



Universidade do Algarve
Faculdade de Ciências e Tecnologia

**ATITUDES E EMOÇÕES DE ALUNOS DO 4º ANO
PERANTE DESAFIOS MATEMÁTICOS**

Sílvia Patrícia Ribeiro Reis

Dissertação apresentada para obtenção do grau de
Mestre em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências
Área de Especialização de Matemática

Orientadora: Professora Doutora Nélia Maria Pontes Amado

Faro

2011

Resumo

Neste estudo, procuro compreender quais as atitudes e emoções de alunos do 4.º ano do ensino básico na resolução de desafios matemáticos, num ambiente extra-curricular. Para focar o problema de investigação, formulei as seguintes questões: i) Quais as atitudes de alunos do 4.º ano perante desafios matemáticos fora do contexto de sala de aula?; ii) Que tipo de emoções manifestam os alunos no âmbito ‘não escolar’?; iii) Que tipo de interações se desenvolvem neste ambiente? e iv) Qual a relação entre estas interações e as atitudes e emoções dos alunos fora da sala de aula?

O quadro teórico ressalta a importância de considerarmos o domínio afectivo nas relações dos alunos com a Matemática e, conseqüentemente, no seu desempenho escolar. Mostra a complexidade de se atingir um consenso na definição de conceitos, na determinação dos conceitos a ter em conta e das fronteiras que os separem. Por último, esclareço o que entendo por atitude, emoção e desafio matemático.

A experiência educacional desenvolveu-se uma vez por semana durante aproximadamente uma hora em horário extra-curricular, entre os meses de Outubro e Fevereiro de 2008/2009. Foram trabalhados treze desafios matemáticos, num total de dezassete sessões, com treze alunos voluntários do 4.º ano de escolaridade. Optei por uma metodologia de estudo de caso, dentro do paradigma de investigação qualitativa. A recolha de dados foi feita através de uma entrevista, dois questionários, observação participante e gravação áudio das sessões e registo das emoções expressas pelos alunos.

Da análise dos dados, concluí que a principal preocupação dos alunos não foi apenas solucionar cada desafio, mas sim resolvê-lo no menor tempo possível, mostrando-se os participantes bastante competitivos entre si. O contentamento e o fascínio surgiram, na maioria dos casos, associados a emoções que viveram no meio e no fim da actividade. Os alunos mostraram-se empolgados quando lhes foram apresentados novos desafios e desanimados quando tinham de dar continuidade a uma tarefa já iniciada e para a qual ainda não tinham obtido êxito. Sentiram uma certa frustração quando falharam e alguns revelaram-se pouco autónomos e pouco confiantes. As emoções, tal como foram declaradas pelos alunos, não parecem traduzir fielmente as suas dificuldades, pelo contrário, sugerem um certo agrado dos alunos por definir livremente estratégias, testá-las e tirar conclusões.

Palavras-chave: Atitudes; emoções; desafios matemáticos; alunos de 4.º ano; ambiente extra-curricular.

Abstract

In this study, I seek to understand the attitudes and emotions of Grade 4 students from primary education in solving mathematical challenges, in an extra-curricular environment. To focus the research problem, I formulated the following questions: i) What are the attitudes of 4th grade students before mathematical challenges proposed outside the context of their regular classes? ii) What kind of emotions do students manifest in a 'non-school' environment? iii) What kind of interactions takes place in such an environment? iv) What is the relationship between these interactions and the attitudes and emotions of students outside their classes?

The theoretical framework emphasizes the importance of considering the affective domain in students' relation with mathematics and, consequently, in their school performance. It shows the complexity of reaching a consensus on the definition of concepts, in the determination of the concepts to be considered and of the boundaries that separate them. Finally, I clarify what I mean by attitude, emotion and mathematical challenge.

The educational experience was carried out once a week for about an hour in extra-curricular time, between October and February 2008/2009. We worked on thirteen mathematical challenges, in a total of seventeen sessions, with thirteen volunteer 4th graders. I chose a case study methodology, within the paradigm of qualitative research. Data collection was done through an interview, two questionnaires, participant observation and audio recording of sessions and recording of the emotions expressed.

From the data analysis, I concluded that the main concern of students was not only to solve the challenge, but solving it in the shortest possible time, showing that participants were quite competitive with each other. Joy and fascination emerged, in most cases, associated with emotions that students revealed in the middle and the end of the activities. The students were excited when they were presented new challenges and they were dispirited from continuing a task already begun and in which they had not yet succeeded. They felt a certain frustration when they failed and some have proved to have little autonomy and confidence. The emotions, as declared by the students, did not seem to faithfully reflect their difficulties, rather it suggested that students enjoyed freely defining strategies, testing them and draw conclusions.

Keywords: Attitudes, Emotions; Mathematical challenges, Fourth graders; Extra-curricular setting.

Agradecimentos

À Professora Doutora Nélia Amado, por ter aceitado orientar este trabalho, por todas as palavras de incentivo, amizade e carinho, pela sua disponibilidade e pelos seus ensinamentos.

À Professora Doutora Susana Carreira pelas suas opiniões, presença e apoio.

A todos os alunos participantes e seus Encarregados de Educação, sem os quais não teria sido possível a implementação deste estudo.

À Direcção e colegas do agrupamento onde se realizou o projecto.

À minha família e amigos, pelo amor, carinho e estímulo. Perdoem-me as ausências.

Índice

Resumo	i
Agradecimentos	iii
Índice	v
Índice de figuras	vii
CAPÍTULO I.....	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Motivação para o estudo	1
1.2 Problema e questões de investigação	5
1.3 Pertinência do estudo	6
CAPÍTULO II.....	11
ENQUADRAMENTO TEÓRICO	11
2.1 Interação entre o domínio afectivo e o domínio cognitivo.....	11
2.2 A resolução de problemas: Quanto mais cedo, melhor!.....	18
2.3 Uma abordagem ao domínio afectivo: concepções, atitudes, emoções e valores.....	24
2.4 Noção de desafio matemático no contexto do estudo	36
CAPÍTULO III	41
METODOLOGIA.....	41
3.1 Opções metodológicas.....	41
3.2 Preparação da recolha dos dados.....	44
3.3 Experiência educacional.....	45
3.4 Participantes no estudo.....	49
3.5 Recolha de dados.....	51
3.6 Análise dos dados.....	54
CAPÍTULO IV	55
APRESENTAÇÃO DOS DADOS.....	55
4.1 O primeiro encontro	55
4.2 Autocolantes.....	61
4.3 Os peixinhos.....	67
4.4 Clube de dança	77
4.5 A turma da Flora	83
4.6 Matrix	89
4.7 Questionário	95
CAPÍTULO V	105
CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
5.1 Questões de investigação e metodologia.....	105
5.2 Conclusões do estudo	107
5.3 Recomendações	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117

ANEXOS	127
ANEXO 1	
Pedido de permissão para a implementação do projecto ao Órgão de Gestão do Agrupamento vertical de Escolas a que pertence a Escola Básica do 1.º Ciclo	129
ANEXO 2	
Esclarecimento e pedido de autorização aos Encarregados de Educação dos alunos participantes no estudo	133
ANEXO 3	
Guião da entrevista semi-estrutura realizada aos alunos antes do início das sessões	139
ANEXO 4	
Primeiro questionário – Aplicado a todos os alunos envolvidos no estudo, após a realização de algumas sessões	143
ANEXO 5	
Segundo questionário – Aplicado aos três alunos foco de estudo, no término da recolha de dados	149
ANEXO 6	
Autocolantes – Desafio proposto aos alunos na 1ª sessão de trabalho	153
ANEXO 7	
Os Peixinhos – Desafio proposto aos alunos na 2ª e 3ª sessões de trabalho	157
ANEXO 8	
Colar de Contas – Desafio proposto aos alunos na 4ª sessão de trabalho	163
ANEXO 9	
Enigma da Soma – Desafio proposto aos alunos na 5ª sessão de trabalho	167
ANEXO 10	
Clube de Dança – Desafio proposto aos alunos na 6ª sessão de trabalho	171
ANEXO 11	
Colorir Mapas – Desafio proposto aos alunos na 7ª, 8ª e 12ª sessões de trabalho	175
ANEXO 12	
Jogo de Ténis – Desafio proposto aos alunos na 9ª sessão de trabalho	179
ANEXO 13	
Ás do Espaço – Desafio proposto aos alunos na 10ª sessão de trabalho	183
ANEXO 14	
Matemática Marciana – Desafio proposto aos alunos na 11ª sessão de trabalho	187
ANEXO 15	
Os Primos – Desafio proposto aos alunos na 13ª sessão de trabalho	191
ANEXO 16	
A Turma da Flora – Desafio proposto aos alunos na 14ª sessão de trabalho	195
ANEXO 17	
Os Marinheiros – Desafio proposto aos alunos na 15ª sessão de trabalho	199
ANEXO 18	
Matrix – Desafio proposto aos alunos na 16ª e 17ª sessões de trabalho	203

Índice de figuras

Figura 1. Quadro apresentado por Schoenfeld sobre as acções para ensinar a resolver problemas (Adaptado de Lester, Garofalo, & Kroll, 1989, p. 26).....	22
Figura 2. Um modelo tetraédrico de DeBellis e Goldin, descrevendo domínios do afecto. (p. 135).....	28
Figura 3. Espectro de afectos apresentado por McLeod.....	31
Figura 4. Espectro de afectos apresentado por Evans.	31
Figura 5. Tabela usada no estudo de Gómez-Chácon (2000, p.153) para os alunos registarem os sentimentos no final da actividade.	32
Figura 6. Janela de visualização usada on-line na investigação de Anderson.....	33
Figura 7. Estrutura do domínio afectivo proposta por Peter Opt'Eynde (2007).	35
Figura 8. “Chupas” – Fotografia das placas usadas pelos alunos para atribuição da pontuação dos trabalhos desenvolvidos nas sessões.....	46
Figura 9. “Chupas” – Fotografia das placas usadas pelos alunos para atribuição da pontuação dos trabalhos desenvolvidos nas sessões.....	47
Figura 10. Grelha das emoções sentidas pelos alunos durante o desenrolar da actividade	47
Figura 11. Quadro de identificação e calendarização dos desafios	48
Figura 12. – Padrão apresentado no primeiro desafio: “Autocolantes”	62
Figura 13. – Padrão mais simples desenhado por mim no quadro.	63
Figura 14. – Trabalho realizado por Leonel na primeira parte do desafio “Autocolantes”.....	64
Figura 15. – Trabalho realizado por Telmo na primeira parte do desafio “Autocolantes”.....	64
Figura 16. – Grelha de emoções sentidas por Leonel no desafio “Autocolantes”.....	64
Figura 17. – Explicação de Maria para a concretização do padrão do desafio “Autocolantes”.....	65
Figura 18. – Trabalho e explicação de Luísa na realização do desafio “Autocolantes.	66
Figura 19. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Autocolantes”.....	66
Figura 20. – Sequência de figuras e tabela a completar no 2º desafio: “Os peixinhos”.....	68

Figura 21. – Tabela de Luísa no desafio “Os peixinhos”.....	70
Figura 22. – Tabela de Leonel no desafio “Os peixinhos”.....	70
Figura 23. – Trabalho de Maria, Luísa e Cláudio na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	72
Figura 24. – Trabalho de Marta e Diana na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	74
Figura 25. – Trabalho de Hugo e Leonel na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	75
Figura 26. – Explicação de Maria, Luísa e Cláudio na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	76
Figura 27. – Explicação de Pedro e Tomás na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	76
Figura 28. – Explicação de Hugo e Leonel na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.....	77
Figura 29. – Sequência de figuras apresentadas no desafio “Clube de dança”.....	78
Figura 30. – Exemplo para melhor compreensão do pretendido no desafio.....	79
Figura 31. – Trabalho de Pedro no desafio “Clube de dança”.....	81
Figura 32. – Grelha de emoções sentidas por Pedro no desafio “Clube de dança”.....	81
Figura 33. – Grelha de emoções sentidas por Diana no desafio “Clube de dança”.....	82
Figura 34. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Clube de dança”.....	82
Figura 35. – Figura ilustrativa da situação descrita no desafio “A turma da Flora”.....	84
Figura 36. – Desenho elaborado por Luísa para resolver o desafio “A turma da Flora”.....	86
Figura 37. – Grelha de emoções sentidas por Luísa no desafio “A Turma da Flora”.....	86
Figura 38. – Esquema apresentado por Telmo para resolver o desafio “A Turma da Flora”.....	87
Figura 39. – Grelha de emoções sentidas por Telmo no desafio “A Turma da Flora”.....	87
Figura 40. – Esquema apresentado por Hugo para resolver o desafio “A Turma da Flora”.....	87
Figura 41. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “A Turma da Flora”.....	88

Figura 42. – Primeira tentativa de Marta para resolver o desafio “A Turma da Flora”.....	88
Figura 43. – Grelha de emoções sentidas por Marta no desafio “A Turma da Flora”.....	89
Figura 44. – Primeiras conclusões de Maria no desafio “Matrix”.....	91
Figura 45. – Trabalho realizado por Maria no desafio “Matrix”.....	92
Figura 46. – Grelha de emoções sentidas por Maria no desafio “Matrix”.....	93
Figura 47. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Matrix”.....	93
Figura 48. – Grelha de emoções sentidas por Pedro no desafio “Matrix”.....	93
Figura 49. – Grelha de emoções sentidas por Marta no desafio “Matrix”.....	94
Figura 50. – Esquema de Hugo no desafio “Matrix”.....	94
Figura 51. – Anotações de Hugo no desafio “Matrix”.....	95
Figura 52. – Duas das justificações para a opção “Muitíssimo” na pergunta “Gostas de Matemática”.....	96
Figura 53. – Duas das justificações para a opção “Bastante” na pergunta “Gostas de Matemática”.....	96
Figura 54. – Uma justificação para a opção “Pouco” na pergunta “Gostas de Matemática”.....	97
Figura 55. Gráfico ilustrativo das respostas ao que é saber Matemática.....	97
Figura 56. Algumas respostas à questão: Quais as diferenças entre as sessões e as aulas de Matemática?.....	99
Figura 57. Algumas respostas à questão: Este tipo de actividades alterou a tua opinião sobre a Matemática? Porquê?.....	100
Figura 58. Resposta de Luísa à questão: Porque é que gostas de Matemática?.....	101
Figura 59. Resposta de Hugo à questão: Porque é que gostas de Matemática?.....	101
Figura 60. Resposta de Maria à questão: Porque é que gostas de Matemática?.....	101
Figura 61. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Hugo.....	102
Figura 62. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Luísa.....	103
Figura 63. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Maria.....	104

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação para o estudo

Em Portugal, tal como em vários países, existe actualmente uma grande variedade de propostas de competições matemáticas, fora da sala de aula. Algumas destas iniciativas desenvolvem-se a nível nacional enquanto outras a nível internacional. O Sub 12, Sub 14 e as Olimpíadas Concelhias do Algarve em Matemática são alguns exemplos de iniciativas regionais, enquanto as Olimpíadas Portuguesas de Matemática, “Pmat”, SuperTmatik, Olimpíadas Internacionais de Matemática, Canguru Matemático, entre outras, são exemplos de competições que se realizam a nível nacional e internacional.

As competições de Matemática Sub 12, Sub 14 e as Olimpíadas Concelhias do Algarve em Matemática, com as quais tive oportunidade de contactar de perto na qualidade professora de Matemática na região do Algarve, foram o ponto de partida para este estudo.

Como professora de uma Escola Básica do Algarve tomei conhecimento desta iniciativa através dos cartazes e dos *flyers* enviados pela equipa para a Escola. Tal como os meus colegas de Matemática que leccionavam as turmas dos 2.º e 3.º ciclos, motivei os alunos para participarem nestas Competições Matemáticas. Com grande entusiasmo, acompanhei alguns alunos da minha escola a uma Finalíssima das Olimpíadas Concelhias da Matemática. E foi com muito interesse que assisti ao envolvimento de vários professores do ensino básico, da própria Universidade do Algarve e do próprio Reitor da Universidade do Algarve, nessa Finalíssima. Perante o discurso do senhor Reitor da Universidade do Algarve, coloquei-lhe a seguinte questão: Para quando o envolvimento dos alunos mais novos, do 1.º ciclo, neste tipo de competições? A

resposta do senhor Reitor, Professor Doutor João Guerreiro, foi lançar-me o desafio de iniciar esta experiência com alunos do 1.º ciclo.

Não podia deixar de aceitar este repto e foi desta forma que procurei a equipa organizadora dos Campeonatos de Matemática Sub 12 e Sub 14, para me ajudarem a envolver nesta iniciativa. Desta forma tive oportunidade de conhecer o trabalho notável desenvolvido pela equipa mentora deste projecto que é, sem dúvida, baseado na convicção de que podem influenciar positivamente as relações e atitudes dos alunos para com a Matemática e, conseqüentemente, contribuir para a promoção do sucesso educativo na disciplina de Matemática.

Perante o meu interesse em investigar neste domínio, fui convidada a integrar a equipa do Projecto Problem@Web¹ – Resolução de Problemas de Matemática: Perspectivas sobre uma competição interactiva na Web (Sub12 & Sub14). Entre as linhas de acção deste projecto, comuns a esta investigação, destacam-se as i) competências e estratégias de alunos na resolução de problemas, formas de representação e expressão do pensamento matemático e ii) atitudes de alunos perante problemas e desafios matemáticos.

A aquisição de competências, tais como, o desenvolvimento do espírito crítico, a predisposição para raciocinar, a aptidão para a tomada de decisões e para comunicar, a capacidade de intuir, relacionar e conjecturar, surgem de forma natural e fora do ambiente escolar através das competições matemáticas.

Estes desafios proporcionam ao aluno a oportunidade de experimentar a “Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas.” (Ponte, 2002)

Mas a maioria destes projectos destina-se a alunos a partir do 5.º ano de escolaridade, podendo criar um fosso de cerca de dez anos até que outra perspectiva da Matemática lhes seja mostrada e inculcada.

Como professora de Matemática do 3.º ciclo e secundário, sempre me questioneei sobre as razões pelas quais a maioria dos alunos nestes graus de ensino apresenta uma relação cada vez mais difícil com esta disciplina, uma apreensão no que diz respeito à resolução de problemas e, conseqüente, desinteresse por projectos que, directa ou indirectamente, os pressupõem.

¹ Projecto Financiado pela FCT, n.º PTDC/CPE-CED/101635/2008.

Ao trabalhar numa escola do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico tive a oportunidade de constatar que os alunos de uma faixa etária mais baixa se envolvem, quase que naturalmente, em actividades de resolução de problemas/desafios e em competições, enquanto os mais velhos se desinteressam mesmo antes de começar.

Do meu ponto de vista, à medida que a idade dos alunos aumenta o gosto pela Matemática diminui e estes apresentam uma atitude menos positiva acerca desta área e, em particular, acerca da resolução de problemas.

Este efeito apresenta-se como consequência de fracassos consecutivos com a Matemática, de falta de incentivos e de situações de ensino pouco diversificadas e motivadoras. Esta ideia é salientada em artigos de investigação em Educação Matemática:

De início, todas as crianças gostam de Matemática – naturalmente elas fazem Matemática, descobrem padrões, fazem conjecturas baseadas nas suas observações. Mas, infelizmente, muitas delas à mediada que a escola avança começam a passar do entusiasmo para a apreensão e o desinteresse. Para muitos alunos e para as pessoas em geral, as memórias das suas experiências com a Matemática são desagradáveis e a Matemática não é vista como alguma coisa que possa ser útil, mas como algo que é para esquecer. (APM, 1997, p. 47)

Daqui decorre a importância em começarmos a trabalhar na resolução de problemas com alunos cada vez mais novos, permitindo que desenvolvam progressivamente as suas capacidades nesta área e minimizem a criação de possíveis concepções negativas prejudiciais ao seu desempenho escolar.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007) indica claramente a necessidade de trabalhar, no 1.º ciclo do ensino básico, a resolução de problemas com o propósito de desenvolver competências neste âmbito.

A Resolução de problemas é vista neste programa como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos adquirem desembaraço a lidar com problemas matemáticos e

também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. (p. 8)

Estes autores ressaltam ainda que a resolução de problemas é um alicerce indispensável para a construção do saber noutros domínios matemáticos.

A resolução de problemas não só é um importante objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos. (p. 8)

Os alunos devem aprender Matemática enquanto desenvolvem actividades de grande envolvimento para eles e como construtores do seu próprio conhecimento, ou seja, através das suas práticas em acção. O professor deixa de ter um papel de transmissor do conhecimento, isto é, deixa de ensinar Matemática e passa a educar matematicamente. (Matos, 2005)

É no contexto de educar matematicamente desde muito cedo que surge o interesse em analisar as reacções dos alunos do 1.º ciclo do ensino básico perante a realização de actividades do tipo desafios matemáticos, no âmbito das Actividades de Enriquecimento Curricular.

As razões que estão na base da opção por alunos do 1.º ciclo do ensino básico prendem-se, primeiro que tudo, com o interesse pessoal em estudar alunos que estão a dar os primeiros passos na Matemática. Os alunos neste grau de ensino não possuem conhecimentos matemáticos suficientemente alargados para terem bem definido o gosto por esta ciência, o qual pode ser mais facilmente moldado e despertado. Alunos que se interessam em brincar, tocar e mexer. Alunos para os quais a ligação da Matemática com o mundo real será vista fora do contexto habitual, ou seja, não será baseada apenas em termos de linguagem (por exemplo, o Pedro comprou uma laranja por 10 cêntimos, quanto pagou por quatro?).

Um segundo remete para o facto de eu não ser vista pelos alunos como professora, pois o estudo foi desenvolvido como actividade de enriquecimento curricular. Considero que esta particularidade pode ser bastante relevante na medida em que os alunos não sentirão pressão no que diz respeito a uma aprendizagem efectiva de conteúdos nem em relação ao peso de uma classificação.

Como terceiro móbil indica-se o caso de serem poucos os trabalhos de investigação feitos com alunos neste grau de ensino e mais raros ainda fora do contexto de sala de aula.

Acredito ainda que o gosto e o prazer pela Matemática devem começar o mais cedo possível. É bem verdade que ‘É de pequenino que se torce o pepino’ e que é

(...) precisamente nos primeiros anos de escolaridade que se formam muitas das concepções e atitudes relativamente à Matemática. (Veia, s/d, p.3)

1.2 Problema e questões de investigação

Com este trabalho pretendo depreender sobre as atitudes de alunos do 1.º ciclo quando confrontados com desafios matemáticos no âmbito ‘não escolar’.

O propósito não é testar até que ponto este tipo de actividades matemáticas influencia as aprendizagens concretas destes alunos, mas sim observar a forma como eles se envolvem e agem diante de uma situação problemática que não apresenta uma abordagem temática específica preliminar e nem visa a aquisição de um determinado conhecimento.

O ambiente no qual se desenrola a acção será também uma novidade para os alunos. Não em termos de espaço físico, pois as tarefas serão dinamizadas na sala onde habitualmente os alunos desenvolvem as actividades lectivas, mas sim no que refere à dinâmica e objectivos das sessões.

Assim, a questão basilar deste estudo é:

Quais as atitudes e emoções de alunos do 4º ano perante desafios matemáticos?

E objectivando uma melhor orientação do desenvolvimento do estudo, formulei as seguintes questões secundárias:

- Quais as atitudes de alunos do 4º ano perante desafios matemáticos fora do contexto de sala de aula?

- Que tipo de emoções manifestam os alunos no âmbito ‘não escolar’?
- Que tipo de interações se desenvolvem neste ambiente?
- Qual a relação entre estas interações e as atitudes e emoções de alunos fora da sala de aula?

1.3 Pertinência do estudo

É hoje reconhecida a importância que as experiências vividas pelas crianças, no âmbito da Matemática, têm na sua relação com esta disciplina.

Neste sentido, são cada vez mais frequentes as investigações, projectos e formações que incidem sobre a Matemática nos primeiros anos de escolaridade (Monteiro & Serrazina, 2005).

Reconhece-se actualmente a necessidade de desenvolver nos alunos, desde cedo, uma visão positiva da Matemática que lhes facilite o envolvimento em situações novas, problemáticas e desafiantes.

Os alunos aprendem Matemática através das experiências que os professores proporcionam. Como tal, os seus conhecimentos matemáticos, a sua capacidade de os utilizar na resolução de problemas, a sua confiança e a sua pré-disposição em relação em relação à Matemática são modelados pelo tipo de ensino com que se deparam na escola. (NCTM, 2007, p. 17)

A falta de compreensão sobre a forma o mundo que as rodeia está estruturado faz com que as crianças sejam atentas e perspicazes em relação aos pormenores diários e com isso desenvolvam naturalmente conjecturas com e para aquilo que as envolve.

Desde tenra idade que os alunos se interessam pelas ideias matemáticas. Através das suas experiências do dia-a-dia vão desenvolvendo, gradualmente, um conjunto relativamente complexo de ideias informais que envolvem números, padrões, formas,

quantidades, dados e dimensões, e muitas destas ideias são correctas e sólidas. (NCTM, 2007, p. 22)

No entanto, como professora do 3.º ciclo, deparo-me diariamente com o problema de iniciar o despertar para a Matemática nos meus alunos. Depois de 6 anos de escolaridade, vejo-os aptos em reprodução, evidenciando não ter havido lugar para o descobrir, o conjecturar, o testar, o brincar ou o jogar, usando a Matemática.

As bases para o desenvolvimento matemático das crianças são estabelecidas desde cedo. A aprendizagem Matemática é construída a partir da sua curiosidade e entusiasmo e é desenvolvida, de forma natural, a partir das suas experiências. (NCTM, 2007, p. 83)

Por isso, coloco a seguinte questão:

Se não aprenderam a gostar como vão gostar de aprender?

É preciso, desde logo, colocar os alunos a trabalhar a Matemática e com a Matemática, a definir estratégias de actuação, a criar e a discutir, de forma a incutir-lhes o gosto pelo que fazem.

Esta ideia é partilhada por Kamii (2000) (citada em NCTM, 2007, p. 86) que destaca os primeiros anos de escolaridade como basilares para uma aprendizagem futura concreta.

Ao longo destes primeiros anos, é particularmente importante que todos os alunos desenvolvam sólidas bases matemáticas. Os seus esforços, e a confiança de a aprendizagem da Matemática se encontra ao seu alcance, devem ser estimulados e apoiados. Os alunos mais jovens encontram-se numa fase de construção das suas crenças, relativamente à Matemática: sobre o que a Matemática implica saber e fazer e sobre si mesmos, enquanto alunos de Matemática. Estas percepções influenciam os seus pensamentos, desempenho, atitudes e decisões acerca do estudo da Matemática, nos anos vindouros. (p. 86)

Começar a educar matematicamente ao invés de ensinar Matemática proporciona aos alunos experiências ímpares e desenvolve competências que de outra maneira não seriam abrangidas.

Sendo a inquietude inata nas crianças, como queremos que nos ouçam concentradas durante minutos ininterruptos?

O ensino neste nível [3.º – 5.º anos de escolaridade] deverá ser activo e intelectualmente estimulante e deverá ajudar os alunos a atribuírem um sentido à Matemática. (NCTM, 2007, p. 167)

As crianças têm necessidade de tocar, mexer, perguntar, desvendar e nós, professores, temos, e devemos, incitá-las a investigar e a criar.

Julgo ser evidente, a importância da educação Matemática ser iniciada nos primórdios da escolaridade, preparando os alunos a lidar astuciosamente com situações problemáticas novas e cuja envolvência desafiante seja causadora de entusiasmo e não de repulsa.

É cruel constatarmos que muitos dos nossos jovens se vêem obrigados a fazer opções escolares, com implicações reais no seu futuro, baseadas em convicções, de algum modo precipitadas, sobre as suas aptidões matemáticas.

Devemo-nos preocupar com a apatia demonstrada pelos nossos alunos perante a Matemática e contrariar o facilitismo que os envolve em desculpar o seu insucesso escolar na Matemática.

Temos a responsabilidade de lhes mostrar que a mudança na sua atitude face à Matemática é o primeiro passo para a compreensão dos assuntos abordados e consequente desenvolvimento de competências nesta área.

Todos nós fazemos melhor aquilo de que gostamos mais e não gostamos daquilo que nos é imposto.

Os alunos mais novos apresentam um leque de interesses menos díspar e uma tendência natural para a descoberta o que facilita a escolha de tarefas estimulantes e que quando apresentadas quase a e para brincar desenvolvem certamente competências, sem sentirem a imposição de aprender.

Esta envolvência de factos reforça a crença pessoal que defendo há vários anos: a polidocência logo no 1.º ciclo do ensino básico.

Como qualquer ser humano também o professor se envolve de diferente forma com os domínios com os quais se identifica mais, quer seja na área da Matemática como na da Língua Portuguesa ou na do Estudo do Meio. Esta conjuntura é facilmente captada pelos alunos e interferirá com as suas atitudes face aos assuntos abordados.

Não se trata de pôr em causa as capacidades de ensinar, e no que ressalta ao meu interesse, de ensinar Matemática, mas sim a inclinação para despertar e incutir o gosto pela Matemática, em suma, para educar matematicamente.

Os professores dos primeiros anos de escolaridade assumem um papel decisivo no que se refere às competências e às concepções que os alunos desenvolvem acerca da Matemática, pois são eles os primeiros a ensinar Matemática às crianças. Desta forma, as primeiras experiências matemáticas dos alunos são decisivas no desenvolvimento da sua visão acerca da Matemática e no desenvolvimento do gosto por esta disciplina como defendem Hannula, Maijala & Pehkonen (2004).

Estas ideias vieram reforçar a minha vontade e desejo de desenvolver esta investigação.

CAPÍTULO II

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

2.1 Interacção entre o domínio afectivo e o domínio cognitivo

Os fenómenos sociais, culturais e políticos têm influenciado, desde sempre, as orientações curriculares para o ensino da Matemática.

Assim, o processo de ensino – aprendizagem é obrigatoriamente um processo evolutivo, não só em termos de desenvolvimento cognitivo como também de desenvolvimento afectivo e emocional.

No contexto da Reorganização Curricular do Ensino Básico, em 2001, pretendia-se centrar o estudo da Matemática no aluno e no desenvolvimento de competências, através de actividades de exploração, descoberta e comunicação em complemento com as tarefas rotineiras que apenas visavam a aquisição de conhecimentos com base nos conteúdos.

Nesta perspectiva,

O facto que pode ser realmente decisivo na transformação positiva da Matemática escolar não é a alteração dos conteúdos, nem a introdução de novas tecnologias, mas sim a mudança profunda nos métodos de ensino, na natureza das actividades dos alunos. (APM, 1998, p. 39)

Ao longo de décadas, e ainda nos nossos dias, o insucesso na Matemática foi socialmente desculpabilizado pelo estigma geral de que ‘a Matemática é difícil’ e que o problema com a Matemática passa de pais para filhos. As pessoas assumem frequentemente que: «Eu nunca fui bom a Matemática, por isso o meu filho também não é» ou «a Matemática não é para todos».

Chiang (2005, citado por Anderson 2007) chega mesmo a comparar a Matemática com um remédio pouco agradável.

Infelizmente, estudar Matemática é, para muitos, algo semelhante a tomar um remédio de gosto amargo, necessário e inevitável, mas extremamente tortuoso. Tal atitude, denominada ansiedade matemática, tem as suas raízes, creio, em grande parte na forma pouco auspiciosa como a Matemática é apresentada aos alunos. (p. 93)

É nesta óptica que se deve salientar o *Princípio da Equidade*, segundo o qual:

Todos os alunos, independentemente das suas características pessoais, origens ou capacidades físicas, devem ter a oportunidade de estudar Matemática – e de ser apoiados na sua aprendizagem. A equidade não significa que cada aluno deva receber um ensino idêntico; pelo contrário, exige a adaptação razoável e adequada. (NCTM, 2007, p. 12)

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., 2007):

Os alunos devem desenvolver uma predisposição para a Matemática em contexto escolar e não escolar, apreciar os seus aspectos estéticos, desenvolver uma visão adequada à natureza desta ciência e uma perspectiva positiva sobre o seu papel e utilização. A compreensão dos conceitos e relações matemáticas, o estímulo e desafio que tarefas com carácter problemático podem proporcionar, e o envolvimento na exploração de regularidades, formas e relações matemáticas, são elementos importantes para o desenvolvimento deste tipo de atitudes. (p. 6)

Para os autores do NPMEB parece ser essencial a experimentação da Matemática através de diversos tipos de actividade como é referido neste documento:

O aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de

investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimento.(Ponte et al., 2007, p. 8)

Muitos investigadores em Educação Matemática como, por exemplo, Ponte et al. (2007), defendem nitidamente a inserção de modo progressivo da resolução de problemas, desde o 1.º ciclo do ensino básico, com a pretensão do alargamento de competências essenciais e benéficas ao desenvolvimento cognitivo dos alunos bem como para estimular a autoconfiança, a autonomia, o autocontrolo, o interesse e a determinação.

Ao resolverem problemas com regularidade, que permitam diferentes abordagens e incluindo problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados e problemas sem solução, os alunos vão adquirindo experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que é pedido. (Ponte et al. 2007, p. 29)

Num estudo que realizou em 1989, Schoenfeld (citado por Matos, 1991) identificou um ‘sistema de concepções’ dos alunos perante actividades de resolução de problemas. Para estes alunos:

- a) é necessário conhecer um conjunto de regras sem as quais não se consegue resolver problemas;*
- (b) a memorização de fórmulas e equações é muito importante, pela sua generalidade e aplicabilidade em muitas situações;*
- (c) a Geometria tem ‘dois mundos’, o dedutivo (da Matemática) e o construtivo (dos alunos);*
- (d) os problemas de Matemática podem ser resolvidos em poucos minutos;*
- (e) a Matemática que se aprende é a Matemática feita por outras pessoas.* (p. 98)

Este tipo de crenças pode provocar reacções emocionais positivas, quando o aluno é capaz de realizar a tarefa com sucesso, manifestando-se com atitudes de alegria, satisfação e interesse, ou reacções emocionais negativas, acompanhadas de frustração, tristeza e inércia.

Assim sendo, todos devemos estar preparados para lidar com estas situações, de maneira a minimizar os fracassos que daí possam advir (Neves & Carvalho, 2006).

