pisos do edifício.

- vi. A atenuação da vibração gerada por uma fonte interior, localizada num dado piso, ao longo do pavimento desse piso aumenta com a distância à fonte de forma distinta ao longo do intervalo de frequências de interesse. No entanto, a relação entre a atenuação da vibração que se verifica a uma determinada distância e aquela que ocorre em metade dessa distância é aproximadamente constante ao longo de toda gama de frequências, valendo cerca de 1,5.
- vii. As características mecânicas e geométricas dos elementos estruturais que mais condicionam o processo de propagação da vibração ao longo dos edifícios são as dimensões dos elementos verticais e dos elementos de laje, tendo o módulo de elasticidade do material e as dimensões das vigas uma influência mais reduzida neste processo. De um modo geral, verificou-se que, apesar dos elementos mais flexíveis vibrarem com maior intensidade, os elementos mais rígidos possuem uma maior capacidade de transmissão da vibração ao longo da estrutura.
- viii. Os elementos cujas características mais condicionam a propagação da vibração ao longo da estrutura são os que estão diretamente em contacto com a fonte de vibração, correspondendo estes aos pilares, no caso de vibrações provenientes do exterior, e à laje do piso onde se encontra a fonte, no caso desta ser interior. Em qualquer das situações, quanto mais flexíveis são os elementos em contacto com a excitação, menos vibração se propaga para os restantes elementos da estrutura. Assim, para vibrações geradas no exterior, os pilares com comprimentos inferiores e secções transversais superiores vibram menos quando as ondas de vibração os atingem, mas transmitem mais vibração para os pisos do edifício. Para vibrações geradas no interior dos edifícios, as lajes mais rígidas em contacto com a fonte, e, portanto, com menores dimensões em planta e maior espessura, atingem menores níveis de vibração, mas transmitem mais vibração para os pisos superiores do edifício.

Adicionalmente, da implementação do método simplificado para pilares de canto e da sua aplicação a três edifícios existentes pode concluir-se que:

- ix. Apesar do método negligenciar o comportamento modal dos elementos estruturais, fornece estimativas razoáveis da vibração das lajes de piso nos edifícios em que as estruturas cumprem os pressupostos de aplicação do método simplificado. Nos casos

de estudo analisados, a versão do método em que a propagação da vibração depende das características da estrutura (MS-RLM) conduz a resultados ligeiramente mais ajustados ao caso real do que a versão do método baseada em valores medianos (MS-medianas).

- x. O método simplificado proposto afigura-se, assim, uma alternativa interessante para a previsão, na gama de frequências entre os 20 Hz e os 250 Hz, dos campos de vibração das lajes dos edifícios com estrutura em betão armado, tanto na fase de pré-dimensionamento das estruturas a executar como em edifícios já construídos.

8.3 Propostas para trabalhos futuros

Neste trabalho desenvolveram-se apenas as funções de transferência de vibração do método simplificado associadas à tipologia de pilares de canto, sendo, portanto, necessário desenvolver as funções de transferência associadas às restantes tipologias de pilares: pilar de bordo ligado a duas vigas; pilar de bordo ligado a três vigas; pilar interior ligado a duas vigas; e pilar interior ligado a quatro vigas. A abordagem definida na presente dissertação deverá ser aplicada no desenvolvimento das funções de transferência das diferentes tipologias de pilar.

Após o desenvolvimento das funções de transferência simplificadas associadas às restantes tipologias de pilares, considera-se importante validar o método simplificado em estruturas reais, se possível por comparação direta com resultados obtidos experimentalmente.

Considera-se, também, essencial o desenvolvimento de um método simplificado baseado nos mesmos princípios que este, mas para outro tipo de estruturas de betão armado, nomeadamente estruturas constituídas por lajes fungiformes maciças e aligeiradas, por ser um tipo de estrutura muito corrente nos dias de hoje. As funções a desenvolver deverão ser validadas em edifícios existentes.

Outro aspeto importante a estudar é a influência que as alvenarias de enchimento exercem no processo de propagação da vibração de baixa frequência em edifícios.

Finalmente, importará avaliar, com recurso a métodos de previsão analíticos ou numéricos, os campos sonoros gerados no interior de compartimentos de edifícios com estrutura de betão armado pela vibração de pavimentos e paredes, considerando as estimativas destes campos vibratórios obtidas pelo método simplificado desenvolvido na presente dissertação. As

estimativas dos campos sonoros deverão ser validadas por comparação com medições efetuadas em casos de estudo reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Berglunda B, Hassmén P. Sources and effects of low-frequency noise. *J Acoust Soc Am* 1996;99:2985–3002.
- [2] Leventhall G. A Review of Published Research on Low Frequency Noise and its Effects, Relatório técnico. Department for Environment, Food and Rural Affairs, Londres, Inglaterra: 2003.
- [3] Leventhall G. What is infrasound? *Prog Biophys Mol Biol* 2007;93:130–7. doi:10.1016/j.pbiomolbio.2006.07.006.
- [4] Organização Internacional de Normalização. ISO 140-6, Acoustics -- Measurement of sound insulation in buildings and of building elements -- Part 6: Laboratory measurements of impact sound insulation of floors. 1989.
- [5] Organização Internacional de Normalização. ISO 140-7, Acoustics -- Measurement of sound insulation in buildings and of building elements -- Part 7: Field measurements of impact sound insulation of floors. 1998.
- [6] Organização Internacional de Normalização. ISO 140-8, Acoustics -- Measurement of sound insulation in buildings and of building elements -- Part 8: Laboratory measurements of the reduction of transmitted impact noise by floor coverings on a heavyweight standard floor. 1997.
- [7] Organização Internacional de Normalização. EN ISO 12354-2, Building acoustics-Estimation of acoustic performance of buildings from the performance of elements - Part 2: Impact sound insulation between rooms. 2000.
- [8] Hassan O. Building acoustics and vibration. World scientific publishing; 2009.
- [9] Schiappa de Azevedo F, Patricio J. Annoyance and damage in buildings caused by vibrations. Considerations for a vibration control good practice. *Acústica 2004*, Guimarães, Portugal: 2004, p. 1–14.
- [10] Gibbs BM. Structure-borne sound sources in buildings. In: Gibbs B, Goodchild J, Hopkins C, Oldham D, editors. *Collected Pap. Build. Acoust. sound Transm.*, Multi-Science Publishing; 2009, p. 307–23.
- [11] Hunaidi O. Traffic Vibrations in Buildings. *Constr Technol Updat* 2000;Nº39:1–6.
- [12] Braun ME, Walsh SJ, Horner JL, Chuter R. Noise source characteristics in the ISO 362 vehicle pass-by noise test: Literature review. *Appl Acoust* 2013;74:1241–65. doi:10.1016/j.apacoust.2013.04.005.
- [13] Chowdhury RB, Dey R, Alam MS, Chakraborty P. Extent of traffic induced noise in the noise sensitive institutions of Chittagong city, . *Noise Vib Worlwide* 2010:28–36.
- [14] Hao H, Ang TC, Shen J. Building vibration to traffic-induced ground motion. *Build Environ* 2001;36:321–36.
- [15] Hunaidi O, Tremblay M. Traffic-induced building vibrations in Montréal. *Can J Civ Eng* 1997;24:736–53. doi:10.1139/cjce-24-5-736.

- [16] Sanayei M, Maurya P, Moore J a. Measurement of building foundation and ground-borne vibrations due to surface trains and subways. *Eng Struct* 2013;53:102–11. doi:10.1016/j.engstruct.2013.03.038.
- [17] Dowding CH. Effects of ground motions from high-speed trains on structures , instruments , and humans. *Wave2000*, Alemanha: 2000, p. 269–88.
- [18] Aghaeifar A, Rezvani MA, Sandidzadeh MA. Safety Evaluation of Buildings in the Vicinity of Railway Tracks and Compliance with ISO14837-1. 19th Annu. Int. Railw. Saf. Conf., Bastad, Suécia: 2009.
- [19] He X, Jianguo C, Pengbo W, Chaoyi X, Roeck G De, Degrande G. Experimental investigation of railway train-induced vibrations of surrounding ground and a nearby multi-story building. *Earthq Eng Ans Eng Vib* 2009;8:137–48. doi:10.1007/s11803-009-8101-0.
- [20] Vogiatzis K. Groundborne Noise and Vibration Assesment from Metro operation in the New Athens Metro Extension to Piraeus. 3rd Int. Conf. Theor. Appl. Mech., Atenas, Grécia: 2012, p. 75–83.
- [21] Neves e Sousa A, Guerreiro L, Gomes R. A combined approach for base isolation design existing buildings. *Acoust. 2008*, Paris, França: 2008, p. 1–6.
- [22] Li Q, Wu DJ. Analysis of the dominant vibration frequencies of rail bridges for structure-borne noise using a power flow method. *J Sound Vib* 2013;332:4153–63. doi:10.1016/j.jsv.2013.02.036.
- [23] Zapfe JA, Saurenman H. Ground-Bourne Noise and Vibration in Buildings Caused by Rail Transit, Relatório técnico. Transportation Research Board: 2009.
- [24] Low Frequency Noise, Relatório técnico. DEFRA-Departamento de Ambiente, Alimentação E Assuntos Rurais, Inglaterra: 2001.
- [25] Organização Internacional de Normalização. ISO14837, Mechanical vibration - Ground-borne noise and vibration arising from rail systems - Part 1: General guidance. vol. 2005. 2005.
- [26] Hanson CE, Towers DA, Meister LD, Miller HM. Transit noise and vibration impact assessment, relatório técnico. Administração Federal de Transito, EUA, Administração Federal de Transito, EUA: 2006.
- [27] Suhairy SAL. Prediction of ground vibration from railways, Relatório técnico. Instituto de Investigação Em Acústica, Suécia: 2000.
- [28] Norma Alemã. VDI 3837:2006, Ground-borne vibration in the vicinity of at grade rail systems, Spectral prediction method. Alemanha: 2006.
- [29] Neves e Sousa A, Lopes I, Carreira A. Prediction of low frequency sound fields in buildings near railway lines. *Internoise 2012*, n.d.
- [30] International Organization for Standardization. ISO226:2003, Acoustics-normal equal-loudness level contours. 2003.
- [31] Møller BH, Pedersen S, Staunstrup JK. Assessment of low frequency noise from wind turbines in Maastricht, relatório técnico. Aalborg University, Dinamarca: 2012.
- [32] Leventhall G. Low Frequency Noise. What we know, what we do not know, and what we would like to know. *J Low Freq Noise , Vib Act Control* 2009;28:79–104.

- [33] Møller H, Pedersen CS. Low-frequency noise from large wind turbines. *J Acoust Soc Am* 2011;129:3727–44. doi:10.1121/1.3543957.
- [34] Alten K, Friedl H, Flesch R. Calculating Ground-Borne Noise From Ground-Borne Vibration – A Comparison of Different Approaches. ISMA2010 -USD2010, vol. 43, Lovaina, Bélgica: 2010, p. 3431–40.
- [35] Neves e Sousa A. Low frequency impact sound transmission in dwellings, Tese de doutoramento. Universidade de Liverpool, Inglaterra, 2005.
- [36] Celestino A. Low frequency sound field enhancement system for rectangular rooms, using multiple loudspeakers, Tese de Doutoramento. Universidade de Aalborg, Dinamarca, 2006.
- [37] Maluski S. Low frequency sound insulation in dwellings, Tese de doutoramento. Universidade Sheffield Hallam, Inglaterra, 1999.
- [38] Vieira de Melo G. Measurement and prediction of sound absorption of room surfaces and contents at low frequencies, Tese de doutoramento. Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2002.
- [39] Oliva D, Hongisto V, Keränen J, Koskinen V. Measurement of low frequency noise in rooms, Relatório técnico. Finnish Institute of Occupational Health, Helsínquia, Finlândia: 2011.
- [40] NP EN 1998-1:2010, Eurocódigo 8, Projeto de estruturas para resistência aos sismos, parte 1: regras gerais, ações sísmicas e regras para edifícios. 2010.
- [41] Organização Internacional de Normalização. ISO2631-1:1997, Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part 1: General requirements. vol. 1997. 1997.
- [42] Organização Internacional de Normalização. ISO2631-2:1989, Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part 2: Vibration in buildings (1Hz to 80 Hz). 1989.
- [43] Organização Internacional de Normalização. ISO2631-2:2003, Mechanical vibration and shock - Evaluation of human exposure to whole-body vibration - Part 2: Vibration in buildings (1Hz to 80 Hz). vol. 2003. 2003.
- [44] Elias P, Villot M. Review of existing standards , regulations and guidelines , as well as laboratory and field studies concerning human exposure to vibration, Relatório técnico. International Union of Railways (UIC): 2012.
- [45] Eitzenberger A. Train-induced Vibrations in Tunnels – A Review, Relatório técnico. Universidade Técnica de Luleå, Suécia: 2008.
- [46] Pedersen CS, Møller H, Waye KP. A detailed study of low-frequency noise complaints. *J Low Freq Noise, Vib Act Control* 2008;27:1–33.
- [47] Persson Waye K, Rylander R. the Prevalence of Annoyance and Effects After Long-Term Exposure To Low-Frequency Noise. *J Sound Vib* 2001;240:483–97. doi:10.1006/jsvi.2000.3251.
- [48] Pawlaczyk-Luszczynska M, Dudarewicz A, Waszkowska M, Sliwinska-Kowalska M. Annoyance related to low frequency noise in subjective assessment of workers. *J Low Freq Noise, Vib Act Control* 2009;28:1–17.

- [49] Pawłaczyk-Luszczynska M, Dudarewicz A, Waszkowska M, Sliwińska-Kowalska M. Assessment of annoyance from low frequency and broadband noises. *Int J Occup Med Environ Health* 2003;16:337–43.
- [50] Salt AN, Hullar TE. Responses of the ear to low frequency sounds, infrasound and wind turbines. *Hear Res* 2010;268:12–21. doi:10.1016/j.heares.2010.06.007.
- [51] Sica G, Peris E, Woodcock JS, Moorhouse a T, Waddington DC. Design of measurement methodology for the evaluation of human exposure to vibration in residential environments. *Sci Total Environ* 2014;482-483:461–71. doi:10.1016/j.scitotenv.2013.07.006.
- [52] Yamada et al. S. Combined effects on man by low frequency noise and vibration. *Internoise 90*, Gotemburgo, Suécia: 1990, p. 1311–4.
- [53] Norma Britânica. BS 6472:1992, Evaluation of human exposure to vibration in buildings (1 Hz to 80 Hz). 1992.
- [54] Schiappa de Azevedo F, Patrício J. Vibrações ambientes. critérios de danos e de incomodidade. actualidade e perspectivas futuras. XXXII Congr. Nac. Acústica, Tec. 2001, Rioja, Espanha: 2001, p. 1–9.
- [55] Beranek L. Criteria for controlling noise and vibration. *Int. Conf. Noise Control Eng. Internoise 1989*, Newport Beach, Califórnia: 1989, p. 5–42.
- [56] Leventhall HG. Low frequency noise and annoyance. *Noise Health* 2004;6:59–72.
- [57] Leventhall G, Benton S, Robertson D. Coping strategies for low frequency noise, Relatório técnico. DEFRA-Departamento de Ambiente, Alimentação E Assuntos Rurais, Inglaterra: 2005.
- [58] Leventhall G, Robertson D, Benton S, Leventhall L. Development of a course in computerised Cognitive Behavioural Therapy aimed at relieving the problems of those suffering from noise exposure , in particular , exposure to low frequency noise, relatório técnico. DEFRA-Departamento de Ambiente, Alimentação E Assuntos Rurais, Inglaterra: 2009.
- [59] Carlos D da G, Paneiro G. A incomodidade humana perante as vibrações e sua caracterização absoluta e relativa. 10º Congr. Nac. Geotec., Lisboa, Portugal: 2006, p. 1–10.
- [60] Vasudevan RN, Leventhall HG. A Study of Annoyance Due to Low Frequency Noise in the Home . *J Low Freq Noise Vib* 1982;1:157–64.
- [61] Alves-Pereira M, Castelo Branco N. Sobre o impacto de infrasons e ruído de baixa frequência na saúde pública - Dois casos de exposição residencial. *Rev Lusófona Ciências E Tecnol Da Saúde* 2007:186–200.
- [62] Ostendorf C. How to find the source of low frequency noise: three case studies. *J Low Freq Noise , Vib Act Control* 2009;28.
- [63] Waye KP, Clow A, Edwards S, Hucklebridge F, Rylander R. Effects of nighttime low frequency noise on the cortisol response to awakening and subjective sleep quality. *Life Sci* 2003;72:863–75.
- [64] Berglund B, Lindvall T, Schwela DH. Guidelines for community noise, relatório técnico. World Health Organization, Genebra, Suíça: 1999.

- [65] Smith MG, Croy I, Ögren M, Hammar O, Wayne KP. Freight trains, nocturnal vibration and noise, and their physiological effects during sleep. 11th Int. Congr. Noise as a Public Heal. Probl. ICBEN2014, Nara, Japão: 2014, p. 1–8.
- [66] Croy I, Smith MG, Wayne KP. Effects of train noise and vibration on human heart rate during sleep: an experimental study. *BMJ Open* 2013;3:1–10. doi:10.1136/bmjopen-2013-002655.
- [67] Smith MG, Croy I, Ögren M, Persson Wayne K. On the influence of freight trains on humans: a laboratory investigation of the impact of nocturnal low frequency vibration and noise on sleep and heart rate. *PLoS One* 2013;8:1–9. doi:10.1371/journal.pone.0055829.
- [68] Smith MG, Croy I, Hammar O, Ögren M, Persson Wayne K. Nocturnal vibration and noise from freight trains impacts sleep. 21th Int. Congr. Acoust. ICA 2013, vol. 19, Montreal, Canadá: 2013, p. 1–7. doi:10.1121/1.4800407.
- [69] Babisch W. *Transportation Noise and Cardiovascular Risk, Review and Synthesis of Epidemiological Studies*. Berlim, Alemanha: Umweltbundesam; 2006.
- [70] Safe management of railways structures (phase 2) to examine the potential impact of train induced vibration on the safe performance of embankments, lineside structures and adjacent buildings, relatório técnico. Rail Safety & Standards Board, Inglaterra: 2005.
- [71] Organização Internacional de Normalização. ISO / DIS 4866:2009, Mechanical vibration and shock — Vibration of fixed structures — Guidelines for the measurement of vibrations and evaluation of their effects on structures. 2009.
- [72] Norma Portuguesa. NP 2074:2015, Avaliação da influência de vibrações impulsivas em estruturas. Portugal: 2015.
- [73] Norma Britânica. BS 7385-2:1993, Evaluation and measurement for vibration in buildings — Guide to damage levels from groundborne vibration. 1993.
- [74] Cabral C. *Acústica Industrial : aplicação da análise de vibrações e ruído à identificação de fontes de ruído em ambiente industrial*, Tese de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade de Coimbra, Portugal, 2012.
- [75] Martins B. *Avaliação de incomodidade provocada por ruído e vibração de baixa frequência em edifícios de habitação*, tese de mestrado. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal, 2009.
- [76] Gonçalves da Silva A. *Caracterização preliminar do ruído estrutural transmitido por redes prediais de abastecimento de água*, Tese de Mestrado. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal, 2010.
- [77] Allen DE. Building vibrations from human activities. *Concr Int Des Constr* 1990;12:66–73.
- [78] Sylvestre-williams N, Rimrott B, Cho J. The vibration of a high-rise building's columns due to rhythmic human activity. *Internoise2010*, Lisboa, Portugal: 2010, p. 1–8.
- [79] Evans JB. Garage structure vibration transmission to human occupied spaces. ICSV13 - Thirteen. Int. Congr. Sound Vib., Viena, Austria: 2006, p. 1–8.
- [80] Martins da Silva P. *Vibrações em edifícios devidas à circulação ferroviária*. *Rev Ingenium* 1999;86–9.

- [81] Neves e Sousa A, Lopes I, Carreira A. Prediction of low frequency sound fields in buildings near railway lines. *Internoise 2012*, Nova Iorque, EUA: 2012, p. 3295–304.
- [82] Filippone A. Aircraft noise prediction. *Prog Aerosp Sci* 2014;68:27–63. doi:10.1016/j.paerosci.2014.02.001.
- [83] Heckl M, Hauck G, Wettschureck R. Structure-borne sound and vibration from rail traffic. *J Sound Vib* 1996;193:175–84.
- [84] Swinbanks MA. The audibility of low frequency wind turbine noise. *Fourth Int. Meet. Wind Turbine Noise*, Roma, Itália: 2011, p. 1–20.
- [85] Murphy E, King E a. An assessment of residential exposure to environmental noise at a shipping port. *Environ Int* 2014;63:207–15. doi:10.1016/j.envint.2013.11.001.
- [86] Beranek B. Propagation of ground vibration: a review. *J Sound Vib* 1976;49:179–93.
- [87] Hunt HEM, Hussein MFM. Ground-borne vibration transmission from road and rail systems: Prediction and control. *Handb. noise Vib. Control*, 2007.
- [88] Bal Koçyigit F. Railway vibrations transmitted through the ground and the effects of vibrations on buildings case study from Ankara. *Technology* 2010;13:71–83.
- [89] Jones SW. Ground vibration from underground railways : How Simplifying assumptions limit prediction accuracy, Tese de doutoramento. Universidade de Cambridge, Inglaterra, 2010.
- [90] Bahrekazemi M. Train-Induced Ground Vibration and Its Prediction, tese de Doutoramento. Instituto Royal of Technology, Estocolmo, Suécia, 2004.
- [91] Coquel G. Propagation et ré-émission du bruit solide d ' origine ferroviaire . Application aux bâtiments riverains, Tese de Doutoramento. Universidade de Paris-EST, França, 2008.
- [92] Kirsty Alison K. Vibration from underground railways: considering piled foundations and twin tunnels, Tese de doutoramento. Universidade de Cambridge, Inglaterra, 2010.
- [93] Arnst M. Three-dimensional modelling of free field and structural vibration due to harmonic and transient loading in a tunnel - Tese de Doutoramento. Universidade Católica de Lovaina, França, 2003.
- [94] Verbraken H, Lombaert G, Degrande G. Experimental and numerical prediction of railway induced vibration. *J Zhejiang Univ - Sci A* 2012;13:802–13. doi:10.1631/jzus.A12ISGT8.
- [95] Verbraken H, Lombaert G, Degrande G. Verification of an empirical prediction method for railway induced vibrations by means of numerical simulations. *J Sound Vib* 2011;330:1692–703. doi:10.1016/j.jsv.2010.10.026.
- [96] Gupta S, Degrande G, Lombaert G. Experimental validation of a numerical model for subway induced vibrations. *J Sound Vib* 2009;321:786–812. doi:10.1016/j.jsv.2008.10.014.
- [97] Yang YB, Hung HH, Hsu LC. Ground vibrations due to underground trains considering soil-tunnel interaction. *Interact Multiscale Mech* 2007;1:157–75.

