



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

*A matemática no ensino e na investigação –
o estágio e as F-Tool*

Cristina dos Ramos Simão Godinho

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino
Secundário

Trabalho efetuado sob a orientação de:
Doutora Ana Conceição

2012

UNIVERSIDADE DO ALGARVE

*A matemática no ensino e na investigação –
o estágio e as F-Tool*

Cristina dos Ramos Simão Godinho

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino
Secundário

Trabalho efetuado sob a orientação de:
Doutora Ana Conceição

2012

A matemática no ensino e na investigação – o estágio e as F-Tool

Declaração de autoria de trabalho

Declaro ser a autora deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

Copyright: Cristina Simão

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Nuno, obrigada pelo apoio e pela paciência infinita.
Desculpa a falta de tempo, prometo compensar-te daqui para a frente!
Obrigada família, sem vocês nunca teria certamente chegado aqui!
Obrigada por todo o apoio e por terem contribuído para ser o que sou hoje!
Cátia, fizemos uma excelente dupla, não foi! Obrigada!
Orientadores cooperantes, obrigada por toda a dedicação e paciência.
Obrigada por terem partilhado comigo a vossa experiência!
Professora Ana, foi sem dúvida alguma a melhor orientadora que poderia ter tido.
Obrigada!

RESUMO

Este trabalho apresenta um relato dos factos que considerei mais relevantes que ocorreram ao longo do ano letivo 2011/2012 relacionados com a Prática de Ensino Supervisionada (PES) integrada no plano de estudos do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário da Universidade do Algarve. Assim, serão focados aspetos sobre o estágio. Em particular, serão apresentadas as escolas e as turmas onde este ocorreu bem como, relatos de factos relevantes referentes às aulas que assisti e ainda apresentadas planificações completas sobre as aulas lecionadas. As aulas lecionadas também serão acompanhadas de reflexões críticas. Serão igualmente referidos os seminários apresentados na Universidade do Algarve no âmbito da PES.

Na formação atual de qualquer professor deve ser tido em conta o uso das tecnologias em sala de aula. Assim, no decorrer da PES iniciei, juntamente com a Dra. Cátia Silva (colega de estágio), o Dr. José Luís Pereira (aluno de doutoramento da UAlg) e a minha orientadora, Doutora Ana Conceição, um projeto inovador na área do ensino, distinguido com o prémio Timberlake¹. Idealizámos, criámos e implementámos Software Educacional tendo em vista a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Desta forma, neste relatório, apresento o conceito F-Tool, isto é, ferramentas de ensino visuais, dinâmicas e interativas que permitem explorar de uma forma inovadora alguns dos principais conceitos matemáticos nas áreas de pré-cálculo e cálculo diferencial, nos níveis básico, secundário e universitário. As ferramentas digitais por nós concebidas e desenvolvidas foram implementadas com recurso ao sistema de álgebra computacional *Mathematica*.

Por último, apresento uma reflexão final sobre toda a PES e a experiência na investigação.

Palavras-chave: Prática de Ensino Supervisionada (PES), Processo de Ensino e de Aprendizagem da Matemática, Estágio, *Software* Educacional, F-Tool, Sistema de Álgebra Computacional *Mathematica*.

¹ Prémio Timberlake de Melhor Artigo de Jovem Investigador – 1st *National Conference on Symbolic Computation in Education and Research*, Instituto Superior Técnico, abril de 2012.

ABSTRACT

This work presents an account of the facts that I found most relevant that occurred over the school year 2011/2012 related to Supervised Teaching Practice (PES) integrated in the curriculum of the Master of Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Therefore it will focus on the internship issues. In particular, it will present the schools and classes where the internship occurred and it will report the relevant facts concerning observed lessons and complete lesson plans of the lessons taught. These will also be accompanied by critical reflection. It will also include the presented seminars at UALG within the PES.

Currently in every teacher training it should be considered the importance of using the technologies in the classroom. Knowing that I also focused on research, I developed in partnership with Dr. Ana Conceição (internship advisor), the teacher Cátia Silva (co-stage) and Dr. José Luís Pereira (PhD student), the F-Tool, educational software. It is a dynamic and interactive tool with the purpose of helping to improve the teaching learning process of mathematics, particularly in the pre-calculus and calculus of real functions of a real variable. This innovative teaching project was distinguished with the Timberlake prize². We use as a resource the computer algebra system Mathematica.

Finally, I present a final reflection on the entire PES and my personal experience in the research.

Keywords: Supervised Teaching Practice (PES), Mathematics Teaching Learning Process, taught classes, Educational Software, F-Tool, Computer Algebra System *Mathematica*.

² Timberlake Award for Best Article by a Young Researcher – 1st National Conference on Symbolic Computation in Education and Research, Instituto Superior Técnico, april 2012.

ÍNDICE GERAL

RESUMO	6
ABSTRACT	7
ÍNDICE GERAL	8
ÍNDICE DE GRÁFICOS	10
ÍNDICE DE TABELAS	11
ÍNDICE DE FIGURAS	12
INTRODUÇÃO	14
1. Prática Docente	16
1.1. Ensino Secundário.....	16
1.1.1. Identificação da Escola.....	16
1.1.2. Caracterização das turmas	17
1.1.3. Aulas assistidas	19
1.1.4. Aulas lecionadas.....	35
1.1.5. Prática docente não letiva.....	67
1.2. 3.º Ciclo do Ensino Básico	69
1.2.1. Identificação da Escola.....	69
1.2.2. Caraterização das turmas.....	70
1.2.3. Aulas assistidas	71
1.2.4. Aulas lecionadas.....	76
1.2.5. Prática docente não letiva.....	100
2. Investigação no ensino	102
2.1. O conceito F-Tool	102
2.1.1. A importância da investigação para o ensino.....	102
2.1.2. O conceito F-Tool	104
2.2. Seminários.....	115
2.2.1. Função Quadrática no 10.º ano.....	115

2.2.2. Teoria Matemática das Eleições.....	116
3. Reflexão Final	121
3.1. PES.....	121
3.2. Investigação.....	125
BIBLIOGRAFIA.....	128
ANEXOS.....	131

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1.1: Representação de dois terços de 60 minutos.....	79
Gráfico 1.2: Função de proporcionalidade inversa, $k>0$	81
Gráfico 1.3: Função de proporcionalidade inversa, $k<0$	81
Gráfico 1.4: Resolução do exercício 4 b) da ficha de trabalho n.º 17.	81
Gráfico 1.5: Representação gráfica da função $y = x$	86
Gráfico 1.6: Representação gráfica das funções: f, f_1, f_2, f_3 e f_4	87
Gráfico 1.7: Representação gráfica das funções: f, f_1, f_2, f_3 e f_4	92
Gráfico 2.1: Conjunto de funções da família das funções afim.	111

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1: Organização do quadro da sala de aula.	52
Tabela 1.2: Os sinais das coordenadas em cada octante.	56
Tabela 1.3: Resolução do exercício 1 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.....	85
Tabela 1.4: Parte 1 da tabela do exercício 2 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.....	86
Tabela 1.5: Parte 2 da tabela do exercício 2 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.....	86
Tabela 1.6: Resolução do exercício 2 a) da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.....	87
Tabela 1.7: Parte 1 da tabela do exercício 1 da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.....	91
Tabela 1.8: Parte 2 da tabela do exercício 1 da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.....	91
Tabela 1.9: Parte da resolução do exercício 1 d) da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.....	92

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Escola Secundária José Belchior Viegas	17
Figura 1.2: Planificação de um tetraedro no programa <i>Poly</i>	22
Figura 1.3: Programa para desenhar secções no cubo do e-manual.....	23
Figura 1.4: Imagem relativa ao Exercício 9 da página 78.....	37
Figura 1.5: Vista lateral da imagem do exercício 11 da página 78.....	38
Figura 1.6: Material relativo ao exercício 11 da página 78 antes de ser montado.....	38
Figura 1.7: Material relativo ao exercício 11 da página 78 depois de montado.....	38
Figura 1.8: Resolução do exercício 13.1 da página 79.....	39
Figura 1.9: Representações da secção obtida no exercício 13.2 da página 79.....	39
Figura 1.10: Imagem relativa à Proposta 2 da página 80.....	40
Figura 1.11: Sólido resultante da rotação do trapézio da Proposta 6 da página 81 e a sua planificação.....	40
Figura 1.12: Material relativa à Proposta 9 da página 82 montado.....	42
Figura 1.13: Material relativa à Proposta 9 da página 82 antes de ser montado.....	42
Figura 1.14: Planificação do cubo com a indicação do caminho da formiga relativo ao exercício 1 da Proposta 9 da página 82.....	42
Figura 1.15: Planificação do cubo indicando um caminho possível para a formiga relativo ao exercício 2 da Proposta 9 da página 82.....	43
Figura 1.16: Planificação do cubo indicando o caminho mais curto para a formiga relativo ao exercício 2 da Proposta 9 da página 82.....	43
Figura 1.17: Vista de cima do sólido relativo à Proposta 19 da página 87.....	44
Figura 1.18: Imagem relativa à Proposta 19 da página 87.....	44
Figura 1.19: Secção produzida pelo plano DBF no sólido relativo à Proposta 19 da página 87.....	44
Figura 1.20: Simetria central ou simetria em relação a um ponto.....	48
Figura 1.21: Simetria axial.....	48
Figura 1.22: Ponto P no referencial cartesiano no plano.....	49
Figura 1.23: Simétrico de P em relação ao eixo das abcissas.....	49
Figura 1.24: Simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas.....	49
Figura 1.25: Simétrico de P em relação à origem.....	50
Figura 1.26: Esquema para exemplificar no quadro com o giz.....	50
Figura 1.27: Simétrico de P em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.....	51

Figura 1.28: Simétrico de P em relação à bissetriz dos quadrantes pares.....	51
Figura 1.29: Exercício em <i>Autograph</i> apresentado na aula.	52
Figura 1.30: Ilustração da resolução do exercício 56 da página 107.	53
Figura 1.31: Jogo das simetrias do e-manual.	54
Figura 1.32: Referencial cartesiano no espaço, em madeira.	54
Figura 1.33: Referencial ortogonal e monométrico no espaço.....	55
Figura 1.34: Material em esponja representando os octantes em \mathbb{R}^3	55
Figura 1.35: Imagem de um referencial cartesiano no espaço em <i>Autograph</i>	56
Figura 1.36: Imagem relativa ao exercício 59 da página 111.	57
Figura 1.37: Paralelepípedo do exercício 102 da página 143.	60
Figura 1.38: Triângulo [BCG] relativo ao exercício 102 da página 143.....	61
Figura 1.39: Triângulo [ABF] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.	61
Figura 1.40: Triângulo [ABG] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.....	61
Figura 1.41: Triângulo [AFG] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.	61
Figura 1.42: Soma de um ponto com um vetor.	62
Figura 1.43: Soma de dois vetores pela regra do triângulo.....	63
Figura 1.44: Soma de vetores pela regra do paralelogramo.....	63
Figura 1.45: Propriedade comutativa da adição de vetores.....	63
Figura 1.46: Propriedade associativa da adição de vetores.....	64
Figura 1.47: Existência de simétrico na adição de vetores.	64
Figura 1.48: Diferença de vetores.	64
Figura 1.49: Imagem relativa ao exercício 106 da página 146.	64
Figura 1.50: Escola E B 2,3 João da Rosa.	69
Figura 1.51: Ilustração da atividade sobre o referencial cartesiano.	73
Figura 2.1: <i>F-Exponential</i>	106
Figura 2.2: <i>F-Linear</i>	107
Figura 2.3: <i>F-Quadratic</i>	108
Figura 2.4: <i>F-Exponential</i>	109
Figura 2.5: <i>F-Logarithm</i>	109
Figura 2.6: <i>F-Trigonometric</i>	110
Figura 2.7: Esquema representativo da teoria matemática das eleições.	118

INTRODUÇÃO

Um bom ensino da Matemática

forma melhores hábitos de pensamento e habilita o indivíduo a usar melhor a sua inteligência. (Irene de Albuquerque)

Não basta saber matemática para se ser professor, é necessário saber ensinar e ter vocação para o mesmo. Eu encontrei a minha quase sem querer!

A minha formação académica começou pela licenciatura em Matemática Aplicada e Computação, e desde cedo que os meus amigos e familiares me perguntavam o que ia fazer com o curso, para que é que estava a estudar, terminando sempre com a frase “Esse curso é para dar aulas, não é?”. Claro que nunca pensei que este fosse o meu futuro então dizia que não era para dar aulas, era para trabalhar em bancos, em seguradoras, grandes empresas que necessitassem de alguém da área de estatística! Enfim, tentava sempre convencê-los que não era para dar aulas, e realmente não era! Ao terminar o curso decidi voltar para o Algarve e como não era fácil arranjar trabalho decidi enveredar pelo ensino e foi assim que compreendi a importância que têm os professores na vida futura dos seus alunos. Com esta linha de pensamento e sempre com o objetivo de fazer mais e melhor decidi inscrever-me no Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário da Faculdade de Ciências e Tecnologias (FCT) da Universidade do Algarve (UAlg).

Eu sei que o que fará de mim uma melhor professora, será a experiência do dia-a-dia, isso foi algo que também verifiquei com os orientadores cooperantes das escolas onde estagiei. Mas, também sei o quão importante é ter formação contínua na área e cada vez mais, o quão importante é investigar para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem. E foi assim, com estes princípios orientadores que se desenvolveu a minha Prática de Ensino Supervisionada (PES) que se iniciou em setembro de 2011.

No ano letivo 2011/2012 a PES foi organizada em conjuntos de dois alunos, assim durante todo o estágio estive acompanhada pela Dra. Cátia Silva, com a qual cheguei a fazer par pedagógico em algumas aulas do 3.º ciclo do ensino básico. Na UAlg, a PES encontra-se dividida essencialmente em três partes, no meu caso a primeira parte decorreu no 1.º Período do ano letivo de 2011/2012 na escola Secundária José Belchior Viegas, em S. Brás de Alportel, sendo o orientador cooperante o Dr. Ricardo Pereira e uma segunda parte que decorreu no 2.º Período do ano letivo de 2011/2012 na escola E B 2, 3 João da Rosa, em Olhão, sendo a orientadora cooperante a Dra. Ana Pestana, por fim, a terceira parte é

constituída pela preparação e apresentação de dois seminários sendo o público alvo os outros alunos inscritos na PES e docentes do Departamento de Matemática (DM) da FCT. Fui orientada pela Doutora Ana Conceição (docente do DM), que me incentivou a fazer investigação na área da matemática e me desafiou para fazer parte de um projeto inovador na área do ensino da matemática. De imediato aceitei o desafio, juntamente com a minha colega de estágio e o Dr. José Pereira (aluno de doutoramento da UAlg) e no final de 2011 surgiu o conceito F-Tool distinguido com o prémio Timberlake³.

Desta forma, o presente documento encontra-se dividido essencialmente em três partes, uma primeira parte sobre o estágio, uma segunda parte sobre a experiência na investigação e os seminários dados e por fim, uma terceira e última parte onde apresento uma reflexão final.

O Capítulo 1 encontra-se dividido em duas secções. Na primeira secção, sobre o estágio na escola Secundária José Belchior Viegas, irei apresentar a escola, caracterizar as turmas, referir factos que considere relevantes durante as aulas que assisti, apresentar a planificação completa das aulas lecionadas na presença da minha orientadora e por fim, irei falar de algum do trabalho não letivo feito na escola. Na segunda secção, referente ao estágio na Escola Básica 2,3 João da Rosa, será em tudo semelhante à primeira secção pois também, irei apresentar a escola, caracterizar as turmas, apresentar a planificação completa das aulas lecionadas na presença da Doutora Ana Conceição com a diferença que algumas delas foram lecionadas em par pedagógico com a minha colega de estágio e por fim, irei terminar com a descrição de algum do trabalho não letivo realizado na escola.

O capítulo 2 encontra-se dividido em duas secções. Na primeira apresento o conceito F-Tool, ferramentas de ensino visuais, dinâmicas e interativas que permitem explorar de uma forma inovadora alguns dos principais conceitos das áreas de pré-cálculo e cálculo diferencial, nos níveis básico, secundário e universitário. A segunda secção será sobre os dois seminários apresentados no âmbito da PES. O primeiro seminário foi sobre as funções quadráticas no 10.º ano de Matemática A e o segundo seminário foi sobre a teoria das eleições no 10.º ano de MACS.

Por fim, no Capítulo 3 irei apresentar uma reflexão final sobre todo o trabalho realizado durante a Prática de Ensino Supervisionada.

³ Prémio Timberlake de Melhor Artigo de Jovem Investigador – 1st *National Conference on Symbolic Computation in Education and Research*, Instituto Superior Técnico, abril de 2012.

1. Prática docente

Neste capítulo irei referir toda a minha experiência ao longo do estágio, o qual é parte integrante da Prática de Ensino Supervisionada (PES). Assim, e de forma a organizar melhor os conteúdos decidi subdividir esta parte em duas secções, uma sobre a experiência no ensino secundário e outra sobre a experiência no 3.º ciclo do ensino básico. Cada uma das secções encontra-se subdividida em 5 subsecções: uma subsecção referente à apresentação da escola; uma subsecção referente à caracterização de cada turma, tendo em conta as informações recebidas pelos orientadores cooperantes; uma subsecção referente às aulas que assisti; uma subsecção referente às aulas lecionadas e por fim, uma subsecção referente à prática docente não letiva, ou seja, relativa às reuniões e atividades em que participei.

1.1. Ensino Secundário

1.1.1. Identificação da Escola

Foi no Agrupamento de Escolas José Belchior Viegas que se iniciou a minha experiência na PES. É um agrupamento que abrange todos os ciclos de ensino, desde o pré-escolar até ao ensino secundário, e é constituído por uma escola secundária, uma escola de 2º e 3º ciclo, cinco escolas do 1º ciclo, três jardins de infância e ainda uma escola de 1º ciclo/jardim-de-infância. No ano letivo de 2011/2012 tinha uma população escolar de 1574 alunos, dos quais 1479 frequentavam o ensino diurno. O estágio, realizou-se na sede do Agrupamento, a Escola Secundária José Belchior Viegas. Esta escola é considerada uma escola pequena, comparativamente às outras escolas que se encontram nas grandes cidades, e isso acontece porque se situa em S. Brás de Alportel, um concelho pequeno que se localiza no interior do Algarve. A escola foi criada nas antigas instalações do Externato de S. Brás de Alportel, remodeladas para o efeito em 1994. Entretanto ao longo dos anos foi passando por sucessivas obras de ampliação: construção de laboratórios e salas de aula, balneários e pavilhão desportivo. Atualmente foi novamente ampliada com a construção de um novo bloco, onde se situam o bar/sala de convívio dos alunos, o refeitório e a sala de Associação de Estudantes, bem como os serviços administrativos e direção, sala de professores e gabinetes dos departamentos. Estes gabinetes servem, essencialmente, para realizar reuniões de grupo, concelhos de turma, e para os professores trabalharem individualmente ou em grupo. Assim, durante o estágio aproveitei estes gabinetes para poder preparar as aulas que iria lecionar e resolver os exercícios das aulas a que iria assistir. Esta escola foi abrangida pelo Plano

Tecnológico da Educação, ou seja, o maior programa de modernização tecnológica das escolas portuguesas, aprovado em Setembro de 2007 pelo Governo, transformando as escolas portuguesas em espaços de interatividade e de partilha. Assim, todas as salas encontravam-se equipadas com computadores e uma grande maioria com quadros interativos e vídeo projetores. Desta forma, os sumários são digitais e todas as compras efetuadas na papelaria e no bar são efetuadas através de um cartão eletrónico evitando que os alunos usem dinheiro.



Figura 1.1: Escola Secundária José Belchior Viegas
(Fonte: <http://www.aejbv.pt>)

No ano letivo 2011/2012, a escola contou com 225 alunos, repartidos entre o ensino regular, ensino profissional e cursos de educação e formação (CEF) para jovens. Alguns destes alunos, mais precisamente 25, são alunos estrangeiros oriundos de 9 países diferentes. Uma vez que a escola se encontra situada num concelho pequeno, no interior do Algarve, as turmas beneficiam do facto de poderem ser mais pequenas do que a norma. Com a conjuntura económica e social atual, existe cada vez mais uma diferença social maior entre os agregados familiares dos alunos, sendo que uma grande percentagem dos encarregados de educação são técnicos superiores, empresários ou trabalhadores por conta própria, e uma percentagem igualmente significativa são famílias economicamente carenciadas.

1.1.2. Caracterização das turmas

Uma vez que durante o estágio assisti regularmente às aulas de duas turmas de 10.º ano e com bastante frequência às aulas de uma turma de 12.º ano, serão estas três turmas que irei caraterizar de forma bastante sucinta. Esta caraterização foi feita tendo em conta as informações recebidas por parte do orientador cooperante, Dr. Ricardo Pereira e as informações que eu ia registando durante as aulas.

Turma do 10.º ano de Matemática A

A turma era constituída por 18 alunos, 8 raparigas e 10 rapazes (embora um tenha pedido transferência no início do ano letivo para um curso profissional), com média de idades de 15

anos. Dois dos alunos viviam no Concelho de Olhão, um no concelho de Loulé, um no concelho de Tavira e os restantes no concelho de S. Brás de Alportel. Dois já tinham reprovado uma vez, e um já tinha reprovado duas vezes. O agregado familiar dos alunos era maioritariamente constituído por, pai, mãe e irmãos (caso existissem); apenas um aluno vivia só com a mãe e um outro vivia com os avós.

A maior parte dos alunos já mostrava certeza sobre a licenciatura que iria escolher no final do ensino secundário. A matemática era a disciplina preferida de mais de metade da turma, o que se podia verificar pelo interesse diário que os alunos demonstravam em sala de aula.

Os alunos encontravam-se bem integrados na turma e alguns deles eram bastante competitivos entre si. Era uma turma, onde em geral, os alunos eram bastante trabalhadores e mostravam sempre muito interesse em aprender mais.

Turma do 10.º ano de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS)

A turma era constituída por 19 alunos, dos quais 14 eram raparigas e 5 eram rapazes, e as suas idades variavam entre os 14 e os 17 anos. Todos os alunos moravam no concelho e foi possível verificar que alguns dos alunos moravam com o pai e a mãe, outros com apenas o pai ou apenas a mãe e, outros com os avós. Alguns alunos já tinham reprovado, sendo que, dois tinham reprovado no 10.º ano na área de Ciências e Tecnologias, e optaram por mudar a área de estudo, passando a frequentar a área de Línguas e Humanidades. A maioria dos alunos não sabia o que iria fazer no futuro mas, grande parte sabia que queria continuar a estudar após o término do ensino secundário. A matemática não era a disciplina preferida sendo que muitos não davam importância à mesma. Em geral, os alunos davam-se bem entre eles e excetuando uma aluna, todos os outros alunos se encontravam bem inseridos na turma. A aluna que não me pareceu tão bem integrada era provavelmente porque se encontrava inscrita a apenas 4 disciplinas das 8 disciplinas existentes na turma, o que poderia explicar esse distanciamento da turma. Os alunos eram muito conversadores e o professor tinha de estar sempre a pressionar para trabalharem.

Turma do 12.º ano de Matemática A

A turma era constituída por 15 alunos, 8 raparigas e 7 rapazes, com média de idades de 16 anos. Um aluno vivia no concelho de Tavira e todos os outros no concelho de S. Brás de Alportel. O agregado familiar dos alunos era na sua maioria, pai, mãe e irmãos (caso existissem) e apenas dois alunos viviam só com a mãe. Era uma turma constituída por alunos que nunca tinham reprovado.

Mais de metade dos alunos já tinha certeza sobre a licenciatura a que se iria candidatar no final do ensino secundário e a disciplina de matemática estava entre as preferidas de mais de metade dos alunos da turma. Esta turma era bastante empenhada e interessada nas aulas, provavelmente, por se encontrarem no 12.º ano e mais perto dos exames nacionais que lhes iriam permitir o acesso ao ensino superior.

1.1.3. Aulas assistidas

Ao longo do 1.º Período assisti a todas as aulas das duas turmas do 10.º ano e a mais de 70% das aulas da turma do 12.º ano. As aulas da turma do 12.º ano não eram obrigatórias mas, eu achei que seria útil assistir para ver as metodologias utilizadas para lecionar alguns dos conteúdos do programa. Muito resumidamente, as aulas basearam-se na resolução de exercícios, exposição dos conteúdos teóricos e discussão com os alunos sobre os temas. Apesar da base de trabalho ser a mesma para todas as turmas, as estratégias que o professor utilizava em cada uma delas eram distintas, afinal todas as turmas são diferentes. A turma de Matemática A do 10.º ano era uma turma aplicada, em que grande parte dos alunos já sabia o que queria seguir no futuro e em que todos os alunos sabiam da importância da matemática para esse mesmo futuro. A turma de MACS do 10.º ano era uma turma constituída por alunos que tinham dificuldades em matemática, que tinham seguido a área de Línguas e Humanidades e em que muitos deles não compreendiam a importância da disciplina de matemática. Por fim, a turma de Matemática A do 12.º ano, era uma turma que tinha sido acompanhada pelo Dr. Ricardo Pereira desde o 10.º ano, já bastante trabalhada por este, onde os alunos tinham autonomia e sabiam que ao entrar para a sala de aula era para trabalhar durante 90 minutos seguidos. Tendo por base a diversidade destas três turmas irei fazer um relato por ordem cronológica dos factos, de forma a organizar melhor o texto, tentando fazer referência às estratégias utilizadas pelo professor em sala de aula, em cada uma das turmas.

Turma do 10.º ano de Matemática A

Antes do início das aulas do 10.º ano de Matemática A, tive uma reunião com o professor e a minha colega de estágio, onde conversámos sobre a importância de aplicar à turma uma prova de avaliação diagnóstica. Assim, anotámos as matérias que pretendíamos avaliar e o titular pediu para criarmos ou encontrarmos exercícios para a mesma. Estes exercícios foram elaborados em conjunto com a Dra. Cátia Silva. Depois, todos juntos elaborámos a prova final de avaliação diagnóstica⁴ e uma tabela para auxiliar a correção onde iram constar os pontos

⁴ Anexo 1

fortes e os pontos fracos dos alunos nas diversas matérias para termos uma visão mais clara das suas dificuldades e dos temas onde teríamos de trabalhar mais profundamente.

Começamos pela aula de apresentação, o professor esperou que todos os alunos entrassem e escolhessem os seus lugares antes de se apresentar. Apresentou-se, pediu-nos para nos apresentarmos e começou a fazer a chamada olhando para cada aluno. Em seguida, de uma forma clara, calma e confiante, apresentou

- o manual adotado;
- a máquina de calcular que iriam necessitar e quando;
- referiu o teste intermédio que iriam ter durante o ano letivo;
- explicou o método de avaliação e referiu que as fichas de avaliação continham sempre toda a matéria lecionada desde o início do ano letivo até à aula anterior à ficha;
- deu uma ideia do trabalho de investigação que teriam de fazer;
- explicou como iriam funcionar as aulas (que tem por hábito questionar muito os alunos, de lhes pedir para ir ao quadro resolver exercícios,...);
- referiu a página do GAVE como um sitio na internet importante para os alunos;
- questionou os alunos sobre o que queriam estudar na Universidade referindo que todas as notas são importantes para a candidatura e que tinham de começar já a estudar.

Por fim, utilizando o videoprojetor mostrou a página do GAVE aos alunos (os testes intermédios, 1001 itens, séries de problemas de 10.º ano, ...), mostrou o programa da disciplina e pediu aos alunos para resolverem um exercício. Como alguns alunos não tinham manual, ditou o enunciado. Na resolução do exercício um aluno questionou o professor sobre o valor do π ao que o professor disse que a partir daquele momento já não iriam usar valores aproximados para o π mas sim, o próprio símbolo. Aproveitou uma dúvida de um aluno sobre a “área de uma circunferência”, para explicar que não existe área de uma circunferência mas, sim de um círculo. Aconselhou ainda os alunos para terem o cuidado de escrever a resposta às questões que aparecem nos exercícios/problemas. A aula decorreu normalmente com os alunos a trabalharem na resolução de exercícios e, no fim, o professor passou trabalho para casa. Algo que viria a ser bastante frequente na disciplina.

A aula seguinte começou com o professor a fazer a chamada, ditar o sumário e pela correção do trabalho de casa, feita pelos alunos no quadro. Como esta aula foi numa terça-feira, o dia onde havia quatro professores dentro da sala de aula (o Dr. Ricardo Pereira, eu, a Dr. Cátia Silva e o Dr. Jacinto Leal, que era o professor que fazia parceria com o professor titular todas as terças-feiras) o professor pediu aos alunos para se agruparem e resolverem exercícios em

conjunto. Uma estratégia muito boa para conhecer melhor os alunos e as suas dificuldades. Assim, verificámos que alguns alunos tinham muitas dificuldades: na resolução de equações de 1.º grau, em compreender a simplificação de expressões (vulgarmente chamado de “corta corta”), no porquê de um valor que estava a multiplicar num membro passar para o outro membro a dividir, entre outras. Essencialmente, esta aula foi muito boa para criar empatia com os alunos, os quais nos receberam, professoras estagiárias, muito bem.

Na aula seguinte foi aplicado aos alunos a prova de avaliação diagnóstica mas, não sem antes o professor pedir para serem honestos porque era importante que o professor conseguisse saber o máximo de informação possível sobre os conhecimentos de cada aluno. Aproveitou ainda para dizer que nos momentos de avaliação, não responde a questões colocadas pelos alunos.