Para além da influência deste tipo de concepções, a que ousou chamar de ‘concepções cognitivas’, pela afinidade com o conhecimento ou o desenvolvimento deste, na relação dos alunos com a Matemática temos ainda, e não menos importantes, as ‘concepções sócio-culturais e relacionais’.

As reacções que os alunos demonstram perante novas actividades matemáticas podem ser fortemente influenciadas por factores externos, como sejam os materiais disponíveis para desencadear o trabalho, o ambiente onde se desenrola a acção e o tipo de sociedade em que o aluno está inserido, e de factores internos, como a motivação, a persistência, o gosto pela descoberta, o espírito crítico ou a emoção.

Segundo Neves e Carvalho (2006):

No que diz respeito às emoções, umas são claramente desfavoráveis à aprendizagem e outras são-lhe favoráveis. Encontram-se no primeiro caso emoções como: o medo e a confusão persistentes, o pressentimento, a resignação, a incerteza prolongada, a falta de autoconfiança (que leva à desistência e ao afastamento) e o aborrecimento. Uma vez que as emoções são contagiantes, devem promover-se as emoções favoráveis à aprendizagem: experiências de conforto, bom humor, sensação de divertimento e prazer, em articulação com o sentido de desafio e persistência, estados de aceitação e ambição; mistério, e curiosidade. (p. 206).

Num estudo realizado por Haladyna, Shaughnessy e Shaughnessy (1983, citados por Matos, 1991, p. 94) foi possível concluir ‘que os alunos que têm uma atitude positiva face à Matemática (...) julgam o professor como bom e a aula como organizada.

Outras investigações referem ainda a importância de instrumentos de trabalho diversificados, atractivos e coerentes com o nível de desenvolvimento dos alunos.

Das finalidades presentes no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al. 2007) destaca-se o desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência:

Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos de:

- *autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, e autonomia e desembaraço na sua utilização;*
- *à-vontade e segurança em lidar com situações que envolvam Matemática na vida escolar, corrente, ou profissional;*
- *interesse pela Matemática e em partilhar aspectos da sua experiência nesta ciência;* (p. 3)

É pois importante, a tomada de consciência de que o gosto em ‘fazer Matemática’ e o envolvimento dos alunos em actividades matemáticas não se prende apenas com o domínio de conceitos, regras e procedimentos, mas também com agentes exteriores, como sejam, a relação professor – aluno, o tipo de actividades propostas, o meio escolar, social e familiar envolvente e as emoções (ansiedade, autoconfiança, auto controle, empenho, etc.).

Num estudo mais recente, realizado por Mestre (2005), com alunos do 1.º ciclo em actividades de investigação, as conclusões são concordantes com as referidas anteriormente. Esta investigadora concluiu que:

Nas tarefas onde havia linhas orientadoras mais definidas, assim como aquelas em que havia recurso a materiais manipulativos, os alunos se demonstraram mais entusiasmados e envolveram-se de forma mais profunda na actividade. (p. 121)

Neste trabalho, Mestre, mostra que os alunos são muito dependentes de orientações para desenvolverem o trabalho, por crerem a resposta a um problema matemático como única e, como tal, ou está certa ou errada.

O trabalho dos alunos esteve muito subordinado ao próprio guião da tarefa (...). Tal facto pode estar relacionado com a ideia ou concepção

dos alunos de que o trabalho de Matemática, na sala de aula, se resume à realização de tarefas em que a resposta é única e se avalia, como certo ou errado. (p. 123)

Esta investigadora, acrescenta ainda que os interesses dos alunos estão, ao que parece, mais avassalados ao que lhes é transmitido relativamente à tarefa do que propriamente às suas opiniões pessoais.

As motivações dos alunos parecem, por vezes, estar mais relacionadas com a existência de uma autoridade externa (representada tanto pelo guião da tarefa, como pelo professor ou a investigadora) do que com motivações ou interesse real dos mesmos. (p. 124)

Desde muito cedo, os alunos estão habituados a que os professores conduzam toda a actividade na sala de aula, o que fomenta uma grande dependência em relação a este. Nos primeiros anos de escolaridade, o professor tende a orientar os alunos na forma de resolver uma tarefa, na estratégia a usar na resolução da mesma e até em situações banais como quando devem passar o que está escrito no quadro.

Mestre (2005), ao trabalhar com alunos do 1.º ciclo, concluiu que quando os alunos têm pouca experiência em determinadas actividades como as de investigação,

(...) revelam frequentemente uma dependência excessiva da presença do professor para levar a cabo a concretização da investigação. (p. 124)

Esta autora refere ainda que os alunos, aquando da realização de actividades matemáticas, sentem necessidade de obter aprovação das suas conjecturas por parte do colectivo de inserção, neste caso, a turma e o professor, o que mostra a imprescindibilidade de uma aceitação a nível social,

A actividade matemática desenvolvida pelos alunos assumiu a sua dimensão social, isto é, a validação das suas ideias esteve dependente da sua aceitação pelos elementos da comunidade em que estão inseridos. (p. 127)

Torna-se, portanto, essencial trazer para primeiro plano os aspectos de carácter emocional e afectivo presentes na actividade escolar e, em particular, na aprendizagem da Matemática, tanto mais cedo quanto possível no percurso escolar das crianças. Urge por isso:

Observar o aluno em situação, conhecer os seus sistemas de crenças, as representações sociais e o processo de construção da sua identidade social tendo em conta os sentimentos e atitudes que reforçam as suas estruturas de crença. Todo este conjunto permite ao indivíduo orientar e proporcionar-lhe um código de comunicação. (Neves & Carvalho, 2006, p.208)

Outra ideia a ter presente é aquela que se pode ler nas palavras de Damásio (2000):

As emoções e os sentimentos (...) estabelecem uma ponte entre os processos racionais e os não racionais (p.143).

Daqui decorre que, para além das capacidades cognitivas, devemos ter em conta os aspectos afectivo – relacionais, isto é, ter em conta que:

A separação das emoções da racionalidade é artificial e leva a falsear as conclusões que daí se retiram. Cada vez mais se tende para que as emoções e as cognições (fruto de uma mente racional) sejam estudadas [e consideradas] de forma integrada e articulada. (Lopes, 1997, p.53)

Neste contexto, Damásio (2000) defende a importância de se considerarem os sentimentos de hoje como reflexão nos actos futuros, possibilitando uma melhoria no processo de ensino – aprendizagem.

Os sistemas educativos poderiam ser melhorados se se insistisse na ligação inequívoca entre as emoções actuais e os cenários de resultados futuros. (Damásio, 2000, p.253)

Hannula et al. (2005, p. 172) enfatizam a influência directa não só no que respeita ao domínio cognitivo, mas também das concepções e da dimensão afectiva dos professores nas concepções e afectos dos alunos. Referem ainda uma clara ligação entre o domínio afectivo e os resultados em Matemática, podendo mesmo uma influência negativa condicionar a continuidade na vida escolar.

Similarmente, Lopes (1997) indicou que uma criança que não consegue lidar da melhor forma com as suas emoções pode sentir-se frustrada, o que influencia negativamente o seu desempenho escolar e a sua relação com novas actividades. Os jovens emocionalmente estáveis são mais auto – confiantes e interessados, controlando as suas reacções e atitudes perante os outros.

António Damásio (2000), salienta que:

Conhecer a relevância das emoções nos processos de raciocínio não significa que a razão seja menos importante do que as emoções, que deva ser relegada para segundo plano ou deva ser menos cultivada. Pelo contrário, ao verificarmos a função alargada das emoções, é possível realçar os seus efeitos positivos e reduzir o seu potencial negativo (p. 252).

2.2 A resolução de problemas: Quanto mais cedo, melhor!

No Portugal dos anos 70 e 80, o ensino da Matemática baseava-se na memorização e aplicação de regras e procedimentos apreendidos. A partir dos anos 90, a resolução de problemas começa a ter um papel inequívoco e central na aprendizagem da Matemática, em termos de orientações curriculares.

No entanto, passados mais de 20 anos, a realidade não mudou de forma tão significativa como seria desejado, como refere Ponte (2003):

A grande deficiência do ensino da Matemática em Portugal está no facto de não promover, como seria necessário, a capacidade de pensar em

termos matemáticos e de usar as ideias matemáticas em contextos diversos. (p. 51)

É urgente alterar mentalidades, tanto de professores, como de alunos e de Encarregados de Educação, e proporcionar aos alunos uma verdadeira educação Matemática onde resolver problemas, raciocinar, conjecturar, intuir, relacionar e comunicar sejam uma prioridade.

É com base nestes pressupostos e na ideia de que a Matemática deve ser, cada vez mais, apresentada como uma ciência da vida diária, que surge a necessidade urgente de substituir o ‘ensinar Matemática’ pelo ‘educar matematicamente’, ou seja,

Proporcionar o conhecimento de factos matemáticos mas também a análise de situações que consideramos tipicamente fora da Matemática (sejam elas consideradas aplicações da Matemática, modelação Matemática, Matemática realista, investigações, etc.). (Matos, 2005, p.71)

Muitas vezes, os nossos alunos nos perguntam: «Mas para que é que isto serve?» ou «Para que é que eu preciso de saber isto?». Estas e outras questões similares exibem o desfasamento existente entre o contexto matemático e o contexto real, isolando cada vez mais a Matemática do enquadramento nas acções sociais.

Aprender Matemática tem que ser visto como um elemento residual do envolvimento dos alunos em práticas que envolvam a necessidade de percepção e do desenvolvimento do ponto de vista matemático sobre as coisas. (Matos, 2005, p.71)

O educar matematicamente deve proporcionar aos alunos uma aprendizagem directa e abrangente sobre o mundo e para o mundo, alargando a sua visão para além do pequeno universo que os rodeia.

Todos os alunos necessitam de uma educação Matemática que os prepare para um futuro de acentuadas e contínuas mudanças. (NCTM, 2007, p. 8)

Matos (2005) defende que, actualmente, é mais pertinente propiciar aos jovens um desenvolvimento saudável para que sejam indivíduos críticos, auto – confiantes e determinados. E a Matemática tem aqui um papel crucial, pois, para além de estar bem presente em tudo que nos rodeia, pensar matematicamente desenvolve competências criadas e definidas na acção, tornando os jovens capazes de reflectir e criticar de modo consciente e seguro o mundo, o seu mundo.

Ensinar bem Matemática envolve a criação, o enriquecimento, a manutenção e a adaptação do ensino de modo a atingir os objectivos matemáticos, a captar e a manter o interesse dos alunos e a envolvê-los na construção activa do conhecimento matemático. (NCTM, 2007, p. 19)

Como tal, devemos tornar os alunos competentes na resolução de problemas e no raciocínio matemático, bem como, nas suas argumentações desde o início da escolaridade, começando por exemplos concretos e progredindo à medida que os seus conhecimentos se tornem mais amplos (Ponte, et al., 2007). Neste sentido:

Os alunos devem ser capazes de:

- *seleccionar e usar fórmulas e métodos matemáticos para processar informação;*
- *reconhecer e apresentar generalizações matemáticas e exemplos e contra-exemplos de uma afirmação;*
- *justificar os raciocínios que elaboram e as conclusões a que chegam;*
- *compreender o que constitui uma justificação e uma demonstração em Matemática e usar vários tipos de raciocínio e formas de demonstração;*
- *desenvolver e discutir argumentos matemáticos;*
- *formular e investigar conjecturas matemáticas;*
- *compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;*

- *apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;*
- *monitorizar o seu trabalho e reflectir sobre a adequação das estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;*
- *formular problemas.* (p. 5)

Também aqui o aluno necessita de uma atenção especial do professor para que este o ajude a tornar-se capaz de resolver progressivamente problemas de forma autónoma.

Schoenfeld (1992, p. 65) faz referência a um estudo realizado por Lester, Garofalo & Kroll (1989) onde estes indicam os comportamentos do professor na orientação dos alunos para a resolução de problemas.

Estes autores resumiram as acções de um professor para ensinar os alunos a resolver problemas, acompanhando-as ainda dos objectivos pretendidos com a sua aplicação (Figura 1).

Estas acções estão divididas em três fases: antes, durante e depois da resolução do problema. Na primeira fase, os investigadores realçam a importância de uma leitura cuidada do enunciado do problema, de uma discussão alargada a todos os alunos sobre pormenores contidos no mesmo e, opcionalmente, eduzir possíveis estratégias de execução. Os autores propõem que enquanto os alunos estão a resolver o problema, segunda fase, o professor os questione como forma de identificar falhas ou situações benéficas e promissórias, forneça sugestões para ajudar a ultrapassar impasses e imponha a validação da resposta obtida no contexto do problema. Por último, o professor deve promover um debate não só sobre as soluções obtidas, mas especialmente sobre as estratégias adoptadas bem como a sua aplicabilidade a outros problemas do conhecimento dos alunos ou até a extensões do actual.

Acções para ensinar a resolver problemas

Acção do professor

Objectivo

ANTES

- | | |
|--|--|
| 1. Leia o problema ... Discutir as palavras ou frases que os alunos podem não compreender. | Ilustrar a importância de ler cuidadosamente; concentrar-se no vocabulário especial. |
| 2. Use discussão com toda a turma para se concentrar na importância de compreender o problema. | Foco sobre dados importantes, esclarecimentos do processo. |
| 3. (Opcional) Discuta com toda a turma sobre possíveis estratégias para resolver um problema. | Extrair ideias sobre as formas possíveis de resolver o problema. |

DURANTE

- | | |
|--|--|
| 4. Observe e questione os alunos para determinar onde é que eles estão na resolução do problema. | Diagnosticar os pontos fortes e fracos. |
| 5. Forneça dicas se for necessário. | Ajudar os alunos a ultrapassar bloqueios. |
| 6. Forneça extensões do problema se necessário. | Desafio consumados para generalizar. |
| 7. Exija aos alunos que obtiverem a solução que "responder à pergunta " | Exigir aos alunos que olhem para o seu trabalho e que se certifiquem de que faz sentido. |

DEPOIS

- | | |
|--|---|
| 8. Mostrar e discutir as soluções. | Patentear as diferentes estratégias. |
| 9. Relacionar o problema actual com problemas resolvidos anteriormente ou levar os alunos a resolver extensões do mesmo. | Demonstrar a aplicabilidade geral das estratégias de resolução do problema. |
| 10. Discutir características especiais, por exemplo, imagens. | Mostrar como os recursos podem influenciar a abordagem. |

Figura 1. Quadro apresentado por Schoenfeld sobre as acções para ensinar a resolver problemas (Adaptado de Lester, Garofalo, & Kroll, 1989, p. 26).

Neste sentido devem ser apresentadas aos alunos, em todos os ciclos de ensino, tarefas que tenham em vista os objectivos gerais do ensino da Matemática.

Assim, é necessário propor-lhes experiências diversificadas que permitam desenvolver as suas capacidades de resolução de problemas, de modo a poderem tirar partido da Matemática ao longo da vida.
(Boavida et al., 2008, p.13)

A variedade de actividades que propiciamos aos alunos deve possibilitar o desenvolvimento de competências a nível de raciocínio, de comunicação e de discussão de ideias, ampliando as suas capacidades não só no âmbito da Matemática como também nas várias áreas do saber escolar e nas vertentes social e pessoal.

O aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos [e] momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. (Ponte, et al., 2007, p. 8)

No entanto, importa realçar que é necessário diversificar as tarefas a propor aos alunos mas não suficiente para se obter o fim desejado:

As actividades a seleccionar deverão contribuir para o desenvolvimento do pensamento científico, levando o aluno a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar e ainda para o reforço das atitudes de autonomia e de cooperação. (APM, 1998, p. 43)

É importante ter em conta o grupo a que se destinam, tanto a nível cognitivo como social, de forma a serem compreensíveis, atractivas, desafiantes, motivadoras e que apelem à criatividade e à crítica.

A selecção correcta de tarefas poderá despertar a sua curiosidade e envolvê-los na Matemática. (...) as tarefas deverão provocar interrogações, possuindo um nível de desafio que convide à especulação e ao trabalho árduo. (NCTM, 2007, p. 19, 20)

Contudo, Hannula et al. (2005, p. 172) acrescentam ainda que a resposta dos alunos a novos desafios está fortemente relacionada com o domínio afectivo. É importante dar aos alunos a oportunidade da descoberta, mas o sucesso só será atingido se estes se sentirem motivados e auto – confiantes.

Todavia, à que ter em conta que, de certa forma, as tarefas por nós seleccionadas e apresentadas aos alunos são para eles indirectamente uma imposição, o que lhes pode desagradar só por este facto.

É perceptível a complexidade intrínseca ao processo de ensino – aprendizagem. Por um lado, é específico no que diz respeito aos intervenientes humanos e, por outro, diversificado no que se refere aos factores físicos, quer seja em relação à Matemática quer a outra área científica.

Assim, Professional Standards for Teaching Mathematics (NCTM, 1991), citado em NCTM (2007), apresenta seis normas para as quais o ensino da Matemática deve estar direccionado:

- *tarefas matemáticas significativas;*
- *o papel do professor no discurso;*
- *o papel do aluno no discurso;*
- *instrumentos para aperfeiçoar o discurso;*
- *ambiente de aprendizagem;*
- *análise do ensino e da aprendizagem.* (p. 18)

2.3 Uma abordagem ao domínio afectivo: concepções, atitudes, emoções e valores

Tal como é referido por Furinghetti & Morselli (2005), tradicionalmente a investigação em Educação Matemática e, em particular, na resolução de problemas

apenas tinha em conta os aspectos cognitivos dos alunos. Actualmente, os aspectos afectivos são igualmente valorizados e mais ainda as relações entre estes e os cognitivos. Neste sentido, estes autores destacam, por exemplo, num bom resolvidor de problemas as características cognitivas e as influências afectivas.

Embora seja unanimemente reconhecida a presença dos domínios cognitivo e afectivo e a relação entre eles nas relações dos alunos com a Matemática, não são consensuais as definições de termos como concepções, atitudes ou emoções.

Segundo Österholm (2008), a fixação na perspectiva cognitiva permite-nos abranger tanto as diferenças como as semelhanças entre o conhecimento e as concepções. As concepções transportam uma essência mais subjectiva, indivíduos diferentes podem ter concepções divergentes em relação ao mesmo tema, mas o conhecimento *é mais colectivamente comum*. Contudo, as duas podem condicionar o modo como reagimos perante uma determinada situação ou como nos relacionamos com os outros.

Relativamente às concepções, por exemplo, Furinghetti e Pehkonen (2002), citados por Schlöglmann (2009), distinguem entre “concepções profundamente enraizadas” e “concepções superficiais”, considerando o grau de certeza como uma característica da concepção.

Ponte (1992) num artigo intitulado *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação* liga as concepções ao domínio cognitivo e aborda a forma como estas podem influenciar as nossas acções.

As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão. (p. 1)

Ainda no mesmo artigo, Ponte (1992) enunciou algumas das concepções mais dominantes acerca da Matemática e que originam restrições nas capacidades de raciocínio, criatividade e sentido crítico bem como a ocultar a sua relevância cultural e social.

O cálculo é a parte mais substancial da Matemática, a mais acessível e fundamental.

A Matemática consiste essencialmente na demonstração de proposições a partir de sistemas de axiomas mais ou menos arbitrários, perspectiva em que se reconhece a influência directa do formalismo.

A Matemática seria o domínio do rigor absoluto, da perfeição total.

Quanto mais auto-suficiente, "pura" e abstracta, melhor seria a Matemática escolar

Nada de novo nem de minimamente interessante ou criativo pode ser feito em Matemática, a não ser pelos "génios". (p. 15,16)

Já Liljedahl (2005) define concepções acerca da Matemática como sendo simplesmente aquilo em que os estudantes acreditam, o que eles pensam que é verdade em relação à Matemática e aquilo que eles julgam ser a sua capacidade de fazer Matemática. Salienta também que muitas vezes estas concepções são resultado de vivências dos alunos com a Matemática e interpreta as atitudes como exteriorizações dessas concepções, dizendo-as *manifestações de concepções*, isto é, citando Ajzen (1998), define-as como *uma disposição para responder favoravelmente ou desfavoravelmente a um objecto, pessoa, instituição ou acontecimento*. Quanto às emoções interpreta-as como erigidas de uma determinada actividade ou situação e por isso naturalmente momentâneas.

Porém, este autor, não defende uma correlação positiva entre as concepções e/ou atitudes e as emoções. Crendo as emoções como instáveis e momentâneas, advoga que um aluno que normalmente apresenta concepções e atitudes negativas face à Matemática pode manifestar emoções positivas perante uma determinada tarefa e vice-versa.

Noutra perspectiva, Di Martino e Zan (2008), citados por Schlöglmann (2009), dividem em três tipos as atitudes matemáticas:

- *Simples: onde a atitude é vista como uma disposição emocional positiva ou negativa face à Matemática;*

- *Multidimensional: em que a atitude Matemática é constituída por três componentes – a resposta emocional, as concepções a respeito do assuntos e o comportamento relacionado com o assunto;*
- *Bi-dimensional: a atitude Matemática é vista como um padrão de concepções e emoções associadas à Matemática.*
(p. 164)

McLeod (1992, citado por Furinghetti e Morselli, 2005), indica que o domínio afectivo se relaciona com uma série de concepções, sentimentos e disposições e, portanto, muito para além do âmbito cognitivo. Este investigador, distingue três subdomínios no campo dos afectos: emoções, atitudes e concepções.

No entanto, DeBellis e Goldin (2006) consideraram pertinente acrescentar mais um subdomínio aos três de MacLeod: valores / moral / ética, gerando num modelo tetraédrico de interacções, e descrevem-nos do seguinte modo:

Emoções descrevem estados de sentimento de rápida mudança experimentados conscientemente ou que ocorrem durante o pré-consciente ou inconscientemente durante uma actividade matemática (ou outra). Os sentimentos emocionais variam de leves a intensos e são locais e contextualmente incorporados.

Atitudes descrevem orientações ou predisposições para certos conjuntos de sentimentos emocionais (positivos ou negativos), em contextos particulares (Matemática). Isso difere da visão mais comum de atitudes como predisposições em direcção a certos padrões de comportamento. As atitudes são moderadamente estáveis, envolvendo o equilíbrio da interacção da cognição e do afecto.

Concepções envolvem a atribuição de algum tipo de verdade externa ou validade para os sistemas de proposições ou outras configurações cognitivas. As concepções são muitas vezes altamente estáveis, altamente cognitivas e extremamente estruturadas - com o afecto entrelaçado nas mesmas, o que contribui para a sua estabilização.

Valores, incluindo a ética e a moral, referem-se ao fundo, "verdades pessoais" ou compromissos acarinhados pelos indivíduos. Eles ajudam a

motivar as escolhas a longo prazo e as prioridades de curto prazo. Eles também podem ser altamente estruturados, formando sistemas de valores. (p. 135)

Estes autores criaram um modelo de interacção destes quatro subdomínios, não só representativo das interacções destas componentes do domínio afectivo no próprio indivíduo, mas também delas com as dos outros e nas suas relações com factores externos, como sejam a educação, a cultura ou a própria Matemática. Destacam ainda que as influências tanto das componentes como dos factores externos são mútuas e dinâmicas.

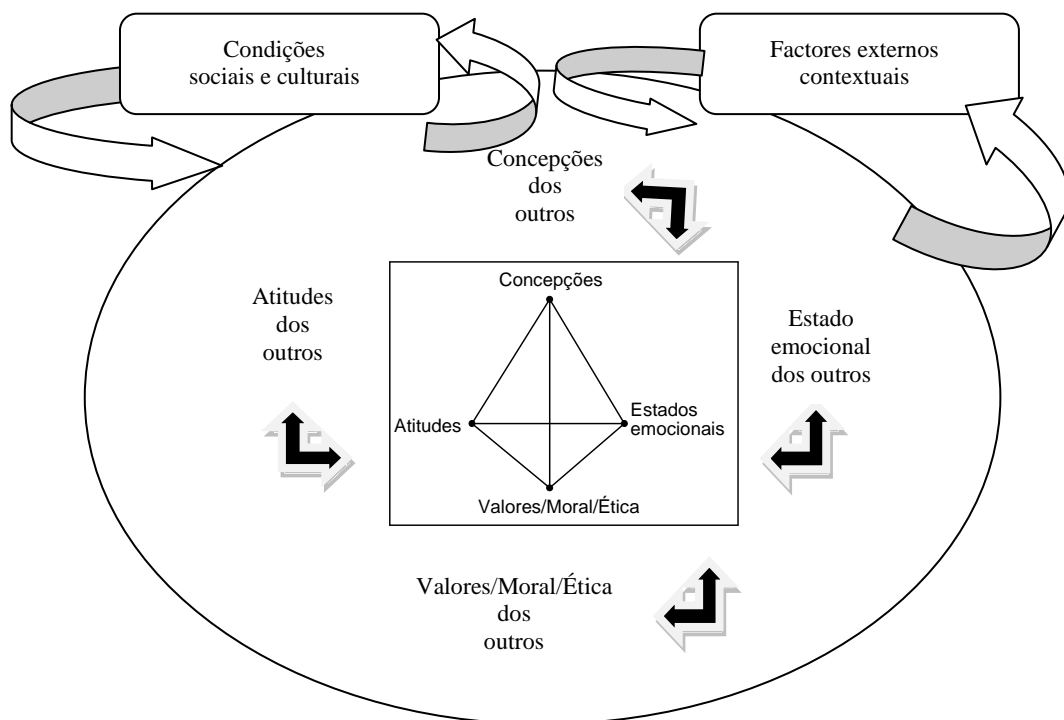


Figura 2. Um modelo tetraédrico de DeBellis e Goldin, descrevendo domínios do afecto. (p. 135)

Numa perspectiva de descrever muito sumariamente os últimos 50 anos, no que se refere à investigação no domínio afectivo e mais directamente aos termos como atitudes, emoções, concepções e valores, Leder e Forgasz (2006) citam alguns investigadores:

A atitude é o grau positivo ou negativo do afecto associado a algum objecto psicológico (Edwards, 1957);

As atitudes envolvem o que as pessoas pensam, sentem e como gostariam de se comportar diante de um objecto de atitude. O comportamento não é só determinado pelo que as pessoas gostariam de fazer, mas também pelo que elas pensam que fariam, que são, as normas sociais, sobre o que normalmente fariam, o que é habitual e as consequências esperadas desse comportamento” (Triandis, 1971);

O termo afecto significa muitas coisas para muitas pessoas, adquirindo interpretações que vão do "quente" para o "frio". No quente, o afecto é usado coextensivamente com o mundo das emoções, implicando uma dimensão intensa; no frio, o afecto é muitas vezes usado sem paixão, referindo-se a preferências, ao que gosto e que não gosto e escolhas. (Mandle, 1989,)

Uma avaliação global de atitude é baseada nalguma combinação de uma tendência de afecto, cognição e comportamento em direcção ao objecto da atitude” (Forgas, 2001). (p. 404, 405)

Na mesma linha de pensamento, Erkki Pehkonen (2004) indica ter havido ao longo dos anos uma mudança nas orientações da investigação em Educação: de um foco nas atitudes em sentido lato para uma especificidade nos subdomínios das emoções, atitudes (em sentido estrito), concepções e valores.

No que concerne às concepções em educação Matemática, Pehkonen (2004), baseado em Op't Eynde et al. (2002), distingue três subcategorias. A primeira reporta-se às concepções sobre a educação Matemática (a Matemática como um conteúdo, a aprendizagem da Matemática e a resolução de problemas, e o ensino da Matemática em geral); a segunda, acerca das concepções acerca de si próprio, é uma subcategoria individual (a auto-eficácia, o controle, a importância que atribui à tarefa e os objectivos que se propõe atingir) e a terceira, as concepções acerca do contexto social (as normas socio-matemáticas da sala de aula).

De acordo com este autor, as concepções posicionam-se entre o domínio cognitivo e o domínio afectivo e consequentemente como parte dos dois, no que ele define como sendo “the twilight zone”. Elas sofrem sucessivas alterações resultantes do

posicionamento do indivíduo na sociedade, das suas experiências e percepções e das concepções dos outros.

Outra tarefa difícil é a de diferenciar as concepções das emoções, atitudes e valores e Pehkonen (2004) salienta a contrariedade das posições de McLeod (1992) e de Evans et al. (2003). Para o primeiro, os quatro subdomínios encontram-se em perfeita continuidade, prolongando-se desde as emoções intensas e fluidas para as concepções estáveis e calmas, e os segundos criticam-no por não considerar estados emocionais brandos, de longa duração ou que aparecem habitualmente.

O que Pehkonen (2004) também sublinha é o facto de, apesar de distintas, as várias definições de concepção estarem em sintonia quando as consideram como um tipo de conhecimento e como englobando uma parte emocional.

Num estudo realizado por Gómez-Chácon (2005) na Bélgica com estudantes do ensino secundário de origem portuguesa, esta investigadora reconhece ter sentido necessidade de procurar uma abordagem mais precisa e operacional, isto é, um ponto de vista mais dinâmico, da relação entre os afectos e a cognição integrados em conjunturas sociais de aprendizagem, do que a defendida por vários autores (por exemplo, Goldin, 1998) e que ela própria usou como ponto de partida na sua investigação.

A defesa de Gómez-Chácon (2005) assenta na ideia de que tanto os conhecimentos como as concepções e as emoções são estabelecidos no contexto social do indivíduo e, por isso, as teorias cognitivas e socioculturais deveriam caminhar no mesmo sentido, procurando conjuntamente compreender e caracterizar a actividade humana.

A autora acredita que as emoções são uma consequência das interacções dos fenómenos socioculturais e cognitivos e, neste sentido, um aspecto igualmente importante a ter em conta.

Esta perspectiva é também apontada por Gómez-Chácon (2005) em relação à educação Matemática, afirmando que as emoções devem ser consideradas aquando da análise das aprendizagens matemáticas não só em termos específicos, como na resolução de uma determinada actividade, mas em termos mais gerais, encaradas no contexto social, escolar e pessoal do indivíduo e das relações deste com o seu grupo social.

McLeod (1992, citado por Wedege e Skott, 2007, p. 390) distingue atitudes, concepções e emoções de acordo com a forma como se desenrolam e com o tempo que levam a desenvolver-se. Na figura 3, McLeod apresenta em esquema um sentido mais

amplo de tipos de afectos, envolvidos na educação Matemática – concepções, atitudes e emoções – no que respeita à sua estabilidade e intensidade.

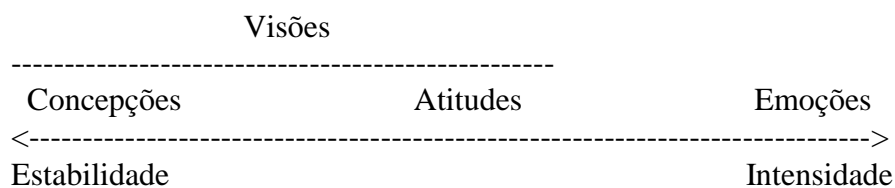


Figura 3. Espectro de afectos apresentado por McLeod.

As concepções e as atitudes são consideradas como vulgarmente estáveis e as emoções de rápida mudança. A variação da intensidade relaciona-se com o que nos agrada ou desagrade na Matemática, alternando entre as concepções *frias* e as atitudes *frescas* e as reacções emocionais *quentes*, ligadas às frustrações surgidas da resolução de problemas não rotineiros. Os três subdomínios diferem ainda conforme o grau cognitivo e o tempo para desempenhar uma tarefa.

Evans (2002) vai ainda mais longe e alia ao espectro de McLeod, os subdomínios de valores de DeBellis e Goldin (1997) ao estado de espírito ou disposição para trabalhar (Simon, 1982).

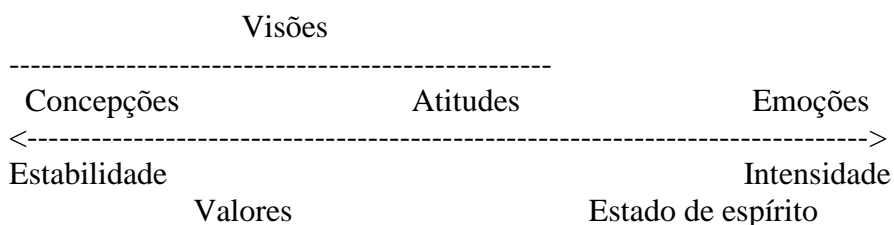


Figura 4. Espectro de afectos apresentado por Evans.

Num dos estudos realizados por Gómez-Chácon (2000, p. 153) sobre a interacção entre a cognição e os afectos em Matemática, esta investigadora apresentou uma tabela de registo das reacções emocionais sentidas pelos alunos durante o desenvolvimento de uma actividade matemática na sala de aula. As emoções colocadas à esquerda são positivas e as da direita negativas.















Curiosidade		Espanto/Confusão/Perplexidade	
Alegria		Quebra-cabeças	
Desespero		Gosto	
Calma		Indiferença	
Pressa		Divertimento	
Aborrecimento		Confiança	
Excitado		Bloqueio	

Figura 5. Tabela usada no estudo de Gómez-Chácon (2000, p.153) para os alunos registarem os sentimentos no final da actividade.

A esta tabela a autora chamou *Mapa do humor* e define-o como sendo:

Um instrumento icónico que, à imitação de mapas do tempo, estabelece um código para expressar diferentes reacções emocionais vivenciadas pelo aluno no decorrer da actividade matemática. (p. 152)

A autora reforçou a utilidade da tabela salientando que esta permitiu:

1. *Fomentar no aluno uma consciência de suas próprias reacções emocionais.*
2. *Fomentar no aluno um controlo e regulação da aprendizagem, por meio do processo meta-afectivo de perceber, identificar, controlar e responder à emoção.*
3. *Permitir ao professor recolher informações sobre as reacções afectivas dos alunos (magnitude, direcção, sensibilização e controle das emoções) e as suas origens (dinâmica de interacção entre os factores afectivos e cognitivos).*

4. Permitir ao professor obter informações em todas as fases de resolução da tarefa e dos processos cognitivos do envolvimento dos alunos. (p. 153)

Também numa investigação on-line realizada por Anderson (2007, p. 95) para analisar a ansiedade e atitude dos alunos perante problemas de Matemática foi usada uma tabela de símbolos com caras de *smileys* para caracterizar os sentimentos dos alunos.