- [98] Jones S, Hussein M, Hunt H. Use of PiP to investigate the effect of a free surface on ground vibration due to underground railways. *Acoust Aust* 2010;38:20–4.
- [99] Coquel G, Jean PAH, Villot M, Cedex P. Experimental and numerical study of the ground transmission of structure-borne sound generated by trams. *Acoust. 2008, Paris, França: 2008*, p. 1931–6.
- [100] Hunt HEM. Modelling of rail vehicles and track for calculation of ground-vibration transmission into buildings. *J Sound Vib* 1996;193:185–94.
- [101] Rainer Massarsch K, Fellenius BH. Ground vibrations induced by impact pile driving. 6th Int. Conf. Case Hist. Geotech. Eng., Virginia, EUA: 2008, p. 1–38.
- [102] Athanasopoulos G., Pelekis P. Ground vibrations from sheetpile driving in urban environment: measurements, analysis and effects on buildings and occupants. *Soil Dyn Earthq Eng* 2000;19:371–87. doi:10.1016/S0267-7261(00)00008-7.
- [103] Lombaert G, Degrande G. Study of determining factors for traffic induced vibrations in buildings, Relatório técnico. Universidade Católica de Lovaina, Bélgica: 2001.
- [104] Rosão V. Desenvolvimentos sobre métodos de previsão , medição , limitação e avaliação em ruído e vibração, Tese de doutoramento. Universidade do Algarve, Portugal, 2011.
- [105] Rosão V, Rodrigues C, Conceição E. Performing railway traffic vibration forecast using in situ vibration. *Internoise 2010, Lisboa, Portugal: 2010*, p. 1–10.
- [106] Nelson JT, Saurenman H. A prediction procedure for rail transportation groundborne noise and vibration. *Transp Res Rec* 1143 1987:26–35.
- [107] Neves e Sousa A, Gibbs BM. Low frequency impact sound transmission in dwellings through homogeneous concrete floors and floating floors. *Appl Acoust* 2011;72:177–89. doi:10.1016/j.apacoust.2010.11.006.
- [108] Neves e Sousa A, Gibbs BM. Parameters influencing low frequency impact sound transmission in dwellings. *Appl Acoust* 2014;78:77–88. doi:10.1016/j.apacoust.2013.10.013.
- [109] Norma Finlandesa. NT ACOU 090, Building structures, junctions: transmission of vibrations - field measurements. Filândia: 1994.
- [110] Ungar EE, Bender EK. Vibrations produced in buildings by passage of subway trains; parameter estimation for preliminary design. *Internoise 75, Sendai, Japão: 1975*, p. 491–8.
- [111] Avillez JD, Frost M, Cawser S, El-Hamalawi A, Fleming P, Shields P, et al. Issues and limitations on measuring building's transfer function. 15th Int. Conf. Exp. Mech., vol. 1, Porto, Portugal: 2012, p. 1–12.
- [112] Hassan OAB. Transmission of structure-borne sound in buildings above railway tunnels. In: Gibbs B, Goodchild J, Hopkins C, Oldham D, editors. *Collect. Pap. Build. Acoust. Sound Transm., Multi-Science Publishing; 2009*, p. 343–73.
- [113] Hassan O. New methods for reducing ground-borne noise in buildings above railway tunnels, Tese de doutoramento. Instituto Real de Tecnologia, Estocolmo, Suécia, 2003.

- [114] Alikhail M, Li X. Concrete Slab Vibration and Structure-Borne Noise , Burj Dubai Case Study. *Acoust.* 2008, Geelong, Vitoria, Austrália: 2008, p. 1–4.
- [115] Fiala P, Degrande G, Augusztinovicz F. Numerical modelling of ground-borne noise and vibration in buildings due to surface rail traffic. *J Sound Vib* 2007;301:718–38. doi:10.1016/j.jsv.2006.10.019.
- [116] Lee D-G, Ahn S-K, Kim J. An efficient modeling technique for floor vibration in multi-story buildings. *Struct Eng Mech* 2000;10:603–19. doi:10.12989/sem.2000.10.6.603.
- [117] Park W., Thompson D., Ferguson N. The influence of modal behaviour on the energy transmission between two coupled plates. *J Sound Vib* 2004;276:1019–41. doi:10.1016/j.jsv.2003.08.043.
- [118] Craik RJM, Steel JA, Evans DI. Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission at low frequencies. *J Sound Vib* 1991;144:95–107.
- [119] Arnst M, Clouteau D, Chebli H, Othman R, Degrande G. A non-parametric probabilistic model for ground-borne vibrations in buildings. *Probabilistic Eng Mech* 2006;21:18–34. doi:10.1016/j.probenmech.2005.06.004.
- [120] Hughes MF, Gumpertz S, Sanayei M, Moore JA, Consultant S, Zapfe JA, et al. Experimental Validation of Building Vibration Propagation Using a Four Story Laboratory Model. *Struct. 2008 Crossing Borders*, Vancouver, Canadá: 2008, p. 2198–208. doi:10.1061/41130(369)199.
- [121] Sanayei M, Zhao N, Maurya P, Moore JA, Zapfe JA, Hines EM, et al. Impedance modeling for prediction of train induced floor vibrations. *Struct. Congr.* 2011, Las Vegas, Nevada, EUA: 2011, p. 371–82. doi:10.1061/41171(401)33.
- [122] Sanayei M, Zhao N, Maurya P, Moore J a., Zapfe J a., Hines EM. Prediction and Mitigation of Building Floor Vibrations Using a Blocking Floor. *J Struct Eng* 2012;138:1181–92. doi:10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000557.
- [123] Steel JA, Craik RJM, Wilson R. A study of vibration transmission in a framed building. In: Gibbs B, Goodchild J, Hopkins C, Oldham D, editors. *Collected Pap. buliding Acoust. sound Transm., Multi-Science Publishing*; 2009, p. 13–27.
- [124] Villot M, Ropars P, Jean P. Modeling a building response to railway vibration using a source-receiver approach. *8th Int. Conf. Struct. Dyn. EURODDYN 2011*, Lovaina, Bélgica: 2011, p. 671–5.
- [125] Clough RW, Penzien J. *Dynamics of structures*. 2ª edição. McGraw-Hill; 1993.
- [126] Cremer L, Heckl M, Petersson BAT. *Structure-Borne Sound Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies*. 3ª edição. Springer; 2005.
- [127] Zienkiewicz OC. *The finite element methods*. 3ª edição. McGraw-Hill; 1977.
- [128] Zienkiewicz OC, Taylor RL. *The Finite Element Method 1 : The Basis*. vol. 1. 5ª edição. Butterworth-Heinemann; 2000.
- [129] Rao SS. *The finite element method in engineering*. 4ª edição. Elsevier science & technology books; 2004.
- [130] Mateus D, Santos P. Previsão da transmissão marginal de sons de percussão entre compartimentos sobrepostos. *Acústica 2008*, Coimbra, Portugal: 2008, p. 1–29.

- [131] Cunha Á, Caetano E. Experimental Modal Analysis of Civil Engineering Structures. *Sound Vib* 2006;40:12–20.
- [132] Rodrigues J. Identificação Modal Estocástica: Métodos de análise e aplicações em estruturas de engenharia civil, Tese de Doutoramento. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, 2004.
- [133] Lopes V, Guedes J, Arêde A, Milheiro J, Paupério E, Costa A. Identificação dinâmica de estruturas. Património 2010, Tomar, Portugal: 2010, p. 1–21.
- [134] Felber AJ. Development of a hybrid bridge evaluation system, Tese de Doutoramento. Universidade Britânica da Colômbia, Canadá, 1993.
- [135] Caetano E. Identificação experimental de parâmetros dinâmicos em sistemas estruturais, Tese de Mestrado. FEUP, Porto, Portugal, 1992.
- [136] Caetano E, Cunha A, Magalhães F. Novas perspectivas na análise do comportamento dinâmico de estruturas. *Rev Da Assoc Port Análise Exp Tensões* 2010;18:23–34.
- [137] Bruel & Kjaer. Piezoelectric accelerometer type 4381, Manual do equipamento n.d.:1–2.
- [138] Bruel & Kjaer. NEXUS Conditioning Amplifiers for Very High Input, Types 2692-C and 2692-D, Manual do equipamento n.d.
- [139] Bruel & Kjaer. Dual channel real-time frequency analyzers, type 2144, Manual do equipamento n.d.
- [140] Bendat JS, Piersol AG. *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*. 4ª edição. Wiley; 2010.
- [141] Bendat J, Piersol A. *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*. 2ª edição. 1993.
- [142] Stoica P, Moses R. *Spectral Analysis of signals*. 2004.
- [143] Carvalho F. *Elementos de sistemas e de análise e processamento de sinais*. 2007.
- [144] Mendes P, Oliveira S. Análise dinâmica de estruturas, utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos, relatório técnico. Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal: 2008.
- [145] Shannon CE. Communication in the Presence of Noise. *Proc IEEE* 1998;3:447–57.
- [146] Shannon CE. Communication Theory of Secrecy Systems. *Bell Syst Tech J* 1949;28:656–715.
- [147] Azevedo J. Vibrações Aleatórias Dinâmica Estocástica, Sebenta de apontamentos, IST 1996:1–63.
- [148] Magalhães F. Identificação modal estocástica para validação experimental de modelos numéricos, tese de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Lisboa, 2012.
- [149] Lages W. Descrição de sinais aleatórios, Sebenta de apontamentos, Universidade Federal do Rio Grande do Sul 2004:1–18.
- [150] Abrantes SA. Função de autocorrelação e densidade espectral de potência, Sebenta de Apontamentos, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal n.d.:1–6.

- [151] Magalhães F, Cunha A, Caetano E. Ensaios dinâmicos de viadutos ferroviários: automatização de procedimentos de ensaio e processamento. *Rev Da Assoc Port Análise Exp Tensões* 2007;1–11.
- [152] Dossing O. *Structural testing, part1-Mechanical Mobility Measurements*, Bruel & Kjaer 1988.
- [153] Liu W, Ewins DJ. Transmissibility Properties of MDOF Systems. 16th Int. Modal Anal. Conf., 1998, p. 847–54.
- [154] Ribeiro AMR, Silva JMM, Maia NMM. On the Generalisation of the Transmissibility Concept. *Mech Syst Signal Process* 2000;14:29–35. doi:10.1006/mssp.1999.1268.
- [155] Devriendt C, Guillaume P. The use of transmissibility measurements in output-only modal analysis. *Mech Syst Signal Process* 2007;21:2689–96. doi:10.1016/j.ymsp.2007.02.008.
- [156] Devriendt C, Guillaume P. Identification of modal parameters from transmissibility measurements. *J Sound Vib* 2008;314:343–56. doi:10.1016/j.jsv.2007.12.022.
- [157] Meireles J. *Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente*, Tese de doutoramento. Universidade do Minho, Portugal, 2007.
- [158] Muller S, Massarani P. Transfer-Functions measurement with sweeps. *Audio Eng Soc J* 2001;49:443–71.
- [159] Brincker R, Zhang L, Andersen P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart Mater Struct* 2001;10:441–5.
- [160] Crawford R, S. WH. Determination of the natural periods of buildings. *Bull Seismol Soc Am* 1964;54:1743–56.
- [161] Ren W, Zong Z. Output-only modal parameter identification of civil engineering structures. *Struct Eng Mech* 2004;17:1–16.
- [162] Brownjohn JMW, Magalhaes F, Caetano E, Cunha A. Ambient vibration re-testing and operational modal analysis of the Humber Bridge. *Eng Struct* 2010;32:2003–18. doi:10.1016/j.engstruct.2010.02.034.
- [163] Ubertini F, Gentile C, Materazzi AL. Automated modal identification in operational conditions and its application to bridges. *Eng Struct* 2013;46:264–78. doi:10.1016/j.engstruct.2012.07.031.
- [164] Ren W-X, Peng X-L, Lin Y-Q. Experimental and analytical studies on dynamic characteristics of a large span cable-stayed bridge. *Eng Struct* 2005;27:535–48. doi:10.1016/j.engstruct.2004.11.013.
- [165] Felber A, Cantieni R. Advanced in ambient vibration testing: Ganter Bridge, Switzerland. *Struct Eng Int* 1996;6:90–187.
- [166] Costa BJ a., Magalhães F, Cunha Á, Figueiras J. Rehabilitation assessment of a centenary steel bridge based on modal analysis. *Eng Struct* 2013;56:260–72. doi:10.1016/j.engstruct.2013.05.010.
- [167] Zong Z-H, Jaishi B, Ge J-P, Ren W-X. Dynamic analysis of a half-through concrete-filled steel tubular arch bridge. *Eng Struct* 2005;27:3–15. doi:10.1016/j.engstruct.2004.08.007.
- [168] Steenackers G, Devriendt C, Guillaume P. On the use of transmissibility measurements for finite element model updating. *J Sound Vib* 2007;303:707–22. doi:10.1016/j.jsv.2007.01.030.

- [169] Devriendt C, Guillaume P, Reynders E, Roeck G De. Operational Modal Analysis of a Bridge Using Transmissibility Measurements. IMAC-XXV Conf. Expo. Struct. Dyn., Orlando, Flórida: 2007, p. 1–10.
- [170] Devriendt C, De Sitter G, Vanlanduit S, Guillaume P. Operational modal analysis in the presence of harmonic excitations by the use of transmissibility measurements. *Mech Syst Signal Process* 2009;23:621–35. doi:10.1016/j.ymssp.2008.07.009.
- [171] Devriendt C, Steenackers G, De Sitter G, Guillaume P. From operating deflection shapes towards mode shapes using transmissibility measurements. *Mech Syst Signal Process* 2010;24:665–77. doi:10.1016/j.ymssp.2009.10.018.
- [172] Steenackers G, Guillaume P. Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates. *J Sound Vib* 2006;296:919–34. doi:10.1016/j.jsv.2006.03.023.
- [173] Devriendt C, Presezniak F, Sitter G De, Vanbrabant K, Troyer T De, Vanlanduit S, et al. Structural health monitoring in changing operational conditions using transmissibility measurements. *Shock Vib* 2010;17:651–75. doi:10.3233/SAV-2010-0556.
- [174] Rao SS. *Mechanical vibration*. 3ª edição. 1995.
- [175] Benaroya H. *Mechanical vibration: Analysis, uncertainties and control*. 1998.
- [176] Dinarogonas AD, Haddad S. *Engineering vibration*. 1992.
- [177] Timoshenko S, Gere J. *Theory of elastic stability*. 2ª edição. 1961.
- [178] Silva CW. *Vibration: Fundamentals and practice*. 1999.
- [179] Leissa AW. *Vibration of plates*, Relatório Técnico. NASA Washington, EUA: 1969.
- [180] Leissa AW. The free vibration of rectangular plates. *J Sound Vib* 1973;31:257–93.
- [181] Koh YK, White RG. Analysis and control of vibrational power transmission to machinery supporting structures subjected to a multi-excitation system, part I: Driving point mobility matrix of beams and rectangular plates. *J Sound Vib* 1996;196:469–93.
- [182] Timoshenko S, Woinowsky-Krieger. *Theory of plates and shells*. 2ª edição. 1970.
- [183] Couto F. *Transmissão de ruído aéreo de baixa frequência em edifícios de habitação*, Tese de mestrado. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal, 2009.
- [184] Mariano J. *Campos sonoros gerados por circulação humana em escadas de edifícios de habitação*, tese de Mestrado. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal, 2007.
- [185] Marques M. *Modelação da transmissão de ruído de impacto de baixa frequência em pavimento de madeira*, Tese de mestrado. Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugal, 2009.
- [186] Arndt M. *O método dos elementos finitos generalizados aplicado à análise de vibrações livres de estruturas reticuladas*, Tese de doutoramento. Universidade Federal do Paraná, Brasil, 2009.
- [187] Cottrell JA, Hughes TJR, Reali A. Studies of refinement and continuity in isogeometric structural analysis. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2007;196:4160–83. doi:10.1016/j.cma.2007.04.007.

- [188] Ribeiro P. Hierarchical finite element analyses of geometrically non-linear vibration of beams and plane frames. *J Sound Vib* 2001;246:225–44. doi:10.1006/jsvi.2001.3634.
- [189] Fonseca JR, Ribeiro P. Beam p -version finite element for geometrically non-linear vibrations in space. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2006;195:905–24. doi:10.1016/j.cma.2005.02.008.
- [190] Campion S, Jarvis J. An investigation of the implementation of the p-version finite element method. *Finite Elem Anal Des* 1996;23:1–21.
- [191] Hughes TJR, Reali A, Sangalli G. Duality and Unified Analysis of Discrete Approximations in Structural Dynamics and Wave Propagation : Comparison of p -method Finite Elements with k -method NURBS. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2007;197:4104–24.
- [192] Computers & structures inc. CSI Analysis reference manual for SAP2000. California, EUA: 2011.
- [193] Cottrell JA, Hughes TJR, Reali A, Sangalli G. Isogeometric discretizations in structural dynamics and wave propagation. *ECCOMAS, Thematic Conf. Methods Struct. Dyn. Earthq. Eng., Crete, Grécia: 2007*, p. 1–14.
- [194] Cottrell JA, Reali A, Bazilevs Y, Hughes TJR. Isogeometric analysis of structural vibrations. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2006;195:5257–96. doi:10.1016/j.cma.2005.09.027.
- [195] Ewins DJ. Model validation : Correlation for updating. *Sadhana* 2000;25:221–34.
- [196] Mottershead JE, Friswell MI. Model updating in structural dynamics: a survey. *J Sound Vib* 1993;167:347–75.
- [197] Nefske DJ, Sung SH. Correlation of a coarse-mesh finite element model using structural system identification and a frequency response assurance criterion. *14th Int. Modal Anal. Conf., Michigan, EUA: 1996*, p. 597–602.
- [198] Allemang RJ, Brown DL. Correlation coefficient for modal vector analysis. *1st Int. Modal Anal. Conf. Exhib., Orlando, Flórida: 1982*, p. 110–6.
- [199] Magalhães F, Cunha Á, Caetano E. Dynamic monitoring of a long span arch bridge. *Eng Struct* 2008;30:3034–44. doi:10.1016/j.engstruct.2008.04.020.
- [200] Altunişik AC, Bayraktar A, Sevim B, Özdemir H. Experimental and analytical system identification of Eynel arch type steel highway bridge. *J Constr Steel Res* 2011;67:1912–21. doi:10.1016/j.jcsr.2011.06.008.
- [201] Chen WH, Lu ZR, Lin W, Chen SH, Ni YQ, Xia Y, et al. Theoretical and experimental modal analysis of the Guangzhou New TV Tower. *Eng Struct* 2011;33:3628–46. doi:10.1016/j.engstruct.2011.07.028.
- [202] Wu JR, Li QS. Finite element model updating for a high-rise structure based on ambient vibration measurements. *Eng Struct* 2004;26:979–90. doi:10.1016/j.engstruct.2004.03.002.
- [203] Ewins DJ, Lieven N. Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC). *4th Int. Modal Anal. Conf., Califórnia: 1988*, p. 690–5.
- [204] Wu Y-X. Sensivity-based finite element model updating methods with application to electronic equipments, Tese de doutoramento. Faculdade Politécnica de Mons, Bélgica, 1999.

- [205] Pirner M, Frýba L. Load tests and modal analysis of bridges. *Eng Struct* 2001;23:102–9.
- [206] Allemang RJ. The modal assurance criterion –Twenty years os use and abuse. *Sound Vib* 2003;14–21.
- [207] Pascual R, Golinval JC, Razeto M, Solvay RE. A frequency domain correlation technique for model correlation and updating. 15th Int. Modal Anal. Conf., Orlando, Flórida: 1997, p. 587–92.
- [208] Fotsch D, Ewins DJ. Application of MAC in the frequency domain. 18th Int. Modal Anal. Conf., EUA: 2000, p. 1225–31.
- [209] NP EN 1992-1-1:2010, Eurocódigo 2, Projeto de estruturas de betão, parte1-1:regras gerais e regras para edifícios. 2010.
- [210] Regulamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado. Portugal: 1983.