A quarta aula iniciou-se com a correção dos problemas que tinham sido propostos na aula anterior à ficha de diagnóstico. Assim, o professor começou por corrigir o primeiro problema mas, questionando sempre os alunos sobre a resolução. Entretanto no exercício seguinte pediu ajuda a um aluno para explicar como tinha resolvido mas, como este sentiu dificuldades em explicar, o professor pediu-lhe para resolver no quadro. Assim, o professor aproveitou para corrigir alguns erros formais que os alunos costumam fazer tais como, a troca de sinais, a ausência do símbolo de equivalente na resolução de equações, a ausência do símbolo “±” na resolução de equações de segundo grau, entre outros.

Na aula seguinte, o professor falou sobre a semelhança de triângulos para relembrar aos alunos, certos conceitos e propôs exercícios que foram corrigidos pelos alunos no quadro.

Na sexta aula, após o sumário, tive a primeira experiência a lecionar à turma, uma vez que fiquei encarregue de corrigir no quadro o trabalho de casa. Assim, comecei por questionar os alunos sobre os critérios de semelhança de triângulos lembrados na última aula. Depois, durante a resolução, tal como o professor titular da turma, fui questionando os alunos sobre a resolução, o que fez com que não fosse eu a corrigir todo o exercício. Ao questionar os alunos, estes mostraram vontade de participar e de corrigir no quadro. De facto, fiquei muito feliz por ter conseguido motivar os alunos mas, também fiquei um pouco “perdida” ao corrigir as suas resoluções pois, os alunos utilizavam valores arredondados ao invés de utilizarem frações irredutíveis e eu não sabia o que o professor cooperante pretendia. No fim da aula perguntei-lhe sobre o assunto e ele disse que não fazia mal terem trabalhado com valores arredondados mas, que teriam que começar a utilizar valores exatos. Entretanto, depois da correção do trabalho de casa o professor titular voltou a assumir a turma.

Na aula seguinte, o professor pediu a um aluno para resolver o trabalho de casa no quadro e ao mesmo tempo, pela primeira vez, foi circulando pelas mesas dos alunos e verificando quem tinha feito o trabalho de casa. Curiosamente, o aluno que corrigiu o trabalho de casa no quadro, não o fez corretamente e o professor aproveitou esse facto para questionar a turma se tinham resolvido da mesma forma ou de forma diferente gerando logo uma discussão sobre a correta resolução do exercício. Assim, com o auxílio dos alunos o professor corrigiu no quadro o exercício.

Na oitava aula continuámos com a resolução de exercícios e na nona aula foram introduzidos os sólidos platónicos, a relação de Euler e o dual do poliedro. Para estes temas foi utilizado o *software Poly*⁵ para que os alunos conseguissem visualizar os sólidos. Este é um programa muito interessante, uma vez que permite aos alunos verem os sólidos de várias perspetivas.

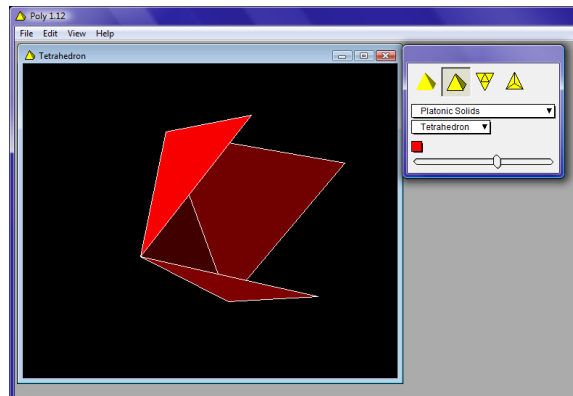


Figura 1.2: Planificação de um tetraedro no programa *Poly*.

Nesta aula foi preenchida uma tabela com a ajuda dos alunos com o número de faces, vértices e arestas dos poliedros convexos. Para isso, o professor usou o *Poly* para mostrar a planificação de um tetraedro (unindo 3 triângulos equiláteros num vértice) e unir as faces. Depois questionou se era possível uma planificação com quatro triângulos equiláteros unidos no mesmo vértice – octaedro. E se com cinco também era possível – icosaedro. E por fim com seis triângulos equiláteros, ao que se concluiu em conjunto que não era possível pois, não existiria “folga” para a dobragem. Depois passou-se para a discussão com os alunos sobre planificações com quadrados unidos no mesmo vértice, com pentágonos, e assim por diante, concluindo que com hexágonos não era possível. Achei interessante a forma como o professor titular explicou um sólido convexo – colocando um plano encostado a uma face, o sólido fica todo para o mesmo lado do plano, o que não acontece com as estrelas. Com o preenchimento da tabela e com a ajuda dos alunos introduziu-se a fórmula de Euler ($n.^{\circ}$ de Faces + $n.^{\circ}$ de Vértice = $n.^{\circ}$ de Arestas + 2) e verificou-se que existia uma relação entre o octaedro e o cubo

⁵ O download deste programa poderá ser efetuado, por exemplo, em <http://www.peda.com/download/>.

e o icosaedro e o dodecaedro, a relação de dualidade. Assim, o professor aproveitou e explicou o dual dos poliedros e como se desenhavam apesar de ser uma matéria prevista no manual em aulas posteriores. Ainda nesta aula foram recordados os critérios de paralelismos, os casos notáveis e resolvidos exercícios sobre estes temas.

Na aula seguinte e uma vez que o professor já tinha corrigido as provas de avaliação diagnóstica e verificado que os alunos tinham dúvidas na resolução de equações de 2.º grau, aproveitou a resolução do trabalho de casa para explicar as mesmas. Entretanto, ainda nessa aula, na resolução de um outro exercício foi necessário explicar algumas noções de radicais mas, a curiosidade dos alunos foi tanta que já queriam saber como se faziam somas, divisões, entre outras operações. Assim, e para que os alunos não ficassem sem respostas o professor decidiu explicar algumas propriedades dos radicais que só estavam planeadas para mais tarde. Este é um exemplo de como a planificação de uma aula deve ser sempre flexível.

Na aula seguinte o professor introduziu os radicais no sumário e resolveu os exercícios que não tinham sido resolvidos na aula anterior. Posteriormente, noutra aula o professor introduziu as secções e explicou como desenhá-las. Explicou ainda que três letras maiúsculas definiam sempre um plano e que ao se escrever quatro corríamos o risco de isso não acontecer. Assim, usou o exemplo de um banco para sentar, se esse banco tiver apenas três pernas ele assentará sempre bem no chão, sem mancar, mesmo que uma perna seja mais pequena. Mas, se por outro lado tiver quatro pernas, ele poderá abanar e assim, as quatro pernas não estarão no mesmo plano. Não conhecia este exemplo mas, pareceu ser bastante elucidativo pois os alunos perceberam o que o professor pretendia explicar.

Depois com a utilização do quadro interativo e de um programa do e-manual⁶ desenharam-se secções do cubo.

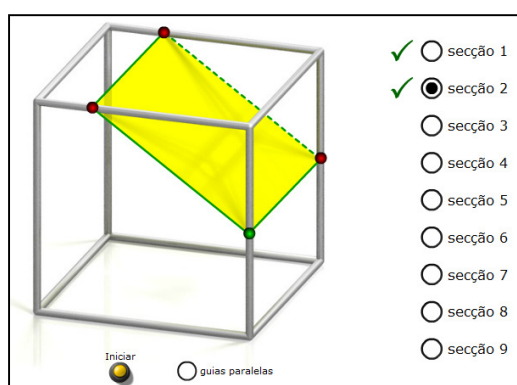


Figura 1.3: Programa para desenharm secções no cubo do e-manual.

⁶ O aluno escolhe a secção a desenharm e o computador desenharm o cubo e indica os pontos que se visualizam a vermelho. Os pontos pintados a verde são criados pelo aluno, caso sejam necessários. No fim, após desenharm todas as retas, se a secção estiver correta, o programa pinta a secção.

O programa do e-manual é muito bom, pois permite aos alunos desenharem várias secções diferentes e de forma dinâmica. Quando a secção está correta, o programa pinta a área para ser mais fácil a visualização. Assim, todos os alunos quiseram ir ao quadro experimentar embora só tenham ido alguns por falta de tempo. No fim, o professor chamou uma aluna que mostrava ter dificuldades, que foi mas, começou logo por dizer que não sabia fazer! Desenhou a primeira linha da secção, para desenhar a seguinte era necessário traçar uma paralela que ela dizia não saber fazer, o professor explicou e ela acabou por desenhá-la. Depois na paralela seguinte ela voltou a dizer que não sabia passando a ideia que no fundo também não queria fazer. O professor mais uma vez voltou a explicar, ela voltou a dizer que não sabia e o professor voltou a explicar de forma diferente, ao que ela voltou a dizer que não sabia. Assim, o professor pediu à aluna para se sentar e ele terminou a secção explicando cada passo que fazia. Depois pediu aos alunos para fazerem dois exercícios e aproveitou para falar um pouco com a aluna. No fim da aula, o orientador cooperante disse que tinha falado com a aluna sobre o que tinha acontecido. Curiosamente, a aluna mais tarde noutro exercício disse ao professor:

– Professor, consegui fazer sozinha!

Ao que o professor respondeu:

– Eu sei que consegues fazer sozinha, desde que o queiras!

As aulas que se seguiram foram essencialmente para resolver exercícios sobre a matéria dada fazendo conexões entre os temas, por exemplo, um exercício onde se desenhava uma secção de um cubo e se calculava a sua área fazendo uso de operações com radicais.

Entretanto nesse grupo de aulas a minha colega de estágio lecionou a sua primeira aula e eu também lecionei a minha primeira, a décima quinta aula da turma, sobre a qual me irei referir apenas na subsecção 1.0.

Na décima sexta aula foram introduzidos os referenciais cartesianos no plano. Para isso o Dr. Ricardo Pereira fez a conexão com os gráficos que os alunos tinham estudado no 9.º ano de escolaridade, explicou que estes surgiram para poder identificar a localização das pessoas em qualquer parte do mundo e que a ideia tinha surgido com o filósofo René Descartes que deu a ideia de se colocar uma quadrícula sobre o mapa-mundo. Desta forma, e depois de um pouco de história, explicou o referencial cartesiano ortogonal e monométrico no plano, a definição de pontos e os quadrantes. Após a explicação fez questão de ditar as definições formais para que os alunos as escrevessem no caderno. No final dessa aula, ao falar comigo e com a Dra. Cátia Silva ele disse que era sempre importante que os alunos escrevessem nos cadernos as definições formais, uma vez que muitos apenas usavam o caderno para estudar.

Na aula seguinte foram introduzidas as condições no plano e os semiplanos. Uma vez que na aula anterior tinham sido dadas várias definições, o professor começou esta aula por questionar os alunos sobre as mesmas fazendo assim, uma revisão dos conteúdos lecionados anteriormente. Para explicar as retas, desenhou no quadro um referencial com muitos pontos em que a abcissa era sempre igual e perguntou a uma aluna com mais dificuldades quais as coordenadas de cada ponto. Depois, traçou uma reta que passava sobre todos os pontos e questionou os alunos sobre o que tinham todos esses pontos em comum, ao que estes responderam “ $x = 3$ ”. E assim, o professor explicou que era dessa forma que se identificava uma reta perpendicular ao eixo das abcissas.

Depois questionou os alunos sobre uma nova reta que desenhou, ao que responderam “ $x = 6$ ”. “Então e se quiséssemos todos os pontos onde as coordenadas de x são maiores ou iguais que 6, como é que fica o gráfico? E como represento?” E assim, desta forma foram introduzidos os semiplanos e todas as outras definições.

A aula seguinte serviu para o professor esclarecer dúvidas para a ficha de avaliação e resolver exercícios que os alunos tinham tido dificuldade em resolver sozinhos ao estudarem em casa. Como é óbvio, a aula seguinte foi a da ficha de avaliação. Nesta aula os alunos sentaram-se separados, um por mesa, o professor esclareceu as dúvidas sobre a postura dos alunos nas fichas de avaliação e mais uma vez explicou que durante a mesma não esclarece dúvidas sobre a matéria.

A ficha de avaliação⁷ e os critérios de correção⁸ foram elaborados em conjunto com a Dra. Cátia Silva e o Dr. Jacinto Leal. Mais uma vez, criámos uma lista de tópicos que pretendíamos avaliar e elaborámos os exercícios para a ficha de avaliação tendo em conta essa lista. Deste modo, temos a certeza que avaliamos todos os pontos que pretendemos e ao corrigir verificamos de uma forma mais clara os pontos fortes e fracos dos alunos. Depois de o professor ter corrigido as fichas de avaliação, disponibilizou-nos as resoluções de dois alunos para que eu e a minha colega de estágio pudéssemos corrigir e sentir as dificuldades inerentes ao processo.

Na aula seguinte foram introduzidos os conceitos de bissetriz dos quadrantes ímpares e pares e as condições no plano. A introdução da bissetriz dos quadrantes ímpares foi semelhante à da reta. O professor começou por desenhar vários pontos num referencial cartesiano que iriam estar sobre a bissetriz dos quadrantes ímpares e depois perguntou aos alunos quais as coordenadas desses pontos.

⁷ Anexo 2

⁸ Anexo 3

- Se continuasse a marcar pontos que tivessem coordenadas iguais iria ter esta reta. – E desenhou a bissetriz dos quadrantes ímpares.
- Como será representada esta reta?
- $y = x$
- E o que é que “corta”? A reta atravessa o quê?
- Os quadrantes!
- Quais?
- O 1.º e o 3.º
- Ou seja, os quadrantes ímpares então, é a bissetriz dos quadrantes ímpares! Mas, também posso traçar uma reta que passe nos quadrantes pares, como se chamará?
- Bissetriz dos quadrantes pares!
- E como será representada? – E escreveu no quadro: $y = -x$.
- Conseguem perceber porquê?

Os alunos não disseram nada então o professor optou por marcar alguns pontos sobre a bissetriz dos quadrantes pares para poderem verificar o porquê da expressão. Depois explicou no plano as condições do tipo $y \geq x$, entre outras. Por fim, introduziu as condições entre expressões e conjuntos, escrevendo-as numa tabela para que os alunos compreendessem a diferença na representação das mesmas.

Na aula seguinte o professor entregou as fichas de avaliação e fez a correção. Antes de entregar, chamou a atenção dos alunos para o facto de terem de estudar mais e disse que ia falar com cada um sobre os seus pontos fracos e fortes.

As aulas seguintes foram lecionadas por mim (ver subsecção 1.1.4) e pela minha colega de estágio.

Posteriormente, numa outra aula o professor introduziu os conceitos de circunferência, círculo, superfície esférica e esfera. Para introduzir a expressão que define a circunferência utilizou a expressão que define a distância entre dois pontos, já conhecida dos alunos. Depois, ao introduzir a superfície esférica e a esfera e para que os alunos compreendessem bem a diferença entre elas, brincou com a diferença entre levar com uma bola de golfe ou uma bola de pingue-pongue na cabeça – um exemplo muito original!

Numa das aulas seguintes foi introduzido o conceito de mediatriz de um segmento de reta e de ponto médio. Desta vez, o professor calculou com os alunos a expressão que define a mediatriz através de um exemplo prático sobre a distância entre dois pontos e só depois escreveu no quadro a equação que determina a mediatriz de um segmento de reta. Posteriormente foi introduzido o plano mediador de um segmento de reta e os vetores. O

plano mediador foi introduzido naturalmente na sequência da mediatriz. Quanto aos vetores, o professor começou por representar um segmento de reta e depois introduziu-lhe uma orientação, ou seja, uma seta numa das extremidades do segmento de reta. Explicou que se o sentido fosse oposto era considerado um segmento orientado diferente. Depois desenhou no quadro um losango constituído por quatro segmentos de reta, pediu aos alunos para escreverem todos os segmentos de reta orientados que encontrassem e questionou os alunos sobre o que dois segmentos orientados tinham em comum (eram duas arestas paralelas do losango e com o mesmo sentido). Ou seja, tinham em comum a direção, o sentido e o comprimento! E assim, explicou que é possível obter infinitos segmentos orientados comuns aos anteriores.

– Mas, como representar essa infinidade de vetores? Como eles são livres vou utilizar apenas um representante de todos eles. - e representou no quadro o vetor utilizando o símbolo \vec{u} .

Usou ainda o corredor da sala para explicar que nessa direção existem dois sentidos, um para a frente e outro para trás para os alunos conseguirem distinguir sem dificuldades os dois conceitos. Conforme continuava a explicação ditava aos alunos as definições formais de vetor livre, vetores simétricos, vetores paralelos ou colineares, norma de um vetor e vetor nulo.

As aulas seguintes foram lecionadas por mim (ver subsecção 1.1.4) e pela minha colega de estágio.

Na última aula de matemática do 1.º Período o tema central foi a avaliação. O professor começou por explicar aos alunos os critérios de avaliação de uma forma mais aprofundada e explicar que a média que aparecia na grelha era apenas um indicador de referência e não a nota final do período, não deixando de salientar que justificava o porquê de todas as notas e de todos os pontos da avaliação. Pediu ainda aos alunos para fazerem a sua autoavaliação numa folha para lhe entregar e questionou-os sobre se preferiam discutir as notas em grupo ou individualmente, ao que eles escolheram individualmente. Assim, após todos terem entregue as suas autoavaliações o professor chamou os alunos individualmente para conversarem. Nessa conversa, o professor falava com o aluno sobre a sua autoavaliação, a nota do período e sentia-se que o professor dizia a cada aluno precisamente o que ele necessitava de ouvir para o motivar a fazer mais e melhor, ou até mesmo chamá-lo à atenção para determinados comportamentos quando fosse necessário.

Turma do 10.º ano de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS)

As aulas da turma do 10.º ano de MACS decorriam de forma diferente das aulas da turma do 10.º ano de Matemática A. Esta turma tinha alguns alunos pouco interessados na disciplina de MACS e eram, em geral, muito conversadores.

Começamos pela primeira aula do ano letivo, onde os alunos ao entrarem na sala de forma bastante conversadora se sentaram nas últimas mesas da sala de aula. Geralmente os alunos que se sentam nas últimas mesas são sempre os menos interessados e os que irão perturbar mais a sala de aula, assim e para evitar problemas de comportamento, o professor começou por pedir aos alunos das últimas filas de mesas para se sentarem nas mesas da frente que tinham ficado livres. Depois, o professor apresentou-se, apresentou-nos e falou com os alunos sobre a disciplina. Explicou que é uma matemática onde se escreve bastante, pois embora os cálculos sejam simples é sempre necessário analisar os resultados. Em seguida,

- apresentou aos alunos o manual adotado e o programa da disciplina;
- explicou a avaliação, referindo que as fichas de avaliação têm a estrutura dos exames nacionais e que embarcam sempre toda a matéria dada, desde a primeira aula até ao momento de avaliação;
- referiu que teriam de fazer um trabalho com apresentação do mesmo à turma e que ao longo do ano o professor iria fazer questões-aula surpresa com duração de 15 minutos e sempre no final da aula;
- referiu a calculadora que os alunos iriam utilizar;
- indicou a página do GAVE;
- conversou ainda com os alunos sobre o que pretendiam para o futuro em termos de prosseguimentos de estudos.

Perguntou aos alunos se tinham alguma dúvida ou se queriam saber de alguma coisa que não tinha sido discutida e depois dispensou os alunos.

Na aula seguinte aconteceu algo inesperado – um telemóvel tocou! O professor não se aborreceu mas, aproveitou o momento para explicar a sua posição sobre o assunto. De forma muito séria, para que os alunos compreendessem a sua postura relativamente ao uso dos telemóveis em sala de aula, alertou os alunos para que isso não voltasse a acontecer e que os telemóveis são para estar desligados durante as aulas. Aproveitou para explicar que, se algum dia houvesse alguma emergência, os pais não deveriam ligar para os filhos mas sim, para a escola que certamente, com grande brevidade, pediria a um funcionário para vir informar o aluno à sala de aula. Nesta aula o professor começou a lecionar o primeiro ponto do programa mas, não sem antes se certificar que existia um manual por cada mesa, uma vez que iria pedir

aos alunos para realizarem uma atividade do mesmo. Entretanto o exercício referia percentagens, pelo que o professor aproveitou para fazer uma pausa na matéria e pediu aos alunos para resolverem os doze primeiros exercícios do livro sobre este tema, ao que os alunos responderam, quase em unísono:

– Eh, tanto!

E o professor muito calmamente acrescentou que se achavam muito não havia problema em vez de fazerem os doze primeiros exercícios fariam o dezasseis primeiros.

Após as aulas desse dia, ao refletirmos sobre as mesmas, o orientador cooperante disse que já estava à espera que os alunos reclamassem de serem muitos exercícios, e que esta foi uma estratégia para que eles compreendessem que nas aulas de matemática é necessário trabalhar.

A aula seguinte serviu essencialmente para corrigir os exercícios da aula anterior e como alguns alunos tinham resolvido alguns exercícios de forma diferente dos colegas, o professor aproveitou para explicar que aceita todas as formas de resolução desde que estas estejam corretas.

Na quarta aula, o professor continuou a matéria que tinha iniciado na segunda aula. Voltou a discutir com os alunos o que já tinha sido lecionado e aproveitou para ditar as definições inerentes ao sistema maioritário de votação. Depois ditou um exercício, sobre o tema, para que os alunos passassem para o caderno e resolvessem. Ao ditar o exercício e, uma vez que este tinha tabelas, ia passando as tabelas para o quadro enquanto ditava para evitar que os alunos esperassem por ele para poderem passar.

A aula seguinte começou com questões sobre o sistema maioritário. Depois introduziu o sistema preferencial, apresentando as diversas formas de representar os dados e ditou um exemplo que resolveu em conjunto com os alunos. Ditou a definição formal e pediu aos alunos para resolverem alguns exercícios do manual.

Na aula seguinte foram explicados os métodos *Run-off* através do uso do Excel e com tabelas explicativas, como se poderá ver não capítulo 2, na secção dedicada aos seminários apresentados no âmbito da PES. Após a explicação dos métodos, o professor ditou as definições formais dos mesmos e pediu aos alunos para resolverem exercícios.

Na aula seguinte foi lecionado o método de Borda. O professor começou por ditar um exemplo que resolveu com os alunos e durante a resolução explicou o método. No final, ditou a definição formal e resolveu exercícios sobre o mesmo que também continham alíneas sobre os métodos anteriores. Ainda nessa aula, os alunos estavam muito barulhentos e começaram a arrumar os materiais antes de ter soado o toque de saída. Então o professor repreendeu os alunos e sem levantar o tom de voz, disse que podiam arrumar mas, só saíam quando ele

entendesse. Depois, perguntou se todos tinham compreendido o que ele tinha dito, fez-se silêncio e começaram todos a trabalhar novamente. O professor titular desta turma tinha uma forma muito simples de manter os alunos a trabalhar, sempre de forma calma, sem levantar o tom de voz e perguntando sempre no fim se se tinha feito entender, e a verdade é que resultava na perfeição e os alunos tinham um grande respeito pelo ele.

Na aula seguinte o professor introduziu o método de Condorcet da mesma forma que o método de Borda. Entretanto, explicou que por vezes este método conduzia a um paradoxo e pediu aos alunos para resolverem exercícios, onde um deles tinha como resultado final o Paradoxo de Condorcet.

Na aula seguinte, o professor tomou nota pela primeira vez de quem tinha feito o trabalho de casa. Pediu aos alunos para corrigirem no quadro uma alínea cada um e circulou pelas mesas para verificar quem tinha resolvido o trabalho de casa e apontar. Nesta aula foi introduzido o Sistema de Aprovação da mesma forma que os sistemas de votação anteriores. Uma vez que os sistemas de votação já tinham todos sido lecionados, o professor fez um esquema onde representava todos os métodos lecionados no quadro.

As aulas seguintes foram dedicadas à resolução e correção de uma ficha de trabalho para solidificar os conhecimentos dos alunos sobre os sistemas de votação.

Durante a décima segunda aula foi iniciado o estudo da Partilha Equilibrada. Neste caso o professor foi explicando e ditando as definições dos conceitos básicos. Antes da aula terminar ainda houve tempo para iniciar o estudo do método do Ajuste na Partilha e para resolver um exercício sobre o mesmo.

Na aula seguinte e uma vez que os alunos tinham dúvidas sobre a aplicação do método do Ajuste na Partilha, o professor resolveu mais um exercício sobre o tema e explicou aos alunos o que deveriam fazer, passo a passo, de forma a conseguirem aplicar corretamente o método. Depois explicou o método das Licitações Secretas, mais uma vez, explicando passo a passo o que os alunos tinham de fazer para aplicar o método.

A aula seguinte, devido às dificuldades inerentes da aplicação do método das Licitações Secretas por parte dos alunos foi dedicada exclusivamente à resolução de exercícios sobre o mesmo. Exercícios esses que eram do manual ou ditados pelo professor.

A décima sexta aula foi para esclarecimento de dúvidas para a ficha de avaliação onde o professor corrigiu todos os exercícios que os alunos pediram.

A aula seguinte foi para resolução da ficha de avaliação, onde a postura do professor foi exatamente igual à postura perante a outra turma do 10.º ano.

Na aula seguinte foi explicado o método dos Marcadores através de um exemplo que o professor resolveu com os alunos e depois foram resolvidos exercícios. Assim, terminaram os métodos da Partilha de Divisão Justa.

A explicação dos métodos da Partilha de Divisão Proporcional iniciou-se na aula seguinte, começando pelo método de Hondt. Neste caso e uma vez que este é o método utilizado nas legislativas em Portugal, o professor aproveitou esse facto para conversar com os alunos sobre as eleições, como funcionam em Portugal e o próprio método em si. Depois pediu aos alunos para resolverem exercícios sobre o mesmo.

Na aula seguinte o professor entregou aos alunos as fichas de avaliação. Nesta turma, o professor entregou as resoluções das fichas de avaliação aos alunos fazendo pequenos comentários sobre as notas de cada aluno, deu-lhes tempo para analisarem e começou a correção no quadro que durou essa aula e a aula seguinte.

Nas aulas seguintes foram introduzidos os restantes métodos através de exemplos e fazendo sempre comparação entre todos eles: o método de Hondt, o método de Hamilton, o método de Jefferson, o método de Adams, o método de Webster e o método de Huntington-Hill. Estas aulas, geralmente, iniciavam-se com o professor a questionar os alunos sobre os métodos lecionados anteriormente. Entretanto os alunos resolveram outra ficha de avaliação.

Na aula seguinte o professor começou por elaborar no quadro um esquema exemplificativo de todos os métodos da Partilha no caso discreto lecionados e acrescentou os métodos da Partilha no caso contínuo que iriam ser estudados nas aulas seguintes. Na explicação destes métodos o orientador cooperante tinha sempre o cuidado de arranjar exemplos práticos do dia-a-dia com os quais, grande parte dos alunos se identificava. Depois, e por estes não serem métodos muito fáceis, ditava o algoritmo de resolução de cada um deles para que os alunos ao resolverem os exercícios seguissem o respetivo algoritmo.

Na antepenúltima aula do 1.º Período o professor dá início ao capítulo sobre estatística. Nesta aula, conversando com os alunos, foi explicando e ditando os conceitos básicos da estatística. Depois informou os alunos que irão fazer um trabalho no 2.º Período sobre esta matéria explicando que o trabalho irá valer tanto como uma ficha de avaliação, que todos os elementos do grupo terão de apresentar o trabalho, ou seja, falar sobre este. Refere que o tema será escolhido pelo grupo e que estes terão de estudar cinco variáveis, com pelo menos uma de cada tipo: qualitativas, quantitativas discretas e quantitativas contínuas. Acrescenta ainda que quando estiverem a trabalhar todos têm de escrever no caderno para que caso um colega falte continuem a ter o material de trabalho. Depois discute com os alunos o número de elementos de cada grupo e dá liberdade aos alunos para se agruparem. No final, troca alguns

elementos de grupo de forma a equilibrá-los, os grupos organizam-se e começam a criar perguntas para responderem no trabalho.

A aula seguinte foi dedicada à entrega e correção das fichas de avaliação e por fim, a última aula foi dedicada à auto e heteroavaliação. O professor começou por lhes mostrar a planificação da unidade, explicou os indicadores de aprendizagem, mostrou os critérios de avaliação e explicou os tópicos e respetivas percentagens, salientando mais a grelha referente ao comportamento. Explicou que nesta grelha era tido em conta o empenho, a pontualidade, a autonomia, a participação, o respeito/convivência/tolerância, o cumprimento das regras em sala de aula, a cooperação, entre outros. Após a explicação deu uma grelha a cada aluno e pediu para os alunos se autoavaliarem e o avaliarem. Os alunos preencheram e entregaram ao professor, para este as ler antes de falar com os alunos sobre as respetivas notas. Informou os alunos que algumas notas coincidiam, que as notas que ele tinha eram as notas que ia levar a conselho de turma mas, que era o conselho de turma que decidia a nota a atribuir. Falou com os alunos sobre as suas notas, sobre o que escreveram e deu conselhos para melhorarem. No final, perguntou se alguém queria acrescentar alguma coisa e terminou a aula desejando boas férias e alertando para melhorarem no próximo período.

E assim, terminaram as aulas desta turma que apesar de bastante conversadora era sem dúvida nenhuma, uma turma de bons alunos que apesar de tudo trabalhavam e respeitavam muito todos os professores presentes na sala de aula. Afinal desde o início do período que o professor nos pediu para ajudarmos os alunos na resolução de exercícios durante as aulas, algo que os alunos aceitaram com muito agrado. Assim, praticamente em todas as aulas em que se resolviam exercícios, eu e a minha colega de estágio circulávamos na sala de aula ajudando os alunos a esclarecer dúvidas sobre a matéria ou a resolver exercícios, o que foi bastante positivo para nós. Assim, pudemos melhorar a nossa forma de explicar determinados conteúdos programáticos.

