

MATILDE PATO MOITA

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO 2.º
CICLO DO ENSINO BÁSICO: CONEXÕES COM O
ARTESANATO**



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO

2022

MATILDE PATO MOITA

**TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO 2.º CICLO DO
ENSINO BÁSICO: CONEXÕES COM O ARTESANATO**

**Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e
Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Trabalho efetuado sob a orientação de:
Doutor António Manuel da Conceição Guerreiro**



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO

2022

Transformações geométricas no 2.º ciclo do ensino básico: conexões com o artesanato

Declaração de autoria do trabalho

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

Copyright

Matilde Pato Moita

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicitar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Um dia, o meu avô perguntou-me quais eram as coisas mais belas do mundo, e eu não soube o que dizer. Pensei que podia ser o pôr do sol ou o mar (...). Ele sorriu e perguntou-me outra vez se não havia de ser a amizade, o amor, a honestidade e a generosidade, o ser-se fiel, educado, o ter-se respeito por cada pessoa e cada coisa. Perguntou-me se o mais belo do mundo não seria fazer-se o que se sabe e pode para que a vida de todos seja melhor.

Valter Hugo Mãe in «As mais belas coisas do mundo».

Agradecimentos

Dois anos passados, repletos de muita aprendizagem, muitos risos, muitas gargalhadas, muito trabalho, suor e amizades que nunca vou esquecer. Prezaria de agradecer àqueles que estiveram presentes ao longo destes dois anos, sendo que só foi possível com a vossa ajuda. Considero que passar para palavras todo o meu agradecimento é árduo, mas gratificante.

Agradeço à minha família, ao meu namorado, à minha sogra e ao meu sogro, por me apoiarem incondicionalmente nesta fase da minha vida que por vezes surgiram dias difíceis e desgastantes, acreditando em mim, nas minhas capacidades e resiliência.

Agradeço ao meu orientador, professor doutor António Manuel da Conceição Guerreiro, por ter aceitado este desafio e apoio demonstrado ao longo de todas as etapas com motivação, paciência, persistência e boa disposição.

Agradeço também a todas as crianças e às professoras que se cruzaram nos meus estágios e que me proporcionaram momentos desafiadores e alegres, acreditando que escolhi a profissão certa.

A todo o corpo docente e não docente da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve, obrigada por terem apoiado de forma positiva.

Agradeço, por fim, a todas as minhas amigas, principalmente à Patrícia Viegas, à Salomé Carrasco, à Catarina Pomba, à Inês Cruz e à Verónica Alves e aos restantes amigos que estiveram sempre presentes com o seu apoio formidável e inesquecível nos momentos bons e menos bons desta fase da minha vida.

Obrigada a todos os que me acompanharam neste percurso.

Resumo

A forma como se aprende ou como se ensina matemática depende da predisposição e dedicação do professor. As tarefas que o docente utiliza na sala de aula e a forma como são exploradas são fatores primordiais na aprendizagem da matemática. A presente investigação foi desenvolvida numa turma do 6.º ano do 2.º ciclo do ensino básico, no concelho de Faro, composta por vinte e três alunos.

O principal objetivo desta investigação era desenvolver diferentes estratégias de ensino de forma que as transformações geométricas sejam compreendidas e exploradas, sem recorrer à exposição tradicional e aos manuais escolares. Assim sendo, foram delineados quatro momentos de intervenção interligados com o artesanato, mais concretamente com os Tapetes de Arraiolos.

Para sistematizar a investigação foram delineadas duas questões de pesquisa: (i) De que forma é que a geometria articulada com o artesanato promove aprendizagens significativas, associadas às transformações geométricas, em alunos do 6.º ano? (ii) Que potencialidades e limitações têm a implementação destas tarefas, na aprendizagem das isometrias?

Para este estudo optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa de carácter exploratório. Os instrumentos de recolha de dados foram as observações diretas, os registos fotográficos, as gravações áudio, que possibilitaram registar os diálogos e as discussões em sala de aula, e as produções dos alunos.

Desta forma, através de uma panóplia de instrumentos de recolha de dados, podemos concluir que as tarefas matemáticas contribuíram para o desenvolvimento da comunicação, do raciocínio e da argumentação, em que os alunos mostraram uma significativa participação, um desempenho satisfatório e, ainda, despertaram o gosto pela matemática e pelo artesanato.

Palavras-chave: Transformações geométricas, Artesanato, Tapetes de Arraiolos, Tarefas matemáticas, Ensino exploratório.

Abstract

The way mathematics is learned or taught depends on the teacher's predisposition and dedication. The tasks that the teacher uses in the classroom and the way they are explored are key factors in learning mathematics. This research was developed in a 6th grade class of the 2nd cycle of basic education, in the municipality of Faro, composed of twenty-three students.

The main goal of this research was to develop different teaching strategies so that geometric transformations are understood and explored, without resorting to traditional exposition and textbooks. Therefore, four moments of intervention were outlined, interconnected with handicraft, more specifically with Arraiolos carpets.

To systematize the research were outlined two research questions: (i) How does the geometry articulated with handicrafts promotes meaningful learning, associated with geometric transformations, in students of the 6th grade? (ii) What potential and limitations have the implementation of these tasks, in learning isometries?

For this study we chose a qualitative methodology of exploratory nature. The instruments for data collection were direct observations, photographic records, audio recordings, which allowed recording the dialogues and discussions in the classroom, and the students' productions.

Thus, through a panoply of data collection instruments, we can conclude that the mathematical tasks contributed to the development of communication, reasoning and argumentation, in which students showed significant participation, satisfactory performance, and also awakened a taste for mathematics and handicraft.

Keywords: Geometric transformations, Handicraft, Arraiolos carpets, Mathematical tasks, Exploratory teaching.

Índice

Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract.....	vii
Índice	viii
Índice de figuras	ix
Índice de tabelas	x
Introdução.....	1
Capítulo I – Enquadramento teórico.....	5
Transformações geométricas no ensino básico	5
Transformações geométricas isométricas	9
Simetrias de uma figura plana	12
Conexões na matemática – internas e externas	15
História dos tapetes de Arraiolos e a articulação com a geometria.....	16
Capítulo II – Enquadramento metodológico	20
Natureza do Design e questões de Investigação	20
Participantes e Contexto Educativo	21
Ensino Exploratório e Intervenção Educativa	23
Instrumentos de Recolha e Análise de Dados	26
Capítulo III – Análise e Discussão dos Resultados	29
Representações da matemática no artesanato	29
Isometrias nos tapetes de Arraiolos	31
Matemática no artesanato	39
Os tapetes dos alunos.....	48
Discussão dos resultados	52
Considerações finais	55
Referências Bibliográficas.....	60

Índice de figuras

Figura 1.1 – Simetria de Reflexão em triângulos.....	13
Figura 1.2 – Simetria de Rotação.....	14
Figura 1.3 – Simetria de Translação.....	14
Figura 1.4 – Simetria de Reflexão Deslizante.....	14
Figura 1.5 – Isometria de translação.....	18
Figura 1.6 – Isometria de rotação e reflexão.....	18
Figura 3.1 – Tapetes em estudo.....	29
Figura 3.2 – Registos do grupo da Eva.....	30
Figura 3.3 – Registos do grupo do Gabriel.....	30
Figura 3.4 – Registos do grupo do Vicente.....	30
Figura 3.5 – Tarefa Matemática.....	31
Figura 3.6 – Registos do grupo da Carolina.....	32
Figura 3.7 – Registos do grupo do Vicente.....	33
Figura 3.8 – Registos do grupo do Bernardo.....	33
Figura 3.9 – Registos do grupo da Catarina.....	35
Figura 3.10 – Registos do grupo da Nicole.....	36
Figura 3.11 – Registos do grupo da Carolina.....	37
Figura 3.12 – Registos do grupo da Madalena.....	38
Figura 3.13 – Tapete do Grupo do Gabriel.....	40
Figura 3.14 – Tapete do Grupo do Simão.....	42
Figura 3.15 – Tapete do Grupo da Madalena.....	43
Figura 3.16 – Tapete do Grupo do Guilherme.....	44
Figura 3.17 – Tapete do Grupo da Sara.....	45
Figura 3.18 – Tapete do Grupo do Vasco.....	46
Figura 3.19 – Tapete da Andreia.....	48
Figura 3.20 – Tapete da Inês.....	49
Figura 3.21 – Tapete do João.....	50
Figura 3.22 – Tapete do António.....	50
Figura 3.23 – Tapete do Alfredo.....	51
Figura 3.24 – Tapete da Sara.....	52

Índice de tabelas

Tabela 2.1 – Lecionação do conteúdo das isometrias.....	22
Tabela 2.2 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado.....	24
Tabela 2.3 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado.....	24
Tabela 2.4 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado.....	24

Introdução

Este estudo foi realizado no âmbito do mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, lecionado na Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve. A concretização das tarefas e a recolha de dados decorreu durante o ano letivo de 2021/2022, numa turma do 6.º ano do 2.º ciclo do ensino básico, em uma escola do concelho de Faro.

A temática de investigação em ensino e aprendizagem da matemática, transformações geométricas no 2.º ciclo do ensino básico: conexões com o artesanato, resultou da valorização das conexões externas entre a matemática e o artesanato, concretamente da articulação dos tapetes de Arraiolos com as transformações geométricas isométricas, mediante um processo de ensino exploratório, baseado em momentos de discussão entre os alunos, em grupo e em turma, no decorrer de três aulas.

A escolha desta temática deve-se ao facto de ter vivenciado momentos de aprendizagens significativas e uma paixão desconhecida que foi descoberta na unidade curricular de Transformações Geométricas, inserida no 1.º semestre do 2.º ano do curso de 2.º ciclo. Além disso, sempre tencionei, neste contexto, realizar uma investigação no âmbito da componente do currículo de matemática, visto que é considerada por vários autores como uma área de insucesso escolar.

Para Ponte (1994, citado por Alves (2013)), a matemática “reconhece-se não só pelos maus resultados dos alunos em testes e exames, mas muito especialmente pela sua generalizada dificuldade na resolução de problemas, no raciocínio matemático, às vezes nas tarefas mais simples e, sobretudo, no seu desinteresse crescente” (p. 10). Veiga (2005) vai ao encontro de Ponte referindo, por outras palavras, que a matemática é “reconhecida como uma das mais importantes na formação escolar, aparece frequentemente entre aquelas em que os alunos apresentam mais dificuldades e insucesso” (pp. 35-36).

Além de todos os aspetos acima mencionados, a escolha desta temática influenciou também o facto de a matemática ser, ainda hoje, centrada em definições e memorização de fórmulas (Baptista, 2014). A utilização desta metodologia de ensino influencia o insucesso escolar e o desinteresse pela mesma. À vista disso, perguntar-se-ão se ainda faz sentido os alunos memorizarem tudo o que sai no teste para depois esquecerem e

passarem ao próximo, e assim em diante. Coloca-se esta questão no presente porque é o que a maioria faz, embora não faça sentido, pois não é esse o objetivo do ensino e da aprendizagem da matemática.

Os alunos precisam de entender, trabalhar sobre o assunto, debater, investigar e edificar a modelação daquela que vai ser a base de coerência na formação argumentativa. Daí ser fundamental o ensino exploratório, como ferramenta de ensino, em que se proporciona aos alunos a prática daquele que vai ser o cimentado espírito crítico para o resto das suas vidas (Canavarro et al., 2012).

Cabe ao professor construir os alicerces para o seu desenvolvimento. Constitui dever de o docente cativar o fascínio e entusiasmo do aluno pela via da inovação nas suas atividades, criando assim um maior envolvimento e desenvolvendo, por conseguinte, as capacidades de investigação, observação, planificação e comunicação. Contudo, na prática, os professores de matemática não conseguem executar propostas de trabalho que levem o aluno a exigir de si próprio um maior grau de raciocínio e reflexão, tal como refere Vieira et al. (2013),

alguns autores da Educação da Matemática já discutiram os obstáculos que dificultam e, muitas vezes, impossibilitam o ensino da geometria, dentre os quais são destacados a formação deficitária de muitos docentes com relação aos conteúdos geométricos e às estratégias que podem ser utilizadas para propiciar a construção do conhecimento geométrico pelo aluno (p. 615).

É imprescindível que o docente conheça e domine o conteúdo programático a ensinar pois possibilita uma panóplia de vantagens na aprendizagem do aluno e, ao mesmo tempo, ao conhecer o conteúdo, é capaz de compreender o que considera crucial para a sua instrução. Portanto, o professor ao compreender os conceitos que vai abordar na sala de aula “preocupa-se com o conhecer do aluno e [procura] criar oportunidades, em sala de aula, para que o aluno trilhe caminhos que lhe permitam contribuir significado àquilo que está sendo ensinado” (Vieira et al., 2013, p. 615).

Por estas razões foram criadas estratégias que evidenciassem o raciocínio espacial, no domínio da geometria e medida, mais concretamente a exploração dos conceitos

geométricos de reflexões e de rotações. Estas estratégias foram estruturadas com o propósito de promover, ao grupo de alunos, o ensino desafiante da matemática e a construção de conhecimentos significativos, através da discussão entre os pares, momentos de partilha e respeito por aquilo que as crianças compreendem, estando certas ou erradas (Canavarro, 2011). A mesma autora defende que os alunos através do trabalho sério realizam “tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva” (p. 11). Desenvolver-se-ão, aprendizes capazes de representar, explorar e compreender o mundo à sua volta (Baptista, 2014).

Assim, a metodologia priorizada para a sequência de aulas é do tipo de ensino exploratório com o objetivo de oferecer aos alunos desafios, explorando uma ou mais tarefas em trabalho de grupo e posteriormente apresentarem a resolução à turma. Corrobora-se que os alunos, através do mesmo, têm a oportunidade de “desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática” (Canavarro, 2011, p.11).

Os professores, nos dias de hoje, possuem um leque de ferramentas e a possibilidade de criar aulas fora do tradicional. Contudo, esses materiais devem, “obrigatoriamente”, de ser objeto potenciador de investigação facilitada de modo que o aluno consiga atingir um nível superior. Além disso, considera-se primordial que os estudos sejam executados, tal como refere Silva e Viana (2020), “a partir do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (p. 83836).

Face ao exposto, considera-se um desafio a implementação do trabalho prático de tipo exploratório, pois exige uma mudança nos comportamentos dos alunos como nas propostas de tarefas idealizadas pelos professores. Nestas circunstâncias, reitera-se que o modelo a adotar para elucidar o conteúdo a aprender deve decorrer do interesse ou de situações do quotidiano dos alunos. O objetivo deste ensino terá o seu apogeu quando o aluno tiver a capacidade de realizar qualquer tarefa, sem que o docente lhe faculte qualquer ferramenta de orientação (Delmondi & Pazuch, 2020).

Desta forma, pretende-se desenvolver um ambiente natural de aprendizagem, que possibilite aos alunos o pensamento geométrico, em que através das diferentes tarefas, os alunos estejam interessados e adquiram conhecimentos do conteúdo – isometrias.

Assim, para a concretização deste estudo foram delineadas duas perguntas de investigação: (i) De que forma é que a geometria articulada com o artesanato promove aprendizagens significativas, associadas às transformações geométricas, em alunos do 6.º ano? (ii) Que potencialidades e limitações têm a implementação destas tarefas, na aprendizagem das isometrias?

Em termos estruturais, além desta introdução, o presente relatório, encontra-se dividido em três capítulos e nas considerações finais, complementado com as referências bibliográficas e apêndices. O primeiro capítulo apresenta o enquadramento teórico, onde são apresentados os tópicos do estudo, relacionados com a educação matemática. O segundo capítulo evidencia o enquadramento metodológico em que consta a natureza do design e questões de investigação, os participantes e o contexto educativo, o ensino exploratório e a intervenção educativa e os instrumentos de recolha e análise de dados. O terceiro capítulo apresenta os resultados do estudo tendo por organização a sequência de tarefas matemáticas realizadas em sala de aula. O relatório termina com as considerações finais onde se dá resposta às questões de investigação, bem como se apresenta uma síntese do estudo, na qual se expõe as dificuldades sentidas e as minhas perspetivas futuras como profissional de educação.

Capítulo I – Enquadramento teórico

Este capítulo apresenta o enquadramento teórico da investigação concebida no âmbito da prática de ensino supervisionada. Apresenta-se uma exposição acerca do currículo de matemática relativamente às transformações geométricas, nos primeiros anos, pormenorizando os conceitos relacionados com as transformações isométricas, e uma breve história dos tapetes de Arraiolos, em articulação com a geometria, no âmbito das conexões externas da matemática.

Transformações geométricas no ensino básico

Na escola, o ensino de geometria na matemática realiza um papel crucial, pois o seu estudo “implica o desenvolvimento da perceção espacial, da capacidade de observar o que está ao redor e de perceber a natureza das formas” (Vieira et al., 2013, p. 617).

Nesta linha de pensamento, é primordial abordar o papel do professor em contexto de sala de aula, no âmbito da geometria e medida. Muitas das dificuldades dos alunos se devem ao facto da estratégia de ensino do professor ser unicamente a utilização do quadro de ardósia e do giz como instrumento de ensino, o que origina a memorização de conteúdos por parte dos alunos (Braida et al., 2020). Nunes e Onuchic (2019) afirmam que

de uma maneira mais ampla pode-se dizer que sua essência está na Matemática e, a partir daí, surgem estudos sobre a importância de seu ensino: o que é importante ensinar nos vários níveis (conteúdos do currículo); como ensiná-la; como vê-la num contexto histórico-sócio-cultural; que materiais instrucionais são adequados ao processo de ensino-aprendizagem (p. 3).

Quanto à geometria, um dos conteúdos da mesma são as transformações geométricas. De acordo com Wagner (2007, citado por Delmondi & Pazuch, 2018), elas podem ser “definidas como construções geométricas que conservam certas propriedades em relação às primárias, mas alternando a sua posição do plano” (p. 661).

Desta forma, é crucial referir onde estão preconizadas as transformações geométricas no currículo. Segundo as Aprendizagens Essenciais (Ministério da Educação, 2021) para o ensino da matemática, enquadram-se no tema da geometria e medida. As isometrias são abordadas no 1.º ciclo do ensino básico, nos 3.º e 4.º anos, e no 2.º ciclo do ensino básico,

no 6.º ano. De acordo com o documento supramencionado para os diferentes anos de escolaridade evidenciados, o tema em consideração é desenvolvido no tópico “operações com figuras”, contudo verifica-se uma evolução no que diz respeito aos subtópicos.

Desta forma, no 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico é desenvolvido o subtópico “reflexão e rotação” (Ministério da Educação, 2021, p. 43), enquanto no 4.º ano do 1.º ciclo do ensino básico é introduzido o conceito de “simetria de reflexão e rotação” (Ministério da Educação, 2021, p. 43). Com o 6.º ano do 2.º ciclo do ensino básico, esta temática é aprofundada no subtópico “construção de imagens de figuras por rotação, simetrias de rotação e de reflexão” (Ministério da Educação, 2021, p. 36).

Em articulação com o Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória (Ministério da Educação, 2017) e com as Aprendizagens Essenciais, para Guerreiro (2019) as lições dedicadas ao estudo

não se deve restringir a modelos puramente matemáticos, mas deve também resultar da utilização de contextos não matemáticos, como por exemplo da natureza e da arte, de modo a desenvolver nos alunos a capacidade de reconhecerem e valorizarem a matemática como elemento do património cultural da humanidade (p. 25).

Para Medeiros e Gravina (2015), os docentes referem as transformações geométricas como difíceis de serem exploradas. Desta forma, no presente século, muitas escolas foram restauradas e munidas de equipamentos tecnológicos, com o intuito de acompanhar a evolução da sociedade e de promover uma educação mais tecnológica através das ferramentas pedagógicas disponíveis (Delmondi & Pazuch, 2018).

Contudo, é necessário que os professores saibam tirar, da melhor forma, proveito das tecnologias e de novas metodologias, o que muitas vezes não acontece por diversas razões, nomeadamente pela falta de formação e pelo fraco sinal de internet, sendo este um requisito crucial para grande parte dos recursos digitais educacionais. Por outro lado, muitos professores estão moldados às práticas tradicionais e não estão abertos à mudança, uma vez que é necessário a constante atualização e dedicação à sua formação contínua (Martins, 2014).

O docente tem a função de mediar e promover as aprendizagens a desenvolver em cada ano escolar. Assim sendo, implica possuir uma boa formação pessoal, sendo este detentor de bons valores e princípios, tal como Formosinho (2009) defende que “todo o professor é, por natureza, um ator, um educador cívico social e moral, um modelo” (p. 51). Assim, este deve respeitar integralmente a individualidade de cada aluno, pois cada ser é único e merece todo o respeito, independentemente das suas características, proporcionando aulas que vão ao encontro dos interesses e necessidades da turma.