APÊNDICE A.I - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO AO LONGO DA ESTRUTURA DO EDIFÍCIO DA ESCOLA

I.1. Ajuste do modelo de elementos finitos ao modelo experimental

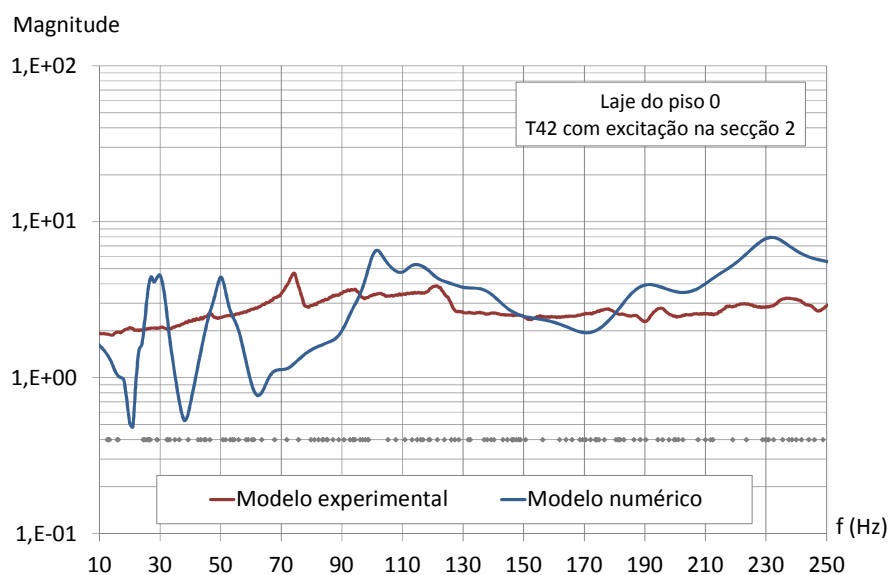


Figura A.I.1 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 2 da laje A do piso 0 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

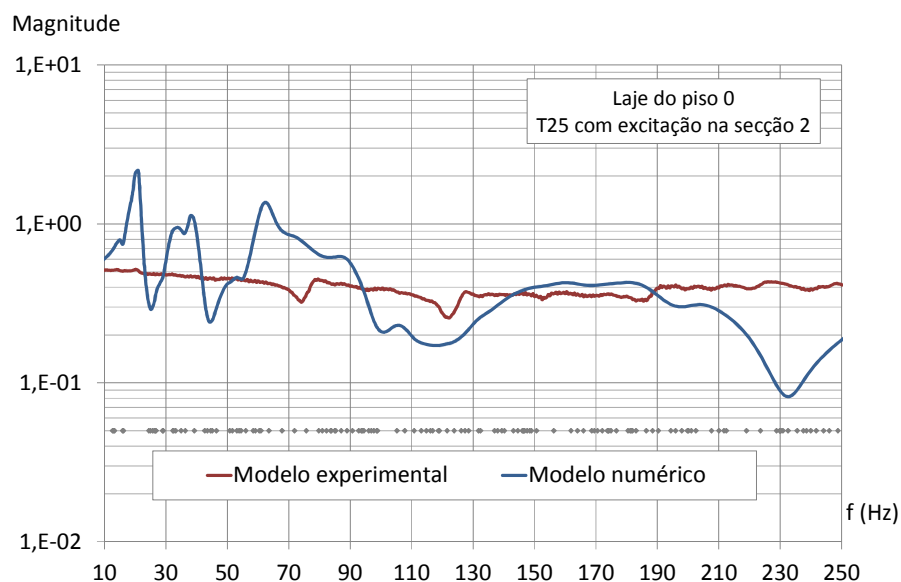


Figura A.I.2 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

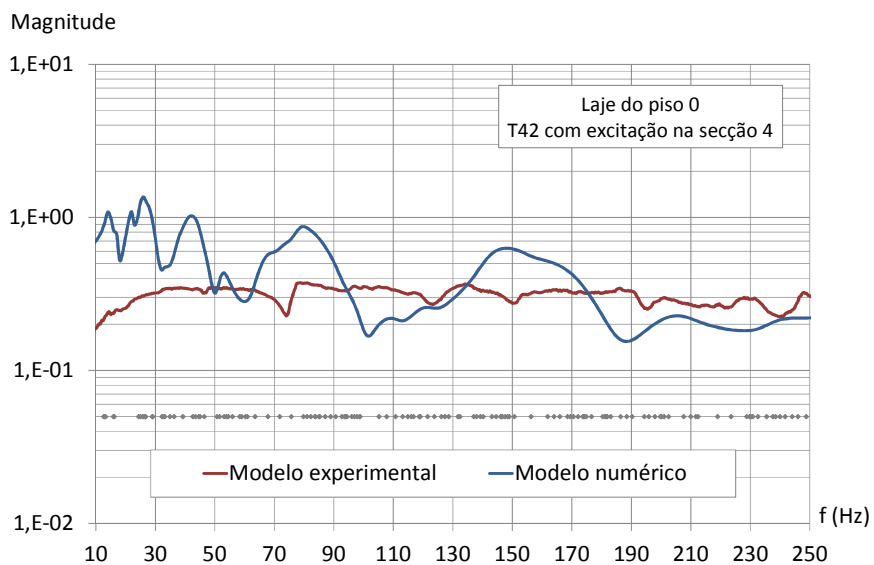


Figura A.I.3 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 2 da laje A do piso 0 com excitação na secção 4 (edifício da escola)

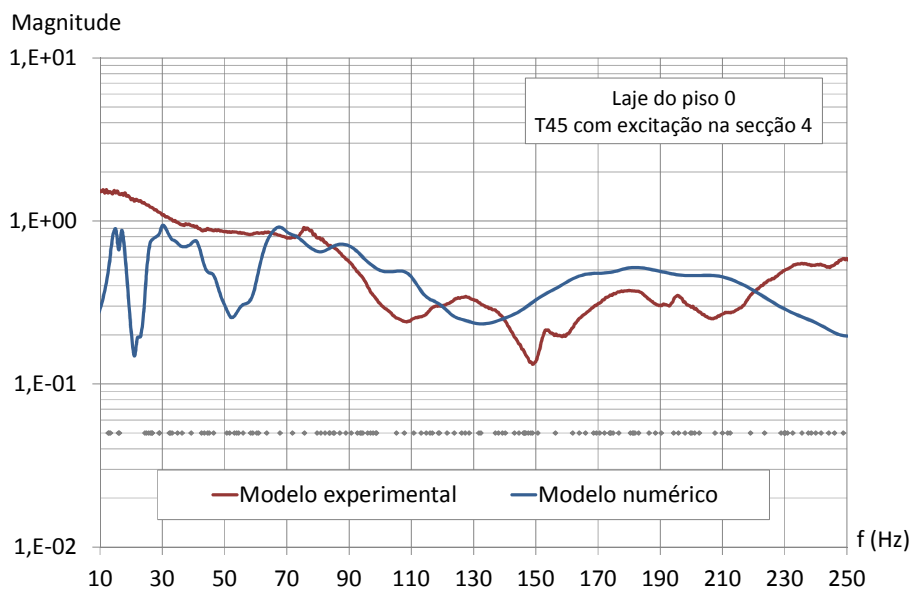


Figura A.I.4 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 4 (edifício da escola)

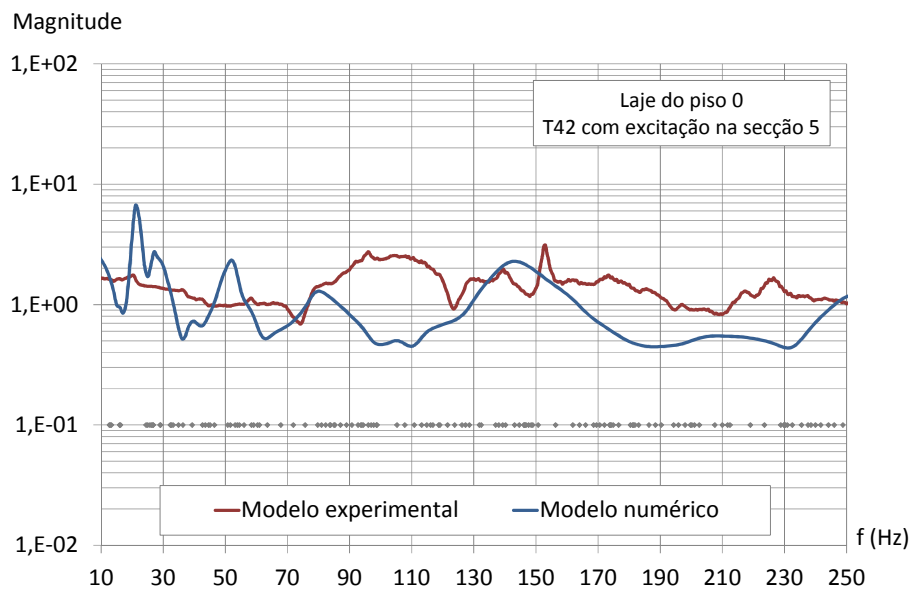


Figura A.I.5 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 2 da laje A do piso 0 com excitação na secção 5 (edifício da escola)

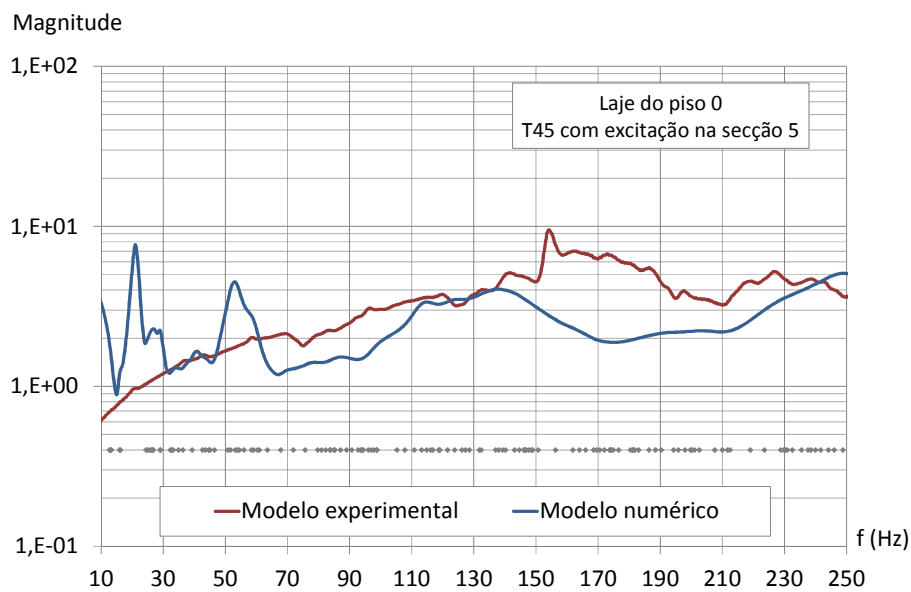


Figura A.I.6 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 4 e 5 da laje A do piso 0 com excitação na secção 5 (edifício da escola)

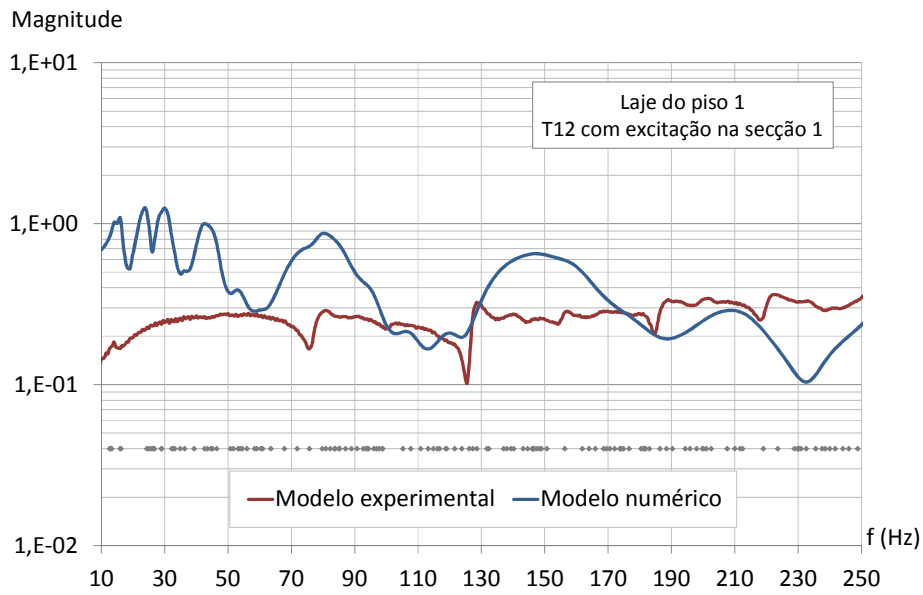


Figura A.I.7 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 2 da laje A do piso 1 com excitação na secção 1 (edifício da escola)

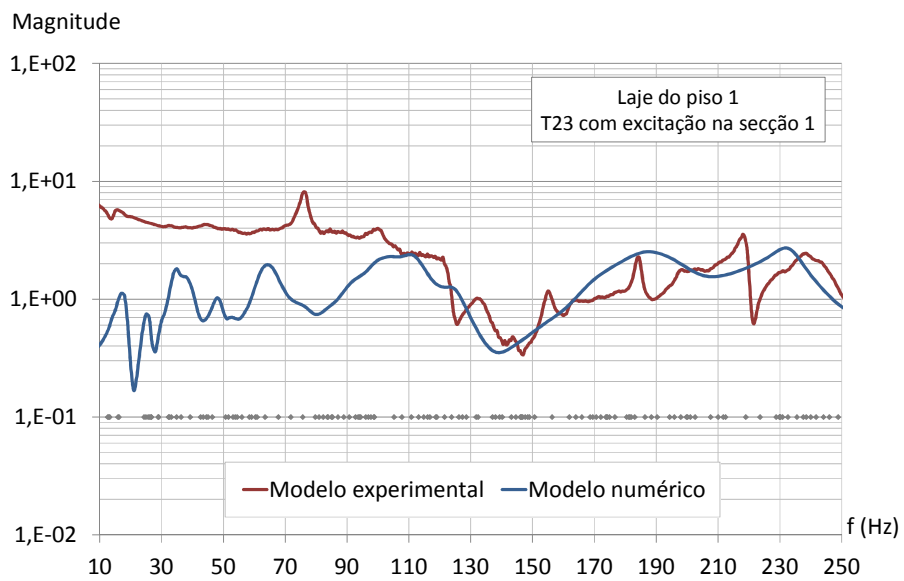


Figura A.I.8 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 1 (edifício da escola)

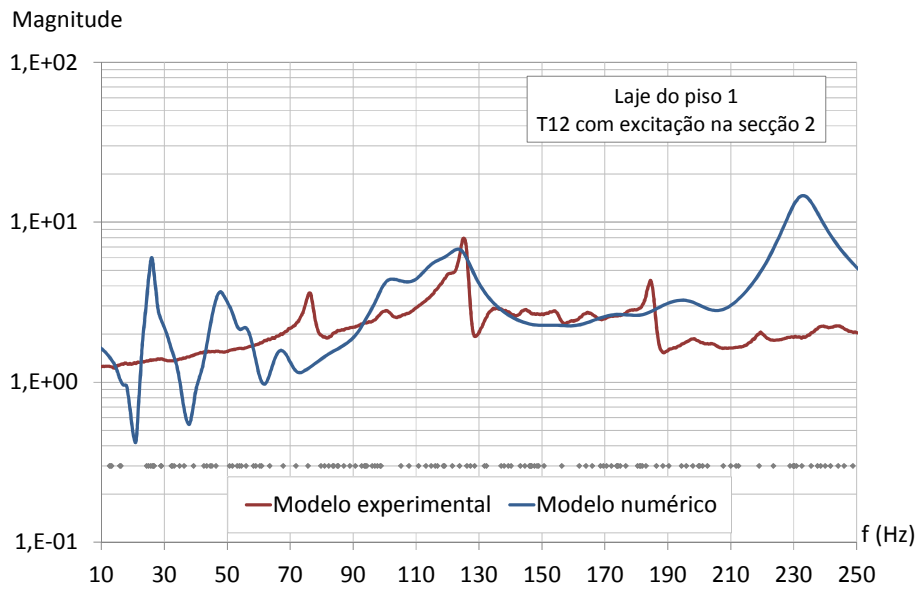


Figura A.I.9 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 2 da laje A do piso 1 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

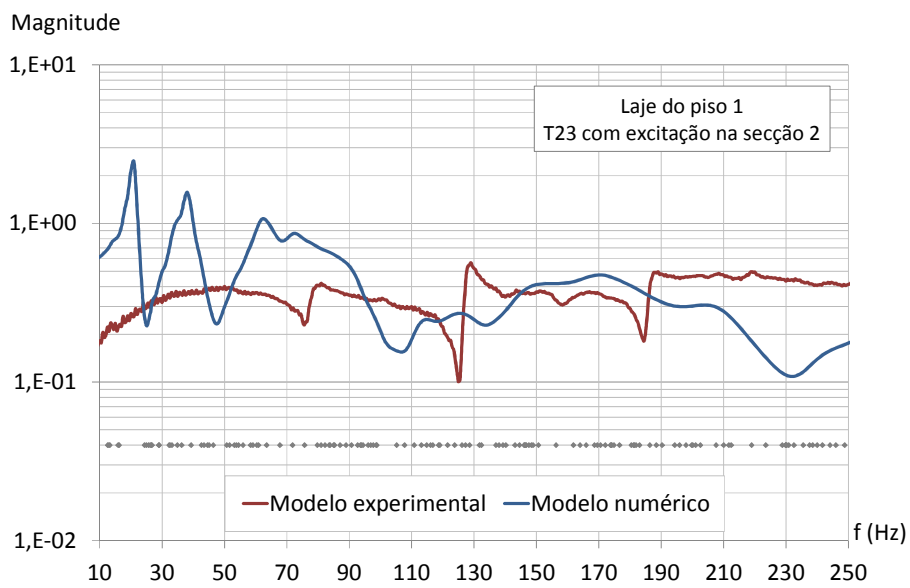


Figura A.I.10 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 2 (edifício da escola)

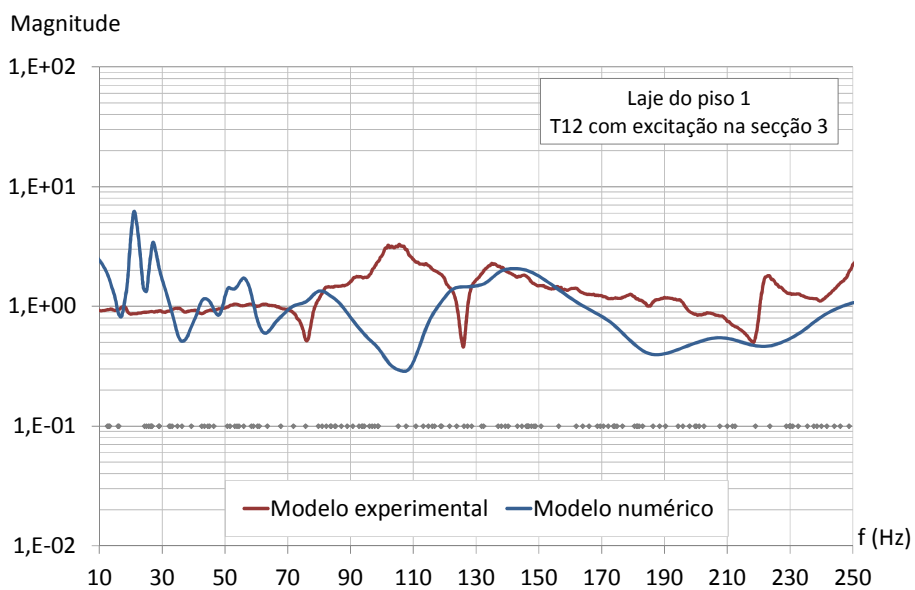


Figura A.I.11 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 1 e 2 da laje A do piso 1 com excitação na secção 3 (edifício da escola)

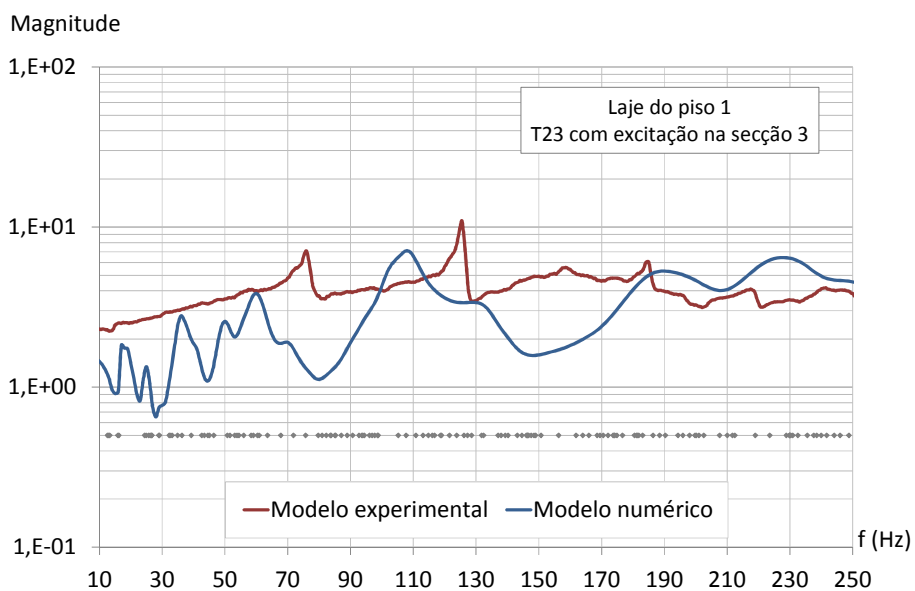


Figura A.I.12 – Funções de transferência da aceleração entre as secções 2 e 3 da laje A do piso 1 com excitação na secção 3 (edifício da escola)

APÊNDICE A.II - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM ELEMENTOS ESTRUTURAIS

II.1. Elementos lineares - Pilares

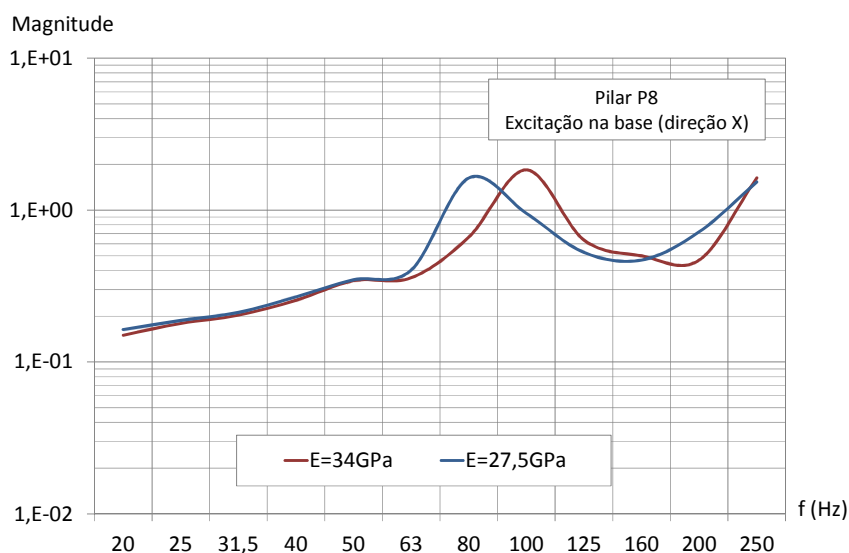


Figura A.II.1 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração horizontal entre extremidades do pilar P8.