The image shows a screenshot of a web browser displaying a survey interface. The interface is divided into two sections, each with a statement and a set of five response options. The first section is titled "I would feel nervous." and the second is titled "I would feel fine." Each section contains five columns of response options: "Big No", "No", "Dont' Know", "Yes", and "Big Yes". Each option is accompanied by a smiley face icon: "Big No" has two happy faces, "No" has one happy face, "Dont' Know" has a neutral face, "Yes" has one sad face, and "Big Yes" has two sad faces. Below each smiley face is a radio button. The "No" option in the first section and the "Yes" option in the second section are selected. The browser's taskbar at the bottom shows the Windows Start button, several application icons, and the system tray with the time 2:58 PM.

Figura 6. Janela de visualização usada on-line na investigação de Anderson.

Este estudo foi aplicado a 43 alunos do 1.º ciclo desafiados a considerar seis problemas matemáticos sobre a forma de operações matemáticas elementares de três níveis e tarefas problemáticas de três graus de complexidade. Depois de cada problema, cada aluno respondeu a seis questões de ansiedade, a uma relacionada com o problema e a mais seis questões referentes à sua atitude, através da tabela de *smileys*.

O autor declara considerar a atitude como uma resposta cognitiva e a ansiedade como uma resposta emocional.

A resposta de ansiedade perante a Matemática é entendida como uma resposta emocional involuntária a problemas de Matemática e a linguagem Matemática. Atitude diante da Matemática é utilizada para se referir a um fenómeno qualitativamente diferente, onde a natureza da

resposta é considerada e expressa no pensamento, linguagem cognitiva.
(p. 93)

Neste estudo Anderson (2007), particulariza a sua observação na ansiedade e atitudes dos alunos na resolução de problemas baseado na ideia de Ma e Kishor (1997) que consideram a Matemática demasiadamente ampla para tirar elações gerais significativas.

Talvez a melhor solução, antes que avaliações de atitudes mais avançadas são desenvolvidos, seja avaliar atitudes específicas para determinadas áreas de Matemática ou actividades (por exemplo, a aritmética, resolução de problemas) do que a atitude generalizada em relação à Matemática como um todo. (p. 94)

Na óptica de Morissette & Gingras (1999, citados por Neves & Carvalho, 2006), a atitude dá origem a reacções emotivas, podendo estas ser favoráveis ou desfavoráveis:

Atitude é uma disposição interior da pessoa que se traduz em reacções emotivas moderadas que são assimiladas e, depois, experimentadas sempre que a pessoa é posta perante um objecto (ideia ou actividade). Estas reacções emotivas levam-na a aproximar-se desse objecto (a ser favorável) ou a afastar-se dele (a ser desfavorável). (p. 203)

Por sua vez, estas autoras, no seu trabalho sobre *A importância da afectividade na aprendizagem da Matemática em contexto escolar* definem atitude e emoção separadamente.

O termo atitude significa a disposição natural para realizar determinadas tarefas.

Uma emoção designa um estado afectivo claramente acessível à consciência com um conteúdo cognitivo preciso (sabemos o motivo do medo, da vergonha, da alegria, etc.) de grande intensidade mas de curta duração. (p. 203)

Hannula et al., em 2007, no 5.º Congresso da Sociedade Europeia de Investigação em Educação Matemática – procuraram esclarecer o significado dos conceitos, inserir novos conceitos e especificar a forma como estes se relacionam no que concerne aos afectos e às suas interacções com a Matemática. Consideraram importante focar o trabalho do grupo em dois pontos:

1. *A estrutura do domínio afectivo e seu efeito sobre a actividade matemática em sala de aula*
2. *O desenvolvimento do afecto e a sua mudança intencional.* (p. 226)

Na última sessão de trabalho do grupo neste congresso, Peter Opt'Eynde apresentou uma poderosa figura (p. 204) resumindo todos os conceitos discutidos e o modo como estes se relacionam. Esta figura foi o ponto de partida do debate do mesmo grupo de trabalho no 6.º Congresso, em 2009, sobre o mesmo tema.



Figura 7. Estrutura do domínio afectivo proposta por Peter Opt'Eynde (2007).

Tendo em conta que neste estudo pretendo analisar *as atitudes e emoções dos alunos do 4.º ano perante desafios matemáticos*, é pertinente e necessário clarificar o que aqui se entende por atitudes, emoções e desafios.

Com base nas referências expostas, termo atitude é aceite como a predisposição individual para a realização de uma dada tarefa, variando entre positiva ou negativa consoante a nossa preferência ou repulsa relativamente à situação em causa e regulada por factores sociais, culturais e educacionais.

Quanto às emoções são repostas afectivas, conscientes ou inconscientes, de curta duração mas de grande intensidade.

2.4 Noção de desafio matemático no contexto do estudo

Cada vez mais o mundo apresenta aos jovens uma diversidade de situações atractivas que combatem directamente com o universo escolar. Cabe-nos a nós, professores, contrariar esta luta desigual e oferecer aos nossos alunos um ensino que se afaste dos processos tradicionais e garanta situações motivadoras e condutoras de uma aprendizagem eficaz e prazerosa.

Os desafios matemáticos são vistos por muitos autores proponentes a este tipo de ensino.

Barbeau (2006), em *The Role of Challenges in Mathematical Learning*, apresenta alguns propósitos para o uso de desafios no ensino da Matemática. Indica que um desafio deve proporcionar:

- (a) *Uma verdadeira e directa participação na Matemática e estimular o aspecto mais genuíno da sua natureza. O aluno deve sentir-se efectivamente um matemático, trabalhando a Matemática longe de uma abordagem mecânica e rotineira integrando a investigação, a análise, avaliação e validação de conjecturas.*
- (b) *Uma aparente sensação de liberdade do e no processo de ensino – aprendizagem. Autonomamente o aluno aprende e sente que o que aprende não pode ser esquecido.*

- (c) *Uma focalização do pensamento do aluno numa situação específica, impelindo a sua atenção para assuntos anteriormente apreendidos e fortalecendo-os.*
- (d) *Um desenvolvimento da imaginação, da capacidade de raciocínio e da criação de estratégias adequadas bem como a ligação a outros povos e culturas.*
- (e) *Um pensamento matemático profundo e um interesse pela pesquisa.*
- (f) *A aprendizagem de conteúdos curriculares sem que o aluno sinta necessidade de memorizar.*
- (g) *A transmissão de conhecimentos, no âmbito escolar, entre os diferentes níveis de ensino, e no campo sociocultural, entre a vida escolar e a ocupacional, seja esta profissional ou de lazer. (p. 2 – 4)*

Este autor faz ainda em *The classification of challenges*, uma divisão dos tipos de desafios segundo determinadas características:

- a) *Desafios explosivos*: os alunos são levados a meditar sobre um dogma matemático, ou seja, uma situação que à partida consideravam como verdadeira.
- b) *Compreender algoritmos*: propor aos alunos a demonstração de uma fórmula por eles já conhecida e trabalhada ou que descubram o porquê de um determinado algoritmo funcionar. Este tipo de desafio tem paridade com o anterior, mas é apresentado separadamente por se aplicar exclusivamente a algoritmos e fórmulas.
- c) *Desafios de nível*: são problemas criados de forma a serem desafiantes tanto para alunos mais fracos como para alunos mais fortes.

- d) *Investigações*: são desafios que podem, eventualmente, ter mais do que uma solução e para os quais o aluno tem que definir estratégias de actuação e colocá-las em prática.
- e) *Quebra-cabeças*: são enigmas que os alunos podem trabalhar nem que seja só por motivos culturais. Muitas vezes estes desafios mostram-se propícios ao trabalho em pares ou pequenos grupos.
- f) *Construção de exemplos*: é um tipo de *actividade mais aberta* em que os alunos podem criar mais hipóteses que facilitem a resolução do problema ou tentar *inspiradamente adivinhar* a solução. São desafios adequados para trabalhar em turma, quando as condições são em grande número.
- g) *Reconhecimento de padrões e critérios de construção*: o aluno procura descobrir o modelo de construção de uma dada situação.
- h) *Analisar as falácias e os erros*: propor aos alunos a descoberta de erros, que muitas vezes eles próprios cometem, por análise situações incorrectas. Estes desafios podem melhorar a compreensão de conceitos por parte dos alunos.
- i) *Desafios técnicos*: sugerir a resolução de questões fora dos padrões normais, para as quais é necessário a aplicação de estratégias bem delineadas. (p. 5 a 12)

Considerando os objectivos visados neste estudo, assume-se aqui que um desafio matemático tem as seguintes características:

- (a) Um enunciado compreensível e um aspecto atractivo para o grupo a quem se destina;
- (b) Representa situações não rotineiras e motivadoras;
- (c) É resolúvel através de variadas estratégias;
- (d) Admite uma única solução.

Esta caracterização de desafio matemático ou de tarefa matemática desafiadora é tipicamente utilizada, como afirmam Freiman, Kadijevich, Kuntz, Pozdnyakov e Stedoy (2009), para designar tarefas matemáticas interessantes e potencialmente apelativas, embora nem sempre fáceis de resolver.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

3.1 Opções metodológicas

Durante largos anos e nas várias áreas científicas, apenas as investigações assentes em metodologias quantitativas eram consideradas críveis e bem fundamentadas. Imperavam os resultados numéricos, os modelos matemáticos e o tratamento estatístico de dados que, embora repletos de precisão, não emanavam de relações humanas nem de conjunturas vividas em afinidade (Amado, 2007, p. 274).

Ao fenómeno educativo é intrínseco um conjunto de inconstâncias que devem ser tidas em conta no seu todo e não isoladamente, salvaguardando a perda de relações de causa – efeito (Junqueira, 1995, p. 73).

Assim, a complexidade do fenómeno educativo nas suas variadas vertentes (do ensino, da aprendizagem, das relações intra e interpessoais, do social/moral/ético, etc.) impôs à investigação educacional a alteração de mentalidades e os resultados qualitativos foram ganhando progressivamente o seu posto.

Evans (1994), citado por Junqueira (1995, p. 73) evidencia esta posição:

A abordagem qualitativa é útil quando se pretende explorar a riqueza, coerência (i.e., não separação em variáveis) e processos de desenvolvimento, num número limitado de casos. Assim podem destacar-se episódios de resolução de problemas, a fim de compreender o processo – para fins investigativos ou para aperfeiçoar o ensino e a aprendizagem.

Segundo Bogdan & Biklen (1994) uma investigação de natureza qualitativa assenta em cinco características centrais:

- *A investigação qualitativa tem um ambiente natural como fonte directa dos dados e o investigador como seu principal instrumento* – a presença directa do investigador possibilita depreender sobre as situações em concreto;
- *A investigação qualitativa é predominantemente descritiva* – a informação abordada é descrita pelos intervenientes directos e pelas ocorrências;
- *A investigação qualitativa preocupa-se com os processos mais do que com os resultados ou produtos* – a atenção foca-se na situação concreta em que a acção ocorre.
- *Na investigação qualitativa a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo* – o ponto de partida são os próprios dados e os resultados a análise destes.
- *O significado é a preocupação essencial da investigação qualitativa* – o cerne está na interpretação dos acontecimentos e nas conexões destes com os participantes.

A metodologia qualitativa caracteriza-se pelo processo indutivo exploratório (contexto de descoberta), centrando-se este trabalho na variabilidade de relações comportamento/significado. O estudo é desenvolvido através da interacção com os actores no terreno da investigação (não havendo lugar para o teste de conceitos ou ideias preconcebidas) e pouco se sabe sobre aquilo que se irá passar (Lessard-Hébert, Goyette & Boutin, 1990).

Ainda em relação às metodologias de investigação, vários autores, tais como Ponte (1994) e Yin (1994), defendem que quando o objectivo pretendido é descrever e depreender acerca de acontecimentos vividos em contexto real e de forma participante,

em que as múltiplas variáveis não são nem se pretende que sejam controladas e em que as procedências são diversas, a abordagem mais adequada será o estudo de caso.

Segundo Ponte (1994),

Um estudo de caso pode ser caracterizado como um estudo de uma entidade bem definida como um programa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social. Visa conhecer em profundidade o seu “como” e os seus “porquês”, evidenciando a sua unidade e a sua identidade próprias. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única em muitos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global do fenómeno de interesse.

Tendo em conta que o estudo que desenvolvi se caracteriza por:

- (i) ser de natureza heurística e empírica;
- (ii) ser focado num grupo de alunos, mais precisamente nas suas atitudes e emoções;
- (iii) as observações a realizar serem participantes;
- (iv) haver necessariamente uma articulação entre descrição e análise dos acontecimentos

e ponderando as questões que norteiam o mesmo, optei por uma metodologia de estudo de caso, dentro do paradigma de investigação qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 1994).

Além disso, este estudo adopta um carácter interpretativo na medida em que se pretende “conhecer a realidade tal como ela é vista pelos actores que nela intervêm directamente” (Ponte, 1994, p. 8).

Conforme referem Merriam (1988) e Denzin (1989), citados por Ponte (1994), a perspectiva interpretativa da investigação qualitativa:

- *Preocupa-se essencialmente com os processos e as dinâmicas;*

- *Mais do que qualquer outra, depende de forma decisiva do investigador ou da equipa de investigação;*
- *Procede por indução, reformulando os seus objectivos, problemáticas e instrumentos no curso do seu desenvolvimento;*
- *Baseia-se em descrição grossa, que vai além dos factos e das aparências, apresentando com grande riqueza de pormenor o contexto, as emoções e as interacções sociais que ligam os diversos participantes entre si. (p. 9)*

Assumindo o presente estudo como sendo de natureza qualitativa interpretativa e o caso como a experiência que envolveu um grupo de alunos do 4.º ano, em particular três desses alunos (estudo de caso múltiplo), perante desafios matemáticos propostos num cenário extra-curricular, o trabalho de campo decorreu no ambiente natural (sala de aula), sem qualquer manipulação da minha parte.

O propósito do estudo é identificar e compreender as atitudes e emoções destes alunos durante a realização de tarefas desafiantes.

O facto deste objectivo ter uma essência fortemente pessoal reforça a importância do espaço onde a acção decorre ser familiar para os alunos e de eu adoptar um papel de observadora participante, permitindo uma interacção directa com os investigados e uma percepção real dos episódios, favorecedora no processo descritivo dos acontecimentos.

Como defende Caria (1999):

A interacção na investigação revela uma implicação (uma parcialidade, uma auto-reflexão, uma compreensão emocional de um sentido social) e não tanto uma participação em maior ou menor grau. (p. 29)

3.2 Preparação da recolha dos dados

Para a implementação deste estudo, foram respeitados todos os trâmites necessários para o acesso ao contexto de investigação.

Assim, o primeiro passo foi a entrega do projecto de investigação e pedido de permissão para a sua implementação (Anexo 1) ao Órgão de Gestão do Agrupamento Vertical de Escolas a que pertence a escola básica do 1.º ciclo, bem como solicitar a autorização do Ministério da Educação para a aplicação do estudo.

Embora a investigação não tivesse lugar no contexto de aula, pareceu-me conveniente reunir com a docente titular da turma do 4.º ano a que pertenciam os alunos que aspirava envolver no estudo. Dei ainda conhecimento da realização do mesmo à Professora Coordenadora de Projectos do Agrupamento.

Na medida em que o projecto decorreu em tempo de Actividades de Enriquecimento Curricular e que estas não são de carácter obrigatório, enviei aos Encarregados de Educação dos alunos um documento esclarecedor sobre o projecto que pretendia desenvolver com estes e a importância da resolução de problemas no processo de ensino – aprendizagem da Matemática. Por fim, solicitei autorização dos Encarregados de Educação dos discentes que se mostraram interessados em participar (Anexo 2).

A questão da confidencialidade dos dados recolhidos é um dos aspectos a que o investigador deve dar particular atenção. Deste modo, informei os pais e Encarregados de Educação e os próprios alunos de que toda a informação recolhida seria utilizada apenas no meu estudo e garanti a confidencialidade dos dados recolhidos. Expliquei aos alunos o carácter voluntário da sua participação e comprometi-me a garantir o anonimato dos participantes, de modo que não sentissem qualquer receio em participar.

3.3 Experiência educacional

As actividades de enriquecimento curricular realizaram-se todas as terças-feiras, com a duração aproximadamente uma hora, entre 16 h às 17 h, no ano lectivo de 2008/09.

A recolha de dados teve lugar entre o mês de Outubro de 2008 e o mês de Fevereiro de 2009, num total de dezassete sessões.

No entanto, considerei não fazer sentido que findo este período interrompesse o trabalho com os alunos, uma vez que me tinha comprometido a ocupar aquele tempo escolar. Por isso, continuei a desenvolver com eles actividades no âmbito da

Matemática, que embora não indo ser objecto de análise perseverariam a essência deste trabalho.

Cada sessão teve início com a entrega e leitura do desafio a desenvolver. Esta leitura foi quase sempre feita por mim com o propósito de enquadrar social e/ou escolarmente o desafio; engrandecer a intenção da tarefa, aumentando o entusiasmo dos alunos; enfatizar os aspectos mais relevantes; explicar pormenores proeminentes e responder a dúvidas imediatas dos alunos.

Durante o desenrolar das actividades propostas, os alunos procuraram-me sempre com a pretensão de receberem um feedback sobre a estratégia escolhida.

No término da realização da tarefa, os alunos elaboraram uma pequena composição explicativa da sua resolução e, por vezes, expuseram a todo o grupo a(s) estratégia(s) utilizada(s).

Seguidamente, ponderou-se e elegeu-se o melhor trabalho produzido, segundo critérios de correcção, clareza e criatividade. Esta escolha foi feita ou por mim, quando o tempo de duração da sessão estava praticamente esgotado, ou pelo grupo completo de alunos. Neste segundo caso, cada aluno atribuiu ao trabalho de cada um dos colegas uma pontuação de 1 a 6², através da exposição de placas a que os alunos cognominaram de “Chupas” (Figuras 8 e 9). O aluno que obteve melhor pontuação no trabalho recebeu uma oferta da minha parte.



Figura 8. “Chupas” – Fotografia das placas usadas pelos alunos para atribuição da pontuação dos trabalhos desenvolvidos nas sessões.

² Nos “chupas” foi usada a numeração romana devido ao interesse demonstrado pelos alunos por este conteúdo curricular, aquando da entrevista.

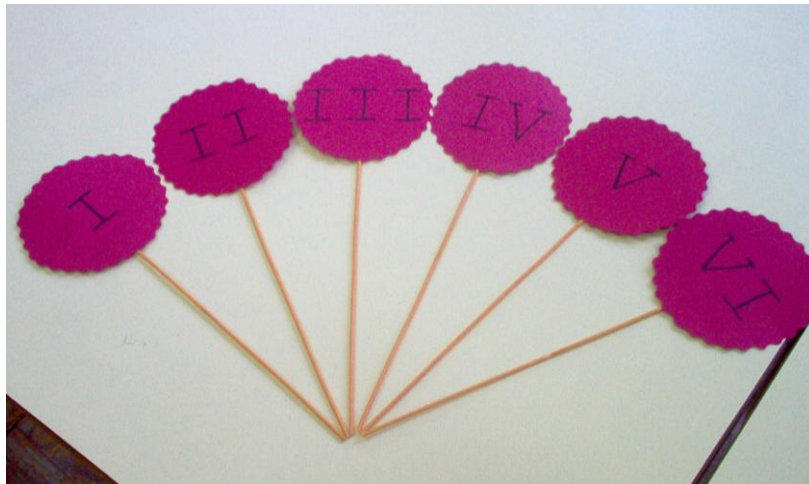


Figura 9. “Chupas” – Fotografia das placas usadas pelos alunos para atribuição da pontuação dos trabalhos desenvolvidos nas sessões.

Depois de terminada a actividade, cada aluno preencheu a respectiva grelha das emoções sentidas durante o desenvolvimento da actividade (Figura 10), indicando, com base em ícones expressivos, se se sentiu “Triste”, “Confuso”, “Nem triste nem contente”, “Contente” ou “Fascinado”, no início, no meio e no fim da actividade.

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

Figura 10. Grelha das emoções sentidas pelos alunos durante o desenrolar da actividade

No final de cada sessão recolhi os trabalhos para posterior análise.

Nas sessões foram trabalhados treze desafios que se podem enquadrar em quatro grupos distintos: regularidades, lógica, números e combinações.

O quadro seguinte identifica cada um dos desafios desenvolvidos, a sua integração nos grupos acima referidos e a sua calendarização.

Data	Designação do Desafio	Grupo de Integração
7 de Outubro de 2008	Autocolantes (Anexo 6)	Regularidades
14 de Outubro de 2008 21 de Outubro de 2008	Peixinhos (Anexo 7)	Regularidades
28 de Outubro de 2008	Colar de Contas (Anexo 8)	Regularidades
4 de Novembro de 2008	Enigma da Soma (Anexo 9)	Números e Operações
4 de Novembro de 2008	Clube de Dança (Anexo 10)	Regularidades
18 de Novembro de 2008 25 de Novembro de 2008 13 de Janeiro de 2008	Colorir Mapas (Anexo 11)	Combinações
2 de Dezembro de 2008	Jogo de Ténis (Anexo 12)	Combinações
6 de Janeiro de 2009	Ás do Espaço (Anexo 13)	Números
20 de Janeiro de 2009	Matemática Marciana (Anexo 14)	Números e Operações
27 de Janeiro de 2009	Os Primos (Anexo 15)	Combinações
3 de Fevereiro de 2009	A Turma da Flora (Anexo 16)	Combinações e Regularidades
10 de Fevereiro de 2009	Os Marinheiros (Anexo 17)	Números e Regularidades
17 de Fevereiro de 2009 24 de Fevereiro de 2009	Matrix (Anexo 18)	Números

Figura 11. Quadro de identificação e calendarização dos desafios

Os desafios propostos derivaram de uma pesquisa levada a cabo por mim e posterior aprovação por parte da orientadora.

A escolha dos desafios teve em conta a consonância com as competências já adquiridas e a adquirir pelos alunos neste nível de ensino; a pouca familiaridade dos

alunos com este tipo de tarefas e mais ainda com a descrição e exposição das suas ideias e conclusões e o gradual aumento da dificuldade, possibilitando uma adaptação natural.

3.4 Participantes no estudo

O presente estudo teve o desenvolvimento do trabalho de campo numa escola do 1.º ciclo de um Agrupamento Vertical constituído por 4 escolas: uma do pré-escolar, duas do 1.º ciclo e uma com 2.º e 3.º ciclo, onde eu leccionava a disciplina de Matemática.

Este agrupamento está inserido numa zona junto ao mar com um meio socioeconómico bastante desfavorecido. Os alunos que frequentam as várias escolas do agrupamento são essencialmente oriundos de famílias de pescadores, sem grandes vivências para além do mar.

Os meus alunos de 3.º ciclo, nunca demonstraram grande entusiasmo na resolução de problemas ou perante tarefas de investigação. Para eles trabalhar Matemática era apenas resolver mecanicamente exercícios.

Sentia da parte destes alunos alguma resistência em relação à aula que não fosse expositiva pelo professor. Percebi cedo que eles não tinham tido oportunidade de experimentar trabalhar a Matemática numa perspectiva exploratória e investigativa.

Apesar dos alunos do Algarve estarem convidados a participar em iniciativas regionais tais como o Sub 12, o Sub 14 ou as Olimpíadas Concelhias do Algarve em Matemática, poucos foram aqueles que consegui envolver neste tipo de actividades, para além de constatar a falta de proximidade e habilidade que possuíam.

No entanto, através do trabalho colaborativo com os meus colegas de Matemática do 2.º ciclo reconheci a facilidade em envolver alunos mais novos neste tipo de campeonatos.

O meu desejo foi então levar esta iniciativa a alunos com menos idade, por exemplo, do 1.º ciclo e abalancei-me a este estudo.

Assim, propus a um grupo de alunos do 1.º ciclo do agrupamento onde leccionava um conjunto de problemas e de desafios matemáticos, relacionados com o curriculum, com o objectivo de conhecer e perceber quais as suas reacções.

O grupo com que trabalhei era constituído por treze alunos, seis rapazes e sete raparigas, com idades compreendidas entre os oito e os dez anos, em regime de voluntariado.

As sessões realizaram-se na sala de aula onde decorrem as actividades lectivas diariamente, não se alterando, assim, o espaço escolar natural.

Todas as sessões foram gravadas, em áudio, para facilitar a descrição e análise dos acontecimentos, tendo eu assumido sempre um papel participante, orientador e observador.

Uma semana antes do início das sessões travei com os alunos um primeiro contacto. Houve lugar para as apresentações e para uma entrevista semi-estruturada, a fim de depreender sobre como estes alunos encaram a Matemática, quais as suas experiência matemáticas habituais e quais as mais relevantes do seu ponto de vista.

Devido ao elevado número de desafios desenvolvidos e do ainda maior número de sessões implementadas, a análise de dados centrar-se-á na observação de cinco desafios dinamizados em sete sessões.

A escolha dos desafios a analisar foi feita tendo em conta a distribuição no tempo de experimentação, dois do início, um do meio e dois do fim, e o facto de abrangerem os vários grupos de integração: regularidades, combinações e números e operações.

Ainda que as sessões se tenham implementado com o grupo de treze alunos, parte da análise dos dados e das conclusões do estudo focar-se-ão mais detalhadamente sobre as atitudes e emoções sentidas por três desses alunos, que designei por Hugo, Luísa e Maria.

A escolha destes alunos deveu-se à diferente capacidade que evidenciaram, no decorrer das sessões, em:

- (a) Compreender o enunciado do desafio;
- (b) Definir estratégias de resolução do desafio;
- (c) Colocar essas estratégias em prática;
- (d) Solucionar o desafio;
- (e) Comunicar e discutir as suas ideias.

Realço ainda que neste grupo de discentes em particular, se verificou que alunos com capacidades cognitivas idênticas ao nível do descrito anteriormente também

mostraram atitudes e emoções semelhantes, não se perdendo, por isso, credibilidade no estudo com o foco nos três alunos.

3.5 Recolha de dados

Os dados que fundamentam este estudo foram obtidos pela colaboração voluntária do grupo de alunos com que dinamizei as sessões.

Na recolha de dados foram usados quatro processos: entrevista, observação e registo áudio das sessões, questionários e recolha documental.

Entrevista

As entrevistas facultam ao investigador um conjunto de informações peculiares sobre os observados, tais como crenças, sentimentos e aspiração. Do ponto de vista teórico as entrevistas são entendidas como um instrumento valioso, na medida em que as ideias transmitidas ao investigador por parte dos participantes espelham visões e concepções próprias sobre um determinado conteúdo (Bogdan & Biklen, 1994; Lessard-Hébert, 1990).

A entrevista pode ser de três tipos – estruturada, semi-estruturada e não estruturada – e o seu sucesso depende em muito da conduta do investigador.

Para este estudo, optei por realizar uma entrevista semi-estruturada e colectiva (Anexo 3). Esta teve lugar a 30 de Setembro de 2008 na sala de aula da turma a que pertenciam os alunos envolvidos no estudo, com o propósito de realizar as apresentações de ambas as partes antes do início das sessões e de os alunos darem a conhecer:

- (i) A sua relação com a Matemática;
- (ii) A sua visão sobre a Matemática;
- (iii) Os jogos matemáticos que conheciam e
- (iv) As suas expectativas em relação às sessões.

Tanto o facto de ter optado por uma entrevista colectiva como o de ter escolhido uma entrevista semi-estruturada, permitiu-me transformá-la numa conversa em que os alunos se sentissem à vontade para expor as suas opiniões e onde fossem o centro das atenções. Os observados tinham idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos e como crianças que eram precisavam que o espaço envolvente lhes fosse familiar para que não se retraíssem e agissem com naturalidade e confiança.

Como entrevistadora, preparei previamente um guião com as questões a colocar aos alunos e à volta das quais dinamizei a entrevista, isto é, embora as perguntas escolhidas fossem o âmago da entrevista permiti que esta se desenrolasse, obviamente que de forma controlada, conforme as respostas dos alunos.

Observação e gravação áudio das sessões

Numa investigação de carácter interpretativo, a observação é uma das técnicas de recolha de dados indispensável. Como já foi referido, adoptei uma atitude participante, observadora e orientadora em todas as sessões desenvolvidas, uma vez que sendo as sessões em tempo de Actividades de Enriquecimento Curricular, não teve o acompanhamento de nenhum outro docente.

Dado o considerável número de participantes em cada sessão, a idade destes, a pouca experiência dos alunos com desafios matemáticos, a relutância perante a resolução de problemas e a dinâmica que se pretendia incrementar nas sessões, foi-me impossível produzir notas de campo durante as sessões. Este hiato foi colmatado com a gravação áudio das sessões e posterior transcrição dos episódios, permitindo desta forma uma descrição fiel dos discursos bem como, da minha parte, uma apreciação do quadro narrado.

Questionários aos alunos

Os questionários são outro instrumento de recolha de dados usado na obtenção de informação sobre aspectos não observáveis.

Deles fazem parte questões que podem ser de resposta aberta ou fechada, cada uma das quais como envolvências e preponderâncias distintas.

As perguntas de resposta aberta originam respostas mais pessoais e diversificadas implicando uma maior dificuldade no seu tratamento e podendo mesmo essa diversidade impedir a comparação entre os pares.

Por outro lado, as questões de resposta fechada têm um trato mais fácil aquando da análise, mas um cunho direccionado e impositor pelo facto da resposta ser obrigatoriamente uma das hipóteses apresentadas. A este tipo de questões pode, eventualmente, aplicar-se um tratamento quantitativo independentemente da abordagem metodológica da investigação.

Neste estudo foram implementados dois questionários: um com uma conjugação entre os dois tipos de questões, 8 de resposta aberta e 6 de resposta fechada, e outro somente de respostas abertas com 9 questões.

O primeiro, aplicado a 13 de Janeiro de 2009, foi respondido anonimamente (evitando algum constrangimento) por todos os alunos que constituíam o grupo de trabalho e depois de já terem realizado algumas sessões de desafios (Anexo 4).

Teve como objectivo conhecer, mais pormenorizadamente, a relação de cada aluno com a Matemática, a sua opinião sobre as actividades dinamizadas nas sessões, as dificuldades sentidas no seu desenvolvimento e as diferenças encontradas entre as sessões e as aulas de Matemática.

O segundo questionário foi aplicado apenas aos três alunos sobre os quais recairá a análise mais detalhada neste estudo e marcou o fim da recolha de dados. Com este questionário procurei conhecer do que é que os alunos tinham gostado mais; os sentimentos que tiveram ao longo das sessões; as diferenças entre a Matemática das aulas e a Matemática das sessões e as suas opiniões acerca das actividades e da Matemática (Anexo 5).

Recolha documental

Cada um dos desafios foi apresentado aos alunos em suporte de papel. No mesmo documento, foi-lhes solicitado que realizassem a tarefa e preenchessem a grelha das emoções sentidas.

Como já referi anteriormente, no final de cada sessão recolhi estes registos imprescindíveis ao estudo para, posteriormente, proceder à sua análise e tirar elações.

3.6 Análise dos dados

Em investigação qualitativa, a recolha e análise de dados devem estar emparelhadas, iniciando-se as duas em simultâneo e permitindo gerir influências mútuas. Isto pode eventualmente possibilitar a opção por novos processos de recolha de dados (ascendência da segunda sobre a primeira) ou a reformulação das questões iniciais da investigação (interferência da primeira sobre a segunda).

O propósito da análise dos dados é a organização, metodização e compreensão de toda a informação recolhida e decidir sobre o que deve ser transmitido aos outros.

A análise dos dados avoca aqui um carácter particularmente descritivo e interpretativo e foi realizada em duas etapas. Uma primeira, concisa, concomitante com a recolha de dados debruçou-se sobre as transcrições e primeiras aferições dos acontecimentos e a final, mais ampla, teve como intuito de responder às questões de investigação.

Como durante as sessões apenas estavam na sala de aula eu e os alunos empolgados com a realização das actividades, não tive oportunidade de fazer registos escritos in loco de situações que me parecessem relevantes. Fui por isso fazendo comentários orais passíveis de registos áudio e que me ajudassem posteriormente na interpretação dos factos.

No final da recolha de dados, reuni todo o material obtido (transcrições, respostas aos questionários e trabalhos elaborados pelos alunos) e procedi a uma reanálise tendo em conta de modo mais pormenorizado as questões de investigação que foram mote deste estudo.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Neste capítulo apresento os principais resultados deste estudo que foram construídos a partir da análise da entrevista conjunta, da observação das sessões, dos questionários e dos materiais produzidos pelos alunos.

Com base na entrevista e numa parte dos questionários feitos aos participantes, apresento algumas das suas ideias dos alunos acerca da Matemática, sobre as sessões dinamizadas e os desafios propostos.

Como já referi no capítulo anterior, nem sempre o tempo destinado a cada sessão foi suficiente para terminar o desafio projectado, havendo necessidade de uma continuidade na semana subsequente.

Assim sendo, os dados recolhidos nas sessões, através da minha observação participante, das gravações áudio e dos trabalhos elaborados pelos participantes, serão apresentados fazendo uma breve abordagem ao desafio, transcrevendo partes pertinentes das sessões, ilustrando com trechos das produções dos alunos e comentando sumariamente as várias partes expostas.

4.1 O primeiro encontro

O primeiro encontro com os alunos realizou-se uma semana antes do início das sessões de trabalho. Objectivando conseguir uma proximidade espontânea com os discentes, procurei transformar a entrevista numa conversa descontraída, dando a todos oportunidade para falarem e serem ouvidos.

Entrei na sala de aula da turma, onde alguns dos alunos que participariam no estudo já me esperavam, por iniciativa da professora titular da turma.

Eu: Posso sentar-me aqui?

Todos: Sim.

Eu: Já estão todos?

Todos: Sim.

Eu: Então, boa tarde a todos. Já sabem o que é que eu venho aqui fazer?

Marta e Rosa: Dar aula de Matemática.

Eu: Dar aula de Matemática?!

Todos: Ahhhh!!!! ... – Os alunos riem-se do que as colegas disseram.

Eu: Então não é a vossa professora que vos dá a aula de Matemática? Eu não venho dar aulas de Matemática!

Luísa: Jogos de Matemática.

Eu: Jogos e brincadeiras de Matemática.

Leonel: A nossa professora já disse isso.