É possível afirmar que o ensino de qualidade não depende apenas das competências dos docentes, mas também do seu conhecimento ao nível do ensino e da aprendizagem, o que manifesta uma importância acrescida na formação dos mesmos como ferramenta essencial para melhorar o ensino e a qualidade das aprendizagens (Fernandes et al., 2017). A preparação e o empenho na execução das aulas, por parte dos professores, “têm um efeito direto no crescimento dos alunos, pois ninguém tem tanta influência sobre os alunos quanto os próprios professores” (Nunes & Onuchic, 2019, p. 3).

Neste sentido, uma das grandes batalhas dos docentes é proporcionar tarefas que sejam mais apelativas para os discentes e, ao mesmo tempo, que não se redirecionem dos objetivos propostos para cada ano de escolaridade (Garcia, 2021). Neste contexto, Tardif (2014), citado por Junior e Jucá (2019), refere que “os saberes que os professores utilizam para o ensino, não correspondem, ou pelo menos muito pouco, aos conhecimentos teóricos que os professores obtiveram durante a formação inicial e que são produzidos por pesquisas na área de Educação” (p. 377). Os mesmos autores evidenciam que os docentes necessitam de estar seguros e instruídos no que toca aos desafios da sala de aula.

Feita a análise alusiva à importância da formação de professores, destaca-se o conteúdo das transformações geométricas, visto que é de extrema relevância abordar no ensino da matemática, uma vez que quando se fala na mesma, esta é associada à aritmética e à álgebra. Seguindo as palavras de Delmondi e Pazuch (2018), estes conceitos são considerados os mais cruciais para os docentes dando uma maior desvantagem à geometria. Destaco, as palavras de Junior e Jucá (2019) que referem o valor das transformações geométricas no ensino como “algo incontestável, visto que a mesma permite o desenvolvimento de habilidades de perceção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta” (p. 379).

Desta forma, os professores devem incentivar os alunos no domínio da geometria, de modo a criarem diferentes procedimentos no ensino, “que têm por objetivo contextualizar a visualização, a representação e a interpretação geométrica, buscam proporcionar ao aluno a possibilidade de uma aprendizagem significativa” (Garcia, 2021, p. 2).

Neste âmbito, evidencia-se ainda que o currículo permite uma pequena abordagem autónoma e flexível de acordo com os pressupostos do professor, sendo que, no caso das transformações geométricas, este pode articular os conteúdos com o património cultural envolvente (região e/ou país), de modo a proporcionar a observação direta e uma maior proximidade entre os alunos, o seu meio sociocultural e o que se pretende trabalhar.

Segundo Ponte (1994), que primazia a vida profissional do professor, esta revela-se em duas situações: a primeira refere-se ao investimento profissional, em que o docente procura investir na sua formação com o propósito de melhorar as suas práticas, e a segunda ao protesto e reclamação das condições de trabalho, como a inexistência de recursos que a escola disponibiliza.

Grande parte dos professores não se sentem preparados para ensinar geometria acompanhando os documentos curriculares e isso deve-se à falta de “clareza sobre como ensinar Geometria e/ou acerca de habilidades que possam ser desenvolvidas nesse nível básico de ensino” (Nunes & Onuchic, 2019, p. 34).

Face ao exposto, Medeiros (2012, referido por Junior & Jucá, 2019) salienta que os professores não estão preparados para ensinar transformações geométricas porque não abordaram ou não usufruíram de momentos de discussão sobre as mesmas, ao longo da licenciatura e/ou mestrado em educação. Junior e Jucá (2019), referindo Oliveira (2016), aludem que nos cursos de Educação Básica, quando lecionado as transformações geométricas, os docentes recorrem quase sempre e apenas à simetria de reflexão. Contudo, apresentam na mesma poucas possibilidades de explorar o tema.

Por sua vez, é crucial salientar que a interdisciplinaridade também é uma estratégia imperiosa no processo de ensino e de aprendizagem da geometria, uma vez que esta pode estar interligada com outras áreas do conhecimento. Assim, a interdisciplinaridade “surge como uma ferramenta nova, na qual é capaz de recuperar e ajudar o sentido de ensinar e de aprender” (Santos, 2018, p. 95) dos alunos, permitindo uma abordagem criativa e inovadora dos conceitos que se pretendem abordar.

É perceptível que, a exploração de transformações geométricas em sala de aula fomenta “a construção e o pensamento geométrico, [auxilia] (...) no desenvolvimento do raciocínio e capacidade de argumentação discente, podendo ser aplicados a outras áreas dentro da própria matemática bem como a outras áreas do saber” (Fernandes et al., 2017, p. 258).

Face ao exposto, considera-se fulcral para um ambiente promotor da aprendizagem, não só a abordagem dos conteúdos e conhecimentos inerentes ao currículo, mas também a preparação dos educandos para a vida futura e para a convivência em sociedade, a fim de estes serem bem-sucedidos, a nível profissional e pessoal (Formosinho, 2009).

Esta perspetiva, na área da geometria, é salientada por Fernandes et al. (2017) que quando argumentam “o vínculo entre Matemática e Arte, em geral, leva o educando a percebê-la de forma equilibrada, harmónica, bela e rica em detalhes, constituindo-se como fundamental para o desenvolvimento integral do ser humano e para a evolução da própria sociedade” (p. 257).

Fernandes et al. (2017), em concordância com Sampaio (2012), refere que a “Matemática sempre caminhou ao lado da Arte” (p. 49) e os tapetes de Arraiolos são um exemplo concreto de como os mesmos podem ser utilizados em aulas de matemática, através das suas pavimentações, nomeadamente “translações, rotações e reflexões, tornando-as mais simples aos nossos olhos” (p. 50).

Transformações geométricas isométricas

O começo da Geometria não é possível de definir, contudo ao analisarmos o período da pré-história, consegue-se verificar a presença da mesma nas pinturas rupestres. Desta forma, Boyer (1974) e Mendiola (2002), citados por Santos (2018), consideram que a

geometria seja mais antiga que a civilização, e a preocupação dos pintores e artistas em representar objetos do espaço fez surgir a ideia de projeções centrais e paralelas e, conseqüentemente, aparecerem as noções de geometria projetiva e descritiva, importante no conceito de transformações Egípcias (p. 20).

O mundo das transformações geométricas é muito vasto e precípuo. Bastos (2007) elucida que “uma transformação geométrica é uma correspondência biunívoca do conjunto de

todos os pontos do plano (ou de todos os pontos do espaço) sobre si próprio” (p. 26). Esta é entendida como biunívoca, uma vez que é possível desconstruí-la e voltar à figura inicial (Veloso, 2012). Desta forma, Bastos (2007) invoca-a da seguinte forma:

Para além das transformações que melhor conhecemos — as isometrias e as semelhanças — temos um sem número de exemplos de transformações geométricas, com as quais os nossos alunos poderiam tomar contacto, não para conhecer os seus nomes ou enumerar as suas propriedades, mas para se aperceberem da riqueza desta área da geometria e de que, tal como noutros temas matemáticos, há uma estrutura comum por trás de tanta diversidade (p. 24).

Nesta linha de pensamento, Santos (2018) revela que “as transformações que envolvem apenas mudança na posição designam-se por isometrias” (p. 21), sendo que estas classificam-se em três distintas: translação, rotação e reflexão. Esta definição encontra-se em concordância com a de Carvalho et al. (2016) que afirmam que a isometria assume esta designação, porque “quando aplicada a uma figura, ou seja, a um conjunto de pontos, mantém as distâncias entre os seus pontos — daí «iso», igual” (p. 138). Por outras palavras, Vale (2012) salienta que uma figura pode sofrer alterações na posição, no tamanho e/ou forma, contudo apenas as isometrias envolvem mudanças de posição.

Neste sentido, Santos (2018) revela ainda que, “translações, reflexões, rotações e a reflexão deslizante (...) são transformações geométricas do plano euclidiano que preservam as distâncias entre pontos e as amplitudes dos ângulos, convertendo as figuras originais noutras figuras geometricamente iguais” (p. 22).

No entanto, conforme salienta Silva e Viana (2020), “nem todas as transformações geométricas do plano preservam distâncias” (p. 83845), ou seja, as figuras podem apresentar a mesma forma, mas com medidas diferentes, considerando-as semelhantes.

Face ao exposto, a translação traduz-se no “deslize” de um objeto, relacionada com o conceito de vetor (Carvalho et al., 2016). Um vetor é dado de uma posição para outra, em linha reta, sendo crucial definir qual a sua direção, distância e sentido que se pretende utilizar (Medeiros & Gravina, 2015). A translação é a deslocação rígida mais básica, logo pode-se descrevê-la como uma “quantidade para cima/baixo e uma quantidade para a

esquerda/direita para mover tudo. A translação pode ser feita com qualquer quantidade, não estando limitada a um número inteiro” (Farmer, 1996, p. 28).

Definição de Translação: Dado um vetor \vec{v} chama-se translação do plano definida pelo vetor \vec{v} à transformação $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $A' = T(A) = A + \vec{v}$.

No que concerne ao conceito de rotação, este está relacionado com a “rodagem” de um objeto, sendo necessário estabelecer a sua amplitude, sentido e centro de rotação, ou seja, um ponto. O sentido positivo está associado ao sentido contrário dos ponteiros do relógio, já o sentido negativo encontra-se a favor do mesmo (Carvalho et al., 2016; Santos, 2018). Segundo Farmer (1996) “a distância da figura inicial ao centro de rotação é igual à distância da figura final ao centro de rotação” (p. 30).

Definição de Rotação: Dado um ponto O e um ângulo orientado, chama-se rotação do plano de centro O e ângulo α à transformação $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que, se A for um ponto de \mathbb{R}^2 e $A' = T(A)$, então $\overline{OA} = \overline{OA'}$ e $\angle AOA' = \alpha$.

A sociedade associa as palavras translação e rotação a movimentos e, de acordo com Veloso (2012), nas

transformações geométricas, em rigor, não existem movimentos, aquela associação e visualização não deve ser combatida, mas sim aproveitada. A ideia de movimento da vida corrente ajuda a imaginar a posição do ponto P' correspondente a P, numa dada translação ou rotação (p. 8).

No que diz respeito à reflexão, esta baseia-se em espelhar um objeto no outro lado de um eixo, sendo para isso fulcral determinar a reta que constitui o mesmo, pois cada ponto terá a sua imagem espelhada, precisamente à mesma distância do eixo (Carvalho et al., 2016).

Definição de Reflexão: Dada uma reta r, chama-se reflexão do plano do eixo r à transformação $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que, se A for um ponto de \mathbb{R}^2 e $A'=T(A)$, então a mediatriz do segmento definido por A e A' é r.

Assim sendo, a reflexão é quando: (i) um segmento de reta é transformado num segmento de reta com o mesmo comprimento; (ii) um ângulo orientado é transformado num ângulo orientado com a mesma amplitude, mas com sentido inverso; (iii) qualquer ponto do eixo de reflexão transforma-se em si próprio; (iv) a distância de um ponto original ao eixo de reflexão é igual à distância da imagem desse ponto ao eixo; (v) o segmento de reta que une um determinado ponto da figura ao seu transformado é perpendicular ao eixo de reflexão (Santos, 2018, p. 23).

Existe ainda a reflexão deslizante que decorre “da composição de uma reflexão com uma translação, em que o segmento orientado é paralelo ao eixo de reflexão” (Santos, 2018, p. 22). Salienta-se também que, o eixo da reflexão deslizante é sempre paralelo ao sentido da translação (Oliveira, 1997).

A reflexão deslizante apresenta algumas propriedades, nomeadamente: não contém pontos fixos, se o A é um ponto do plano e A' o seu transformado, então o ponto médio do segmento da reta $[A A']$ faz parte do eixo da reflexão deslizante (Oliveira, 1997).

Ressalta-se assim que

por mais que o movimento seja um auxiliar valioso na imaginação de qualquer transformação geométrica e no desenvolvimento do sentido espacial, essencial na resolução de problemas geométricos, o facto é que o conhecimento das definições geométricas é imprescindível para a compreensão dos mesmos problemas (Batista et al., 2015, p. 38),

sendo importante clarificar estas designações para compreender na íntegra o seu sentido geométrico.

Simetrias de uma figura plana

De uma forma geral, a simetria está presente na natureza em diversas situações, esta “está ligada a sensações de equilíbrio e harmonia, podendo essas manifestações ser encontradas na arte, na ciência, na natureza, etc.” (Carvalho et al., 2016, p. 141). Relativamente ao seu significado matemático, esta palavra tem origem no grego $\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$ ($\sigma\upsilon\mu$ «com» e $\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$ «medida»), sendo considerado algo medível, isto é, uma imagem com bastante

simetria tem alguma lógica de ser compreendida e medida (Carvalho et al., 2016). Sendo assim, há uma simetria para cada um dos quatro tipos de isometria (Serra, 1993, referido por Santos, 2018): (i) Simetria de reflexão ou simetria axial; (ii) Simetria de rotação ou simetria rotacional; (iii) Simetria de translação; e (iv) Simetria de reflexão deslizante.

Uma figura plana tem simetria de reflexão quando existe uma reflexão tal que as imagens dos pontos da figura por essa reflexão formam a mesma figura, isto é, quando a figura plana tem um eixo de simetria. Uma figura pode não ter eixos de simetrias como pode ter um eixo ou mais eixos de simetria.

A figura 1.1 ilustra três figuras geométricas triangulares, apresentando cada uma características diferentes. No caso dos triângulos, pode-se comprovar que apenas o triângulo equilátero é que possui três eixos de simetria, o triângulo isósceles, não equilátero, apenas um eixo de simetria e o triângulo escaleno não tem eixo de simetria.

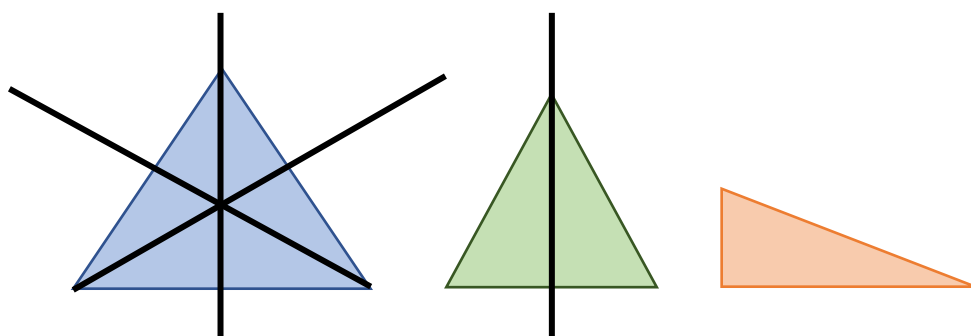


Figura 1.1 – Simetria de Reflexão em triângulos (Fonte: elaboração própria)

No que concerne à simetria de rotação, diz-se que existe quando uma figura possui pelo menos uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação formam a mesma figura.

Uma figura só terá simetria de rotação se existir uma rotação de amplitude superior a 0° e inferior a 360° que transforma a figura inicial na mesma figura (Bastos, 2007). A figura 1.2 clarifica que uma figura geométrica tem de possuir duas ou mais rotações para haver simetria de rotação assim como o número de rotações altera-se consoante a figura geométrica considerada. Assim sendo, a primeira figura é composta por duas simetrias de rotação, 180° e 360° de centro 0. A segunda figura, o triângulo equilátero, possui três simetrias de rotação, 120° , 240° e 360° . A terceira figura contém quatro simetrias de rotação, nomeadamente 90° , 180° , 270° e 360° . Em último, a quarta figura, o hexágono

regular, possui seis simetrias de rotação, ou seja, a figura roda seis vezes, de 60° em 60° , apresentando 60° , 120° , 180° , 240° , 300° e 360° de centro 0.

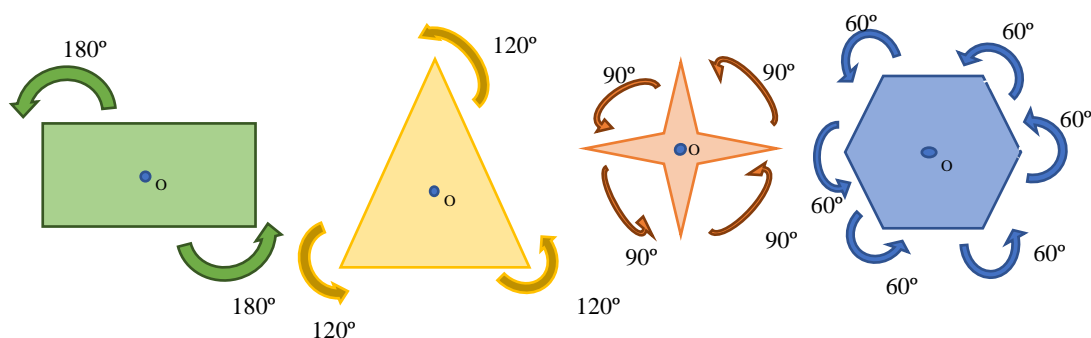


Figura 1.2 – Simetria de Rotação (Fonte: elaboração própria)

Quanto à simetria de translação, segundo Santos (2018), “uma figura infinita apresenta simetria de translação quando é possível movimentar todos os seus pontos segundo um mesmo vetor não nulo e ela permanecer globalmente invariante” (p. 26). Ao observarmos a figura 1.3 constata-se que o seu transformado coincide com a figura inicial (Boavida, 2011).

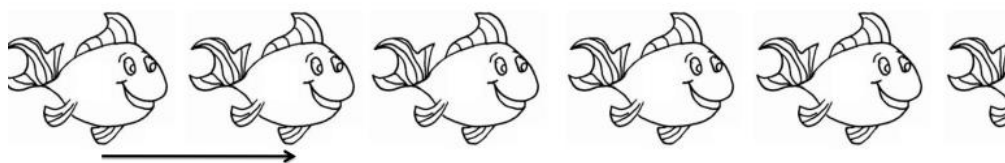


Figura 1.3 – Simetria de Translação (Boavida, 2011, p. 23)

Se uma figura for infinita, há a possibilidade de haver a reflexão deslizante. Segundo Veloso (1998), a reflexão deslizante “não tem pontos fixos e tem como uma única reta fixa o eixo da reflexão” (p. 74) (Figura 1.4).

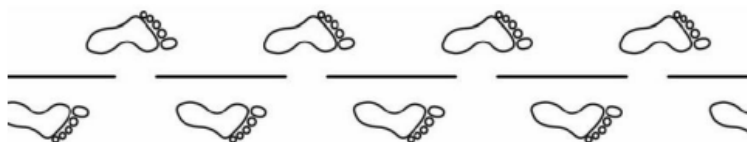


Figura 1.4 – Simetria de Reflexão Deslizante (Boavida, 2011, p. 24)

Conexões na matemática – internas e externas

É primordial que os alunos compreendam que a matemática pode se relacionar com outras componentes do currículo. Desta forma, através da matemática e das restantes componentes do currículo é possível criar conexões matemáticas. Para que os alunos assimilem que a matemática é crucial nas suas vidas e que compreendam que a mesma se encontra em tudo o que nos rodeia, os docentes devem utilizar as conexões com o seu dia-a-dia.

Segundo o dicionário Infopédia, conexão é o “estado de coisas ligadas; dependência” e estas podem se dividir em conexões internas e conexões externas. As conexões internas denominam-se dentro da própria componente do currículo, neste caso a matemática, ou seja, “quer entre conteúdos de domínios distintos como, por exemplo, a Aritmética e a Geometria, quer entre conceitos e procedimentos, como por exemplo entre o conceito de área e o procedimento adotado para determinar o seu valor” (Canavarro, 2017, p. 38).

No que concerne às conexões externas, estas compreendem uma disciplina com outras áreas do saber, por exemplo uma aula de matemática ser articulada com a história. Na ótica de Silva (2005), os alunos têm despertado curiosidade e interesse nos conteúdos da matemática onde “aparecem vinculados a outras áreas de conhecimento e a situações do cotidiano dos alunos” (p. 8).

Todas as áreas são primordiais no percurso dos discentes, apesar da relevância de conexões entre a matemática e das outras áreas do saber, o currículo deve ser harmonioso. Neste sentido, quando se estabelecem conexões entre a matemática e as restantes áreas, estas devem ser de acordo com os conteúdos programáticos para que tenham objetivos em comum.