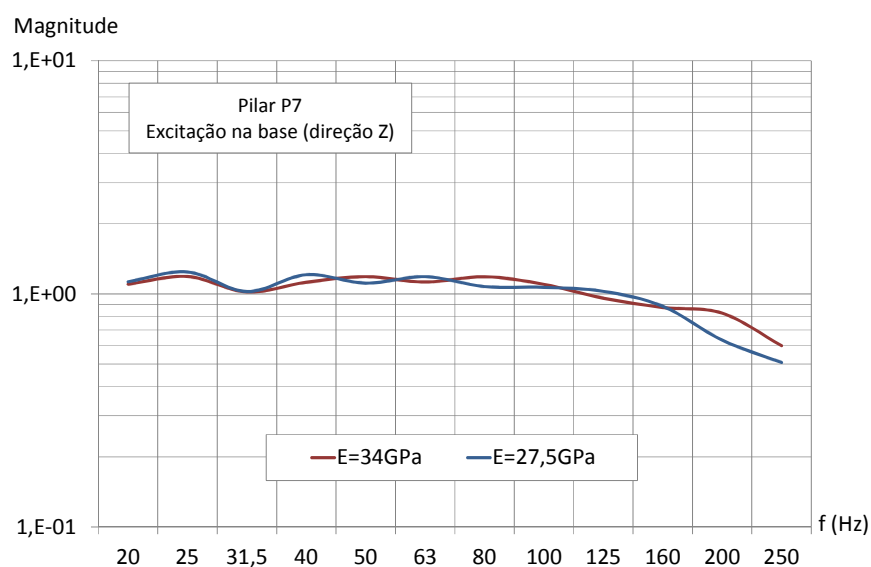


Figura A.II.2 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração longitudinal entre extremidades do pilar P7

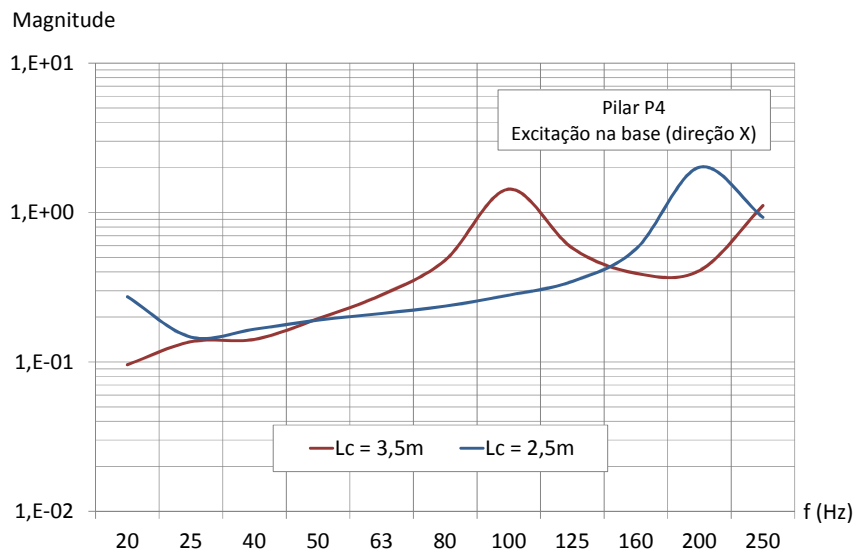


Figura A.II.3 – Influência do comprimento do pilar P4 na transmissão da vibração horizontal entre as suas extremidades

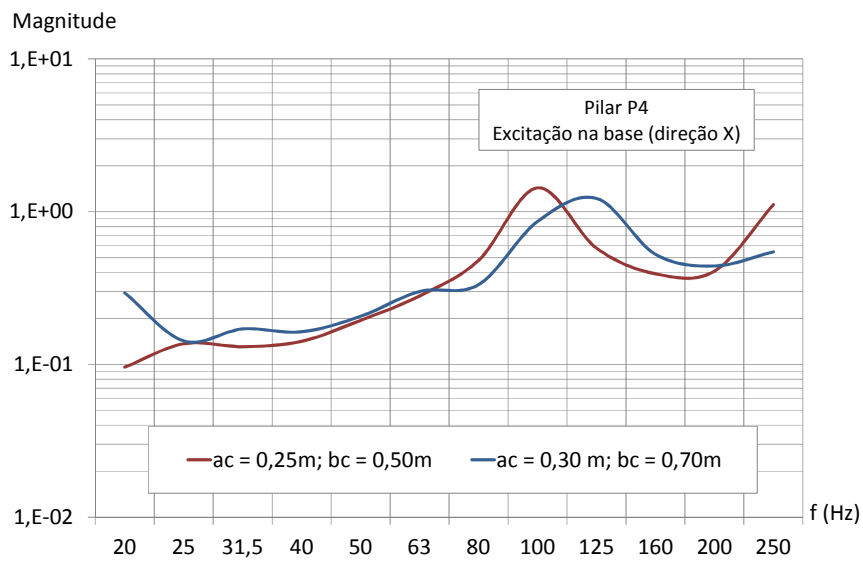


Figura A.II.4 – Influência da secção transversal do pilar P4 na transmissão da vibração horizontal entre as suas extremidades

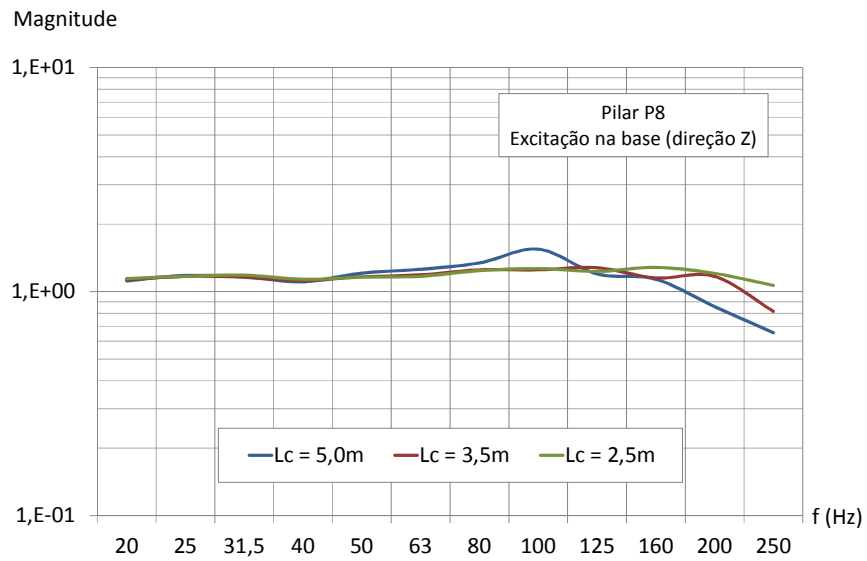


Figura A.II.5 – Influência do comprimento do pilar P8 na transmissão da vibração longitudinal entre as suas extremidades

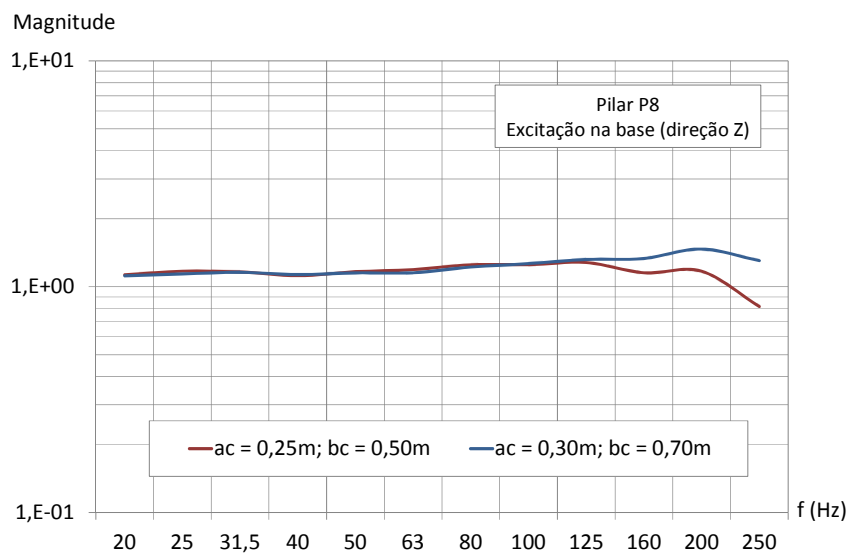


Figura A.II.6 – Influência da secção transversal do pilar P8 na transmissão da vibração longitudinal entre as suas extremidades

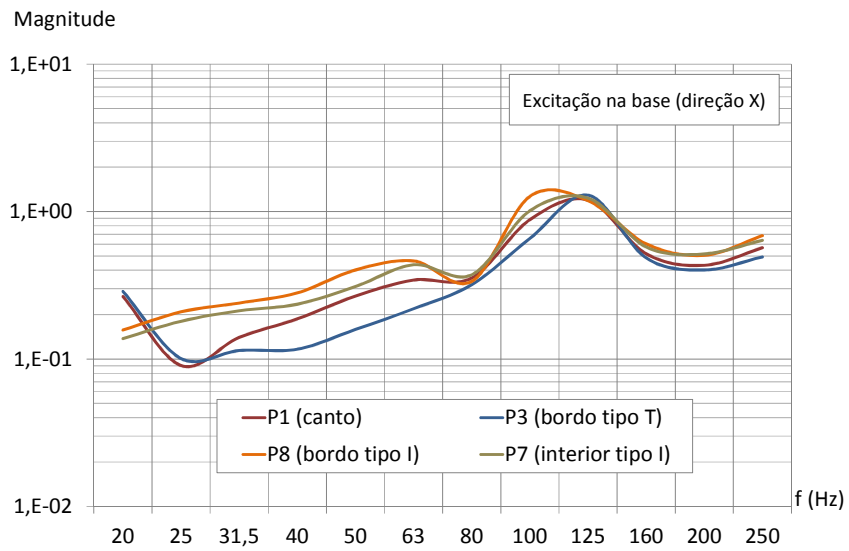


Figura A.II.7 – Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares na transmissão da vibração horizontal, na direção X, ao longo dos mesmos (modelo parcial 2)

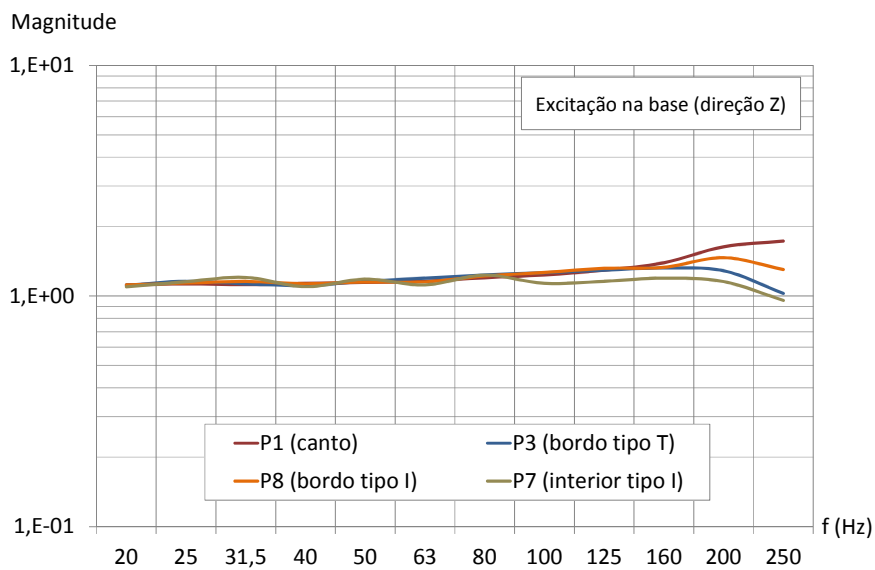


Figura A.II.8 – Influência do tipo de nó de extremidade dos pilares na transmissão da vibração longitudinal ao longo dos mesmos (modelo parcial 2)

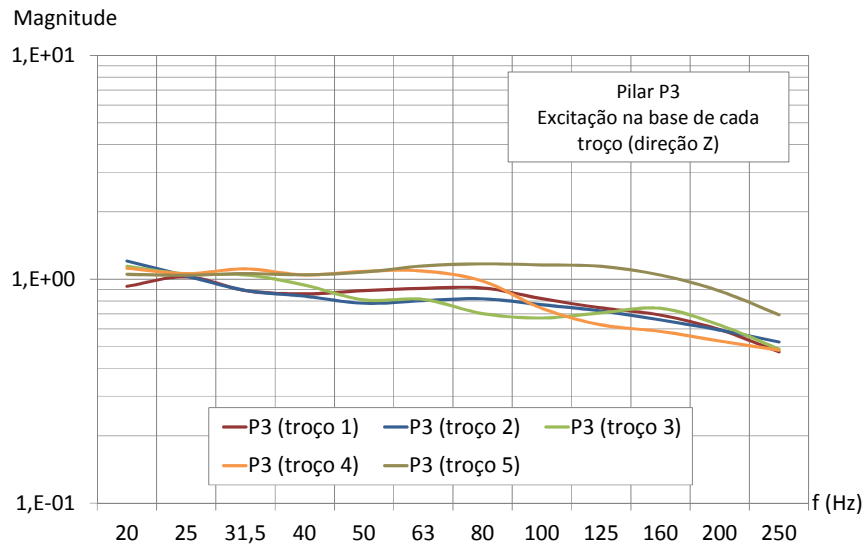


Figura A.II.9 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades de cada troço do pilar P3 ao longo da altura do edifício (troço “i” – elemento entre o piso “i-1” e o piso “i”)

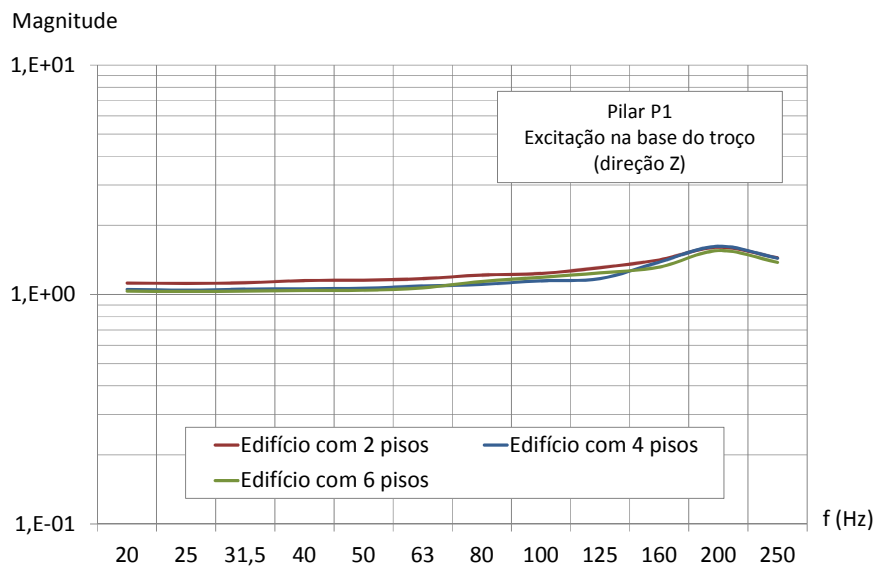


Figura A.II.10 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades do último troço do pilar P1, em estruturas com dois, quatro e seis pisos

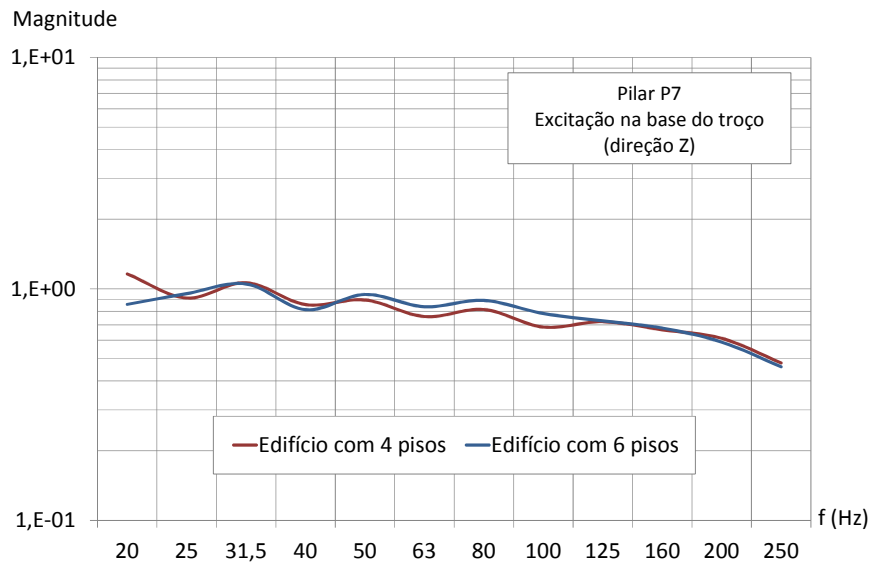


Figura A.II.11 – Funções de transferência da aceleração longitudinal entre as extremidades do troço entre o piso 0 e o piso 1 do pilar P7, em estruturas com quatro e seis pisos

II.2. Elementos de laje

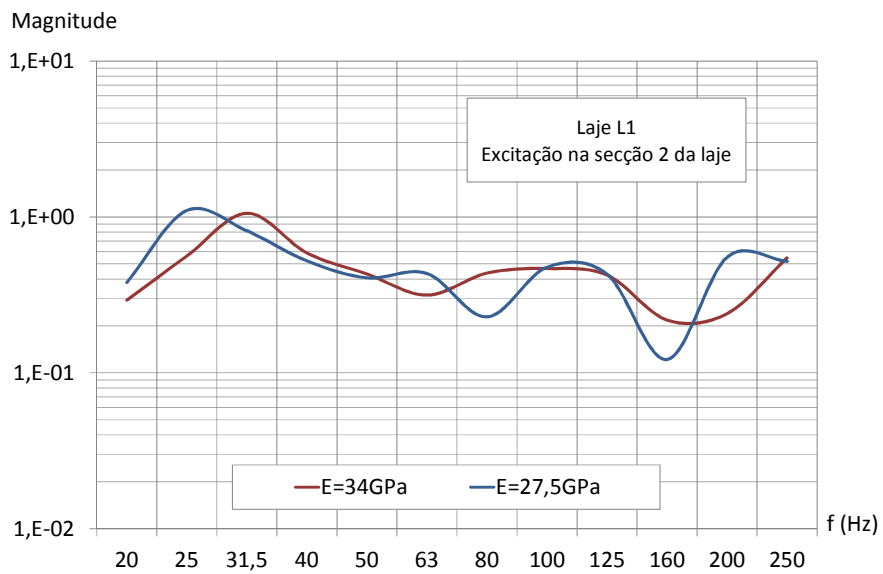


Figura A.II.12 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração entre as secções 2 e 6 da laje L1

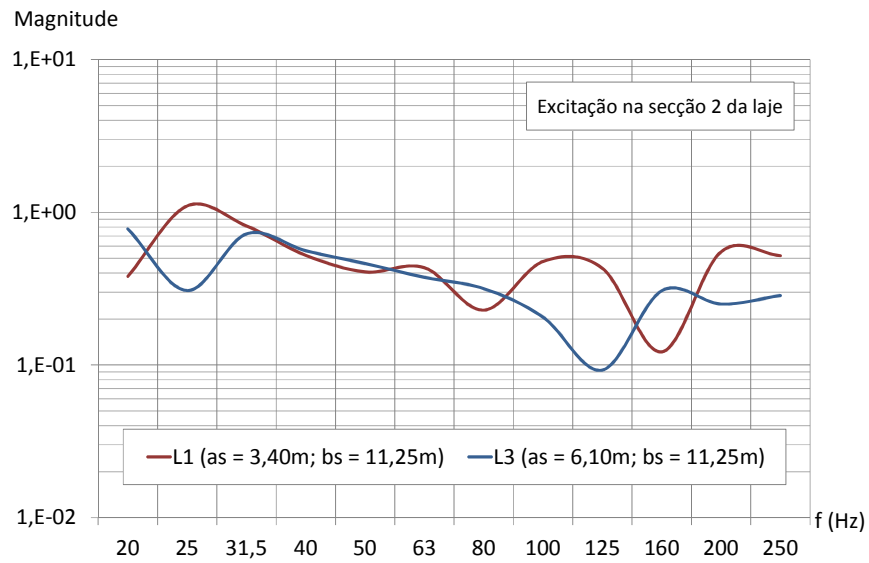


Figura A.II.13 – Influência das dimensões em planta das lajes na transmissão da vibração ao longo das mesmas (modelo parcial 4)

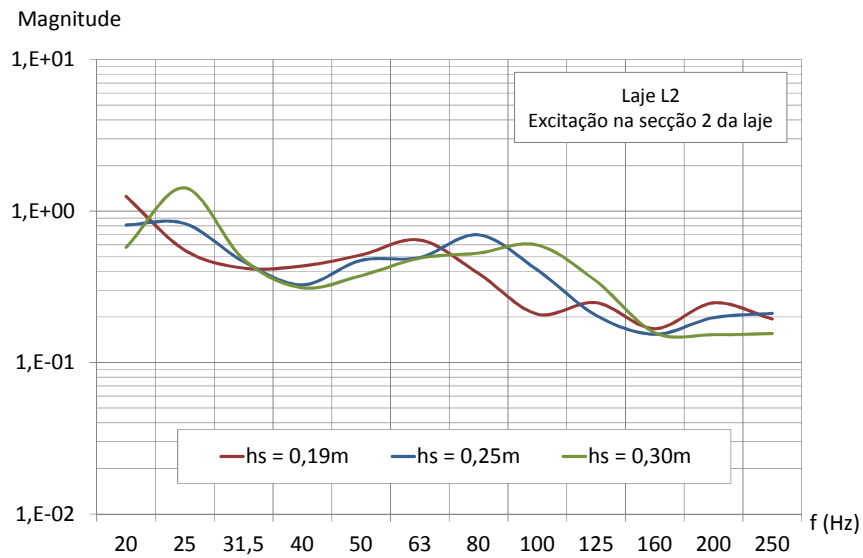


Figura A.II.14 – Influência da espessura da laje L2, na transmissão da vibração entre as secções 2 e 6 da mesma

APÊNDICE A.III - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO EM PAVIMENTOS VIGADOS

III.1. Vibração gerada por fontes interiores

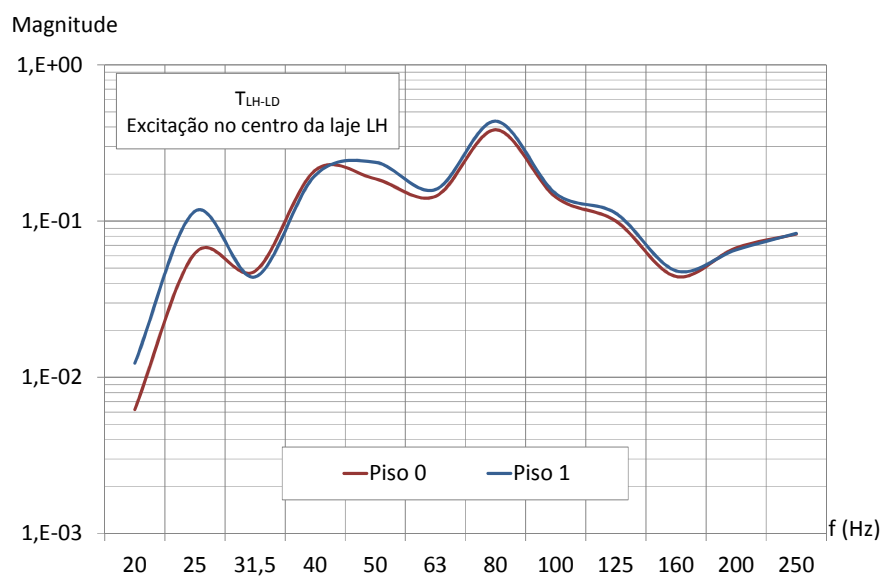


Figura A.III.1 – Transmissão da vibração entre as lajes LH e LD, devido a uma excitação na laje LH do piso 0 e do piso 1