Turma do 12.º ano de Matemática A

Sobre esta turma e tendo em conta que não assisti a todas as aulas apenas irei referir aspetos que achei importantes sobre algumas formas de lecionar determinados conteúdos programáticos.

Esta era uma turma que se encontrava inserida num programa, desde o 10.º ano de escolaridade, que previa a participação dos alunos numa aula semanal extra curricular de resolução de problemas. Esta aula não era obrigatória mas, todos os alunos estavam inscritos por iniciativa própria e porque acreditavam ser o melhor para o seu futuro. E na realidade, o

conhecimento matemático que estes alunos tinham era de longe mais elevado que o conhecimento de outros alunos do 12.º ano de matemática A. Estes alunos eram autónomos, estavam habituados a resolver problemas e apesar de conversarem muito entre eles, eram, na sua grande maioria, discussões sobre as resoluções dos problemas, que na minha perspetiva, ajudavam bastante os alunos na construção do saber.

Em geral, as aulas do Dr. Ricardo Pereira passavam por utilizar exemplos para explicar conceitos, ditar as definições formais para que os alunos as escrevessem no caderno, verificar se os alunos as compreendiam, e resolver exercícios e problemas do manual ou de exames nacionais de anos anteriores. Uma vez que o conhecimento matemático dos alunos de 12.º ano era superior aos alunos das outras duas turmas, em algumas aulas, o professor deduzia fórmulas, que pretendia lecionar, com os alunos como por exemplo a expressão da Função de Probabilidade da Binomial. Nessa aula, o professor explicou a Distribuição Binomial e ditou um exercício, onde através da sua resolução e com a ajuda dele, os alunos conseguiram deduzir a fórmula. Nessa mesma aula para continuar a motivar os alunos pediu-lhes para resolverem uma escolha múltipla de um exame, que disse que muito poucos alunos tinham acertado! Por acaso, não era verdade mas, serviu para lhes lançar o desafio de tentarem ser melhores que os outros! Esta estratégia de tentar chegar com os alunos a fórmulas ou resultados importantes era frequente nas aulas em que o orientado cooperante introduzia novas matérias.

Quando o professor pedia para resolver exercícios, tinha o cuidado de dar tempo aos alunos para resolverem os mesmos e pedia aos alunos para os corrigirem no quadro. Note-se que os alunos que iam corrigir os exercícios não tinham necessariamente os exercícios bem resolvidos. De facto, o professor discutia bastante com eles sobre as resoluções dos colegas, tivessem elas certas ou erradas. Na verdade, aproveitava os erros mais frequentes para dramatizar um pouco a situação, para que os alunos se lembrassem e não os voltassem a cometer. Ou então, quando ao introduzir a matéria e sabendo de anos anteriores que os alunos erravam num determinado ponto, fazia questão de salientar a forma correta várias vezes durante essa aula ou até mesmo nas aulas seguintes. Alguns exemplos são o cálculo do domínio das expressões logarítmicas antes de resolver as equações, o facto de apenas as funções injetivas terem inversa, algo que os alunos também teimam em esquecer, entre outros. Sempre que introduzia novas matérias fazia, quando possível, a conexão com matérias anteriores e tentava de igual forma fazer uma ligação com o dia-a-dia. Um exemplo disso foi quando introduziu a função exponencial e utilizou a expressão “crescimento exponencial”, que muitas pessoas usam de forma natural no quotidiano. Outra estratégia adotada pelo

professor era circular na aula tirando dúvidas a cada um dos alunos nas mesas. Assim, verificava onde os alunos tinham mais dúvidas e sempre que ele achasse pertinente, ou quando uma dúvida era comum a grande parte dos alunos ele explicava no quadro para toda a turma. Na correção de exercícios no quadro, se o professor verificasse que algumas dúvidas persistiam, pedia para resolverem mais exercícios sobre o tema. Esta era uma estratégia que o este professor utilizava nas suas três turmas.

Outra estratégia utilizada nas aulas, era sempre que eram lecionadas várias definições, fazia questão de, na aula seguinte, questionar os alunos sobre as mesmas para que eles as recordassem. Mais uma vez, esta era uma estratégia comum às três turmas.

Embora na grande maioria das aulas fossem utilizados apenas o manual e o quadro para lecionar, em algumas aulas, quando considerava útil, optava por utilizar as novas tecnologias. Por exemplo, na aula de introdução da Distribuição Normal, o professor, utilizou um filme que fazia parte do CD do manual. Neste filme, era explicada a forma como surgiu esta distribuição, a sua importância e a sua definição e propriedades. Após o visionamento do filme, este foi discutido com os alunos e a professor voltou a explicar a Distribuição Normal utilizando partes do filme. Depois resolveram exercícios, os alunos pareceram compreender e, para além disso, estavam motivados para a aprendizagem! Houve outra aula em que o professor titular para introduzir a função exponencial utilizou a aplicação para o computador da máquina de calcular gráfica e o quadro interativo para desenhar uma função exponencial e uma função polinomial, para que os alunos as distinguissem. Também utilizou a aplicação para analisar os efeitos no gráfico das alterações no valor da base das funções exponenciais.

Nas aulas desta turma, foi mais uma vez possível verificar a importância que tem a experiência do professor, pelo menos na preparação dos alunos para o exame nacional. Por exemplo, numa aula após a explicação do conceito de probabilidade condicionada, o professor salientou a importância de os alunos compreenderem o conceito em si e não só a fórmula, uma vez que por vezes os exercícios pedem para não aplicar a definição e, nestes casos, os alunos têm de compreender o conceito para os poderem resolver. Este facto foi lembrado numa aula a posteriori, onde o professor usou um exercício de exame para os alunos resolverem e compreenderem a diferença entre o uso ou não da definição. Sempre que utilizava um exercício de exame, o próprio enunciado era projetado no quadro e durante a correção do exercício o professor projetava os critérios de correção para discutir com os alunos as suas possíveis avaliações.

Nas aulas de entrega e correção das fichas de avaliação, após a sua entrega o professor dava tempo aos alunos para analisarem as classificações e correções dos mesmos e depois passava

à correção no quadro de forma integral. Os exercícios eram corrigidos, um a um, sempre com discussão com os alunos de forma a ter a certeza que compreendiam a resolução dos mesmos. Nas suas fichas de avaliação o professor utilizava o mesmo esquema e os mesmos critérios de correção que os exames para que os alunos se fossem adaptando.

A última aula desta turma, tal como nas outras, foi dedicada à auto e heteroavaliação. Nesta turma o professor pediu para escreverem numa folha o que acharam do capítulo, as dificuldades que sentiram e como correram as aulas e as suas prestações. Após receber e ler as opiniões dos alunos, falou com cada aluno individualmente e por fim, falou a toda a turma chamando-os à razão por conversarem muito durante as aulas e isso prejudicar o desempenho deles. Durante o diálogo tentou sempre responsabilizar os alunos na tentativa de que no próximo período eles se dedicassem ainda mais.

1.1.4. Aulas lecionadas

As aulas lecionadas tal como todas as outras aulas da turma do 10.º ano de Matemática A foram sempre, e com antecedência, planeadas em conjunto com o Ricardo Pereira e a minha colega de estágio, em reuniões semanais. Nestas reuniões, escolhíamos os exercícios que iríamos pedir aos alunos para resolver e analisávamos a matéria nova que iríamos introduzir ou até mesmo matéria já lecionada que iríamos recordar. Depois o trabalho de preparação da aula, a ser lecionada, era feito individualmente, de forma mais aprofundada. Por vezes, acontecia ter de preparar a aula a lecionar mais do que uma vez, o que não era de todo mau, uma vez que me deu mais destreza na preparação das aulas. Isto acontecia quando a(s) aula(s) anterior(es), à(s) que iria lecionar não corria(m) conforme previsto. Daí apresentar nesta seção alguns materiais que foram preparados por mim mas, não utilizados nas minhas aulas.

Lecionei o total de quatro aulas (oito tempos letivos), à turma do 10.º ano de Matemática A. Irei apresentar para cada uma delas⁹ o plano de aula e a planificação detalhada com as resoluções dos exercícios e todos os passos que pretendia seguir. Apresento ainda uma reflexão crítica sobre cada aula.

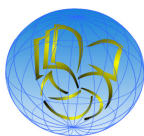
⁹ A aula que lecionei no dia 17 de novembro de 2011 não foi assistida pela minha orientadora da UAlg. O plano de aula, a planificação e a respetiva reflexão crítica encontram-se no anexo 4.

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

Ano Letivo 2011/2012

Grupo 500 – Matemática



Plano de Aula

Unidade Didática: Geometria no plano e no espaço I

Data: <u>20/10/2011</u>	Disciplina: <u>Matemática A</u>	Ano: <u>10º</u>
Aula n.º: <u>15</u>	Tema: <u>Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço</u>	

Objetivos /Competências:	<ul style="list-style-type: none">• Desenvolver o raciocínio para a resolução de problemas de geometria que envolvam secções e o cálculo de perímetros, áreas e volumes.• Aplicar as propriedades operatórias dos radicais na resolução dos problemas.
Sumário:	<ul style="list-style-type: none">• Correção do trabalho de casa.• Resolução de exercícios.
Estratégias e Atividades:	<ul style="list-style-type: none">• Iniciar a aula com o sumário.• Questionar os alunos sobre o trabalho de casa, verificando as dúvidas dos alunos e corrigir o trabalho de casa no quadro se necessário (os trabalhos de casa foram os exercícios 9 e 11 da página 78 e o exercício 13 da página 79).• Propor a resolução das propostas 2 da página 80, 6 da página 81, 9 da página 82 e 19 da página 87.• Esclarecer dúvidas, dar dicas (se necessário) e corrigir as propostas ao longo da aula com a ajuda dos alunos.
Materiais e Recursos:	<ul style="list-style-type: none">• Quadro, manual adotado e se necessário material criado (polígonos para o exercício 11 da página 78 e a planificação do cubo para a proposta 9 da página 82).
Expectativas:	<ul style="list-style-type: none">• Com a resolução dos exercícios propostos, pretende-se que os alunos desenvolvam o raciocínio para a resolução de problemas de geometria que envolvam secções e cálculo de perímetros, áreas e volumes; e que consigam aplicar corretamente as propriedades operatórias dos radicais.
Observações:	<ul style="list-style-type: none">• Caso não seja possível terminar todas as propostas, as mesmas deverão ser indicadas para serem concluídas em casa e corrigidas na aula seguinte.

Planificação da aula 15 – 20/10/2011

→ A aula inicia-se com o sumário: correção do trabalho de casa; resolução de exercícios.

Questionar os alunos sobre o trabalho de casa:

→ Caso alguém tenha feito todo o trabalho de casa – indicar no quadro os exercícios que podem resolver enquanto se corrige o trabalho de casa: Proposta 2 da página 80¹⁰, Proposta 6 da página 81, Proposta 9 da página 82 e Proposta 19 da página 87.

→ Peço a um aluno que tenha resolvido o exercício 9 da página 78 para ir ao quadro corrigir e entretanto ajudo os outros alunos que tiveram dificuldades.

Correção do trabalho de casa:

→ Exercício 9 da página 78 (Exercício de escolha múltipla)

Algumas questões que se podem colocar aos alunos:

→ O que representam os lados dos retângulos?

→ Como calcular essas diagonais?

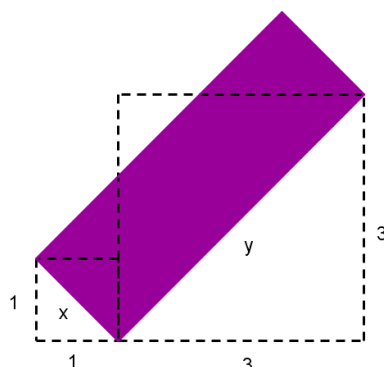


Figura 1.4: Imagem relativa ao Exercício 9 da página 78¹¹.

$$x^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \text{ porque } x > 0$$

$$y^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow y^2 = 18 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{18} \Rightarrow y = \sqrt{18} \text{ porque } y > 0$$

$$y = \sqrt{3^2 \times 2} \Leftrightarrow y = 3\sqrt{2}$$

$$P = 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2 \times 2} = 3\sqrt{2^2} = 3 \times 2 = 6$$

Cálculo auxiliar:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 3^2 \times 2$$

O perímetro e a área do retângulo são, respetivamente, $8\sqrt{2}$ cm e 6 cm².

A opção correta será a hipótese (B).

¹⁰ Todos os exercícios mencionados, em caso de omissão da fonte, são relativos ao manual adotado, Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo espaço - Matemática A 10.º ano. Parte 1*. Porto: Porto Editora.

¹¹ Todas as imagens mencionadas na resolução dos exercícios, em caso de omissão da fonte, são relativas ao manual adotado, Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo espaço - Matemática A 10.º ano. Parte 1*. Porto: Porto Editora.

(Questionar os alunos sobre dúvidas que tenham.)

→ **Exercício 11 da página 78**

(a vista lateral da figura indica que necessitamos de calcular o comprimento da hipotenusa)

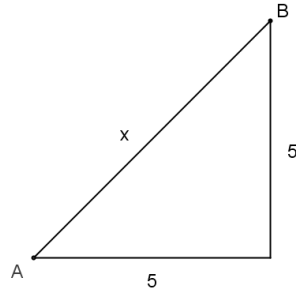


Figura 1.5: Vista lateral da imagem do exercício 11 da página 78.

→ As 2 retas são perpendiculares porque estão sobre dois planos perpendiculares

(Para este exercício e uma vez que os alunos geralmente têm dificuldades em visualizar imagens em 3D decidi recriar a figura do exercício para mostrar aos alunos mas, esta só será utilizada caso seja necessário. As figuras seguintes são fotografias do material criado.)

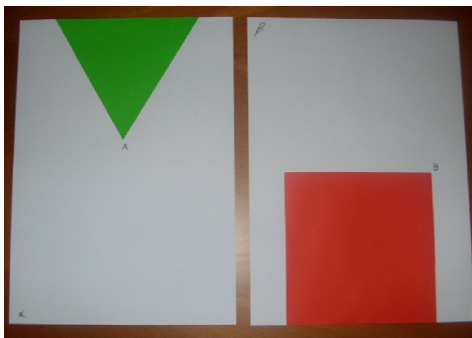


Figura 1.6: Material relativo ao exercício 11 da página 78 antes de ser montado.

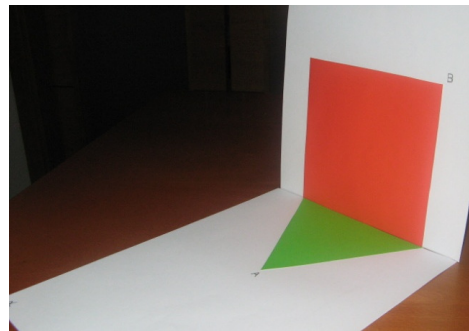


Figura 1.7: Material relativo ao exercício 11 da página 78 depois de montado.

$$x^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 50 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{50} \Rightarrow x = \sqrt{50} \text{ porque } x > 0$$

$$x = \sqrt{5^2 \times 2} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$$

A distância entre A e B, vértices do triângulo e do quadrado, é:

$5\sqrt{2}$ cm. A opção correta será a hipótese (A).

(Questionar os alunos sobre dúvidas que tenham.)

Cálculo auxiliar:

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 2} \\ 25 \\ \underline{5 } \\ 1 \\ \underline{50} \\ 50 = 5^2 \times 2 \end{array}$$

→ **Exercício 13 da página 79**

13.1 (Colocar, se possível, a imagem do exercício no quadro interativo e pedir a um aluno que desenhe a secção produzido no sólido. Caso, não seja possível, desenhar a imagem do sólido no quadro e pedir a um aluno que trace a secção produzida no sólido.)

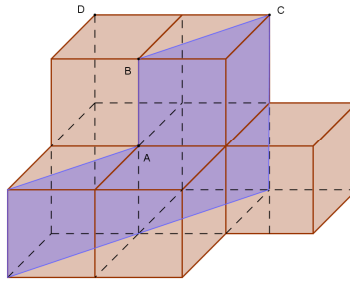


Figura 1.8: Resolução do exercício 13.1 da página 79.

A opção correta é a hipótese (A).

13.2 Pontos a discutir com os alunos:

- O facto de o plano ser horizontal à figura;
- Se optarmos por um plano que passe entre os pontos A e B, a secção produzida será apenas sobre dois cubos;
- Se optarmos por um plano que passe no ponto A ou abaixo deste, a secção produzida será sobre 5 cubos.

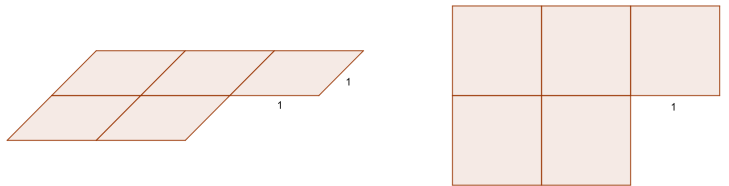


Figura 1.9: Representações da secção obtida no exercício 13.2 da página 79.

$$A_{1\text{face}} = l \times l = 1 \times 1 = 1$$

$$A_{\text{total}} = 5 \times A_{1\text{face}} = 5 \times 1 = 5$$

A maior área que se pode obter é 5 cm^2 . A opção correta será a hipótese (D).

→ Caso os alunos não compreendam que ao passar pelo ponto A, já temos uma secção com 5 quadrados, perguntar aos alunos a que cubo pertence o ponto A? Ao de cima e ao de baixo, então é porque estão no mesmo plano, logo a face dos cubos da frente também estará nesse mesmo plano.

(Questionar os alunos sobre dúvidas que tenham.)

Fim da correção do trabalho de casa

Correção das Propostas a resolver na sala de aula:

Estas propostas serão resolvidas pelos alunos no quadro, a não ser que existam muitas dúvidas. Nesse caso serei eu a resolver explicando passo a passo o que se está a fazer. De qualquer forma nada invalida que não explique o exercício mesmo depois de o aluno o ter resolvido para esclarecer alguma dúvida que surja.

→ Proposta 2 da página 80

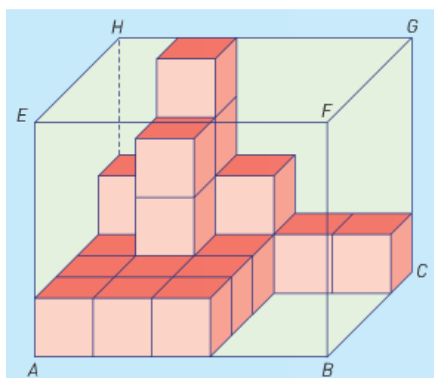


Figura 1.10: Imagem relativa à Proposta 2 da página 80.
(Fonte: e-manual Novo Espaço 10)

n.º de cubos : 21

$$\frac{V_{ocupado}}{n.º \text{ de cubos}} : \frac{1344 \text{ cm}^3}{21} = 64 \text{ cm}^3 = V_{1cubo}$$

$$V_{cubo} = a^3 \Leftrightarrow 64 = a^3 \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{64} \Leftrightarrow a = 4$$

As medidas da caixa maior são : $\overline{AB} = 5$ arestas de cubos, $\overline{BC} = 4$ arestas de cubos

e $\overline{CG} = 4$ arestas de cubos

n.º de cubos : $5 \times 4 \times 4 = 80$ cubos

$$V_{Caixa} : n.º \text{ cubos} \times V_{1cubo} = 80 \times 64 = 5120$$

R: A capacidade da caixa é de 5120 cm^3 .

→ Proposta 6 da página 81

1. Começar por dar a dica aos alunos de desenharem a planificação do sólido resultante.

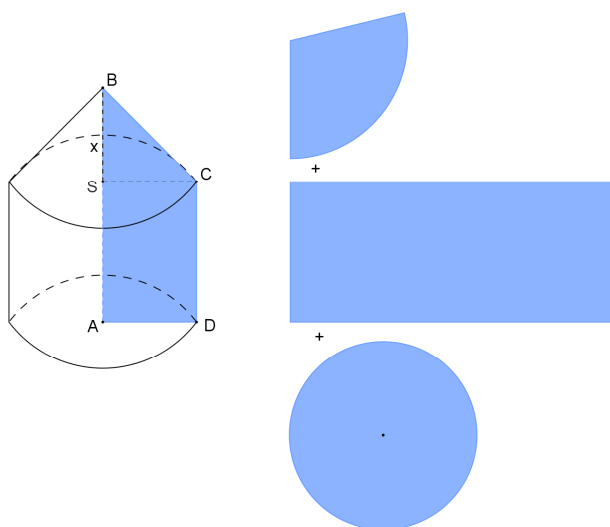


Figura 1.11: Sólido resultante da rotação do trapézio da Proposta 6 da página 81 e a sua planificação.

Medidas :

$$\overline{AB} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{Raio : } r = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Comprimentos da Geratriz : } g = \overline{BC} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{base do retângulo : } c = P_{\text{circunferência}} = 2\pi r = 2 \times \pi \times 5 = 10\pi$$

$$\text{altura do retângulo : } h = \overline{AB} - \overline{CD} = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

Cálculo auxiliar:

$$x^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow x^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AD}^2 \Leftrightarrow x^2 = (3\sqrt{5})^2 - 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 45 - 25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 20 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{20} \Rightarrow x = \sqrt{20} \text{ porque } x > 0$$

$$x = 2\sqrt{5}$$

Área do setor circular :

$$A_{\text{setorcirc}} = P_b \times \frac{g}{2} = \frac{2\pi r g}{2} = \frac{2\pi \times 5 \times 3\sqrt{5}}{2} = 15\sqrt{5}\pi$$

Área do retângulo:

$$A_r = c \times l = 10\pi \times 3\sqrt{5} = 30\sqrt{5}\pi$$

Área do círculo:

$$A_c = \pi r^2 = 5^2 \pi = 25\pi$$

Área total:

$$\begin{aligned} A_t &= A_{sc} + A_r + A_c = 15\sqrt{5}\pi + 30\sqrt{5}\pi + 25\pi = \\ &= 45\sqrt{5}\pi + 25\pi = 5 \times 9\sqrt{5}\pi + 5 \times 5\pi = \\ &= 5\pi(9\sqrt{5} + 5) = 5\pi(5 + 9\sqrt{5}) \end{aligned}$$

R: A área total será $5\pi(5 + 9\sqrt{5}) \text{ cm}^2$.

(Questionar os alunos sobre dúvidas que tenham.)

2.

Cálculo auxiliar :

$$A_b = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{2} \times 5 = \frac{8\sqrt{5}}{2} \times 5 = 4\sqrt{5} \times 5 = 20\sqrt{5}$$

Cálculo da altura :

$$V = A_b \times h \Leftrightarrow \frac{V}{A_b} = h \Leftrightarrow h = \frac{200}{20\sqrt{5}} \Leftrightarrow h = \frac{20 \times 10}{20\sqrt{5}} \Leftrightarrow h = \frac{10}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} \Leftrightarrow h = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{25}} \Leftrightarrow h = \frac{10\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow h = 2\sqrt{5}$$

A altura é de $2\sqrt{5}$ cm.

→ Proposta 9 da página 82

1. Para este exercício também criei materiais, neste caso criei um cubo que não se encontra colado sendo possível desmontá-lo para mostrar a planificação do mesmo, como indicam as figuras.

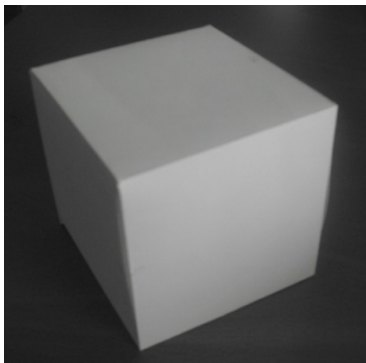


Figura 1.12: Material relativa à Proposta 9 da página 82 montado.



Figura 1.13: Material relativa à Proposta 9 da página 82 antes de ser montado.

Para ajudar os alunos na resolução dar a dica de construírem a planificação do cubo.

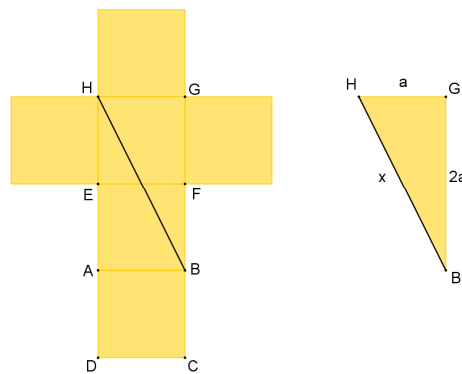


Figura 1.14: Planificação do cubo com a indicação do caminho da formiga relativo ao exercício 1 da Proposta 9 da página 82.

Cálculo de x :

$$x^2 = a^2 + (2a)^2 \Leftrightarrow x^2 = a^2 + 4a^2 \Leftrightarrow x^2 = 5a^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5a^2} \Rightarrow x = \sqrt{5a^2} \text{ porque } x > 0$$

$$x = \sqrt{5}a$$

A distância percorrida pela formiga é de $\sqrt{5}a$ dm.

2. 1.^a Tentativa → Errada

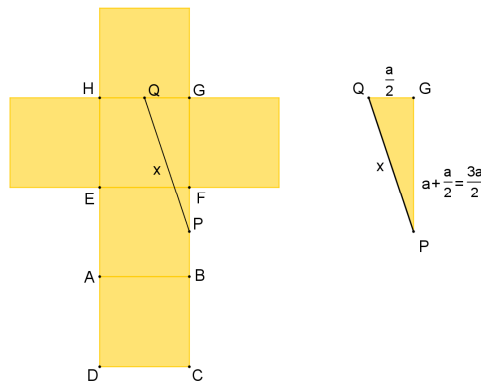


Figura 1.15: Planificação do cubo indicando um caminho possível para a formiga relativo ao exercício 2 da Proposta 9 da página 82.

Cálculo de x :

$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{10a^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{5a^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5a^2}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5a^2}{2}} \text{ porque } x > 0$$

$$x = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}a \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}a \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5 \times 2}}{\sqrt{2 \times 2}}a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{4}}a \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}a$$

A distância percorrida pela formiga será de $\frac{\sqrt{10}}{2}a$ dm.

2.^a Tentativa \rightarrow Certa

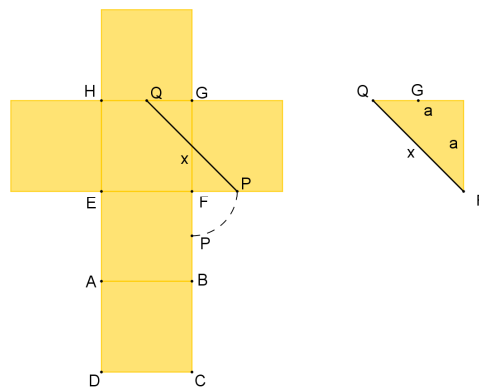


Figura 1.16: Planificação do cubo indicando o caminho mais curto para a formiga relativo ao exercício 2 da Proposta 9 da página 82.

Cálculo de x :

$$x^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2a^2} \Rightarrow x = \sqrt{2a^2} \text{ porque } x > 0$$

$$x = \sqrt{2}a$$

A distância percorrida pela formiga será de $x = \sqrt{2}a$ dm. Como se pode verificar na 2.^a Tentativa obtemos um caminho mais curto da formiga.

→ Salientar para a importância da forma como desenhamos a planificação.

→ **Proposta 19 da página 87**

1.

Cálculo da área pedida :

$$A_{pedida} = A_{quadrado} - A_{círculo} \Leftrightarrow A_{pedida} = l^2 - \pi r^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_{pedida} = 8^2 - \pi \times 4^2 \Leftrightarrow A_{pedida} = (64 - 16\pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_{pedida} \approx 13,73$$

A área pedida é de 13,73 cm².

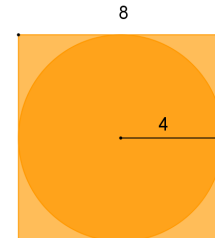


Figura 1.17: Vista de cima do sólido relativo à Proposta 19 da página 87.

2.

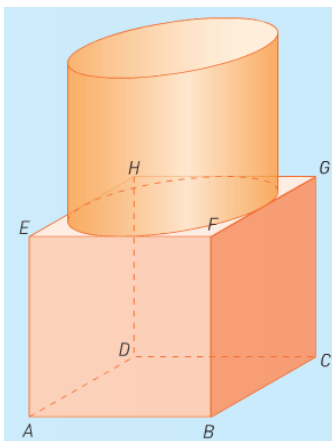


Figura 1.18: Imagem relativa à Proposta 19 da página 87. (Fonte: e-manual Novo Espaço 10)

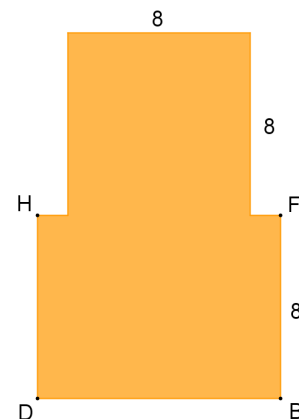


Figura 1.19: Secção produzida pelo plano DBF no sólido relativo à Proposta 19 da página 87.