Consideremos o exemplo: “Identificar/aplicar os conceitos: censos, NUT, distrito, população absoluta, crescimento natural, saldo migratório, esperança vida à nascença, mortalidade infantil, envelhecimento da população, densidade populacional, área atrativa, área repulsiva” (Ministério da Educação, 2018, p. 10), este é um excelente exemplo de como se pode determinar conexões entre a História e Geografia de Portugal e a Matemática, ao mesmo tempo são adquiridos conteúdos de cada área.

Face ao exposto, ao realizarmos conexões da Matemática com o quotidiano, assim como com outras áreas, os alunos conseguirão aprender mais e melhor, o que pode facilitar no processo de ensino e de aprendizagem, uma vez que os mesmos associam a matemática ao seu dia-a-dia.

O grande desígnio das conexões é que os alunos consigam “dar sentido à Matemática e entender esta disciplina como coerente, articulada e poderosa” (Canavarro, 2017, p. 39). Na perspetiva da autora o propósito acima citado é bem notório nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar que defendem

que os alunos devem ser capazes de reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas, de compreender como as ideias se inter-relacionam e se constroem umas com as outras de modo a produzir um todo coerente e, por último, de reconhecer e aplicar a Matemática em contextos exteriores à Matemática (NCTM, 2000, citado por Canavarro, 2017, p. 39).

Contudo, cabe ao professor realizar tarefas que permitam conexões internas e externas, para fortalecer a aprendizagem e o crescimento das capacidades dos alunos. O professor, nas suas aulas, “em função da experiência e dos conhecimentos prévios dos alunos, decidir as tarefas a propor, as conexões a valorizar e os modos de trabalho a usar” (Ponte, 2010, p. 6), tendo em consideração a aprendizagem dos alunos.

História dos tapetes de Arraiolos e a articulação com a geometria

Arraiolos, pequena vila alentejana, com casas caiadas de branco, uma lindíssima igreja e, no cimo, o histórico castelo com uma grande muralha. Reconhecido pelo tradicional tapete de Arraiolos, único no nosso país. Segundo Nunes (2020), a vila é “conhecida internacionalmente pelos seus tapetes bordados à mão, datando a primeira referência aos mesmos do séc. XVI, candidatos a Património Cultural Imaterial da Humanidade (2001) e pelo seu Castelo datado do século XIV, único por ter planta redonda” (p. 35).

Apesar da sua origem ser incerta, calcula-se que a tradição tenha iniciado quando os tapeteiros muçulmanos se acomodaram em Arraiolos, após a expulsão de Lisboa ordenada pelo rei D. Manuel, e lá continuaram o seu ofício, desenvolvendo toda a sua técnica e habilidade (Nunes, 2020). A tradição passou para as bordadeiras que a foram

transmitindo de mães para filhas e apesar de atualmente encontrarem-se menos jovens nesta profissão, a técnica continua, com serviços de reparo, restauro e limpeza (Nunes, 2020)

O fabrico dos tapetes em Arraiolos deve-se a duas condições fundamentais, para além da expulsão dos não católicos de Lisboa e a sua subsequente acomodação na vila, Arraiolos reunia as condições essenciais para a sua produção desde a matéria-prima ao simples facto de existir profissionalmente ligações à tecelagem e influência islâmica (Marques, 2007).

Aquando comparados com outros tipos de tapetes, apesar de algumas parecenças, a própria execução do mesmo é diferente e única de todas as outras. Enquanto uns tapetes são produzidos em teares e utilizando nós, o tapete de Arraiolos é bordado, à mão, utilizando o ponto cruzado oblíquo, o ponto de Arraiolos, sobre um tecido forte de lã pura (Roque, 2019). O ponto de Arraiolos ou ponto cruzado oblíquo, pratica-se segundo os historiadores há pelo menos oito séculos, influenciados nos bordados marroquinos e difundidos pelos mouros no nosso país e em Espanha.

De realização compreensível e simples, o ponto de Arraiolos é como um ponto de cruz alongado em que cada ponto é formado por dois pontos que se intersectam, sendo um dos pontos mais comprido que o outro, bordados sob uma base com quadrados geometricamente iguais permitindo passar a agulha sempre com o mesmo intervalo possibilitando contabilizar mais facilmente os fios.

O bordado de Arraiolos permite fazer em todos os sentidos, seja na horizontal, seja na vertical ou na diagonal. Inicialmente faz-se um ponto de cruz, para iniciar a fieira dos pontos e é a partir daqui que começa num ponto comprido e a seguir o pequeno. Quando os pontos são feitos na diagonal, a feitura processa-se um pouco diferente sendo a ponto comprido passado por baixo do ponto curto (Marques, 2007).

Neste sentido, após uma breve descrição da história e como são confeccionados os tapetes de Arraiolos é importante referir a sua articulação com a geometria. Segundo Williams (1993, citado por Mendes, 2008) a geometria e a arte contêm um ponto em comum, nomeadamente a “a exploração do espaço. O estudo característico da geometria baseia-se na exploração matemática de pontos, linhas e formas no espaço, enquanto a arte é, frequentemente, relacionada com a apreciação estética do espaço” (pp. 37-38).

Na sala de aula, a interdisciplinaridade entre o artesanato (exemplo: tapetes de Arraiolos) e a matemática pode promover a aprendizagem dos alunos, através da identificação de transformações geométricas, assim como direcionar aos alunos sobre a importância do artesanato, sabendo apreciá-lo de uma forma mais matemática. Para Barros (2017) “os traços da Matemática são encontrados nas fascinantes obras de arte, histórias em quadrinhos, [...], fotografias, dentre outros” (p. 42). Face ao exposto, a Geometria, através da Arte, neste caso do artesanato, proporciona aos alunos momentos de reflexão que originará um olhar “matemático” ao seu redor no dia-a-dia.

Assim sendo, pode-se constatar transformações geométricas em todos os tapetes de Arraiolos. Desta forma, serão apresentados alguns tapetes comprovando a presença de isometrias. Na figura 1.5 é possível observar translações na horizontal, vertical e diagonal, pois a imagem mínima, delineada a vermelho-escuro, move-se, em forma retilínea.

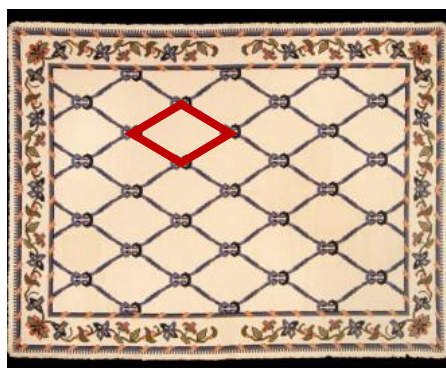


Figura 1.5 – Isometria de translação (Fonte: <https://tricana.pt/pt/37-tapetes-de-arraiolos>)

Na figura 1.6 verifica-se que o objeto mínimo, tendo em conta as cores, repete-se duas vezes, ocorrendo uma rotação de 180° ($360^\circ: 2$), com centro marcado a vermelho-escuro. Existem ainda dois eixos de reflexão, um na horizontal, outro na vertical, sendo que ao realizar uma rotação de 360° , a imagem mínima volta à posição inicial.



Figura 1.6 – Isometria de rotação e reflexão (Fonte: <https://tricana.pt/pt/37-tapetes-de-arraiolos>)

Face a tudo aquilo que já foi salientado, Sampaio (2012) corrobora que a matemática e a arte sempre tiveram alguns percursos em conjunto, pela presença de certos aspetos em comum. Comprova-se com o exemplo da obra de Escher, tal como referido por Ramos et al. (2017), a conexão entre a arte e a matemática “dotadas de uma singularidade e ‘mão artística’, as suas obras são exemplo de como certos temas matemáticos (alguns complexos) podem ser retratados” (p. 5). Em Escher (1994, citado por, Ramos, et al., 2017), “todas as reproduções (...) foram produzidas com a intenção de esclarecer uma determinada linha de pensamento” assim como “os enigmas que nos rodeiam e ponderando e analisando as minhas observações entro em contacto com o domínio da Matemática” (p. 5). Esta conexão pode ser uma mais-valia no processo de ensino e de aprendizagem, verificando-se um maior empenho e motivação por parte dos alunos (Ramos, et al., 2017). Neste sentido, o professor deve correr o risco e não ficar preso ao tradicional, embora haja receio, deve arriscar e ir atrás dos interesses e necessidades de cada aluno e/ou turma.

Capítulo II – Enquadramento metodológico

Neste capítulo apresento a metodologia escolhida do estudo assim como a explicação de todos os procedimentos que selecionei para a recolha e análise de dados. A investigação decorreu no segundo período de trabalho de campo no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada, módulo 2.º ciclo do ensino básico.

Natureza do Design e questões de Investigação

A investigação tem como principal objetivo proporcionar aos alunos um conjunto de tarefas que promovam “aprendizagens ativas e significativas” (Ribeiro, 2005, p. 115). Desta forma, de acordo com as questões de investigação, este estudo tem por base a metodologia de carácter qualitativo, em que os alunos num contexto de sala de aula são observados e orientados para as distintas tarefas. Neste sentido, o principal objetivo foi verificar as estratégias utilizadas pelos alunos nas diferentes propostas de tarefas. É necessário referir que as mesmas foram realizadas após o conteúdo de isometrias ter sido trabalhado em sala de aula.

Segundo Cusati, et al. (2021), a metodologia qualitativa caracteriza-se, normalmente, “por uma amostra pequena e tem-se na coleta de dados diversas maneiras de proceder condizente com os variados instrumentos, quais sejam grupos de discussão, entrevistas, documentos, observações sistemáticas, depoimentos escritos e orais” (p. 338). A recolha de dados permite soluções que dão resposta ao problema de pesquisa, além disso “propiciam também um contato com os dados da investigação que serão compreendidos e interpretados” (Cusati et al., 2021, p. 338).

No que concerne à questão de investigação, o estudo pretende dar resposta às seguintes questões: (i) De que forma é que a geometria articulada com o artesanato promove aprendizagens significativas, associadas às transformações geométricas, em alunos do 6.º ano? (ii) Que potencialidades e limitações têm a implementação destas tarefas, na aprendizagem das isometrias?

Participantes e Contexto Educativo

Este estudo de investigação foi desenvolvido numa escola do Agrupamento de Escolas Pinheiro e Rosa, em Faro. É uma escola que alberga as valências do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, possuindo 35 anos de história.

No que concerne aos participantes, o estudo decorreu numa turma do 6.º ano de escolaridade, constituída por vinte e três alunos (9 meninas e 14 meninos), com idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos. A maior parte dos alunos vivem nas zonas periféricas da escola e estão juntos deste o 5.º ano de escolaridade. Os nomes dos alunos, utilizados neste estudo, são fictícios, de modo a reforçar o anonimato dos mesmos.

Relativamente ao aproveitamento da turma, apenas corroboro ao nível da Matemática, que era a única disciplina em que estava com os alunos e, por isso, posso afirmar que tinham, de um modo geral, aproveitamento satisfatório, um bom ambiente e alunos muito participativos. Salieta-se ainda que nenhum aluno da turma evidencia algum tipo de dificuldade de aprendizagem que necessite de adequações pedagógicas. Apesar disso, pode-se referir que cerca de cinco alunos apresentavam algumas dificuldades, porém os trabalhos de grupo que foram desenvolvidos nas aulas conseguiram mantê-los interessados e participativos nas tarefas. Na sua maioria, os alunos revelaram interesse pelas tarefas e gosto pela matemática, apesar de alguns manifestarem algumas adversidades.

A professora de matemática considera-se uma profissional com experiência, tendo em conta que tem trinta anos de ensino, além disso é uma docente bastante preocupada com as aprendizagens dos alunos. Pode-se salientar que as aulas que observei foram bastante diversificadas e tentava sempre apresentar novas estratégias para os conteúdos. Contudo, por vezes as aulas eram de carácter tradicional o que considero também primordial para as aprendizagens dos alunos.

No que concerne à minha presença na PES, módulo de 2.º ciclo, iniciei a oito de março e terminei dois de junho, que correspondeu a doze semanas. Comecei esta intervenção de forma muito ansiosa e preocupada por não saber se iria conseguir alcançar os objetivos propostos pela mesma. Com todas estas preocupações, apesar de me sentir ansiosa na primeira semana, não duvidei nunca de que estava à altura do desafio. Não desisti e lutei contra mim mesma para que esta experiência fosse além dos meus receios e dúvidas,

perguntei, conheci, explorei, falei, fui muito feliz, não podia estar mais orgulhosa destas semanas. Refletindo sobre o meu desempenho, penso que proporcionei momentos ricos em aprendizagens através das atividades/aulas que realizei, mantendo o interesse contínuo, fortalecendo momentos de convívio ricos em aprendizagens mais lúdicas.

Neste sentido, a minha postura, na sala de aula, começou com as primeiras três semanas como observadora não participante. Apesar disso, ajudava a docente e os alunos, caso fosse necessário. Após as três semanas, as aulas foram lecionadas por mim com a ajuda da professora, sempre que necessário. Relativamente ao conteúdo de isometrias foram lecionadas quinze aulas, nove aulas de noventa minutos e cinco aulas de quarenta e cinco minutos, incidindo duas destas aulas de noventa minutos em aulas supervisionadas pelo supervisor da instituição de ensino superior. A última aula foi destinada à realização de uma ficha de avaliação.

Apresento a tabela 2.1, de forma a sintetizar todo percurso realizado ao longo do conteúdo – isometrias, em particular as aulas dedicadas ao tema assim como as aulas de investigação, com a duração de quinze momentos, uns de noventa minutos e outros de quarenta e cinco minutos.

Tabela 2.1 – Lecionação do conteúdo das isometrias

Datas	Duração	Aulas
5 de abril	90 minutos	Representações da matemática no artesanato (apêndice B); Mediatriz de um segmento de reta; Construção da mediatriz utilizando régua e compasso; Resolução de exercícios de aplicação.
19 de abril	90 minutos	Reflexão axial como isometria; Imagem de um segmento de reta por uma isometria; Construção de figuras planas por reflexões axiais.
20 de abril	45 minutos	Resolução de exercícios envolvendo a reflexão axial.
21 de abril	90 minutos	Reflexão central como isometria; Imagem de um segmento de reta por uma isometria; Construção de figuras planas por reflexões centrais.
26 de abril	90 minutos	Rotação de sentido positivo e negativo como isometria; Imagem de um segmento de reta por uma isometria; Construção de figuras planas por rotações.
27 de abril	45 minutos	Resolução de exercícios de aplicação (manual).
28 de abril	90 minutos	Simetria de reflexão e simetria de rotação; Eixos de simetria; Problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e reflexão.

3 de maio	90 minutos	Identificação de isometrias de reflexão e rotação, através de tapetes de Arraiolos (apêndice D) e apresentação dos trabalhos (discussão coletiva); Construção de um tapete de Arraiolos com “pedaços” de tapeçaria (apêndice E).
4 de maio	45 minutos	Exercícios de aplicação acerca das simetrias de reflexão e simetrias de rotação (manual e livro de fichas)
5 de maio	90 minutos	Apresentação dos alunos relativos à construção dos tapetes (apêndice E); Criação de uma obra de arte designada como os tapetes dos alunos (apêndice F).
10 de maio	90 minutos	Fichas de trabalho – Revisões para a ficha de avaliação;
11 de maio	45 minutos	Revisões para a ficha de avaliação (manual);
12 de maio	90 minutos	Ficha de avaliação – elaborada pela professora cooperante.

Como se verifica na tabela 2.1, a parte prática do estudo iniciou-se no final do segundo período, com a aplicação de uma panóplia de tarefas relativas às isometrias. Houve uma semana de pausa escolar que correspondeu à Páscoa, como se observa na tabela, em que a primeira aula começou a 5 de abril (aula dedicada à investigação) e a segunda aula a 19 de abril e assim sucessivamente. Esta semana de interrupção letiva foi crucial porque permitiu refletir acerca da forma como os alunos trabalham, nomeadamente a falta de autonomia e a dificuldade de trabalharem em equipa bem como analisar os dados que foram recolhidos na primeira aula dedicada ao estudo.

As quinze aulas tiveram como objetivos gerais: (i) Relacionar a matemática com o quotidiano; (ii) Construir e reconhecer propriedades de isometrias do plano; (iii) Resolução de problemas.

No ponto dedicado à intervenção educativa relato de forma integral as diferentes tarefas dedicadas à investigação, da forma como foram executadas e das minhas expectativas acerca das aprendizagens dos alunos.

Ensino Exploratório e Intervenção Educativa

O estudo ocorreu nos dias cinco de abril, três e cinco de maio de dois mil e vinte e dois, numa turma do 6.º ano de escolaridade, durante as aulas alusivas ao tema “Isometrias”. Os alunos participaram nas diferentes tarefas que se dividiram em quatro etapas.

No dia cinco de abril, foi realizada a primeira etapa, antes da lecionação do conteúdo, ou seja, os alunos através de uma panóplia de imagens tinham de identificar conceitos e

propriedades da matemática como por exemplo: figuras geométricas, ângulos, segmentos de reta, entre outros (apêndice B).

A segunda e a terceira etapa ocorreram no dia três de maio, numa aula de noventa minutos. Desta forma, a segunda etapa caracterizava-se pela identificação de isometrias de reflexão e rotação, através de tapetes de Arraiolos (apêndice D). No que concerne à terceira etapa, esta definiu-se pela construção de um tapete de Arraiolos com “pedaços” de tapeçaria como se elucida no apêndice E.

Por fim, a quarta etapa que proporcionou a cada aluno, individualmente, a “criação” de uma obra de artesanato, com o objetivo de pintarem e desenharem cada pedaço de tapeçaria (apêndice F).

Face ao exposto, foi feito a sequência prevista de cada aula e o tempo aproximado, como se observa nas tabelas 2.2, 2.3 e 2.4.

Tabela 2.2 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado

Sequência e tempo aproximado – 5 de abril de 2022
Tarefa 1
Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 20 minutos
Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos
Total de aula: 45 minutos

Tabela 2.3 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado

Sequência e tempo aproximado – 3 de maio de 2022	
Tarefa 2	Tarefa 3
Apresentação – 5 minutos	Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 15 minutos	Trabalho autónomo – 25 minutos
Discussão – 10 minutos	Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos	Síntese – 10 minutos
Total de aula: 90 minutos	

Tabela 2.4 – Sequência prevista para a aula e tempo aproximado

Sequência e tempo aproximado – 5 de maio de 2022
Tarefa 4
Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 20 minutos
Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos
Total de aula: 45 minutos

Como se verifica nas tabelas, cada aula se iniciou sempre com uma breve explicação de como iriam implementar cada tarefa. Na primeira aula, com a ajuda da professora cooperante a turma foi dividida em grupos de três alunos que foram os mesmos em todas as tarefas de grupo. É importante referir que a realização de trabalhos de grupo permitiu desafios de discussão e interação entre eles. Contudo, a última aula foi de caráter individual. Neste sentido, existiu um primeiro momento de apresentação; um segundo momento de trabalho de autónomo; um terceiro momento destinado à discussão das tarefas; e um quarto momento de síntese que teve em vista uma conclusão das aprendizagens matemáticas construídas na aula.

O processo repete-se em todas as tarefas, somente alterou-se a gestão de tempo como é corroborado nas tabelas. Pretende-se contribuir para que os alunos, durante as tarefas, desenvolvam atitudes de interação, de colaboração, através dos desafios, de forma a garantir um diálogo, realizando a troca de experiências, em grupos. Segundo Cohen e Fradique (2018, citando Tomlinson, 2008) é primordial que os alunos participem ativamente na “tomada e avaliação de decisões. Ensinar os alunos a partilhar responsabilidades permite que o professor trabalhe com vários grupos, ou alunos individualmente, fomentando-se, deste modo, um ensino diferenciado através da diversificação e, simultaneamente, da individualização das estratégias” (p. 60).

As quatro tarefas têm como objetivo comparar as respostas dos alunos das diferentes aulas com uma abordagem, entre o artesanato e a matemática. Neste sentido, a estratégia das aulas foi sempre idêntica, que segue o protótipo de Stein, Engle, Smith e Hughes (2008, citado por Anjos, 2018) que divide a aula em fases, designadamente “(i) antecipação, (ii) monitorização do trabalho autónomo dos alunos, (iii) seleção de resoluções a apresentar durante a fase de discussão, (iv) sequenciação das resoluções selecionadas e (v) discussão coletiva” (p. 49). A escolha deste modelo permitiu ajudar os alunos a efetuarem “conexões matemáticas entre as diferentes ideias e respostas fornecidas” (Viegas, 2018, p. 19).