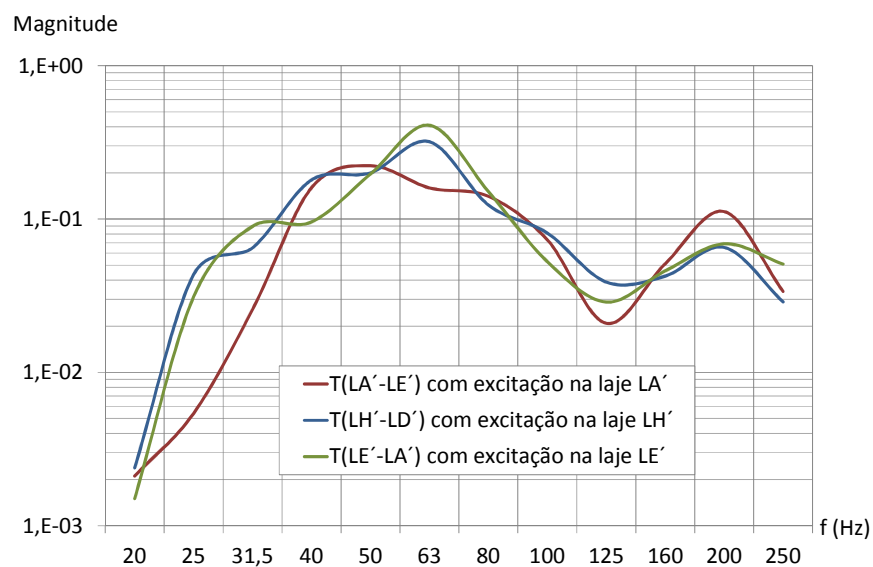


Figura A.III.2 – Propagação da vibração ao longo do piso 0, entre a secção de aplicação da excitação e uma secção afastada desta de 20,35m

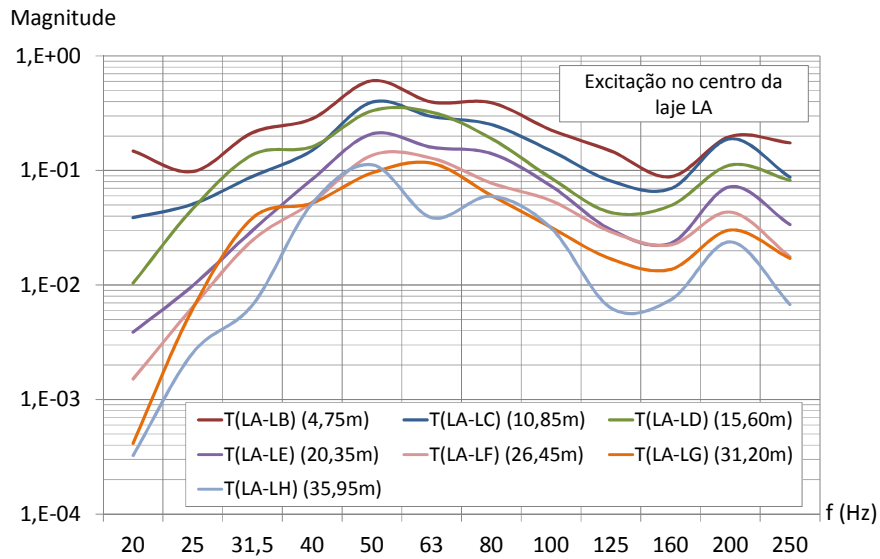


Figura A.III.3 – Funções de transferência da aceleração ao longo do pavimento do piso 0, gerada por uma força de excitação aplicada na laje LA

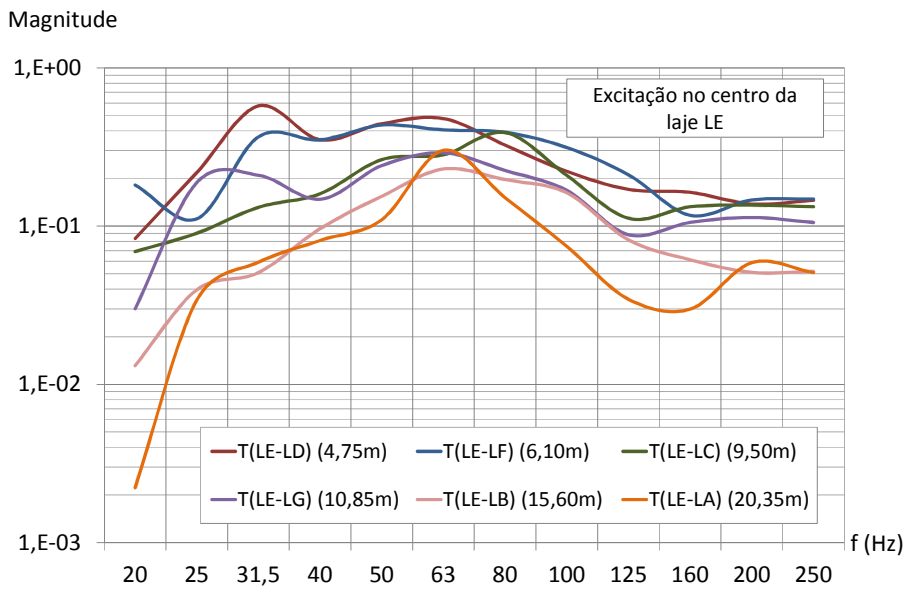


Figura A.III.4 – Funções de transferência da aceleração ao longo do pavimento do piso 0, gerada por uma força de excitação aplicada na laje LE

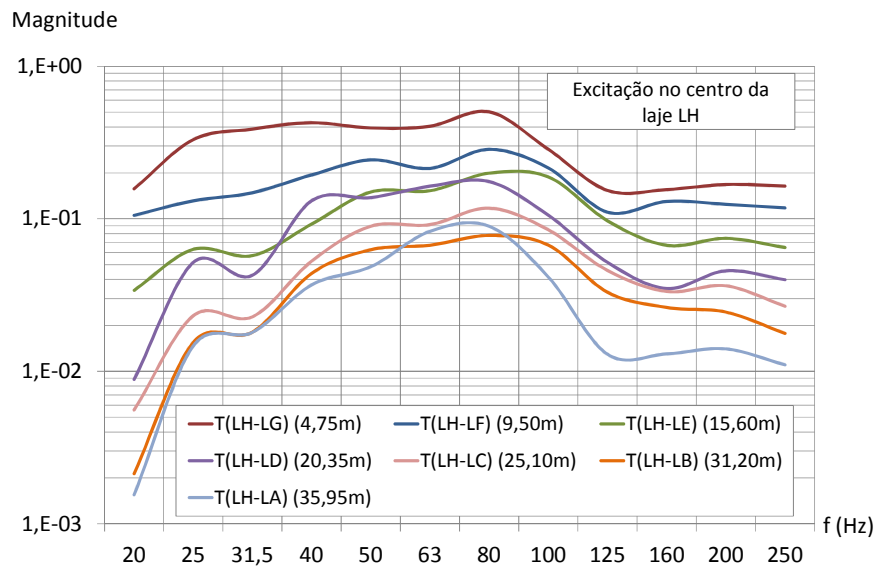


Figura A.III.5 – Funções de transferência da aceleração ao longo do pavimento do piso 0, gerada por uma força de excitação aplicada na laje LH

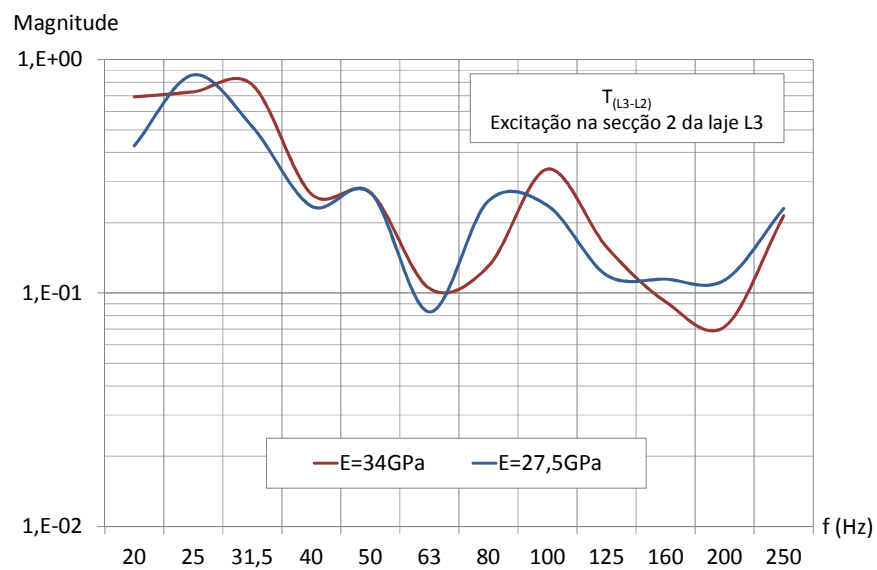


Figura A.III.6 – Influência do módulo de elasticidade na transmissão da vibração entre as lajes L3 e L2, devido a uma excitação na laje L3

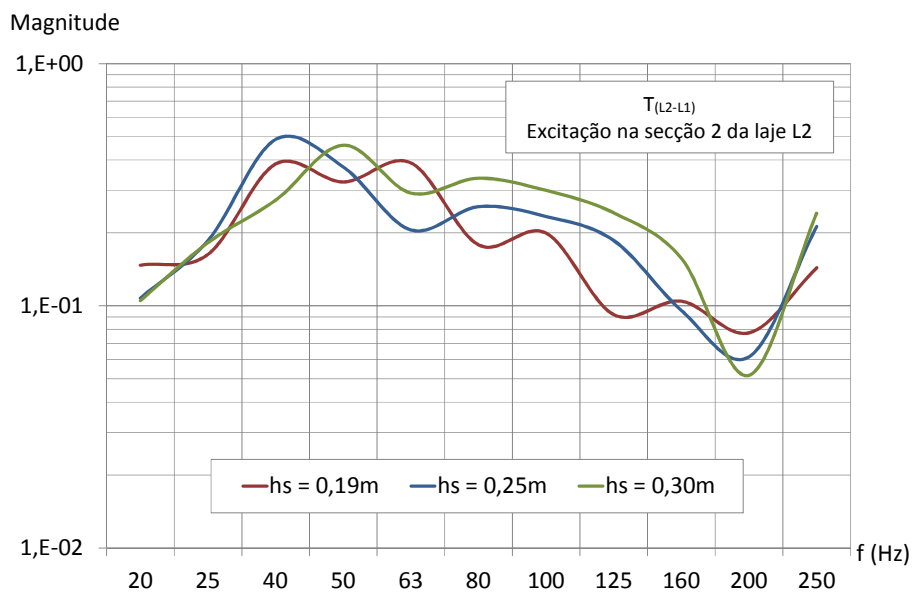


Figura A.III.7 – Influência da espessura das lajes na transmissão da vibração entre as lajes L2 e L1, devido a uma excitação na laje L2

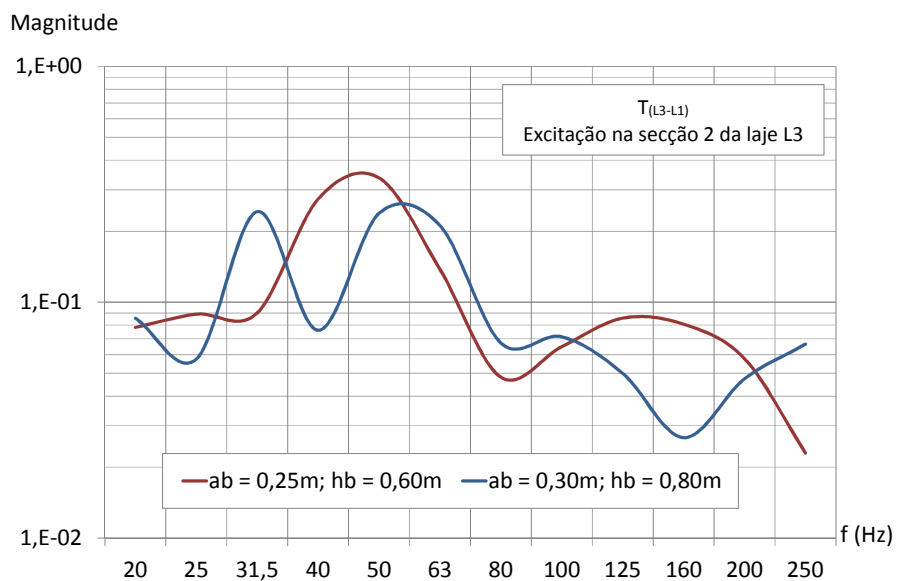


Figura A.III.8 – Influência das dimensões das vigas na transmissão da vibração entre as lajes L3 e L1, devido a uma excitação na laje L3

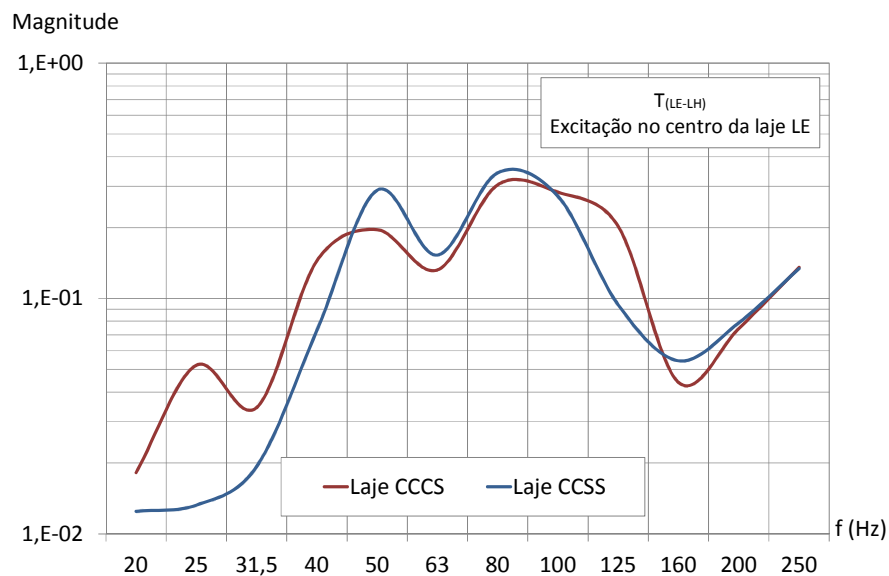


Figura A.III.9 – Influência das condições de apoio das lajes na transmissão da vibração entre as lajes LE e LH, devido a uma excitação na laje LE

III.2. Vibração gerada por fontes exteriores

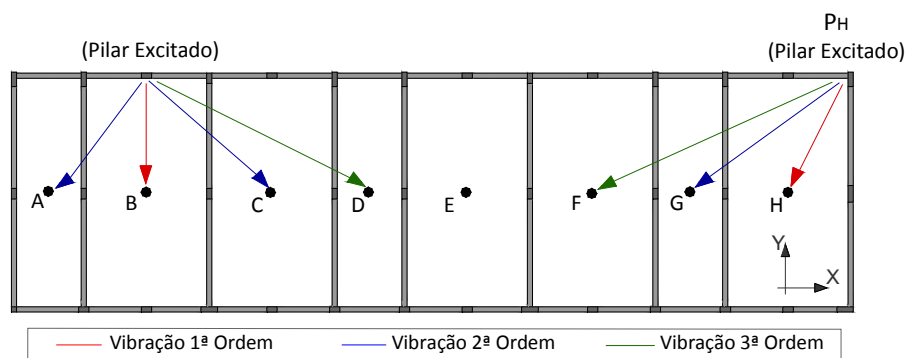


Figura A.III.10 – Vibração de 1ª ordem, de 2ª ordem e de 3ª ordem no pavimento do modelo completo 10, devido a forças de excitação nos pilares

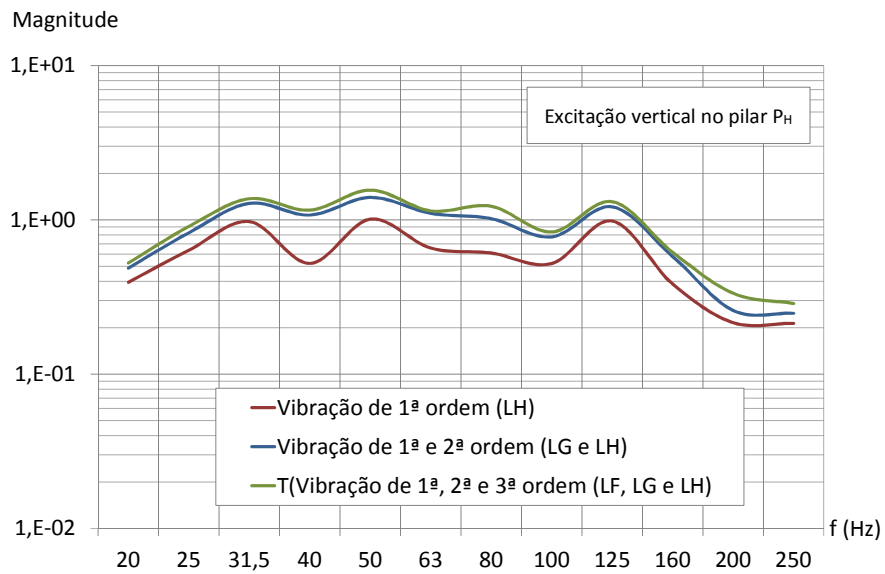


Figura A.III.11 – Funções de transferência da aceleração vertical entre o pilar excitado (P_H) e os painéis adjacentes (LF, LG e LH) do modelo completo 10

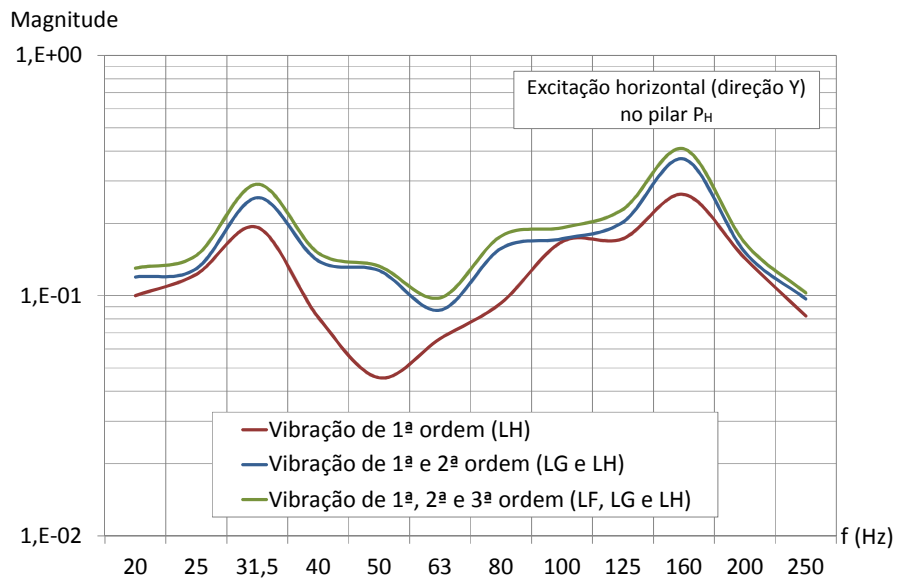


Figura A.III.12 – Funções de transferência entre a aceleração horizontal no pilar excitado (P_H) e a vibração vertical nos painéis adjacentes (LF, LG e LH) do modelo completo 10

APÊNDICE A.IV - TRANSMISSÃO DE VIBRAÇÃO AO LONGO DA ALTURA DOS EDIFÍCIOS

IV.1. Vibração gerada por fontes exteriores

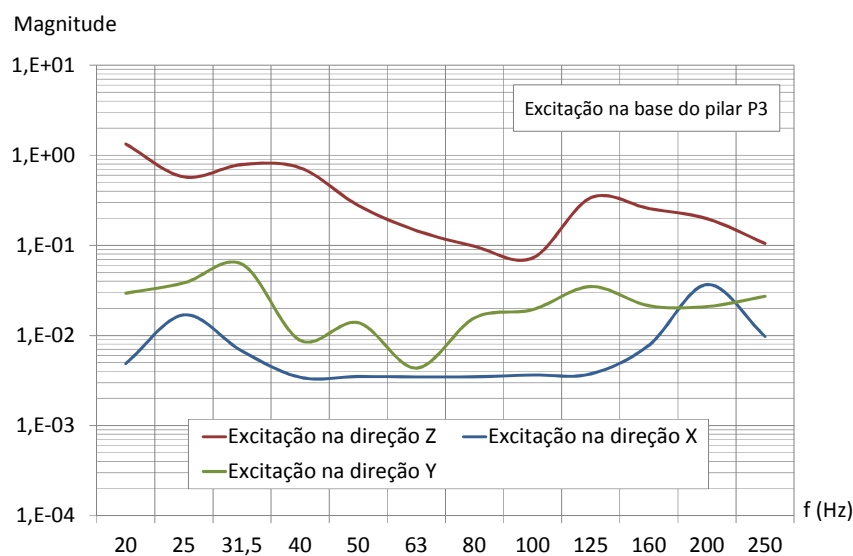


Figura A.IV.1 – Funções de transferência entre a aceleração na base do pilar P3 (na direção da excitação) e a aceleração vertical na laje L2 do piso 1 do modelo 1 (quatro pisos)

