

José S. Moita

Dep. Eng. Mecânica
Escola Superior de
Tecnologia
Universidade do
Algarve

CONTROLE ACTIVO DE ESTRUTURAS

ADAPTATIVAS COM SENSORES E

ACTUADORES PIEZOELETRICOS

RESUMO

Nos últimos anos o estudo de estruturas inteligentes tem atraído vários investigadores devido às suas potenciais vantagens numa larga gama de aplicações, tais como controle de forma, supressão de vibrações, atenuação de ruído e detecção de dano. O uso de materiais “inteligentes” tal como os materiais piezoeléctricos na forma de lâminas ou “patches”, embebidas ou coladas na superfície de estruturas construídas de materiais compósitos, permite assim obter estruturas que por um lado são adaptativas e por outro revelam excelentes propriedades mecânicas, aumentando assim bastante o desempenho e a fiabilidade de sistemas estruturais. Os materiais piezoeléctricos têm a propriedade de gerar uma carga eléctrica sob a acção duma carga mecânica e o reverso, isto é, aplicando um campo eléctrico nos elementos piezoeléctricos da estrutura, esta deforma-se. Neste trabalho, é apresentado um modelo de elementos finitos, baseado na teoria clássica de placas, desenvolvido para a análise do controle activo em estática e dinâmica lineares de estruturas integrando sensores e actuadores piezoeléctrico na forma de lâminas, os quais introduzem um grau de liberdade referente ao potencial eléctrico, por cada camada piezoeléctrica do elemento finito. É utilizado método de Newmark para a solução iterativa das equações de equilíbrio. Apresentam-se os resultados obtidos em três exemplos ilustrativos.

RELAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações constitutivas dum meio piezoeléctrico deformável são:

$$\bar{\mathbf{s}} = \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{e}} - \bar{\mathbf{e}} \bar{\mathbf{E}} \quad ; \quad \bar{\mathbf{D}} = \bar{\mathbf{e}}^T \bar{\mathbf{e}} + \bar{\mathbf{p}} \bar{\mathbf{E}}$$

onde $\bar{\mathbf{s}} = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy}]^T$ é o vector das tensões elásticas e $\bar{\mathbf{e}} = [\epsilon_{xx} \ \epsilon_{yy} \ \gamma_{xy}]^T$ é o vector das de-

formações elásticas, $\bar{\mathbf{Q}}$ é a matriz constitutiva, $\bar{\mathbf{e}}$ é a matriz dos coeficientes piezoeléctricos, $\bar{\mathbf{E}}$ o vector do campo eléctrico, $\bar{\mathbf{D}}$ o vector do deslocamento eléctrico e $\bar{\mathbf{p}}$ a matriz dos coeficientes dieléctricos, no sistema de eixos local (x,y,z) do elemento laminado.

O vector do campo eléctrico $\bar{\mathbf{E}}$, é o gradiente negativo do potencial eléctrico ϕ na lâmina k de espessura t_k :

$$\bar{\mathbf{E}} = -\nabla \phi$$
$$\bar{\mathbf{E}} = \{0 \ 0 \ E_z\}^T$$

onde

$$E_z = -\phi/t_k$$

O vector das deformações em electroelasticidade pode ser escrito na forma seguinte

$$\hat{\mathbf{e}} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{e}} \\ -\bar{\mathbf{E}} \end{Bmatrix}$$

As equações constitutivas podem então ser escritas na forma:

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{Bmatrix} \bar{\boldsymbol{\sigma}} \\ \bar{\mathbf{D}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}} & \bar{\mathbf{e}} \\ \bar{\mathbf{e}}^T & -\bar{\mathbf{p}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{e}}^L \\ -\bar{\mathbf{E}} \end{Bmatrix} = \hat{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{e}}$$

FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

O Princípio do Trabalho Virtual em dinâmica contempla além da energia elástica de deformação e do trabalho das forças exteriores aplicadas, a energia cinética do corpo. O Princípio de Hamilton, aplicado a um elemento laminado, é definido por:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{K=1}^N \left\{ \int_{A^e} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \delta \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{C}}_k \hat{\mathbf{e}}^L dz dA^e - \int_{A^e} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \delta \mathbf{u}^T \rho_k \mathbf{u} dz dA^e \right\} - \mathfrak{R} dt = 0$$

onde o primeiro termo é δU , energia elástica de deformação virtual, o segundo termo é δT , energia cinética virtual do corpo, no qual ρ é a massa específica do material constituinte do corpo, \mathbf{u} é o vector velocidade, e, t_1 e t_2 são os limites do tempo onde $\delta \mathbf{u} = 0$.

Usando o método dos elementos finitos, o sistema de equações resultante no referencial global, é:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{ext}^{mec}(t) \\ \mathbf{F}^{ele}(t) \end{Bmatrix}$$

onde \mathbf{M} é matriz de massas, \mathbf{K} a matriz de rigidez, $\mathbf{F}_{ext}^{mec}(t)$ a carga exterior aplicada e $\mathbf{F}^{ele}(t)$ a carga eléctrica, \mathbf{q} o vector dos deslocamentos e ϕ o vector dos potenciais eléctricos.

ESTÁTICA LINEAR

Pode-se conceber uma estrutura integrando sensores e actuadores, a funcionar do modo que a seguir se indica. Primeiro, a estrutura deforma-se sob a acção duma carga mecânica exterior, a que corresponde um vector de deslocamentos e um vector de diferenças de potencial induzidas nos sensores, o que é traduzido pelas seguintes expressões:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} \\ \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{ext}^{mec} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

Da segunda destas equações, não havendo acção dos actuadores, retira-se:

$$\begin{Bmatrix} \phi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \end{Bmatrix}$$

Estas diferenças de potencial induzidas nos sensores são amplificadas por um amplificador de carga, e aplicadas nos actuadores,

$$\phi^{(A)} = G_f \phi^{(S)} = -G_f \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \end{Bmatrix} \right)$$

onde G_f é o ganho do amplificador, deformando-se agora a estrutura sob a acção dos actuadores,

resultando um vector de deslocamentos dado pela seguinte expressão:

$$\left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{u\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \end{Bmatrix} =$$

$$G_f \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{u\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^{mec} \end{Bmatrix} \right)$$

O vector dos deslocamentos finais é então:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^{mec} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^{act} \end{Bmatrix}$$

DINÂMICA LINEAR

Em dinâmica linear o sistema de equações, pode ser decomposto na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{mec}^{ext}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi^{(A)} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \phi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \end{Bmatrix}$$

Assumindo um controle de velocidade negativo, o potencial eléctrico aplicado nos actuadores é dado por:

$$\phi^{(A)} = -G_f \dot{\phi}^{(S)}$$

sendo $\dot{\phi}^{(S)}$ a derivada em ordem ao tempo de $\phi^{(S)}$.

Vem então:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} + (C_R + C_A) \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{u\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{mec}^{ext}(t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}$$

onde $C_R = \alpha \mathbf{M}_{uu} + \beta \mathbf{K}_{uu}$ é o amortecimento do tipo Rayleigh, e $C_A = G_f \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{u\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\phi u} \end{bmatrix}$ é o amortecimento devido ao controle activo

A solução desta equação é obtida usando o método directo de Newmark.

APLICAÇÕES

Estática Linear.

Viga adaptativa com controle activo.