O ensino exploratório foi a metodologia escolhida para a organização do trabalho dos alunos. Segundo Canavarro (2011), esta baseia-se na seleção de tarefas desafiantes que devem ser escolhidas e preparadas antecipadamente. A autora salienta que, os alunos,

autonomamente, desenvolvem o raciocínio e a argumentação matemática, através do momento de trabalho autónomo e da discussão coletiva, o que promove aprendizagens relevantes.

Relativamente às etapas referidas, a etapa de antecipação consiste nas diferentes estratégias de resolução que os alunos poderão apresentar, o que implica a antecipação do docente perante as dificuldades dos alunos. Os alunos podem demonstrar algumas dificuldades na organização e resolução das respostas, nas últimas duas tarefas (terceira e quarta tarefa). Relativamente à primeira e segunda tarefa parece-me mais acessível e visível as respostas. Na terceira tarefa, pode-se evidenciar mais obstáculos porque os alunos poderão apresentar os “pedaços” de tapeçaria em translação, em vez de reflexão, o mesmo acontece com a quarta tarefa na criação do tapete. Neste sentido, é entregue uma ficha de revisão de conteúdos para utilizarem durante as três últimas tarefas (apêndice C).

No que diz respeito à etapa de monitorização, esta consiste nas possíveis estratégias utilizadas pelos alunos, respostas corretas ou incorretas, tendo em conta os conceitos e procedimentos matemáticos, se vão ao encontro dos objetivos proposto da aula. Além disso, esta fase também é primordial para compreender as dificuldades que surgem durante as tarefas e se realmente são adequadas à turma e/ou à faixa etária. Ainda nesta fase, Stein et al. (2008, citado por Viegas, 2018) “referem a importância de o professor prestar uma atenção detalhada ao pensamento matemático dos alunos envolvido na fase de exploração da tarefa, o que ocorre, segundo os autores, através da circulação pelo espaço da sala de aula” (p. 20).

Neste sentido, no decorrer desta fase, o principal objetivo é evidenciar as estratégias consideradas mais relevantes para serem partilhadas na discussão coletiva. Após a seleção das estratégias, por parte do docente, Stein et al. (2008, referido por Viegas, 2018) corroboram que esta escolha deve ter um seguimento, um fio condutor e que vão ao encontro do objetivo de ensino. Posteriormente, com a ajuda do professor, requer-se que os alunos adquiram conexões matemáticas que estão explícitas nas suas representações.

Instrumentos de Recolha e Análise de Dados

O presente estudo recorreu a um leque de instrumentos cruciais para a recolha de dados. Como já foi salientado, o estudo integra-se num paradigma de natureza qualitativa, tendo-se elegido o ensino exploratório. Assim sendo, a recolha de dados é descritiva de acordo

com a participação e registos que os alunos evidenciaram nas quatro etapas. A recolha de dados foi crucial na presente investigação, visto que há diferentes ferramentas e técnicas que ajudaram para este estudo (Vale, 2004). A recolha de dados ocorreu na sala de aula, através da observação direta, gravações áudios, registo de fotografias das resoluções dos alunos. A observação durante a realização das diferentes tarefas, assim como as resoluções das fichas com as tarefas realizadas pelos alunos são as principais fontes de recolhas de dados.

A recolha de dados foi sujeita a autorização dos encarregados de educação dos alunos de acordo com o Regulamento Geral de Proteção de Dados. A autorização no âmbito das atividades letivas foi preenchida e autorizada no início do ano letivo, não sendo assim necessária uma nova declaração de consentimento, em concordância com a diretora de turma. Salienta-se ainda que o estudo é relatado com nomes fictícios e apenas os registos das tarefas, o que permite a proteção de dados de cada aluno.

De entre os instrumentos de recolha de dados, destaca-se a observação participante como fundamental para todo o processo, assim como a assistência da professora titular e do professor orientador, permitindo a gravação áudio das aulas e o registo dos alunos nas diferentes tarefas em papel, que serviu de apoio para as conclusões retiradas.

A observação é considerada a melhor recolha de dados qualitativos (Bogdan & Biklen, 1994), pois “o investigador é um bom conhecedor da realidade em estudo” (Pinheiro, 2012, p. 46). A mesma autora salienta que as respostas e os registos dos alunos permitem “comparar em primeira mão aquilo que os alunos dizem, com o que não dizem, com aquilo que fazem” (idem, *ibidem*). Para Vale (2004), as gravações em áudio, notas, registos, fotografias são igualmente primordiais num estudo de carácter qualitativo que envolvem os momentos antes, durante e depois da implementação de cada etapa. Os exemplos anteriores apresentados foram importantes para a recolha de dados, visto que os registos dos alunos foram recolhidos no final de cada aula, permitindo retirar conclusões e enriquecer o presente estudo.

Após a implementação de cada tarefa com recurso às diferentes recolhas de dados, chegou o momento de destinado à análise, que vai possibilitar a resposta às questões problemas e à reflexão nas considerações finais. Desta forma, para Bogdan e Biklen, (1994), a análise de dados, define-se como

um processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (p. 250).

Em síntese, a análise de dados tem como objetivo evidenciar os principais pontos do estudo, através da seleção e organização da informação de modo a evidenciar as principais conclusões do estudo.

Capítulo III – Análise e Discussão dos Resultados

Este capítulo apresenta os principais resultados de todo o processo de investigação. Descrevo o desempenho e a reação dos grupos perante as quatro tarefas matemáticas relativas às conexões externas entre a matemática e o artesanato.

Representações da matemática no artesanato

Relativamente às representações da matemática no artesanato, cada grupo tinha de observar, registar e identificar diferentes objetos geométricos em diferentes tapetes (figura 3.1). Desta forma, a primeira tarefa em estudo (apêndice B) explora a resposta dos mesmos à geometria no seu espaço (Tavares, 2013, citado por Baptista, 2014).



Figura 3.1 – Tapetes em estudo.

Quanto aos resultados dos alunos pode-se comprovar que há algum pensamento matemático. Contudo, as respostas dos grupos foram semelhantes, indicando apenas algumas figuras geométricas representadas nos tapetes. Refere-se ainda que os grupos poderiam também recorrer ao desenho, porém uma grande parte dos mesmos apenas recorreu à escrita, sem qualquer medição ou desenho no espaço indicado.

Como apresentam os registos abaixo (figuras 3.2, 3.3 e 3.4), os alunos evidenciaram o número de vezes de cada figura geométrica, distinguindo triângulos equiláteros,

triângulos isósceles, círculos e losangos (3.2), retângulos e semicírculos (3.3), retângulos, quadrados, losangos, triângulos “pequenos”, triângulos “grandes” e quadrado “grande” (3.4).

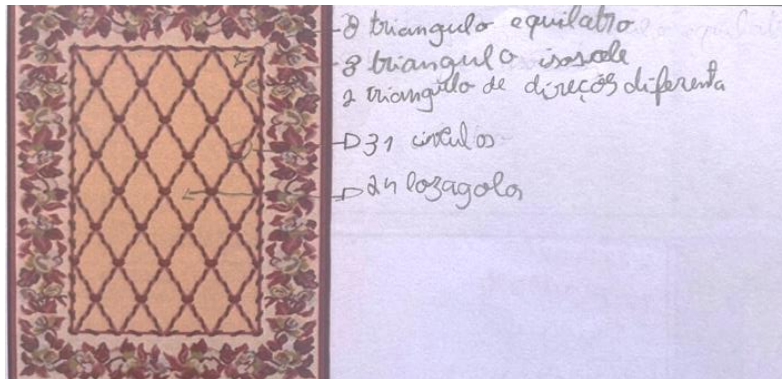


Figura 3.2 – Registos do grupo da Eva.

[8 triângulo equiláteros; 8 triângulos isósceles; 2 triângulos de direções diferentes; 31 círculos; 24 losangos]



Figura 3.3 – Registos do grupo do Gabriel.

[retângulos – 2; semicírculos - 30]

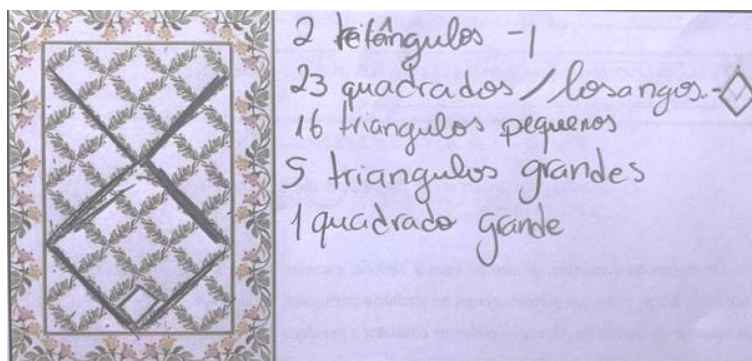


Figura 3.4 – Registos do grupo do Vicente.

[2 retângulos; 23 quadrados/losangos; 16 triângulos pequenos; 5 triângulos grandes; 1 quadrado grande]

Nesta aula esperava-se uma variedade de respostas, no sentido de dar introdução às transformações geométricas. Os alunos recorreram todos à mesma estratégia de registo, o que dificultou a introdução à temática principal. Esta dificuldade por parte dos alunos em compreender o que é para realizar assim como o raciocínio geométrico vai ao encontro daquilo que é salientado no enquadramento teórico.

Isometrias nos tapetes de Arraiolos

A segunda tarefa (apêndice D) analisa os registos e os principais resultados realizados pelos participantes. Esta tarefa tinha como objetivo os alunos reconhecerem, identificarem, justificarem e evidenciarem as isometrias presentes em cada tapete de Arraiolos. Desta forma, os mesmos tinham de verificar, através da escrita, desenho e/ou esquema, se cada tapete cumpria a regra do Senhor Manel. Os grupos tinham de se certificar se cada tapete possuía ou não duas simetrias de reflexão e duas simetrias de rotação.

Segunda tarefa:

A filha mais nova do Senhor Manel desenhou um projeto para a sua mãe bordar um Tapete de Arraiolos. Antes de a mãe começar a bordar, o Senhor Manel confirmou que o projeto tinha dois eixos de simetria perpendiculares e uma rotação de 180° , com o centro na interseção dos eixos, como mostra a figura. Sendo uma regra que tinham de cumprir.

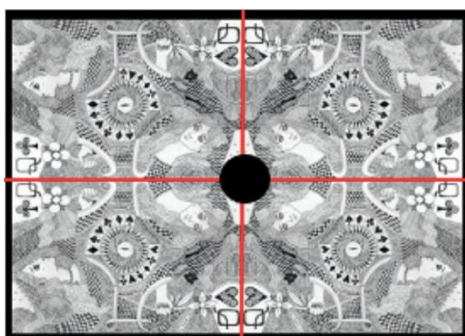


Figura 3.5 – Tarefa Matemática.

Salienta-se que foram impressos e plastificados os tapetes em A3, onde alguns grupos recorreram para confirmarem um ou outro desenho (mais pequeno) que não se via tão bem no documento que lhes foi fornecido.

Tapete um: No tapete um, depressa os alunos identificaram os dois eixos de simetria de reflexão e rotação. Contudo, alguns grupos recorreram ao espelho assim como à necessidade de observarem e dobrarem os tapetes impressos em A3 para confirmarem os eixos de simetria de reflexão. Para Bellingeri et al. (2003) “o uso de espelhos não é o único modo de criar imagens de um objeto” (p. 68), a dobragem de papel “realiza fisicamente uma reflexão” (p.69), sendo as duas estratégias utilizadas pelos alunos.

A figura 3.6 apresenta a resposta do grupo da Carolina “cumpre pois tem 2 eixos de simetrias e tem uma rotação de 180° e de 360° ”.

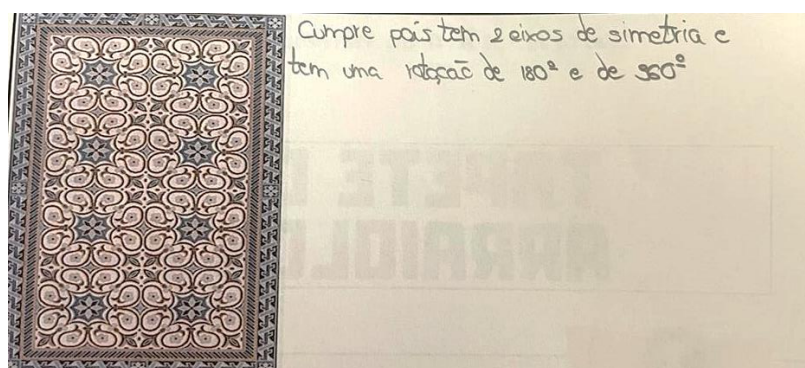


Figura 3.6 – Registos do grupo da Carolina.

[Cumpre pois tem 2 eixos de simetria e tem uma rotação de 180° e de 360°]

Todos os grupos identificaram as simetrias de reflexão e de rotação, desta forma revelavam saber justificar a sua resposta:

Gabriel: – Se rodarmos a imagem 180° a figura fica igual, e se rodarmos mais 180° , ou seja 360° , a figura fica na mesma posição, na posição inicial.

Carolina: – Sim, a figura roda duas vezes.

Professora: – E porque é que dizem que a figura tem duas simetrias de reflexão?

Vasco: – No centro da figura, colocámos o espelho na horizontal e na vertical e vimos a mesma imagem refletida.

Relativamente à explicação dos alunos, verifica-se que enquanto na rotação não houve a necessidade de utilizar o espelho, na reflexão já houve essa preocupação, conforme se

comprova pela resposta do Vasco: “no centro da figura, colocámos o espelho na horizontal e na vertical e vimos a mesma imagem refletida”. O material manipulável utilizado pelo grupo é uma estratégia de identificação de isometrias, visto que os espelhos “modelam fisicamente a transformação reflexão [...] com os espelhos podemos trabalhar todos os tipos de isometrias, no plano ou no espaço” (Veloso, et.al, 2009, p. 24).

Tapete dois: O tapete apresenta uma simetria de reflexão e duas simetrias de rotação, ou seja, por exemplo ao colocarmos a ponta de um lápis no centro da figura e formos rodando a imagem, “verificamos que a figura [...] fica de novo perfeitamente coincidentes”, apresentando os ângulos de 180° e 360° (Veloso, 2012, p. 64).

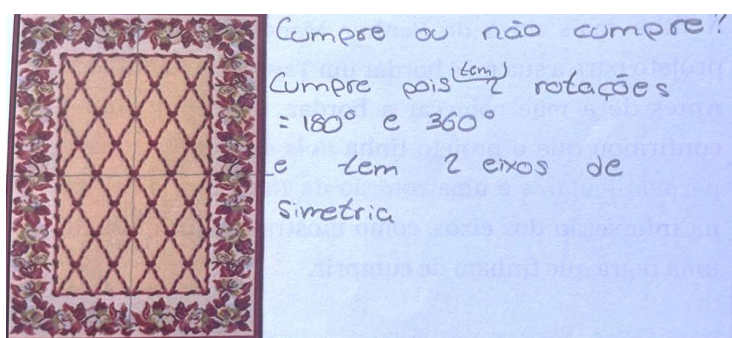


Figura 3.7 – Registos do grupo do Vicente.

[Cumpru ou não cumpru? Cumpru pois tem 2 rotações = 180° e 360° e tem 2 eixos de simetria]

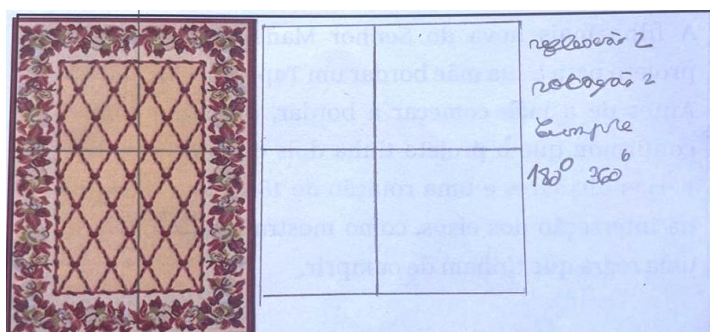


Figura 3.8 – Registos do grupo do Bernardo.

[Reflexões – 2; rotações – 2; cumpru 180° e 360°]

Neste tapete, os alunos, em grupo, identificaram as isometrias, contudo no momento da discussão coletiva originou algumas dúvidas:

Vicente: – Este tapete também cumpru a regra do Senhor Manel.

Professora: – A figura roda quantas vezes?

Vicente: – Roda uma vez.

Bernardo: – Está errado. Nas simetrias de rotação o mínimo são duas ou zero rotações. Não uma só, não podemos considerar o ângulo giro como simetria de rotação.

Professora: – Vicente, se dizes que cumpre a regra do Senhor Manel, a figura tem de ter duas simetrias de rotação.

Vicente: (O Vicente com a imagem em A3, roda-a para tentar perceber) – Então porque é que a figura não tem quatro simetrias de rotação?

Gabriel: – Porque se rodarmos 90° , as imagens do tapete ficam de lado (olha).

Em conformidade com as observações tanto no registo do grupo assim como na discussão coletiva comprova-se que a maior dificuldade destes alunos verifica-se nas simetrias de rotação. Foi necessário a utilização da imagem do tapete em A3 para o aluno confirmar o número de rotações e comprovou-se que não houve trabalho de equipa, visto que apenas dois elementos do grupo é que estavam em sintonia. A criação de grupos nas tarefas foi com o intuito de debaterem ideias, complementarem-se e refletirem as soluções de cada um. Johnson et al. (citados por Lopes & Silva, 2009) definem a aprendizagem cooperativa como um “método de ensino que consiste na utilização de pequenos grupos de tal modo que os alunos trabalhem em conjunto para maximizarem a sua própria aprendizagem e a dos colegas” (p. 3).

Tapete três: Os grupos demonstraram pouca dificuldade em identificar as simetrias de rotação e de reflexão. Desta forma, o grupo da Catarina registou “não tem regra de eixo de simetria e de rotação pois as cores: cinzento, verde, amarelo não correspondem”. Os alunos apresentam dificuldades em registar por escrito e/ou desenho as suas soluções, apesar de saberem justificar as suas respostas oralmente, como se comprova na figura e no diálogo.

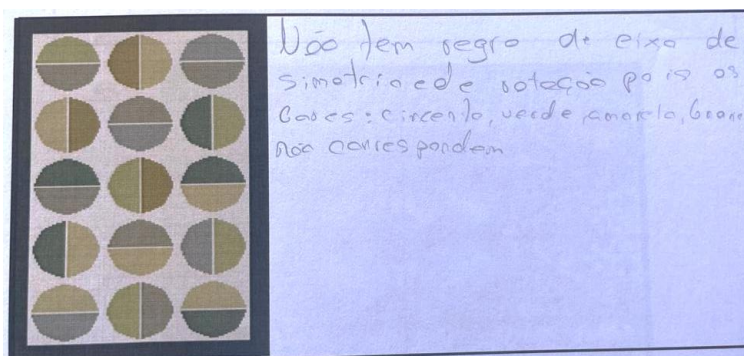


Figura 3.9 – Registos do grupo da Catarina.

[Não tem regra de eixo de simetria e de rotação pois as cores: cinzento, verde, amarelo, cores não correspondem]

João: – O meu grupo percebeu que as cores não são equivalentes, os círculos têm, por exemplo, uma metade a cor verde-claro e a outra verde-escuro ou verde-claro e castanho.

Catarina: – Logo, não pode cumprir a regra do senhor Manel. A figura não possui duas simetrias de rotação nem duas simetrias de reflexão.

Professora: – E se as cores fossem todas iguais?

Grupo: (em coro) – Assim já cumpria.

Professora: – Estão a ver como muda tudo.

Verifica-se que os alunos não tiveram dificuldades em explicar os processos utilizados assim como tirar as suas próprias conclusões. De facto, compreenderam, de imediato, se a análise do tapete fosse sem ter em consideração as cores, o tapete já cumpria a regra do Sr. Manel.

Relativamente aos conhecimentos evidenciados, o grupo manifestou ter a conceção que numa reflexão existe sempre uma reta que está equidistante das duas figuras, designando-a por “eixo de simetria”.

Tapete quatro: Aqui, também a grande parte dos grupos, registou duas simetrias de rotação e duas de reflexão. A Carolina, nesta fase, compreendeu e partilhou com a turma

que o número de rotações é igual ao número de reflexões. Manifestaram, novamente, pouca dificuldade em analisar a figura:

Professora: – Qual o centro da figura?

Nicole: (o grupo apontou) – A imagem tem uma rotação 180° . O motivo gira 180° .

Daniel: – Então a figura tem duas rotações 180° , roda duas vezes.