Eu: E o que é que disse mais.

Leonel: Não disse ainda mais nada. Só disse que...

Neste momento a professora titular da turma surge na sala e os alunos ficam em silêncio. Até que interroguei o aluno que estava a falar antes da entrada dela.

Eu: Diz, diz? Ficaram intimidados com a presença da professora?

Leonel: Não, não.

Professora: Eu imponho-vos assim tanto medo, é?

Alguns: Não.

Os alunos riram contidamente.

Eu: Então podes dizer. – Dirigindo-me ao Leonel.

Leonel: Eu estava a dizer que a gente ia fazer jogos e brincadeiras.

Em seguida apresentei-me aos alunos dizendo o meu nome e que era professora na Escola Básica dos 2.º e 3.º ciclos da mesma localidade. Esta informação despertou uma animada conversa entre mim e os alunos que me perguntavam se eu era professora dos irmãos ou dos primos.

Esta troca de informações foi bastante útil para quebrar algum constrangimento inicial. Depois de falarmos dos familiares que estudavam na escola onde eu leccionava, disse-lhes:

Eu: Bem, hoje ainda não vamos “brincar”, gostaria de vos conhecer um pouco melhor e saber aquilo que vocês mais gostam, está bem?

Todos: Sim.

Em seguida, fomos falando sobre o gosto de cada um pela Matemática.

Eu: E o que é que tu gostas mais de fazer em Matemática?

Hugo: Contas, problemas...

Eu: Gostas dos problemas?

Hugo: Sim.

Eu: Contas, problemas... Mais?

Hugo: Não sei mais.

Leonel respondeu-me que também gostava de Matemática, ao que lhe perguntei:

Eu: E gostas assim a assim ou gostas mesmo?

Leonel: Gosto mesmo, mas agora não gosto muito, porque os problemas (referindo-se aos problemas da aula de Matemática) são mais difíceis.

E acrescentou:

Leonel: Eu agora estou a gostar mais de Língua [Portuguesa].

Eu: Pois, os problemas... e as contas?

Leonel: As contas de mais, de menos e de vezes são fáceis, mas as de dividir são difíceis.

Alguns alunos: Iiiih! São tão fáceis... – Comentam alguns.

Eu: Algumas contas são fáceis outras são difíceis, não é? Vocês estão agora a aprender a fazer contas de dividir?

Todos: Não.

Os alunos explicaram que já sabiam, mas que estavam a aprender umas mais difíceis, com dois números no divisor. Depois de uma troca de palavras entre mim e a professora acerca da operação de divisão, esta fez questão de me mostrar o tipo de contas que os seus alunos faziam, voltei à conversa com o Leonel:

Eu: E então Leonel, diz-me lá mais coisas que tu gostes, ou não gostes muito em Matemática.

Leonel: Aaaaaa ...

Eu: Então, só fazem contas? Que coisas é que vocês fazem mais em Matemática?

Leonel: Fichas...

Eu: Pois. Fichas de Matemática. Mais?

Leonel: Mais...

Eu: E essas fichas têm contas e problemas?

Leonel: E muitas coisas mais... numeração romana.

Eu: E vocês gostam de numeração romana?

Todos: Sim.

Alguns alunos: Adoro.

Entretanto, a professora titular da turma saiu da sala de aula e o ambiente ficou mais descontraído.

Quis então saber se estavam habituados a trabalhar com materiais manipuláveis e de que tipo.

Eu: Mas que tipos de jogos conhecem?

Adriana: Jogos de Matemática.

Diana: Dominó.

Eu: Dominó? O dominó normal?

Alguns alunos: Dominó com contas.

Alguns alunos: Dominó com áreas.

Leonel: Com ... geométricas.

Eu: Com figuras geométricas?

Leonel: Sim.

Rosa: Dominó com ... com ... com divisões.

Eu: Pronto. Têm este tipo de dominós. E que mais?

Adriana: Mais nada.

Pela escassa variedade de jogos supracitados pelos alunos, constatei que não era comum uma aprendizagem com recurso a este tipo de materiais e que, provavelmente, nas aulas de Matemática não seria frequente tarefas que incentivassem a descoberta.

Em seguida, procurei saber o que entendiam os alunos por desafios matemáticos ao que a Luísa me responde:

Luísa: Por exemplo, um desafio matemático, por exemplo, uma pergunta para depois a gente fazer.

Insisti, questionando sobre a forma como se resolvem os desafios matemáticos. Um dos alunos respondeu-me que era a “Pensar” e eu acrescentei:

Eu: Pensando, lendo o que está lá e podem desenhar ou fazer esquemas, para perceberem melhor.

Foi então que Rosa explicou como resolviam um problema:

Rosa: Quando temos que resolver um problema, temos que fazer as contas, fazer o desenho e temos que pôr os dados que estão na questão. – Fazendo gestos que demarcavam o espaço para cada uma dessas partes.

No entanto, a maioria dos alunos mencionava a numeração romana e “as contas” como o que o gostava mais de fazer em Matemática. Uns ficavam pela adição, referindo a divisão como uma “conta” mais complicada.

Esta identificação da Matemática com as contas é vulgar em alunos do 1.º ciclo como relatam vários estudos, por exemplo, Amaral, 2003.

Logo neste primeiro diálogo com os alunos foi fácil notar que estes não estão habituados a empregar uma linguagem Matemática cuidada, referindo-se à adição como “contas de mais”, à subtração como “contas de menos” e à multiplicação como “contas de vezes”. Esta situação ocorre com frequência nos alunos mais novos, prolongando-se muitas vezes por vários anos de escolaridade.

Diana foi uma das alunas que afirmou gostar muito de Matemática, ao que lhe pedi que explicasse do que gostava mais.

Diana: Contas de mais e de dividir e numeração romana.

Eu: E dos problemas?

Diana: Menos.

Adriana, que gosta “mais ou menos” de Matemática explicou do que gostava mais e do que gostava menos:

Adriana: Gosto mais das contas de mais, menos e dividir. E menos das de vezes.

Tentei conduzir a nossa conversa para a resolução de problemas, insistindo em saber quem gostava de resolver problemas e quais as estratégias usadas na sua resolução. Depois de alguns alunos mencionarem que gostavam de resolver problemas,

procurei saber o que faziam e como faziam para os resolver. O Leonel apressou-se a explicar:

Leonel: Às vezes, quando não conseguimos resolver, a professora manda assim o Hugo ou o Pedro para nos ajudarem.

Eu: A professora costuma mandar os que já terminaram mais cedo ajudar os outros, é isso?

Leonel: Os mais espertos da sala.

Eu: E quando a professora dá um problema e vocês conseguem chegar ao fim, como é que ficam? Ficam felizes?

Hugo: Muito felizes, contentes.

Eu: E quando não conseguem chegar ao fim?

Rosa: Tristes.

Eu: E o que é que a professora faz?

Luísa: Passa para outra actividade.

Ao que Rosa esclarece de imediato que depois de Matemática é Língua Portuguesa, ou seja, a alteração da actividade implica a mudança de área curricular disciplinar.

Eu: Muito bem. Quem é que gosta dos problemas?

A Rosa, o Hugo e a Marta colocaram o dedo no ar como resposta afirmativa.

Eu: E quem é que não gosta de problemas?

Nenhum aluno se manifestou.

Eu: E quem é que gosta pouco dos problemas?

Os alunos que afirmaram gostar pouco dos problemas foram Adriana, Luísa, Diana, Leonel, Cláudio e Maria.

Persisti, procurando saber se a professora lhes dava pistas para os ajudar a resolver os problemas ao que me responderam que, por vezes, isso acontecia.

Eu: E depois com as pistas, normalmente, vocês já conseguem, é isso?

Alunos: Sim.

Depois de perceber que a resolução de problemas e desafios matemáticos não era do especial agrado dos alunos, procurei explicar-lhes como iriam decorrer as nossas sessões. Para isso coloquei-lhes algumas questões:

Eu: Alguma vez fizeram o seguinte: todos resolveram um problema, depois disseram a todos como é que tinham feito e escolheram o melhor?

Todos: Não.

Eu: Nas nossas sessões, vamos fazer isso. Concordam?

Todos: Sim.

Eu: E o que é ser o melhor?

Hugo: É o que faz os trabalhos mais depressa, bem-feitos e se comporta melhor.

Os alunos não reconheceram que os estava a questionar acerca do melhor trabalho e Hugo de imediato respondeu aquilo que entende que deve ser o melhor aluno. Este comentário pode significar falta de apreciação dos trabalhos de todos os alunos e, talvez, uma valorização daqueles que são mais rápidos a apresentar a resposta correcta, sem uma análise das várias estratégias usadas. A ideia de que os problemas de Matemática devem ser resolvidos num curto espaço de tempo é salientada em vários estudos, por exemplo Schoenfeld (citado por Matos, 1991, p. 98), como uma concepção dos alunos independentemente do nível escolar em que se encontram.

No que diz respeito às expectativas dos alunos sobre como iriam decorrer as sessões por mim propostas, todos demonstraram ansiedade em descobrir o que iria acontecer achando à partida que seria divertido, com a excepção do Cláudio que afirmou não saber bem se iria ou não gostar.

4.2 Autocolantes

Iniciei a sessão de trabalho lembrando o que tinha ficado acordado relativamente ao desenvolvimento da actividade e posterior avaliação e atribuição do prémio da semana.

Quando mostrei o material que íamos usar para pontuar os trabalhos, a que passaram a chamar chupas, eles manifestaram sentimentos de euforia e fascínio, porque os acharam “giros” e a pontuação estava escrita em numeração romana, por ser algo que eles gostam bastante.

O primeiro desafio, “Autocolantes” (Anexo 6), foi retirado da Prova de Aferição de Matemática, 2.º ciclo, de 2002, e com ele pretendia-se que os alunos completassem um dado padrão e posteriormente que criassem um.

O propósito foi trabalhar a noção de padrão, investigando regularidades em sequências e desenvolvendo a capacidade de abstracção como é mencionado no *Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte et al, 2007).

Indiquei o material necessário para a concretização do desafio, distribuí-o e li-o, intercalando com explicações que facilitassem a compreensão do que se pretendia e que me permitisse aferir sobre os conhecimentos dos alunos para a realização da tarefa.

A palavra padrão surge logo na frase introdutória do desafio e com ela a minha primeira questão:

Eu: O que é isto de padrão que se repete?

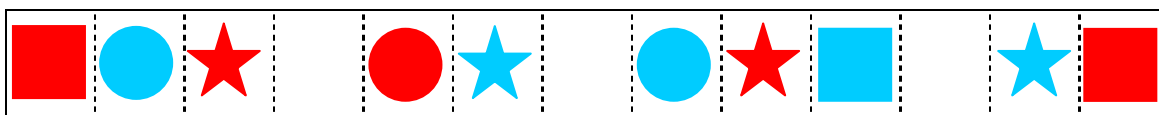


Figura 12. – Padrão apresentado no primeiro desafio: “Autocolantes”

Os alunos ficaram em silêncio durante algum tempo, evidenciando que a palavra “padrão” não lhes era de todo familiar, até que Hugo responde:

Hugo: Vermelho, azul, vermelho, azul, vermelho, azul, ...

Eu: Sim, isso é um padrão.

Diana: Mas temos que fazer desenhos?

Eu: Exacto. O que é que acontece mais aqui? Para além do vermelho e do azul, temos quaaadrados, cíírculos e ...

Alunos: Estrelas.

Eu: E temos espaços sem nada e vocês têm que descobrir o que é que falta, segundo esta sequência lógica. Fiz-me entender?

Alguns responderam sim, outros ficaram calados, dando a entender que não estavam a perceber, transmitindo algum desânimo.

Então, fiz um padrão simples no quadro negro:



Figura 13. – Padrão mais simples desenhado por mim no quadro.

Eu: Qual é o padrão aqui?

Hugo: Mais, vezes, vezes, mais, vezes, vezes, mais, ...

Eu: Correcto. A seguir ao mais vem o ...?

Alunos: Vezes.

Eu: E depois?

Alunos: Vezes.

Eu: Portanto, estes três repetem-se sempre – apontando para os símbolos. E continuei: O que vocês têm que descobrir é o que se repete aqui. – Referindo-me ao desafio.

Mas a actividade era mais do que isto e antes de eu terminar já eles estavam com as suas cores na mão, a olhar para o papel e tentar descobrir qual o padrão, revelando ansiedade e interesse em começar a trabalhar.

Tive que pedir que parassem e me ouvissem, porque havia mais. Expliquei que iriam construir o seu próprio padrão e no final teriam que registar, na grelha das emoções, o que sentiram.

Os trabalhos começaram e com eles as perguntas:

Leonel: Professora, isto aqui está tudo trocado. Aqui em vez de ser a estrela devia ser aqui.

Eu: Porquê?

Leonel: Isto aqui está trocado.

Eu: Olha as cores! – Sugeri.

Hugo: Então aqui é uma bola, professora?

Eu: Tens que descobrir tu sozinho.

Depois da confusão na realização da primeira parte do desafio, todos os alunos realizaram correctamente a primeira parte do trabalho, à excepção de Leonel que trocou a cor da bola (Figura 14) e de Telmo que só desenhou quadrados (Figura 15).

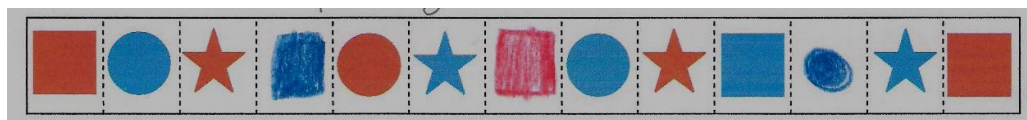


Figura 14. – Trabalho realizado por Leonel na primeira parte do desafio “Autocolantes”

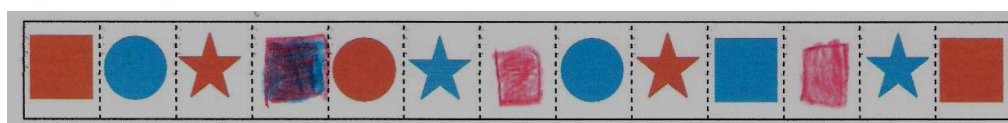


Figura 15. – Trabalho realizado por Telmo na primeira parte do desafio “Autocolantes”

A tabela de emoções sentidas por Leonel corrobora com as dificuldades que este experimentou, reconhecendo que se sentiu confuso no meio da actividade.





Como me senti					
	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade				X	
No meio da actividade		X			
No fim da actividade					X

Figura 16. – Grelha de emoções sentidas por Leonel no desafio “Autocolantes”.

A dada altura, Leonel preocupou-se em saber o que acontecia se errassem. Este receio, presente também noutras sessões, demonstra, no meu entender, que o erro não é entendido nem tratado como uma forma de aprendizagem, mas sim como algo negativo no desempenho dos alunos, implicando uma classificação menos boa e uma menor aceitação por parte dos outros.

Na segunda parte do desafio, os alunos apenas colocaram questões relacionadas com as cores e o tipo de figura que podiam usar, iguais ou diferentes do exemplo anterior.

Contudo, os alunos foram limitados na sua criatividade usando, na maioria dos casos, as mesmas figuras ou trocando a estrela pelo triângulo, o quadrado pelo rectângulo ou o azul pelo verde.

Como todos os alunos terminaram a actividade rapidamente, propus que eles explicassem por escrito como tinham descoberto o padrão dos autocolantes e as dificuldades ressurgiram.

Demonstraram uma clara inexperiência em comunicar matematicamente por escrito. Perguntaram-me se não podiam “explicar à boca” e muitos não conseguiram fazer-se entender, como por exemplo a Maria:

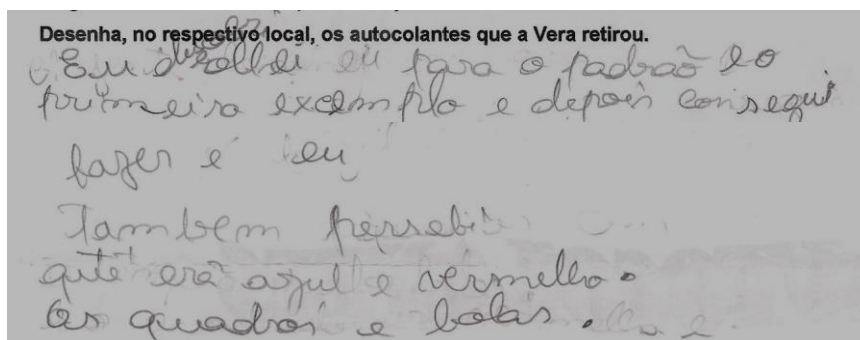


Figura 17. – Explicação de Maria para a concretização do padrão do desafio “Autocolantes”.

Estando o trabalho praticamente concluído, sugeri que reflectissem sobre os seus sentimentos e preenchessem as duas primeiras linhas da grelha das emoções, ficando a última para depois das apresentações, ponderações e eleição do melhor trabalho.

Embora tivessem mostrado preferência pela explicação oral, nem por isso esta fase foi bem conseguida. As apresentações dos trabalhos aos demais colegas denotaram, novamente, inexperiência e bastante constrangimento e vergonha, não conseguindo expressar mais nada para além do que estava escrito no papel. Exceptuando-se o Hugo, que não tendo escrito nada, foi muito claro na sua intervenção:

Hugo: Eu descobri que era sempre vermelho, azul, vermelho, azul, vermelho, azul. E descobri que era quadrado, bola, estrela, depois era quadrado, bola, estrela, quadrado, bola, estrela.

Antagonicamente, o caso de Luísa é exemplificativo de como a falta de clareza, tanto escrita como verbal, pode ser penalizante. Apesar de ter conseguido finalizar correctamente o desafio, os colegas não compreenderam a sua explicação e desvalorizaram o seu trabalho.

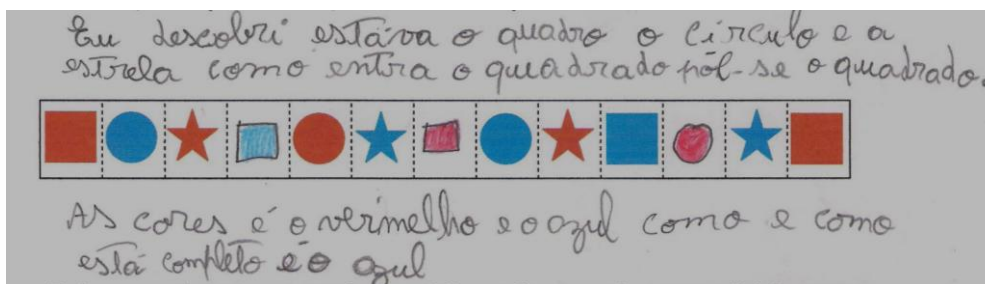


Figura 18. – Trabalho e explicação de Luísa na realização do desafio “Autocolantes”.

A obrigatoriedade de uma explicação escrita fez com que alguns alunos se sentissem, no meio da actividade, nem tristes nem contentes ou até mesmo confusos como no caso de Hugo.

Como me senti

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade				X	
No meio da actividade		X			X
No fim da actividade					X

Figura 19. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Autocolantes”.

Chegada a hora das ponderações e pontuações, as relações interpessoais foram marcantes. Embora o padrão do trabalho vencedor estivesse completado de forma correcta e a aluna se tivesse expressado clara e concisamente:

Diana: Eu descobri que era vermelho, azul e tinha quadrado, bola, estrela, quadrado, bola, estrela.

Ao longo da atribuição das classificações apercebi-me da influência do factor amizade entre elementos do mesmo sexo e de rivalidade entre rapazes e raparigas, não havendo espírito crítico na apreciação dos trabalhos. Perante esta atitude dos alunos fui alertando e recomendando que olhassem para a qualidade dos trabalhos dos colegas e não para o facto de serem ou não muito amigos. Expliquei que a amizade também inclui honestidade, sinceridade e justiça.

4.3 Os peixinhos

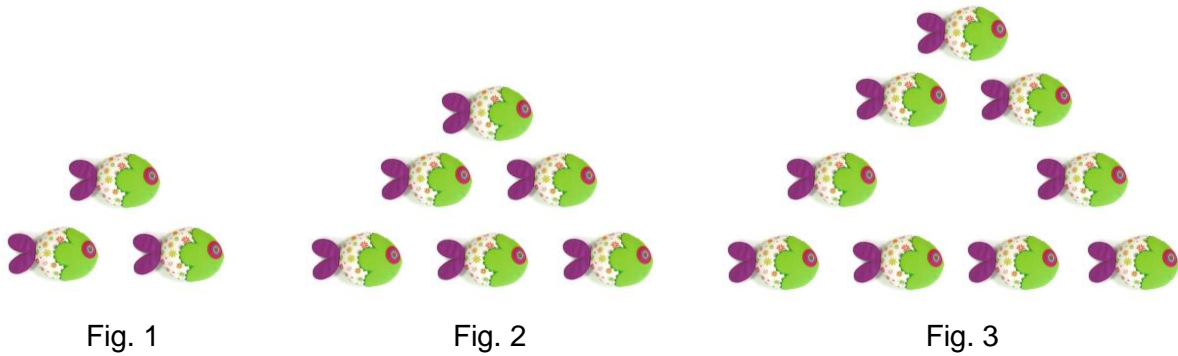
Esta sessão começou de uma forma um pouco atribulada o que fez encurtar o tempo para a realização da actividade: primeiro a auxiliar educativa da escola não estava avisada da minha presença e reteve-me durante algum tempo enquanto se esclarecia a situação; depois houve uma troca de sala, o que obrigou a alterar a disposição das mesas para que os alunos trabalhassem como na semana anterior, permitindo-me chegar mais facilmente a todos e, por último tivemos a presença de três novos alunos, o que implicou o protocolo de apresentações e as explicações gerais de funcionamento do projecto.

Passados estes contratempos, a sessão começou, como sempre, com a distribuição e leitura do desafio e esclarecimento das primeiras dúvidas.

Com tantos imprevistos, esqueci-me de ligar o gravador e a gravação só teve início aquando das apresentações das conclusões de cada aluno individualmente.

O desafio “Os peixinhos” (Anexo 7), foi adaptado da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo, de 2005, com a pretensão de *investigar regularidades numéricas e resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional* tal como é proposto no *Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte et al, 2007).

A exploração da tarefa envolveu dois momentos distintos. O primeiro em que os alunos deveriam completar uma tabela por análise das três primeiras figuras de uma sequência e explicar o raciocínio usado e o segundo em que lhes foi pedido que desenhassem a quarta figura da mesma sequência.



Nº de ordem da figura	1	2	3	4	10
Nº de peixinhos da figura	3	6			

Figura 20. – Sequência de figuras e tabela a completar no 2º desafio: “Os peixinhos”.

Na primeira parte da sessão (que não foi gravada) as maiores dificuldades manifestadas pelos alunos foram no preenchimento da última coluna da tabela que correspondia ao número de peixes da figura 10 da sequência.

Apesar de, aquando da explicação da primeira parte do desafio, ter chamado a atenção para o facto de no preenchimento da tabela a última coluna corresponder ao número de peixes da figura 10 e não da figura 5 (que seria a seguinte) e de alguns alunos terem referido de imediato “é a tabuada do 3”, nem todos conseguiram aperceber-se deste facto e certos alunos, embora se tenham apercebido disso, não foram capazes de associar a correspondência.

Porém, a parte da actividade em que apresentaram mais dificuldades foi na representação da figura 4. Só três alunos conseguiram desenhá-la correctamente, e isto depois de eu ter alertado para algumas regularidades das figuras representadas na sequência: estavam dispostos em forma de triângulo e nenhum peixe dentro desse triângulo.

Nunca referi as propriedades fundamentais para a construção da figura como, por exemplo, a relação entre o número de peixes na base do triângulo ou em cada um dos outros lados e o número da figura, isso era algo essencial para perceberem a construção das figuras seguintes e decidi que teriam de ser eles a descobri-lo.

Primeiro, os alunos fixaram-se somente no número de peixes que a figura teria de ter sem se preocuparem com a sua forma. Todos desenhavam os doze peixes, mas em forma de quadrados, rectângulos ou círculos e raramente na forma correcta.

Enquanto os alunos preencheram, muito rapidamente, a tabela não manifestaram qualquer dificuldade e tudo correu bem.

No entanto, quando começaram a mostrar-me as suas representações e tive de disser que “não estava muito bem”, “que tinham que reparar que os peixinhos faziam um triângulo e que não havia peixinhos dentro” e eles tentavam uma, duas, três e quatro vezes sem conseguirem, a frustração foi total e aquilo que mais se ouvia na sala de aula, depois de tantas tentativas, era “professora não consigo”, “não sei fazer”, “não faço mais”, “professora a minha folha já está feia de tanto apagar”, etc.

Tendo em conta que só Pedro, Hugo e Tomás tinham até ao momento conseguido desenhar a figura 4 e que os sucessivos fracassos na concretização da segunda parte da tarefa criaram um ambiente negativo, considerei que o mais assertivo era dá-la temporariamente por encerrada e passarmos às apresentações individuais.

Para que os alunos expusessem mais facilmente os seus resultados, reproduzi no quadro negro a tabela e eles procederam ao seu preenchimento.

Diana: Professora, temos que ir aí ao quadro explicar como é que fizemos?

Eu: Sim.

Leonel: Fixe.

Marta: Eu não consegui fazer! Dirigindo-se à Diana, mas referindo-se ao desenho da figura 4.

Diana: Nem eu.

Marta: Professora, eu faço mesmo por palavras, faço mesmo por palavras minhas. – Mostrando preocupação por não ter nada para mostrar aos colegas.

Leonel: Ei! Eu sei como é que consegui ... – Exibindo confiança.

Entretanto lembrei aos alunos que já podiam escolher as caras que melhor caracterizavam as suas emoções no início e no meio da actividade e alguns já o tinham feito.

Pedro foi o primeiro a ir ao quadro completar a tabela. Atento, Leonel reparou que os seus resultados não coincidiam com os de Pedro e prontamente tentou corrigir. Aquando da entrevista, Leonel salientou que Pedro e Hugo eram os melhores alunos da turma e esta concepção foi suficiente para, imediatamente, pôr em causa o seu trabalho, mas foi denunciado e teve que manter os valores iniciais.

Tal como Pedro também Tomás, Hugo, Diana, Matilde, Rosa, Cláudio, Adriana e Telmo apresentaram os resultados correctos.

Apesar das minhas chamadas de atenção, Maria e Luísa completaram a última coluna da tabela com o número de peixes da figura 5 ao invés do da figura 10.

Nº de ordem da figura	1	2	3	4	10
Nº de pontos da figura	3	6	9	12	15

Figura 21. – Tabela de Luísa no desafio “Os peixinhos”.

Leonel também errou na última coluna preenchendo-a com o número 40 e Marta somente encontrou o valor correcto da primeira coluna.

Nº de ordem da figura	1	2	3	4	10
Nº de pontos da figura	3	6	9	12	40

Figura 22. – Tabela de Leonel no desafio “Os peixinhos”.

No final das apresentações inquiri os alunos sobre a solução correcta:

Alunos: Nove, doze e trinta.

Eu: E que números são estes?

Alunos: Da tabuada do três.

Eu: Eu chamei à atenção para esta última coluna, que não era da figura 5 era da 10.

Marta: Mas eu não percebi.

Como vários alunos concluíram correctamente a primeira parte da tarefa e o tempo estava praticamente esgotado, a distinção teve que ser feita em consonância com a segunda parte do trabalho, que só foi conseguida por Pedro, Hugo e Tomás, o que provocou alguma insatisfação na maioria do alunos.

As representações realizadas por estes três alunos foram mostradas aos restantes elementos, mas não foi explicada a forma como conseguiram desenhar a figura correctamente e as votações limitaram-se à apreciação visual. O trabalho de Pedro foi o mais votado.

Durante o decorrer da actividade, as emoções sentidas pelos alunos foram muito variadas. Alguns atestaram terem-se sentido confusos no início e no meio da actividade, mas no final, à excepção de Hugo e Cláudio que nem ficaram tristes nem contentes, os alunos certificaram contentamento ou fascínio.

Por considerar que a realização da actividade ficou muito aquém do pretendido quando proposta, decidi dar-lhe continuidade na sessão seguinte, onde os alunos já teriam mais tempo para fazer conjecturas, representações, apresentações, críticas e explicar raciocínios.

Assim na sessão seguinte comecei por lembrar com os alunos o que tínhamos feito. Foi este o momento em que pela primeira vez, neste trabalho, reconheci como as crianças têm uma memória colossal. Lembravam-se de todos os pormenores, desde o número de peixes que teria que ter cada figura, aos erros e dificuldades cometidos tanto por eles como pelos outros e da forma triangular que comportava cada figura.

Apesar de ter elogiado o trabalho que haviam desenvolvido com os peixinhos e salientado que o facto de terem começado mais tarde havia sido determinante para a não conclusão do trabalho, quando indiquei que lhe iríamos dar continuidade a tristeza foi notória e os alunos mostraram bem o desânimo trazido da sessão anterior por não conseguirem realizar a tarefa.

Tanto nesta sessão como noutras em que houve necessidade de dar continuidade às tarefas inacabadas, os alunos exibiram desagrado, isto pode significar que eles consideram que se não terminaram a tarefa então foi porque não foram suficientemente rápidos e eles já mostraram ter presente a concepção da rapidez como sinónimo de competência ou que se acham mesmo incapazes de a realizar.

Nesta sessão com o desafio “Os peixinhos” optei pelo trabalho em pares. Por um lado, para atenuar as dificuldades que os alunos sentiram e mostraram anteriormente com esta tarefa e, por outro, para observar o funcionamento do grupo em trabalho cooperativo. Distribuí aos alunos os seus trabalhos anteriores e o novo, propondo-lhes que construíssem as figuras 4, 5 e 6. Sugeri que substituíssem os peixinhos por pontos, círculos, quadrados ou outra figura geométrica que gostassem, caso achassem muito difícil desenhar, e que explicassem os procedimentos seguidos para a construção das três figuras da sequência. Foram constituídos quatro pares de dois alunos e um grupo com três elementos, pela ordem que se encontravam sentados à volta das mesas.

Os pequenos grupos foram trabalhando e a pouco e pouco os desenhos das figuras foram surgindo mais facilmente do que na sessão anterior, embora ainda com algumas dificuldades, nem sempre bem e com dependência da minha aprovação.

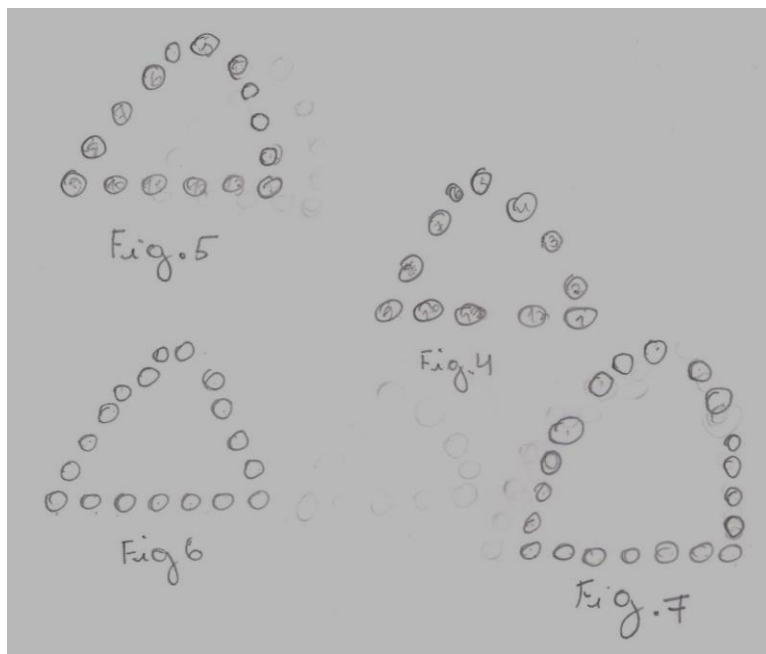


Figura 23. – Trabalho de Maria, Luísa e Cláudio na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

Apesar do método de construção ser sempre o mesmo de figura para figura, estes três alunos nem sempre o conseguiram aplicar, desenhando correctamente umas figuras e outras não e muito menos foram capazes de explicar como procederam.

Observei que na maioria dos grupos havia um elemento dominante, comprometendo a discussão sobre o que fazer. No entanto, nem sempre por domínio de um sobre o outro elemento mas principalmente por subordinação do segundo.

Diana e Marta discutiram muito, mas não pelos motivos que deviam. Não conseguiram trabalhar em conjunto querendo cada uma ser preponderante em relação à outra. Tive que gerir a situação de teimosia e de as encaminhar durante toda a sessão:

Diana: Oh Marta, já descobriste?

Marta: Oh professora, a gente não pode fazer no meio pois não?

Eu: Têm que discutir as duas juntas. Não podem desenhar cada uma para si, têm que discutir o que vão desenhar, o que podem ou não fazer.

Marta: Eu faço assim.

Eu: Não. Têm que fazer as duas juntas. E explicas-lhe porque é que não pode ter no meio.

Diana: Aqui também está no meio, vês?
Marta: Não. Isso é o espaço.
Diana: Marta, vamos fazer assim olha ... Marta! Marta!

Marta fazia um trabalho individual, enquanto a Diana tentava trabalhar em grupo.

Diana: Professora, ela não espera por mim. – Referindo-se à Marta.
Eu: Têm que fazer o trabalho juntas.
Marta: Já sei a técnica, tem que ter mais uma em baixo.
Eu: Agora comparem as figuras e vejam o que é que acontece desta para esta, desta para esta e desta para esta. – Apontando da figura 1 para a 2, da 2 para a 3 e da 3 para a 4.
Diana: Aqui estão três.
Marta: E aqui estão quatro.
Eu: E o que é que vocês acrescentaram da figura 3 para a 4?
Marta: Vai sempre mais um. – Referindo-se ao número de peixes na base do triângulo.
Diana: Não. Vai sempre mais três. – Reportando-se ao número total de peixes de uma figura em relação à outra.
(...)
Eu: Ao desenharem, o que é que acontece em baixo? Descobriram que vai ser mais um. Mas mais um onde?
Marta: Cá em baixo.
Eu: E, quantos peixinhos tem a figura 3 em baixo?
Diana: Em baixo tem quatro.
Eu: Então, quantos é que vai ter a figura 4?
Diana: Tem cinco.
Eu: E tem cinco na vossa figura?
Diana: Não.
Eu: Então, será que está bem?
Marta: Não. Então só temos esta mal.
Diana: Professora, então quantos é que tem que ter a figura 5, cinco ou seis?
Eu: Quantos peixinhos tem a figura 4?
Diana: Cinco.
Eu: Então, quantos tem que ter a figura 5?
Diana: Seis.
Marta: Estávamos a fazer mal.
Diana: Depois apaga Marta! Oh professora, a Marta não apaga.
Eu: Tenham calma.
Marta: Tu também apagas tudo.
Diana: Claro, aqui está tudo mal.
(...)
Diana: Cinco em baixo, quatro em cima. Marta, não podes fazer um rectângulo.