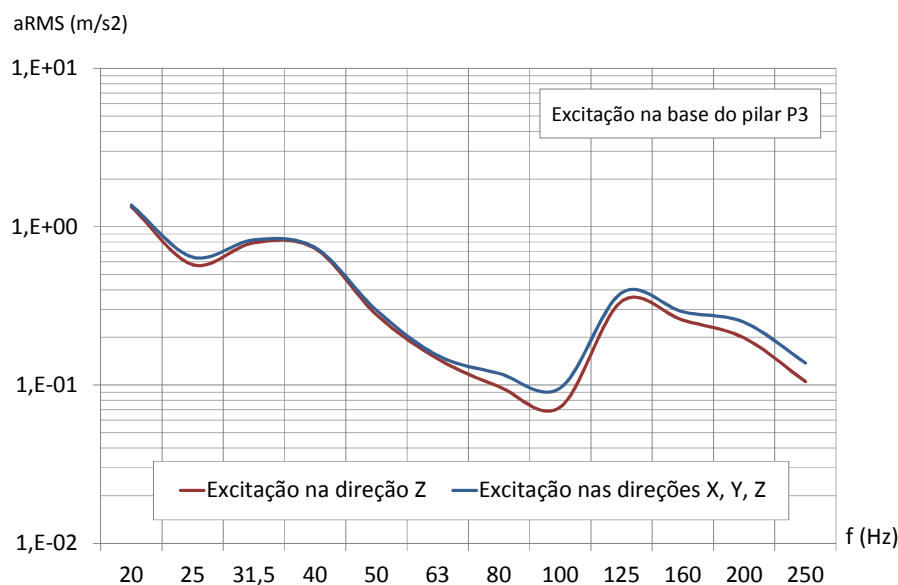


Figura A.IV.2 – Valores eficazes da aceleração na laje L2 do piso 1 (modelo 1 de quatro pisos), devido a uma excitação na base do pilar P3

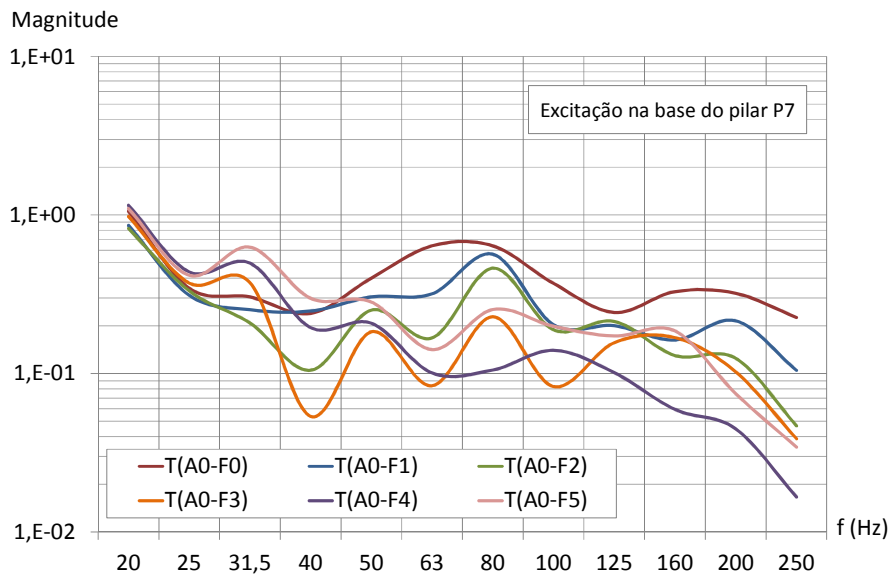


Figura A.IV.3 – Funções de transferência entre a aceleração vertical na base do pilar excitado P7 e a aceleração vertical na laje L3 dos pisos do modelo 1 (seis pisos)

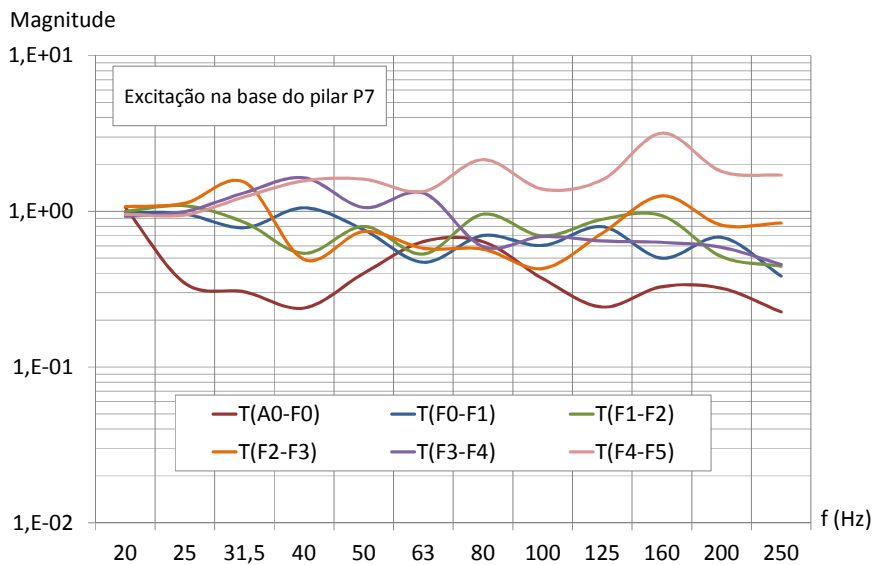


Figura A.IV.4 – Funções de transferência da aceleração vertical entre o pilar excitado P7 e a laje L3 do piso 0 e entre as lajes L3 do piso “i” e do piso “i+1”, do modelo 1 (seis pisos)

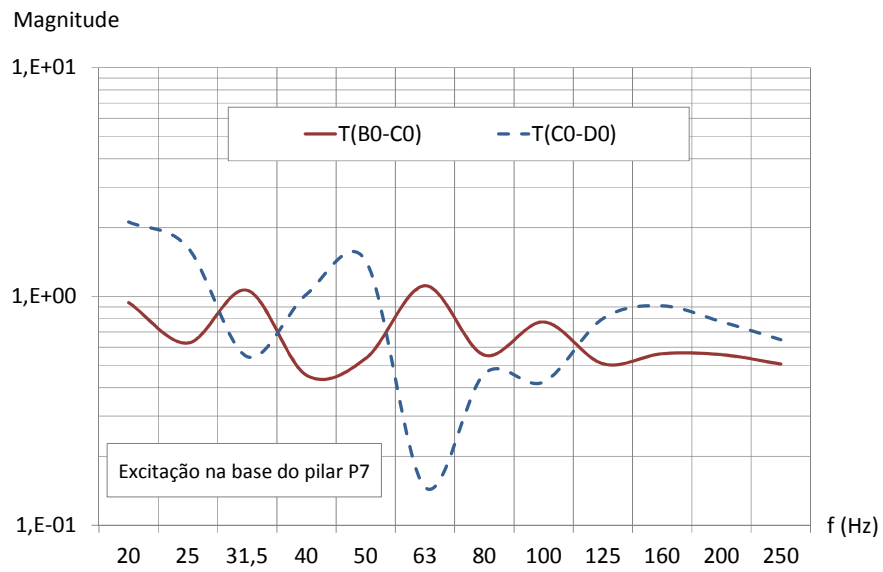


Figura A.IV.5 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P7 e a laje L2 do piso 0, do modelo 9 (quatro pisos)

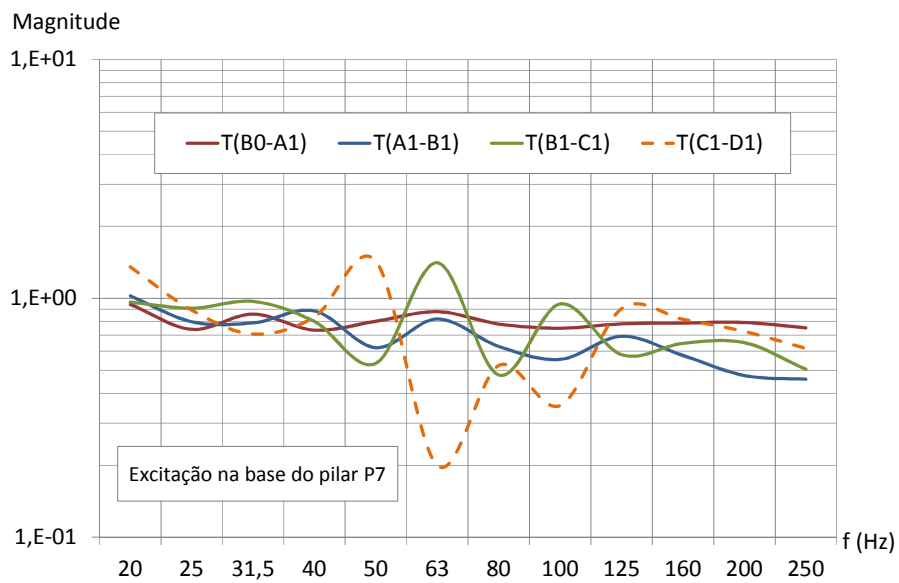


Figura A.IV.6 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P7 e a laje L2 do piso 1, do modelo 9 (quatro pisos)

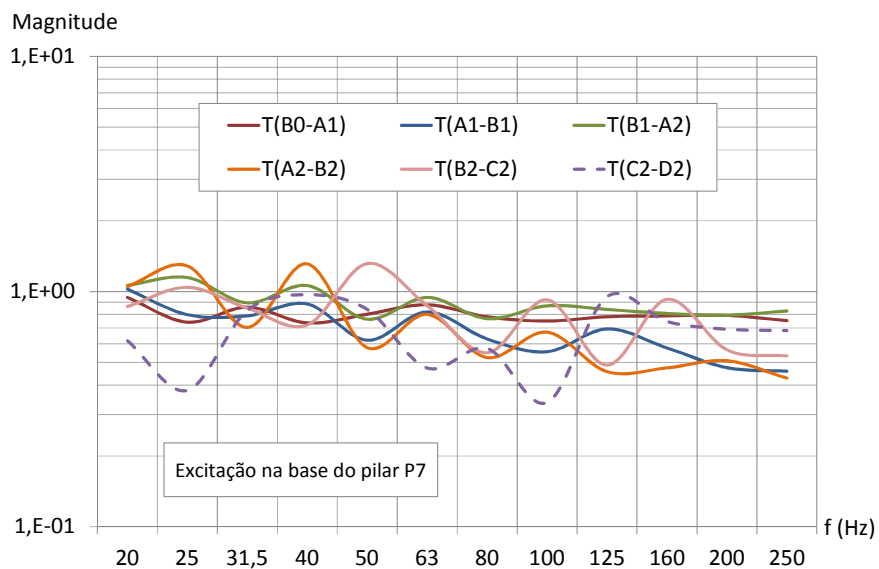


Figura A.IV.7 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P7 e a laje L2 do piso 2, do modelo 9 (quatro pisos)

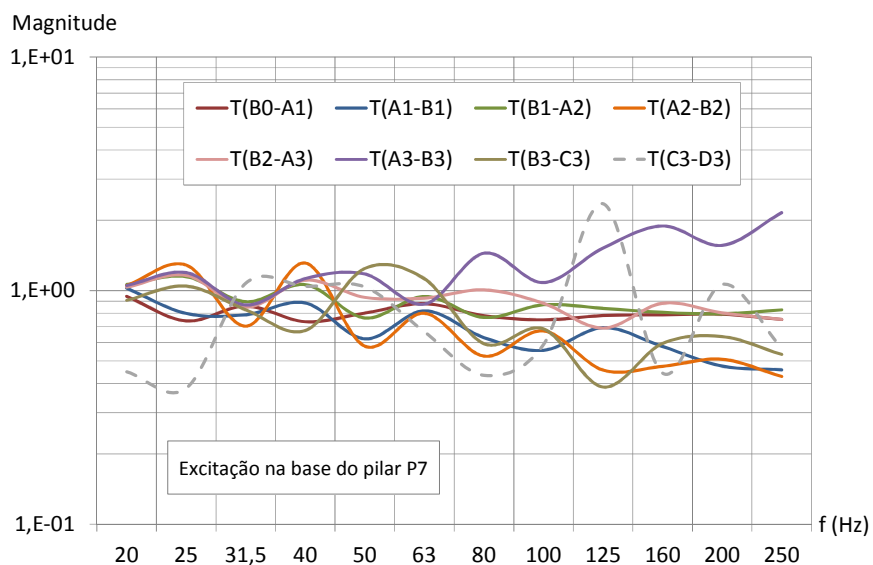


Figura A.IV.8 – Funções de transferência parciais da aceleração vertical entre o pilar excitado P7 e a laje L2 do último piso, do modelo 9 (quatro pisos)

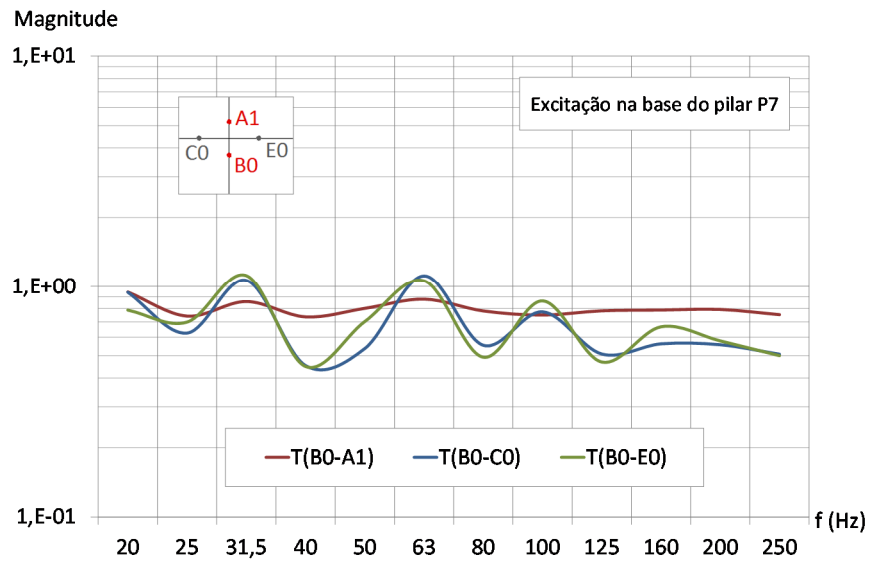


Figura A.IV.9 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó que liga o pilar excitado P7 à laje do piso 0 do modelo 9 (quatro pisos)

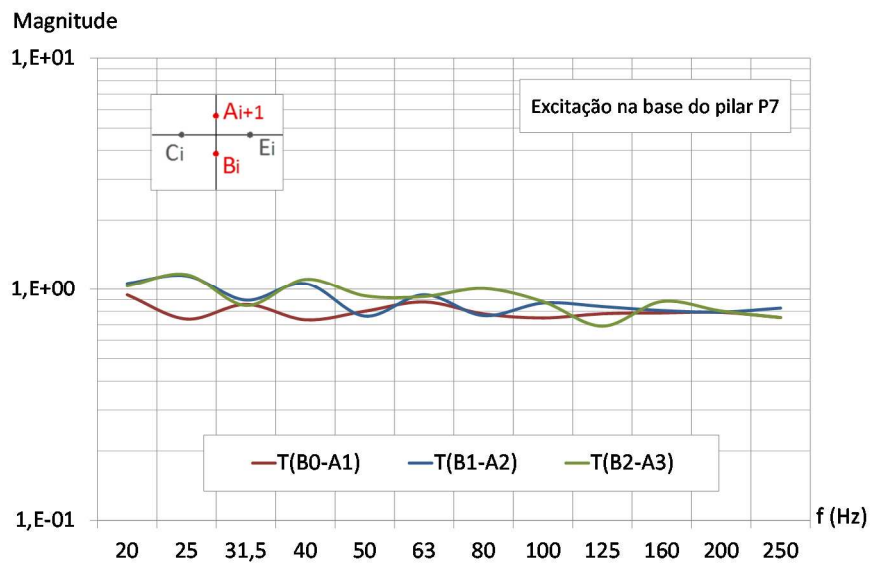


Figura A.IV.10 – Funções de transferência da aceleração vertical nos nós, entre os troços do pilar excitado P7 do modelo 9 (quatro pisos)

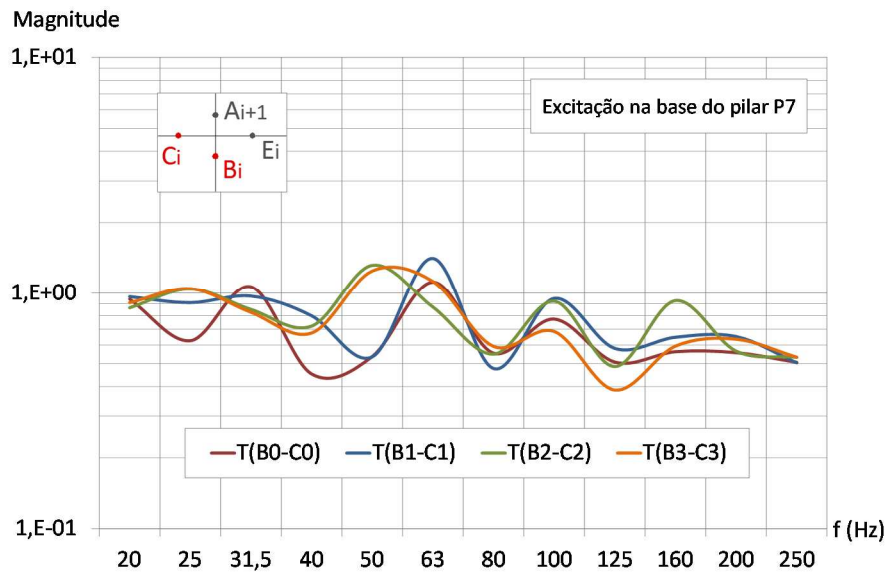


Figura A.IV.11 – Funções de transferência da aceleração vertical nos nós, entre o pilar excitado P7 e as lajes L2 dos pisos do modelo 9 (quatro pisos)

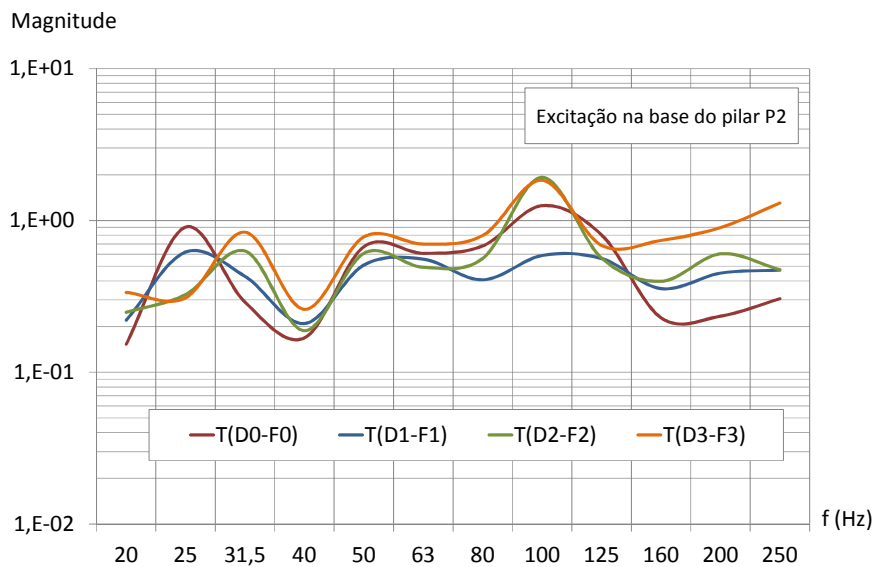


Figura A.IV.12 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 e L3 de cada piso do modelo 1 (quatro pisos), devido a uma excitação na base do pilar P2

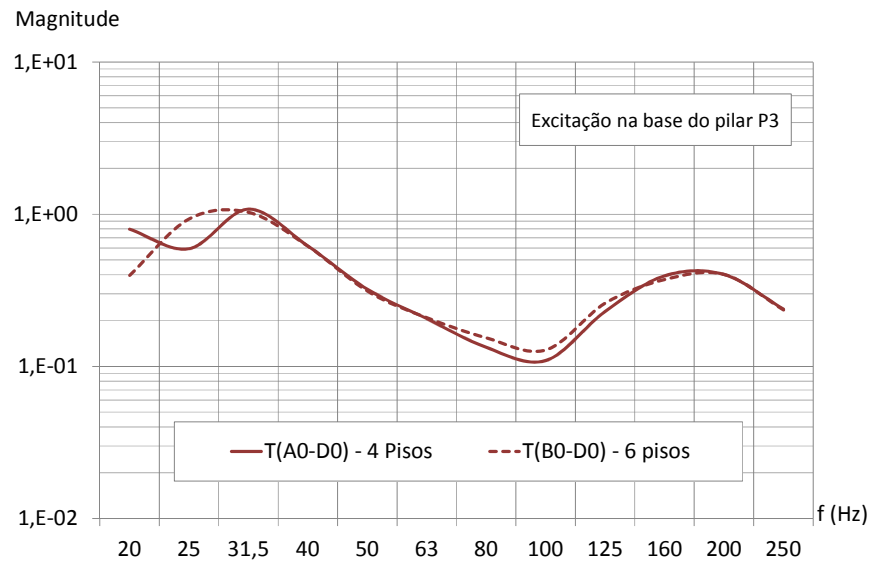


Figura A.IV.13 – Funções de transferência entre a aceleração vertical na base do pilar excitado P3 e a aceleração vertical na laje L2 do piso 0 dos modelos 1 de quatro e seis pisos

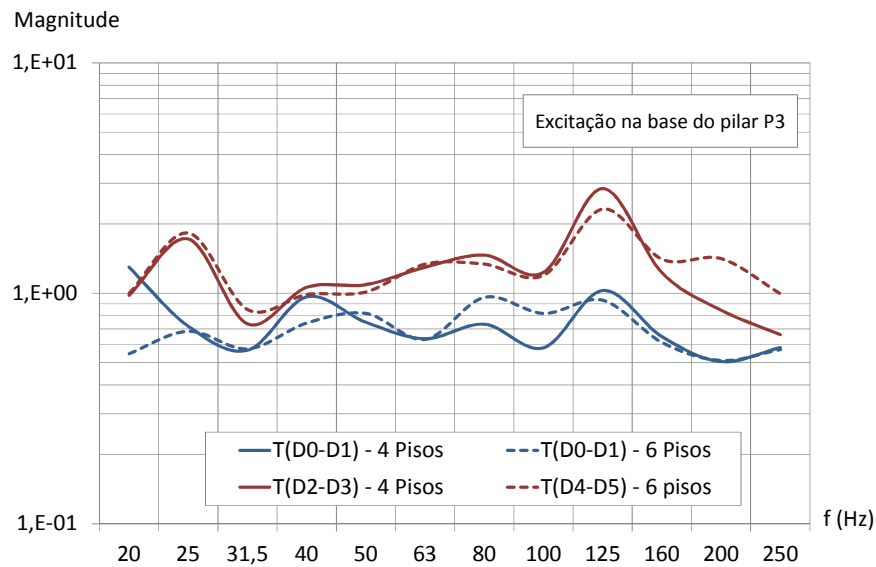


Figura A.IV.14 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 do piso “i” e do piso “i+1”, obtidas dos modelos 1 de quatro e seis pisos, devido a uma excitação na base do pilar P3