Uma viga encastrada, Figura 1, é constituída por duas lâminas de graphite/epoxy com a sequência de laminação $[0^\circ/90^\circ]$, e propriedades materiais $E_1 = 150 \text{ GPa}$, $E_2 = 9 \text{ GPa}$, $G_{12} = 7.1 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0.30$, e duas lâminas de PVDF coladas àquelas, funcionando a lâmina superior como sensor e a lâmina inferior como actuador. As propriedades materiais e piezoeléctricas do PVDF, são: $E_1 = E_2 = 2 \text{ GPa}$, $G_{12} = 1 \text{ GPa}$, $e_{31} = e_{32} = 0.046 \text{ C/m}^2$, $p_{33} = 1.062 \times 10^{-10} \text{ F/m}$, $\nu_{12} = 0$. As espessuras de todas as lâminas são de 0.00025 m . É aplicada uma carga mecânica exterior na extremidade livre da viga de modo a obter um deslocamento de 1 mm nessa extremidade. Com um ganho $G_f = 1440$, obtém-se a deformação da placa devido aos potenciais eléctricos dos actuadores Usando uma malha de (5×1) , 10 elementos triangulares, as deformadas obtidas são mostradas na Figura 2. Observa-se que com este ganho se obtém uma deformada final praticamente equivalente à deformada inicial (nula).

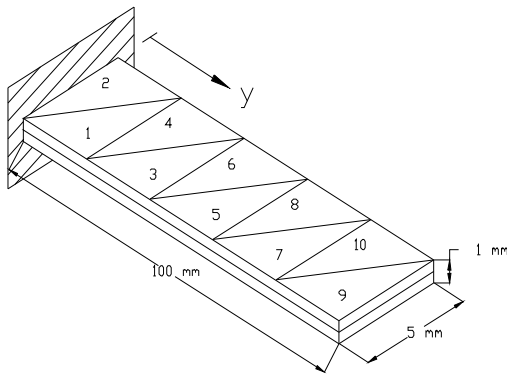


Figura 1. Viga encastrada

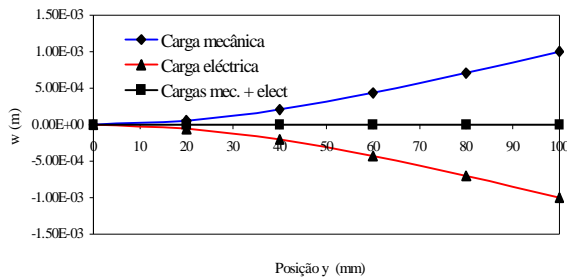


Figura 2. Deformadas da viga

Dinâmica Linear.

Viga adaptativa com controle activo da ressonância.

Uma viga simplesmente apoiada de graphite-epoxy, com sequência de laminação $[a/0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ/s]$, com as lâminas feitas de

PVDF coladas nas superfícies superior e inferior da estrutura principal. As propriedades mecânicas e piezoeléctricas do PVDF são :

$$E_1 = E_2 = 2 \text{ GPa}, G_{12} = 0.775 \text{ GPa}, \nu_{12} = 0.29, \\ p_{33} = 1.062 \times 10^{-10} \text{ F/m} \quad e_{31} = e_{32} = 0.046 \text{ C/m}^2 \\ \rho = 1800 \text{ kg/m}^3.$$

As propriedades mecânicas da graphite-epoxy são $E_1 = 98 \text{ GPa}$, $E_2 = 7.9 \text{ GPa}$, $G_{12} = 5.6 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0.28$, $\rho = 1520 \text{ kg/m}^3$, e têm espessura $0.125 \times 10^{-3} \text{ m}$. Um intervalo de tempo $\Delta t = 0.00125 \text{ s}$ foi usado no método de Newmark, e amortecimento de Rayleigh não foi considerado. Tem-se uma vibração forçada por aplicação duma carga transversal harmónica uniformemente distribuída $q(t) = q_0 \sin 2\pi f t$ com magnitude $q_0 = 7.5 \text{ N/m}^2$ e frequência igual à frequência fundamental $f = 50 \text{ Hz}$. A Figure 3 ilustra as respostas dinâmicas não controlada e controlada do deslocamento na linha média da viga, observando-se o efeito do controle activo.