Nicole: – Sim, roda primeiro 180° e depois fica 360° . Faz uma volta completa.

Carolina: – E se a figura tem duas rotações também vai ter duas reflexões.

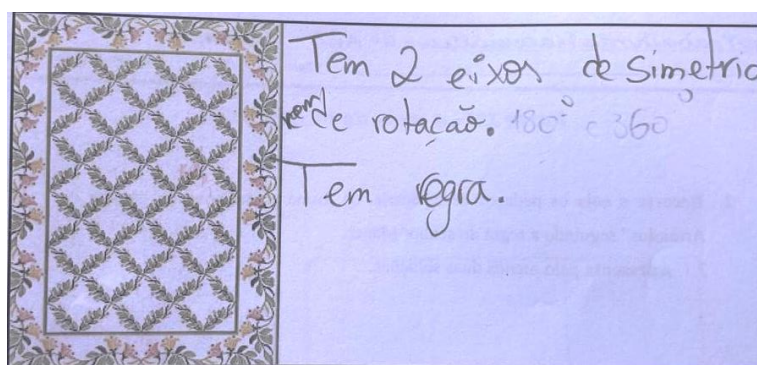


Figura 3.10 – Registos do grupo da Nicole.

[Tem 2 eixos de simetria e de rotação. Tem regra]

Para a turma sistematizar as suas conclusões, estes diálogos foram cruciais para a maior parte dos alunos. Este grupo, bem como os restantes identificaram as simetrias de rotação e as simetrias de reflexão, sem qualquer dificuldade. Apesar da Leonor, da Nicole e do Daniel saberem explicar o raciocínio oralmente, relevaram alguma indolência em registar as suas ideias na folha, como se verifica na figura 3.10. Em alguns momentos de apresentação, houve algum ruído, o que originou não ouvir a resposta da Leonor. Esta conceção foi escutada na gravação, o que fez a Leonor criar uma ideia errada, pois uma figura pode ter duas rotações e não ter duas reflexões como se verifica no tapete seis.

Tapete cinco: O grupo da Carolina mostrou-se confiante em partilhar as suas ideias, contudo foram vários os grupos a apresentar soluções incorretas. Desta forma, este foi um dos grupos que indicou que este tapete não cumpre as restrições, tal como indicam “não cumpre pois só tem 1 eixo de reflexão horizontal”.

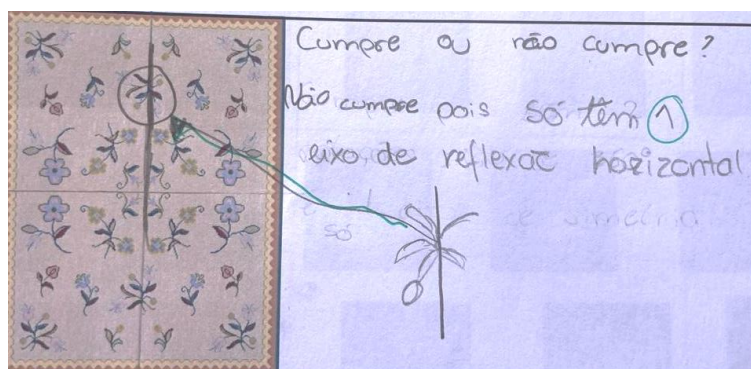


Figura 3.11 – Registos do grupo da Carolina.

[Cumpra ou não cumpra? Não cumpra pois só tem 1 eixo de reflexão horizontal]

Face ao exposto, a imagem provocou o seguinte diálogo:

Rafael: – O tapete tem duas simetrias de rotação e duas simetrias de reflexão.

Professora: – Os restantes grupos concordam?

Grupo do Vicente: – Não!

Professora: – Olhem bem para a figura, para as cores e para as flores.

Grupo do Vicente: – Afinal cumpre a regra do senhor Manel. Porque se nós colocamos um eixo horizontal e outro vertical e dobrarmos a figuras, cada flor toca na flor igual.

Professora: – Duas reflexões?

Jacinta: – Sim, esta [apontou] reflete com esta, esta com esta [...].

Carolina: – Não concordo, olha para esta flor se metermos aqui um eixo de simetria vertical, esta pétala não reflete com esta [apontou para a imagem].

Decorrente das características das flores, apenas um grupo referiu a existência de uma simetria de reflexão de eixo horizontal (figura 3.11). Atentos, o grupo da Carolina soube justificar o seu raciocínio aos restantes elementos da turma, assim como registar as suas

conceções, através do desenho, da escrita e ao traçar os eixos de simetrias na imagem, para certificarem as suas ideias. Como salientei, apenas o grupo da Carolina evidenciou a resposta correta, considerando-se que os restantes grupos não analisaram todos os elementos presentes no tapete.

Tapete seis: A figura 3.12 apresenta o registo do grupo da Madalena com duas soluções. A primeira salienta que o tapete cumpre a regra do Senhor Manel e a segunda refere “eu acho que o cubo do meio não está ao nível do outro cubo”.

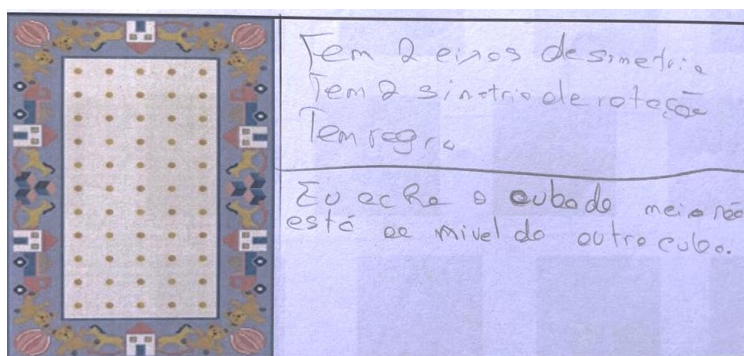


Figura 3.12 – Registos do grupo da Madalena.

[Tem 2 eixos de simetria; tem 2 eixos de rotação; tem regra; eu acho que o cubo do meio não está ao nível do outro cubo]

Esta imagem provocou algumas discordâncias entre grupos que só foram posteriormente partilhadas, em grande grupo, na discussão coletiva:

Madalena: – No tapete que a professora tem em A3, as casas que estão no tapete aparece a maçaneta da porta.

As portas das casas que estão no tapete contém uma maçaneta preta, contudo esta não se observa no documento entregue aos alunos, só se observou no documento exposto no quadro, em A3.

Desta forma, o grupo quando apresentou o seu raciocínio levantou essa questão.

Madalena: – Se considerarmos a maçaneta, o tapete não cumpre a regra do senhor Manel.

Henry: – Mas também já não cumpria, por causa dos cubos.

Tomás: – As faces dos cubos também têm cores diferentes, logo também não podia ter. As cores das faces dos cubos não são iguais.

Gabriel: – Sim, o azul-escuro fica em cima do azul-claro.

Henry: – Só se não contarmos com as cores.

Professora: – Esta tarefa é tendo em conta as cores.

Gabriel: – Então este tapete não cumpre a regra do senhor Manel.

De facto, as cores das faces do cubo não coincidem, tal como evidenciou o Tomás. Porém, se fosse para analisar somente as rotações poder-se-ia dizer que esta figura apresenta uma rotação de 180° e 360° , ao não considerarmos a maçaneta da porta. Como se verifica na figura 3.12, os alunos evidenciaram duas soluções, isto significava que os mesmos não estavam confiantes na sua resposta, contudo revelaram saber justificar o seu raciocínio no decorrer da discussão coletiva, em grupo.

Matemática no artesanato

Quando os alunos já estavam mais familiarizados dos conceitos foi entregue a terceira tarefa (apêndice E). Os alunos leram em grupo e somente interviram quando necessário.

Nestas tarefas, os alunos não fizeram os seus registos no documento, porque o mesmo serviu de esboço, pois pretendia-se que os “pedaços” de tapeçaria estivessem representados em igual quantidade.

Para construírem o tapete foi entregue o mesmo enunciado, mas em tamanho A3. Os alunos tiveram de recortar os “pedaços” de tapeçaria e colocar no respetivo quadrado, seguindo as regras da tarefa. Posto isto, após o tempo aproximado de trabalho autónomo, seguiu-se a discussão coletiva. De acordo com Mesquita e Machado, (2019, citado em Mesquita, Roldão & Machado, 2019), é extremamente importante “dar mais voz às crianças, motivá-las e criar mais momentos de participação” (p. 50). Neste seguimento, os seis grupos, à sua vez, apresentaram a construção do seu tapete. Enquanto observadora participante, considero que este momento de apresentação proporcionou um efeito

positivo no processo de ensino e de aprendizagem das transformações geométricas isométricas, assim sendo permitiu aos alunos “estimar a possibilidade de realizarem as tarefas com sucesso e de alcançarem os resultados desejados, levando-os a formar expectativas para a sua realização” (Neves & Faria, 2009, citado em Lopes & Silva, 2015, p. 59).

A discussão coletiva também permitiu a sintetização dos conteúdos, fomentando a comunicação e o raciocínio através da “observação”, “interrogação”, “escuta”, “análise” e “reformulação” (Vieira, 2000). A mesma autora salienta que estes princípios “são indispensáveis no estabelecimento de uma relação pedagógica eficaz e na construção de um clima propício à aprendizagem” (p. 26).

O primeiro grupo, durante a construção do seu tapete (figura 3.13), não relevou qualquer dificuldade, contudo manifesta ainda a necessidade da utilização do espelho para comprovarem as simetrias de reflexão e rotação.



Figura 3.13 – Tapete do Grupo do Gabriel.

Professora: – Qual foi a estratégia que utilizaram?

João: – Começamos com as peças de cima, depois à volta e só no fim é que fomos ao meio.

Gabriel: – Ah, e começamos com as peças mais difíceis, como estas que tem os ramos e as folhas.

Professora: – E acham que cumpriram a regra do senhor Manel?

Luísa: – Sim, confirmámos que este lado é simétrico àquele, com a ajuda do espelho.

João: – Também vimos que faz uma rotação de 180° e 360° [O João enquanto dizia a resposta virava o tapete 180° e posteriormente 360°].

Professora: – Vocês têm aí quatro figuras iguais mais ou menos iguais, cada quadradinho desses pequeninos dá quatro iguais. Quando ponham num sítio como decidiam como metiam os outros? Como é que sabiam onde iam ficar os outros?

Gabriel: – Metemos uma peça, depois com a ajuda do espelho vimos a reflexão da imagem e fomos procurar a peça igual.

Luísa: – Fomos fazendo assim, até já não termos mais peças. Tivemos de ir experimentando, tirando e pondo.

Ao fazer uma análise das palavras dos alunos e do seu trabalho verifica-se uma boa compreensão dos conteúdos, uma precisão na justificação das questões e uma excelente cooperação entre os pares. Notou-se na apresentação e em todo o processo de realização dos tapetes que este momento estimulou a motivação dos alunos, tal como evidencia Estanqueiro (2010), “a motivação dos professores condiciona a motivação dos alunos. Se um professor gosta de ensinar, poderá despertar, mais facilmente, o gosto de aprender” (p. 31).

De seguida, apresento o tapete do segundo grupo (figura 3.14) assim como a apreciação dos alunos relativamente ao mesmo:



Figura 3.14 – Tapete do Grupo do Simão.

Professora: – Qual foi a vossa estratégia?

Simão: – Começamos por seleccionar as peças mais fáceis e fomos as colocando à volta do tapete. E usamos sempre o espelho para ver se havia reflexão.

Professora: – Em comparação com o grupo anterior, existe alguma semelhança na colocação das peças?

Gabriel: – Não. Tudo diferente.

Professora: – Essas peças podem-se pôr em qualquer posição? Qualquer uma delas, era indiferente onde ponham?

Nicole: – Não era possível.

Professora: – Então? Tinham de pôr numa posição concreta? E essa posição era para quê?

Simão: – Para poder ter duas simetrias de rotação e duas simetrias de reflexão tínhamos de escolher os pedaços de tapeçaria em concreto.

Verifica-se mais uma vez a utilização do espelho para a certificação das simetrias. O grupo soube explicar o seu raciocínio perante as perguntas colocadas. Recordo-me, ainda, que os alunos ao responderem que as peças tinham de ser colocadas numa posição concreta, apontavam com o dedo a explicar, por exemplo a peça com as quatro flores o seu par não poderia ficar em outro lugar, só se as duas peças mudassem de sítio. Verifica-se ainda, que este grupo apresentou uma solução de tapete de Arraiolos diferente do anterior.

Como já salientei a utilização do espelho esteve muito presente nesta tarefa, considerando um material bastante acessível o que permitiu a facilitação da visualização das isometrias por parte dos alunos, como se corrobora em mais uma apresentação (figura 3.15):



Figura 3.15 – Tapete do Grupo da Madalena.

Madalena: – Começámos pelas pontas com as peças mais fáceis e depois fomos ao meio. Nas peças do meio tivemos alguma dificuldade em achar.

Professora: – Então? Qual foi a dificuldade?

Catarina: – Sempre que metíamos o espelho não batia certo, as peças do meio são difíceis.

Professora: – Alguma semelhança no vosso tapete com os restantes dois grupos?

Tomás: – Há! O meio.

Professora: – Os restantes grupos acham que este grupo cumpriu as regras do Sr. Manel?

Grupo do Gabriel: – Não, as duas pontas das flores da direita não estão a coincidir com as outras. Tínhamos de mudar estas peças [os alunos referem-se às quatro peças do meio].

Professora: – Grupo da Madalena, mas vocês agora conseguem meter as peças como os vossos colegas estão a dizer?

Tomás: – Sim, têm de ser rodadas.

Em conformidade com estas observações pode-se evidenciar, mais uma vez, a dificuldade dos alunos nas peças que estão no centro do tapete. Desta forma, houve um grupo que durante a apresentação interveio referindo que as peças centrais não estavam corretas. Contudo, o grupo compreendeu o seu “erro”, o Tomás respondeu “sim, têm de ser rodadas” e os restantes elementos explicavam onde tinham de colocar as peças.

Corrobora-se que os alunos ao vivenciarem tarefas que lhes permita manipular, os mesmos compreendem e sintetizam os conteúdos, sem qualquer orientação do professor. Apesar de verificar a grande dependência dos alunos com o espelho, procurei compreender porque é que o grupo não tinha cumprido as regras da tarefa (figura 3.16).



Figura 3.16 – Tapete do Grupo do Guilherme.

Guilherme: – Primeiro começámos pelo meio, pelos cantos e depois é que fomos encaixando o resto das peças.

Professora: – Será que cumpriram as regras do Sr. Manel? Como confirmaram se estava correto?

Rodrigo: – Com o espelho.

Professora: – Ainda não compreendi como é que vocês veem simetrias de rotação?

[Silêncio]

Professora: – Porque é que vocês dizem que tem uma rotação de 180° e 360° ? Como é que viram?

Guilherme: – Fomos rodando a folha...

Observa-se assim que este grupo apresenta algumas dificuldades em justificar os seus procedimentos. Também fiquei com a percepção que o grupo não compreendeu de facto o seu erro, visto que durante a elaboração da tarefa demonstraram pouco cuidado nos recortes das “peças” assim como brincadeira durante todo o processo.

A estratégia dos grupos foi quase sempre a mesma (figura 3.17), como se verifica:



Figura 3.17 – Tapete do Grupo da Sara.

Professora: – Como começaram a construir o tapete?

Sara: – Começámos pelas pontas e pelo meio. Também escolhemos estas para as pontas porque eram as mais bonitas.

Duarte: – Ah e começámos pelas peças mais fáceis e deixámos as mais difíceis para o fim.

Professora: – Também é uma estratégia. Disseram que começaram pelas peças mais fáceis e depois passaram para as peças mais difíceis. Digam-me duas peças mais fáceis e duas mais difíceis.

Francisco: – As folhas das árvores foram as mais fáceis. E as mais difíceis as que parecem ondas.

Efetivamente, os alunos iniciaram o tapete com as peças consideradas mais “fáceis” e deixaram as mais difíceis para o fim. Todos os grupos consideraram as peças das ondas assim como as peças dos ramos com as folhas as mais difíceis e ao mesmo tempo desafiantes.

O último grupo revelou, mais uma vez, a mesma estratégia dos outros grupos ao iniciar pelas peças que consideravam mais fáceis (figura 3.18).



Figura 3.18 – Tapete do Grupo do Vasco.

Professora: – Qual foi a estratégia que utilizaram para a construção do tapete?

Vasco: – Começámos por juntar as peças que são iguais e só depois é que as fomos colocando no tapete.

André: – Íamos sempre confirmando o par da peça com o espelho.

Professora: – E como confirmaram se o tapete tinha as duas simetrias de rotação?

Isabel: – Fomos rodando...

Vasco: – Rodamos 90° , 180° , 270° e 360° .

Isabel: – Depois vimos que a figura só ficava igual à inicial, na rotação 180° e 360° .

Vasco, André e Isabel: – Sim!

Professora: – Os restantes grupos concordam?

Tomás: – Não, estas [apontou] não refletem uma com a outra. Tinham de mudar de posição.

Professora: – Alguma dessas peças pequeninas que tenha quatro simetrias de rotação?

Vasco: – Esta [apontou para a peça que tem quatro flores].

Professora: – Porquê?

Vasco: – Porque ao rodarmos 90° , 180° , 270° e 360° a peça fica igual.

Indaga-se que o grupo soube justificar os seus procedimentos assim como compreensão pelas transformações geométricas. Salienta-se ainda que este último grupo a apresentar

necessitou de alguma ajuda durante a segunda tarefa do estudo. Mas, durante a discussão coletiva dessa mesma tarefa, este grupo conseguiu compreender melhor estes conceitos e realizar esta tarefa com sucesso. Considero que a articulação da Matemática com o artesanato assim como a criação do tapete facilitou a compreensão dos conteúdos tal como referem Azevedo e Migueis (2007) “a criança constrói o conhecimento matemático pela necessidade de resolver os problemas reais do seu quotidiano, impostos pela complexidade de situações da sociedade” (p. 19).

Os tapetes dos alunos

Por último, os alunos, tinham de criar uma “obra” de arte que fosse ao encontro das regras do Sr. Manel. Este momento foi realizado individualmente, promoveu a imaginação, a criatividade e o pensamento matemático. Este momento permitiu-me identificar os alunos com mais dificuldades, uma vez que as tarefas anteriores foram realizadas em grupo.

Antes de qualquer análise dos desenhos dos alunos é primordial frisar que a maioria dos alunos não cumpriu as regras do Sr. Manel, apresentando desenhos com apenas uma reflexão. Os alunos que estavam mais à-vontade com o conteúdo ilustraram desenhos mais complexos, proporcionando representações incorretas não solicitadas. Os alunos que apresentavam mais dificuldades desenharam figuras mais simples com as quais conseguiram, posteriormente, demonstrar as duas simetrias de rotação e as duas simetrias de reflexão. Esta fase de análise estuda as representações dos alunos e a compreensão das isometrias. Desta forma, pode-se observar que alguns dos desenhos apresentam apenas uma simetria de reflexão (figuras 3.19 e 3.20).

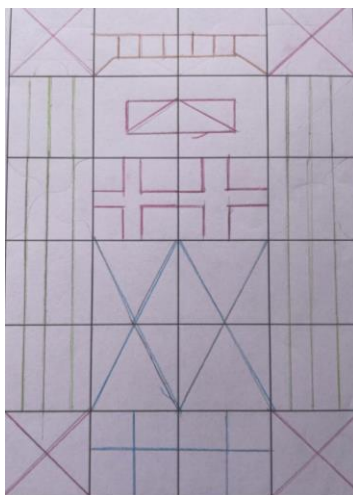


Figura 3.19 – Tapete da Andreia

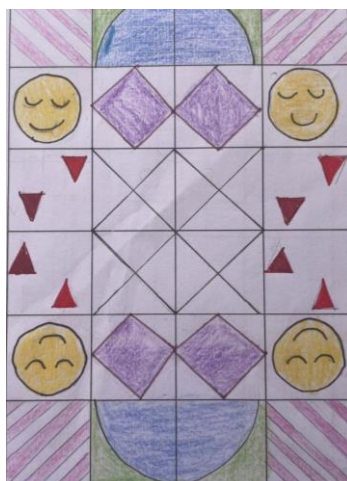


Figura 3.20 – Tapete da Inês.

Salienta-se que grande parte dos alunos realizou esta última tarefa de forma “relaxada”, contudo houve uma preocupação ao nível estético dos desenhos. No que concerne aos desenhos das figuras 3.19 e 3.20, apesar da falta de concentração por parte das alunas em respeitar a regras solicitadas, notou-se conhecimento das isometrias, embora não tenham apresentado o que era pedido.