Com tanta discussão desapropriada, as alunas não tiveram tempo para desenhar a figura 6 nem para explicar o processo de construção das figuras da sequência.

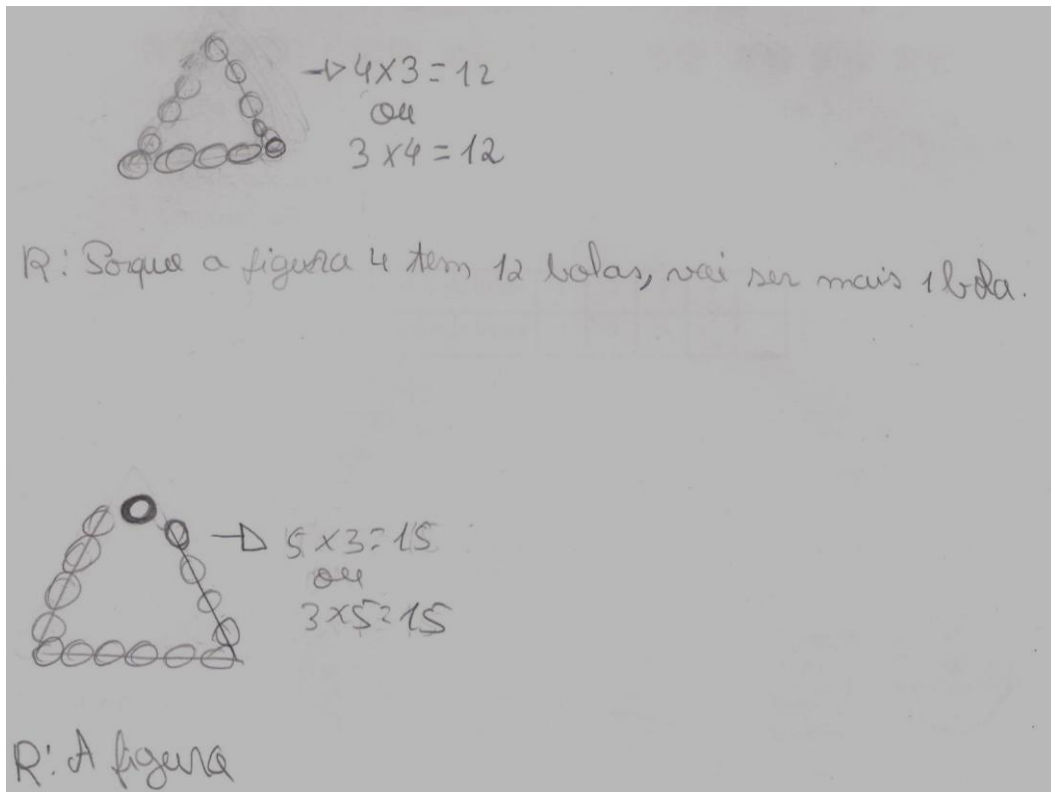


Figura 24. – Trabalho de Marta e Diana na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

No caso de Hugo e Leonel, embora com domínio claro de Hugo na concretização das ilustrações, nem sempre Leonel foi só ouvinte, exigindo algumas explicações:

Leonel: Então vamos fazer o quê Hugo?

Hugo: Primeiro vamos fazer a figura 4. É mais fácil fazermos círculos do que peixes. Cinco bolas em baixo.

Ambos iniciam o desenho da figura 4.

Hugo: Depois aqui são quatro.

Leonel: Já não estou a perceber nada! – Mostrando-se confuso.

Hugo: Olha, não vês aqui? – Apontando para as figuras apresentadas na actividade. E continuou. – Agora pomos aqui quatro e aqui três.

Hugo: Agora pões três.

Leonel: Assim não.

Apesar das tentativas de Hugo em explicar os porquês das suas estratégias, Leonel mostrava descontentamento e apresentava-se renitente aos desmandos do colega, gerando até comentários por parte de colegas de outros grupos de trabalho.

Marta: Não podes fazer bolinhas por dentro. – Dirigindo-se ao Leonel.

Leonel olha para mim à espera de uma resposta.

Eu: Pois. Olhem bem para a figura que têm aqui. – Aponto para a figura 3.

Leonel: Era o que eu te estava a dizer Hugo, e tu disseste: agora mete aí. – Dirigindo-se para o Hugo.

(...)

Hugo: Já está. Agora vamos para a figura 5.

Leonel: Aqui falta uma. – Referindo-se à figura 4.

Hugo: Não falta nada. Aqui uma, duas, três, uma, duas, três.

Leonel: Professora, é preciso pôr a bolinha em cima.

Eu: Vocês é que sabem, quantas é que tens?

Hugo: Tenho cinco em baixo, depois três assim, três assim e uma. – Apontando para a sua figura e querendo dizer que colocava três bolas na oblíqua de cada lado e uma bola em cima.

(...)

Leonel: Assim não Hugo. Primeiro dizes pegado e depois despegado, fogo...

Hugo: Aqui seis em baixo.

(...)

Hugo: E agora quatro.

Leonel: É quatro aonde?

Hugo: Aqui e agora aqui. – Apontando para a sua figura e mostrando que colocava quatro bolas na oblíqua de cada um dos lados.

(...)

Hugo: Agora a figura 6. São 7 em baixo e 5 de lado.

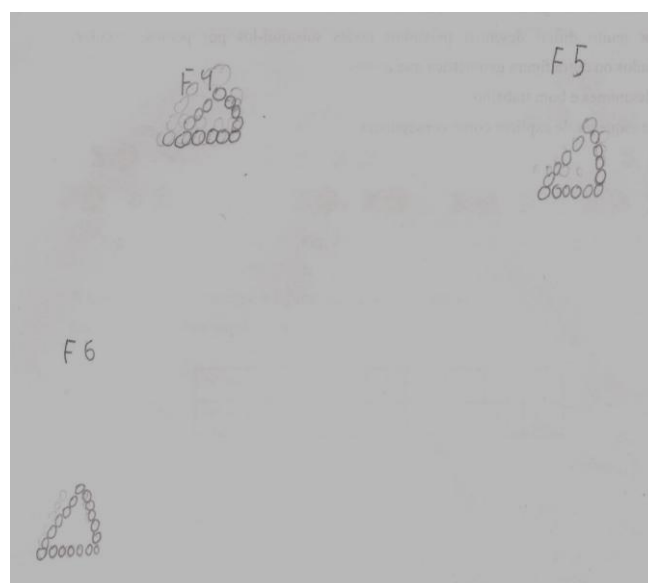
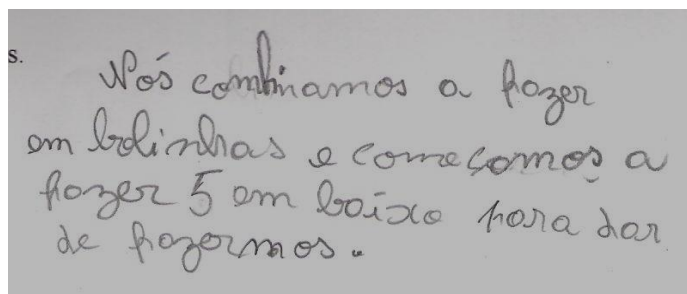


Figura 25. – Trabalho de Hugo e Leonel na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

Mesmo em grupo os alunos continuaram a demonstrar muitas dificuldades em explicar o que pensaram, como pensaram, como chegaram às conclusões e quais as conclusões a que chegaram.

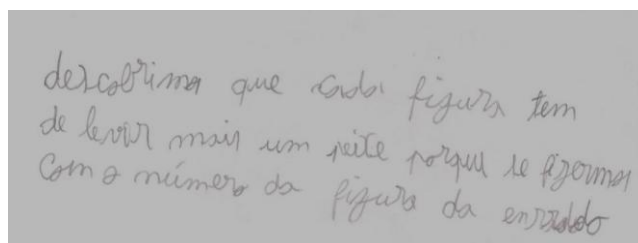
Vejamos o caso do grupo de Maria, Luísa e Cláudio que apenas indicam uma das conclusões para a primeira figura que tinham que desenhar.



s. Nós combinamos a fazer em bolinhas e começamos a fazer 5 em baixo para dar de fazermos.

Figura 26. – Explicação de Maria, Luísa e Cláudio na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

Ou o grupo de Pedro e Tomás que também só fazem referência a uma das conclusões embora já com uma justificação, pois comparam o número da figura com o número de peixes na primeira linha.



descobrimos que cada figura tem de levar mais um peixe porque se fazemos com o número da figura da esquerda

Figura 27. – Explicação de Pedro e Tomás na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

Os alunos ocuparam todo o tempo da sessão com a realização da tarefa e não houve espaço para as pontuações. Os trabalhos foram, por mim, analisados após a aula, escolhi aquele em que foram construídas correctamente as três figuras da sequência e onde a explicação da construção estava mais clara. O trabalho realizado por Hugo e Leonel.

Rigente chegou a esta conclusão porque na F4 não 5 bolas em baixo, 3 bolas ao lado e 1 bola em cima. Na F5 não 6 bolas em baixo, 4 bolas ao lado e 2 bolas em cima. Na F6 não 7 bolas em baixo, 5 bolas ao lado e 1 bola em cima.

Figura 28. – Explicação de Hugo e Leonel na segunda parte do desafio “Os peixinhos”.

4.4 Clube de dança

O quinto desafio proposto aos alunos foi o “Clube de dança” (Anexo 10), adaptado de um problema do livro *Enigmas com números* de Round, G. & Tyler, J. (1992) e a intenção foi trabalhar as regularidades operando com números naturais.

Aproveitando a familiaridade demonstrada pelos alunos com as operações básicas, este desafio permitiu analisar as suas reacções numa abordagem à resolução de problemas envolvendo as operações em conexão com a investigação de regularidades numéricas conforme é indicado no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007).

Como já referi, na fase de apreciação e classificação dos trabalhos desenvolvidos, os alunos não demonstraram imparcialidade, originando injustiças na selecção do melhor trabalho. Por este motivo, tendo em conta que etapa não era de interesse para este estudo e também porque à medida que a dificuldade dos desafios foi aumentando o tempo disponível para esta parte nas várias sessões foi sendo cada vez menor, optei por analisar posteriormente as resoluções dos desafios e elegei eu própria o melhor trabalho.

O “Clube de dança” foi o segundo desafio de uma mesma sessão e a percepção dos alunos da situação descrita anteriormente foi visível:

Eu: Mas a sessão ainda não terminou, pois não?

Alunos: Não.

Eu: Então o que é que nós vamos fazer agora?

Tomás: Pontuação?

Eu: A pontuação não. Porquê?

Marta: Eram falsos.

Diana: Porque uns davam por vingança e outros por amizade!

Eu: Exactamente. Eu tenho aqui mais um desafio: “Clube de dança”.

Distribuí o novo desafio e os comentários não tardaram:

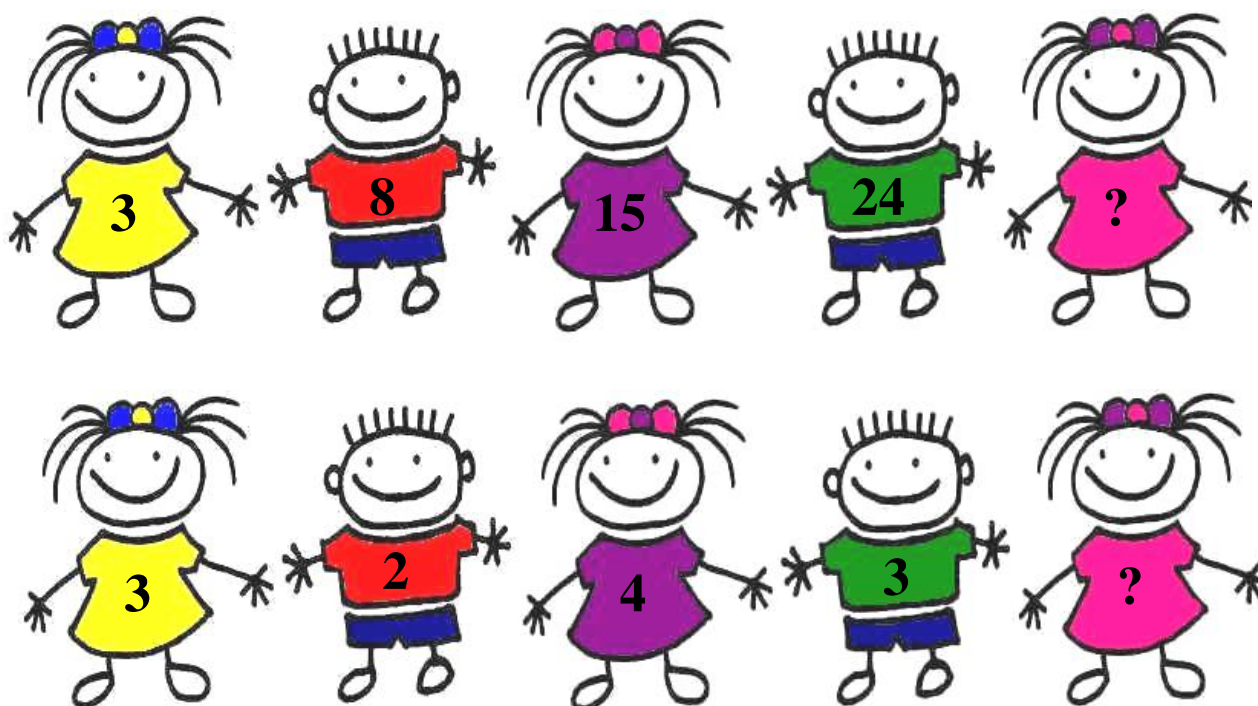


Figura 29. – Sequência de figuras apresentadas no desafio “Clube de dança”.

Maria: Que giro! – Quando viu as imagens.

Pedro: O Clube de dança é mesmo fácil!

Eu: Achas?

Pedro: Sim.

Não questionei Pedro sobre a sua convicção pois isso poderia influenciar o desempenho do grupo na realização do desafio e passei à leitura e explicação do mesmo:

Eu: Neste desafio, têm uns meninos e umas meninas com uns números nas camisolas.

Diana: Menos uma!

Marta: Uma tem um ponto de interrogação!

Eu: E o que é que vai ser esse ponto de interrogação?

Marta: Não sei.

Pedro: Ohhhh! Vai ser o resultado.

Mesmo antes de ler o desafio, Pedro já havia concluído sobre o seu grau de dificuldade. Pedro pensou que, sendo o número em falta o da última camisola, este corresponderia à soma dos números antecedentes.

Em várias sessões onde os desafios apresentavam dados numéricos, percebi que a tendência natural dos alunos era fazer imediatamente cálculos usando esses valores, a operação mais usual era a adição tanto com todos os valores como com uma restrição. Contudo, nunca conseguir aferir sobre a natureza das suas deduções para o fazerem e quando os questionei do porquê eles não me souberam responder.

Continuei a explicar o desafio sem comentar o que o Pedro havia dito:

Eu: Vão ter que descobrir qual é o número em falta.

Marta: É o resultado, professora?

Eu: Não é o resultado. Têm que descobrir como é que se passa de uns números para os outros.

Com o comentário de Marta, apercebi-me que a observação de Pedro já estava a desviar a atenção dos colegas do cerne do problema e a influenciar o pressuposto de partida e por isso senti necessidade de intervir.

Como os alunos se mantiveram apáticos, optei, à semelhança do que já havia feito noutras sessões, por dar um exemplo que os ajudasse neste primeiro impasse:

Eu: Por exemplo, imaginem que tínhamos nas camisolas estes números. – Levantei-me e escrevi no quadro:

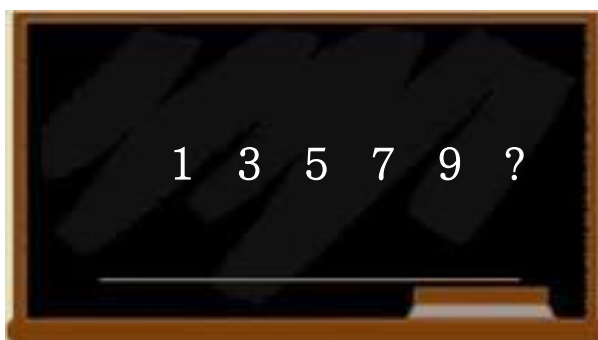


Figura 30. – Exemplo para melhor compreensão do pretendido no desafio.

Eu: Como é que passamos do um para o três?

Diana: Com o número dois.

Marta: Já sei! – Em relação ao desafio e não ao exemplo.

Eu: Juntamos dois. E do três para o cinco?

Tomás: Juntamos três.

Marta: Não. Dois.

Luísa: Ah! Já sei! – Também relativamente ao desafio.

Eu: Juntamos outra vez dois. E do cinco para o sete?

Vários alunos: Dois.

Eu: E do sete para o nove?

Vários alunos: Dois.

Eu: Então qual é o número do ponto de interrogação?

Hugo: Fica onze.

Eu: É igual a onze. – Escrevi no quadro e prossegui. – Agora vocês têm que descobrir como é que esses números das camisolas surgem para saberem qual vai ser o ponto de interrogação. – Referindo-me ao desafio.

Diana: Professora, mas aqui este está repetido! – Apontando para a primeira e quarta camisolas da segundo conjunto de crianças.

Marta estranhou o número estar repetido porque só estava a pensar na sua estruturação como no exemplo que eu tinha dado, ou seja, sempre a adicionar uma determinada quantidade. E então salientei:

Eu: É porque se calhar não é sempre a adicionar.

Diana: Ahhhh!

Marta: Se não é a somar é a subtrair!

Pedro: Uma dá cinco. Outra dá sete!!!!

Por outro lado, Pedro começa a sentir-se apreensivo e confuso. A primeira emoção demonstrada é resultado do um palpite inicial incorrecto e a confusão surge por ele ter constatado que da primeira para a segunda camisola tem que adicionar uma determinada quantidade, mas da segunda para a terceira a condição não se mantém e isso surpreendeu-o, pois não estava a contar com esta situação.

Eu: Ao três o que é que fazes para dar oito?

Pedro: Junto cinco. – Responde correctamente, mas com descontentamento.

Eu: Então faz o esquema.

Pedro: De oito para quinze são sete.

Eu: Então continua.

Estes escassos minutos de conversa, que Boavida (2009), citando Brendefur e Fryholm (2000), define de comunicação contributiva, permitiram regular a confiança de Pedro e impelir segurança no desenvolvimento das suas conjecturas.

Tal como lhe sugeri, Pedro faz as suas anotações em forma de esquema e conseguiu com facilidade resolver o desafio.

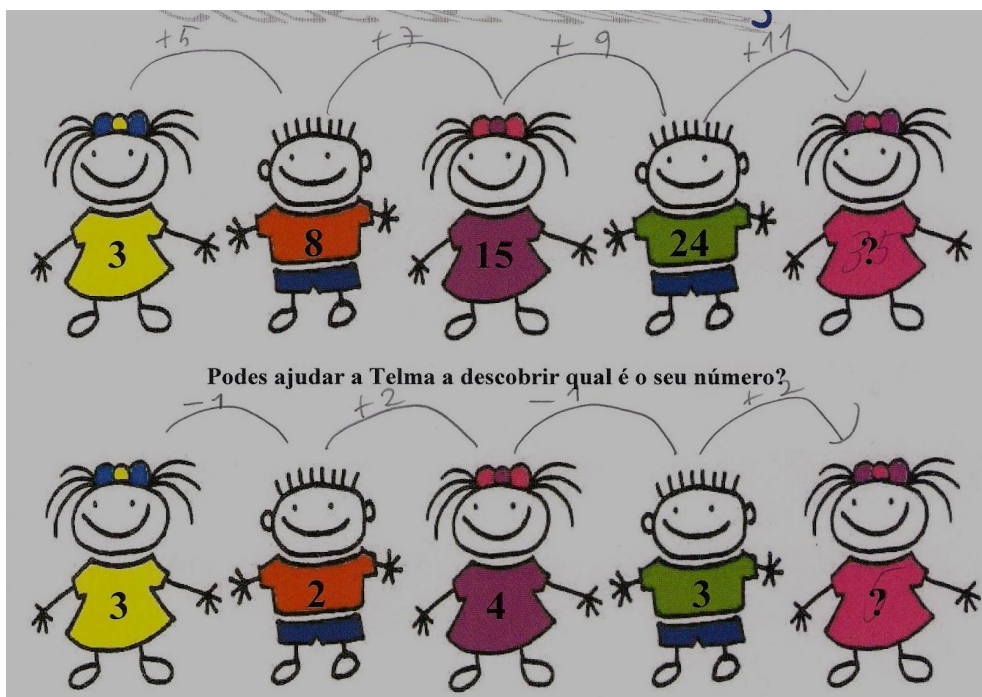


Figura 31. – Trabalho de Pedro no desafio “Clube de dança”.

Embora as primeiras conjecturas de Pedro não se tenham confirmado, ele confessou fascínio em todas as fases do desenvolvimento do desafio:

Como me senti

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					X
No meio da actividade					X
No fim da actividade					X

Figura 32. – Grelha de emoções sentidas por Pedro no desafio “Clube de dança”.

Entretanto, Diana mostra-me o seu trabalho e já havia determinado com sucesso o número da camisola da segunda sequência, o que resultou em sentimentos de fascínio. No entanto, não concretizou a primeira parte do desafio tão facilmente ficando contente no final da actividade.

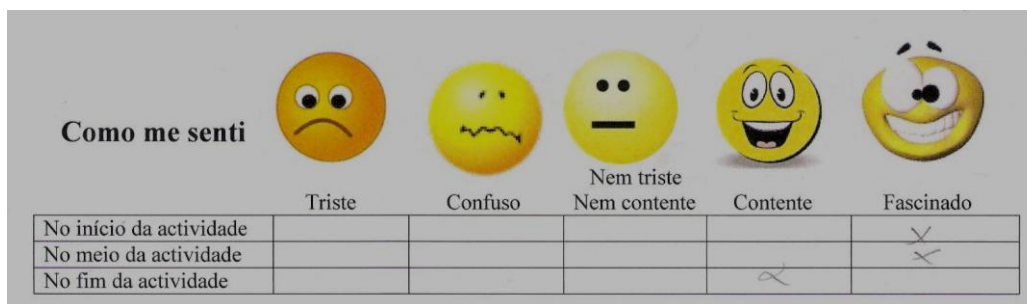


Figura 33. – Grelha de emoções sentidas por Diana no desafio “Clube de dança”.

Nesta altura, Hugo já havia concluído com êxito o desafio sem colocar qualquer dúvida, o que pode demonstrar alguma destreza em raciocinar com regularidades facilitada pela presença de números e de operações que lhes são tão usuais. Esta facilidade ficou visível quando expressou os seus sentimentos.

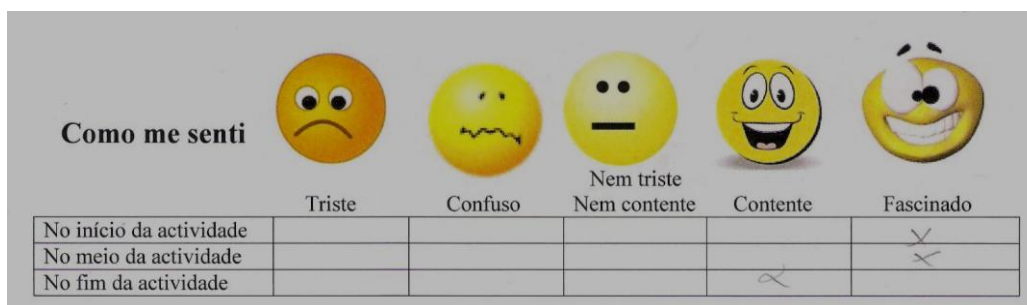


Figura 34. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Clube de dança”.

Os alunos foram colocando as suas dúvidas e todos chegaram, com mais ou menos dificuldades, à solução do desafio.

Contudo, nesta e noutras sessões, fui verificando que alguns alunos declaravam fascínio mesmo quando apresentavam muitas dúvidas e só concluíam o desafio com o meu auxílio.

Nesta sessão, por exemplo, Matilde apresentou algumas dúvidas na compreensão da regularidade, mas acabou por entender de que forma construía uns números através dos outros. No entanto, quando no final determinou o número em falta, fê-lo adicionando os valores anteriores, apesar de eu já ter dito não ser esse o intento do desafio, o que pode demonstrar uma fixação em operar números, fazendo-o incoerentemente. Porém, afirmou ter ficado fascinada em todas as fases da resolução do desafio.

Julgo ser importante salientar que com os comentários e os exemplos que apresento aos alunos aquando da leitura do desafio não pretendo ajudá-los de modo que

todos façam bem, pois isso nem sequer é objecto de análise neste trabalho, apenas pretendo orientá-los para o essencial, pois têm falta de experiência neste tipo de actividades e nos problemas onde com dados numéricos têm tendência para fazer cálculos de qualquer natureza, sem um pensamento lógico e estruturado.

4.5 A turma da Flora

O 11.º desafio, “A turma da Flora” (Anexo 16), foi retirado da Prova de Aferição de Matemática, 2.º ciclo, de 2003, e envolvia novamente regularidades em conjugação com a combinação de duas características distintas: os rapazes de dois em dois e as crianças com camisola branca de três em três.

Distribuí o desafio e Maria, que o achou “bonito”, pediu para ler.

Procedeu então à leitura da actividade e no final coloquei algumas perguntas para avaliar a compreensão do que havia sido descrito:

Eu: Então, o que é que aconteceu na turma da Flora?

Diana: A professora pôs eles em fila.

Eu: E quantos eram os alunos?

Alguns alunos: Vinte.

Sem que eu fizesse mais perguntas e talvez por já estarem habituados à minha sequência de questões, Diana e Maria descreveram de imediato a situação.

Diana: As crianças que tinham camisola branca eram de três em três.

Maria: E os rapazes eram de dois em dois.

Diana: E só sabemos que a Flora está no início da fila.

Para melhor percepção do desafio foquei a atenção dos alunos na análise da figura apresentada:

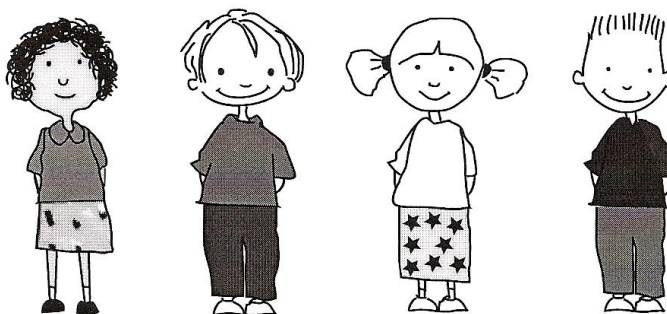


Figura 35. – Figura ilustrativa da situação descrita no desafio “A turma da Flora”.

Eu: E na figura temos o quê?

Hugo: Dois rapazes e duas raparigas.

Eu: A primeira é Flora. E a terceira? Qual é a característica da terceira criança?

Marta: Tem uma saia com estrelas.

Eu: Mas será que é a saia com estrelas que nos interessa?

Marta: Não. É a camisola branca.

Eu: Então, a menina da saia com estrelas é a primeira com camisola ...

Alguns alunos: Branca.

Eu: E os meninos estão de dois em dois na figura?

Alguns alunos: Estão.

Eu: Então, o que é que vocês têm que fazer?

Os alunos pensaram um pouco e Diana retomou a conversa:

Diana: Então, Flora é esta, não é? – Apontando para a primeira menina da figura.

Eu: Sim.

Diana: E agora temos que fazer os nossos cálculos e

Marta: Para saber quantos moços é que há?

Eu: Mas, quantos moços há com

Diana: Camisola branca.

Marta: Sei lá quantos é que têm camisola branca!

Eu: Mas podemos saber. Cada um vai pensar e descobrir a melhor forma de saber quantos são os meninos com camisola branca nessa fila de vinte alunos.

Passados alguns segundos, Marta observa:

Marta: Oh professora, eu não estou a perceber. Aqui só está uma com camisola branca. – Referindo-se à figura do desafio.

Eu: Mas aí só têm quatro meninos. Descubram o que é que vai acontecer aos outros.

Diana: Já sei. Vou dar nomes.

Estes escassos minutos de conversa permitiram uma melhor percepção de como a professora de Flora havia organizado a fila de alunos e o grupo optou instintivamente por resolver o desafio usando desenhos.

As ilustrações foram surgindo e com elas as perguntas:

Hugo: Oh professora, a camisola branca conta assim: um, dois, três e é este ou um, dois, três e é o que está no meio?

A dúvida de Hugo não foi exclusiva. O que confundiu inicialmente a maioria dos alunos foi não saber se “de 3 em 3” queria dizer que era a terceira criança que tinha camisola branca ou a seguinte, isto é, a quarta, deixando três crianças entre as camisolas brancas.

Depois de criarem os seus esquemas representativos da turma de Flora, alguns alunos mostraram pequenas distrações que conduziram a respostas incorrectas. Por exemplo, uns responderam quantos rapazes tinha a turma esquecendo-se que apenas pretendíamos saber os que tinham camisola branca e outros desenharam Flora como a primeira criança com camisola branca, apesar de termos verificado em conjunto que a primeira camisola branca era a da menina de saia com estrelas.

As criações dos alunos foram bastante personalizadas e todas diferentes.

Luísa, por exemplo, desenhou todos os meninos de igual forma. Todas as meninas estavam com uma saia, mas com os cabelos diferentes, destinou a cada criança um nome e escreveu branca de três em três.

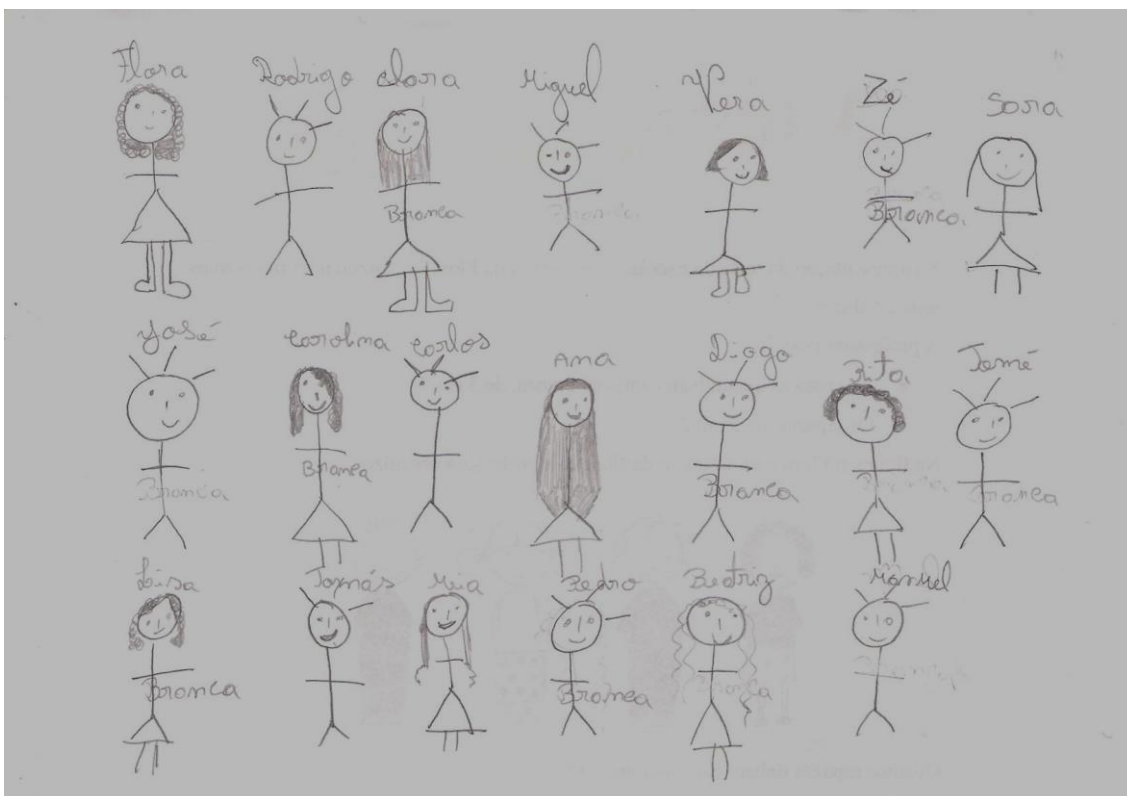


Figura 36. – Desenho elaborado por Luísa para resolver o desafio “A turma da Flora”.

Embora no fim tenha ilustrado correctamente as informações constantes no desafio, Luísa manifestou a mesma dúvida de Hugo, apresentando dificuldades em registar os alunos com camisola branca. Esta ocorrência implicou que o fascínio inicialmente demonstrado terminasse em contentamento.

Como me senti

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					X
No meio da actividade				X	
No fim da actividade				X	

Figura 37. – Grelha de emoções sentidas por Luísa no desafio “A Turma da Flora”.

Ainda que, mais regrados nas suas ilustrações, Telmo e Hugo chegaram à resposta correcta.

Telmo desenhou todas as crianças da mesma forma e colocou por cima de cada uma delas um “a”, no caso de ser uma menina, um “o”, para os meninos, e um ponto

por baixo daqueles que tinham camisola branca e, por minha sugestão, fez a respectiva legenda.



Figura 38. – Esquema apresentado por Telmo para resolver o desafio “A Turma da Flora”.