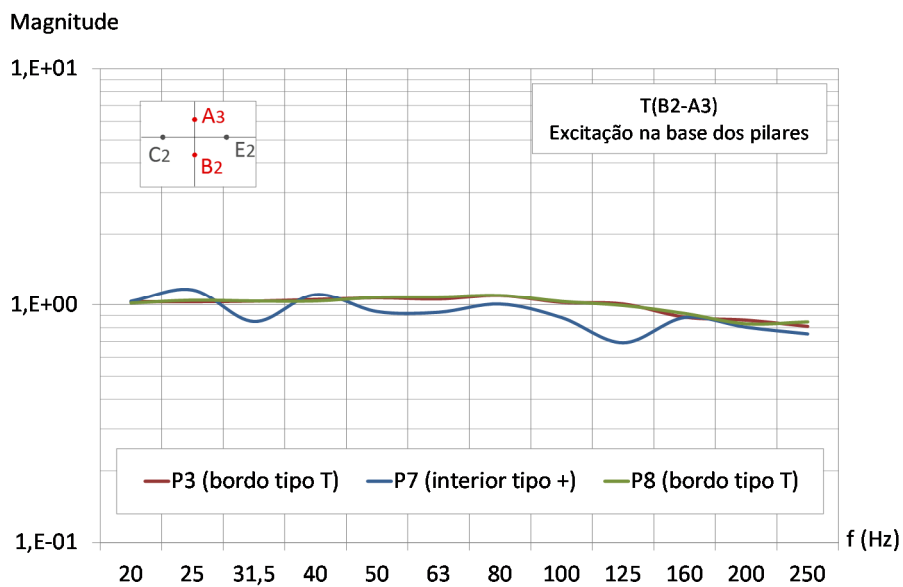


Figura A.IV.15 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó do piso 2, entre os troços inferior (B2) e superior (A3) dos pilares excitados (modelo 9 com quatro pisos)

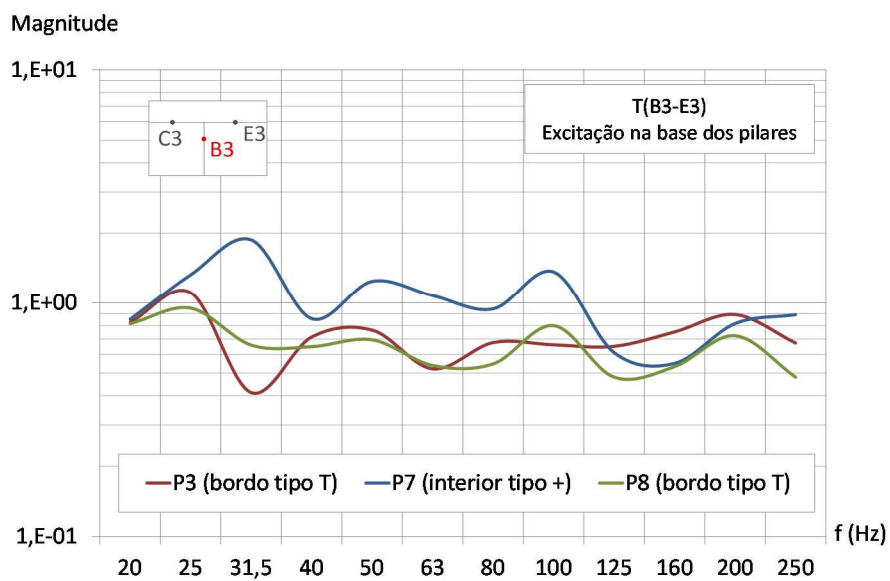


Figura A.IV.16 – Funções de transferência da aceleração vertical no nó do piso 3, entre o pilar excitado (B3) e a laje L3 (E3) do piso (modelo 9 com quatro pisos)

IV.2. Vibração gerada por fontes interiores

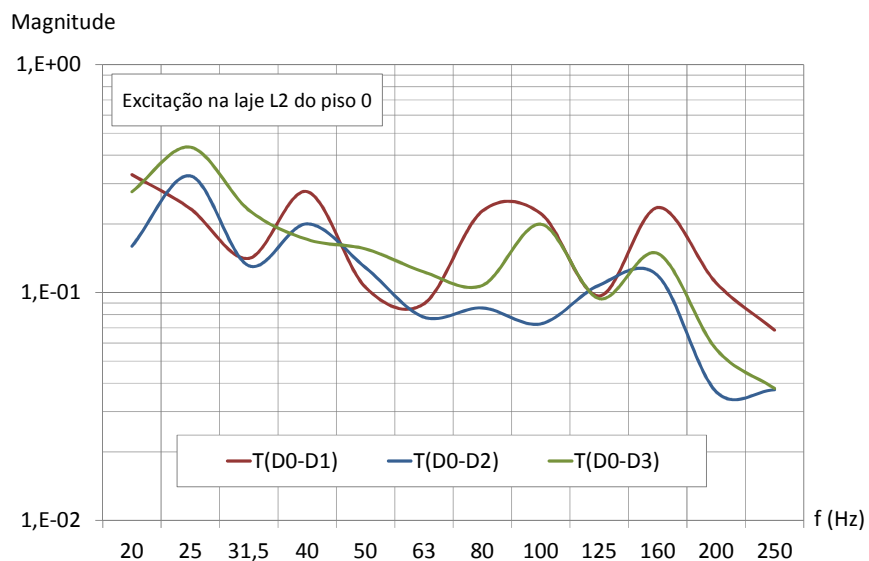


Figura A.IV.17 – Funções de transferência da aceleração vertical entre a laje L2 do piso 0 (elemento excitado) e as lajes L2 dos restantes pisos do modelo 6 (quatro pisos)

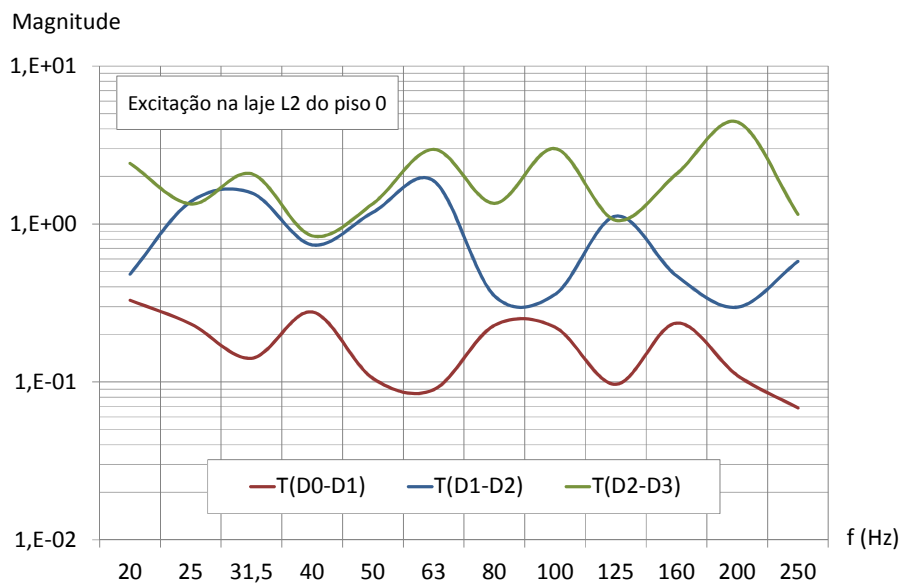


Figura A.IV.18 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 do piso “i” e do piso “i+1”, do modelo 6 (quatro pisos), devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

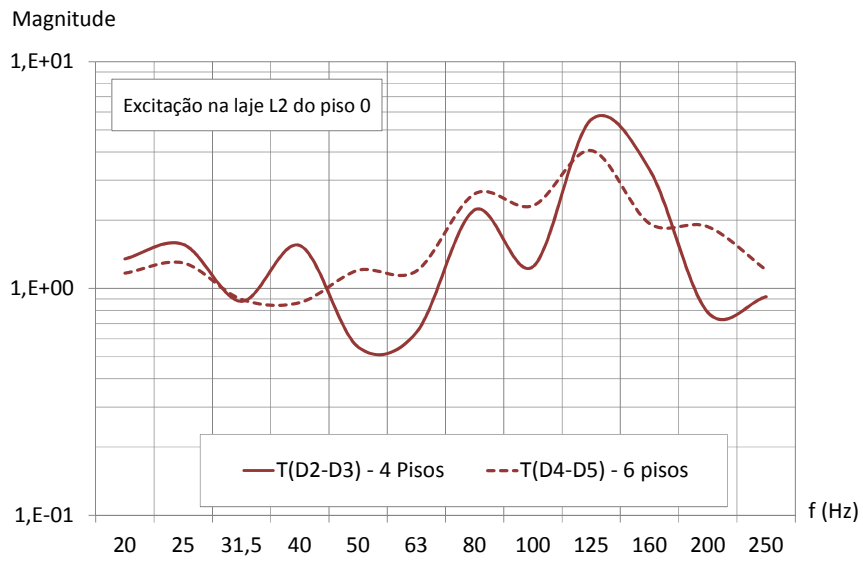


Figura A.IV.19 – Funções de transferência da aceleração vertical entre as lajes L2 do penúltimo piso e do último piso, obtidas dos modelos 1 de quatro e seis pisos, devido a uma excitação na laje L2 do piso 0

**APÊNDICE A.V - COMUNICAÇÃO APRESENTADA EM
CONGRESSO**



PREDICTION OF LOW FREQUENCY VIBRATION AND SOUND PROPAGATION THROUGH REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Ana Carreira⁽¹⁾, Albano Neves e Sousa⁽²⁾

⁽¹⁾ ISE-DEC, University of Algarve, Campus da Penha, 8005-139 Faro, Portugal

⁽²⁾ ICIST, IST-DECivil, University of Lisbon, Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001 Lisbon, Portugal

e-mail: albano.n.e.sousa@tecnico.ulisboa.pt

Prediction of low frequency sound fields generated in buildings by internal sources as machines or external sources such as road or rail traffic is a difficult task. Assuming that the source is well known, predictions are generally based on the Finite Element Method (FEM), which is used to model building structures and vibration and sound fields, but other hybrid or coupling methods also can be used. In general, these methods are too much time consuming and provide results which are reliable only below 100-150 Hz. Reliability at higher frequencies requires much larger models. It is, thus, important to develop simpler methods to be used with confidence by acousticians and other consultants. In the present paper a method for prediction of vibration propagation to building slabs based on the use of simplified transfer functions between fundamental joints of the structure is presented. The method was developed numerically for traditional multi-storey building with reinforced concrete slabs supported by reinforced concrete beams and columns and also was experimentally validated. The method can be used together with theoretical modal analysis to predict sound fields in dwellings.

1. Introduction

Prediction of low frequency sound fields generated in buildings either by internal sources as machines or by external sources such as road or rail traffic is generally a difficult task. Difficulties arise on assessing the characteristics of the sources and also on assessing the structural transmission paths, as well as on assessing sound radiation to receiving rooms from surrounding vibrating construction elements.¹ Although all aspects are important to correctly estimate sound fields, the present paper focuses only on the transmission paths.

Although analytical and hybrid methods can be used to predict structure-borne sound transmission, they are generally limited to simple geometries. For this reason, the Finite Element Method (FEM) is probably the numerical method which is most often used to simulate vibration propagation through building structures and thus estimate the resulting sound fields. This choice is generally based on the versatility of FEM computer programs, which allow modelling accurately any complex structure. However, the method also requires too much time to build the computer models and then to run them. Another disadvantage is that reliable results are generally limited to frequencies below 100 to 150 Hz.¹ Theoretically, reliability at higher frequencies would be possible with refined models, but the rapid increase not only on computer resources but also on the calculation time makes this option much less attractive. Alternative and simpler prediction methods are thus

required by acousticians and other consultants in order to obtain preliminary estimates of sound fields in rooms due to vibration propagation through building structures.

In the present paper, a simplified method is presented for prediction of vibration propagation from building columns and beams to slabs. The method is based on the use of simplified vibration transfer functions between fundamental joints of the building structure and applies to traditional multi-storey building with reinforced concrete slabs supported by reinforced concrete beams and columns. Calculation of any combination of transfer functions is possible in order to predict vibration fields and then, as rooms in dwellings have generally a shoe-box configuration, since the source power is known, theoretical modal analysis can be used to predict sound fields in dwellings.

2. Method development

Considering either external or internal vibration sources, structural columns and walls, when existing, are the vertical transmission paths. Thus, propagation from or to other structural elements, such as beams or slabs, will depend strongly on the mechanical characteristics of these vertical structural elements. In the present paper, only columns are considered for vertical transmission of vibration with the following typical joints: corner column connected to two beams; edge column connected to two beams; edge column connected to three beams; inside column connected to two beams; and inside column connected to four beams.

For each case, five transfer functions (H) were defined as illustrated in Fig. 1 for the particular case of excitation at a corner column:

- Column base, C_0 , to adjacent connecting slab, $S_0^{(1)}$;
- Intermediate slab, $S_n^{(1)}$, to upper adjacent slab, $S_{n+1}^{(1)}$;
- Top slab, $S_{N-1}^{(1)}$, to roof slab, $S_N^{(1)}$;
- Intermediate slab, $S_n^{(1)}$, to adjacent slab in the same floor level, $S_n^{(2)}$;
- Roof slab, $S_N^{(1)}$, to another adjacent roof slab, $S_N^{(2)}$.

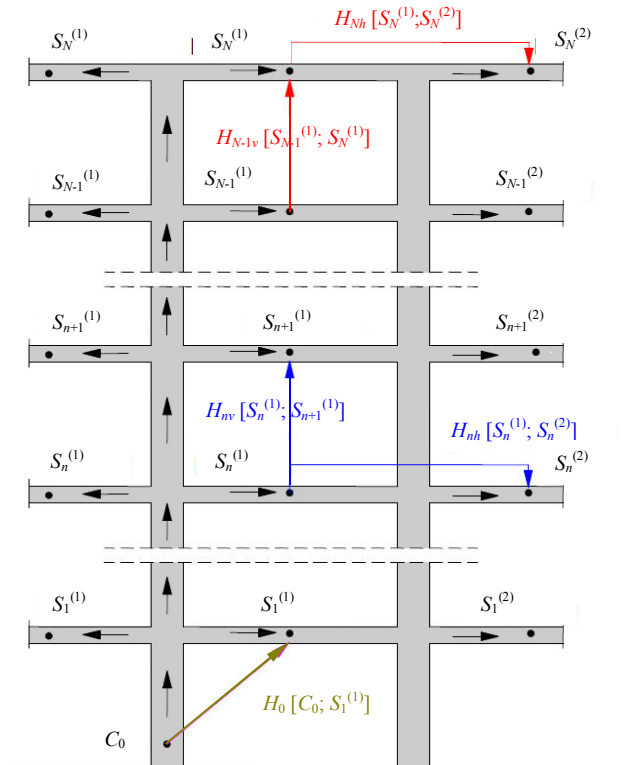


Figure 1. Plans of the: a) first floor; and b) second to fifth floors of building 1.

These transfer functions were measured in existing buildings in order to calibrate FEM working models. The calibrated FEM models then were converted into smaller models of 4-storey buildings and used in a parametric analysis in order to identify and characterize the factors which control the considered transfer functions. The following parameters were considered: column length, l_C ; column cross section, $a_C \times b_C$; slab thickness, t_S ; and slab aspect ratio, a_S/b_S .

For each parameter, two screening values were considered. Also three screening values of the elasticity modulus were considered. Thus, seventeen FEM models were built according to Table 1.

Table 1. Parameters considered in each FEM model.

Model	E (GPa)	l_C (m)	$a_C \times b_C$ (m×m)	t_S (m)	a_S/b_S (-)
1	34	3.47	0.25×0.50	0.19	11.25/6.10 11.25/3.40
2	34	3.47	0.30×0.70	0.19	11.25/6.10 11.25/3.40
3	34	3.47	0.30×0.70	0.30	11.25/6.10 11.25/3.40
4	27,5	3.47	0.25×0.50	0.19	11.25/6.10 11.25/3.40
5	34	3.47	0.25×0.50	0.30	11.25/6.10 11.25/3.40
6	34	2.50	0.25×0.50	0.19	11.25/6.10 11.25/3.40
7	34	3.47	0.25×0.50	0.19	6.10/5.70 5.70/3.40
8	30	2.50	0.30×0.70	0.30	11.25/6.10 11.25/3.40
9	30	2.50	0.30×0.70	0.19	11.25/6.10 11.25/3.40

Model	E (GPa)	l_C (m)	$a_C \times b_C$ (m×m)	t_S (m)	a_S/b_S (-)
10	34	2.50	0.25×0.50	0.30	11.25/6.10 11.25/3.40
11	30	3.47	0.25×0.50	0.30	6.10/5.70 5.70/3.40
12	30	3.47	0.40×0.70	0.19	6.10/5.70 5.70/3.40
13	30	3.47	0.40×0.70	0.30	6.10/5.70 5.70/3.40
14	30	2.50	0.25×0.50	0.19	6.10/5.70 5.70/3.40
15	30	2.50	0.25×0.50	0.30	6.10/5.70 5.70/3.40
16	30	2.50	0.40×0.70	0.19	6.10/5.70 5.70/3.40
17	30	2.50	0.40×0.70	0.30	6.10/5.70 5.70/3.40

In Fig. 2, the plans of typical floors with slabs having aspect ratio of 11.25/(6.10 or 3.40) and 6.10/(5.70 or 3.40) are shown.

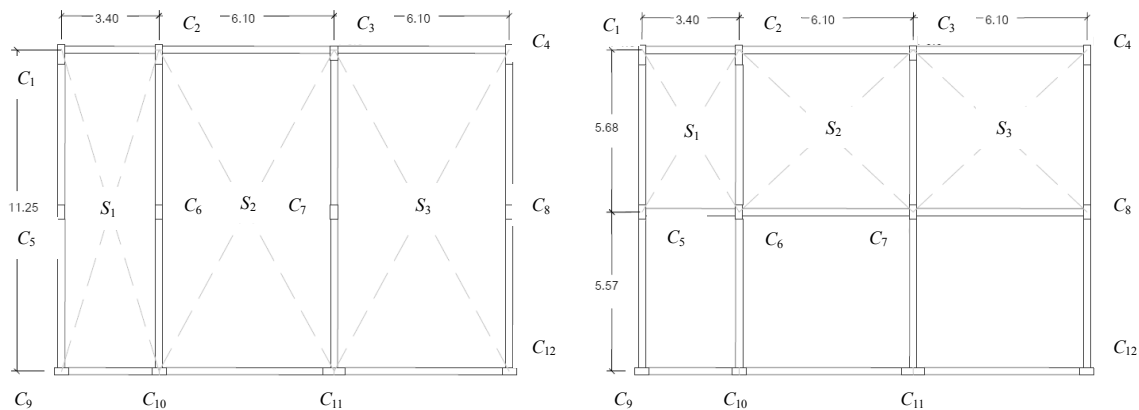


Figure 2. Plans of typical floors considered in models with slabs having aspect ratio of 11.25/(6.10 or 3.40) and 6.10/(5.70 or 3.40).

The simplified transfer functions were obtained after some statistical work on the transfer functions given by FEM models. In Fig. 3, the simplified acceleration transfer functions obtained for a corner column are shown. It is shown that vertical and horizontal transmissions are generally identical. Frequency is more important for transfer functions involving the roof.

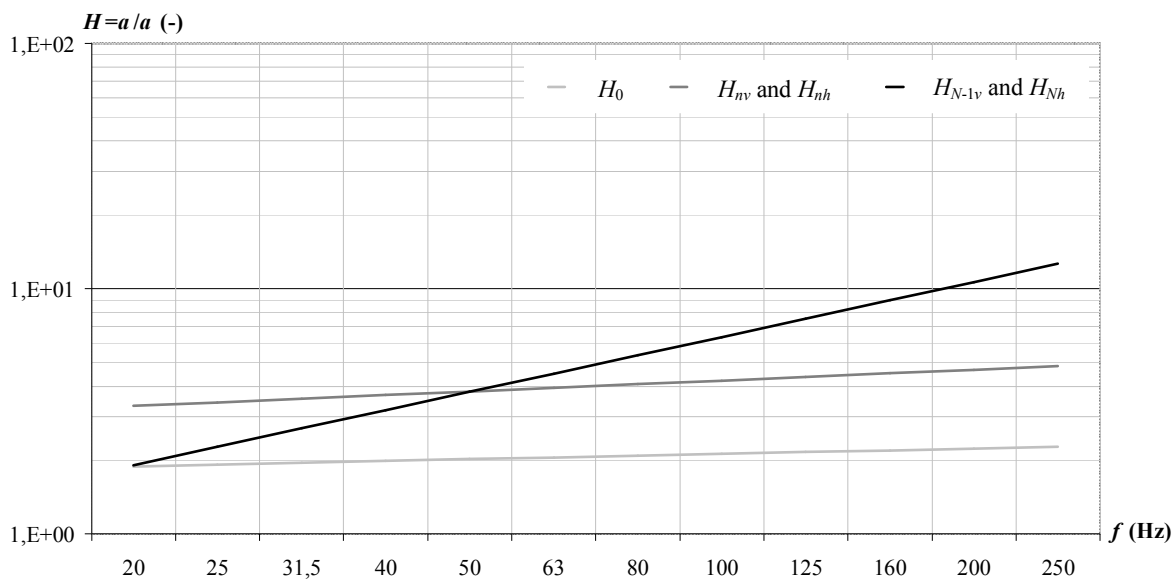


Figure 3. Simplified acceleration transfer functions for corner column.

The above simplified transfer functions were then used in real case studies in order to confirm their applicability.

3. Case studies

The method was applied to two illustrative buildings located in Algarve, in the south of Portugal. In the first case (building 1), a 5-storey building located in Lagoa was considered, whereas the second case (building 2) considers a 6-storey building located in Faro. Both buildings have concrete flat slabs, generally supported by concrete columns with beams at the edge. However, in building 1, some slab panels are mainly supported by beams.