Cálculo de \overline{DB} :

$$\overline{DB}^2 = \overline{DA}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 8^2 + 8^2 \Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 128 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB} = \pm\sqrt{128} \Rightarrow \overline{DB} = \sqrt{128} \Leftrightarrow \overline{DB} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB} = 2 \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} \Leftrightarrow \overline{DB} = 8\sqrt{2}$$

Cálculo auxiliar:

$$\begin{array}{r|l} 128 & 2 \\ \hline 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$128 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2$$

Cálculo da área pedida :

$$A_{pedida} = A_{quadrado} + A_{rectângulo} \Leftrightarrow A_{pedida} = 8^2 + 8 \times 8\sqrt{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow A_{pedida} = (64 + 64\sqrt{2})$$

Cálculo do perímetro :

$$P = 4 \times 8 + 2 \times 8\sqrt{2} \Leftrightarrow P = (32 + 16\sqrt{2})$$

A área e o perímetro da seção produzida são respectivamente, $(64 + 64\sqrt{2}) \text{ cm}^2$ e $(16\sqrt{2} + 32) \text{ cm}$.

Reflexão Crítica

Cheguei à sala e esperei que todos os alunos entrassem para poder fazer a chamada e ditar o sumário. Inicialmente estava bastante nervosa pois estava com receio de algum aluno me colocar alguma questão para a qual não soubesse a resposta, também tinha receio de trocar os nomes dos alunos – eu sei que é algo que eles não gostam que aconteça, também sentia receio de enfrentar a turma sozinha. Outro dos meus receios prendia-se essencialmente com o fazer algo que fosse diferente da postura do professor titular da turma. Por exemplo, se um aluno me pede para ir à casa de banho deixo ir ou não? Resolvi esclarecer essa dúvida mesmo antes de entrar na sala mas outras situações poderiam acontecer, o que foi o caso. Durante a aula, havia um aluno que estava muito desatento e depois de muito ponderar acabei por pedir-lhe para mudar de lugar, algo que foi muito positivo para o aluno. Felizmente, os orientadores também acharam que tinha tomado a atitude certa.

Nesta aula, comecei por verificar quem tinha feito o trabalho de casa e pedi a um aluno para começar a resolver o primeiro exercício no quadro. Uma vez que alguns alunos tinham feito todo o trabalho de casa, indiquei as propostas que eles deveriam resolver e fui tirando dúvidas de mesa em mesa conforme era solicitada pelos alunos. Alguns dos exercícios foram resolvidos por mim e outros pelos alunos. Nos exercícios resolvidos pelos alunos perguntei sempre se todos tinham compreendido. Sempre que outro aluno demonstrava ter dificuldade em perceber a resolução, pedi ao aluno que tinha resolvido para explicar e, quando não resultou, expliquei de outra forma.

Entretanto todos os materiais que criei foram utilizados, uma vez que alguns alunos apresentavam algumas dúvidas na visualização a três dimensões.

Apesar do esforço para tentar incutir um ritmo mais acelerado à turma, tal não foi possível e o plano de aula não foi concluído. Na verdade, o plano era bastante ambicioso, o titular da turma prefere fazer planos de aula mais extensos porque assim garante que tem sempre algo

preparado para os alunos que possam ser mais rápidos. De qualquer forma, este facto não foi impeditivo de conseguir alcançar os objetivos da aula e de sentir que uma parte dos alunos correspondeu às expectativas.

Entretanto uma das estratégias que usei nesta aula e passei a adotar foi que sempre que sugeria exercícios para os alunos resolverem, indicar os mesmos no quadro para que não estivessem sempre a perguntar.

Apesar de tudo no fim da aula fiquei com a sensação que podia ter corrido melhor, pois podia ter-me libertado mais e devia ter estado mais atenta aos alunos que me pediam ajuda. Este foi um dos factos para os quais fui alertada. Aconselharam-me que na próxima aula que lecionasse tivesse mais atenção e que quando estivesse a esclarecer dúvidas aos alunos mesa a mesa tivesse o cuidado de olhar frequentemente para o que se passava com o resto da turma. O orientador cooperante aconselhou-me ainda aproveitar mais a resolução dos exercícios para relembrar matéria teórica lecionada em anos anteriores.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- questionou se os alunos concordavam com algumas respostas de colegas;
- mudou aluno de lugar que não estava com atenção;
- colocou primeiro a expressão algébrica e depois com exemplos concretos;
- questionou pelo nome
- boa gestão do espaço no quadro.

Negativos:

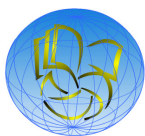
- devia olhar com mais frequência para a turma em geral para ver se alguém estava com dúvidas e/ou a chamar a professora;
- devia indicar mais alunos para ir ao quadro;
- não referiu o termo correto “setor circular”;
- não emendou um aluno no quadro “1 cubo = ... = 4 cm de aresta”;
- má gestão de tempo.

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

Ano Letivo 2011/2012

Grupo 500 – Matemática



Plano de Aula

Unidade Didática: Geometria no plano e no espaço I

Data: <u>10/11/2011</u>	Disciplina: <u>Matemática A</u>	Ano: <u>10º</u>
Aula n.º: <u>23</u>	Tema: <u>Geometria Analítica</u>	

Objetivos /Competências:	<ul style="list-style-type: none">• Representar pontos simétricos no plano em relação: aos eixos coordenados, à origem, às bissetrizes e a outros eixos de simetria.• Desenvolver a capacidade de visualização do referencial no espaço.• Representar pontos no espaço.• Reconhecer os octantes em \mathbb{R}^3.
Sumário:	<ul style="list-style-type: none">• Continuação da aula anterior.
Estratégias e Atividades:	<ul style="list-style-type: none">• Iniciar a aula com o sumário.• Explicar as simetrias de pontos em \mathbb{R}^2 em relação aos eixos coordenados, à origem e às bissetrizes utilizando o quadro e ao mesmo tempo elaborando com os alunos um quadro síntese sobre as simetrias. Confirmar as aprendizagens dos alunos com o programa <i>Autograph</i> (se possível), onde serão criados alguns eixos de simetria para questionar os alunos quanto a pontos simétricos em relação aos mesmos eixos.• Propor aos alunos a resolução do exercício 56 da página 107.• Jogar com os alunos ao jogo das simetrias utilizando o quadro interativo.• Introduzir o referencial no espaço (\mathbb{R}^3): definição, nome dos eixos, notação dos pontos através do uso do referencial em madeira.• Representar os octantes e os planos coordenados utilizando o referencial em esponja e/ou o programa <i>Autograph</i> (se possível). Elaborar um quadro síntese sobre os sinais dos pontos em cada octante.• Resolver com os alunos o exercício 59 da página III.
Materiais e Recursos:	<ul style="list-style-type: none">• Quadro, quadro interativo, computador, <i>Autograph</i>, manual adotado e material que a professora criou (um referencial no espaço em madeira, um referencial no espaço em esponja e programas em <i>Autograph</i>).
Expectativas:	<ul style="list-style-type: none">• Com a resolução dos exercícios propostos e a formulação de perguntas aos alunos durante a aula, pretende-se que os alunos consigam representar pontos simétricos no plano em relação: aos eixos coordenados, à origem, às bissetrizes e a outros eixos de simetria; desenvolver a capacidade de visualização do referencial no espaço; representar pontos no espaço; e reconhecer os octantes e os planos coordenados em \mathbb{R}^3.
Observações:	<ul style="list-style-type: none">• Caso não seja possível resolver com os alunos o exercício 59 da página III, este deverá ser proposto para trabalho de casa desde que lecionada a matéria necessária para o resolver.

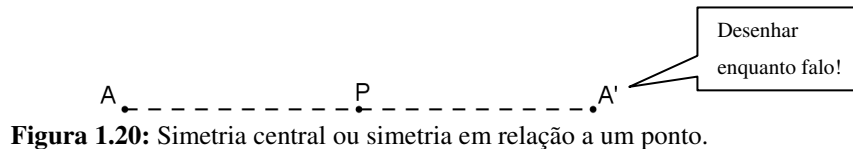
Planificação da aula 23 – 10/11/2011

Nota: Esta aula já foi planificada de forma ligeiramente diferente da outra. Nesta planificação encontra-se o possível diálogo que poderei fazer com os alunos, é um guião completo.

→ A aula inicia-se com a chamada e o sumário: continuação da aula anterior.

Simetrias

Vamos começar a aula recordando as simetrias, temos a simetria central ou simetria em relação a um ponto. Por exemplo, se quisermos o simétrico do ponto A em relação ao ponto P iremos ter...



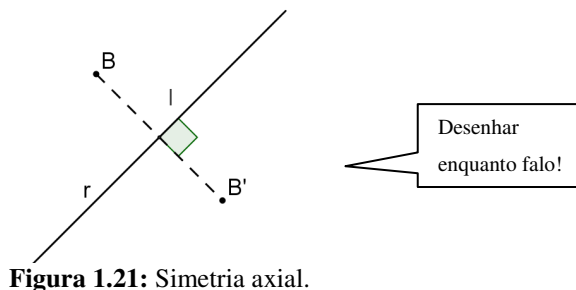
Ou seja, o ponto A' fica sobre a reta AP e à mesma distância que A do ponto P mas, no lado oposto a A.

→ Ditar a definição: O simétrico de um ponto A em relação a um ponto P é o ponto A', situado na reta AP tal que $\overline{AP} = \overline{PA'}$.

Escrever no quadro!

Temos ainda a Simetria Axial ou Simetria em relação a um eixo.

Por exemplo, se tivermos a reta r e o ponto B e quisermos o simétrico em relação à reta r , ou seja, B'.



Notem que a reta que passaria por B e B' tem de ser perpendicular, ou seja, fazer um ângulo de 90.º em relação à reta r e que a distância de B a I é a mesma que de I a B'.

→ Ditar a definição: O simétrico de um ponto B em relação a uma reta r é o ponto B', situado na reta que passa pelo ponto B e é perpendicular à reta r e tal que a distância de B a r é igual à distância de B' a r , ou seja, $BB' \perp r$ e $\overline{BI} = \overline{IB'}$

Dúvidas?

Escrever no quadro!

Então, vamos estudar as simetrias em relação aos eixos coordenados. Se eu tiver, por exemplo, o ponto P de coordenadas (2,3)

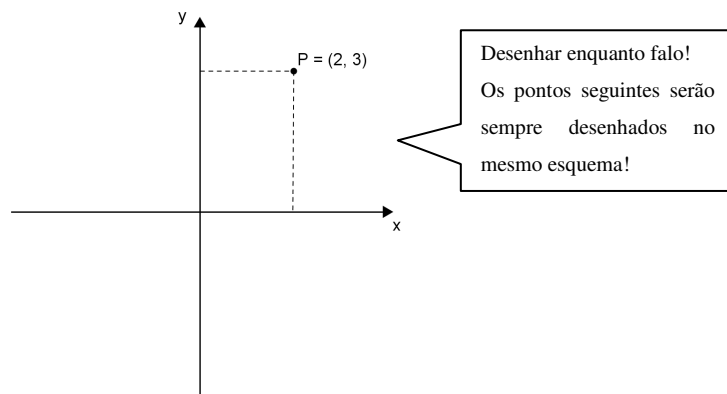


Figura 1.22: Ponto P no referencial cartesiano no plano.

Onde irá ficar situado o ponto P_1 simétrico a P em relação ao eixo das abcissas? Ao eixo dos xx ? Em que quadrante? “4.º Quadrante” E a distância ao eixo das abcissas será de quanto? “3” Então, temos...

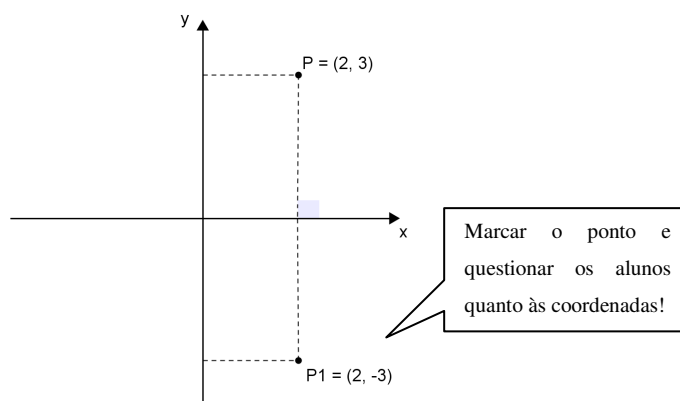


Figura 1.23: Simétrico de P em relação ao eixo das abcissas.

Notem que a reta que passa em P e P_1 é perpendicular ao eixo das abcissas e a distância entre P e o eixo e P_1 e o eixo é a mesma! E se for o simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas? Ao eixo dos yy ? Em que quadrante irá ficar? “2.º Quadrante” E a que distância do eixo das ordenadas! “2” Ou seja,

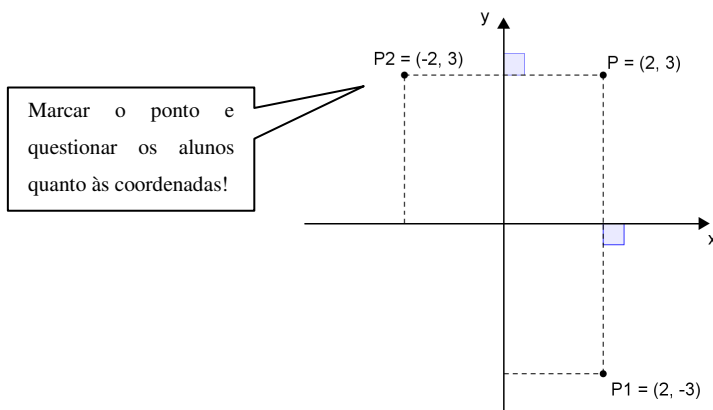
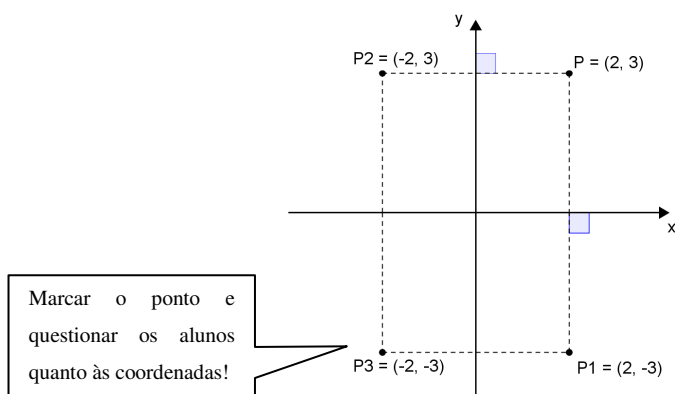


Figura 1.24: Simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas.

Então, e o simétrico de P e relação à origem? Em que quadrante se irá situar? “3.º Quadrante”
 E a que distância dos eixos das abcissas e do eixo das ordenadas irá ficar? “Será a uma distância de 3 unidades do eixo dos xx e 2 unidades do eixo dos yy.”



Marcar o ponto e questionar os alunos quanto às coordenadas!

Figura 1.25: Simétrico de P em relação à origem.

Assim, quando se quer o simétrico em relação à origem é o mesmo que fazer a simetria em relação ao eixo das abcissas e depois ao eixo das ordenadas ou vice-versa!

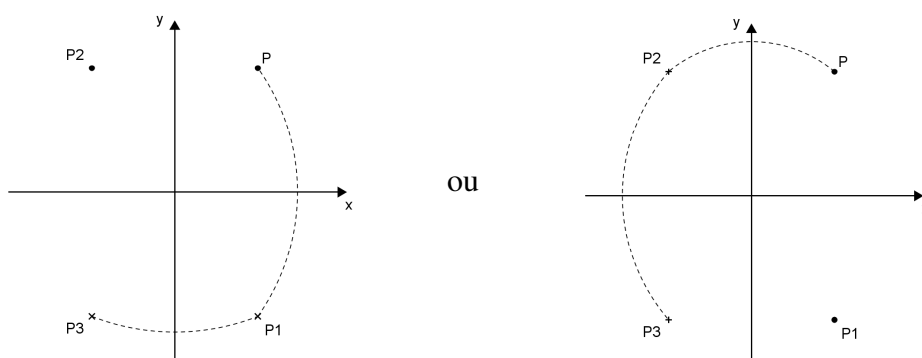


Figura 1.26: Esquema para exemplificar no quadro com o giz.

Vamos agora olhar para as coordenadas dos pontos que estão no referencial:

- Quando se fez o simétrico de P em relação ao eixo das abcissas, o que aconteceu às coordenadas? “A abcissa ficou igual e a ordenada passou a negativa.”
- E o simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas? “A abcissa passou a negativa e a ordenada ficou igual.”
- E o simétrico de P em relação à origem do referencial? “As duas coordenadas passaram a negativas.”

Então, se tivermos um ponto genérico P de coordenadas a em x e b em y ,

Simétrico do ponto $P(a,b)$ relativamente:	
• ao eixo Ox	$P_1(a,-b)$
• ao eixo Oy	$P_2(-a,b)$
• à origem do referencial	$P_3(-a,-b)$

Escrever no quadro enquanto falo!

Dúvidas?

E se pretender agora o simétrico em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares? Que quadrantes atravessa a bissetriz? “1.º e 3.º Quadrantes” E como se representa? “ $y=x$ ” Onde irá ficar o simétrico?

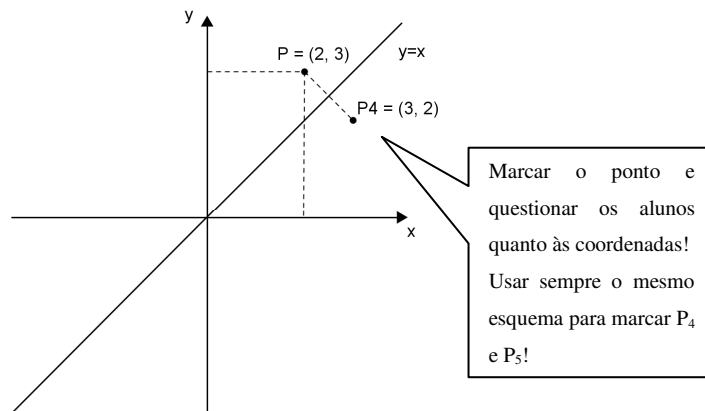


Figura 1.27: Simétrico de P em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.

O que aconteceu em relação às coordenadas de P? “Trocaram!”

Já agora, e o simétrico em relação à bissetriz dos quadrantes pares? Como se representa esta bissetriz? “ $y=-x$ ”

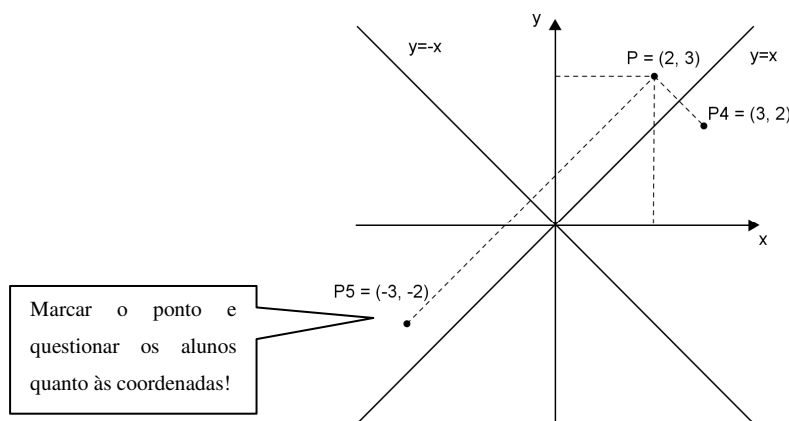


Figura 1.28: Simétrico de P em relação à bissetriz dos quadrantes pares.

O que aconteceu em relação às coordenadas de P? “Trocaram e mudaram de sinal!”

(Voltando ao quadro anterior, continuar a escrever em baixo enquanto falo)

Então o que podemos acrescentar a esta síntese:

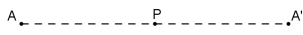
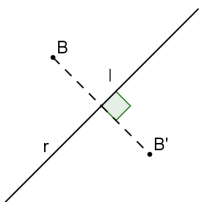
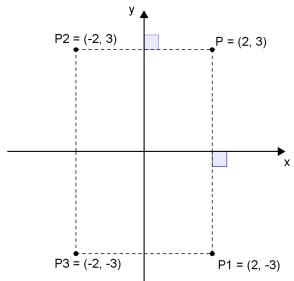
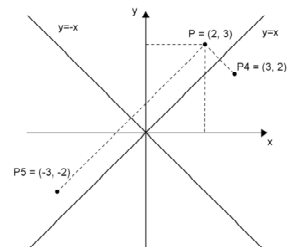
- | | |
|--|--------------|
| ... | |
| • à bissetriz dos quadrantes ímpares ($y=x$) | $P_4(b,a)$ |
| • à bissetriz dos quadrantes pares ($y=-x$) | $P_5(-b,-a)$ |

Escrever no quadro enquanto falo!

Dúvidas?

→ Este seria o aspeto do quadro até ao momento:

Tabela 1.1: Organização do quadro da sala de aula.

	Simetrias	Síntese
<p>Simetria em relação a um ponto</p>  <p>Simetria em relação a um eixo</p> 	<p>Simetria em relação aos eixos coordenados e à origem</p>  <p>Simetria em relação às bissetrizes</p> 	<p>Simétrico do ponto $P(a,b)$ relativamente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ao eixo Ox $P_1(a,-b)$ • ao eixo Oy $P_2(-a,b)$ • à origem do referencial $P_3(-a,-b)$ • à bissetriz dos quadrantes ímpares ($y=x$) $P_4(b,a)$ • à bissetriz dos quadrantes pares ($y=-x$) $P_5(-b,-a)$

→ Ligar o Autograph onde já se encontra construído um referencial com as bissetrizes representadas e o ponto de coordenadas (1,3).

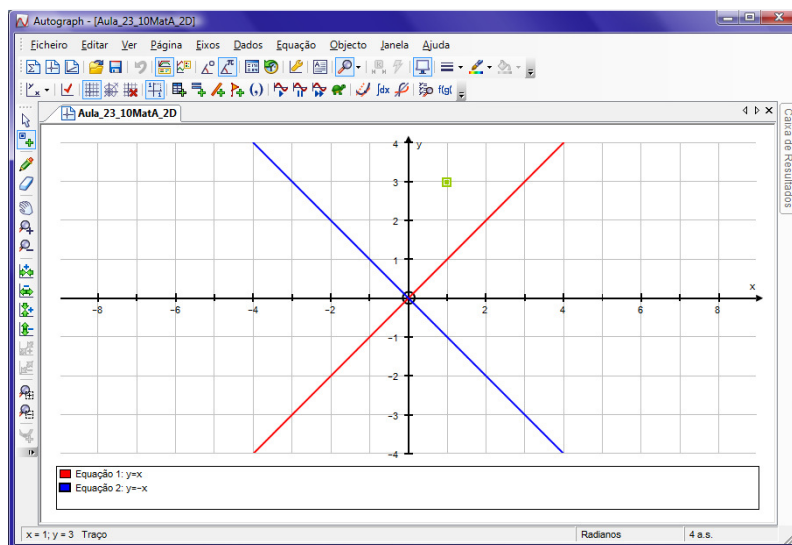


Figura 1.29: Exercício em *Autograph* apresentado na aula.

Tendo em conta o ponto que se encontra assinalado a verde com as coordenadas (1,3), a que vamos chamar P:

Quais as coordenadas do ponto simétrico em relação ao eixo das abcissas?

E em relação ao eixo das ordenadas?

E em relação à origem do referencial?

E em relação à reta $y = x$?

E em relação à reta $y = -x$?

→ Criar a reta $y = 2$ e perguntar aos alunos onde fica o simétrico do ponto P considerando $y = 2$ como eixo de simetria.

→ Criar a reta $x = -1$ e perguntar aos alunos onde fica o simétrico do ponto P considerando $x = -1$ como eixo de simetria.

→ Propor a resolução do exercício 56 da página 107 e dar algum tempo aos alunos para resolverem antes de começar a corrigir! Entretanto ir às mesas esclarecer dúvidas aos alunos.

→ Exercício 56 da página 107

56.1.

56.1.1. D e C ou E e B ou F e A

56.1.2. D e F ou C e A

56.1.3. C e F ou D e A ou E e B

56.2.

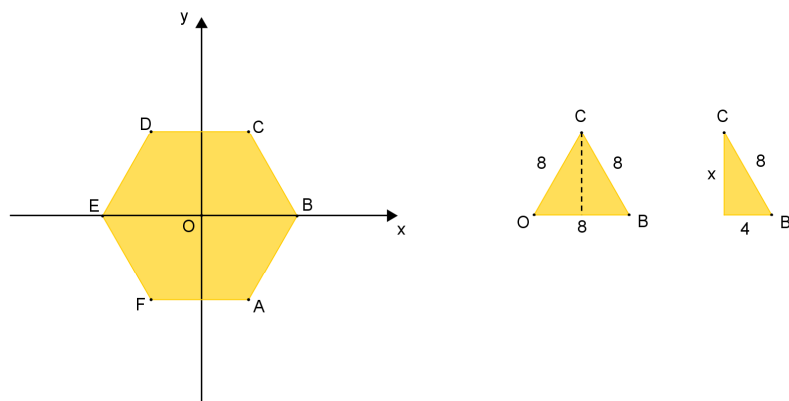


Figura 1.30: Ilustração da resolução do exercício 56 da página 107.

Cálculo auxiliar:

Cálculo de x :

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Leftrightarrow 8^2 = x^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 8^2 - 4^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 64 - 16 \Leftrightarrow x^2 = 48 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{48} \Rightarrow x = \sqrt{48} \text{ porque } c > 0$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ \hline 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$48 = 2^2 \times 2^2 \times 3$$

Desta forma, as coordenadas serão:

$$A(4, -4\sqrt{3}) \quad B(8, 0) \quad C(4, 4\sqrt{3}) \quad D(-4, 4\sqrt{3}) \quad E(-8, 0) \quad F(-4, -4\sqrt{3})$$

→ Ligar o jogo das simetrias¹² (do manual) no quadro interativo e pedir aos alunos que venha um a um resolver uma simetria.

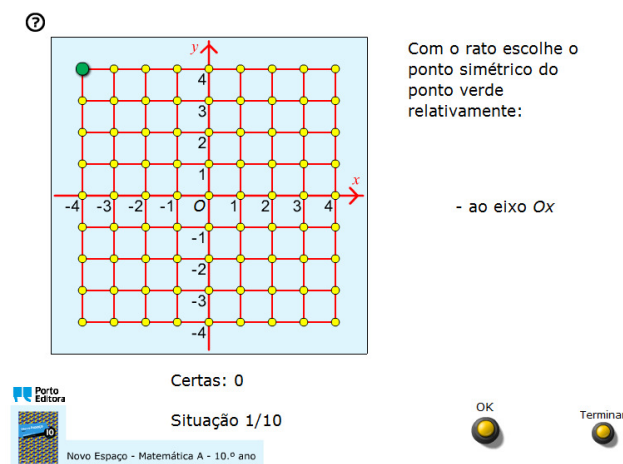


Figura 1.31: Jogo das simetrias do e-manual.

Dúvidas?

Referenciais no Espaço (IR^3)

→ Desenhar um referencial xOy no quadro e utilizar o referencial em madeira para mostrar como surge o eixo das cotas.



Figura 1.32: Referencial cartesiano no espaço, em madeira.

→ Apresentar o nome de cada eixo, a origem e ditar a definição:

O referencial cartesiano no espaço é constituído por 3 retas concorrentes e orientadas, nas quais se fixaram unidades de comprimento e onde cada uma das retas é perpendicular às outras duas. O ponto de encontro das três retas é denominado por origem do referencial e as retas são os eixos do referencial. O referencial ortogonal e monométrico no espaço representa-se por $Oxyz$.

¹² Neste jogo, os alunos escolhem o ponto simétrico (assinalado a laranja no referencial) e depois clicam em Ok! O jogo devolverá certo ou errado, batendo palmas caso acerte e fazendo um som semelhante a uma buzina caso o aluno erre!

Ox é o eixo das abcissas
 Oy é o eixo das ordenadas
 Oz é o eixo das cotas

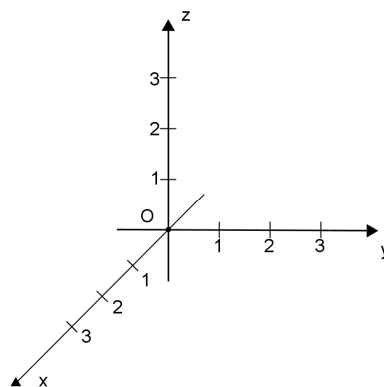


Figura 1.33: Referencial ortogonal e monométrico no espaço.

Se no plano a representação de um ponto era através de um par ordenado (uma abcissa seguida de uma ordenada) como será no espaço? “Teremos um terno ordenado (x,y,z) .”

→ Ditar: A representação de um ponto P faz-se através de um terno ordenado: $P(x,y,z)$.

→ Pegando novamente no referencial em madeira perguntar aos alunos:

Então como marco o ponto $(2,2,2)$?

→ Posicionar-me a um distância de 3 metros à direita do canto da sala e a uma distância de 1 metro do quadro e perguntar aos alunos:

Então e se admitir o canto da sala como a origem do referencial e a medida em metros, onde fica o ponto $(1;3;1.7)$? “Mais ou menos sobre a minha cabeça!”

Dúvidas?

→ Mostrar os octantes de esponja ao mesmo tempo que questiono os alunos:

Se no plano temos quatro quadrantes alguém sabe o que teremos no espaço (\mathbb{R}^3) ? “Octantes.”