Telmo declarou fascínio em todas as fases da actividade como podemos observar na sua tabela de sentimentos. Ele fez a sua ilustração e finalizou o desafio correctamente sem colocar quaisquer dúvidas, mas esteve atento aquando do esclarecimento das interrogações colocadas pelos colegas, obtendo sucesso.

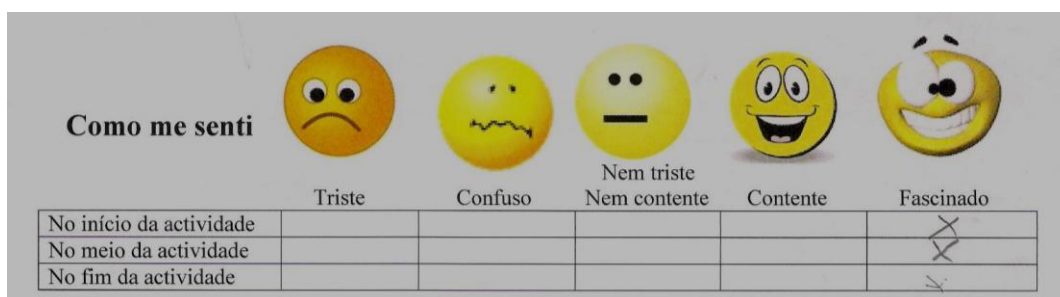


Figura 39. – Grelha de emoções sentidas por Telmo no desafio “A Turma da Flora”.

Tal como Telmo, também Hugo usou a mesma imagem tanto para as raparigas como para os rapazes. Cada rapaz foi identificado com uma bola e as camisolas brancas, nas raparigas com uma cruz e nos rapazes com um quadrado.

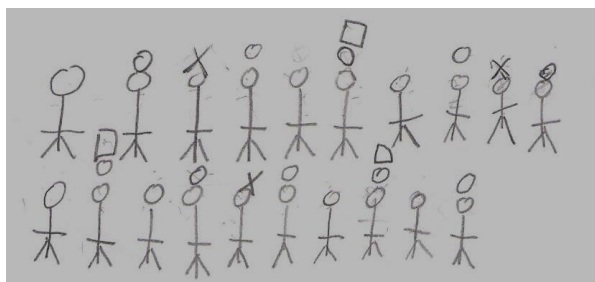


Figura 40. – Esquema apresentado por Hugo para resolver o desafio “A Turma da Flora”.

É provável que à primeira vista, Hugo não se tenha sentido desafiado por esta tarefa, pois confessou-se “Nem triste nem contente”, no início da actividade. Contudo, as dificuldades surgiram e o facto de ter ultrapassado com êxito os obstáculos deixou-o fascinado.

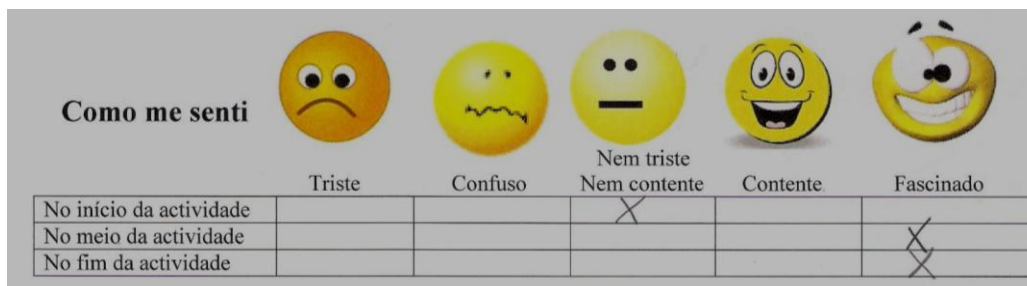


Figura 41. – Grilha de emoções sentidas por Hugo no desafio “A Turma da Flora”.

Marta foi a única aluna que tentou resolver o desafio sem representar a fila de alunos, escrevendo o seguinte:

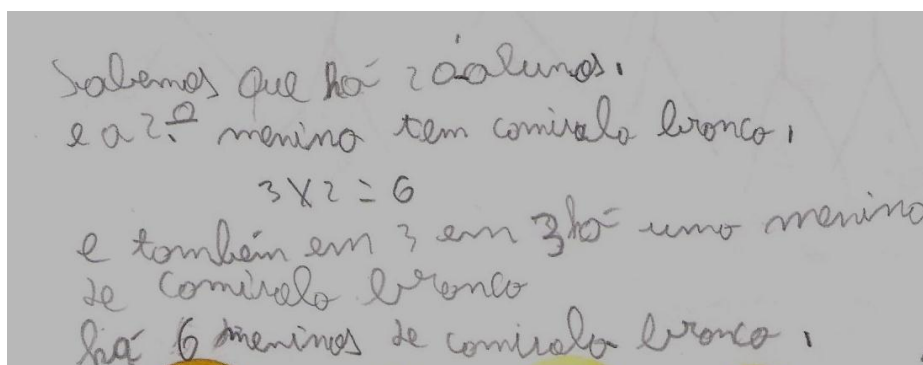



Figura 42. – Primeira tentativa de Marta para resolver o desafio “A Turma da Flora”.

No entanto, as conclusões não foram as correctas. Marta não conseguiu perceber que os rapazes de camisola branca estariam colocados de seis em seis e que por isso seriam três numa fila de vinte alunos e concluiu que seriam seis os rapazes com camisola branca.

Apercebendo-se de que a sua resposta estava errada, por observação das respostas dos colegas, decidiu fazer o mesmo tipo de esquema deles, mas mais uma vez falhou. Talvez um pouco perdida pela frustração da sua primeira tentativa, não analisou devidamente a figura apresentada e concretizou a dúvida inicial de alguns colegas, considerando que a camisola branca “de 3 em 3” se referia à quarta criança. Marta sentiu-se sempre triste durante o desenvolvimento do desafio.

Como me senti



	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade	X				
No meio da actividade	X				
No fim da actividade	X				

Figura 43. – Grelha de emoções sentidas por Marta no desafio “A Turma da Flora”.

4.6 Matrix

“Matrix” foi o último desafio desenvolvido com os alunos (Anexo 18) e foi criado por mim para a disciplina de Resolução de Problemas, da parte curricular do Mestrado em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências – Ramo da Matemática, e decidi aplicá-lo a estes alunos.

O desafio consiste em descobrir a ordem pela qual quatro amigos, Pedrix, Manuelix, Raulix e Filipix, começaram a jogar Matrix.

O jogo baseia-se em dizer os números naturais por ordem crescente, excepto os múltiplos de três e os números terminados em três. Em vez desses números os jogadores devem dizer *trix*. Quando um jogador se engana, fica eliminado, sai do jogo e os restantes recomeçam a jogar.

No desafio são apresentadas quatro condições que conjugadas permitem descobrir o lugar em que cada um dos amigos iniciou o jogo. São elas:

- *Raulix disse o 10.º trix;*
- *O terceiro trix múltiplo de 2 não foi dito pelo Pedrix;*
- *O maior número múltiplo de 13 e menor do que 100 que é trix é dito por Filipix;*
- *O Manuelix diz o 1º trix que é uma capicua.*

Comecei por dizer aos alunos que com esta actividade iriam aprender um jogo novo que posteriormente poderiam jogar entre si e até ensinar a outros colegas.

É proposto no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007) que os alunos trabalhem com múltiplos de números naturais e quis saber se estes alunos tinham presente o conceito de múltiplo de um número:

Eu: Vocês sabem o que são múltiplos de três?

Alguns alunos: É a tabuada do três.

Hugo: Uma vez três, duas vezes três, três vezes três.

Eu: São os resultados da tabuada do três. O primeiro, é o três. Depois do três vem o ...?

Alunos: Seis.

Eu: Depois vem o ...?

Alunos: Nove, doze, quinze, dezoito, vinte e um ...

Eu: Pronto. Pronto. Já chega.

Quis ainda saber se os alunos tinham a noção que depois de trinta os múltiplos continuam. É comum esta ideia falhar, pois a tabuada da multiplicação é usualmente ensinada até ao múltiplo de dez.

Eu: E depois do trinta, vem o trinta e

Alunos: Três

Hugo: Trinta e seis e vai sempre continuando.

Eu: Exacto. Vai sempre continuando de três em três.

Tendo os alunos presente o conceito de múltiplo e da sua infinidade, expliquei-lhes como se jogava Matrix e em vez de começarmos por desenvolver a actividade experimentámos várias vezes o jogo.

Os alunos mostraram-se bastante entusiasmados com o jogo e passamos uma sessão só a jogar Matrix.

Na sessão seguinte, os alunos estavam já familiarizados com o jogo e expliquei-lhes que o que se pretendia com a actividade era saber a ordem pela qual os quatro amigos tinham competido no jogo do Matrix, conjugando as quatro condições dadas.

Como tinha acontecido em outras sessões em que foi necessário de retomar uma actividade anteriormente iniciada, também desta vez a maioria dos alunos mostraram um certo desalento indicando terem-se sentido “Nem tristes nem contentes” ou “Contentes” no início da actividade, em vez do fascínio habitual.

A primeira dúvida dos alunos surgiu logo na leitura do desafio:

Eu: “Manuelix diz o primeiro trix que é uma capicua?”

Alguns alunos: Professora, o que é uma capicua?

Eu: É uma palavra ou um número que se lê de igual forma tanto da esquerda para a direita como da direita para a esquerda. Por exemplo, o nome Ana.

Escrevi no quadro o nome Ana, expliquei o que queria dizer com igual leitura nos dois sentidos, dei outros exemplos e pedi-lhes exemplos de capicuas numéricas:

Hugo: 11.

Pedro: 33.

Hugo: 22, 44, 55, ...

Eu: Muito bem. E com três algarismos?

Pedro: 131.

Eu: Já entenderam o que é uma capicua.

Alunos: Sim.

À exceção de Hugo, todos os alunos resolveram o desafio escrevendo os números entre um e cem, com o *trix* no lugar dos múltiplos de três e dos números terminados em três, alguns fizeram ainda uma lista auxiliar com todos os números que eram *trix*.

Mesmo para esta etapa simples e treinada durante a sessão anterior, grande parte dos alunos pediram-me que verificasse se estava bem, demonstrando mais uma vez dependência pela figura do professor.

Notei nos alunos alguma facilidade na identificação da informação contida na primeira, segunda e quartas condições do desafio como mostra, por exemplo, as primeiras conclusões do trabalho de Maria.

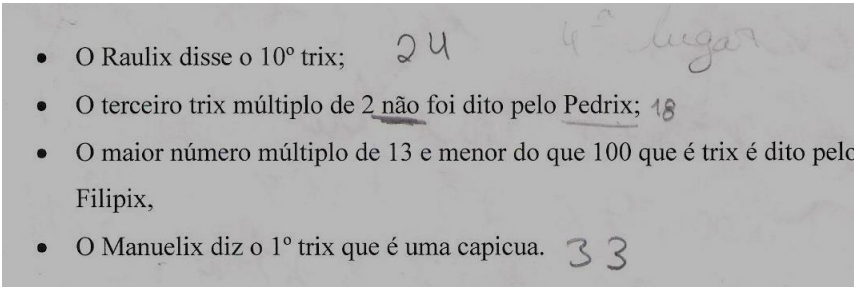
- 
- O Raulix disse o 10º trix; 24 4º lugar
 - O terceiro trix múltiplo de 2 não foi dito pelo Pedrix; 18
 - O maior número múltiplo de 13 e menor do que 100 que é trix é dito pelo Filipix,
 - O Manuelix diz o 1º trix que é uma capicua. 33

Figura 44. – Primeiras conclusões de Maria no desafio “Matrix”.

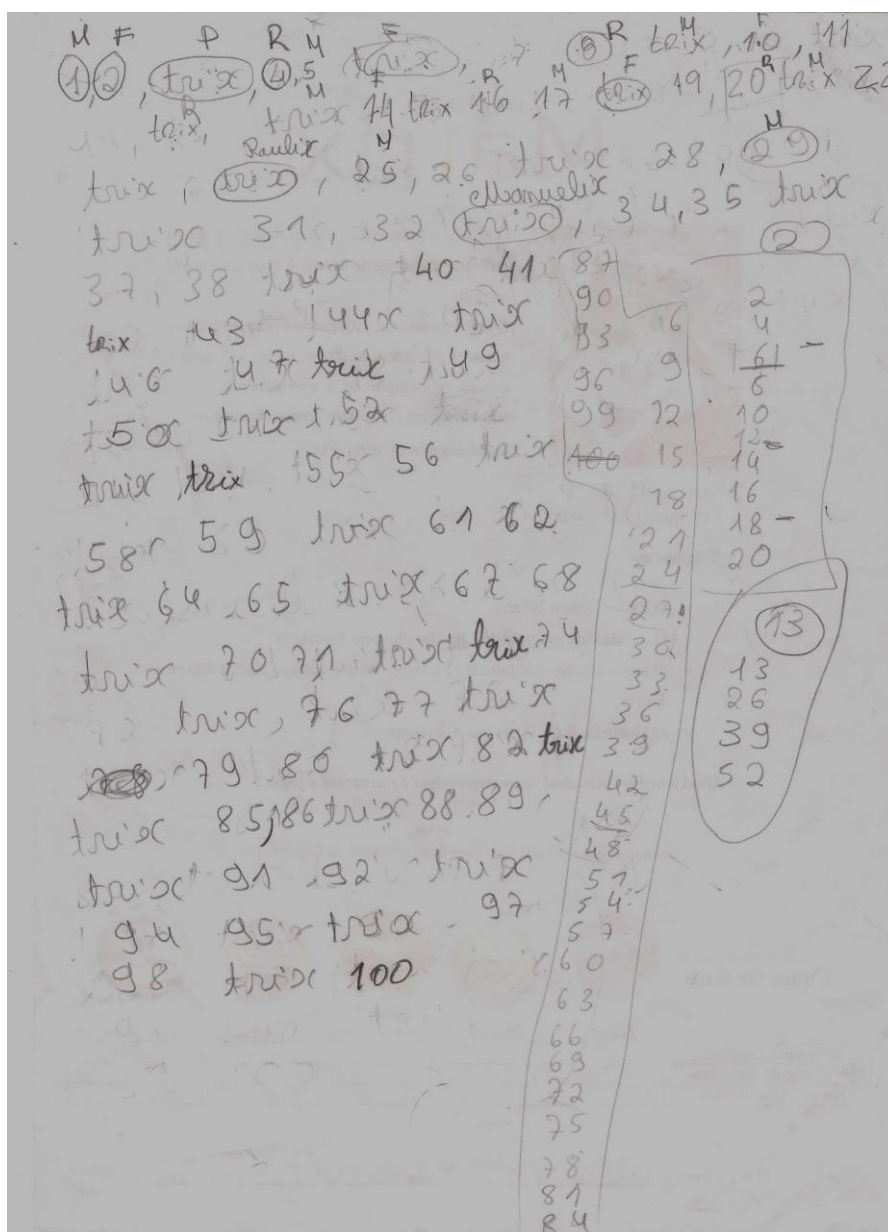


Figura 45. – Trabalho realizado por Maria no desafio “Matrix”.

Todos os alunos conseguiram tirar as mesmas conclusões que Maria, mas as dificuldades surgiram depois.

O grupo evidenciou algumas dificuldades em determinar os múltiplos de treze. O Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al, 2007) propõe trabalhar somente os múltiplos entre 2 e 10 e, talvez por não ser usual, os alunos não relacionaram a noção de múltiplo com o número treze nem identificaram o mesmo tipo de raciocínio para a determinação dos múltiplos, qualquer que seja o número.

Todavia, as maiores complicações ocorreram quando tiveram que relacionar as conclusões com os posicionamentos dos jogados, necessitando da minha ajuda, o que fui fazendo individualmente para não perturbar o trabalho do restante grupo.

Devido as estas duas contrariedades os alunos revelaram sentimentos de tristeza, confusão ou indiferença como no caso de Maria e Hugo.

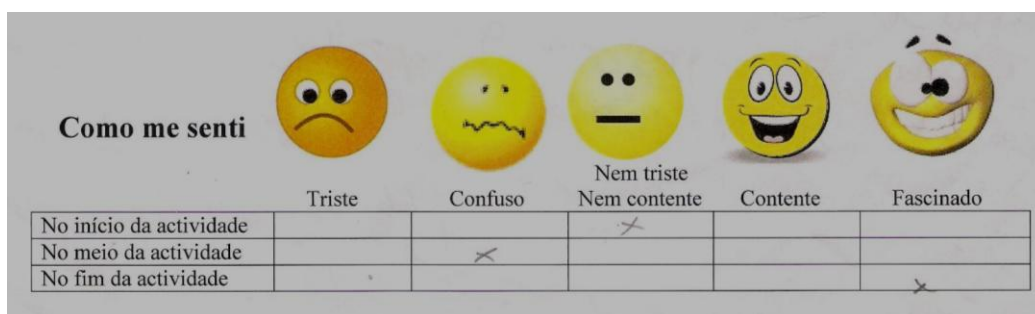


Figura 46. – Grelha de emoções sentidas por Maria no desafio “Matrix”.

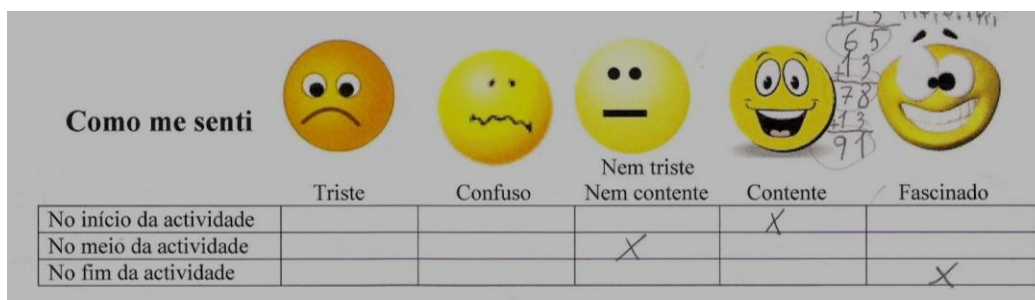


Figura 47. – Grelha de emoções sentidas por Hugo no desafio “Matrix”.

Nem todos conseguiram resolver o desafio e o desfecho desta situação ficou bem patente na tabela de emoções sentidas, como por exemplo Pedro ou Marta.

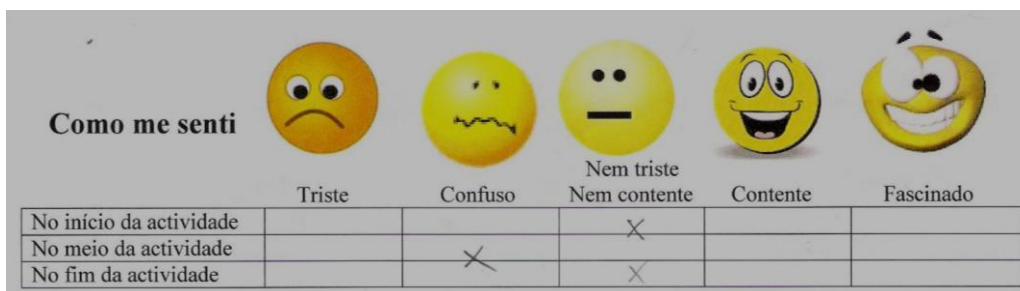


Figura 48. – Grelha de emoções sentidas por Pedro no desafio “Matrix”.

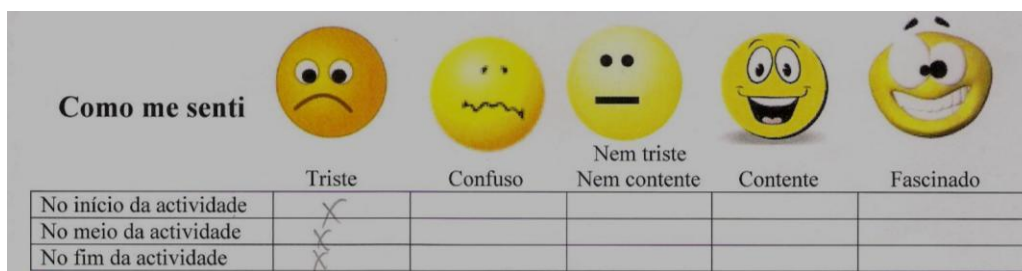


Figura 49. – Grelha de emoções sentidas por Marta no desafio “Matrix”.

Como referi quando descrevi a forma como os alunos haviam esquematizado as suas resoluções do desafio, Hugo foi o único que o fez de uma maneira um pouco diferente, mas seguindo o mesmo esquema de raciocínio. Este aluno não colocou qualquer dúvida durante a realização da actividade nem pediu o meu aval para as sucessivas etapas, concretizando as suas conjecturas passo a passo, até ao final.

O seu esquema foi simples: desenhou “pauzinhos” para identificar os números de um a cem e “bolas” para os múltiplos de três.

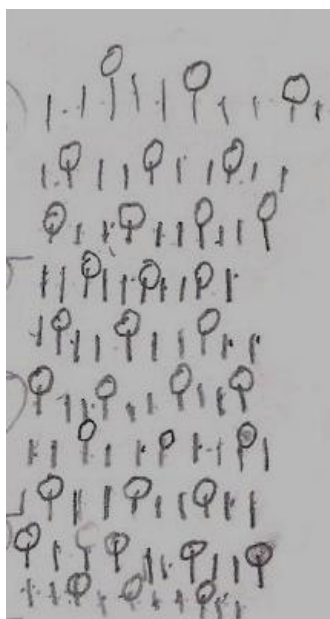


Figura 50. – Esquema de Hugo no desafio “Matrix”.

Determinou os múltiplos de treze menores que cem, por sucessivas adições, e seguindo as condições identificou os números por estas indicados, como mostram as suas anotações.

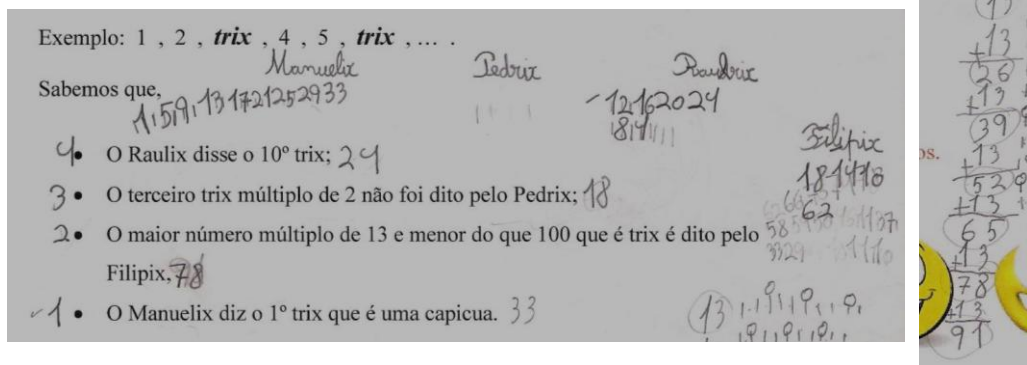


Figura 51. – Anotações de Hugo no desafio “Matrix”.

Começando pelos *trixes* ditos por Raulix e Manuelix, Hugo foi escrevendo as sequências numéricas de quatro em quatro por ordem decrescente, descobrindo a posição em que iniciaram o jogo.

Fez o mesmo com Pedrix, concluindo sobre a posição que este não poderia ter ocupado e, por exclusão de partes, a ordem dos quatro jogados.

O facto de ter terminado o desafio sem ajuda fez com que Hugo terminasse o desafio fascinado como mostra na figura 47.

Em algumas das sessões que dinamizei após o processo de recolha de dados para esta dissertação, Matrix foi uma das brincadeiras que os alunos pediam frequentemente.

4.7 Questionário

O primeiro questionário foi aplicado, a 13 de Janeiro de 2009, quando já haviam sido realizadas onze sessões com uma diversidade de oito desafios e foi respondido, em anonimato, por todos os alunos que constituíam o grupo de trabalho (Anexo 4).

O objectivo deste questionário foi conhecer, mais pormenorizadamente, a relação de cada aluno com a Matemática, a sua opinião sobre as actividades dinamizadas nas sessões, as dificuldades sentidas no seu desenvolvimento e as diferenças encontradas entre as sessões e as aulas de Matemática.

Para a questão “Gostas de Matemática?”, os alunos respondiam de entre as hipóteses: “Nada”, “Pouco”, “Mais ou menos”, “Bastante” e “Muitíssimo”, e de seguida

justificavam livremente a sua escolha. Obtive uma resposta para “Pouco”, duas para “Mais ou menos”, três para “Bastante” e sete respostas para “Muitíssimo”.

Quanto às justificações relativamente ao gosto pela Matemática destaco as mais representativas, pelo seu significado.

Os alunos que disseram gostar muitíssimo de Matemática vêem-na como uma disciplina importante, porque lhes permite a relação com as situações do dia-a-dia e consideram que o que aprendem é diversificado e fácil. Dois alunos defenderam a sua posição da seguinte forma:

Porquê? Porque a matemática abre-se se muito e a matemática é o que fazemos o dia-a-dia.

Porquê? Porque as coisas não ficam, não ficam e também gosto da numeração Romana.

Figura 52. – Duas das justificações para a opção “Muitíssimo” na pergunta “Gostas de Matemática”

Pelas alegações dos alunos, por vezes, o que distingue a opção “Muitíssimo” da “Bastante” é a existência de um conteúdo menos apreciado, que gera constrangimento pelas dificuldades que provoca.

Porquê? Porque tenho gosto de trabalhar com os números.

Porquê? Porque há coisas que gosto e que não gosto e que gosto e contas e o que não gosto muito é problemas.

Figura 53. – Duas das justificações para a opção “Bastante” na pergunta “Gostas de Matemática”

Naturalmente que as justificações expostas pelos alunos que indicaram gostar “Mais ou menos” ou “Pouco” de Matemática se prendem nas dificuldades que sentem na aprendizagem desta disciplina.

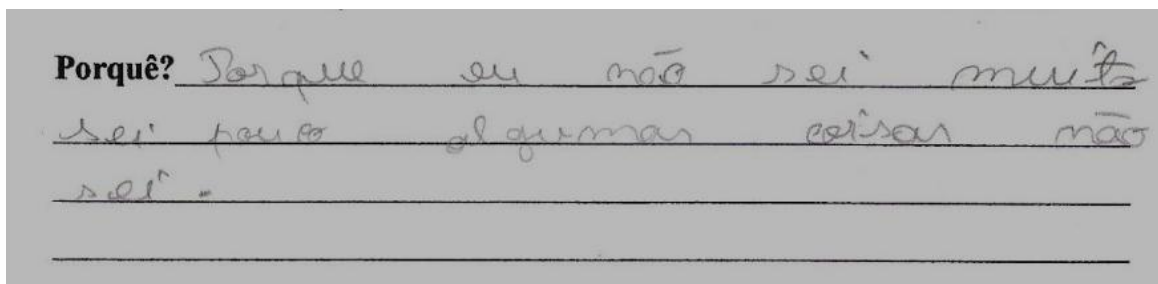


Figura 54. – Uma justificação para a opção “Pouco” na pergunta “Gostas de Matemática”

Uma importante questão também colocada aos alunos e aqui ilustrada graficamente foi o que entendiam por “Saber Matemática”. A resposta foi dada assinalando três das sete opções indicadas.

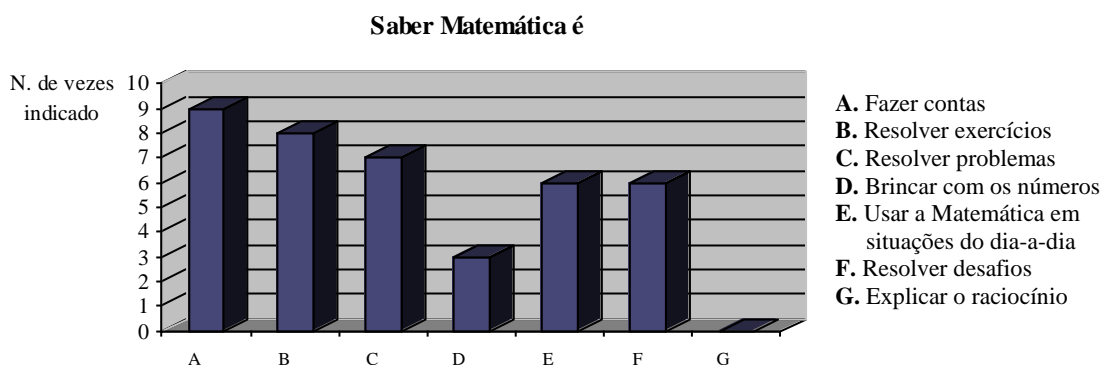


Figura 55. Gráfico ilustrativo das respostas ao que é saber Matemática.

Os alunos reconhecem a Matemática associando-a a contas, exercícios e problemas e nenhum a identifica como algo onde é necessário explicar o raciocínio.

Estas respostas consolidam as atitudes demonstradas pelos alunos durante as sessões: fazer qual tipo de contas sempre que o desafio apresentava dados numéricos e dificuldades em explicar o raciocínio usado na resolução dos desafios.

Em relação às sessões dinamizadas, as primeiras três questões eram sobre os desafios desenvolvidos até ao momento. Os alunos ordenaram os desafios de acordo com as suas preferências e justificaram-nas.

Apesar de alguma diversidade de preferências, o desafio “Ás do espaço” destacou-se como sendo o que os alunos mais gostaram, com seis respostas.

Para resolver este desafio os alunos tinham que descobrir o número correspondente a cada uma das casas de um quadrado mágico cuja soma dos números de cada linha, coluna e diagonal era 34.

Não é de estranhar o apreço dos alunos por este desafio, na medida em que a sua resolução dependia das tão famigeradas “contas de mais” que tanto lhes agradam.

As explicações dos porquês das suas escolhas estiveram em sintonia e são simples: o que gostaram mais foi para eles o mais fácil e, para alguns, também aquele em que receberam prémio e o que gostaram menos foi o mais difícil, por não o terem conseguido solucionar ou esquematizar, como no caso do desafio “Os peixinhos” em que os alunos apresentaram muitas dificuldades na elaboração das figuras das sequências.

Ainda quanto às actividades, os alunos assimilaram, no máximo, três dificuldades que experimentaram durante a realização dos desafios, de entre as seguintes:

- Compreender a tarefa
- Começar a realizar a tarefa sozinho
- Explicar o meu raciocínio
- Realizar a tarefa até ao fim
- Ouvir a opinião da professora
- Ouvir a opinião dos colegas
- Apresentar o meu trabalho aos colegas
- Não tive dificuldades

Não houve nenhum aluno que não tivesse indicado pelo menos uma dificuldade e, pactuando mais uma vez com as suas atitudes aquando do desenvolvimento dos desafios, as mais reconhecidas foram “Explicar ao meu raciocínio” e “Realizar a tarefa até ao fim”. Também bastante expressas foram as opções “Compreender a tarefa” e “Começar a realizar a tarefa sozinho”, concordando com a dependência que senti, por parte dos alunos, pelo meu aval para iniciarem ou darem continuidade ao trabalho.

Com a parte final do questionário, pretendi aferir sobre as diferenças notadas pelos alunos entre as aulas de Matemática e as sessões de desafios e de que forma estas últimas influenciaram a sua opinião sobre a Matemática.

Os alunos identificam as sessões com jogos ou com problemas com desenhos e as aulas de Matemática com contas e problemas difíceis.

1. Quais as diferenças entre estas sessões e as aulas de Matemática?
As diferenças é que quando estamos com a professora fazemos contas e problemas aqui não aqui fazemos problemas com desenhos.

1. Quais as diferenças entre estas sessões e as aulas de Matemática?
Na matemática fazemos problemas e nas sessões não é fazer problemas

1. Quais as diferenças entre estas sessões e as aulas de Matemática?
Nas sessões fazemos jogos e nas aulas de Matemática fazemos contas, problemas etc...

Figura 56. Algumas respostas à questão: Quais as diferenças entre as sessões e as aulas de Matemática?

Relativamente à alteração na opinião sobre a Matemática, as actividades propostas e a forma como lhes foram apresentadas levaram os alunos a reconhecer que a Matemática não são só contas, problemas difíceis e numeração romana.

Sim. Porque Matemática não é só contar, problemas etc...

Porque eu pensava que fazer contas e problemas e memorização era mais importante

Sim.
Porque eu pensava que era muito chato e a gente já é desinteressado.

Figura 57. Algumas respostas à questão: Este tipo de actividades alterou a tua opinião sobre a Matemática? Porquê?

O segundo inquérito, como já referi no capítulo anterior, foi aplicado apenas aos três alunos, Hugo, Luísa e Maria, sobre os quais recairá a análise mais detalhada sobre as atitudes e emoções sentidas e cunhou o fim da recolha de dados.

Neste inquérito, os três alunos responderam a nove questões de resposta aberta sobre a Matemática e as nossas sessões.

Em geral, os alunos indicaram que se sentem felizes ao resolver os desafios e que as sessões são diferentes das aulas de Matemática, porque nas primeiras fazem jogos de Matemática e nas segundas contas e problemas, embora reconheçam interesse qualquer uma das actividades.

Na minha opinião, as razões apresentadas para gostarem de Matemática distinguiram-se entre as de Luísa e as de Hugo e Maria. Luísa apresenta uma razão mais ligada à Matemática escolar, enquanto Hugo e Maria parecem estar influenciados pelo trabalho realizado nas sessões desenvolvidas no âmbito da resolução de desafios.

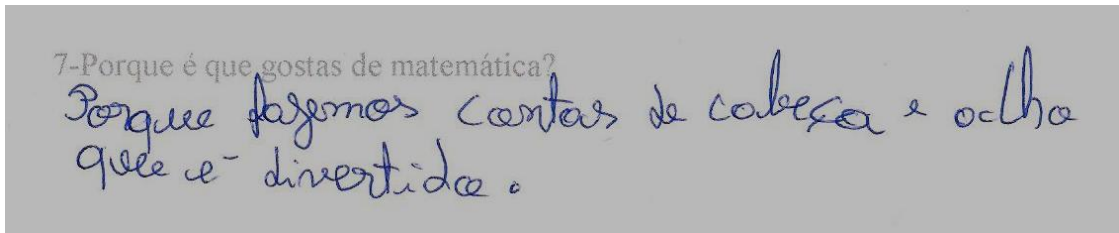


Figura 58. Resposta de Luísa à questão: Porque é que gostas de Matemática?