Na figura 3.19 verifica-se apenas uma simetria de reflexão vertical sem qualquer simetria de rotação. A aluna não evidenciou, no desenho, a simetria de reflexão horizontal e simetrias de rotação para cumprir as regras do senhor Manel. Apesar do toque artístico da aluna, a incorreção ocorre nas dez peças do meio.

Relativamente à figura 3.20, o tapete da Inês já houve um maior cuidado em cumprir as regras do senhor Manel, contudo a distração e a pressa em terminar o trabalho originou uma falha nos triângulos vermelhos, ou seja, a figura apresenta apenas uma simetria de reflexão horizontal, sem qualquer simetria de rotação.

Os seguintes dois exemplos (figuras 3.21 e 3.22) revelam que houve uma compreensão das isometrias assim como uma boa interpretação daquilo que foi solicitado. Estes alunos tiveram a necessidade de utilizar o espelho, compasso e régua para a realização do desenho. Focando a atenção nos registos dos alunos, denota-se que reconhecem o “eixo de simetria” e sabiam que teria de passar “no meio das figuras” assim como o cuidado dos desenhos para terem simetrias de rotação.

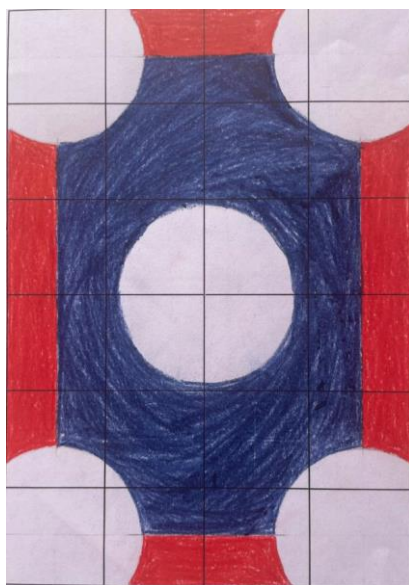


Figura 3.21 – Tapete do João.



Figura 3.22 – Tapete do António.

O pensamento geométrico dos alunos, antes da execução das tarefas, caracterizava-se por uma linguagem informal para relatar as simetrias. Apesar de conseguirem reconhecê-las assim como distingui-las, como se observa nos seus desenhos, os alunos manifestaram algumas dificuldades em utilizar os termos corretos para explicar as simetrias. Ao observar a figura 3.21 denota-se o perfeccionismo do aluno ao utilizar o compasso para o desenho corresponder ao solicitado. Na figura 3.22 apesar dos desenhos não estarem 100% simétricos revela-se a tentativa de cumprir a regra e ainda, a semelhança da utilização das espirais que estão a vermelho e das “ondas” a azul como os pedaços de tapeçaria na construção dos tapetes de Arraiolos.

Mais uma vez corrobora-se a utilização da régua e do compasso (figura 3.23) na criação do tapete. Como a tarefa era de carácter livre, confere-se uma diversidade de representações, como por exemplo, este aluno optou por não desenhar e/ou pintar todos os quadrados. Mesmo assim, o aluno cumpriu as regras do senhor Manel, apresentando duas simetrias de reflexão – horizontal e vertical e duas simetrias de rotação – rotação de 180° e 360°.

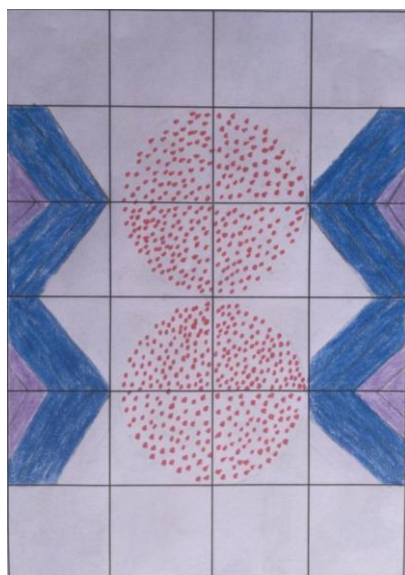


Figura 3.23 – Tapete do Alfredo.

Houve uma aluna que se destacou pela sua criatividade, apesar das imagens não estarem 100% equivalentes, a mesma revelou dominar o conteúdo (figura 3.24). Como por exemplo as “pirâmides” ou as “egípcias” não são do mesmo tamanho assim como pintadas de igual forma.

A aluna poderia ter recorrido a uma régua, a um espelho e/ou a uma folha de papel vegetal para as figuras ficarem iguais. Salienta-se ainda que a aluna partilhou o motivo do desenho, referindo que lê um leque de livros sobre o Egito bem como ser o seu país de sonho. Para dar destaque aos desenhos, a aluna recorreu apenas à cor preta, isto resulta do facto de ser a sua cor preferida e da cor da sua roupa do seu dia a dia.

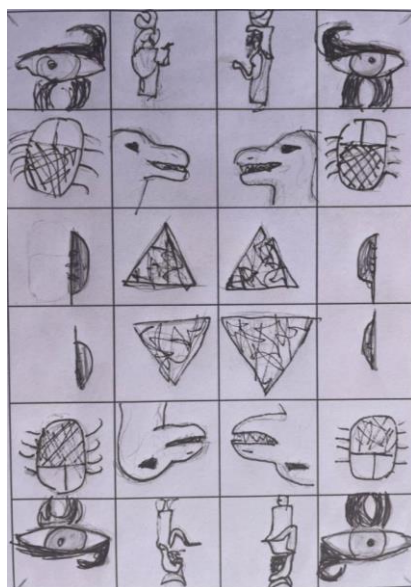


Figura 3.24 – Tapete da Sara.

Portanto, constata-se que a aluna cumpriu as regras do senhor Manel, apresentado as duas simetrias de rotação assim como as duas simetrias de reflexão.

Discussão dos resultados

A presente investigação iniciou por manifestar falta de estimulação, criatividade e um raciocínio pouco desenvolvido, marcado apenas por definições e a pela dificuldade de interpretar exercícios. Contudo, nas três tarefas dedicadas ao estudo das transformações geométricas conseguiu-se ver o entusiasmo e a dedicação, através das diversas intervenções dos alunos. O tipo de questão colocada em cada tarefa permitiu que os alunos refletissem sobre os conceitos, através da manipulação do espelho e da ficha informativa. Estas tarefas permitiram ainda, construir o seu próprio conhecimento, algo que foi concebido nas discussões coletivas. Da segunda tarefa para a quarta denotou-se um grande avanço nas respostas e uma sucessiva evolução das mesmas.

Demonstrou-se ainda que grande parte dos alunos interligaram facilmente os conceitos relacionados com as transformações geométricas em contextos da sua rotina diária, tal como explanam Bivar et al. (2013), a matemática deve ser aplicada também a situações do nosso dia a dia. De acordo com Baptista (2014), estas tarefas permitiram que os alunos refletissem acerca das “relações entre os objetos geométricos, encadeando asserções válidas e justificando tais encadeamentos, de modo a explicar o problema como qual se

debateram e a estabelecer, seguindo a sua própria compreensão, uma resolução para o mesmo” (p. 48).

Segundo Caldeira (2009), o docente tem o papel preponderante na criação das tarefas, pois promove momentos desafiantes que possibilitem a aquisição de conhecimentos e em paralelo a sua assimilação, de uma maneira prazerosa permitindo que elas se desenvolvam como um todo. O processo de concretização de ideias abstratas é fundamental no processo de ensino e de aprendizagem, pois os alunos precisam de tarefas que lhes permitam entender os conceitos.

Pessoalmente, considero que interligar o artesanato com a matemática foi uma mais-valia. Sampaio (2018) defende que a interdisciplinaridade tem sido entendida como uma estratégia que procura articular diferentes disciplinas, com saberes e práticas diferenciadas, para tratar uma problemática comum. Como tal, obriga a uma ligação e colaboração entre diversas áreas do conhecimento.

Neste sentido, olha-se para as artes como uma prática em que o aluno vivência experiências de forma natural e espontânea, começando a dar sentido às coisas no processo evolutivo e de ser capaz de usar um objeto ou uma situação. É na exploração da sua imaginação, da sua criatividade e no contacto com os outros que o aluno exprime de forma interativa com aquilo que o rodeia. Todas estas situações devem ser vistas como parte do processo de crescimento e de construção permanente da socialização e da própria identidade e personalidade, facilitando a integração no mundo das relações sociais (Sampaio, 2018).

Por a mesma razão, os professores dever-se-ão aplicar as artes em contextos formais ou informais. A verdade é que a educação artística é uma componente do currículo que possibilita inúmeras formas de ser exploradas, desenvolvendo “capacidades e competências cognitivas e metacognitivas, promovendo educações a partir das suas linguagens específicas, elaborando projetos de aprendizagem relevantes para os alunos e para as comunidades, onde as escolas se inserem” (Eça, 2010, p.138).

As diferentes tarefas permitiram que os alunos observassem atentamente, questionassem e formulassem hipóteses com o objetivo de formar bons pensadores críticos. Segundo Lopes e Silva (2019), é importante que os alunos desenvolvam o pensamento crítico e criativo porque possibilita que os alunos “identifiquem, construam e avaliem argumentos;

justifiquem as suas crenças e os seus valores; reflitam e avaliem as suas competências de pensamento” (p. 9). O docente deve escutar o que os alunos querem de forma a estes se exprimirem de livre e espontânea vontade e prestar atenção às sugestões que estes coloquem. Tem de existir este diálogo entre o professor e os alunos para que haja e se crie um ambiente saudável.

Em suma, as tarefas desenvolvidas revelaram que a geometria continua a ser um conteúdo de pouco envolvimento e dedicação por parte dos professores. Contudo, considero que aprendi e que todas as tarefas me levaram a compreender que os materiais devem ser coadjuvados com uma escolha criteriosa de tarefas, bem como, a criação de momentos reflexivos, o que proporcionou aos alunos uma melhor compreensão das transformações geométricas.

Considerações finais

“Educar nunca foi fácil e, hoje, parece ser cada vez mais difícil. Sabem-no os pais, os professores... Fala-se, por isso, de uma grande “emergência educativa”. E mais: “na raiz da crise da educação encontra-se, de facto, uma grande crise de confiança na vida”.

Carta de Bento XVI aos cidadãos de Roma sobre a Educação, 2008

Muito se tem debatido acerca do papel da escola e dos seus agentes educativos, que se alterou profundamente nos últimos anos, devido a uma sociedade complexa, mais exigente e com menos tempo para educar e ensinar. Um dos grandes desafios que se coloca a todos os profissionais da área da educação é a necessidade de adaptar as dinâmicas de funcionamento, as abordagens e as estratégias de ensino e, para tal, necessitam de conhecer a população com quem trabalham e perceber os pontos menos fortes, transformá-los em desafios e oportunidades de enriquecimento não só a nível de conteúdos e de conhecimentos, mas também a nível da formação pessoal, valores, atitudes, formação cívica e educação para a cidadania. E a partir daí é possível delinear estratégias que conduzam a uma melhoria da *“arte de educar e ensinar”*.

Ao longo do estudo, as aulas de observação participante e não participante foram bastante enriquecedoras e levaram-me a refletir acerca das práticas em sala de aula, sobre o trabalho do professor e sobre a importância de trabalhar os valores, as atitudes, a autonomia e a relação professor-aluno.

Os professores reconhecem a importância da geometria, mas a maioria revela não gostar e/ou não estar cientificamente preparado para abordar as transformações geométricas (Viseu et al., 2013). Os mesmos autores reforçam que é crucial criar momentos de formação contínua, bem como a utilização de tarefas exploratórias para melhorar as dificuldades dos alunos, no âmbito da geometria.

No início da Prática de Ensino Supervisionada, no 2.º ciclo do ensino básico, comecei com uma observação não participante o que permitiu observar os alunos, de forma a conhecer as características distintas e individuais de cada um. O principal contributo para a minha adaptação foi o procurar conhecer mais sobre cada um, quais as suas dificuldades,

quais as suas motivações. Como futura professora, a minha intervenção foi com base nas minhas reflexões e no meu conhecimento científico, permitindo criar metodologias ativas para o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos.

Assim, foi desenvolvido uma sequência de tarefas no ensino das transformações geométricas por meio da relação entre a matemática e o artesanato, tendo como base os Tapetes de Arraiolos. A conexão entre a matemática e o artesanato permitiu fomentar o processo de ensino e de aprendizagem dos alunos, como se verifica na análise dos resultados, a importância de criar estratégias novas para abordar o ensino das transformações geométricas.

Face ao exposto, percebeu-se que os alunos, neste tipo de tarefas, ficaram mais interessados e empenhados, como se comprova na ficha para avaliação do trabalho dos alunos (apêndice G) e ao longo das aulas destinadas às isometrias.

Relativamente à ficha de avaliação do trabalho dos alunos, no que diz respeito aos aspetos que permitem fazer comentários positivos sobre o trabalho, apresento as respostas dos grupos: “nós soubemos trabalhar em grupo”; “nós pensamos quase sempre em conjunto”; “cumprimos a regra do Senhor Manel”; “aprendemos a fazer eixos e a identificar simetrias com o trabalho dos tapetes”; “fomos trabalhadores e ficamos empenhados”; “aprendemos a matéria”; “fizemos um bom trabalho de grupo”; “sentimos que nos esforçamos em grupo”; “fizemos um bom trabalho, estivemos concentrados”. Ao longo das quinze aulas de isometrias, corrobora-se um maior empenho nas aulas dedicadas ao estudo, pois os alunos de uma forma lúdica e exploratória, sintetizaram e aprofundaram os conteúdos.

No que concerne à primeira questão de investigação: “De que forma é que a geometria articulada com o artesanato promove aprendizagens significativas, associadas às transformações geométricas, em alunos do 6.º ano?”

O estudo das isometria no 2.º ciclo do ensino básico, incidindo no manuseamento, exploração e manipulação de uma figura constituiu uma forma alternativa, à visualização de imagens geométricas num manual, promotora da aquisição de conceitos geométricos de forma mais significativa (Pinheiro, 2012).

Após a execução das quatro tarefas, pode-se evidenciar, o empenho e a dedicação, bastante razoável, existindo um crescimento acentuado dos seus conhecimentos sobre a temática. Nas primeiras aulas de isometrias, antes da implementação das tarefas, verificava-se, em alguns alunos, algumas dificuldades na identificação de simetrias assim como no manuseamento do compasso, do espelho e da régua. Contudo, alguns alunos já detinham alguns destes conhecimentos geométricos, visto que são conteúdos apresentados no 3.º e 4.º ano de escolaridade.

É evidente a diferença das reflexões apresentadas no papel, por experimentação, reflexão da figura em análise com as ferramentas ao dispor sendo elas o espelho, o papel vegetal ou outro material manipulável. Ao trabalhar a imagem movimentando-a, construindo e desconstruindo-a, adquirem novas experiências com as mesmas de diferentes perspetivas. Desta forma, pode-se entender que a manipulação dos materiais, como o espelho, e a exploração de tarefas, torna-se uma maneira facilitadora de trabalhar sobre idealizações matemáticas como apontam vários estudos (Vale, 2002; Caldeira, 2009).

Dá-se então a natural apropriação de conjuntos geométricos dos objetos em análise bem como do desenvolvimento de raciocínios face ao que não teriam se apenas se encontrassem a trabalhar sobre uma representação da imagem em causa representada num formato seja ele um livro ou um diapositivo de PowerPoint e/ou Word (Kelly, 2006).

Conclui-se, ainda, que, de acordo com o estudo em análise, o trabalho sobre a construção do Tapete de Arraiolos despertou maior motivação nos alunos, ajudando-os, inclusive, numa maior facilidade na identificação dos conceitos. É de notar que os alunos com os conhecimentos matemáticos mais apurados encontraram formas mais facilitadas de compreender os conceitos bem como na rapidez em resolver as tarefas. Finalmente as conclusões do estudo direcionam à utilização do espelho com agente potenciador na aprendizagem das isometrias.

Relativamente à segunda questão de investigação: “Que potencialidades e limitações têm a implementação destas tarefas, na aprendizagem das isometrias?”

É crucial que o professor prepare e organize bem as aulas de carácter exploratório, uma vez que são muito dinâmicas e a aula poderá tornar-se mais barulhenta do que o normal (Almiro, 2004). A aprendizagem com diferentes tarefas flui de forma tranquila e

os alunos participam mais, no entanto e para que não haja constrangimentos durante o decorrer da atividade, é fundamental que o docente realize os trabalhos propostos antecipadamente. O ambiente deverá ser preparado para evitar possíveis perturbações, mesmo antes do início da tarefa, sendo que o professor deverá desde logo definir regras aquando da distribuição e entrega dos materiais (Canavarro, 2011).

Os alunos necessitam de tempo para este novo método de trabalho, que poderá ser no início uma forma de distração, e simplesmente deixá-los construir, reconstruir para que possam exprimir as ideias aos seus pares (Pinto, 2011). Aos poucos cria-se uma maior autonomia, o trabalho é cada vez mais produtivo e começam a manifestar mais interesse em participar na atividade com as suas próprias questões (Canavarro, 2011). É importante que haja uma diversificação nas tarefas para que não se torne demasiado cansativo (Canavarro, 2011), assim como a discussão coletiva após cada tarefa. Este momento permitiu aperfeiçoar as aprendizagens dos alunos, visto que apresentaram os seus raciocínios e clarificaram os conhecimentos pretendidos à turma (Pinto, 2011). É ainda de evidenciar que o ensino exploratório da matemática exige tempo e é necessário dar continuidade a este ensino para que os alunos alcancem a autonomia suficiente na aquisição de conhecimentos.

Relativamente ao trabalho desenvolvimento, como já salientei, este ensino proporcionou aos alunos, não só àqueles que têm mais dificuldades assim como dos que manifestam um bom raciocínio matemático e gosto pela área, um envolvimento satisfatório.

Numa primeira fase, revela-se que todos os alunos utilizavam o espelho para a identificação das simetrias, contudo alguns grupos deixaram de utilizar na última tarefa por vontade própria. Os alunos com mais dificuldades recorriam sempre ao espelho para confirmar o seu raciocínio e explicar à turma a forma como pensaram, por exemplo na construção do tapete de Arraiolos.

No decurso do estudo, ocorreram algumas limitações que poderiam ter sido evitadas, nomeadamente a gestão de tempo e as poucas aulas destinadas à investigação. Desta forma, senti que as poucas aulas reservadas ao estudo poderiam ter sido mais exploradas, as questões colocadas aos alunos deveriam ter sido mais diversificadas e os momentos de discussão coletiva, principalmente os últimos grupos a apresentar, foram muito rápidos, devido à gestão de tempo da aula.

Salienta-se ainda que, na última tarefa, apenas recolhi as tarefas, o que fez com que os alunos não apresentassem os seus desenhos, mais uma vez devido às poucas aulas

destinadas à investigação e ineficaz gestão de tempo. Considero que houve deficiente gestão de tempo, nas duas primeiras aulas, devido ao facto de terem sido um pouco barulhentas o que fez com que as mesmas não fossem tão bem aproveitadas. Os alunos não estavam habituados a este tipo de ensino e/ou tarefas assim como a desenvolver trabalhos de grupo. Pode-se corroborar, através das respostas dos alunos na ficha para avaliação do trabalho dos alunos (apêndice G), onde referiam um “desejo”, ou seja, uma ideia que poderia ser melhorada no trabalho: “mais atenção e rigor ao completar as tarefas”; “ao apresentar o trabalho do tapete podíamos ter explicado melhor”; “que tivéssemos mais atenção nos trabalhos realizados e aproveitássemos mais o tempo”; “estar um pouco mais atentos e conversar menos”. As respostas dos alunos vão ao encontro dos constrangimentos salientados.

Considero a elaboração do estudo uma forma bastante útil de registar alguns dos momentos e conhecimentos que fui adquirindo ao longo desta experiência que foi a Prática de Ensino Supervisionada, módulo do 2.º ciclo, tornando-se uma ferramenta importante para a minha formação e para o meu futuro, na medida em que me permitiu formular ideias e reflexões acerca do papel como docente e precisamente sobre a temática escolhida.