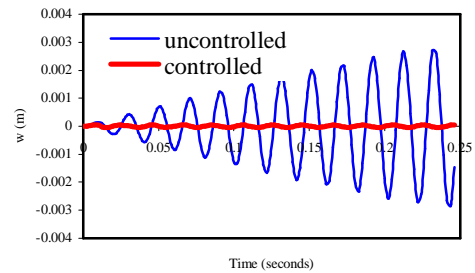


Figura 3. Deslocamento versus tempo

Placa adaptativa com controle activo.

Uma placa quadrada (axa), encastrada num lado e livre nos outros lados, tem a sequência de laminação $[a/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/45^\circ/s]$, onde a e s representam as lâminas piezoelectricas actuadora e sensora respectivamente. Estas lâminas são feitas de PZT, e coladas nas superfícies superior e inferior respectivamente. As suas propriedades materiais e piezoelectricas são:

$$E_1 = E_2 = 63 \text{ GPa}, \nu = 0.3, G_{12} = 24.2 \text{ GPa},$$

$$p_{33} = 15 \times 10^{-9} \text{ F/m}, d_{31} = d_{32} = 254 \times 10^{-12} \text{ m/V}, \\ \rho = 7600 \text{ kg/m}^3. \text{ As outras lâminas são feitas de graphite/epoxy de propriedades materiais:}$$

$E_1 = 150 \text{ GPa}$, $E_2 = 9 \text{ GPa}$, $G_{12} = 7.1 \text{ GPa}$, $\nu_{12} = 0.30$, $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$. A placa tem comprimento $a = 0.2 \text{ m}$ e as espessuras das lâminas de graphite/epoxy e PZT são 0.00025 m e 0.0001 m respectivamente. A placa é carregada inicialmente por uma carga uniformemente distribuída $p = 1 \text{ kPa}$. Esta carga é então removida deixando a placa em vibração livre, em resposta à deformação inicial. O método de Newmark é

usado com um intervalo de tempo $\Delta t=0.004$ s, com $\gamma=0.25$ e $\delta=0.50$. Os valores dos coeficientes de amortecimento tomados foram $\alpha=1 \times 10^{-6}$ e $\beta=8 \times 10^{-5}$. Usando uma malha de (4×4) elementos e ganhos $G_f = 0.0 ; 0.002$, os deslocamentos no tempo obtidos para o ponto médio do lado livre oposto ao encastrado, são mostrados na Figura 4. Desta figura observa-se que ao fim de 0.466 segundos, a amplitude decresceu de 33.3 % e 75.0 % respectivamente para $G_f = 0.0$ e $G_f = 0.002$.

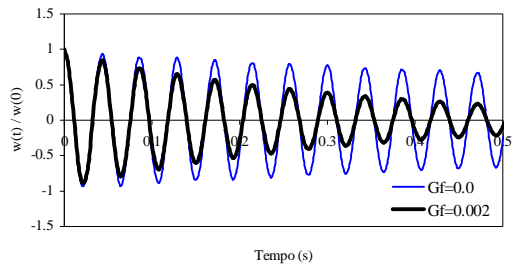


Figura 4. Deslocamento adimensional versus tempo

REFERÊNCIAS

Moita, J.S., Mota Soares, C.M. e Mota Soares, C.A., “Geometrically Non-Linear Analysis of Composite Structures with Integrated Piezoelectric Sensors and Actuators”, *Composite Structures*, 57, 1-4, pp. 253-261, 2002.

Newmark, N.M., “A Method of Computation for Structural Dynamics”, *Journal of Engineering Mechanics Division* 3, pp. 67-94, 1959.

Reddy, J.N., *Mechanics of laminated composite plates*, CRC Press, Boca Raton, New York, 1997.

Samanta, B., Ray, M.C. e Bhattacharrya, R., “Finite Element Model for Active Control of Intelligent structures”, *AIAA Journal*, 34, 9, pp. 1885-1893, 1996.

Senthil, V.G., Varadan, V.V. e Varadan, V.K., “A Review and Critique of Theories for Piezoelectric Laminates”, *Smart Material Structures*, 9, pp. 24-28, 1999.