Hugo e Maria fazem referência a “brincar com números” e não parecem associar as aulas de Matemática com brincar com os números, problemas com desenhos ou jogos de Matemática:

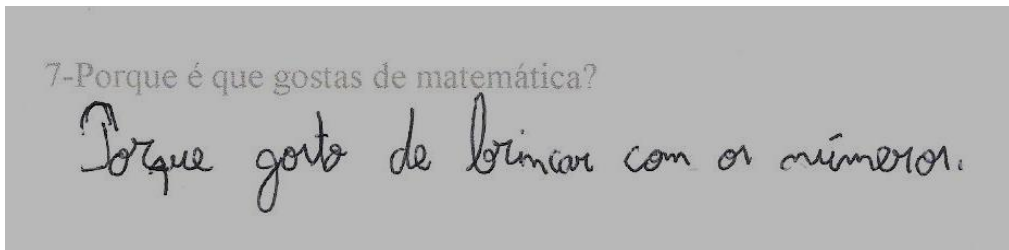


Figura 59. Resposta de Hugo à questão: Porque é que gostas de Matemática?

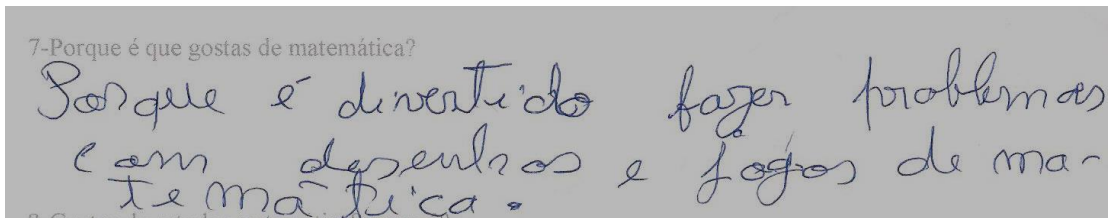


Figura 60. Resposta de Maria à questão: Porque é que gostas de Matemática?

Segue-se a análise dos casos dos três alunos Hugo, Luísa e Maria segundo as atitudes demonstradas no decorrer das sessões e as emoções que estes registaram na grelha de emoções sentidas, para cada um dos desafios.

Hugo é um aluno que normalmente revela bastante capacidade em entender, delinear estratégias, executar, encontrar uma solução e comunicá-la. Numa das actividades sentiu alguma dificuldade em entender o enunciado, mostrando-se por isso um pouco confuso no início da mesma.

Quando define e coloca em prática as estratégias e estas se mostram adequadas à obtenção da solução do desafio, fica contente ou fascinado, dependendo da maior ou menor facilidade que sentiu para finalizar a actividade e do tempo que demorou. Isto é, fica fascinado quando as estratégias resultam, mas sentiu dificuldade na resolução do desafio e fica contente quando não se sente tão motivado pela facilidade com que o faz.

Por outro lado, se a(s) primeira(s) estratégia(s) que estabelece não resulta(m) e tem que as redefinir ou pedir-me ajuda (o que sempre evitou) mas finaliza correctamente a tarefa fica um pouco indiferente ao facto de ter acabado por resolver o desafio: “Nem triste nem contente” – e demonstra alguma decepção. Se não consegue resolver o desafio, o que aconteceu por duas vezes, fica muito frustrado e triste como mostra o gráfico ilustrativo dos seus sentimentos (Figura 61). Apresenta algumas dificuldades de comunicar o raciocínio, mais por escrito do que oralmente.

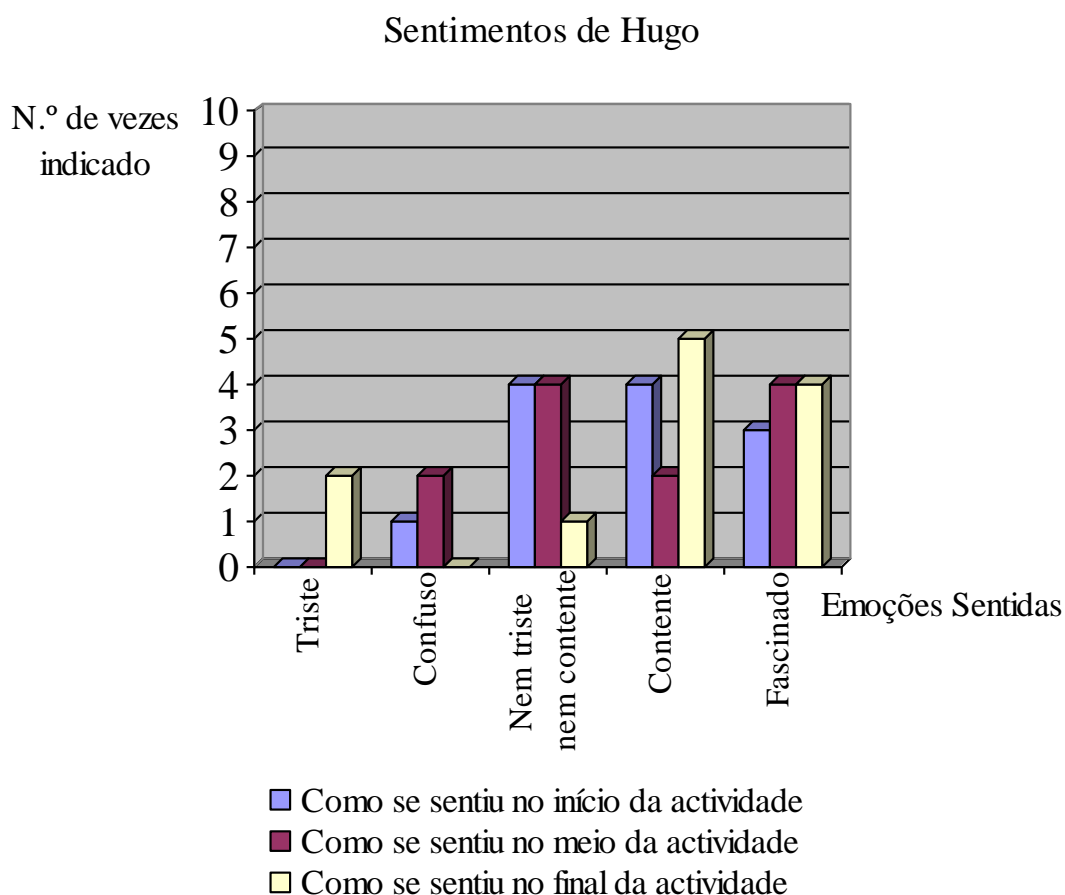


Figura 61. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Hugo.

Considero importante salientar que aquando das transcrições das sessões foram escassos os diálogos de Luísa e Maria pelo facto destas alunas serem bastante caladas e introvertidas. Quando faziam algum comentário ou colocavam alguma questão o tom de voz era tão baixo que me foi impossível obter registos áudio.

Como podemos ver pelo gráfico dos sentimentos de Luísa (Figura 62), esta aluna demonstra quase sempre emoções positivas no desenrolar das actividades.

Luísa compreende bem os enunciados dos desafios, mas apresenta algumas dificuldades na definição da(s) estratégia(s) necessitando, normalmente, do meu apoio.

No entanto, ao contrário de Hugo, nunca se mostrou desanimada com esta situação, foi sempre persistente, aceitou bem as sugestões e aplicou-as muito correctamente. Com esta atitude, apenas não conseguiu resolver um dos desafios, ficando naturalmente triste nesse caso. Tal como Hugo, também Luísa revelou dificuldades em comunicar o raciocínio.

Sentimentos de Luísa

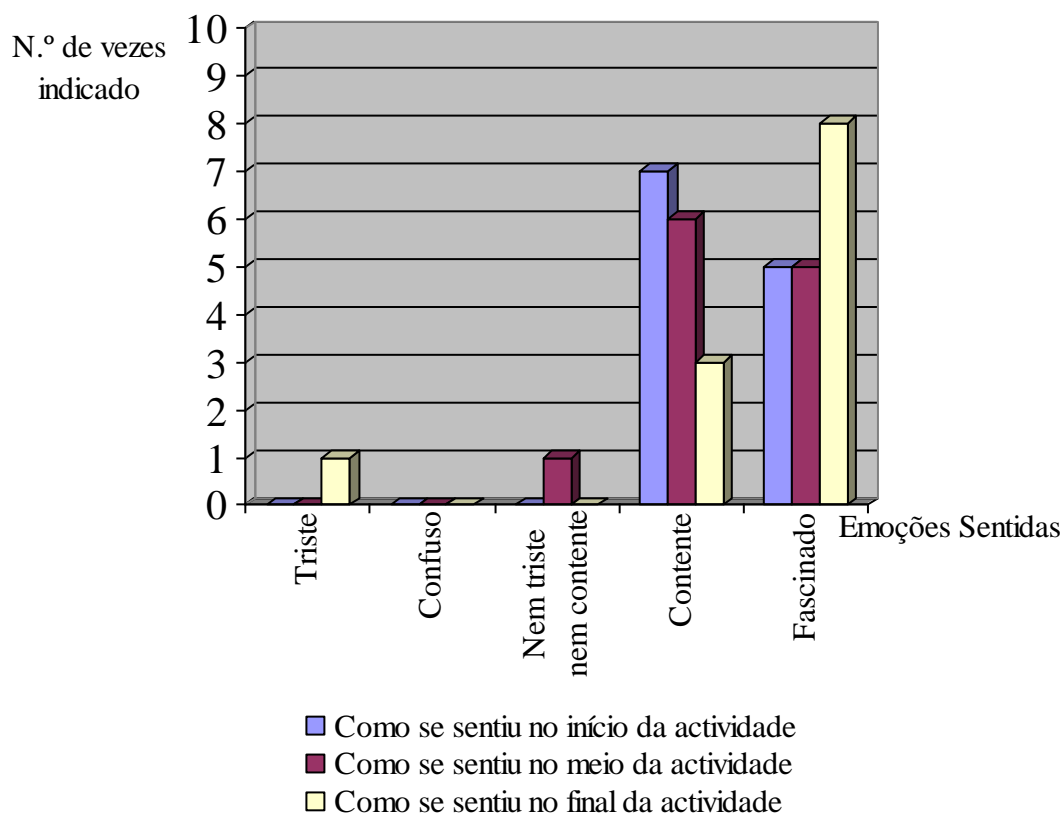


Figura 62. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Luísa.

Maria manifestou sempre muitas dificuldades em todas as etapas da resolução dos desafios.

Pareceu nunca ter compreendido os enunciados, precisando sempre de ajuda para os decifrar; quase nunca foi capaz de definir formas de actuação, necessitando do meu auxílio ou do dos colegas.

Depois de ouvir algumas sugestões, revelou ainda dificuldade em as por em prática, o que pode significar que não as terá compreendido correctamente.

Por fim, e com a ajuda de todos, terminava os desafios, mas nunca foi capaz de explicar o que havia feito.

Apesar de todos os obstáculos, quer de compreensão quer de aplicação, Maria demonstrou quase sempre contentamento ou fascínio e nunca desistiu (Figura 63).

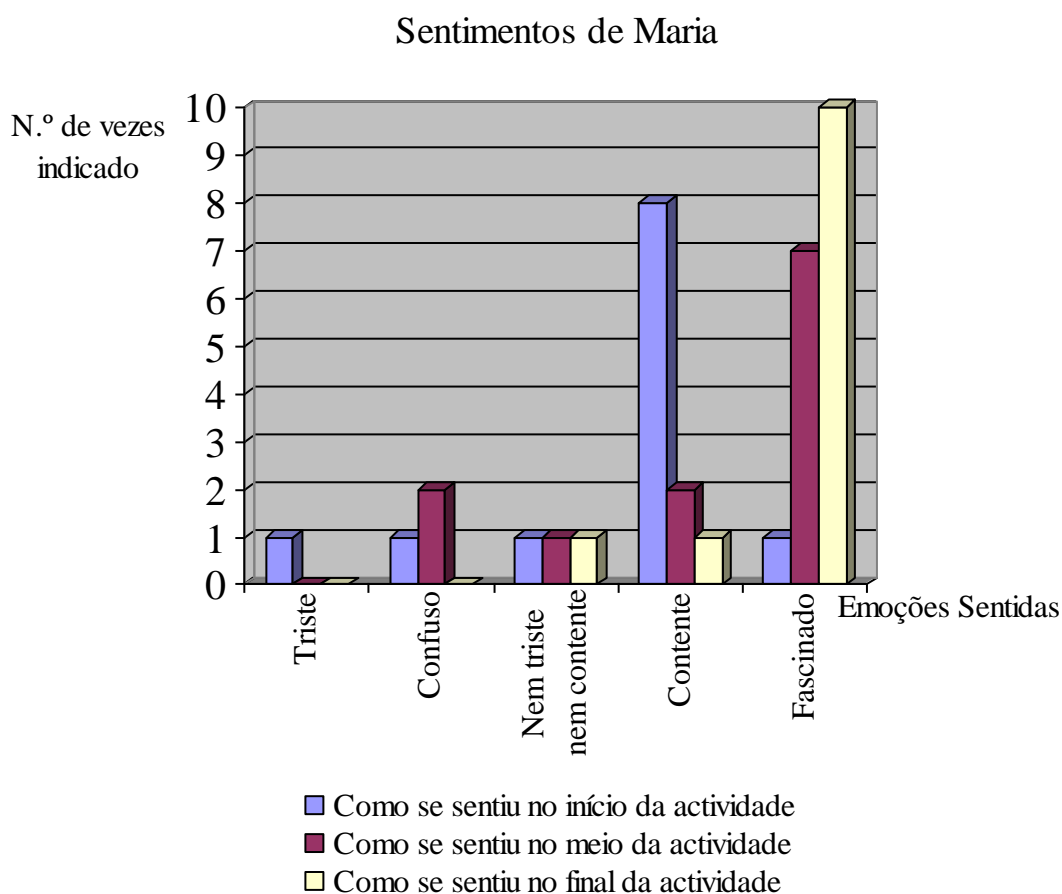


Figura 63. Gráfico ilustrativo das emoções expressas por Maria.

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este último capítulo divide-se em três partes. Na primeira parte, recordo as questões de investigação que orientaram este estudo bem como a metodologia usada no tratamento dos dados recolhidos. Na segunda, procuro responder às questões delineadas com base nas evidências decorrentes do desenvolvimento do trabalho. A partir destas e, por último, deixo algumas sugestões para futuras investigações neste domínio.

5.1 Questões de investigação e metodologia

Com este estudo ambicionei perceber as reacções dos alunos perante desafios matemáticos, onde não há implicitamente um carácter de ensino – aprendizagem comum e os alunos são levados a fazer Matemática sem obrigatoriedade de regras ou algoritmos e com liberdade de pensamento e de acção.

Assim, a questão principal que norteou este trabalho foi:

Quais as atitudes e emoções de alunos do 4.º ano perante desafios matemáticos?

Com o propósito de conduzir melhor o desenvolvimento do estudo, considerei as seguintes questões secundárias:

- Quais as atitudes de alunos do 4.º ano perante desafios matemáticos fora do contexto de sala de aula?
- Que tipo de emoções manifestam os alunos no âmbito ‘não escolar’?
- Que tipo de interações se desenvolvem neste ambiente?

- Qual a relação entre estas interacções e as atitudes e emoções de alunos fora da sala de aula?

Tendo em conta os objectivos do estudo, o ambiente onde a acção decorreu e como esta se desenvolveu, optei por uma investigação de natureza qualitativa numa abordagem de estudo de caso.

Quanto ao papel que assumi no desenrolar das sessões, foi o de observadora participante em interacção directa com os participantes. Esta posição permitiu objectividade aquando da descrição dos acontecimentos.

A recolha de dados decorreu entre o mês de Outubro e Fevereiro do ano lectivo de 2008/2009, num total de dezassete sessões, com treze alunos do 4.º ano de escolaridade em regime de voluntariado.

Os dados apresentados no estudo resultaram da conjugação de várias fontes:

- Das observações, tanto presenciais como por registos áudios, de todas as sessões dinamizadas;
- Das posteriores transcrições, análises e reflexões das mesmas;
- Dos trabalhos elaborados pelos alunos durante as sessões e das emoções manifestadas;
- Da entrevista realizada antes do início das sessões;
- Das respostas dos alunos aos questionários.

Recordo ainda que apesar de as sessões terem sido desenvolvidas com um grupo de treze alunos as conclusões recairão mais detalhadamente sobre as atitudes e emoções apresentadas por três alunos Hugo, Luísa e Maria.

Estes alunos foram escolhidos como forma de representação de todo o grupo com quem tive o prazer de trabalhar, pois as características tidas em conta na sua selecção e as atitudes e emoções de uns se enquadram analogamente nos outros.

As características consideradas relacionaram-se com as aptidões demonstradas por estes alunos em:

- (a) Compreender o enunciado do desafio;

- (b) Definir estratégias de resolução do desafio;
- (c) Colocar essas estratégias em prática;
- (d) Solucionar o desafio;
- (e) Comunicar e discutir as suas ideias.

5.2 Conclusões do estudo

Todas as sessões tiveram início com a indicação do material necessário para a realização da tarefa e distribuição e leitura do desafio.

A leitura do desafio, maioritariamente feita por mim, revelou-se fundamental. Primeiro que tudo por se tratar do contacto inicial dos alunos com este tipo de actividades desafiadoras e depois por ter permitido salientar os objectivos da tarefa, valorizar pormenores, colocar questões, esclarecer as primeiras dúvidas, aferir sobre os conhecimentos dos alunos necessários para a realização da tarefa e estimular o envolvimento dos alunos na mesma. Esta conjuntura permitiu uma melhor compreensão do desafio por parte dos alunos e, conseqüentemente, a reflexão e delineamento das estratégias a colocar em prática.

Quando elaborei os desafios, procurei que estes estivessem de acordo com a faixa etária dos alunos e que fossem visualmente atractivos, pelos menos para a maioria dos alunos, criando algum entusiasmo.

Esta situação ficou bem marcada tanto pelos comentários imediatos dos alunos, *Que bonito!* ou *Que giro!*, como pelo que registaram terem sido as emoções sentidas no início da actividade, maioritariamente de contentamento ou fascínio.

Por vezes, não foi possível terminar o desafio proposto numa única sessão, havendo por isso necessidade de lhes dar continuidade na semana seguinte.

Esta eventualidade nunca foi do agrado dos alunos que se mostravam desanimados por retomarem uma tarefa na qual não tinham obtido o melhor resultado.

Em suma, os alunos mostraram-se bastante empolgados quando lhes foram apresentados novos desafios e desanimados, se tinham de dar continuidade a uma tarefa já iniciada e para a qual ainda não haviam obtido sucesso.

Aparentemente, os alunos não recusaram os desafios que lhes foram propostos, mas mostraram um certo desânimo por ter de dar continuidade a um desafio que não foi

concluído durante uma sessão. Eles sentem alguma frustração natural quando falham, preferindo iniciar um novo desafio em lugar de voltar a trabalhar novamente no mesmo.

A dada altura da entrevista, os participantes deste estudo revelaram que nas aulas de Matemática as dificuldades na resolução de um problema são colmatadas com a mudança de área curricular ou com a ajuda por parte dos colegas considerados por eles *os mais espertos da sala*.

Destas evidências e de outras situações que presenciei, constato que estes alunos não têm hábitos de comunicação e discussão dos resultados obtidos, de aplicar estratégias diversificadas num mesmo problema insistindo até conseguirem resolvê-lo, isto é, obter a solução e não mostram hábito de trabalhar o erro de forma construtiva.

Esta última referência foi também notada quando Leonel me questionou sobre o que aconteceria se errasse. O erro é tido como um algo negativo com más implicações no desempenho escolar e parece ter este reconhecimento por parte de todos os intervenientes neste processo. A carga negativa de errar já está instalada neste grupo de alunos.

Naturalmente, foi durante o decorrer das actividades que se verificou uma maior diversidade de atitudes e emoções por parte dos alunos.

Estas são, como já referi no capítulo do enquadramento teórico, fortemente influências por factores internos e externos e, conseqüentemente, variáveis de indivíduo para indivíduo, mesmo que perante iguais situações.

Uma das concepções que identifiquei nestes alunos e que sem dúvida influenciou e influencia as suas atitudes e emoções esteve relacionada com o tempo para a resolução de um desafio. Em vários estudos sobre as concepções de alunos em relação à Matemática e, em particular, à resolução de problemas foi reconhecida a ideia de que estes consideram que um problema deve ser resolvido num curto espaço de tempo e isto independentemente do ano de escolaridade que frequentam.

Notei que os alunos para além de objectivarem solucionar o desafio ambicionavam fazê-lo rapidamente. Esta situação mostra, no meu entender, não só a presença da concepção enunciada anteriormente, mas ainda a existência de um cunho competitivo entre os alunos e, em especial, entre rapazes e raparigas como se veio a manifestar noutras ocasiões que referenciarei mais adiante.

Do primeiro questionário aplicado a todos os alunos ressalta que os aspectos com que eles mais identificam a Matemática são: “Fazer contas”, “Resolver exercícios, com contas” e “Resolver problemas, com contas”.

Esta situação foi evidente durante a realização dos desafios. Independentemente do tipo de tarefa apresentada, no caso de incluir dados numéricos, os alunos faziam imediatamente contas, mesmo que estas não fizessem qualquer sentido. Os números pareciam ‘impedir’ qualquer tipo de raciocínio sobre o que se pretendia com o desafio.

O facto de identificarem esta disciplina com “contas”, juntamente com a crença da necessidade de rapidez para resolver o problema, conduziu os alunos a fazerem apressadamente cálculos, sendo a adição a operação mais utilizada.

A minha apreciação é de que os alunos os fazem sem uma ligação real ao problema em causa e somente porque os números estão presentes. Os próprios alunos não conseguiram esclarecer-me quando questionados sobre os porquês dos cálculos.

Acresce reforçar que estas concepções, embora não sendo objecto deste estudo, influenciam o desenvolvimento das actividades e parecem atravessar os alunos de uma larga faixa etária, ao longo do seu percurso escolar.

Com base nas grelhas preenchidas pelos alunos em cada desafio e como já referi anteriormente, a aparência e leitura do desafio conduziram os alunos a manifestações de contentamento ou fascínio no início da actividade.

Relativamente às emoções no meio e no fim da actividade, percebi que estes também manifestaram, na maior parte das vezes, contentamento e fascínio, em resultado dos seu sucesso em relação à resolução do desafio.

No caso de Maria, a aluna que mais dificuldades demonstrou e a que mais se socorreu de ajuda, é interessante notar que o fascínio é marcante no meio e no fim da actividade. As dificuldades não influenciam o seu fascínio pelas actividades, pelo contrário, continua a ficar fascinada com as tarefas apresentadas.

Também Luísa associou contentamento e fascínio, a estas duas fases de registo das emoções sentidas.

Um pouco diferente, apresenta-se o caso de Hugo que refere sentimentos mais variados nestas duas fases e talvez em sintonia com a sua própria percepção de maior ou menor facilidade em lidar com o desafio apresentado.

O facto de Hugo ser considerado pelos colegas, pela sua professora e por si próprio, um dos melhores alunos do grupo fê-lo criar expectativas elevadas em relação ao seu desempenho na realização de qualquer actividade.

Assim, ele manifestou indiferença, tanto no início como no meio da actividade, perante os desafios que à partida não lhe pareceram muito motivadores.

Quando as primeiras estratégias que define lhe permitem solucionar o desafio parece ficar indiferente, mas quando sente dificuldades na resolução de um desafio então ele sente-se fascinado e no final da actividade mostra esse sentimento. Se por outro lado, coloca em prática as estratégias iniciais e chega facilmente à solução do desafio, fica simplesmente contente.

Houve dois desafios que Hugo não conseguiu solucionar, ficando naturalmente triste e evidenciando frustração.

Contudo, solucionar o desafio não foi condição suficiente para que ele se sentisse contente ou fascinado. Se sentiu necessidade de redefinir estratégias ou de pedir ajuda revelou indiferença no meio ou até no final da actividade. Julgo que esta situação está relacionada tanto com a falha nas suas expectativas como com o tempo que demorou a solucionar o desafio.

Por exemplo, na 11.^a actividade proposta aos alunos “A turma da Flora”, tal como foi apresentado no capítulo anterior, Hugo não se sentiu inicialmente desafiado, mas à medida que as dificuldades foram surgindo e foram sendo superadas, as emoções foram-se alterando, de “Nem triste nem contente” para “Fascinado”.

Por outro lado, Maria e Luísa, que não são consideradas das melhores alunas, não depositaram nas tarefas expectativas tão elevadas relativamente à concretização do desafio e apesar de manifestarem dificuldades e precisarem quase sempre de ajuda mostraram-se sempre contentes ou fascinadas quando conseguiram finalizar correctamente o desafio.

Ainda no caso destas duas alunas, o contentamento e fascínio não estiveram linearmente relacionados com as suas dificuldades, mas com a menor ou maior facilidade com que progressivamente compreenderam o desafio e foram concretizando as suas ideias ou as minhas sugestões.

Praticamente em todos os desafios, Luísa apresentou emoções positivas nas três fases da actividade. Embora compreendesse bem os enunciados dos desafios esteve bastante dependente da minha aprovação para aplicar as estratégias que definia, pedindo constantemente a minha opinião antes de as colocar em prática ou sempre as iniciava. Revelou pouco autonomia em colocar em prática as suas ideias carecendo sempre de aprovação para as efectuar.

Porém, ao contrário de Hugo, Luísa nunca receou pedir ajuda e recebeu sempre bem as minhas sugestões e concretizou-as correctamente.

Pelo que pude constatar por observação dos dados referentes à Luísa, as emoções que expôs parecem ser mais resultado das suas atitudes de perseverança e encantamento pela descoberta do que propriamente das suas habilidades na resolução de problemas.

Quanto a Maria, demonstrou grandes dificuldades em todas as fases da resolução do desafio. Na maior parte das vezes, não conseguia compreender o que se pretendia nem definir um plano de trabalho sem a minha ajuda ou a dos colegas e muito menos explicar o que tinha feito.

No entanto, isto não ficou visível nas emoções que revelou, afirmando, maioritariamente, contentamento no início da actividade e fascínio no meio e no fim da mesma. Foi sempre persistente e nunca desistiu.

Portanto, as emoções declaradas pelos alunos não traduzem directamente uma imagem das suas dificuldades. Pelo contrário, parecem indicar atitudes positivas, de um certo agrado por trabalhar neste tipo de desafios, independentemente das dificuldades que sentem, dificuldades estas, que são inerentes à natureza do próprio desafio matemático, como sublinham Freiman, Kadjevich, Kuntz, Pozdnyakov e Stedoy (2009).

Durante todas as sessões, a maioria dos alunos mostraram-se pouco autónomos e pouco confiantes no desenvolvimento do trabalho e apresentou uma grande dependência pela minha aceitação em relação às estratégias que definiam, pela minha aprovação para darem continuidade ao trabalho que estavam a desenvolver bem como pelas minhas sugestões. Esta situação pode estar relacionada com a falta de experiência dos alunos perante este tipo de tarefas ou com o reconhecimento do papel do professor como orientador de todo o trabalho, ou seja, com uma dependência do professor.

Uma outra situação que propus aos alunos foi o trabalho em pequeno grupo ou em pares. Aproveitei então a ocasião em que pela primeira vez foi necessário continuar a resolução de um desafio já iniciado anteriormente e ao qual acrescentei mais algumas etapas, o que ocorreu na 3.^a sessão e com o desafio “Os peixinhos”.

Tendo em conta as dificuldades que os alunos haviam manifestado com o desafio, considerei que poderia ser vantajoso a colaboração entre eles e a discussão de ideias a aplicar.

Os alunos acusaram não terem uma efectiva experiência com este tipo de trabalho, o real trabalho de grupo foi pouco conseguido e poucos foram os grupos em que houve um debate sobre as estratégias a usar e a forma como estas deveriam ser implementadas.

Em geral, cada grupo teve um líder que eles próprios inconscientemente e instintivamente elegeram. Esta escolha involuntária parece resultar do conhecimento de que, de entre todos os elementos do grupo, esse era o que normalmente tinha um maior sucesso escolar. A estruturação do trabalho a desenvolver e as acções a executar eram então quase exclusivamente definidas pelo líder e aceites pelos restantes elementos.

Todavia, houve dois grupos em que esta situação não se verificou.

No grupo de Hugo e Leonel, a liderança foi clara e individualmente assumida por Hugo, mas não foi bem aceite por Leonel. Recordo que Hugo foi um dos três alunos que na sessão anterior havia conseguido completar o desafio e, portanto, consciente de que as estratégias adoptadas foram bem sucedidas, apenas teve de lhes dar continuidade para solucionar o que era novo. Por outro lado, Leonel havia sentido grandes dificuldades na primeira parte do desafio e por falta de percepção do que tinha que fazer não conseguia compreender o seu colega. Apesar de Hugo tentar explicar os porquês da sua resolução, Leonel sentiu falta de debate de ideias e não recebeu de bom grado os desmandos de Hugo. Por várias vezes olhou para mim, “pedindo-me” que intervisse tanto para se certificar de que o que Hugo fazia estava correcto como para conseguir apoio no que ele defendia ser necessário para um verdadeiro trabalho em grupo, o debate.

No grupo de Diana e Marta não houve nem liderança nem debate de ideias. As alunas não conseguiram trabalhar em colaboração, mostrando-se individualistas e querendo cada uma dominar em relação à outra, o que gerou discussões despropositadas e pouco trabalho desenvolvido.

Com excepção do grupo de Diana e Marta, todos os outros foram conseguindo ultrapassar as dificuldades trazidas da sessão anterior e concretizar o trabalho, mas mesmo em grupo se denotou a dependência pela minha concordância.

Depois de terminada a resolução do desafio era chegada a hora de explicar o raciocínio usado para a concretização do mesmo.

Na generalidade, o grupo apresentou grandes dificuldades em comunicar e discutir as ideias adoptadas. Tal facto está de acordo com a ideia expressa por estes alunos de que explicar o pensamento matemático não é Matemática.

Apercebendo-se de que não estavam a ser bem sucedidos nas explicações escritas pediram-me para explicarem oralmente, *explicar à boca* como eles diziam. Mas também aqui falhavam, pois simplesmente liam o que tinham escrito.

Logicamente que as dificuldades profundas não eram no aspecto oral ou escrito, mas sim na exposição e no esclarecimento dos caminhos traçados e aplicados e nas conclusões.

Quando muito conseguiam dizer o que era perceptível a qualquer pessoa que observasse o trabalho, mas muito raramente explicavam o que os tinha levado a descobrir que era assim e não de outra forma, que situações tiveram em consideração, se as suas conjecturas iniciais se revelaram as mais apropriadas ou se tiveram de as redefinir e porquê, etc.

Esta situação manteve-se mesmo quando o trabalho foi desenvolvido em grupo.

O facto de serem obrigados a explicar o seu raciocínio teve, por vezes, implicações directas nas emoções que demonstravam no meio da actividade, “Confuso” ou “Nem triste nem contente”. Esclareço que a actividade só era considerada como terminada depois da exposição ao grupo e a apreciação do trabalho pelos pares.

Embora um pouco renitentes com as explicações, os alunos mostraram-se empolgados por terem que *ir ao quadro* e falar para todo o grupo, ainda que se sentissem bastante envergonhados e constrangidos.

Penso que ficou claro que o problema de falta de competências a nível da comunicação neste grupo de alunos se deve à falta de experiência com situações que lhes permitam desenvolver estas capacidades.

Depois da exposição dos trabalhos, pretendia-se que os alunos ponderassem e pontuassem os trabalhos uns dos outros, com o intuito de se eleger o melhor, não só em termos de resultados, até porque praticamente todos os alunos solucionavam os desafios, mas também com base nas estratégias e explicações apresentadas. Pretendia que fosse feita uma apreciação do trabalho com base em critérios como a criatividade de estratégias seguidas e a clareza na explicação, não foi isso que sucedeu! Os alunos mostraram que escolhiam os trabalhos dos colegas com base em outros factores tais como a amizade entre colegas, o que me leva a constatar a necessidade destes alunos desenvolverem outras competências, tais como o espírito crítico.

Recordo que, quando durante a entrevista questioneei os alunos sobre o que era ser o melhor trabalho, Hugo descreveu o que entendia por melhor aluno – *É o que faz os trabalhos mais depressa, bem-feitos e se comporta melhor*. É esta a ideia de Hugo acerca do que é fazer o melhor trabalho: fazer bem, fazer rápido e ter bom comportamento. Talvez sejam estas as atitudes mais valorizadas em sala de aula.

Mais uma vez, conseguimos perceber o factor tempo como uma condicionante de ser o melhor e durante as sessões muitas vezes os alunos referiram – *Fui o primeiro a acabar* – como que a salientar uma condição importante na eleição do melhor trabalho.

Para o primeiro desafio os alunos apreciaram correctamente os trabalhos dos colegas e foi notória a penalização por falta de clareza na apresentação de alguns.

Contudo, nas sessões que se seguiram, constatei que o factor amizade e as rivalidades, especialmente entre rapazes e raparigas, se tornavam mais relevante que o desempenho na concretização do desafio.

Embora tenha recomendado que fossem críticos em relação ao trabalho e não se deixassem influenciar pelas relações de proximidade que mantinham, esta situação não se alterou.

Por considerar que estas atitudes não corroboravam com os propósitos delineados e não sendo esta uma fase limitativa para este estudo, decidi que os trabalhos realizados pelos alunos seriam posteriormente analisados por mim e que seria eu mesma a eleger o melhor.

5.3 Recomendações

Como já referi, o ponto de partida para o desenvolvimento deste estudo em atitudes e emoções de alunos de 4.º ano perante desafios matemáticos foi o também desafio que me lançou o senhor Reitor da Universidade do Algarve, Professor Doutor João Guerreiro.

Julgo ter conseguido atingir os propósitos do estudo e, tal como outros investigadores, reforçar a ideia da importância de trabalhar desde muito cedo diversas competências que podem influenciar positivamente as atitudes dos alunos perante a Matemática e o estudo desta disciplina.