Referências Bibliográficas

- Almiro, J. (2004). *Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de Matemática*. <http://docplayer.com.br/32691985-Materiais-manipulaveis-e-tecnologia-na-aula-de-matematica.html>
- Alves, H. (2013). *Ensinar Matemática através da Arte: um incentivo ao gosto pela matemática*. (Dissertação de mestrado, Universidade Aberta).
- Anjos, M. (2018). *O texto literário como estratégia no ensino da matemática no ensino básico*. (Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve).
- Azevedo, M. G. & Migueis, M. R. (2007). *Educação matemática na infância*. Edições Gailivro.
- Baptista, D. (2014). *Arte contemporânea no ensino das transformações geométricas*. (Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve).
- Baptista, D., Guerreiro, A. & Lopes, A. (2015). Arte Contemporânea no Ensino das Transformações Geométricas. *Educação e Matemática*, 131, 38-44.
- Barros, P. (2017). *A arte na matemática: contribuições para o ensino de geometria*. (Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual Paulista).
- Bastos, R. (2007). Transformações geométricas. *Educação e Matemática*, 94, 23-27.
- Bellingeri, P., Dedó, M., Sieno, S. & Turrini, C. (2003). *O ritmo das formas*. Atractor.
- Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e metas curriculares - matemática - ensino básico*. Ministério da Educação e Ciência.
- Boavida, A. (2011). *O “mundo” da simetria reflectindo sobre desafios do PMEB*. Bragança, 15.º EREPM. <http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/wp-content/uploads/2010/05/def-Simetrias.pdf>
- Bogdan, R & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.
- Braida, F., Vertuan, R., & Andrade, R. (2020). *Prospecção de problemas e soluções nas ciências matemáticas*. Atena Editora.

- Caldeira, M. (2009). *Aprender a matemática de uma forma lúdica*. Escola Superior de Educação João de Deus.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Canavarro, A. P. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões — ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38-42.
- Canavarro, A., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *Práticas de ensino da Matemática*, 255- 266.
- Carvalho, A., Santos, C., Silva, J. & Teixeira, R. (2016). Pisando arte e matemática em Lisboa. *Arte e geometria: teorias, aplicações e derivações*, 2, 136-159.
- Cohen, C. A., & Fradique, J. (2018). *Guia da Autonomia e Flexibilidade Curricular* (1.^a ed.). Raiz Editora.
- Cusati, I., Santos, N., & Cusati, R. (2021). Metodologia qualitativa nas pesquisas em educação: ensaio a partir dos estudos sobre formação e desenvolvimento profissional docente. *Conjecturas*, 21, 7, 335-351.
- Delmondi, N., & Pazuch, V. (2018). Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. *Estudos, RBEP*, 253, 99, 659-686.
- Delmondi, N., & Pazuch, V. (2020). O ensino de transformações geométricas: uma síntese da literatura envolvendo tarefas e a prática do professor. *Ensino da Matemática em Debate*, 7, 1, 191-216.
- Eça, T. (2010). A educação artística e as prioridades educativas do início do século XXI. *Revista ibero-americana de educación*, 52, 127-146.
- Estanqueiro, A. (2010). *Boas praticas na educação – O papel dos professores*. Editorial Presença.
- Fernandes, G., Rebelo, V & Simões, P. (2017). Ensino de simetrias através da arte, da cultura e do património: uma formação de professores do 1.º ciclo. In: *As*

matemáticas e a sua integração com outras áreas. Instituto Federal do Rio de Janeiro.

Formosinho, J. (2009). *Ser professor na escola de massas*. Porto Editora.

Farmer, D. (1996). *Grupos e simetria – um guia para descobrir a matemática*. Gradiva.

Garcia, L. (2021). O ensino de transformações geométricas no geogebra utilizando o tangram. *Educação Matemática em Revista*, 1, 11-11.

Guerreiro, A. (2019). Conceções e práticas na formação inicial de professores sobre transformações geométricas. *Interações*, 50, 23-45.

Junior, J., & Jucá, R. (2019). Práticas docentes relacionadas ao ensino de transformações geométricas. *Revista Prática Docente*, 4, 375- 390.

Lopes, J., & Silva, H. S. (2009). *A aprendizagem cooperativa na sala de aula. Um guia prático para o professor*. Lidel.

Lopes, J., & Silva, H. S. (2015). *Eu, professor, pergunto - 18 respostas sobre necessidades e capacidades dos alunos, gestão da sala de aula e desenvolvimento profissional do docente*. Pactor.

Lopes, J., & Silva, H. (2019). *Pensamento crítico e criativo, 100 fichas para trabalhar na sala de aula*. Pactor.

Kelly, C. (2006). Using Manipulatives in Mathematical Problem Solving: A Performance- Based Analysis. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 2, 184-193.

Marques, R. (2007). *A história e técnica dos tapetes de Arraiolos*. (Dissertação de mestrado, Universidade Nova de Lisboa).

Martins, C. (2014). *Quando a escola deixar de ser uma fábrica de alunos*. Jornal Público.

Medeiros, F., & Gravina, A. (2015). Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano. *Revista Eletrónica da Sociedade Brasileira de Matemática*, 1, 3, 1-20.

- Mendes, I. (2008). *Ensino de conceitos geométricos, medidas e simetria: por uma educação (etno) matemática com arte*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- Mesquita, E., & Machado, J. (2019). Formação e reflexividade dos formandos na prática supervisionada. In E. Mesquita, M. C. Roldão & J. Machado (Orgs.). *Prática supervisionada e construção do conhecimento profissional*. (pp. 41-72). Fundação Manuel Leão.
- Ministério da Educação (2018). *Aprendizagens essenciais - 2.º ciclo do ensino básico – história e geografia de Portugal*. Editorial do Ministério da Educação - Direção Geral da Educação.
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens essenciais - 1.º ciclo do ensino básico – matemática*. Editorial do Ministério da Educação - Direção Geral da Educação.
- Nunes, C., & Onuchic, L. (2019). O uso das transformações geométricas através da resolução de problemas na formação de futuros professores de matemática. *Interfaces da Educação*, 10, 30-56.
- Nunes, J. (2020). *Tapete de Arraiolos: oportunidades e desafios de divulgação*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Évora).
- Oliveira, A. (1997). *Transformações geométricas*. Universidade Aberta.
- Pinheiro, C. (2012). *Os materiais manipuláveis e a geometria – um estudo no 6.º ano de escolaridade do Ensino Básico num contexto das isometrias*. [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo].
- Pinto, S. (2011). *Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma proposta para o ensino das isometrias*. [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo].
- Ponte, J. P. (1994). O conhecimento profissional do professor de Matemática. *Educação e Matemática*, 31, 9-20.
- Ponte, J. P. (2010). Conexões no Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação*

e *Matemática*, 110, 3-6.

Ramos, F., Kopke, R., & Domingos, A. (2017). Da arte à matemática...da matemática à arte: uma experiência no ensino português. *Graphica'2017: XII International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design*.

Ribeiro, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática*. (Tese de Doutoramento em Didática da Matemática, Universidade de Aveiro).

Roque, M. (2019). *O tapete no centro de Arraiolos*. A.muse.Arte.

Sampaio, M. F. (2018). *Discursos Didáticos das Expressões Artísticas no 1.º Ciclo do Ensino Básico: Práticas e Estratégias*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).

Sampaio, P. (2012). A matemática através da arte de M.C. Escher. *Millenium*, 42, 49-58.

Santos, V. (2018). *Transformações geométricas e arte no contexto escolar e patrimonial de S. Vicente*. [Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viana do Castelo].

Silva, J. A. (2005). *Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações*. Universidade Católica de Brasília.

Silva P., & Viana, M. (2020). Transformações geométricas no plano: atividades para o 8.º ano de ensino fundamental. *Brazilian Journal of Development*, 6, 83834-83848. DOI:10.34117/bjdv6n10-719

Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. ESEVC: LEM.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da Escola Superior de Educação de Viana do Castelo*, 5, 171- 202.

Vale, I. (2012). Tarefas Geométricas com Recurso a Materiais manipuláveis: alguns exemplos com futuros professores do ensino básico. In Lurdes Serrazina, Fernanda Gomes, J. & José, P. (coord.) *Formação Continua. Relatos e Reflexões*. (pp. 83-99). Lisboa: ESE-IPL, projeto Edulink.

- Veiga, M. A., (2005). *Um perfil ético para educadores*. Palimage Editores.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas Actuais*. IIE.
- Veloso, E. (2012). *Simetria e transformações geométricas*. Associação de Professores de Matemática.
- Veloso, E., Bastos., R., & Figueirinhas, S. (2009). Isometrias e simetria com materiais manipuláveis. *Educação e Matemática*, 101, 23-28.
- Viegas, C. (2018). *Resolução de problemas de proporcionalidade direta no 2.º ciclo do ensino básico*. (Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve).
- Vieira, G., Paulo, R., & e Allevato, N. (2013). Simetria no ensino fundamental através da resolução de problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27,46, 613-630.
- Vieira, H. (2000). *A comunicação na sala de aula*. Editorial Presença.
- Viseu, F., Menezes, L. & Almeida, J. (2013). Conhecimento de geometria e perspetivas de professores do 1.º ciclo do ensino básico1 sobre o seu ensino. *REVEMAT*. v. 08, 1, 156-178.

Índice de Apêndices

Apêndice A – Planificação das aulas	67
Apêndice B – Representações da matemática no artesanato	75
Apêndice C – Ficha informativa	77
Apêndice D – Isometrias nos tapetes de Arraiolos	79
Apêndice E – Matemática no artesanato	82
Apêndice F – Os tapetes dos alunos.....	84
Apêndice G - Ficha para avaliação do trabalho dos alunos	85

Apêndice A – Planificação das aulas

Planificação de aula no âmbito da Matemática

Componente do currículo: Matemática.

Ano de escolaridade: 6.º ano do 2.º Ciclo do Ensino Básico (23 alunos).

Calendarização: 5 de abril, 3 e 5 de maio de 2022.

- **Conteúdo geral e específico**
 - Conteúdo geral: geometria e medida;
 - Conteúdo específico: simetrias de rotação e de reflexão.
- **Objetivo de aprendizagem**

De acordo com as Aprendizagens Essenciais (2021) referentes ao conteúdo geral supracitado da componente do currículo de Matemática, esta tarefa pretende:

1. “Analisar as simetrias de rotação de rosáceas e explicar a forma como foram construídas, relacionando o ângulo mínimo de rotação com as características das rosáceas” (p. 26).

- **Áreas de competência do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO):**

No que se refere ao PASEO (2017) tenciona-se que ao nível das áreas de competências o aluno desenvolva o raciocínio e resolução de problemas; pensamento crítico e pensamento criativo; relacionamento interpessoal; desenvolvimento pessoal e autonomia; sensibilidade estética e artística; saber científico, técnico e tecnológico. As presentes áreas de competências enquadram-se de acordo com as aprendizagens essenciais, referente ao tema geometria e medida.

- **Capacidades da matemática**

No 2.º Ciclo, os alunos desenvolvem um conjunto de competências bem como estratégias para desvendar problemas. Desta forma, num grupo de seis capacidades matemáticas transversais, a presente planificação dá ênfase a cinco das mesmas, nomeadamente a resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática, representações matemáticas e conexões matemáticas.

- **Guia da aula**

A presente planificação é composta por quatro tarefas. A primeira tarefa consiste na observação de uma panóplia de imagens com o objetivo de encontrar matemática nas mesmas (apêndice B). A segunda tarefa caracteriza-se pela identificação de isometrias de reflexão e rotação, através de tapetes de Arraiolos (apêndice D). No que concerne à terceira tarefa, esta define-se pela construção de um tapete de Arraiolos com “pedaços” de tapeçaria como se elucida no apêndice E. Relativamente à quarta e última tarefa, cada aluno irá “criar” a sua obra de Arte, pintando e desenhando cada pedaço de tapeçaria (apêndice F).

Salienta-se ainda que os conteúdos programáticos já foram abordados no 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. Neste sentido pretende-se aprofundar os conceitos do presente ano de escolaridade e ir ao encontro dos mesmos, como é visível nas Aprendizagens Essenciais. Face ao exposto, foi feito o segmento previsto de cada aula e o tempo aproximado, como se observa nas tabelas 1, 2 e 3.

Tabela 1 – Segmentos previstos para a aula e tempo aproximado

Segmentos e tempo aproximado – 5 de abril de 2022
Tarefa 1
Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 20 minutos
Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos
Total de aula: 45 minutos

Tabela 2 – Segmentos previstos para a aula e tempo aproximado

Segmentos e tempo aproximado – 3 de maio de 2022	
Tarefa 2	Tarefa 3
Apresentação – 5 minutos	Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 15 minutos	Trabalho autónomo – 25 minutos
Discussão – 10 minutos	Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos	Síntese – 10 minutos
Total de aula: 90 minutos	

Tabela 3 – Segmentos previstos para a aula e tempo aproximado

Segmentos e tempo aproximado – 5 de maio de 2022
Tarefa 4
Apresentação – 5 minutos
Trabalho autónomo – 20 minutos
Discussão – 15 minutos
Síntese – 5 minutos
Total de aula: 45 minutos

Como se verifica nas tabelas, as aulas iniciam com a professora a cumprimentar os alunos e uma breve explicação de como irão decorrer as mesmas.

A professora clarifica à turma que irão trabalhar em grupo nas primeiras três tarefas, visto que proporcionará desafios de discussão e interação entre eles. A última tarefa é que será

de caráter individual. Salienta-se ainda que durante a apresentação é esclarecido que as tarefas estão interligadas.

Posto isto, existirá um momento de trabalho de autónomo; seguir-se-á um segundo momento destinado à discussão das tarefas; o quarto momento de síntese que terá em vista uma conclusão das aprendizagens matemáticas executadas na aula.

Em seguida o processo repete-se em todas as tarefas, somente altera-se a gestão de tempo como é corroborado nas tabelas.

Em suma, pretende-se contribuir para que os alunos durante as tarefas desenvolvam atitudes de interação, de colaboração, através dos desafios, de forma a garantir um diálogo, realizando a troca de experiências, em grupos.

- **Organização da sala de aula e trabalho dos alunos**

No que concerne ao trabalho autónomo dos alunos será realizado em grupos de três nas primeiras três tarefas e individual na última tarefa. A organização da sala poder-se-á estar disposta como o dia-a-dia dos mesmos. Desta forma, os grupos juntam-se consoante a organização da sala com a orientação da professora.

Reforça-se que todos os grupos são formados pela professora permitindo uma heterogeneidade nos mesmos.

Segundo Cohen & Fradique (2018, citado por Tomlinson, 2008) é primordial que os alunos participem ativamente na “tomada e avaliação de decisões. Ensinar os alunos a partilhar responsabilidades permite que o professor trabalhe com vários grupos, ou alunos individualmente, fomentando-se, deste modo, um ensino diferenciado através da diversificação e, simultaneamente, da individualização das estratégias” (p. 60).

- **Possíveis dificuldades dos alunos**

Os alunos podem apresentar algumas dificuldades na organização e resolução das respostas, nas três últimas tarefas. Contudo, pode-se evidenciar mais obstáculos na terceira tarefa, porque os alunos poderão apresentar os “pedaços” de tapeçaria em translação, em vez de reflexão. Relativamente à segunda tarefa parece-me mais acessível e visível as respostas, porém os alunos podem já não se lembrar dos conteúdos. Neste

sentido, é entregue uma ficha de revisão de conteúdos para utilizarem durante as três últimas tarefas (apêndice B).

- **Recursos**

Para a realização das duas aulas são necessários diversos recursos, nomeadamente:

1. Borracha;
2. Cartolinas;
3. Cola-batom;
4. Ficha de avaliação do trabalho dos alunos (apêndice C);
5. Fichas de trabalho (apêndices B, D e E);
6. Ficha de trabalho em tamanho A3 (apêndice E);
7. Folhas de rascunho;
8. Lápis e/ou caneta azul ou preta;
9. Lápis de cor e/ou canetas;
10. Tesoura.

- **Descrição das tarefas**

Em primeira instância salienta-se que a presente planificação apresenta três aulas, duas de quarenta e cinco minutos e uma de noventa minutos. Em todas as aulas a sequência prevista é a mesma, simplesmente muda as tarefas e a gestão de tempo de cada segmento. Desta forma, é explicado como está planeado cada a aula, podendo estas sofrerem alterações.

A primeira aula, dia 5 de abril, destina-se à identificação de matemática nos Tapetes de Arraiolos (apêndice B) bem como uma breve introdução da sua origem. A segunda aula, dia 3 de maio, corresponde à identificação de isometrias de reflexão e rotação nos mesmos tapetes (apêndice D) bem como a construção de um tapete com recurso ao material disponibilizado (apêndice E). A terceira aula, dia 5 de maio, visa consolidar e assimilar os conteúdos programáticos com o intuito de que todos os alunos consigam ser capazes de identificar e classificar isometrias no dia-a-dia (apêndice F). Refere-se ainda que da primeira tarefa para as outras vai um período de quase um mês, pois esse período remete-se para a exploração do conteúdo – *isometrias*, através do manual da turma.

Primeira tarefa – dia 5 de abril

Inicialmente, a professora pede para cada aluno ler o enunciado da tarefa (apêndice B), em silêncio. Após a leitura, solicita a um grupo para explicarem pelas suas palavras o que se pretende realizar, dando um exemplo com uma das imagens dos tapetes de Arraiolos, sem dar a resposta. Esta explicação considera-se crucial que todos tenham compreendido como funciona o mesmo e iniciarem a trabalhar matematicamente nas tarefas.

Os alunos são avisados quando faltar cinco minutos para terminarem, reforçando que têm de passar as respostas na folha do enunciado, se necessário.

Na discussão de resultados pretende-se que os alunos exponham as suas ideias e as suas dificuldades. Relativamente, à síntese é realizado um debate em que os alunos têm de dar exemplos de onde podem encontrar matemática no dia-a-dia.

Ainda nesse dia, como a tarefa está planeada para quarenta e cinco minutos e a aula é de noventa minutos, pretende-se iniciar o conteúdo das isometrias, mais concretamente a – *Mediatriz de um segmento de reta*, como se verifica no manual da turma.

Segunda e terceira tarefa – dia 3 de maio

Inicialmente, a professora pede para cada aluno ler o enunciado da primeira tarefa (apêndice D), em silêncio. Após a leitura, solicita a um grupo para explicarem pelas suas palavras o que se pretende realizar, dando um exemplo com uma das imagens dos tapetes de Arraiolos, sem dar a resposta. Esta explicação considera-se crucial que todos tenham compreendido como funciona o mesmo e iniciarem a trabalhar matematicamente nas tarefas.

De seguida, a professora começa a circular pelos grupos sem se aproximar muito, unicamente para entender o que estão a realizar, sem interromper. Os grupos debatem as respostas e fazem o registo numa folha de rascunho e/ou na ficha de trabalho.

É de salientar que os alunos são avisados quando faltar cinco minutos para terminarem, reforçando que têm de passar as respostas na folha do enunciado, se necessário.

Posteriormente, a professora recolhe todos os registos e aponta notas breves das respostas dos grupos e o que importa debater em turma. É ainda de referir que as notas são feitas

em pouquíssimo tempo e de forma esquematizada. Este momento é primordial para a docente focar-se mais nas dificuldades da turma e o que precisa abordar.

De seguida, volta a entregar aos grupos os seus registos e é realizada a correção e discussão de resultados. Na discussão de resultados pretende-se que os alunos exponham as suas ideias, as suas dificuldades e aquilo que aprenderam.

Para terminar a primeira tarefa, é feita uma síntese com o objetivo de a professora esquematizar no quadro da sala os conteúdos que aprenderam, com a participação da turma.

Posteriormente, quando os alunos já estão mais familiarizados dos conceitos é entregue a terceira tarefa (apêndice E). Os alunos irão ler apenas em grupo e a professora somente intervém se necessário.

Relativamente aos recursos da segunda tarefa, é entregue um enunciado como se encontra no apêndice E. Nesse enunciado, os alunos não fazem os seus registos, porque o mesmo serve de esboço, pois pretende-se que os “pedaços” de tapeçaria estejam representados em igual quantidade, uma vez que tem de a apresentar mais do que uma solução.

Para construírem o tapete é entregue o mesmo enunciado, mas em tamanho A3. Os alunos têm de recortar os “pedaços” de tapeçaria e colocar no respetivo quadrado, seguindo as regras do enunciado. Posto isto, alunos nessa tarefa terão de apresentar mais do que uma solução, por isso serão entregues em sacos separados o dobro dos “pedaços” de tapeçaria bem como uma cartolina para colarem o produto final.

De seguida, o segmento da tarefa é igual ao da primeira, apenas se altera o tempo de discussão e síntese, como é evidenciado no ponto – *guia da aula*. Contudo, nesta tarefa os alunos serão avisados quando faltar sete minutos para entregar o trabalho.