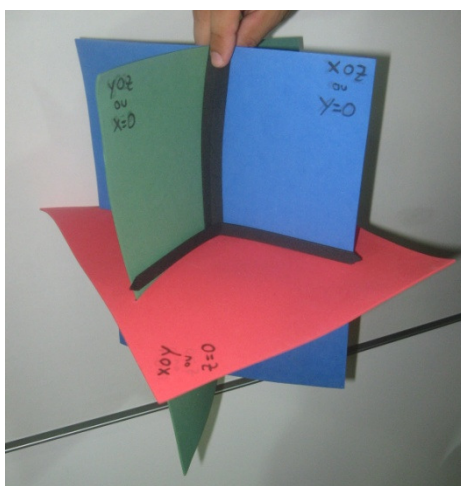


Figura 1.34: Material em esponja representando os octantes em \mathbb{R}^3 .

→ Mostrar os octantes de esponja e desenhar no quadro os octantes e elaborar com a ajuda dos alunos uma tabela de sinais.

Tabela 1.2: Os sinais das coordenadas em cada octante.

Octante	x	y	z
1.º	+	+	+
2.º	-	+	+
3.º	-	-	+
4.º	+	-	+
5.º	+	+	-
6.º	-	+	-
7.º	-	-	-
8.º	+	-	-

→ Aproveitar para introduzir os planos coordenados usando os octantes de esponja.

→ Ditar:

- xOy é o plano coordenado constituído por todos os pontos cuja cota é zero: $z = 0$
- xOz é o plano coordenado constituído por todos os pontos cuja ordenada é zero: $y = 0$
- yOz é o plano coordenado constituído por todos os pontos cuja abcissa é zero: $x = 0$

Dúvidas?

→ Caso os alunos ainda tenham dúvidas utilizar o programa *Autograph* onde se encontra representado o referencial no espaço com os 3 planos coordenados da mesma cor dos octantes em esponja.

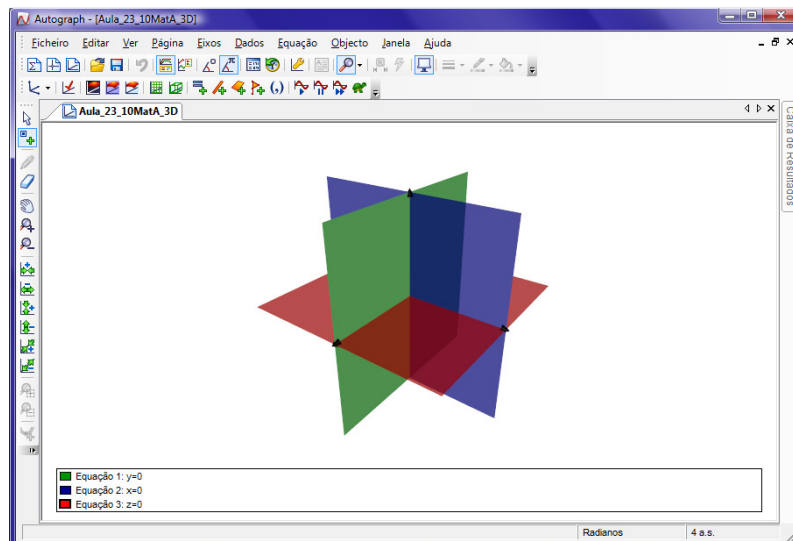


Figura 1.35: Imagem de um referencial cartesiano no espaço em *Autograph*.

→ Resolver com os alunos o exercício 59 da página 111.

→ **Exercício 59 da página 111**

59.1 $A(4,0,0)$ $B(4,4,0)$ $C(0,4,0)$ $D(0,4,4)$ $E(0,0,4)$ $F(4,0,4)$ $G(4,4,4)$ $O(0,0,0)$

59.2 Para ser mais fácil a comunicação vamos atribuir letras aos pontos, por exemplo, os seguintes (conforme a imagem):

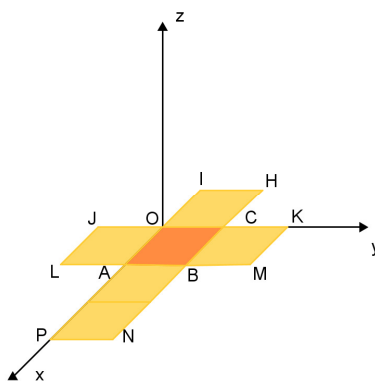


Figura 1.36: Imagem relativa ao exercício 59 da página 111.

$A(4,0,0)$ $B(4,4,0)$ $C(0,4,0)$ $H(-4,4,0)$ $I(-4,0,0)$ $J(0,-4,0)$ $K(0,8,0)$ $L(4,-4,0)$
 $M(4,8,0)$ $N(12,4,0)$ $O(0,0,0)$ $P(12,0,0)$

Reflexão Crítica:

Esta foi certamente uma aula muito melhor que a anterior. Provavelmente devido ao facto de a aula ter sido preparada de forma diferente. Não é que andasse sempre com as folhas para trás e para diante durante as aulas mas, o facto de saber que tinha tudo organizado e até o que deveria dizer no caso de me esquecer fez com que estivesse mais calma e segura.

Na verdade, gostei mais de dar esta aula do que a anterior. Pois, para além de estar mais à vontade, tinha elaborado mais materiais e sentia que estes iam ser muito úteis para a aprendizagem dos alunos. O referencial em madeira chegou até a ser utilizado pelo Dr. Jacinto Leal nas suas aulas.

Pela primeira vez em sala de aula também experimentei ditar definições mas, pelo facto de no fim de algumas das definições os alunos terem de acrescentar uma expressão, senti que isso gerou alguma confusão. Assim, concluí que quando isso acontecer no futuro, será melhor escrever no quadro e pedir aos alunos para passarem para o caderno.

Mais uma vez, o plano não foi todo cumprido mas, não fiquei longe do fim. Apenas me ficou a faltar a parte correspondente aos octantes e assim, não consegui utilizar o último material que tinha criado e nem o programa em *Autograph*. De qualquer forma, foi útil para a minha colega de estágio, que o utilizou, uma vez que lecionou a aula seguinte, que iria começar precisamente no ponto onde fiquei. Entretanto por não ter cumprido o plano também não consegui cumprir todos os objetivos, uma vez que o último se referia aos octantes.

Esta foi sem dúvida alguma uma aula muito ativa, os alunos estavam motivados, sempre a participar quando eu colocava questões. Foi possível manter um diálogo constante entre toda a turma sobre o tema e o facto de utilizar materiais diferentes e de ter criado o referencial em madeira também ajudou muito a que conseguissem visualizar com mais facilidade no espaço.

Por esta ser a segunda aula, também tive o cuidado de aplicar os conselhos que me tinham sido dados na aula anterior. Assim, fui fazendo revisões de conceitos conforme ia surgindo a oportunidade, tive o cuidado de emendar as observações e comentários dos alunos e estive mais atenta à sala de aula quando esclarecia dúvidas a alunos nas mesas.

Mais uma vez, fiz uma boa gestão do quadro e tive o cuidado de dar o tempo necessários aos alunos para conseguirem passar o que estava no quadro para os cadernos. Em suma, sinto que a aula correu muito bem.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- fez revisões de conceitos na altura certa;
- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- emendou diversas observações/comentários/respostas de alunos (sentados e no quadro);
- boa gestão do espaço no quadro;
- esperou o tempo suficiente para os alunos passarem do quadro;
- incentivou alunos com mais dificuldades;
- quando uma aluna deu outra resposta a um exercício, notou-se que a Cristina não tinha pensado nessa possibilidade mas desenrascou-se muito bem e explicou o porquê da resposta estar também correta;
- bons exemplos para ilustrar diversas situações (como o $(1;3;1,7)$).

Negativos:

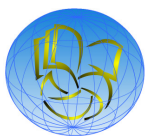
- não muito clara nalgumas respostas a alunos;
- não explicou graficamente uma dúvida de um aluno;
- com o quadro interativo devia ter feito algumas observações sobre outras respostas corretas possíveis.

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

ESCOLA SECUNDÁRIA JOSÉ BELCHIOR VIEGAS

Ano Letivo 2011/2012

Grupo 500 – Matemática



Plano de Aula

Unidade Didática: Geometria no plano e no espaço I

Data: 06/12/2011

Disciplina: Matemática A

Ano: 10º

Aula n.º: 33

Tema: Geometria Analítica

Objetivos /Competências:	<ul style="list-style-type: none">• Relembrar conceitos da aula anterior: vetor livre, vetores simétricos, vetores colineares, norma de um vetor e vetor nulo.• Calcular a soma de um ponto com um vetor.• Calcular a adição de vetores e aplicar as suas propriedades.• Calcular a subtração de vetores.
Sumário:	<ul style="list-style-type: none">• Correção do trabalho de casa.• Operações com vetores: soma de um ponto com um vetor; adição de vetores e suas propriedades; subtração de vetores.• Resolução de exercícios.
Estratégias e Atividades:	<ul style="list-style-type: none">• Iniciar a aula com o sumário.• Corrigir o trabalho de casa, parte do exercício 95 da página 136.• Relembrar aos alunos a matéria dada na aula anterior sobre vetores livres através de um diálogo com os mesmos e propor aos alunos a resolução do exercício 102 da página 143. Corrigir o exercício no quadro com os alunos.• Explicar a soma de um ponto com um vetor e resolver com os alunos o exercício 103 da página 144.• Explicar a adição de vetores através da regra do triângulo e da regra do paralelogramo e introduzir as propriedades da adição de vetores (comutativa, associativa, existência de elemento neutro e existência de elemento simétrico).• Explicar a diferença de vetores como uma soma de um vetor com o simétrico de outro e propor aos alunos a resolução do exercício 106 da página 146. Corrigir o exercício com os alunos.
Materiais e Recursos:	<ul style="list-style-type: none">• Quadro, quadro interativo, computador e manual adotado.
Expectativas:	<ul style="list-style-type: none">• Com a resolução dos exercícios propostos e a formulação de perguntas aos alunos durante a aula, pretende-se que os alunos consigam relembrar conceitos da aula anterior: vetor livre, vetores simétricos, vetores colineares, norma de um vetor e vetor nulo; calcular a soma de um ponto com um vetor; calcular a adição de vetores e aplicar as suas propriedades; calcular a subtração de vetores.
Observações:	<ul style="list-style-type: none">• Caso não seja possível resolver todos os exercícios, os exercícios que restarem serão propostos para trabalho de casa, desde que a matéria referente aos mesmos tenha sido lecionada. Sempre que possível e que se justifique os enunciados dos exercícios serão expostos no quadro interativo.

Planificação da aula 33 – 06/12/2011

→ A aula inicia-se com o sumário: correção do trabalho de casa; operações com vetores: soma de um ponto com um vetor, adição de vetores e suas propriedades, subtração de vetores; resolução de exercícios.

→ Verificar quem fez o trabalho de casa e começar a correção do mesmo.

→ Exercício 95.5 da página 136 (trabalho de casa)

$$(x-2)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 6z + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x^2 - 4x + y^2 - y^2 + 4y + z^2 - z^2 + 6z = -4 + 4 + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -4x + 4y + 6z = 9 \quad (\text{ou}) \Leftrightarrow -4x + 4y + 6z - 9 = 0 \quad (\text{ou}) \Leftrightarrow 4x - 4y - 6z + 9 = 0$$

→ Salientar as várias formas de apresentar a equação do plano.

Dúvidas? Vamos então voltar ao tema do fim da última aula – vetores.

→ Questões a colocar aos alunos para recordar a última aula e usar o quadro para ir representando os vetores:

O que é um vetor livre? “É o representante de todos os segmentos orientados com a mesma direção, sentido e comprimento.”

O que são vetores simétricos? “Vetores com a mesma direção, o mesmo comprimento mas, sentidos opostos.”

E vetores colineares? Ou paralelos? “Vetores que tenham a mesma direção.”

E norma? “É o comprimento do vetor e representa-se por: $\|\vec{u}\|$.”

Escrever no quadro!

E vetor nulo? Quais são as suas características? “Comprimento zero e direção e sentido indeterminados: $\vec{0}$ ”

Escrever no quadro!

Dúvidas? Então vamos resolver o exercício 102 da página 143.

→ Exercício 102 da página 143

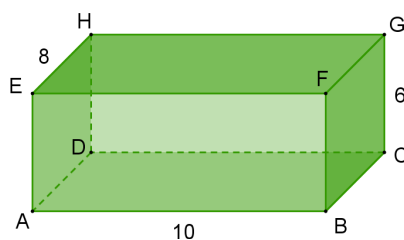


Figura 1.37: Paralelepípedo do exercício 102 da página 143.

102.1

102.1.1 $\|\overrightarrow{BG}\| = ?$

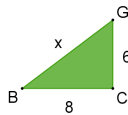


Figura 1.38: Triângulo [BCG] relativo ao exercício 102 da página 143.

$$x^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow x^2 = 36 + 64 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{100} \Rightarrow x = \sqrt{100} \Leftrightarrow x = 10$$

$$\|\overrightarrow{BG}\| = 10 \text{ cm}$$

102.1.2 $\|\overrightarrow{AF}\| = ?$

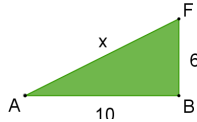


Figura 1.39: Triângulo [ABF] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.

$$x^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow x^2 = 36 + 100 \Leftrightarrow x^2 = 136 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{136} \Rightarrow x = \sqrt{136} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{34}$$

$$\|\overrightarrow{AF}\| = 2\sqrt{34} \text{ cm}$$

102.1.3 $\|\overrightarrow{GA}\| = ?$

Opção 1:

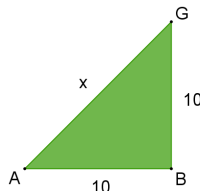


Figura 1.40: Triângulo [ABG] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.

$$x^2 = 10^2 + 10^2 \Leftrightarrow x^2 = 100 + 100 \Leftrightarrow x^2 = 200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{200} \Rightarrow x = \sqrt{200} \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2}$$

$$\|\overrightarrow{GA}\| = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

Opção 2:

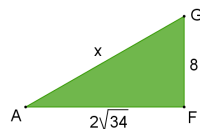


Figura 1.41: Triângulo [AFG] do exercício 102 relativo ao exercício 102 da página 143.

$$x^2 = 8^2 + (2\sqrt{34})^2 \Leftrightarrow x^2 = 64 + 4 \times 34 \Leftrightarrow x^2 = 64 + 136 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 200 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{200} \Rightarrow x = \sqrt{200} \Leftrightarrow x = 10\sqrt{2}$$

$$\|\overrightarrow{GA}\| = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 136 & 2 \\ 68 & 2 \\ 34 & 2 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$$136 = 2^2 \times 2 \times 17 = 2^2 \times 34$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$200 = 2^2 \times 5^2 \times 2$$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$200 = 2^2 \times 5^2 \times 2$$

102.2

102.2.1 \overrightarrow{FC} , \overrightarrow{CF} , \overrightarrow{ED} , \overrightarrow{DE}

102.2.2 \overrightarrow{FA} , \overrightarrow{GD}

Corrigir falando e perguntando aos alunos por respostas diferentes.

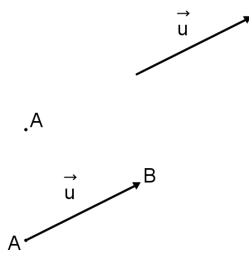
Dúvidas?

Operações com vetores

→ Escrever no quadro: “Soma de um ponto com um vetor: $A + \vec{u} = B$.”

Se somar um ponto e um vetor irei obter um ponto que fica na extremidade do vetor

→ Desenhar no quadro:



O ponto A é fixo mas, o vetor é livre. Somando o ponto A com o vetor u obtemos um ponto, por exemplo B.

Note-se que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.

Figura 1.42: Soma de um ponto com um vetor.

Explicar enquanto desenho no quadro.

Dúvidas? Vamos então resolver o exercício 103 da página 144.

→ Exercício 103 da página 144 (colocar no quadro interativo)

103.1 $A + \overrightarrow{OH} = X$

103.2 $X + \overrightarrow{XO} = O$

103.3 $H + \overrightarrow{HA} = A$

103.4 $H + \overrightarrow{XA} = O$

Dúvidas?

→ Escrever no quadro: “Adição de vetores

Dados dois vetores \vec{u} e \vec{v} , chama-se soma de \vec{u} com \vec{v} , e representa-se por $\vec{u} + \vec{v}$, o vetor que se obtém.”

Temos duas formas diferentes, a primeira é a regra do triângulo.

→ Escrever no quadro: “Regra do Triângulo:”

→ Desenhar no quadro:

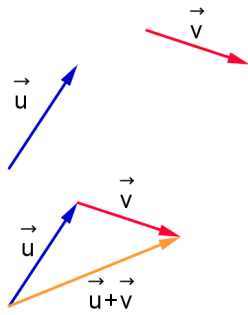


Figura 1.43: Soma de dois vetores pela regra do triângulo.

Imaginem que temos por exemplo dois vetores, \vec{u} e \vec{v} . A regra refere que se une a extremidade de \vec{u} à origem de \vec{v} e traçamos o vetor cuja origem é a origem de \vec{u} e a extremidade é a extremidade de \vec{v} . Como temos vetores livre, podemos por exemplo mudar o \vec{v} .

Explicar enquanto desenho no quadro.

Dúvidas? Então vamos ver a outra forma de somar, que é a regra do paralelogramo.

→ Escrever no quadro: “Regra do Paralelogramo:”

→ Desenhar no quadro:

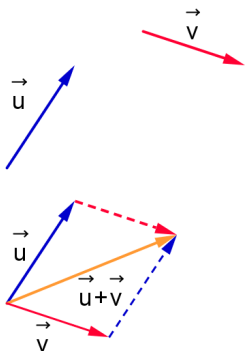


Figura 1.44: Soma de vetores pela regra do paralelogramo.

Considerando os mesmo vetores, unimos as origens de \vec{u} e \vec{v} e traçamos o paralelogramo desenhando os lados paralelos aos vetores \vec{u} e \vec{v} . O vetor diagonal do paralelogramo com origem na origem dos 2 vetores é o vetor soma.

Explicar enquanto desenho no quadro.

Dúvidas?

Vamos estudar algumas propriedades da adição de vetores

→ Escrever no quadro “Propriedades da adição de vetores:

Sejam \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} vetores

- Comutativa:

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$$

Explicar enquanto desenho no quadro.

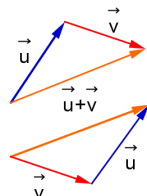


Figura 1.45: Propriedade comutativa da adição de vetores.

- Associativa:

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

Explicar enquanto desenho no quadro.

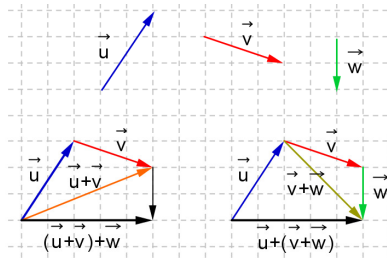


Figura 1.46: Propriedade associativa da adição de vetores.

- Existência do elemento neutro

→ Escrever no quadro: O vetor nulo é o elemento neutro da adição de vetores.

Se somarmos a qualquer vetor o vetor nulo teremos o vetor inicial $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$.

- Existência de elemento simétrico

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0}$$

Notem que é o vetor nulo, não é zero! Vetor nulo com comprimento zero, sentido e direção indeterminados.

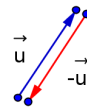


Figura 1.47: Existência de simétrico na adição de vetores.

- Diferença de vetores

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

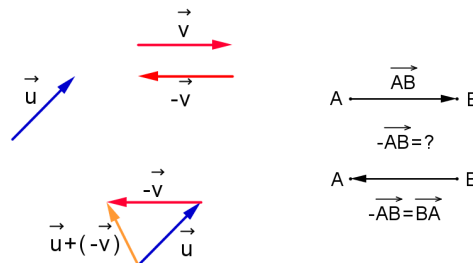


Figura 1.48: Diferença de vetores.

Dúvidas? Então, vamos resolver o exercício 106 da página 146.

→ Exercício 106 da página 146

→ Colocar o exercício no quadro interativo, começar por resolver um ou dois com a ajuda dos alunos e depois perguntar a cada um a resposta, se alguma estiver errada ou algum aluno tiver dúvidas poderá vir ao quadro interativo experimentar.

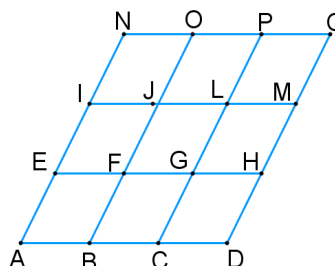


Figura 1.49: Imagem relativa ao exercício 106 da página 146.

$$106.1 \quad B + \overrightarrow{BD} = \underline{D}$$

$$106.2 \quad \underline{G} + \overrightarrow{JP} = M$$

$$106.3 \quad \underline{H} + \overrightarrow{PN} = F \Leftrightarrow \underline{H} - \overrightarrow{NP} = F$$

$$106.4 \quad B + \overrightarrow{BM} = M \quad \text{ou } \underline{AL} \text{ ou } \underline{EP} \text{ ou } \underline{FQ}$$

$$106.5 \quad \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{GJ} = \underline{BF} \quad \text{ou } \underline{GL} \text{ ou } \underline{FJ} \text{ ou } \dots$$

$$106.6 \quad \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{LI} = \underline{AF} \quad \text{ou } \underline{EJ} \text{ ou } \underline{GM} \text{ ou } \dots$$

$$106.7 \quad \overrightarrow{HF} - \overrightarrow{LJ} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{JL} = \underline{HG} \quad \text{ou } \underline{ML} \text{ ou } \underline{CB} \text{ ou } \dots$$

$$106.8 \quad \overrightarrow{PG} - \overrightarrow{OG} = \underline{PO} \quad \text{ou } \underline{NF} \text{ ou } \underline{PH} \text{ ou } \underline{LD} \text{ ou } \dots$$

$$106.9 \quad \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PO} = \\ = \underline{DL} + \overrightarrow{PO} = \underline{DJ}$$

$$106.10 \quad \overrightarrow{NJ} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{HE} = \\ = \underline{NJ} + \underline{BA} = \underline{NI}$$

$$106.11 \quad \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{GP} = \underline{BP} \quad \text{ou } \underline{AO} \text{ ou } \dots$$

$$106.12 \quad \overrightarrow{FQ} + \overrightarrow{QF} = \underline{O}$$

Dúvidas?

Reflexão Crítica

Mais uma vez senti-me muito à vontade perante a turma.

Uma vez que ia introduzir novos conceitos era necessário garantir que os alunos se lembrassem dos introduzidos na última aula, para fazer a ligação, e garantir que estavam a compreender os novos. Assim, fiz questão de seguir a metodologia do professor titular mais uma vez, dialogando muito com os alunos sobre o tema ao longo da aula. Uma vez que os alunos estavam recetivos à minha comunicação, isso tornou a aula muito mais dinâmica e fácil de conduzir. Durante a resolução de exercícios, os alunos mostravam que tinham compreendido e os que tinham dificuldade chamavam-me para os esclarecer, senti que foi uma aula muito positiva. Para além disso, tive o cuidado de durante toda a aula usar os termos corretos, o que fez com que mais facilmente os alunos os incorporassem nas suas explicações e comentários.

Mais uma vez tive o cuidado de pôr em prática os conselhos dados anteriormente pelos orientadores. No entanto, mais uma vez, não consegui terminar o plano de aula mas, desta vez apenas fiquei a um exercício do fim, o que a meu ver foi bastante positivo. Entretanto a minha orientadora aconselhou a ter o cuidado de terminar de ditar as definições antes de explicar conceitos, uma vez que durante a aula comecei a ditar uma definição e parei para explicar algo e só depois terminei a definição. Sinceramente, não tinha reparado que o tinha feito mas, faz todo o sentido ter o cuidado de não fazer pausas durante os ditados pois poderá induzir os alunos a erros no caderno.

De qualquer forma e apesar de alguns pontos que possam ter corrido de forma menos positiva, acho que correu muito bem e senti que a cada aula que lecionava ia conseguindo evoluir e melhorar a forma de lecionar, algo que a meu ver é bastante positivo.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- um grande “à vontade” logo no início da aula;
- tirou dúvidas no lugar;
- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- emendou diversas observações/comentários de alunos (sentados e no quadro);
- acrescentou alguns pormenores a diversas observações/comentários de alunos;
- fez revisões de conceitos na altura certa;
- explicou de outra forma como resolver um exercício;
- reforçou determinadas ideias como “a soma de um ponto com um vetor é um ponto”;
- explicou bem com termos corretos;
- boa gestão do tempo;
- boa gestão do espaço no quadro.

Negativos:

- acordo ortográfico não utilizado nalguns casos;
- não muito clara nalguns comentários;
- não devia ter “quebrado” uma definição com um explicação (ou seja, devia ter primeiro ditado por completo a definição e depois fazia o resto);
- podia ter aproveitado para referir que o valor menor possível para a norma da soma de dois vetores é zero e que o valor máximo é $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

Outros comentários/observações (orientadora):

Nas aulas dos dias 18 de Outubro e 13 de Dezembro, apesar de terem sido aulas lecionadas pela colega de estágio, os alunos dirigiram-se à Cristina para solicitar esclarecimentos sobre exercícios. – Demonstra confiança na professora!

1.1.5. Prática docente não letiva

Durante todo o período letivo, tive em conjunto com a minha colega de estágio, com o professor cooperante e por vezes com Dr. Jacinto Leal, reuniões de trabalho às quintas-feiras. Estas reuniões serviam para planear as aulas da semana seguinte da turma do 10.º ano de Matemática A. Fazíamos um esboço de um calendário, onde apontávamos os exercícios a resolver e a matéria a lecionar ou a recordar. Claro que estes planos eram flexíveis pois, os próprios alunos também influenciam a forma como decorrem as aulas. Era também nestas reuniões que criávamos as fichas de avaliação e os critérios de correção. Apesar das reuniões decorrerem todas as quintas-feiras por vezes era necessário mais tempo e então ficávamos na escola depois das aulas para concluirmos os trabalhos ou esclarecer dúvidas sobre as aulas com o professor cooperante. Por exemplo, uma das questões que coloquei ao Dr. Ricardo Pereira foi porque é que ele fazia questão de ditar as definições à turma do 10.º ano de MACS, uma vez que estas se encontravam no livro, embora não da mesma forma mas, de forma equivalente. Ao que ele respondeu que quando os alunos escrevem, sempre fica um pouco melhor compreendida e memorizada, e ao mesmo tempo, fica no caderno, que é o material de estudo de muitos dos alunos.

Os intervalos entre os tempos letivos a lecionar, geralmente, serviam para discutirmos sobre a aula que tinha terminado.

Entretanto também participei numa reunião de grupo 500. Nestas reuniões encontram-se todos os professores do grupo 500 (grupo de matemática do 3.º ciclo do ensino básico e ensino secundário) e servem para informar os professores sobre projetos, visitas de estudo, olimpíadas, eventos que possam ocorrer nas escolas ou no concelho, informações gerais sobre o funcionamento da escola, entre outros. Esta reunião em particular também serviu para aprovar a ficha sobre a avaliação para os encarregados de educação e realizar uma breve reflexão sobre os resultados escolares do ano letivo anterior.

Outra reunião que também pude assistir foi a de um concelho da turma do 10.º ano de Matemática A. Nos concelhos de turma participam todos os professores que lecionam à turma e serve para o Diretor de Turma dar informações aos colegas sobre os alunos e cada professor sobre os alunos ao Diretor de Turma e aos outros professores da turma. Estas reuniões

também servem para avaliar os alunos em termos de comportamento e de desempenho e também para discutir sobre algum aluno em particular, caso existissem alunos do ensino especial, com dificuldades de aprendizagem, ou até mesmo com dificuldades a nível social. Geralmente, nestas reuniões traçam-se estratégias a aplicar à turma. Importa ainda salientar que tudo o que se trata nestas reuniões é confidencial.

Durante o estágio, eu e a minha colega de estágio, ainda demos apoio aos alunos na biblioteca antes das fichas de avaliação. Entretanto, numa grande parte das aulas das turmas de 10.º ano, também ajudávamos os alunos a esclarecer dúvidas.

1.2. 3.º Ciclo do Ensino Básico

1.2.1. Identificação da Escola

No 2.º Período seguiu-se o estágio no Agrupamento de Escolas João da Rosa em Olhão. O agrupamento é constituído por 4 escolas, a E B 1/JI Cavalinha, E B 1 Marim, E B 1/JI N.º 6 e a E B 2,3 João da Rosa. Este é um agrupamento que se encontra inserido no Programa TEIP¹³ – Educar para o sucesso.

A zona onde se situa o agrupamento faz com que tenha uma população muito heterogénea, em que muitos alunos apresentam carências culturais, sociais e económicas, com problemas grave no seio familiar que se traduzem em dificuldades de aprendizagem e desadaptação escolar. Todos estes fatores fizeram com que surgissem vários projetos de apoio a jovens que atuam em parceria com a escola como projeto Bom Sucesso.

Este é sem dúvida um agrupamento muito ativo com vários clubes (desporto escolar, clube de jornalismo, clube de fotografia, clube europa, clube da ciência), rádio escolar, projeto Dar e Receber (empréstimo/troca de livros), projeto (Re)Começar com Alegria (apoia os alunos na adaptação ao 2.º ciclo), projeto Sala Farol (apoia os alunos do 2.º ano de escolaridade). Possui ainda dois gabinetes de apoio, o Gabinete de Apoio ao Aluno e à Família (GAAF) e o Gabinete de Mediação de Conflitos (GMC).

A escola onde estagiei, a E B 2, 3 João da Rosa, é uma escola relativamente nova (1997) em que o edifício foi construído para o efeito.