Aos meus colegas do primeiro ciclo, peço que as evidências que aqui apresento não sejam esquecidas e sejam tomadas em consideração aquando da deliberação das metas a atingir com os mais pequenos. Recordo as palavras de Hannula, Maijala & Pehkonen (2004) que destacam a importância e o papel dos professores dos primeiros anos de escolaridade no que se refere ao desenvolvimento de competências e às concepções dos alunos acerca da Matemática, pois são eles os primeiros a ensinar

Matemática às crianças. Temos de ter consciência de que as primeiras experiências matemáticas dos alunos são decisivas no desenvolvimento da sua visão acerca da Matemática e no desenvolvimento do gosto por esta disciplina. A melhoria do sucesso a Matemática passa por uma mudança significativa das primeiras experiências dos alunos nesta disciplina.

Aos professores dos outros ciclos de ensino, independentemente do nível de ensino, que tal como eu se preocupam com a inércia que presenciamos diariamente nos nossos alunos, sugiro que promovam trabalho em sala de aula no sentido de desenvolver determinadas competências essenciais que ajudem os alunos a tornarem-se alunos mais conscientes e interessados pela disciplina de Matemática.

Deixo uma última palavra para os investigadores em Educação Matemática, em particular, para a comunidade dos investigadores portugueses apelando para a necessidade de se investir na investigação sobre os afectos em Portugal e principalmente em estudos realizados com alunos do 1º ciclo. Muito precocemente, surgem nos alunos as primeiras concepções sobre a Matemática que podem provocar atitudes negativas e influenciar todo o percurso escolar dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P. (2001). *Reorganização Curricular do Ensino Básico – Princípios, Medidas e Implicações*. Lisboa: Ministério da Educação – DEB.
- Anderson, V. (2007). *An online survey to assess student anxiety and attitude response to six different mathematical problems*. Launceston College and University of Tasmania. Mathematics: Essential Research, Essential Practice, Vol. 1 (pp. 93-102). Mathematics Education Research Group of Australásia.
- Amaral, H. (2003). *Actividades investigativas na aprendizagem da Matemática no 1º ciclo*. Tese de mestrado, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.
- APM. (1988). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- APM. (1997). *A (in)sustentável leveza da Matemática*. Lisboa: APM.
- APM. (1998). *Actividades investigativas em matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Barbeau, E. (2006). The Role of Challenges in Mathematical Learning. *16th ICMI STUDY. Challenging Mathematics in and Beyond the Classroom*. Disponível em: <http://www.amt.canberra.edu.au/icmis16BarbeauEssay1.pdf>
- Barbeau, E. (2006). A classification of challenges. *16th ICMI STUDY. Challenging Mathematics in and Beyond the Classroom*. Disponível em: <http://www.amt.edu.au/icmis16BarbeauEssay2.pdf>

- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.
- Boavida, A. (2009). *Argumentação e comunicação matemática*. Seminário apresentado na Universidade do Algarve. (documento não publicado)
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Caria, T. (1999). *A reflexividade e a objectivação do olhar sociológico na investigação etnográfica*. *Revista crítica das Ciências Sociais*, n.º 55, pp.5-36.
- Damáσιο, A. (2000). *O erro de Descarte – emoção, razão e cérebro humano*. (21ª Ed.). Mira Cintra – Mem Martins: Publicações Europa – América.
- DeBellis, V. & Goldin, G. *Affect and meta-affect in mathematical problem solving: a representational perspective*. *Educational Studies in Mathematics* (2006), Vol. 63 (pp. 131-147).
- Evans, J. (2002). *Developing Research Conceptions of Emotion among Adult Learners of Mathematics - Studies in Literacy and Numeracy*, Special issue on Adults Learning Mathematics. Middlesex University, UK. Acedido a 7 de Junho de 2011 em http://eprints.mdx.ac.uk/173/1/Evans-developing_research_conceptions..pdf

- Freiman, V., Kadjevich, D., Kuntz, G., Pozdnyakov, S. & Stedoy, I. (2009). *Technological Environments beyond the Classroom*. In E. Barbeau & P. Taylor (Eds). *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom: The 16th ICMI Study*. (pp. 97-131). New York: Springer.
- Furinghetti, F. & Morselli, F. (2005). *Reflections on creativity: the case of a good problem solver*. Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, (pp. 184-193). ISBN 84-611-3282-3
Disponível em: http://www.erne.unito.it/CERME4/CERME4_WG2.pdf
- GAVE (2002, 2003, 2004). *Provas de Aferição 2.º ciclo*. Ministério da Educação
Disponível em: <http://www.gave.min-edu.pt/np3/7.html>
- Gil, A. (1994). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. (4ª Ed.). São Paulo: Editora Atlas S.A.
- Gómez-Chacón, I. (2000). *Affective influences in the knowledge of Mathematics*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 43, (pp. 149-168).
- Gómez-Chacón, I. (2005). Affect, mathematical thinking and intercultural learning a study on educational practice. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 194-204). ISBN 84-611-3282-3
Disponível em: http://www.erne.unito.it/CERME4/CERME4_WG2.pdf
- Haladyna, T., Shaughnessy, J. & Shaughnessy, J.M. (1983). *A causal analysis of attitude toward mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 14, Nº 1, (pp. 19-29).

Hannula, M.S., Maijala, H. & Pehkonen, E. (2004). *Development of understanding and selfconfidence in mathematics; grades 5 – 8*. In M.J. Høines & A.B. Fuglestad (eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 3, (pp.17-24). Bergen University College, Norway.

Hannula, M., Gómez-Chacón, I., Philippou, G. & Schölglmann, W. (2005). Affect and mathematical thinking. Role of beliefs, emotions and other affective factors. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 165-173). ISBN 84-611-3282-3

Disponível em: http://www.erne.unito.it/CERME4/CERME4_WG2.pdf

Hannula, M., Opt'Eynde, P., Schölglmann, W. & Wedege, T. (2007). Affect and mathematical thinking. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 22-28). D. Pitta – Pantazi & G. Philippou (Eds.). ISBN - 978-9963-671-25-0. Disponível em: <http://ermeweb.free.fr/CERME5b/>

Hannula, M., Pantziara, M., Wæge, K. & Schölglmann, W. (2009). Introduction – Multimethod approaches to the multidimensional affect in mathematics education. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 28-33). Institut National de Recherche Pédagogique, Lyon, France. ISBN 978-2-7342-1190-7. Disponível em <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/>

Junqueira, M. (1995). *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos*. Tese de Mestrado. Universidade Nova de Lisboa. Lisboa: APM

- Leder, G. & Forgasz, H. (2006). *Affect and mathematics education*. A. Gutiérrez, P. Boero (eds.) Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future, Rotterdam, The Netherlands: Sense, pp. 403-427.
- Lessard-Hébert, M.; Goyette, G. e Boutin, G. (1990). *Investigação Qualitativa – Fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Liljedahl, P. (2005). Sustained engagement: preservice teachers' experience with a chain of discovery. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 225-234). Disponível em: http://www.erne.unito.it/CERME4/CERME4_WG2.pdf
- Lopes, I. (1997). *Aspectos afectivos da actividade matemática escolar dos alunos*. Colecção Teses. Lisboa: APM.
- Madureira, A. (s/d). *Metodologia qualitativa*. Acedido a 7 de Julho de 2008 em http://www.comunicazione.uniroma1.it/materiali/17.40.35_metodologia%20qualitativa.doc
- Martins, H. (2004). *Metodologia qualitativa de pesquisa*. São Paulo: Universidade de São Paulo. Acedido a 7 de Julho de 2008 em <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n2/v30n2a07.pdf>
- Matos, J. F. (1991). *Logo na Educação Matemática: Um Estudo Sobre as Concepções e Atitudes dos Alunos*. Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa. Edição do Pólo do Projecto Minerva do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

- Matos, J. F. (2005). Matemática, educação e desenvolvimento social – questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em matemática. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Orgs). *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas. Actas do Encontro Internacional de Homenagem a Paulo Abrantes*, (pp. 69-81). Lisboa: APM.
- Mestre, R. (2005). *As actividades de investigação na formação de alunos matematicamente competentes – um estudo no 1.º ciclo do ensino básico*. Tese de mestrado, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.
- Monteiro, C., & Serrazina, L. (2005). Editorial. *Quadrante – Revista de Investigação em Educação Matemática*, 14 (1), (pp. 1-2).
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Principles and standards for school mathematics*. Lisboa: APM.
- Neves, M. & Carvalho, C. (2006). *A importância da afectividade na aprendizagem da matemática em contexto escolar: um estudo de caso com alunos do 8.º ano. Análise Psicológica*, Vol. XXIV, nº 2, (pp. 201-215). Acedido a 7 de Julho de 2008 em <http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/aps/v24n2/v24n2a07.pdf>
- Österholm, M. (2008). *Epistemological beliefs and communication in mathematics education at upper secondary and university levels*. Department of Mathematics, Linköping University. Acedido a 9 de Fevereiro de 2008 em <http://www.mai.liu.se/SMDF/madif6/Osterholm.pdf>

Pehkonen, E. (2004). *State-of-the-art in mathematical beliefs research*. University of Helsinki, Finland

Ponte, J. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*. Artigo publicado em J. P. Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. (1994). *O estudo de caso na investigação matemática*. Grupo de investigação DIF – Didáctica e Formação. Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Acedido a 23 de Março de 2011 em [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte\(Quadrante-Estudo%20caso\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt%5C94-Ponte(Quadrante-Estudo%20caso).pdf)

Ponte, J. (2002) O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? Consultado a 21 de Janeiro de 2009 em [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte \(CNE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte (CNE).pdf)

Ponte, J. (2003). O ensino da Matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?. In CNE (Ed). *O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas*, (pp. 21-56). Lisboa: CNE – Conselho Nacional de Educação.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Ministério da Educação.

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino*. Tese de mestrado, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Schlöglmann, W. (2010). Categories of affect – some remarks. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (pp. 164-173). Institut National de Recherche Pédagogique, Lyon, France. ISBN 978-2-7342-1190-7. Disponível em <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/>

Stake, R. (1994). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247). Thousand Oaks, CA: Sage.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.

Tyler, J. (1992). *Enigmas com números*. Ilustrações e concepção de Graham Round. Gradiva Publicações.

Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas*. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa

Veia, L. (s/d). *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemática no 1º ciclo do ensino básico*. Universidade do Algarve, Escola Superior de Educação. Acedido a 5 de Julho de 2008 em <http://www.spce.org.pt/sem/96LUCIANO.pdf>

Vianna, C. e Setton, M. (s/d). *Pesquisa sociológica e metodologia qualitativa*. Acedido a 7 de Julho em <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n2/v30n2a07.pdf>

Wedegé, T. & Skott, J. (2007). Potential for change of views in the mathematics classroom? *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, D. Pitta – Pantazi & G. Philippou (Eds.), pp. 389-398. ISBN - 978-9963-671-25-0

Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods*. (2.^a Ed.) Newbury Park: Sage.

ANEXOS

ANEXO 1

**Pedido de permissão para a implementação do projecto ao Órgão de Gestão do
Agrupamento vertical de Escolas a que pertence a Escola Básica do 1.º Ciclo**

Exmo. Sr. Presidente do Conselho Executivo do
Agrupamento Vertical de Escolas Dr. João Lúcio

Assunto: Pedido de autorização para o desenvolvimento do projecto de investigação

Eu, Sílvia Patrícia Ribeiro Reis, docente do quadro de zona pedagógica da Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. João Lúcio, do grupo 500, solicito a V. Exa. a autorização para o desenvolvimento do projecto de investigação apresentado em Julho do corrente ano, no âmbito da Dissertação de Mestrado em Especialização em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências.

Caso seja deferida a solicitação, deixo, desde já, a proposta de esta investigação incorporar o Plano Anual de Actividades da escola.

Sem outro assunto de momento, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

Fuzeta, 24 de Setembro de 2008

Sílvia Patrícia Ribeiro Reis

ANEXO 2

**Esclarecimento e pedido de autorização aos Encarregados de Educação dos alunos
participantes no estudo**

Exmo. Sr. Encarregado de Educação

Assunto: Pedido de autorização para o desenvolvimento do projecto de investigação
com o seu educando

Eu, Sílvia Patrícia Ribeiro Reis, docente da disciplina de Matemática na Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. João Lúcio, solicito a V. Exa. a autorização para desenvolver com o seu educando um projecto de investigação, no âmbito da Dissertação de Mestrado em Especialização em Didáctica e Inovação no Ensino das Ciências.

Este projecto será implementado como actividade de enriquecimento curricular e pretendo realizar com os alunos actividades matemáticas que promovam capacidades de intuição, raciocínio, imaginação, dedução, etc., o que poderá vir a melhorar o desempenho e atitude destes alunos perante a Matemática, pois estarão a aprender brincando.

Comprometo-me para que todos os dados recolhidos (registos escritos, áudio ou vídeo) sejam totalmente confidenciais e somente utilizados por mim como objectos deste estudo.

Sem outro assunto de momento, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

Fuzeta, 24 de Setembro de 2008

Sílvia Patrícia Ribeiro Reis

Eu, _____, Encarregado/a de
Educação do/a aluno/a _____
n.º ____ da turma ____ do ____ ano, autorizo / não autorizo (riscar o que não interessa)
o meu educando a participar no projecto de investigação, a desenvolveu em actividade
de enriquecimento curricular, da responsabilidade da professora Sílvia Patrícia Ribeiro
Reis, da Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos Dr. João Lúcio.

O/A Encarregado/a de Educação

ANEXO 3

Guião da entrevista semi-estrutura realizada aos alunos antes do início das sessões

Guião da Entrevista

1. Qual a relação dos alunos com a Matemática.
2. O que é que cada um gosta mais na Matemática.
3. O que é que cada um gosta menos na Matemática.
4. Com que tipo de jogos habitualmente trabalho ou que tipo de jogos conhecem.
5. Quais as suas expectativas em relação às sessões.

ANEXO 4

Primeiro questionário – Aplicado a todos os alunos envolvidos no estudo, após a realização de algumas sessões

QUESTIONÁRIO

Identificação

Sexo Masculino Feminino

Idade 8 9 10

Matemática

1. Gostas de Matemática?

Nada Pouco Mais ou menos Bastante MUITÍSSIMO

Porquê? _____

2. Saber Matemática é: (Assinala com um × **no máximo três** respostas)

- Fazer contas
- Resolver exercícios
- Resolver problemas
- Brincar com os números
- Usar a Matemática em situações do dia-a-dia
- Resolver desafios
- Explicar o raciocínio

As actividades

1. Ordena as actividades que realizaste de acordo com as tuas preferências:

(1 - A que gostei mais até 8 - A que gostei menos)

“Autocolantes”

“O peixinho”

“Colar de Contas”

“Enigma da Soma”

“Clube de Dança”

“Colorir Mapas”

“Jogo de Ténis”

“Ás do Espaço”

2. Explica porque razão gostaste mais da actividade que assinalaste com **1**.

3. Explica porque razão gostaste menos da actividade que assinalaste com **8**.

4. Conta uma situação agradável que tenha ocorrido numa das nossas sessões.

5. Na realização das actividades, tiveste dificuldades em:

(Assinala com um × **no máximo três** respostas)

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------|
| Compreender a tarefa | <input type="checkbox"/> |
| Começar a realizar a tarefa sozinho | <input type="checkbox"/> |
| Explicar o meu raciocínio | <input type="checkbox"/> |
| Realizar a tarefa até ao fim | <input type="checkbox"/> |
| Ouvir a opinião da professora | <input type="checkbox"/> |
| Ouvir a opinião dos colegas | <input type="checkbox"/> |
| Apresentar o meu trabalho aos colegas | <input type="checkbox"/> |
| Não tive dificuldades | <input type="checkbox"/> |

As actividades e a Matemática

1. Quais as diferenças entre estas sessões e as aulas de Matemática?

2. Achas que com a realização destas actividades estás a aprender Matemática?

Porquê?

3. Este tipo de actividades alterou a tua opinião sobre a Matemática? **Porquê?**

4. Faz um pequeno texto sobre o que gostas mais e menos nestas sessões.

Obrigada pela tua colaboração!

ANEXO 5

**Segundo questionário – Aplicado aos três alunos foco de estudo, no término da
recolha de dados**

QUESTIONÁRIO

1 – Do que é que gostaste mais nestas nossas sessões?

2 – O que sentes quando estás a resolver estes desafios?

3 – Achas que são diferentes dos das aulas?

4 – Nas aulas o que é que costumam fazer?

5 – O que é que gostam mais de fazer?

6 – Na sala de aula os problemas de Matemática não são interessantes?

7 – Porque é que gostas de Matemática?

8 – Gostas de estudar Matemática? Porquê?

9 – Quais as actividades que gostaste mais? E menos?

Obrigada pela tua colaboração!

ANEXO 6

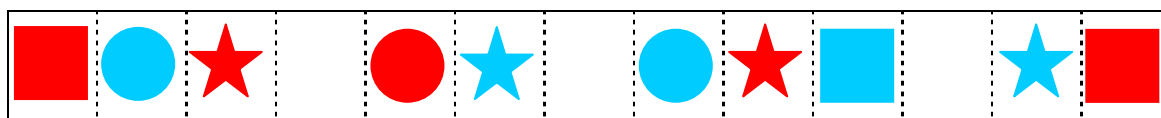
Autocolantes – Desafio proposto aos alunos na 1ª sessão de trabalho

AUTOCOLANTES

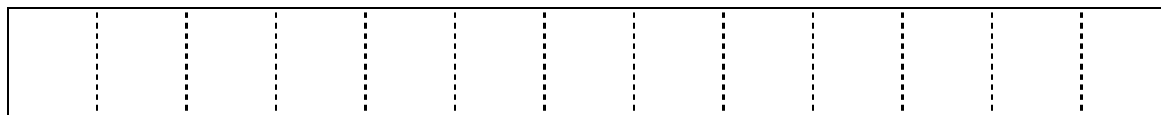
A Vera tem uma fita com autocolantes vermelhos e azuis, dispostos segundo um padrão que se repete, pela mesma ordem.

A figura mostra essa fita, da qual a Vera já retirou três autocolantes.

Desenha, no respectivo local, os autocolantes que a Vera retirou.



Podes, agora, inventar o teu próprio padrão e pedir a um colega para adivinhar os que faltam.



Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

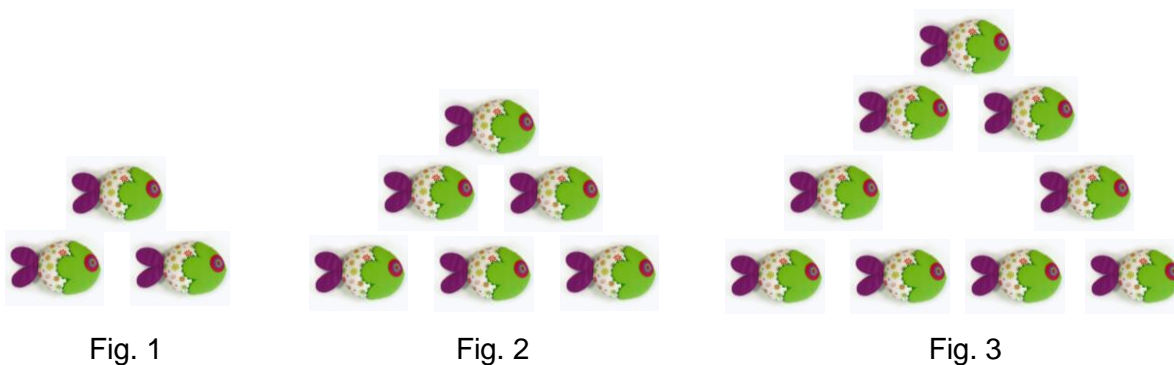
O teu nome: _____

ANEXO 7

Os Peixinhos – Desafio proposto aos alunos na 2ª e 3ª sessões de trabalho

O peixinho

A seguir estão representadas as três primeiras figuras de uma sequência.



A tabela seguinte refere-se a figuras da mesma sequência.

Completa a tabela e explica o teu raciocínio.

Nº de ordem da figura	1	2	3	4	10
Nº de peixinhos da figura	3	6			

Será que consegues desenha a figura 4?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

Na semana passada, facilmente descobriste quantos peixinhos tinha a figura 4 e certamente ainda sabes como fazer para descobrir quantos terão as figuras 5, 6, 7...

Mas, por falta de tempo, não foi possível desenhá-las.

O que te proponho hoje é que te juntes com o teu colega do lado e que descubram juntos como desenhar as figuras 4, 5 e 6. Qual será a tática?

Se for muito difícil desenhar peixinhos podes substituí-los por pontos, círculos, quadrados ou outra figura geométrica que gostes.

Não desanimes e bom trabalho.

Não te esqueças de explicar como conseguistes.

O teu nome: _____

ANEXO 8

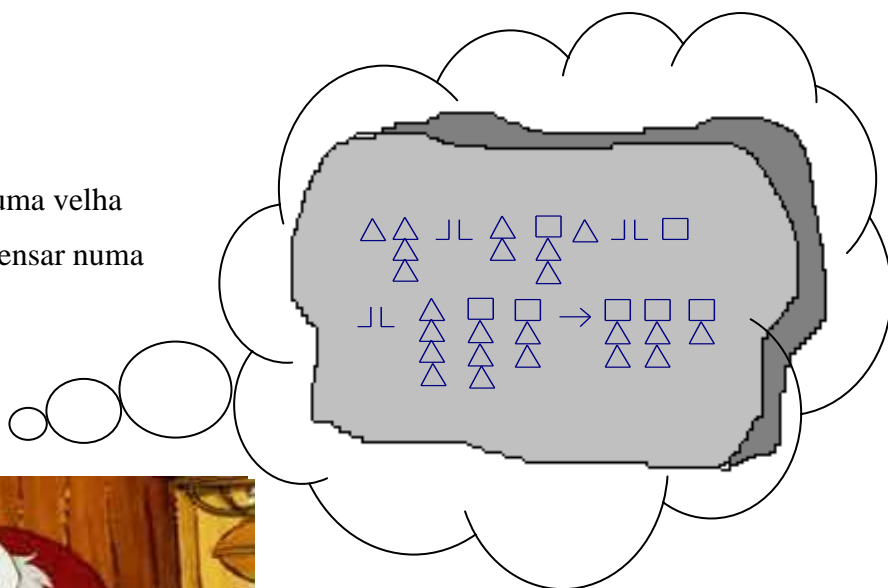
Colar de Contas – Desafio proposto aos alunos na 4ª sessão de trabalho

ANEXO 9

Enigma da Soma – Desafio proposto aos alunos na 5ª sessão de trabalho

Enigma da soma

O Tio Patinhas encontrou uma velha placa de argila e já está a pensar numa forma de ganhar dinheiro.



Ele acha que se decifrar o que está escrito na placa pode ganhar muito dinheiro.

Até agora ele descobriu que:

→ é =
 △ é 1
 □ é 5

Consegues decifrar o que está na placa antes do Tio Patinhas?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 10

Clube de Dança – Desafio proposto aos alunos na 6ª sessão de trabalho

Clube de Dança



A Rita, o João, a Maria, o Rui e a Telma fazem parte do mesmo clube de dança.

Os números da roupa têm um seguimento lógico.

Podes ajudar a Telma a descobrir qual é o seu número?

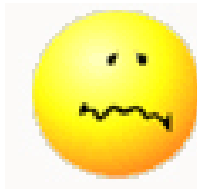


E agora qual será o número da Telma?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

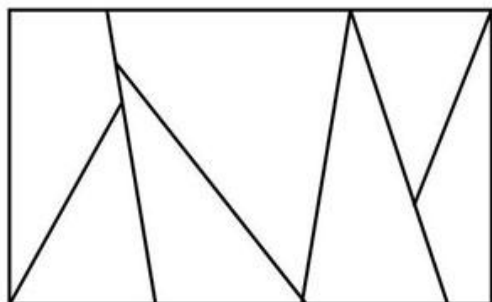
ANEXO 11

Colorir Mapas – Desafio proposto aos alunos na 7ª, 8ª e 12ª sessões de trabalho

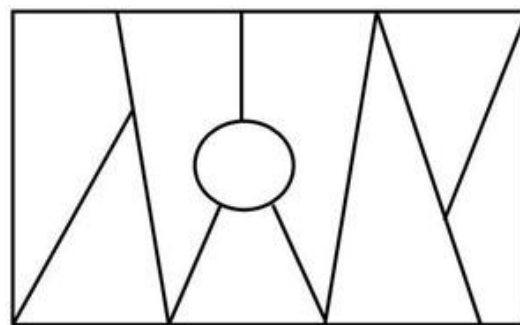
Colorir Mapas

Na actividade de “colorir mapas” terás de pintar um mapa (figura) apenas com o número de cores que é permitido e sem que a mesma cor se toque.

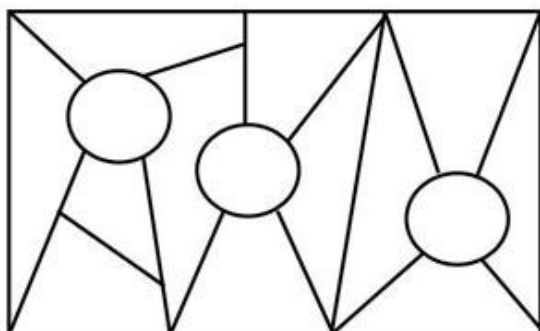
Experimenta e diverte-te



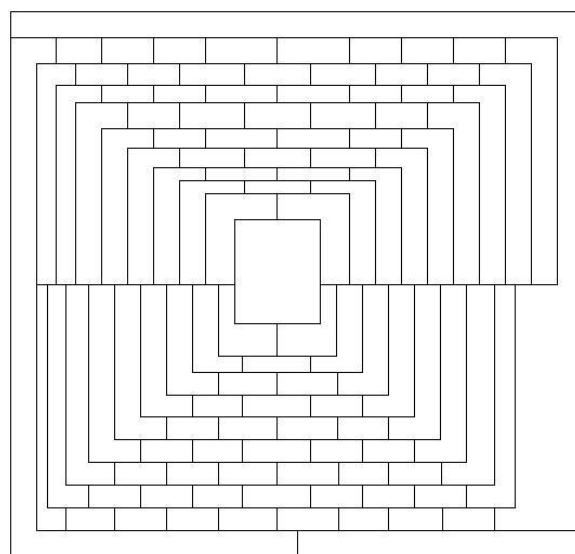
3 cores



4 cores



4 cores



4 cores

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 12

Jogo de Ténis – Desafio proposto aos alunos na 9ª sessão de trabalho

Jogo de Ténis



A Sega acabou de lançar um novo jogo de ténis para a PlayStation2 e como a Sofia é muito boa aluna os pais ofereceram-lhe o jogo no seu aniversário.

No Domingo, a Sofia e três das suas amigas, Joana, Sandra e Isabel, fizeram um torneio.

Cada uma jogou uma só vez com cada uma das outras e todas ficaram muito surpreendidas por o torneio levar tanto tempo a jogar.

Quantos jogos foram jogados ao todo?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

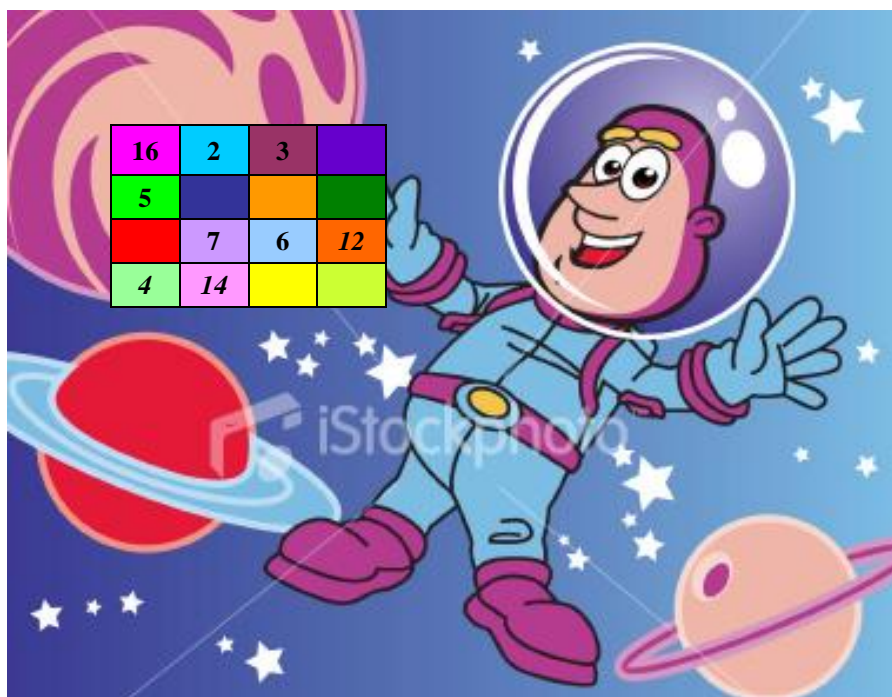
ANEXO 13

Ás do Espaço – Desafio proposto aos alunos na 10ª sessão de trabalho

Ás do Espaço

Conheces o Ás do Espaço?

Ele é um destemido explorador espacial e neste momento está com um problema...



Depois do seu passeio pelo espaço, o Ás do Espaço quer voltar à sua nave espacial.

Mas para isso ele tem que carregar no botão do número 1.

Ele sabe que no seu comando os botões estão numerados de 1 a 16, nenhum número se repete e que a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal é 34.

Qual é o botão em que o Ás do Espaço deve carregar?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 14

Matemática Marciana – Desafio proposto aos alunos na 11ª sessão de trabalho

Matemática Marciana



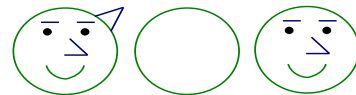
Em Marte, os números são representados de forma diferente da nossa.

Por exemplo, em símbolos marcianos, o número 481 representa-se por:



Também, é o mesmo que 2963.

Consegues descobrir qual é o número representado por:

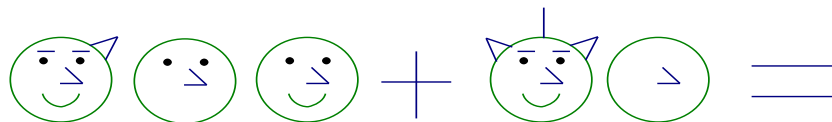


Consegues também descobrir este?



Tenta agora escrever o número 38561 em símbolos marcianos.

E esta conta:



Podes agora jogar aos símbolos marcianos com os teus colegas.

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 15

Os Primos – Desafio proposto aos alunos na 13ª sessão de trabalho

OS PRIMOS



A família Simpson tem muitos mais elementos do que o Homer (pai), a Margaret (mãe), o Bart (filho), a Lisa (filha) e a Maggie (bebé).

A avó paterna do Bart teve dois filhos e cada um teve três filhos.

A avó materna do Bart teve também dois filhos e cada um teve três filhos.

Quantos primos têm o Bart, a Lisa e a Maggie.

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

	Triste	Confuso	Nem triste Nem contente	Contente	Fascinado
No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 16

A Turma da Flora – Desafio proposto aos alunos na 14ª sessão de trabalho

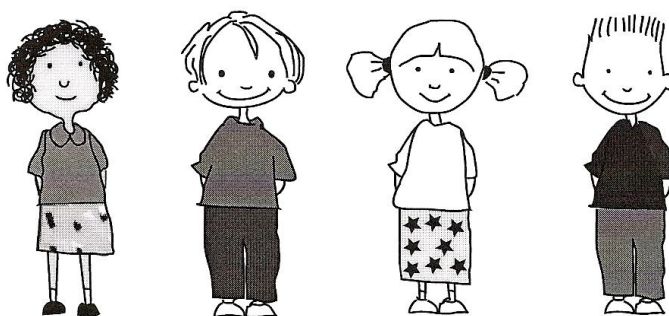
A turma da Flora

Na apresentação da festa da Escola, a professora da Flora organizou uma fila com os seus 20 alunos.

A professora pôs:

- As crianças que tinham camisola branca, de 3 em 3;
- Os rapazes, de 2 em 2.

Na figura, a Flora está no início da fila que a professora organizou.



Quantos rapazes tinham camisola branca?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 17

Os Marinheiros – Desafio proposto aos alunos na 15ª sessão de trabalho

Os Marinheiros

Conheces a história do Popeye e do Bluto?



Os dois são marinheiros e apaixonados pela linda Olívia Palito.

Por causa dessa paixão andam sempre à pega e a Olívia aflita.

Ela só descansa quando os dois estão em alto mar, mas por vezes encontram-se...



Amanhã vão sair os dois nos seus barcos.

O Popeye vem a casa a cada 15 dias e o Bluto a cada 20 dias.

Daqui a quantos dias eles se voltam a encontrar?

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

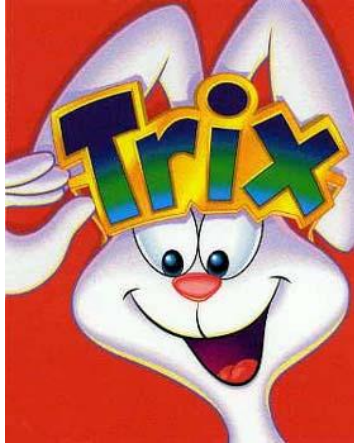
No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____

ANEXO 18

Matrix – Desafio proposto aos alunos na 16ª e 17ª sessões de trabalho

Matrix



O Pedrix, o Manuelix, o Raulix e o Filipix são os melhores jogadores de **Matrix** e mais uma vez vão competir.

O jogo consiste em os jogadores irem dizendo os números por ordem crescente, começando pelo 1, excepto os múltiplos de 3 e os números terminados em 3. Em vez desses números os jogadores devem dizer **trix**.

Exemplo: 1 , 2 , **trix** , 4 , 5 , **trix** ,

Sabemos que,

- O Raulix disse o 10º trix;
- O terceiro trix múltiplo de 2 não foi dito pelo Pedrix;
- O maior número múltiplo de 13 e menor do que 100 que é trix é dito pelo Filipix,
- O Manuelix diz o 1º trix que é uma capicua.

Qual a ordem pela qual os quatro amigos começaram a jogar?

Agora já sabes mais um jogo para brincarem com os teus amigos.

Como me senti



Triste



Confuso



Nem triste
Nem contente



Contente



Fascinado

No início da actividade					
No meio da actividade					
No fim da actividade					

O teu nome: _____