3.1 Building 1

In Fig. 1, the plans of the first floor and the second to fifth floors of building 1 are shown.

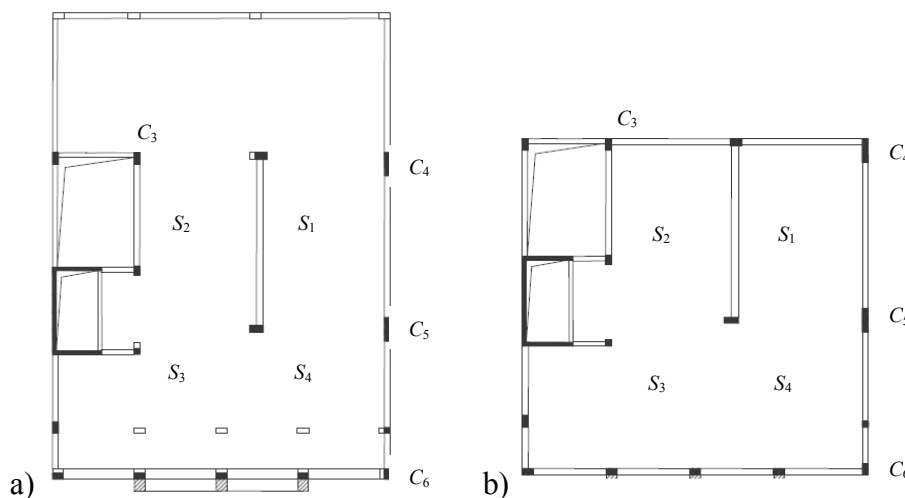


Figure 4. Plans of the: a) first floor; and b) second to fourth floors (and roof) of building 1.

Figures 5 to 9 show one third-octave frequency bands spectra of acceleration transfer functions obtained for columns C_3 and C_4 by measurement (red lines) and FEM models (dashed blue lines), which are compared with the simplified transfer functions (continuous blue lines).

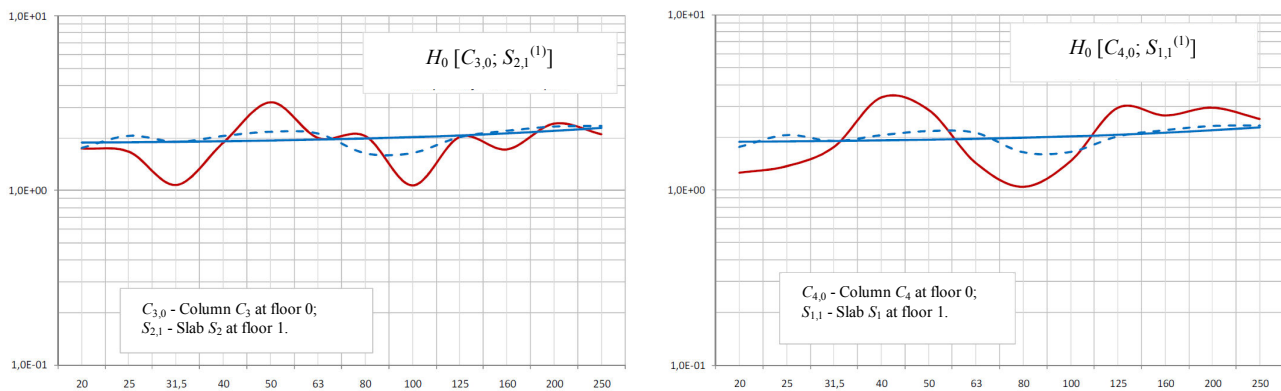


Figure 5. Acceleration transfer functions of the type H_0 for columns C_3 and C_4 .

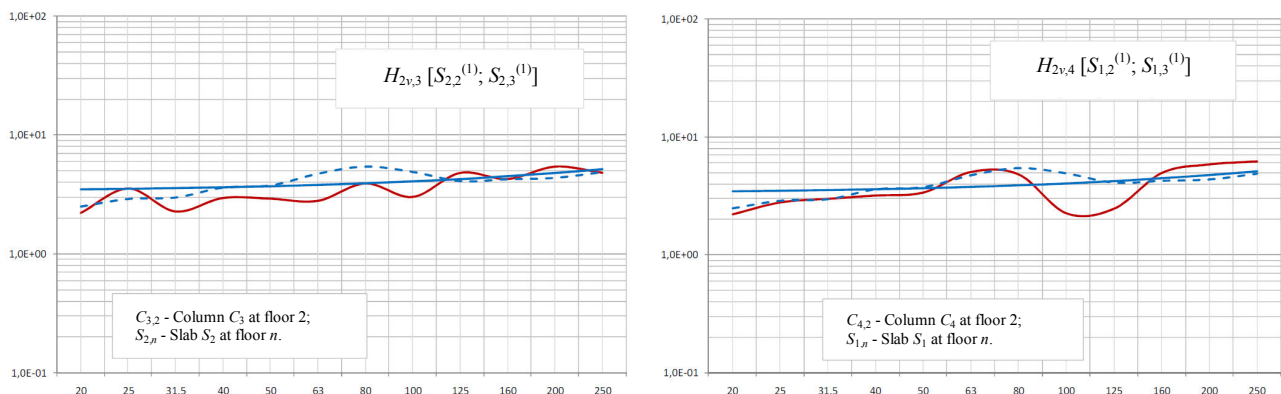


Figure 6. Acceleration transfer functions of the type H_{nv} between floors 2 and 3 for columns C_3 and C_4 .

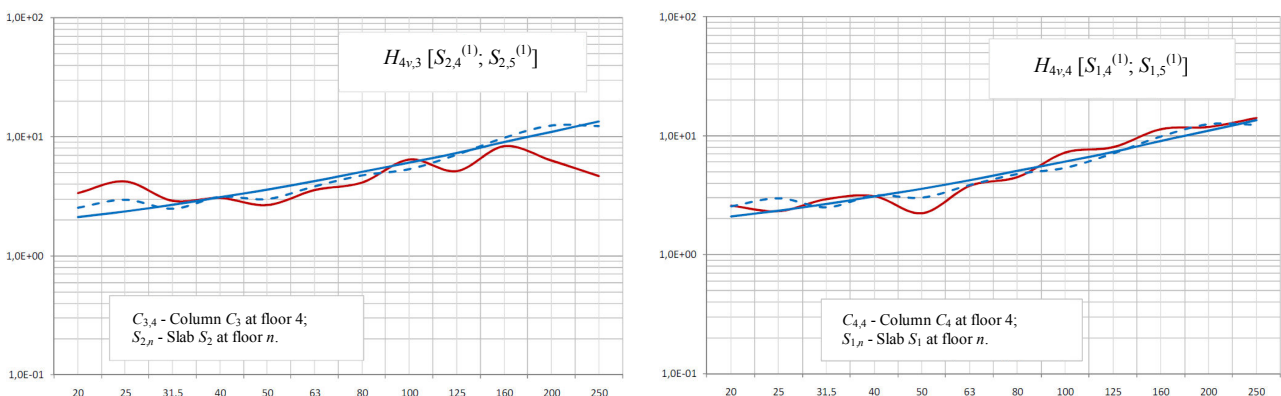


Figure 7. Acceleration transfer functions of the type H_{N-1v} between floors 4 and 5 for columns C_3 and C_4 .

Figures 5 to 9 indicate that, in general, agreement between measured transfer functions and those obtained with FEM models built for each case study is not much better than those obtained when measurements are compared with simplified transfer functions defined as described in section 2. Thus, for a number of situations, the simplified method can be an alternative to consider.

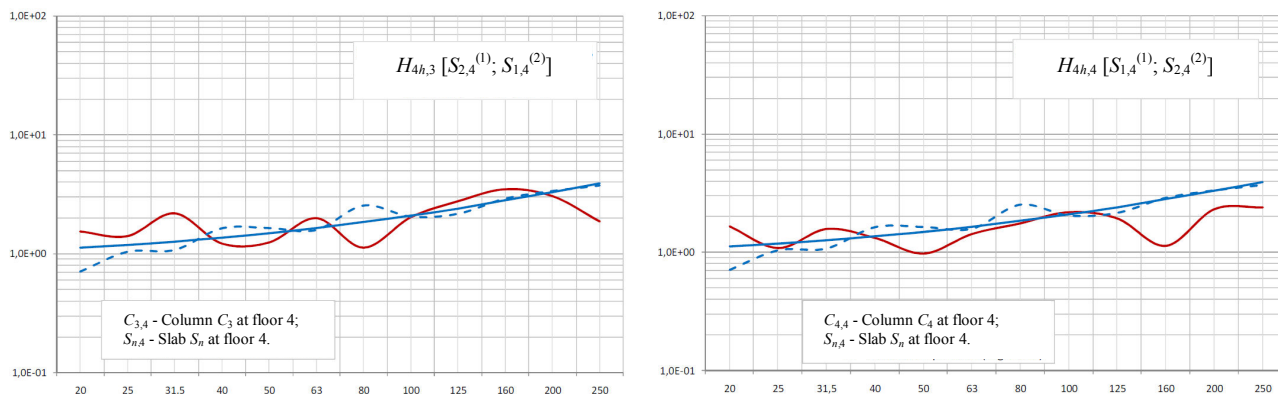


Figure 8. Acceleration transfer functions H_{nh} between slabs 1 and 2 in floor 4 for excitation at C_3 and C_4 .

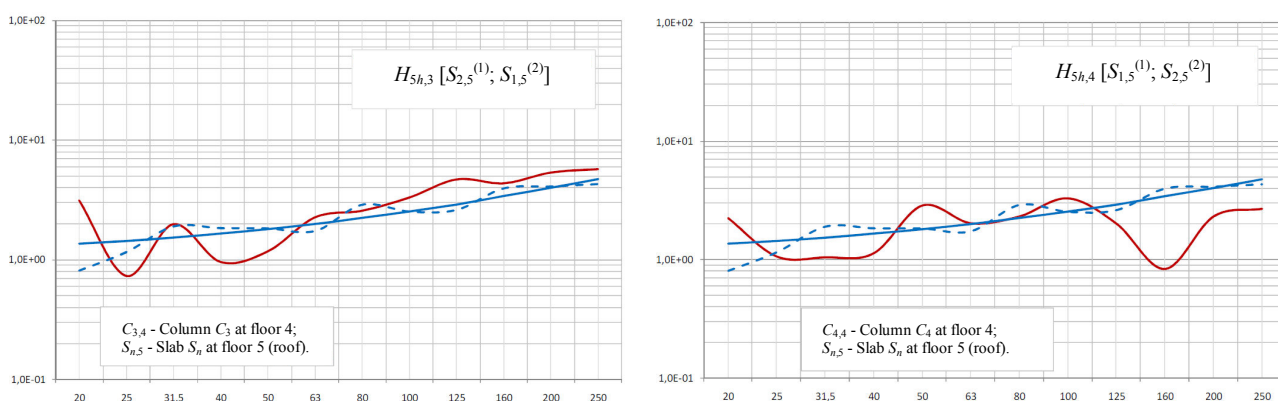


Figure 9. Acceleration transfer functions H_{Nh} between slabs 1 and 2 in the roof for excitation at C_3 and C_4 .

3.2 Building 2

In Fig. 10, the typical floor plan of building 2 is shown.

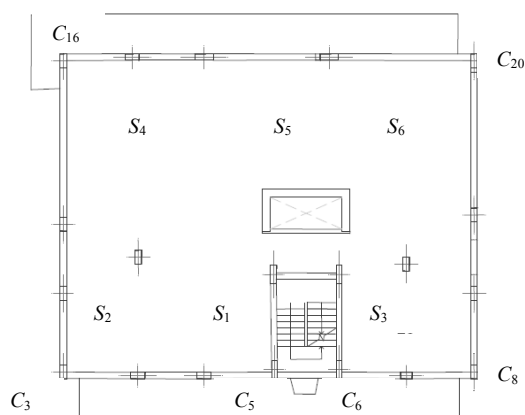


Figure 10. Typical floor plan of building 2.

Figures 11 to 15 show one third-octave frequency bands spectra of acceleration transfer functions obtained for columns C_6 and C_{20} by measurement (red lines) and FEM models (dashed blue lines), which are once more compared with the simplified transfer functions (continuous blue lines). As in building 1, Figures 11 to 15 indicate that, in spite of neglecting the modal behaviour of the

building structural elements, the simplified transfer functions obtained as described in section 2 provide an acceptable agreement with measured transfer functions, which is as good as that obtained with much more effort by FEM models built for each case study. Agreement generally is better for vertical transmission of vibration between intermediate floors than for vertical transmission to the first floor or for horizontal transmission.

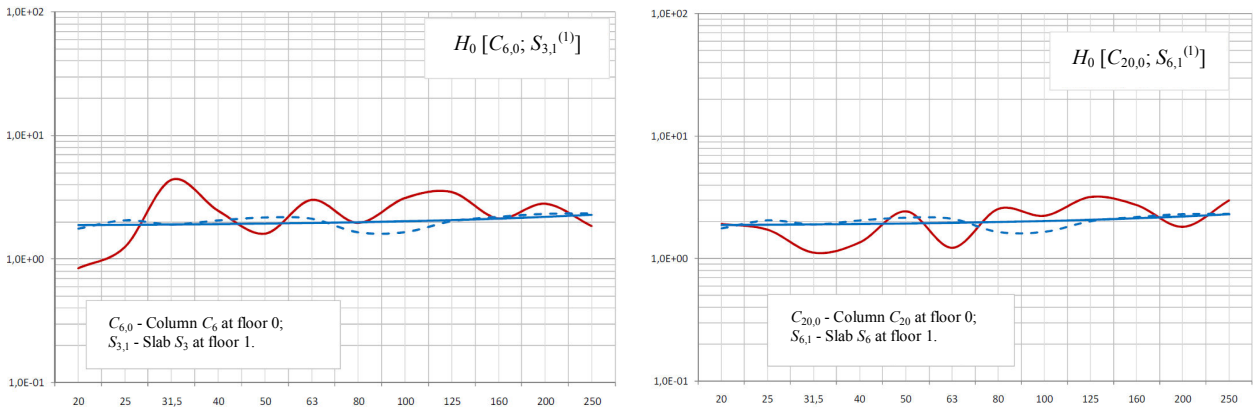


Figure 11. Acceleration transfer functions of the type H_0 for columns C_6 and C_{20} .

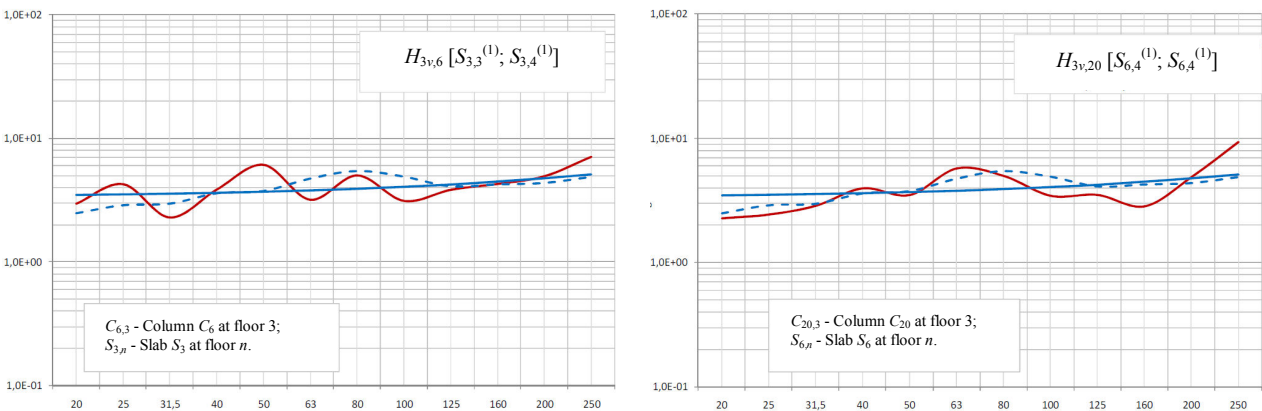


Figure 12. Acceleration transfer functions of the type H_{N_V} between floors 3 and 4 for columns C_6 and C_{20} .

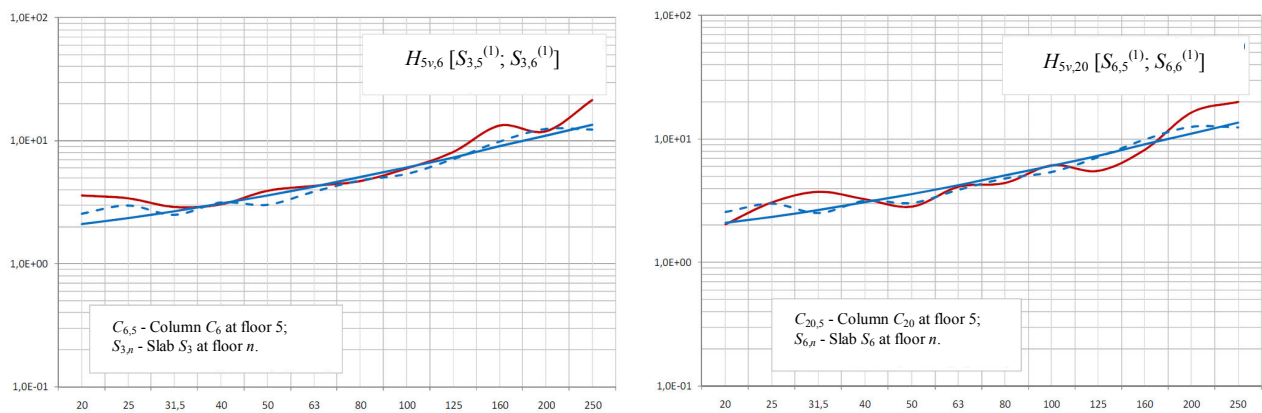


Figure 13. Acceleration transfer functions of the type H_{N-1_V} between floors 5 and 6 for columns C_6 and C_{20} .

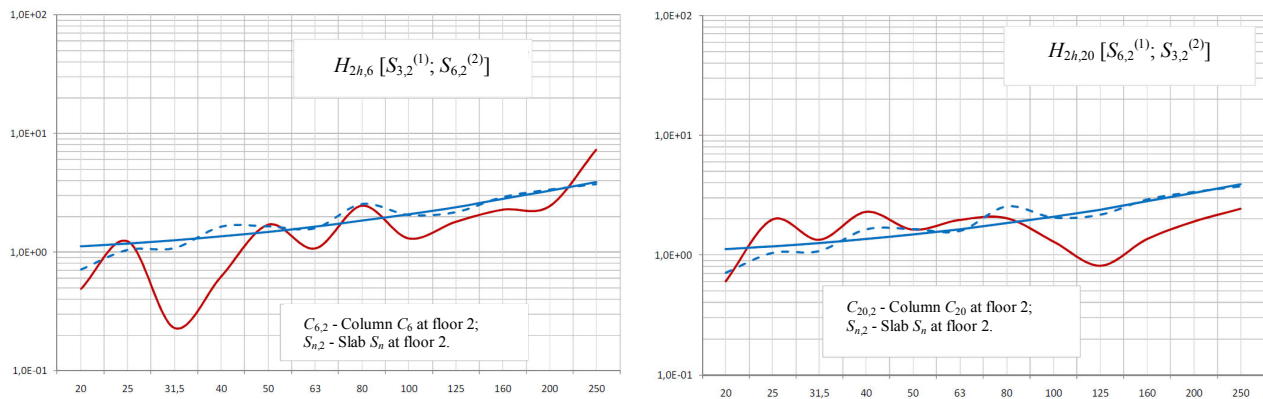


Figure 14. Acceleration transfer functions H_{hh} between slabs 3 and 6 in floor 2 for excitation at C_6 and C_{20} .

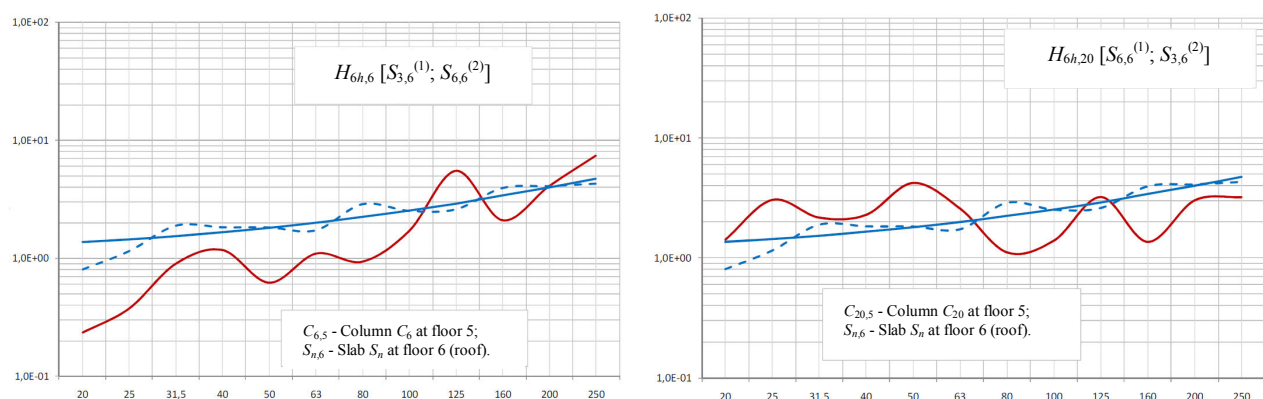


Figure 15. Acceleration transfer functions H_{Nh} between slabs 3 and 6 in the roof for excitation at C_6 and C_{20} .

4. Conclusions

A method based on the use of simplified acceleration transfer functions between fundamental joints of the building structure was developed for estimation of vibration transmission through traditional multi-storey building with reinforced concrete slabs supported by reinforced concrete beams and columns.

A set of simplified acceleration transfer functions were defined based on a calibrated FEM model and then they were applied to case studies and compared with measured transfer functions. Although the method neglects the modal behaviour of the building structural elements, vibration transfer functions obtained in this way are as accurate as those obtained by FEM models.

Although there is a need to study more cases, the obtained results indicate that it is possible to provide consultants with a set of simple acceleration transfer functions depending on a few structural characteristics of the buildings, avoiding, for buildings with similar characteristics, excessive time consumption on constructing and running complex FEM models.

REFERENCES

- ¹ Neves e Sousa, A., Lopes, I., Carreira, A. Prediction of low frequency sound fields in buildings near railway lines, *Proceedings of the 41st International Congress and Exposition on Noise Control Engineering – Internoise 2012*, New York, USA, (2012).