Figura 1.50: Escola E B 2,3 João da Rosa.
(Fonte: <http://www.agrupjrosa.net/>)

Tal como a escola anterior, também esta se encontrava equipada com computadores em todas as salas e quadro interativo em algumas, embora nas salas onde lecionámos, estes não estivessem a funcionar devido a problemas com as canetas do próprio quadro interativo. Nesta

¹³ Programa Territórios Educativos de Intervenção Prioritária, uma medida de promoção do sucesso educativo, de combate à indisciplina e ao abandono escolar.

escola os alunos compravam comida e material escolar com dinheiro, não tendo cartão eletrónico como na escola em que estagiei no 1.º Período. Esta escola serve um total de 465 alunos distribuídos por dez turmas do 2.º ciclo, nove turmas do 3.º ciclo e duas turmas de cursos de educação e formação (CEF).

Sendo uma escola inserida num agrupamento bastante ativo, é também muito ativa. Durante o período em que lá estagiei tinha sempre exposições organizadas por alunos inseridos nos clubes da escola ou mesmo no decorrer de determinadas disciplinas, assinalando datas importantes. Até mesmo o dia dos namorados foi assinalado com um grande coração na parede e dedicatórias, secretas ou não, de alunos para alunos.

1.2.2. Caracterização das turmas

Na segunda parte do estágio, que decorreu ao longo do 2.º Período, assisti e lecionei aulas em duas turmas, uma do 8.º ano de escolaridade e outra do 9.º ano de escolaridade, que irei caracterizar de forma bastante sucinta. Esta caracterização foi feita tendo em conta as informações recebidas por parte da orientadora cooperante, Dra. Ana Pestana e as informações que eu ia registando ao longo das aulas.

Turma do 8.º ano de escolaridade

A turma do 8.º ano de escolaridade era constituída por 18 alunos, 5 raparigas e 13 rapazes, entre os quais três eram alunos com necessidades educativas especiais. As idades dos alunos estavam situadas entre os 12 e os 14 anos. Um dos alunos era proveniente da Bulgária e em anos anteriores tinha usufruído de aulas de Português para estrangeiros mas, já se encontrava totalmente integrado. Dos alunos da turma, cinco já tinham reprovado pelo menos uma vez e destes, apenas um no ano letivo anterior. A turma tinha dois alunos assinalados, um dos alunos devido à necessidade de apoio tutorial, sendo que tinha o acompanhamento de uma professora de matemática, uma vez por semana, nas aulas de matemática. O outro aluno vinha assinalado como sendo um aluno excecional para o qual era necessário ter sempre trabalho extra preparado e atividades que o fizessem continuar motivado.

Esta turma tinha alguns alunos muito bons, alguns muito competitivos, outros muito preguiçosos e alguns alunos com muitas dificuldades de aprendizagem. Apesar da sua heterogeneidade, era uma turma interessada e trabalhadora.

Turma do 9.º ano de escolaridade

A turma do 9.º ano de escolaridade era constituída por 18 alunos, 10 raparigas e 8 rapazes, entre os quais um era aluno de educação especial e não frequentava as aulas de matemática.

Os alunos tinham idades compreendidas entre os 13 e os 16 anos. Alguns alunos já tinham reprovado pelo menos uma vez mas, o caso mais grave era de um aluno que já tinha reprovado no 9.º ano duas vezes. Era uma turma que embora tivesse alguns alunos motivados e interessados era, em geral, muito conversadora, desatenta, com pouca autonomia de trabalho e com dificuldades em matemática. Para além disso, os alunos que revelavam mais dificuldades raramente faziam trabalhos de casa e por vezes até chegavam atrasados às aulas. Em geral, mostravam muita falta de interesse em progredir.

1.2.3. Aulas assistidas

Assisti às aulas de duas turmas, uma do 8.º ano e outra do 9.º ano de escolaridade, que apesar de terem tido outras professoras estagiárias no 1.º Período, aceitaram muito bem as novas professoras. A turma de 8.º ano era uma turma trabalhadora e interessada e bastante fácil de trabalhar. A turma de 9.º ano mostrava mais dificuldades nos conteúdos matemáticos e era menos autónoma, demorando mais tempo na resolução das atividades propostas.

De qualquer forma, foi uma excelente experiência trabalhar com turmas tão diferentes. O facto de ter assistido às aulas da Dra. Ana Pestana também foi muito enriquecedor pois, permitiu-me aprender novas formas de lecionar matemática.

Turma do 8.º ano de escolaridade

Na primeira reunião que tivemos com a orientadora cooperante, ela informou-nos dos conteúdos que estava a lecionar, do tipo de aulas que íamos assistir, de um aluno que precisa de um apoio individual sendo que uma vez por semana tinha o acompanhamento de uma professora de matemática nas aulas de matemática e ainda de um aluno para o qual era necessário ter sempre trabalho extra preparado, para o continuar a motivar.

Na primeira aula assistida, a professora começou por nos apresentar (a mim e à minha colega de estágio), registou quem tinha feito o trabalho de casa questionando cada aluno a partir da sua secretária e pediu a uma aluna para corrigi-lo no quadro. Foi uma aula onde os alunos resolveram bastantes exercícios, os quais iam sendo corrigidos pela professora conforme os alunos iam avançando na resolução dos mesmos. Entretanto durante as correções a professora fazia questão de escrever as respostas completas no quadro.

A aula seguinte começou com a resolução do trabalho de casa. Depois a professora introduziu conceitos como termo geral ou termo de ordem n . Para isso, resolveu um exercício com os alunos ajudando-os a chegar ao termo geral e ditou a definição. Explicou ainda que, o termo geral era muito útil por permitir determinar qualquer termo da sequência, desde que se

conhecesse a sua ordem. Para além disso também permite verificar se um número é ou não termo da sequência, de uma forma mais ágil que a usada até agora pelos alunos. Sempre que num exercício era necessário obter o termo geral a professora titular fazia questão de usar um esquema ou então de ler o problema de forma a que os alunos conseguissem escrever a expressão do termo geral. Por exemplo, num exercício referiu que:

– Analisando as figuras, verificamos que o número total de azulejos resulta da adição do triplo do $n.º$ da figura com 6. Isto é, $n \rightsquigarrow 3n+6$.

Ou noutro exercício onde referiu:

– Analisando as figuras, verificamos que em cada uma delas o número de azulejos cinzentos resulta sempre da soma de 2 com o dobro do número da figura, isto é, $2+2n$, onde n representa a ordem da figura.

A correção dos exercícios no quadro era feita por alunos ou então pela professora. Ao corrigir tinha sempre o cuidado de usar os termos matematicamente corretos para que os alunos os comesçassem a incorporar no seu próprio vocabulário. Também tinha o hábito de colocar muitas questões aos alunos para que participassem mais, fizessem a ligação com os outros conteúdos lecionados e até mesmo, conseguissem chegar às conclusões pretendidas de forma autónoma.

A resolução de exercícios sobre sequências ainda durou algumas aulas. Estas aulas eram preenchidas com a resolução de exercícios, com a sua correção e com esclarecimento de dúvidas por parte das professoras. Por esta altura já os alunos se sentiam à vontade comigo e com a minha colega de estágio para nos chamar.

Entretanto numa aula posterior e aproveitando o tópico das sequências, a professora introduziu as funções. Para o fazer usou um exercício de uma ficha de trabalho, onde existiam dois conjuntos representados através de um diagrama sagital, o conjunto A com nomes de países e o conjunto B com nomes de capitais. Este é um exemplo excelente pois a cada país corresponde uma e uma só capital. Depois usou outro diagrama sagital com o nome de pessoas no conjunto A e idades no conjunto B e concluiu que a cada pessoa corresponde uma e uma só idade, embora várias pessoas possam ter a mesma idade. Depois foi só fazer a ponte para as funções e ditar a definição. Esta foi sem dúvida uma forma clara de mostrar aos alunos quando se tem ou não uma função.

Posteriormente, introduziu vários conceitos básicos da teoria de funções: domínio, contradomínio, objetos, conjunto de partida e conjunto de chegada, através do

diagrama sagital dos países e das capitais. As aulas seguintes foram preenchidas com a resolução de exercícios.

Numa aula posterior, a professora introduziu o referencial cartesiano.



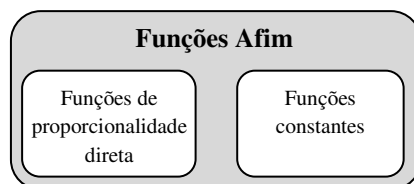
Figura 1.51: Ilustração da atividade sobre o referencial cartesiano.

Entregou uma atividade que continha a Figura 1.51 e usou-a para explicar o deslocamento na horizontal e na vertical. Explicou que, se se deslocar para a esquerda partindo do ponto 0 a 1.^a coordenada é negativa e que se se deslocar para a direita a 1.^a coordenada é positiva. De igual forma se descer a 2.^a coordenada é negativa e se subir a 2.^a coordenada é positiva. Assim, explicou que as coordenadas indicam o deslocamento na horizontal e na vertical, a 1.^a indica na horizontal e a 2.^a na vertical. Por fim, mostra um referencial onde indica todos os pontos encontrados na atividade. Com este referencial introduziu as definições de par ordenado e de referencial cartesiano, referindo o nome dos eixos, a origem e os quadrantes. Todas estas definições foram ditadas aos alunos. Em seguida escreveu alguns exercícios no quadro que se resolveram e corrigiram durante a aula.

Na aula seguinte, fizeram-se revisões para a ficha de avaliação que seria na aula seguinte e resolveu-se uma questão aula.

As aulas que se seguiram à ficha de avaliação foram lecionadas pela minha colega de estágio e por mim (ver subsecção 1.2.4.).

Posteriormente, a professora introduziu a função afim através de um exercício que escreveu no quadro pedindo aos alunos para desenharem duas funções no mesmo referencial (duas funções afim mas, uma delas de proporcionalidade direta). A primeira função era do tipo $y = kx$, onde k era uma constante e a segunda era do tipo $y = kx + b$, onde k e b eram constantes. Ou seja, para obter a segunda função a professora apenas somou um valor b . Depois explicou que se b fosse zero teríamos uma função de proporcionalidade direta e que este era um caso particular da função afim e fez um esquema exemplificativo:



Pedi aos alunos para escreverem nos cadernos que a definição estava no manual na página 110 e resolveram exercícios sobre o tema, sempre com muita discussão na correção dos mesmos.

As aulas seguintes serviram para resolver exercícios sobre matérias lecionadas e sobre a leitura e interpretação de gráficos. Uma delas foi sobre a correção das fichas de avaliação que a professora tinha entregue na aula anterior. Entretanto, logo no início da aula, como todos os alunos tinham cometido pelo menos um erro na resolução de uma equação da ficha de avaliação, a professora pediu aos alunos para a resolverem outra vez e entregarem para avaliação.

As aulas seguintes serviram para resolver exercícios como revisões para o teste intermédio. Logo após o teste intermédio, as aulas seguintes foram lecionadas por mim e pela minha colega de estágio em par pedagógico.

Nas últimas aulas do período fez-se a qualificação para o jogo *superTmatik* e resolveram-se exercícios.

A última aula do período foi muito gira pois serviu para construir figuras semelhantes pelo processo de homotetia, ou seja, os alunos trabalharam com materiais de desenho. A professora explicava no quadro como fazer e os alunos repetiam no caderno com a ajuda de todas as professoras pois, alguns alunos ainda tinham dificuldades em usar o material. Por fim, a professora escreveu os tópicos e subtópicos no quadro, onde os alunos eram avaliados, pediu a estes para os escreverem numa folha e para atribuírem uma nota a cada um desses subtópicos e uma nota final. Os alunos entregaram à professora e entretanto terminou a aula.

Turma do 9.º ano de escolaridade

Na primeira aula, a professora titular, começou por me apresentar e à minha colega de estágio. Em seguida, pediu aos alunos para resolverem determinados exercícios sobre sistemas de equações. Entretanto alguns alunos começaram a conversar e a professora chamou-os à atenção. Mais tarde salientou que tinham de ter cuidado com o tempo, pois um sistema de equação deve ser resolvido no tempo máximo de 5 minutos e eles estavam a demorar muito mais. Foi assim, logo na primeira aula, que verifiquei que esta turma era muito diferente da turma anterior, pois para além de os alunos, em geral, não serem tão interessados, eram

também alunos com muitas dificuldades a matemática e com muito pouca autonomia de trabalho.

Na aula seguinte a professora introduziu os intervalos de números reais. Começou por representar conjuntos de números inteiros por extensão e através de uma condição e, pediu aos alunos para resolverem exercícios sobre os mesmos. Depois, através da resolução de um exercício usou a reta real para explicá-lo e representou geométrica e simbolicamente o conjunto. Deu mais alguns exemplos de forma a explicar as diferenças na representação de conjunto fechados e abertos, introduziu os conjuntos ilimitados e resolveram-se exercícios.

Na aula seguinte tomou nota dos alunos que tinham resolvido o trabalho de casa e começou a sua correção. Uma vez que este era sobre sistemas de equações, aproveitou para resolver exercícios onde os alunos tinham de criar o sistema a partir do enunciado. Para isso criava duas variáveis, indicando o que representavam, elaborava um esquema com os dados do problema e traduzia o esquema num sistema de equações.

Na aula seguinte a professora voltou aos intervalos de números reais, fez uma pequena revisão e pediu-lhes para resolverem exercícios. Nessa aula não estive praticamente tempo nenhum a assistir pois, os alunos já começavam a pedir ajuda para a resolução de exercícios. Nas aulas seguintes, sempre que se resolviam exercícios, eu e a minha colega de estágio, ajudávamos os alunos a esclarecer as suas dúvidas.

Numa das aulas que começou pela resolução de uma questão aula, questionou os alunos sobre o trabalho de casa e como mais uma vez poucos tinham feito, a professora chamou-os à atenção para a necessidade de trabalharem em casa as matérias dadas. Nessa aula, e nas seguintes, foi introduzido o conjunto dos números reais fazendo uma revisão de todos os conjuntos que tinham aprendido até então e resolveram-se exercícios. Uma vez que a professora tinha encontrado um erro frequente num exercício sobre a resolução de equações de primeiro grau, nos trabalhos de casa, decidiu resolver esse exercício explicando os erros que tinha encontrado e mostrando como se resolvia corretamente. Depois terminou a ficha que tinha dado na aula anterior e entregou uma nova. No decorrer da aula a professora pediu aos alunos para darem exemplos de números irracionais, ao que um aluno referiu $\sqrt{2}$ e a professora aproveitou para explicar como este tinha surgido na história da matemática. Explicou ainda, como se marcava $\sqrt{2}$, $\sqrt{2} + 1$ e $\sqrt{3}$ na reta real e disse que o valor de π apenas podia ser registado de forma aproximada na reta real. Na aula seguinte introduziu os conceitos de valores aproximados, valores exatos e os enquadramentos de valores. Posteriormente, resolveram-se problemas onde se aplicavam os conceitos anteriores e

introduziu-se as operações com radicais. Foi introduzida a função de proporcionalidade inversa através de um exercício que os alunos tinham resolvido e onde obtiveram uma tabela com valores da base e da altura de uma figura geométrica mantendo sempre o mesmo valor da área. Após explicar ditou para os alunos as definições formais e resolveram exercícios sobre o tema.

Nas aulas seguintes a professora voltou ao tópico dos intervalos de números reais e introduziu a reunião e interseção de conjuntos.

As aulas lecionadas por mim e pela minha colega de estágio, foram intercaladas por aulas de resolução de exercícios.

Mais tarde, a Dra. Ana Pestana introduziu os monómios e polinómios, começando por conversar com os alunos sobre o tema para rever os conceitos que já tinham aprendido sobre monómios (parte literal, grau do monómio,...), depois, a partir de um exercício, introduziu os polinómios e as operações entre os mesmos.

Lecionei mais uma aula e as que se seguiram foram sobre a resolução de equações de 2.º grau. Nessas aulas a professora definiu os tipos possíveis de equações de 2.º grau (incompletas e completas) e resolveu bastantes exercícios, introduzindo assim, na última aula do período, a fórmula resolvente. Nessa aula a professora passou trabalho de casa para as férias e resolveu exercícios. Antes do final da aula, pediu aos alunos para fazerem a autoavaliação usando o mesmo documento do 1.º Período, discutiu com os alunos sobre a autoavaliação e deu por terminado o 2.º Período.

1.2.4. Aulas lecionadas

Neste período lecionei aulas a duas turmas diferentes, uma do 8.º ano de escolaridade e outra do 9.º ano de escolaridade. As quais, optei por apresentar, neste relatório, de forma cronológica. As aulas que se seguem são constituídas pelo plano de aula e pela sua planificação mais pormenorizada, tal como as aulas do ensino secundário. No entanto, a estrutura dos planos de aula é diferente, uma vez que optei por adotar os planos utilizados pelos professores das escolas onde estagiei e estes não eram iguais.

Da mesma forma que no capítulo referente ao ensino secundário, as aulas que não foram assistidas pela minha orientadora estarão nos anexos (ver anexos 5, 6 e 7).

De um total de sete aulas lecionadas (de dois tempos letivos cada), três foram à turma do 8.º ano e quatro foram à turma do 9.º ano, entre estas, duas das aulas do 8.º ano foram lecionadas em parceria com a minha colega de estágio, Dra. Cátia Silva.



PLANO DE AULA *(aula assistida)*

Professora: Cristina Ramos Simão Godinho
Disciplina: Matemática

Grupo de recrutamento: 500
Turma: A **Ano:** 9º **Data:** 16/02/2012

Aulas n.º 119/120
Duração: 90 min
Tema:
Sumário:
- Função de proporcionalidade inversa.
- Resolução de exercícios da ficha de trabalho n.º 17 e do manual.

Tópicos:

Funções

Objetivos específicos:

- Compreender o conceito de função de proporcionalidade inversa.
- Interpretar gráficos que traduzam casos de proporcionalidade inversa.
- Analisar situações de proporcionalidade inversa e identificá-las como funções do tipo $y = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$.
- Representar gráfica e analiticamente funções de proporcionalidade inversa.

Recursos:

- Ficha de trabalho n.º 17, manual e quadro branco.

Metodologia de trabalho (como se vai fazer...):

→ O conceito de função de proporcionalidade inversa entre duas variáveis será introduzido com base na análise da correspondência entre a altura e a base de paralelogramos com a mesma área. Será solicitado aos alunos a expressão algébrica que traduz a relação anterior em ordem a uma das variáveis (recorrer-se-á a conhecimentos adquiridos anteriormente).

→ A aprendizagem dos conceitos será sempre construída a partir da participação ativa dos alunos.

Atividades/Experiências de Aprendizagem:

- Iniciar a aula com a resolução dos exercícios 3 e 4, das páginas 18 e 19 do manual.
- Propor aos alunos a resolução do exercício 6 da ficha de trabalho n.º 17 e usar a resolução deste exercício para introduzir o conceito de função de proporcionalidade inversa.
- Propor aos alunos a resolução do exercício 1 da página 20 do manual e do exercício 2 da página 22 do manual.
- Propor o exercício 2 da página 18 e os exercícios da página 22 e da página 23 do manual para trabalho de casa.
- Concluir a aula com o sumário e a resolução de uma questão aula.

Observações:

- Caso não seja possível terminar a resolução de exercícios serão propostos para trabalho de casa ou resolvidos na próxima aula.

Instrumentos de Avaliação: Observação em sala de aula e questão aula.

Planificação da aula 119/120 – 16/02/2012

→ A aula inicia-se com a verificação dos alunos que estão na sala.

Vamos continuar com os exercícios da última aula da página 18 e 19 do manual¹⁴, exercícios 3 e 4. (Enquanto os alunos resolvem, escrevo no quadro o enunciado do exercício 4 com algumas alterações)

No exercício 4 acrescentem o que está no quadro.

→ Exercício 3 da página 18 do manual

t : “tempo gasto”

n : “n.º de trabalhadores”

$$nt = k$$

3.1. $n = 2$, $t = 4$ horas

$$4 \times 2 = k \Leftrightarrow 8 = k$$

Qual é o valor da constante de proporcionalidade inversa? “8”

Logo, $nt = 8$.

Então para descarregar o camião em 1 hora de quantos trabalhadores vamos precisar? “8 trabalhadores”

$$n = 6: \quad 6 \times t = 8 \Leftrightarrow \frac{6 \times t}{6} = \frac{8}{6} \Leftrightarrow t = \frac{8}{6} \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = 1,5\text{h}$$

R: Os 6 operários levariam uma hora e meia a descarregar o camião.

Já agora, 1,5h corresponde a 1h e quantos minutos? “30”

3.2. Neste caso, podemos usar a mesma constante que usámos na alínea anterior? “Não, porque temos outro caso diferente – neste caso temos uma casa para pintar e não um camião para descarregar!”

$$n = 4, \quad t = 5 \text{ dias}$$

$$4 \times 5 = k \Leftrightarrow 20 = k$$

Qual é o valor da constante de proporcionalidade inversa? “20”

Logo, $nt = 20$.

Então para pintar a casa em 1 dia quantos operários precisamos? “20 operários”

$$t = 2: \quad n \times 2 = 20 \Leftrightarrow \frac{n \times 2}{2} = \frac{20}{2} \Leftrightarrow n = 10$$

¹⁴ Todos os exercícios mencionados relativos aos manuais adotados são dos manuais

- Magro, F. C., Fidalgo, F., & Louçano, P. (2011). *Pi 8*. Alfragide: Edições ASA II, S.A (turma do 8.º ano de escolaridade);

- Neves, M. A. F., Guerreiro, L., & Neves, A. (2011). *Matemática 9.º*. Porto: Porto Editora (turma do 9.º ano de escolaridade).

R: Seriam necessários 10 operários.

3.3. $n = 10$, $t = 8$ horas

$$8 \times 10 = k \Leftrightarrow 80 = k$$

Qual é o valor da constante de proporcionalidade inversa? “80”

Logo, $nt = 80$.

Então para plantar o campo em 1 hora quantos agricultores precisamos? “80 agricultores”

$$n = 12: 12 \times t = 80 \Leftrightarrow \frac{12 \times t}{12} = \frac{80}{12} \Leftrightarrow t = \frac{80}{12} \Leftrightarrow t = \frac{20}{3}$$

Redução aos minutos:

$$\frac{20}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = 6 \frac{2}{3} = 6\text{h e } 40\text{ min}$$

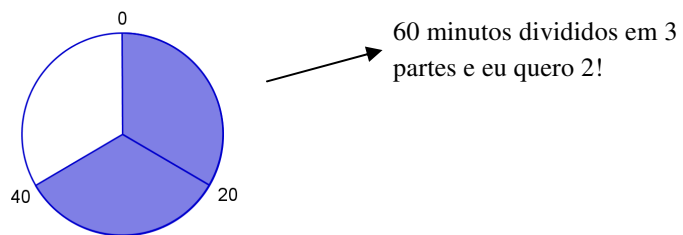


Gráfico 1.1: Representação de dois terços de 60 minutos.

ou

$$60 \times \frac{20}{3} = \frac{1200}{3} = 400$$

$$400 - 6 \times 60 = 400 - 360 = 40$$

Logo, temos 6h e 40 min

R: Demoraram 6 h e 40 min.

→ Exercício 4 da página 18 do manual com alterações

Enunciado: Escrever no quadro!

Um criador de cavalos tem 50 cavalos e ração para os alimentar durante 30 dias. Considerando que todos os cavalos comem a mesma porção de ração.

4.1. O n.º de cavalos é inversamente proporcional ao n.º de dias. Qual a constante de proporcionalidade e explica o seu significado.

4.2. Se ele comprar mais 10 cavalos, para quantos dias terá ração?

4.3. Se vender 20 cavalos, para quantos dias terá ração?

4.4. Designando por n o n.º de cavalos e t o n.º de dias, escreve uma expressão que relacione n e t .

Correção:

4.1. $50 \times 30 = k \Leftrightarrow 1500 = k$

R: A constante de proporcionalidade inversa é 1500 e representa a quantidade de ração que o criador de cavalos tem.

4.2. Não se esqueçam que a ração é constante! Quantos cavalos são? “60: os 50 que tinha mais os 10 que comprou!”

$$60 \times t = 1500 \Leftrightarrow \frac{60t}{60} = \frac{1500}{60} \Leftrightarrow t = 25$$

R: Terá ração para 25 dias.

4.3. Quantos cavalos tem o criador? “30: os 50 que tinha menos os 20 que vendeu!”

$$30 \times t = 1500 \Leftrightarrow \frac{30t}{30} = \frac{1500}{30} \Leftrightarrow t = 50$$

R: Terá ração para 50 dias.

4.4. $nt = 1500$

Dúvidas?

Então vamos voltar à ficha de trabalho n.º 17 e resolver o exercício 6.

→ **Exercício 6 da ficha de trabalho n.º 17** (Colocar no videoprojetor)

a) Lembram-se do exercício 1, da área dos paralelogramos? Tendo em conta que a representa a medida da altura e que b representa a medida da base, e que são inversamente proporcionais, como irá ficar a expressão algébrica?

$$b \times a = 12 \Leftrightarrow \frac{b \times a}{a} = \frac{12}{a} \Leftrightarrow b = \frac{12}{a}$$

Logo, $a \curvearrowright b = \frac{12}{a} \rightarrow$ variável independente
variável dependente

Notem que o a nunca pode ser zero!

Olhando para o retângulo que está acima do exercício, no enunciado da ficha, podemos verificar que 1 função de proporcionalidade inversa é do tipo,

$$x \curvearrowright y = \frac{k}{x}, k \neq 0, x \neq 0, \text{ onde } k \text{ é a constante de proporcionalidade inversa.}$$

Graficamente obtemos

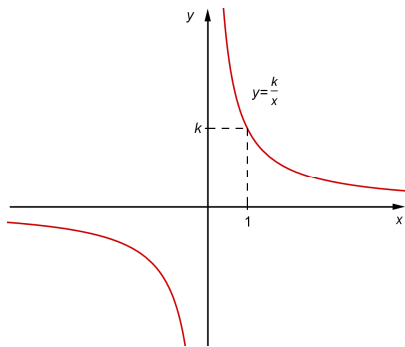


Gráfico 1.2: Função de proporcionalidade inversa, $k > 0$.

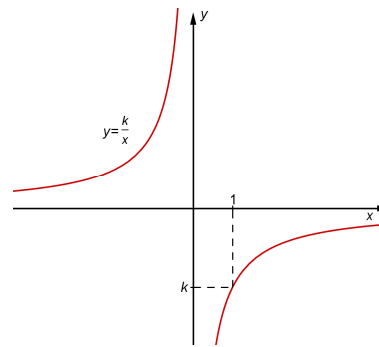


Gráfico 1.3: Função de proporcionalidade inversa, $k < 0$.

Dúvidas?

Então resolvam a alínea seguinte, b), onde pede para construir o gráfico. Podem usar os pontos da tabela que preenchemos no exercício 1.

b)

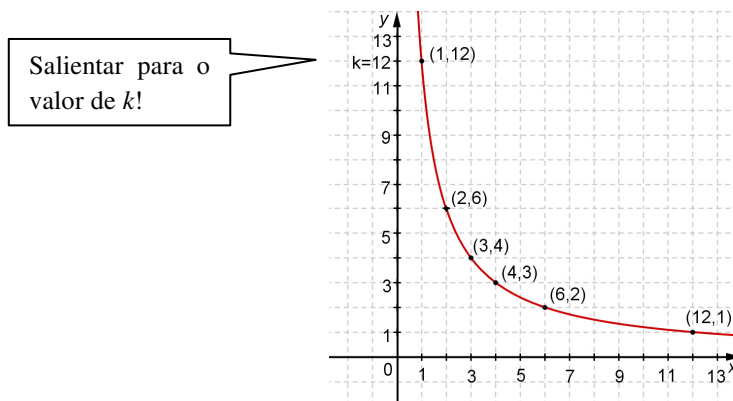


Gráfico 1.4: Resolução do exercício 4 b) da ficha de trabalho n.º 17.

Notem que não é uma reta logo, não basta marcar dois pontos, é necessário marcar o máximo de pontos possível.

Já agora, o nosso gráfico não está igual ao que vimos no retângulo! Não tem a parte negativa! Porquê? “Porque não existem medidas negativas! A base de um paralelogramo nunca poderá ser -2!”

Dúvidas? Perceberam a função de proporcionalidade inversa?

Podem resolver o exercício 1 da página 20 do manual e exercício 2 da página 22.

→ **Exercício 1 da página 20 do manual**

$$y = \frac{k}{x} \Leftrightarrow y \times x = k$$

$$\left. \begin{array}{l} (1,30) \rightarrow 30 \times 1 = k \Leftrightarrow 30 = k \\ (2,10) \rightarrow 10 \times 2 = k \Leftrightarrow 20 = k \end{array} \right\} \text{ Como são diferentes então, não existe}$$

proporcionalidade inversa.

R: O produto entre a abcissa e a ordenada de cada ponto do gráfico não é constante. Logo, não existe uma relação de proporcionalidade inversa.

→ **Exercício 2 da página 22 do manual**

2.1. $(1,2) \curvearrowright 1 \times 2 = k \Leftrightarrow 2 = k$

ou

analisando o ponto $(1,2)$, onde 2 representa o k .

$$y = \frac{2}{x}$$

2.2. $y = -6 \curvearrowright -6 = \frac{2}{x} \Leftrightarrow -6 \times x = 2 \Leftrightarrow 6 \times x = -2 \Leftrightarrow \frac{6 \times x}{6} = \frac{-2}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

Dúvidas?

Para trabalho de casa, resolvam o exercício 2 da página 18 e todos os exercícios da página 22 e 23.

→ Ditar o sumário: função de proporcionalidade inversa; resolução de exercícios da ficha de trabalho n.º 17 e do manual.

Agora podem fechar os cadernos, abrir o livro na página 19 e resolver o exercício 5 nas folhas que vos vou entregar para devolverem no final da aula.