Quarta tarefa – dia 5 de maio

Como já foi referido, a última tarefa é de índole individual e a estrutura da aula é idêntica à terceira tarefa. Enquanto que na terceira tarefa, os alunos apresentam duas soluções para seguir a regra do senhor Manel com os “pedaços” de tapeçaria disponibilizados, nesta tarefa terão de dar asas à imaginação e criar um tapete. A criação do tapete é através do desenho e pintura, de acordo com as mesmas regras.

Em suma é entregue a cada grupo uma ficha de avaliação do trabalho dos alunos (apêndice G).

- **Avaliação das, e para as, aprendizagens dos alunos**

Nesta aula pretende-se promover uma avaliação construtiva porque permite formas de desvendar uma tarefa, com o intuito de realizarem melhores resultados no futuro (Silva & Lopes, 2020).

Segundo Silva & Lopes (2020), a presente ficha de avaliação do trabalho dos alunos (apêndice G) desenvolve “a capacidade dos alunos para avaliarem e melhorarem os seus próprios trabalhos e os dos seus colegas” (p. 92). Salienta-se que a ficha é preenchida em grupo, após a realização das tarefas.

Considera-se pertinente que o professor partilhe com os alunos as suas duas estrelas e um desejo sobre os trabalho. Os mesmos autores reforçam que este momento “permite demonstrar o procedimento e reforça a importância de os alunos o fazerem para a melhoria da qualidade da sua aprendizagem” (p. 95).

(Planificação sujeita a alterações)

Ficha Trabalho de Matemática - 6º Ano **Isometrias**

2021/2022

Nomes: _____ Data: __/__/2022 Professora estagiária: Matilde Moita

Representações da matemática no artesanato

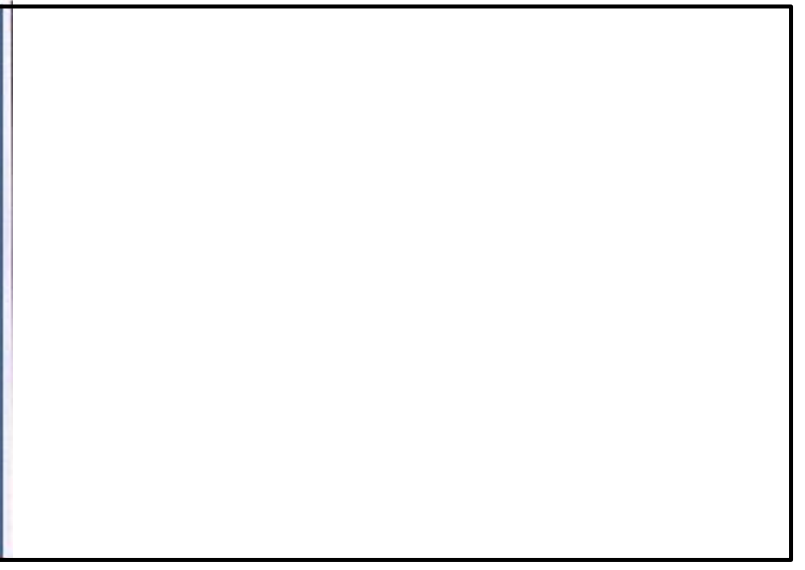
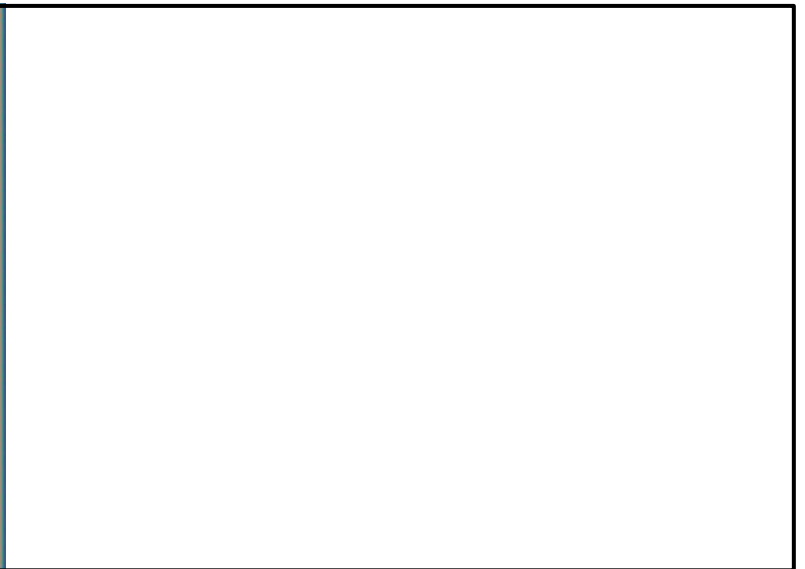
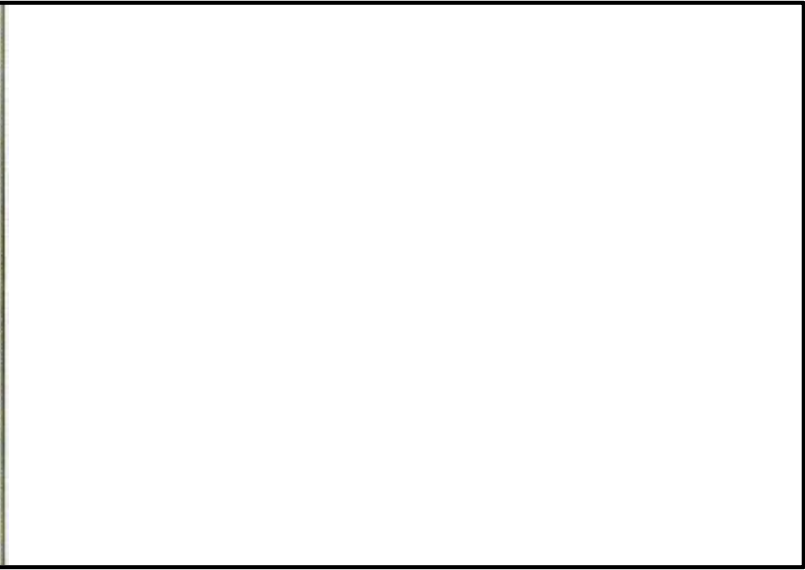
Os tapetes de Arraiolos, de acordo com a história, característicos da vila alentejana, têm influência árabe, visto que permaneceram no território português, durante séculos. Desta forma, ao observar os tapetes de Arraiolos podemos constatar a presença de distintas cores assim como a geometria, nomeadamente figuras geométricas.

1. Analisa os tapetes de Arraiolos.

1.1. O que observas em cada tapete? Consegues encontrar matemática?

Indica os conceitos, através de escrita, desenhos e/ou esquemas no espaço à direita.





Ficha informativa

Transformações geométricas

A palavra transformação indica “mudança”. Desta forma, as transformações geométricas referem-se a mudanças relacionadas com figuras geométricas (Nunes, 2020).

Simetria de Reflexão



Uma figura plana tem **simetria de reflexão** quando existe uma reflexão tal que as imagens dos pontos da figura por essa reflexão formam a mesma figura, isto é, quando a figura plana tem um eixo de simetria.


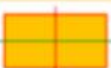



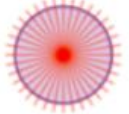
<p>Triângulo isósceles</p>  <p>Um eixo de simetria Uma simetria de reflexão</p>	<p>Retângulo</p>  <p>Dois eixos de simetria Duas simetrias de reflexão</p>	<p>Triângulo equilátero</p>  <p>Três eixos de simetria Três simetrias de reflexão</p>
<p>Quadrado</p>  <p>Quatro eixos de simetria Quatro simetrias de reflexão</p>	<p>Hexágono regular</p>  <p>Seis eixos de simetria Seis simetrias de reflexão</p>	<p>Círculo</p>  <p>Infinidade de eixos de simetria Infinidade de simetrias de reflexão</p>

Figura 1 - Simetria de Reflexão (Neves & Faria, 2021)

Simetria de Rotação



Diz-se que uma figura tem **simetria de rotação** quando existe pelo menos uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação formam a mesma figura.

Uma figura só terá **simetria de rotação** se existir uma rotação de amplitude superior a 0° e inferior a 360° que transforma a figura inicial na mesma figura.

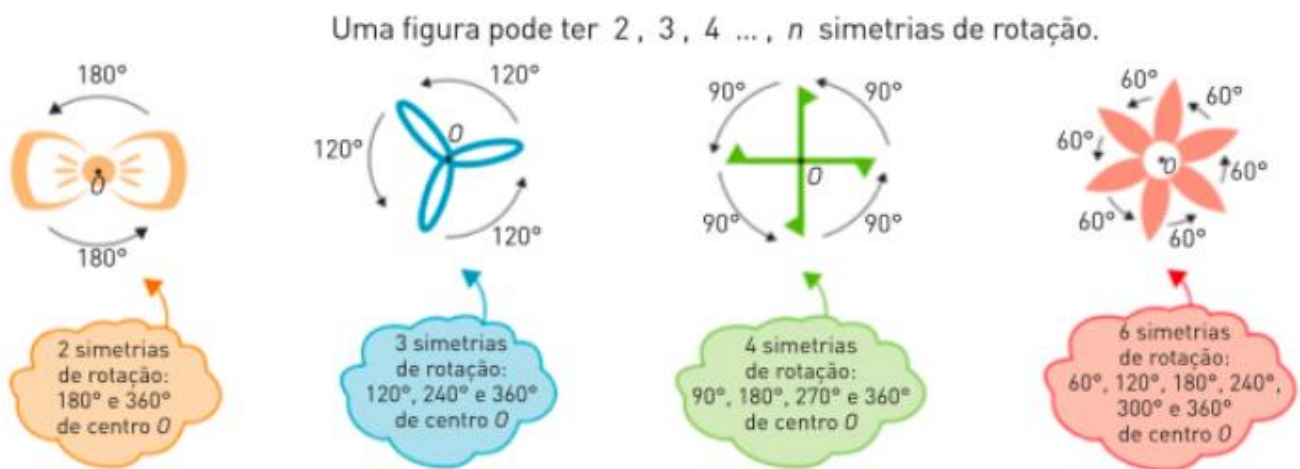


Figura 2 - Simetria de Reflexão (Neves & Faria, 2021)

No movimento da rotação há sempre um ponto fixo – **centro da rotação** e um ângulo – **ângulo da rotação**

Podemos encontrar transformações geométricas no nosso dia-a-dia. Dá alguns exemplos.

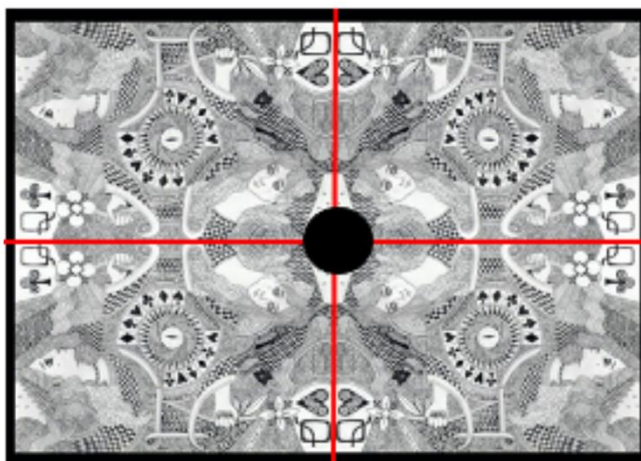
Isometrias nos tapetes de Arraiolos

TAPETE DE ARRAIOLOS

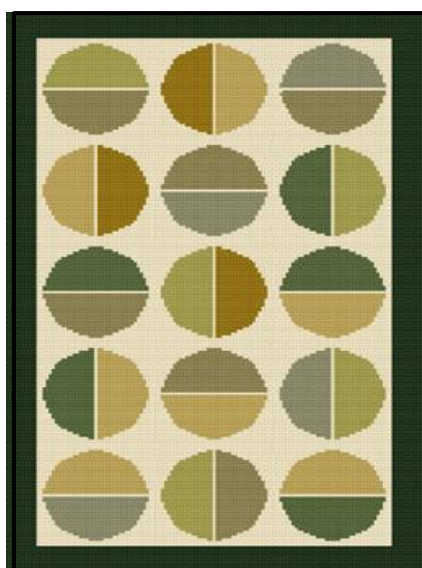


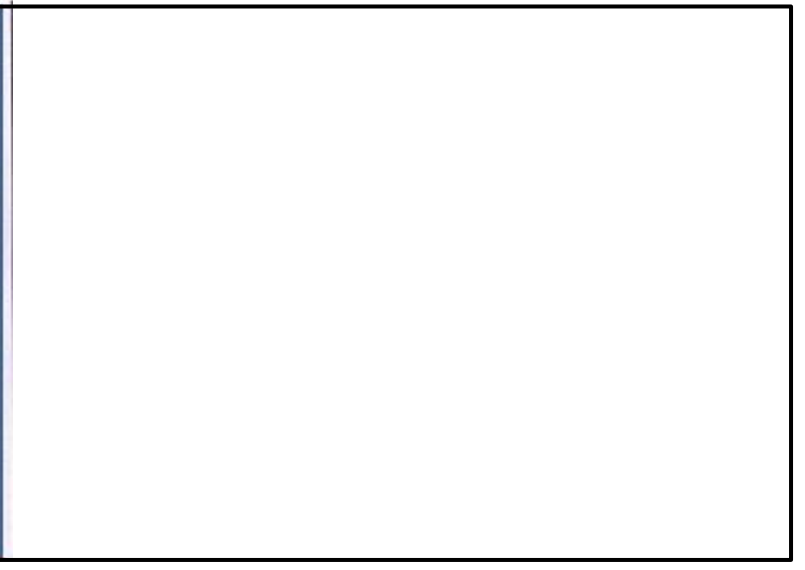
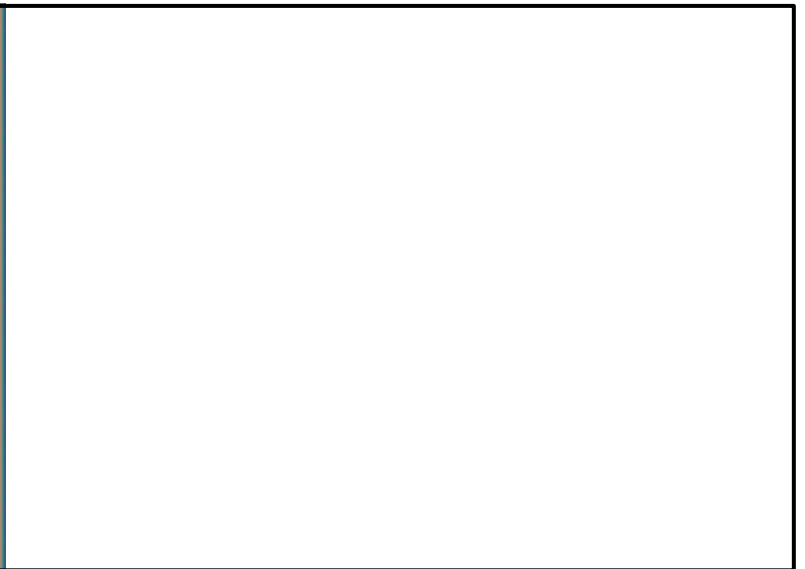
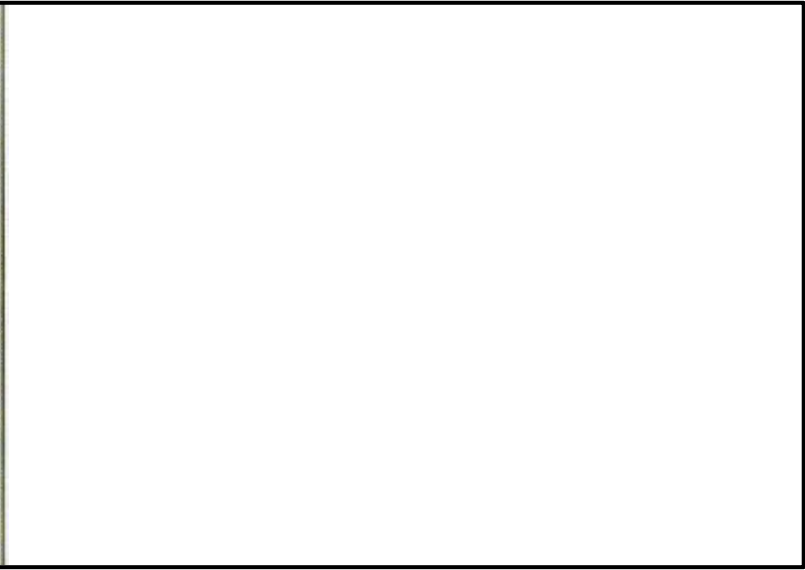
1

A filha mais nova do Senhor Manel desenhou um projeto para a sua mãe bordar um Tapete de Arraiolos. Antes de a mãe começar a bordar, o Senhor Manel confirmou que o projeto tinha dois eixos de simetria perpendiculares e uma rotação de 180° , com o centro na interseção dos eixos, como mostra a figura. Sendo uma regra que tinham de cumprir.



1.1.Verifica, se os tapetes que já foram feitos pela esposa do senhor Manel cumpriram essa regra.





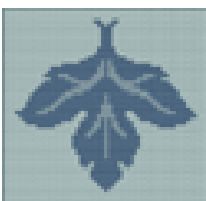
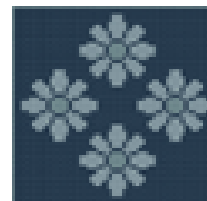
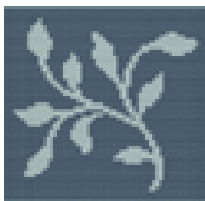
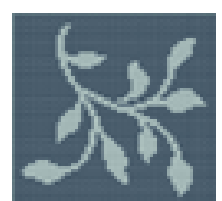
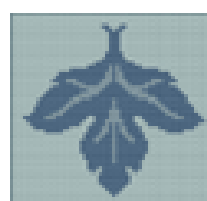
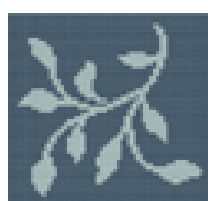
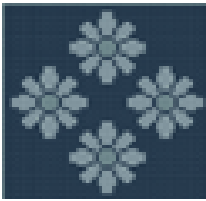
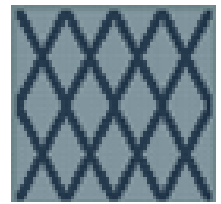
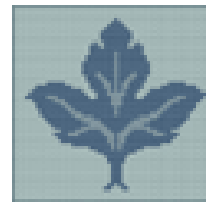
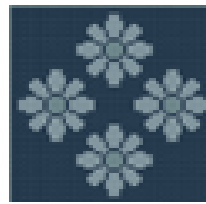
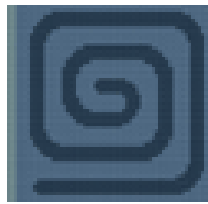
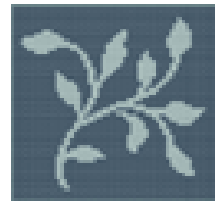
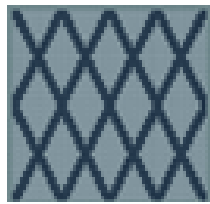
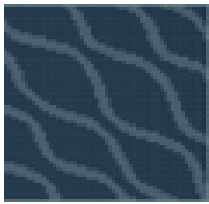
Ficha Trabalho de Matemática - 6º Ano *Isometrias*

2021/2022

Nomes: _____ Data: __/__/2022 Professora estagiária: Matilde Moita

Matemática no artesanato

- 1. **Recorta e cola** os pedaços de tapeçaria, de forma a formares um “tapete de Arraiolos” seguindo a regra do senhor Manel.
- 1.1. **Apresenta** pelo menos duas soluções.



Ficha Trabalho de Matemática - 6º Ano **Isometrias**



2021/2022

Nome: _____ Data: ___/___/2022 Professora estagiária: Matilde Moita

Os tapetes dos alunos

1. **Dá** asas à imaginação e **cria** a tua obra de Arte, de acordo com as regras do senhor Manel.
 - ✓ **Desenha e pinta** cada pedaço de tapeçaria, de forma a construíres um tapete **SUPER** original.

Ficha para avaliação do trabalho dos alunos

Ficha para avaliação do trabalho dos alunos	
<p>Indiquem “duas estrelas” aos aspetos que te permitem fazer comentários positivos sobre o vosso trabalho.</p>	
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Mencionem “um desejo” (uma ideia que pensam que pode ser melhorada no trabalho).</p>	
	<hr/> <hr/>
Nome: _____	N.º _____
Nome: _____	N.º _____
Nome: _____	N.º _____