Reflexão crítica:

Este também foi uma aula bastante positiva, na sua grande maioria, os alunos participavam bastante nas resoluções dos exercícios e nas discussões. Expliquei a matéria a um aluno que não estava minimamente interessado, sempre com muita paciência de forma a tentar cativá-lo para a aula.

Circulei bastante pela sala, a esclarecer dúvidas dos alunos e tive o cuidado de corrigir o vocabulário e as expressões utilizadas pelos alunos que não estavam corretas.

Aproveitei bem os exercícios para questionar os alunos sobre vários assuntos, salientei várias formas de resolver alguns dos exercícios.

Nesta aula consegui cumprir os objetivos e o plano de aula. De facto, até foi engraçada a forma como a aula terminou pois, ditei o sumário aos alunos e eles ficaram logo a pensar que iam sair mais cedo. O que não aconteceu porque tiveram de resolver uma questão aula surpresa.

Na discussão com as professoras, depois da aula, a orientadora disse para ter o cuidado de, ao ditar, verificar se todos os alunos estão sentados. Acrescentou ainda que sempre que se corrige alguma coisa no quadro, convém sempre apagar o que está errado para não gerar confusão aos alunos menos atentos.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- um grande “à vontade” logo no início da aula;
- explicou com muita paciência a um aluno que não queria sequer tirar o livro da mochila;
- explicou com calma, no lugar, o exercício a outro aluno que estava de castigo devido à aula anterior;
- tirou dúvidas no lugar;
- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- emendou diversas observações/comentários de alunos (sentados e no quadro);
- colocou diversas questões interessantes;
- boas observações “vocês facilmente encontram o valor de k considerando a abcissa=1”;
- referiu que o gráfico não seria como uma reta, ou seja, que não bastaria 2 pontos para representar a curva;
- boa gestão do espaço no quadro.

Negativos:

- disse para acrescentarem no caderno uma frase mas uma aluna ainda estava no quadro;
- devia ter logo apagado o que estava mal no quadro (referiu mas não apagou) para os outros alunos não passarem.



PLANO DE AULA (aula assistida)

Professoras: Cristina Godinho e Cátia Silva
Disciplina: Matemática

Grupo de recrutamento: 500
Turma: A **Ano:** 8º **Data:** 02/03/2012

Aulas n.º 127/128

Duração: 90 min

Tema:

Sumário:

- Representação gráfica e analítica da função linear.
- Estudo dos efeitos da variação dos parâmetros k na representação gráfica da função linear.

Conteúdos/Tópicos:

Funções.

Objetivos específicos:

- Representar gráfica e analiticamente funções lineares.
- Estudar os efeitos da variação dos parâmetros k na representação gráfica de funções lineares.

Recursos:

- Ficha de Trabalho n.º 18, *software* F-Tool (função linear) – sistema de álgebra computacional *Mathematica*, quadro branco, computador e videoprojector.

Metodologia de trabalho (como se vai fazer...):

- A aula será desenvolvida em função do trabalho autónomo dos alunos (individual e depois de pares) e da discussão em grande grupo/turma.

- Na discussão em grande grupo será utilizada uma F-Tool para conduzir o diálogo entre as professoras e os alunos, de modo a que estes construam em conjunto o conhecimento acerca do comportamento algébrico e gráfico da função linear.

Atividades/Experiências de Aprendizagem:

- Realização individual da tarefa 1.
- Discussão em pequeno grupo (dois alunos) das conclusões obtidas a partir da realização da tarefa 1.
- Discussão dos resultados.

Observações:

- O trabalho individual dos alunos será alvo de avaliação formal e estruturada.

Instrumentos de Avaliação: Registos escritos das tarefas realizadas.

Planificação da aula 127/128 – 02/03/2012

→ A aula inicia-se com a entrega aos alunos da Ficha de trabalho n.º 18 - Tarefa 1¹⁵.

Devem resolver a tarefa individualmente e numa folha à parte!

→ Dar tempo aos alunos para resolverem (+/- 50 minutos).

Agora discutam com os colegas do lado e confrontem as vossas conclusões

→ Esperar cerca de 10 minutos e iniciar a correção da tarefa no quadro em conjunto com os alunos.

→ Correção da Tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18

1.

Tabela 1.3: Resolução do exercício 1 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.

x	$y = f(x) = x$
-2	$y = f(-2) = -2$
-1	$y = f(-1) = -1$
0	$y = f(0) = 0$
1	$y = f(1) = 1$
2	$y = f(2) = 2$

a)

$$k = 1$$

$$y = kx \Leftrightarrow \frac{y}{x} = k, x \neq 0$$

$$\frac{-2}{-2} = 1$$

$$\frac{-1}{-1} = 1$$

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{2} = 1$$

ou $(1, k)$ \curvearrowright $(1, 1)$

b)

→ Usar o *Mathematica* para mostrar a solução ou resolver no quadro com os alunos caso eles tenham dúvidas.

$$y = 1 \times x \Leftrightarrow y = x$$

Estamos perante uma reta logo, para traçarmos a sua representação gráfica, basta marcarmos dois pontos e traçarmos a reta.

¹⁵ Anexo 13.

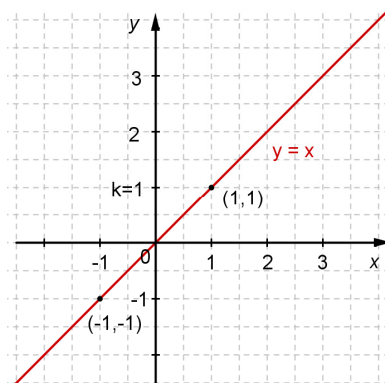


Gráfico 1.5: Representação gráfica da função $y = x$.

2.

Tabela 1.4: Parte 1 da tabela do exercício 2 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.

x	$f(x) = x$	$f_1(x) = \frac{1}{2}x$	$f_2(x) = 3x$
-2	-2	$f_1(-2) = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$	$f_2(-2) = 3 \times (-2) = -6$
-1	-1	$f_1(-1) = \frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2}$	$f_2(-1) = 3 \times (-1) = -3$
0	0	$f_1(0) = \frac{1}{2} \times 0 = 0$	$f_2(0) = 3 \times 0 = 0$
1	1	$f_1(1) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$	$f_2(1) = 3 \times 1 = 3$
2	2	$f_1(2) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$	$f_2(2) = 3 \times 2 = 6$

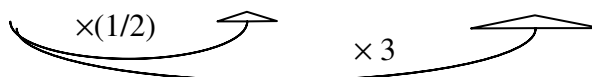


Tabela 1.5: Parte 2 da tabela do exercício 2 da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.

x	$f_3(x) = -\frac{1}{2}x$	$f_4(x) = -3x$
-2	$f_3(-2) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$	$f_4(-2) = -3 \times (-2) = 6$
-1	$f_3(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1) = \frac{1}{2}$	$f_4(-1) = -3 \times (-1) = 3$
0	$f_3(0) = -\frac{1}{2} \times 0 = 0$	$f_4(0) = -3 \times 0 = 0$
1	$f_3(1) = -\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{1}{2}$	$f_4(1) = -3 \times 1 = -3$
2	$f_3(2) = -\frac{1}{2} \times 2 = -1$	$f_4(2) = -3 \times 2 = -6$



a)

Tabela 1.6: Resolução do exercício 2 a) da tarefa 1 da ficha de trabalho n.º 18.

Função	Constante de proporcionalidade direta
f	$k = 1$
f_1	$k = \frac{1}{2}$
f_2	$k = 3$
f_3	$k = -\frac{1}{2}$
f_4	$k = -3$

b)

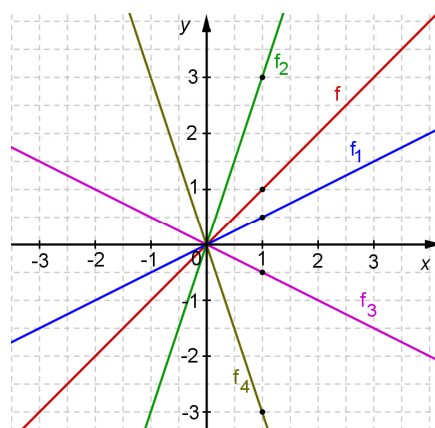


Gráfico 1.6: Representação gráfica das funções: f, f_1, f_2, f_3 e f_4 .

→ Durante a correção dos exercícios conversar com os alunos para discutir os seus resultados. Depois discutir com os alunos os resultados obtidos utilizando para tal uma adaptação da *F-Linear*¹⁶, *software* educacional criado no *Mathematica* (em breve disponível no repositório institucional da UAAlg, no SAPIENTIA, em formato CDF¹⁷). Temas de discussão:

- Pontos assinaláveis: $(1,1)$ e $(1,k)$.
- A variação de k altera o gráfico?
- O valor de k (negativo ou positivo), se influencia o comportamento da reta e os quadrantes em que passa.
- Quanto maior for o valor absoluto de k mais inclinada é a reta.
- Introduzir a função crescente (quando o x aumenta o y também aumenta).
- Introduzir a função decrescente (quando o x aumenta o y diminui).
- Simétricos representados pela *F-Linear*.

→ Terminar a aula com o sumário: representação gráfica e analítica da função linear; estudo dos efeitos da variação dos parâmetros k na representação gráfica da função linear.

¹⁶ Anexo 14.

¹⁷ *Computable Document Format*.

Reflexão Crítica

Esta foi uma aula diferente que funcionou em parceria com a minha colega de estágio, Dra. Cátia Silva e foi uma experiência fantástica. Senti que fizemos uma excelente dupla, respeitámos sempre o tempo de cada uma, quando uma de nós se esquecia de algum ponto importante a outra estava atenta para acrescentá-lo, tivemos o cuidado de circular bastante pela sala para esclarecer dúvidas, incentivámos sempre os alunos para participarem, tivemos o cuidado de corrigir o vocabulário e o discurso matemático dos alunos, foi uma experiência a repetir. A minha orientadora referiu ter sido BOM TRABALHO DE EQUIPA!

Acho que o facto de termos trabalhado em parceria também ajudou muito os alunos na compreensão dos conceitos, afinal eramos duas professoras a esclarecer dúvidas na resolução dos exercícios. De qualquer forma, alguns alunos apresentavam muitas dificuldades na representação gráfica o que fez com que nos atrasássemos no nosso plano de aula, não tendo concluído as discussões.

Quanto à tarefa, acho que foi bem construída pois, os alunos puderam trabalhar de forma autónoma e depois discutir com o colega do lado as conclusões. Desta forma, permitiu uma troca de ideias entre eles e também melhorou a forma de comunicar matematicamente de cada aluno. No final, a discussão em grupo foi positiva para se juntarem todas as ideias válidas e justificar também as menos válidas.

Quanto à utilização da F-Tool, foi um sucesso, os alunos adoraram a ferramenta, estavam muito atentos quando a utilizámos e sentimos que foi muito esclarecedora relativamente aos conceitos que eram pretendidos estudar.

Os diapositivos serviram como um resumo organizado das discussões para que os alunos as escrevessem no caderno, no entanto só foram utilizados no início da aula seguinte.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- um grande “à vontade” logo no início da aula;
- tirou dúvidas no lugar enquanto alunos resolviam ficha;
- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- colocou diversas questões interessantes;
- fez várias observações interessantes;
- boa gestão do espaço no quadro;
- “Como não consigo indicar aqui quais as funções preciso que me ajudem!” MUITO BOM!!!;

- corrigiu aluno “dizer o primeiro número em que a reta passa não é correto” MUITO BOM!!!;
- bem “distribuídas” para esclarecer dúvidas nos lugares enquanto alunos resolviam ficha;
- boa preparação no que diz respeito a quem faz o quê! - MUITO BOM!!!;
- BOM TRABALHO DE EQUIPA.

Sem pontos negativos a realçar!

Conselhos da orientadora:

- cuidado com a % da imagem que se mostra projetada.



PLANO DE AULA (aula assistida)

Professoras: Cristina Godinho e Cátia Silva

Disciplina: Matemática

Grupo de recrutamento: 500

Turma: A **Ano:** 8º **Data:** 06/03/2012

Aulas n.º 129/130

Duração: 90 min

Tema:

Sumário:

- Representação gráfica e analítica de funções afim.
- A função linear enquanto caso particular da função afim.
- Estudo dos efeitos da variação dos parâmetros k e b na representação gráfica de funções afim.

Conteúdos/Tópicos:

Funções.

Objetivos específicos:

- Representar gráfica e analiticamente funções afim.
- Estudar os efeitos da variação dos parâmetros k e b na representação gráfica de funções afim.
- Relacionar as funções linear e afim.

Recursos:

- Ficha de Trabalho n.º 18, *software* educacional F-Tool (função linear e função afim) – sistema de álgebra computacional *Mathematica*, quadro branco, computador e videoprojector.

Metodologia de trabalho (como se vai fazer...):

- A aula será desenvolvida em função do trabalho autónomo dos alunos (individual e depois de pares) e da discussão em grande grupo/turma.

- Na discussão em grande grupo serão utilizadas as F-Tool para conduzir o diálogo entre as professoras e os alunos, de modo a que estes construam em conjunto o conhecimento acerca do comportamento algébrico e gráfico da função afim.

Atividades/Experiências de Aprendizagem:

- Continuação da discussão dos resultados da aula anterior sobre a tarefa 1.
- Síntese das conclusões do grande grupo.
- Realização individual da tarefa 2.
- Discussão em pequeno grupo (dois alunos) das conclusões obtidas a partir da realização da tarefa 2.
- Discussão dos resultados.
- Síntese das conclusões do grande grupo.

Observações:

- O trabalho individual dos alunos será alvo de avaliação formal e estruturada.

Instrumentos de Avaliação: Registos escritos das tarefas realizadas.

Planificação da aula 129/130 – 06/03/2012

→ A aula inicia-se com a conclusão da discussão da última aula.

→ Mostrar aos alunos os diapositivos 1 e 2¹⁸ para que escrevam as conclusões pretendidas com a discussão.

→ Questionar os alunos sobre dúvidas que tenham!

→ Entrega aos alunos da Ficha de trabalho n.º 18 - Tarefa 2¹⁹.

Devem resolver a tarefa individualmente e numa folha à parte! Têm 30 minutos.

→ Dar tempo aos alunos para resolverem (+/- 30 minutos).

Agora discutam com os colegas do lado e confrontem as vossas conclusões

→ Esperar cerca de 10 minutos e iniciar a correção da tarefa no quadro em conjunto com os alunos.

→ **Correção da Tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18**

1.

Tabela 1.7: Parte 1 da tabela do exercício 1 da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.

x	$f(x) = 3x$	$f_1(x) = 3x - 3$	$f_2(x) = 3x - 1$
-2	$f(-2) = 3 \times (-2) = -6$	$f(-2) = 3 \times (-2) - 3 = -9$	$f(-2) = 3 \times (-2) - 1 = -7$
-1	$f(-1) = 3 \times (-1) = -3$	$f(-1) = 3 \times (-1) - 3 = -6$	$f(-1) = 3 \times (-1) - 1 = -4$
0	$f(0) = 3 \times 0 = 0$	$f(0) = 3 \times 0 - 3 = -3$	$f(0) = 3 \times 0 - 1 = -1$
1	$f(1) = 3 \times 1 = 3$	$f(1) = 3 \times 1 - 3 = 0$	$f(1) = 3 \times 1 - 1 = 2$
2	$f(2) = 3 \times 2 = 6$	$f(2) = 3 \times 2 - 3 = 3$	$f(2) = 3 \times 2 - 1 = 5$

Tabela 1.8: Parte 2 da tabela do exercício 1 da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.

x	$f_3(x) = 3x + 1$	$f_3(x) = 3x + 3$
-2	$f(-2) = 3 \times (-2) + 1 = -5$	$f(-2) = 3 \times (-2) + 3 = -3$
-1	$f(-1) = 3 \times (-1) + 1 = -2$	$f(-1) = 3 \times (-1) + 3 = 0$
0	$f(0) = 3 \times 0 + 1 = 1$	$f(0) = 3 \times 0 + 3 = 3$
1	$f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4$	$f(1) = 3 \times 1 + 3 = 6$
2	$f(2) = 3 \times 2 + 1 = 7$	$f(2) = 3 \times 2 + 3 = 9$

a)

→ Usar o *Mathematica* para mostrar a solução ou resolver no quadro com os alunos caso eles tenham dúvidas.

¹⁸ Anexo 15.

¹⁹ Anexo 13.

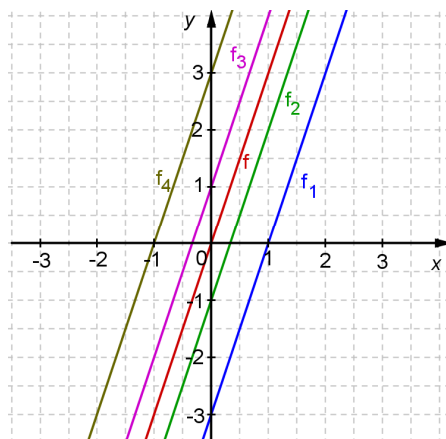


Gráfico 1.7: Representação gráfica das funções: f, f_1, f_2, f_3 e f_4 .

b) Todas as retas representadas são paralelas entre si.

c) Têm em comum o valor de k .

d)

Tabela 1.9: Parte da resolução do exercício 1 d) da tarefa 2 da ficha de trabalho n.º 18.

Função	Imagem cujo objeto é zero
f	$f(0) = 0$
f_1	$f_1(0) = -3$
f_2	$f_2(0) = -1$
f_3	$f_3(0) = 1$
f_4	$f_4(0) = 3$

Todos estes valores indicam o valor da constante b representada na função: $y = kx + b$.

→ Durante a correção dos exercícios conversar com os alunos para discutir os seus resultados.

Depois discutir com os alunos os resultados obtidos utilizando para tal *F-Afim*²⁰, *software* educacional criado com o sistema de álgebra computacional *Mathematica* a partir da *F-Linear*²¹ original com algumas adaptações. Temas de discussão:

- Pontos assinaláveis.
- Inclinação das retas.
- Efeitos da variação do valor b .
- O que representa o valor b na reta.
- Variar os dois parâmetros separadamente e em simultâneo com o uso da F-Tool.
- Relacionar as funções linear e afim.

→ Mostrar aos alunos os diapositivos 3 e 4²² para que escrevam as conclusões pretendidas com a discussão.

²⁰ Anexo 16 (em breve disponível no repositório institucional da UA1g, o SAPIENTIA, em formato CDF).

²¹ Ver Capítulo 2 do relatório.

²² Anexo 15.

→ Terminar a aula com o sumário: representação gráfica e analítica de funções fim; a função linear enquanto caso particular da função afim; estudo dos efeitos dos parâmetros k e b na representação gráfica de funções afim.

Reflexão Crítica

Esta foi, mais uma vez, uma aula em parceria com a minha colega de estágio e mais uma vez voltou tudo a correr muito bem. Iniciámos a aula com questões sobre a aula anterior, concluimos a discussão sobre a função linear e entregámos a nova tarefa aos alunos.

Senti novamente que fizemos uma excelente dupla pois mais uma vez, respeitámos o tempo de cada uma falar, concluimos as ideias de cada uma quando tinha ficado algo por dizer, tivemos o cuidado de esclarecer todas as dúvidas dos alunos ajudando-os na resolução dos exercícios e mais uma vez, corrigimos o discurso de alguns alunos.

A tarefa entregue foi do tipo da anterior, o que fez com que os alunos já soubessem o que tinham de fazer.

Desta vez, o uso da F-Tool teve ainda mais sucesso pois, a interatividade deu mais dinamismo à aula e esclareceu bastante os alunos sobre os diversos parâmetros da função afim. Os alunos disseram até que se tinham divertido, o que foi bastante positivo pois, divertiram-se a aprender.

Entretanto, durante a aula também nos sentimos mais à vontade para repreender os alunos menos atentos.

Por fim, discutimos com os alunos as suas conclusões. Neste ponto, tivemos alguma dificuldade em colocar os diapositivos no quadro pois, o videoprojector estava a projetar metade no quadro e metade na parede mas, depressa nos adaptámos e colocámos toda a visualização na parede alterando o diapositivo.

Em suma, foi uma aula muito positiva e mais uma vez senti que os alunos tinham ganho bastante com a aula lecionada em dupla.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- um grande “à vontade” logo no início da aula;
- questões sobre a última aula;
- questionaram diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- colocaram diversas questões interessantes;
- emendaram diversas observações/comentários de alunos;
- fizeram várias observações interessantes;

- boa gestão do espaço no quadro;
- boas explicações;
- questionou “qual o ponto comum a todas as retas?”;
- F-Tool com dinamismo – MUITO BOM!!!;
- com locator na ordenada na origem;
- “o que aprenderam?” alunos: “a divertir”;
- os alunos divertiram-se, aprenderam e gostaram do dinamismo;
- repreendeu aluna que não estava com atenção;
- fizeram síntese da função Afim;
- boa preparação no que diz respeito a quem faz o quê! - MUITO BOM!!!;
- boa interação oral entre as duas;
- BOM TRABALHO DE EQUIPA.

Sem pontos negativos a realçar!



PLANO DE AULA (aula assistida)

Professor: Cristina dos Ramos Simão Godinho
Disciplina: Matemática

Grupo de recrutamento: 500
Turma: A **Ano:** 9º **Data:** 08/03/2012

Aulas n.º 133/134
Duração: 90 min
Tema:
Sumário:
- Correção do trabalho de casa.
- Casos notáveis da multiplicação.
- Equações do 2.º grau.

Tópicos:

Sequências e regularidades.
Equações.

Objetivos específicos:

- Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios.
- Identificar equações do 2.º grau completas, equações do 2.º grau incompletas (identificar os termos; identificar os coeficientes a , b e c).
- Reconhecer equações do 2.º grau na forma canónica.

Recursos:

- Exercícios de diferentes manuais, ficha de trabalho, apresentação de diapositivos, computador e videoprojector, manual adotado e quadro branco.

Metodologia de trabalho (como se vai fazer...):

- A aprendizagem dos conceitos será sempre construída a partir da participação ativa dos alunos.

- Exploração geométrica dos casos notáveis da multiplicação de binómios.

Atividades/Experiências de Aprendizagem:

- Iniciar a aula com a correção do trabalho de casa.
- Desenvolver o quadrado de binómios – 1.º caso notável da multiplicação de binómios.
- Explorar em conjunto com os alunos, a diferença de quadrados - 2.º caso notável da multiplicação de binómios.
- Identificar equações do 2.º grau.
- Concluir a aula com o sumário.

Observações:

- Caso não seja possível terminar a resolução de exercícios serão propostos para trabalho de casa ou resolvidos na próxima aula.

Instrumentos de Avaliação: Observação em sala de aula.

Planificação da aula 133/134 – 08/03/2012

→ A aula inicia-se questionando os alunos sobre quem fez o trabalho de casa e tomando nota.

Correção do trabalho de casa

→ **Exercício 2 do caderno:** Calcula e simplifica:

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \frac{x}{5} \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x}{3} \right) \left(\frac{x+1}{4} \right) &= \left(\frac{x}{5} \times \frac{x^3}{2} - \frac{x}{5} \times \frac{x}{3} \right) \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4} \right) = \left(\frac{x^4}{10} - \frac{x^2}{15} \right) \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= \frac{x^4}{10} \times \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4} \right) - \frac{x^2}{15} \times \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{x^4}{10} \times \frac{x}{4} + \frac{x^4}{10} \times \frac{1}{4} - \frac{x^2}{15} \times \frac{x}{4} - \frac{x^2}{15} \times \frac{1}{4} = \\ &= \frac{x^5}{40} + \frac{x^4}{40} - \frac{x^3}{60} - \frac{x^2}{60} \end{aligned}$$

→ Questões a colocar aos alunos:

O polinómio é completo? “Não.”

O que falta para ser completo? “O termo de grau 1 e o termo independente (grau 0).”

Qual é o grau do polinómio? “Grau 5.”

→ **Exercício 2 da página 88 do manual:**

→ As alíneas a) e b) são apenas para colocar o resultado, caso alguns alunos tenham dúvidas deverão ser esclarecidas ao longo da aula no lugar do aluno.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 1 - \frac{x-1}{2} + 3(x-2) &= 1 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} + 3x - 6 = -\frac{x}{2} + 3x - 5 + \frac{1}{2} = -\frac{x}{2} + \frac{3x}{1} - \frac{5}{1} + \frac{1}{2} = \\ &= -\frac{x}{2} + \frac{6x}{2} - \frac{10}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5x}{2} - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

→ Questões a colocar aos alunos:

O polinómio é completo? “Sim.”

Qual é o grau do polinómio? “Grau 1.”

b)

$$\left(2x - \frac{1}{2} \right) - x \left(1 + \frac{1}{2}x \right) = 2x - \frac{1}{2} - x \times 1 - x \times \frac{1}{2}x = 2x - \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$$

→ Questões a colocar aos alunos:

O polinómio é completo? “Sim.”

Qual é o grau do polinómio? “Grau 2.”

$$\text{c)} \quad -\frac{1}{2}(1-a)(1+a+a^2) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{a}{2} \right) (1+a+a^2) = -\frac{1}{2}(1+a+a^2) + \frac{a}{2}(1+a+a^2) =$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{a}{2} - \frac{a^2}{2} + \frac{a}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{2} - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{a}{2} + \frac{a}{2} - \frac{1}{2} = \frac{a^3}{2} - \frac{1}{2}$$

→ Questões a colocar aos alunos:

O polinómio é completo? “Não.”

Qual é o grau do polinómio? “Grau 3.”

O que falta para ser completo? “O termo de grau 2 e de grau 1”

Dúvidas sobre o trabalho de casa? Se tiverem alguma dúvida podem chamar-me durante a aula para esclarecer ou no fim da aula.

Entretanto vamos recordar o fim da última aula – O caso notável do quadrado de um binómio: (escrever no quadro para os alunos passarem no caderno)

$$\underbrace{(A+B)^2}_{\substack{\text{Quadrado de um binómio} \\ A \text{ é o } 1.^\circ \text{ termo} \\ B \text{ é o } 2.^\circ \text{ termo}}} = \underbrace{A^2}_{\substack{\text{Quadrado} \\ \text{do } 1.^\circ \text{ termo}}} + \underbrace{2AB}_{\substack{\text{Dobro do produto} \\ \text{do } 1.^\circ \text{ termo} \\ \text{pelo } 2.^\circ \text{ termo}}} + \underbrace{B^2}_{\substack{\text{Quadrado} \\ \text{do } 2.^\circ \text{ termo}}}$$

Exercício: (escrever no quadro para os alunos resolverem e esperar algum tempo)

a) $(3x+5)^2 = (\quad)^2 + 2 \times (\quad)(\quad) + (\quad)^2 =$ d) $(-2+3x)^2$

b) $(7-2x)^2 = (\quad)^2 + 2 \times (\quad)(\quad) + (\quad)^2 =$ e) $\left(2y - \frac{1}{3}\right)^2$ g) $(\sqrt{3}+5)^2$

c) $(2x-y)^2$ f) $\left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right)^2$

→ **Correção do exercício** (as últimas 3 alíneas serão para trabalho de casa)

a) $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x)(5) + (5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$

b) $(7-2x)^2 = (7)^2 + 2 \times (7)(-2x) + (-2x)^2 = 49 - 28x + 4x^2$

Como podem ver quando temos um binómio com sinais diferentes temos o caso:

$$(A+B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Basta alterar o sinal do 2.º termo!

c) $(2x-y)^2 = (2x)^2 - 2 \times (2x) \times y + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

d) $(-2+3x)^2 = (3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Dúvidas?

As alíneas seguintes ficam para trabalho de casa. Vamos então estudar o segundo caso notável da multiplicação de polinómios.

→ Escrever no quadro enquanto falo:

“Casos notáveis da multiplicação:

2.º caso: Diferença de quadrados”

→ Colocar os diapositivos²³

→ No fim da apresentação, questionar os alunos sobre dúvidas e pedir-lhes para escreverem no caderno a expressão:

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

→ Escrever no quadro os exercícios seguintes para os alunos resolverem e esperar algum tempo:

Exercício: Calcule e simplifique

a) $(x-6)(x+6)$

d) $2(x-3)^2 - (x-2)(x+2)$

b) $(2x+\sqrt{5})(2x-\sqrt{5})$

e) $(-3-2x)(-3+2x)\left(-1-\frac{x}{2}\right)^2$

c) $(-4a+6)(4a+6)$

→ **Correção do exercício** (a última alínea é para trabalho de casa)

a) $(x-6)(x+6) = x^2 - 6^2 = x^2 - 36$

Notem que posso aplicar na mesma a propriedade distributiva:

$$(x-6)(x+6) = x(x+6) - 6(x+6) = x^2 + 6x - 6x - 36 = x^2 - 36$$

Usar o caso notável da diferença de quadrados reduz os cálculos.

b) $(2x+\sqrt{5})(2x-\sqrt{5}) = (2x)^2 - (\sqrt{5})^2 = 4x^2 - \sqrt{5}\sqrt{5} = 4x^2 - \sqrt{25} = 4x^2 - 5$

c) $(-4a+6)(4a+6) = (6-4a)(6+4a) = 6^2 - (4a)^2 = 36 - 16a^2$

d) $2(x-3)^2 - (x-2)(x+2) = 2(x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2) - (x^2 - 2^2) =$
 $= 2(x^2 - 6x + 9) - (x^2 - 4) = 2x^2 - 12x + 18 - x^2 + 4 = 2x^2 - x^2 - 12x + 18 + 4 =$
 $= x^2 - 12x + 22$

O exercício seguinte fica para trabalho de casa.

Dúvidas?

Escrever no quadro a equação: $x^2 - 12x + 22 = 0$ e questionar os alunos.

Qual é o grau desta equação? “Grau 2.”

É uma equação completa? “Sim.”

Qual é o termo de 2.º grau? “ x^2 ” E o de 1.º grau? “ $-12x$ ” E o termo independente? “22”

Digam-me outro exemplo de uma equação completa de 2.º grau:

²³ Anexo 17.

Mais um:

E exemplos de equações incompletas de 2.º grau?

→ Entregar aos alunos a ficha de apoio²⁴ elaborada pela professora titular da turma. Explicar a forma canónica através da ficha. Resolver os exemplos da ficha com os alunos.

→ Terminar a aula com o sumário: correção do trabalho de casa; casos notáveis da multiplicação; equações de 2.º grau.

Reflexão crítica

Esta foi a minha última aula lecionada e como tal, estava bastante à vontade. De facto, até cheguei a repreender alunos por não estarem atentos à aula.

Tal como nas outras aulas tentei manter um diálogo com os alunos para que estes participassem e ao mesmo tempo conseguisse verificar se os alunos estavam a acompanhar a aula.

A primeira parte da aula focou-se na resolução do trabalho de casa e em recordar os alunos sobre o caso notável do quadrado de um binómio. Resolveram-se alguns exercícios sobre o tema e como os alunos não apresentavam dúvidas, introduzi o caso notável da diferença de quadrados através de um conjunto de diapositivos²⁵. Este foi sem dúvida um dos momentos altos da aula pois, os alunos estavam muito curiosos com os diapositivos porque estes tinham algumas animações personalizadas. Estavam concentrados e compreenderam a demonstração geométrica do caso notável. Depois fiz a demonstração analítica e resolveram-se exercícios sobre este caso notável. Entretanto, salientei para o facto de que os alunos podiam resolver este tipo de exercícios utilizando a propriedade distributiva embora esta exigisse mais cálculos. Após a correção dos exercícios introduzi a forma canónica sempre dialogando ativamente com os alunos, resolveram-se alguns exercícios e ditei o sumário.

Mais uma vez senti que a aula tinha corrido muito bem. Estava bem estruturada, as temáticas possibilitavam uma discussão ativa com os alunos, a demonstração geométrica do caso notável foi muito positiva para a sua compreensão, estava muito à vontade durante toda a aula, apoiei os alunos na resolução dos exercícios através do esclarecimento de dúvidas, fiz (como em todas as aulas) uma boa gestão do espaço no quadro, dei o tempo necessário e suficiente para os alunos passarem o que estava no quadro para o caderno, consegui terminar o plano de aula. Em suma, consegui cumprir todos os objetivos a que me tinha proposto.

²⁴ Anexo 18.

²⁵ Anexo 17.

Comentários/observações (orientadora e/ou orientador cooperante)

Positivos:

- um grande “à vontade” logo no início da aula;
- tirou dúvidas no lugar;
- questionou diversas vezes se os alunos tinham dúvidas;
- utilização de termos corretos;
- boa demonstração geométrica e também fez a demonstração analítica!!!;
- boa relação e “rápida” resposta a alunos;
- repreendeu alunos quando estavam a falar;
- boa gestão do espaço no quadro.

Negativos:

- podia reforçar mais a propriedade distributiva (fazer mais exemplos e com todos os passos);
- devia ter mais rigor e referir “quando um e um só dos termos” para não originar dúvidas.

1.2.5. Prática docente não letiva

Nesta escola tive oportunidade de ir a mais reuniões que na escola anterior. Assisti a reuniões de departamento, a reuniões de conselhos de turma, a uma reunião da diretora de turma com os encarregados de educação e a uma reunião de avaliação final.

A reunião de departamento era mensal e tinha como objetivo informar os docentes pertencentes ao departamento, preparar atividades e discutir outros assuntos que pudessem surgir. Durante as reuniões de departamento era dada a conhecer a correspondência do departamento a nível de possibilidades de visitas de estudo e projetos que pudessem interessar aos alunos e professores de determinada disciplina.

Numa delas foi organizado o calendário das provas do *superTmatik*, do qual vim a fazer parte do júri das mesas no dia em que foram escolhidos os representantes da escola na área da Matemática. Foi muito interessante participar, ver as reações dos alunos durante o jogo, sentir a importância que o jogo tinha para muitos deles e o quanto gostariam de vencer para representar a escola. Um dos alunos da turma do 8.º ano a quem lecionei ficou mesmo em segundo lugar a nível da escola. Foi sem dúvida uma experiência única.

As reuniões de conselho de turma que decorriam no meio do período e no fim do período tinham como objetivo tratar de assuntos relevantes para a turma, fazer uma apreciação global e individual dos conhecimentos e aplicação dos alunos nas aulas nas diferentes disciplinas.

Nestas reuniões também se decidia sobre os alunos que deviam ou não ter aulas de apoio. As reuniões eram constituídas pelo diretor de turma, os professores da turma, a psicóloga da escola caso fosse necessário, um representante dos encarregados de educação e pelo delegado e subdelegado de turma nestas reuniões.

A reunião com os encarregados de educação serviu para compreender a visão destes sobre os seus educandos e foi importante para aprender um pouco mais sobre a forma de me dirigir futuramente aos encarregados de educação. Afinal, a tarefa de ser diretora de turma não é fácil e é necessário ter um cuidado especial na forma como discutimos determinados assuntos com os pais e/ou encarregados de educação.

Nesta escola era mais complicado de trabalhar, uma vez que os espaços destinados aos professores eram pequenos demais para todos e assim, uma grande parte do meu trabalho de preparação de aulas foi feito em casa ou na própria biblioteca da escola. De qualquer forma, o ambiente na escola era muito saudável e criei uma boa relação com os outros docentes e com os funcionários não docentes da escola, tal como na escola anterior.

2. Investigação no ensino

2.1. O conceito F-Tool

2.1.1. A importância da investigação para o ensino

Desde cedo, nas disciplinas curriculares pertencentes ao Mestrado, compreendi a importância de um professor ser também investigador. Não o digo só relativamente à sua prática letiva, embora também esta seja importante. Como refere Ponte (1998, p. 35) “o trabalho investigativo em questões relativas à prática profissional é necessário para o desenvolvimento profissional do professor”. Algo que aprendi nas disciplinas curriculares mas, também ao longo do estágio. Tenho como exemplo as pequenas reuniões que se faziam após o término das aulas com o Dr. Ricardo Pereira onde era discutido tudo o que acontecia na aula, em particular, a forma como este ou aquele tópico tinham sido lecionados.

No entanto, nesta introdução pretendo salientar a importância da criação e utilização de *software* educacional para os alunos na sua aprendizagem da matemática.

Como refere Braumann (2002, p. 5):

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão “detectivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Vários estudos foram elaborados ao longo dos anos sobre a introdução de novas tecnologias no ensino da matemática, em particular do computador (Azevedo, 1993; Duarte, 1993; Ponte, 1989; Ponte, 1991; Machado, 1990; Neves, Vale & Portela, 1988; Ribeiro & Ponte, 2000), o qual se supunha benéfico para os alunos. Canavarro (1993, p. 319) refere, na sua tese, que os professores do seu estudo “encaram o computador como uma ferramenta de trabalho a ser vantajosamente utilizada no ensino da Matemática”. Azevedo vai mais longe e elabora uma tese (1993, p. 222), onde analisa as práticas letivas de vários professores sobre a utilização

dos computadores na sala de aula, refere que o estudo sugere, “que os computadores são encarados como um instrumento a ser integrado na sala de aula, motivadores para os estudantes, proporcionando-lhes uma aprendizagem mais autónoma”.

Mais tarde, foram realizados estudos mais direcionados para as atividades de investigação na sala de aula independentes do uso do computador (APM, 2001; Braumann, 2002; Brocardo, 2001; Goldenberg, 1999; Matos & Amorim, 1990; Santos, Brocardo, Pires & Rosendo, 2002). Estes últimos em geral valorizam as atividades de investigação na promoção do desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e da sua aprendizagem. Goldenberg (1999, p. 35) refere colocando-se na perspetiva do aluno que “é muitas vezes mais divertido *fazer* do que simplesmente ficarmos sentados a escutar.”. Acrescenta ainda que os alunos não se podem limitar a memorizar porque assim não vão aprender “a compreender as coisas”.

Oliveira, Segurado e Ponte (1999a, p. 204) referem até que, “A capacidade de pensar matematicamente, é pelo menos, tão importante como o domínio de conhecimentos matemáticos específicos.”. Silva, Veloso, Porfírio e Abrantes (1999, p. 71) vão mais além referindo que “ Na atividade matemática dos alunos, as investigações devem merecer um lugar destacado.”. No fundo, muitos professores já reconhecem a importância da investigação para os alunos, algo que já se encontra igualmente referido nos Princípios e normas para a matemática escolar do NCTM.

As normas do NCTM (1998, p. 86) indicam que, entre o 5.º ano e o 8.º ano de escolaridade, é necessário dar mais atenção ao ensino, envolvendo “ativamente os alunos individualmente e em grupo, em atividades de exploração, formulação de conjeturas, análise e aplicações da matemática (...), utilizar a tecnologia apropriada no cálculo e exploração” e ainda que é necessário dar menos atenção a treinar algoritmos realizados com papel e lápis. Quanto aos alunos que vão do 9.º ano ao 12.º ano de escolaridade as normas do NCTM (1998, p. 162) apelam “à utilização de uma grande variedade de estilos de trabalho (pequenos grupos, explorações individuais, aprendizagem entre alunos, discussões colectivas, trabalho de projeto).” e “À utilização de calculadoras e de computadores como instrumentos para aprender e para fazer matemática.”. Foi com base nestes princípios e normas, presentes no documento, que as minhas disciplinas de didática da matemática do mestrado foram lecionadas, não podendo eu deixar de me esforçar para ser uma professora virada para o futuro, e para novas formas de ensinar matemática utilizando as novas tecnologias. Tendo em conta a minha formação académica inicial e algum, embora ainda pouco, conhecimento na área da programação decidi aceitar o desafio que a minha orientadora me lançou, o de tentarmos criar ferramentas para o ensino, utilizando o sistema de álgebra computacional

Mathematica, em parceria com a minha colega de estágio e o Dr. José Luís Pereira (aluno de doutoramento da UAlg).

2.1.2. O conceito F-Tool

Desta forma, no final do ano passado surge pela primeira vez o conceito F-Tool. Como referem Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, pp. 1-2),

No ensino da matemática e, em particular, no estudo de funções, a recomendação da utilização de software educacional tem como objetivo o sanar das dificuldades que os alunos possuem em associar as representações algébricas com as diversas representações numéricas e/ou gráficas. De facto, o carácter estático das representações matemáticas muitas vezes dificulta a construção do significado, afetando substancialmente a correta interpretação dos conceitos. O novo programa de matemática do 12.º ano reforça que é fundamental apresentar aos estudantes atividades diversificadas tendo em conta a exploração de várias tecnologias. A criação de modelos interativos visuais com o *Mathematica* permite aos alunos explorar conceitos de elevada complexidade e rapidamente adquirir uma compreensão mais profunda dos conteúdos.

Na minha opinião, na formação atual de qualquer professor deve ser tido em conta o uso das tecnologias em sala de aula, Assim, no decorrer da PES iniciei, juntamente com a Dra. Cátia Silva (colega de estágio), o Dr. José Luís Pereira (aluno de doutoramento da UAlg) e a minha orientadora, Doutora Ana Conceição, um projeto inovador na área do ensino, distinguido com o prémio Timberlake²⁶.

O conceito F-Tool foi criado por nós (durante o período correspondente à prática de ensino supervisionada, no ensino secundário e no 3.º ciclo do ensino básico) com o objetivo de melhorar o estudo de classes de funções reais de variável real. Este conceito encontra-se descrito em pormenor no artigo científico “*Mathematica in the classroom: new tools for exploring precalculus and differential calculus.*”²⁷ publicado nos *Proceedings of de 1st National Conference on Symbolic Computation in Education and Research* (Conceição, Pereira, Silva & Simão, 2012). Os conceitos possíveis de serem explorados com as F-Tool são fundamentais para o currículo de qualquer curso da área das ciências exatas, pois devido aos vários aspetos analíticos e gráficos envolvidos, estes conceitos representam um desafio

²⁶ Prémio Timberlake de Melhor Artigo de Jovem Investigador – 1st *National Conference on Symbolic Computation in Education and Research*, Instituto Superior Técnico, abril de 2012.

²⁷ Anexo 19.


considerável de aprendizagem para o aluno típico. Como referem Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, p. 2),

A implementação do conceito F-Tool foi realizado com recurso ao sistema de álgebra computacional *Mathematica*. O *software* educacional utiliza as capacidades de cálculo numérico e simbólico do *Mathematica* de forma a permitir estudar dinâmica e interativamente, e em tempo real, conceitos e propriedades fundamentais do pré-cálculo e cálculo diferencial. Em particular, é possível explorar de forma integrada as noções de domínio de função, de contradomínio, a existência de zeros, a existência de extremos, a existência de pontos de inflexão, a invertibilidade, a derivabilidade, a reta tangente ao gráfico num ponto, as simetrias em relação aos eixos e à origem.

Encontram-se atualmente implementadas as F-Tool relativas às classes de funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométricas e, em breve, estarão disponíveis no repositório institucional da Universidade do Algarve, o SAPIENTIA. Na sequência da criação deste conceito, já fiz uma comunicação na *1st National Conference on Symbolic Computation in Education and Research* (CSEI 2012) tendo por base o artigo científico (com revisão por pares) “*Mathematica in the classroom: new tools for exploring precalculus and differential calculus.*” distinguido com o prémio Timberlake. Como consequência na nossa linha de investigação, temos outro artigo científico (com revisão por pares) aceite na prestigiada revista internacional *J. Symbolic Comput.*, da Elsevier. Fiz outra comunicação em parceria com a minha colega de estágio durante o ENSPM2012²⁸, da qual resultou a submissão de outro artigo científico a ser publicado no boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática.

Para além de tudo isso, importa ainda salientar que estas ferramentas já foram utilizadas durante o ano letivo anterior em alguns cursos da UAlg e como se pôde ver na secção referente ao 3.º ciclo do ensino básico, nas aulas lecionadas em parceria com a minha colega de estágio, utilizámos a ferramenta mais simples, *F-Linear* com algumas adaptações.

Para explicar de forma mais prática o conceito F-Tool começo por explorar uma ilustração representativa de uma das F-Tool.

Como se pode verificar pela Figura 2.1, a F-Tool encontra-se apresentada em três painéis, à esquerda podemos seleccionar a forma como queremos ver apresentada toda a informação referente à função, aritmética exata ou aproximada. Abaixo temos a definição dos valores dos parâmetros. O utilizador pode alterar qualquer um dos valores dos parâmetros e fazer variá-los de forma interativa utilizando o botão  presente em cada parâmetro, um a um, ou em

²⁸ Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática 2012

simultâneo. Mais abaixo o utilizador pode escolher se pretende ver ou não a informação referente à primeira e segunda derivada, à função inversa e às diferentes simetrias. Pode ainda optar por desenhar a reta tangente a um ponto, escolher o valor da abcissa desse ponto e ainda alterar o valor da abcissa de forma interativa. Como se pode verificar ao centro da janela da F-Tool temos a representação gráfica da função e de todas as funções seleccionadas no painel esquerdo. No painel à direita é apresentado o domínio, o contradomínio, os zeros e ainda podem ser apresentadas informações referentes às assintotas, aos extremos, aos pontos de inflexão conforme existam ou não. Ainda no painel à direita são apresentadas as expressões analíticas das funções seleccionadas no painel à esquerda.

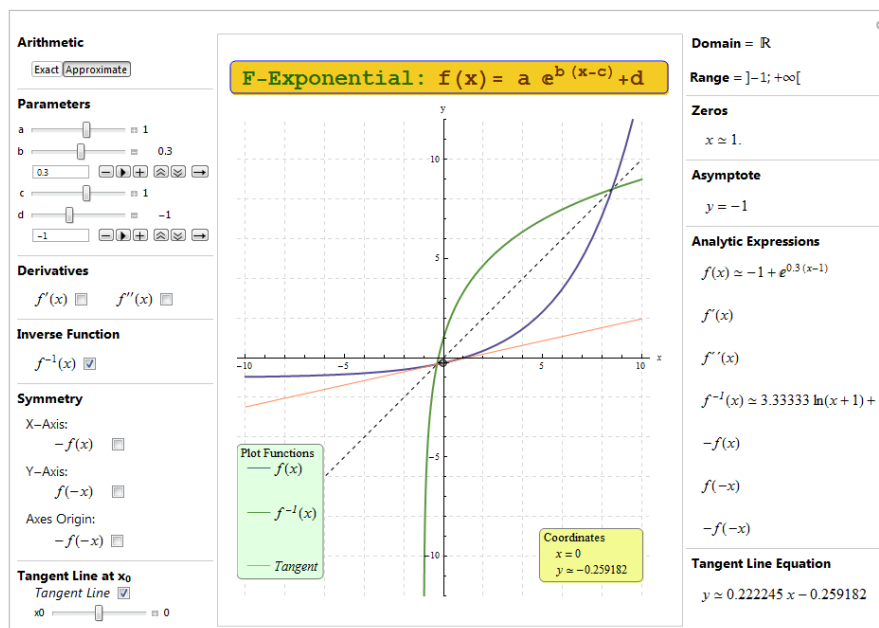


Figura 2.1: F-Exponential.

Assim, com cada F-Tool o utilizador pode explorar toda uma classe de funções. De facto, como afirmam Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, p. 2),

As F-Tool não são um objeto estático mas sim um programa a ser executado com o qual se interage em tempo real. Em particular, através da alteração dinâmica dos valores dos parâmetros que definem cada classe é possível obter informação analítica rigorosa, apresentada em aritmética exata ou aproximada, bem como informação visual estática e não-estática.

Analisemos agora algumas das particularidades de cada uma das F-Tool criadas até ao momento.

F-Linear

Esta é uma F-Tool que explora a classe das funções do tipo: $f(x) = ax + b$, onde a e b são constantes reais.

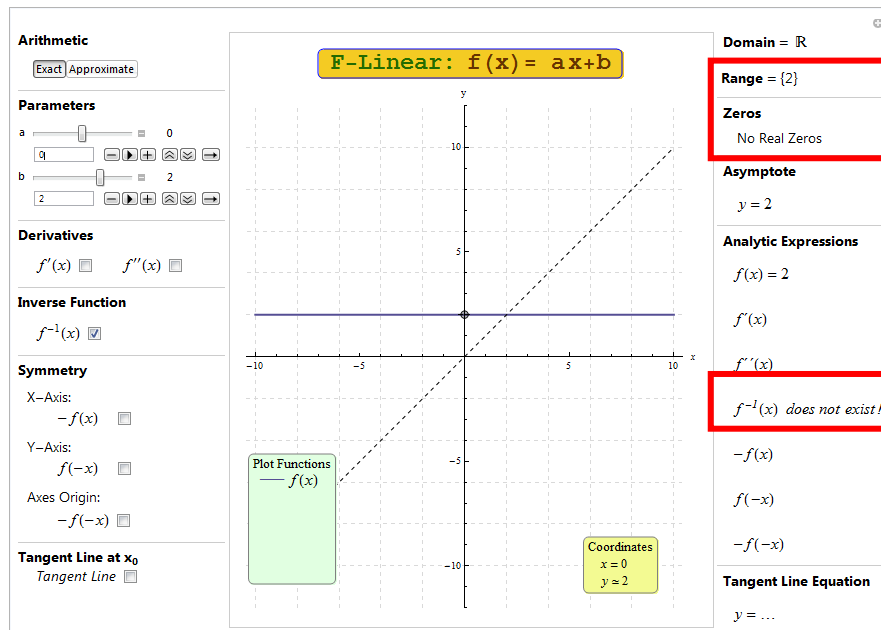


Figura 2.2: F-Linear.

Também permite apresentar a função constante, tal como todas as outras ferramentas. Assim, ao programar esta ferramenta tivemos de ter em conta o facto de a poder tomar o valor de zero. Por exemplo, se $a = 0$ e $b = 0$ a ferramenta informa que a função tem infinitos zeros e que tem um contradomínio pontual, mas se alterarmos o valor de b , como se pode ver pela Figura 2.2, a função passa a não ter zeros e embora mantenha o contradomínio pontual, este apresenta valor diferente pois depende do valor de b . Para além disso a F-Tool ainda informa que não existe função inversa.

F-Quadratic

A F-Quadratic permite explorar a classe de funções do tipo $f(x) = a(x - h)^2 + k$, onde a , h e k são constantes reais. Como se pode ver pela Figura 2.3, esta ferramenta já apresenta informação nova e exclusiva da classe das funções quadráticas, como por exemplo as coordenadas do vértice e a representação da função na forma de vértice e na forma *standard*. Não disponibilizamos a opção da escolha da função inversa pois as funções quadráticas possuem função inversa multivalente e este tópico não é abordado no ensino pré-universitário. Um exemplo interessante dos princípios da utilização das F-Tool é o estudo da relação existente entre os comportamentos gráficos da função e da sua 2.^a derivada (Conceição, Pereira, Silva & Simão, 2012c).

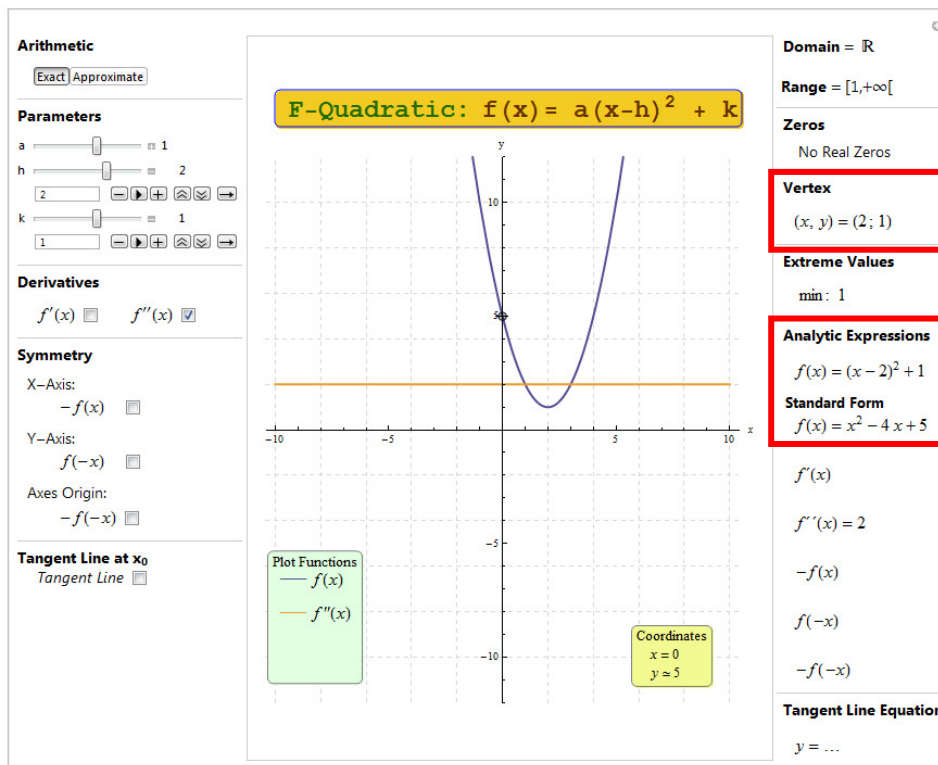


Figura 2.3: *F-Quadratic*.

Para além disso, uma vez que os alunos utilizam ambas as formas de representar a função quadrática, a ferramenta apresenta a expressão da função na forma do vértice e na forma *standard*.

F-Exponential

Esta F-Tool permite explorar a classe das funções do tipo $f(x) = ae^{b(x-c)} + d$, onde a , b , c e d são constantes reais.

Como se pode verificar pela Figura 2.4, é uma ferramenta onde a opção de aritmética exata ou aproximada se torna bastante útil, uma vez que podemos pedir aos alunos para verificar a lei da composição de uma função com a sua inversa. Como referem Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012a, p. 8),

One good usage example for this tool is when we choose to plot the inverse function (...). In this case, when using exact arithmetic, the exact analytical expressions of the function and its inverse are presented. The user can then easily verify, for instance, the composition law $f^{-1}(f(x)) = f(f^{-1}(x)) = x$. The dashed line seen on the plot of Figure has the equation $y = x$ and corresponds to the symmetry axis of the inverse transformation.

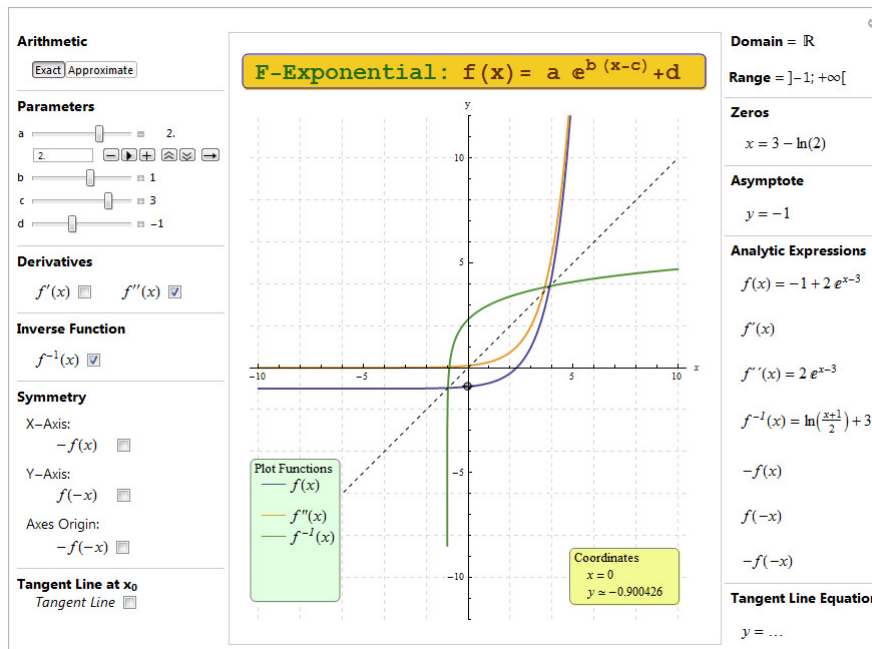


Figura 2.4: F-Exponential

F-Logarithm

A F-Logarithm permite explorar a classe das funções $f(x) = a \ln(b(x-c)) + d$, onde a , b , c e d são constantes reais e b é uma constante real não nula.

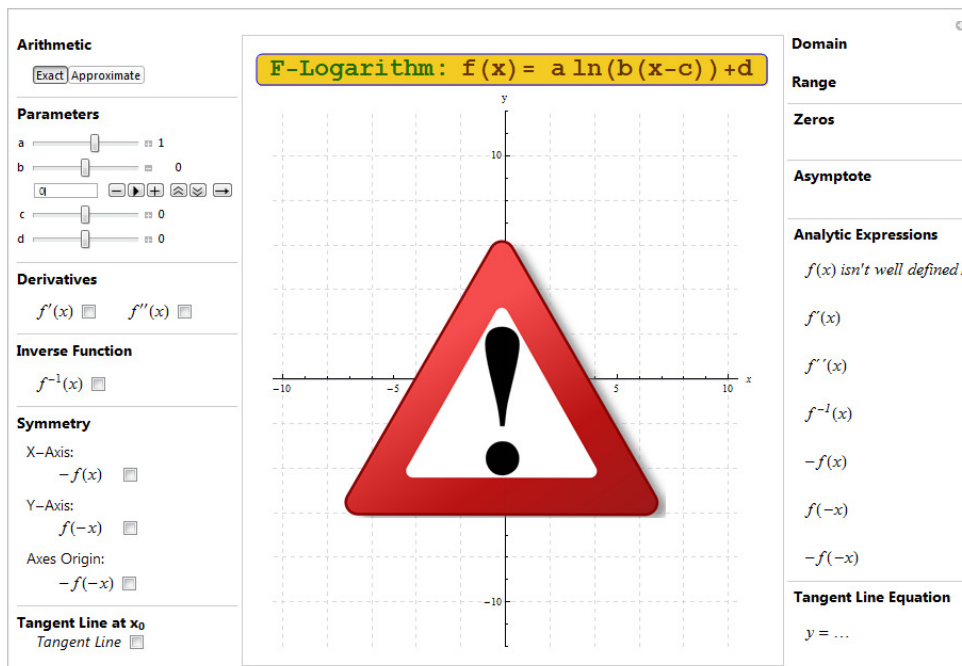


Figura 2.5: F-Logarithm.

Uma das particularidades desta ferramenta é o facto de devolver uma mensagem audiovisual quando o utilizador tentar inserir no parâmetro b o valor zero. A ferramenta faz surgir o

símbolo apresentado na Figura 2.5 enquanto emite a mensagem áudio “Sorry. I cannot do that!”²⁹ não deixando o utilizador escolher nenhuma função enquanto não alterar o valor de b . Assim, salienta o facto de as funções da classe $f(x) = a \ln(b(x-c)) + d$ não estarem definidas para $b=0$.

F-Trigonometric

Esta F-Tool permite explorar a classe das funções trigonométricas, que inclui a função seno, cosseno e tangente (estudadas atualmente no ensino secundário em Portugal).

Como exemplo da *F-Trigonometric* temos a *F-Sine* que explora a classe das funções que poderão ser representadas por $f(x) = a \sin(b(x-c)) + d$, onde a , b , c e d são constantes reais.

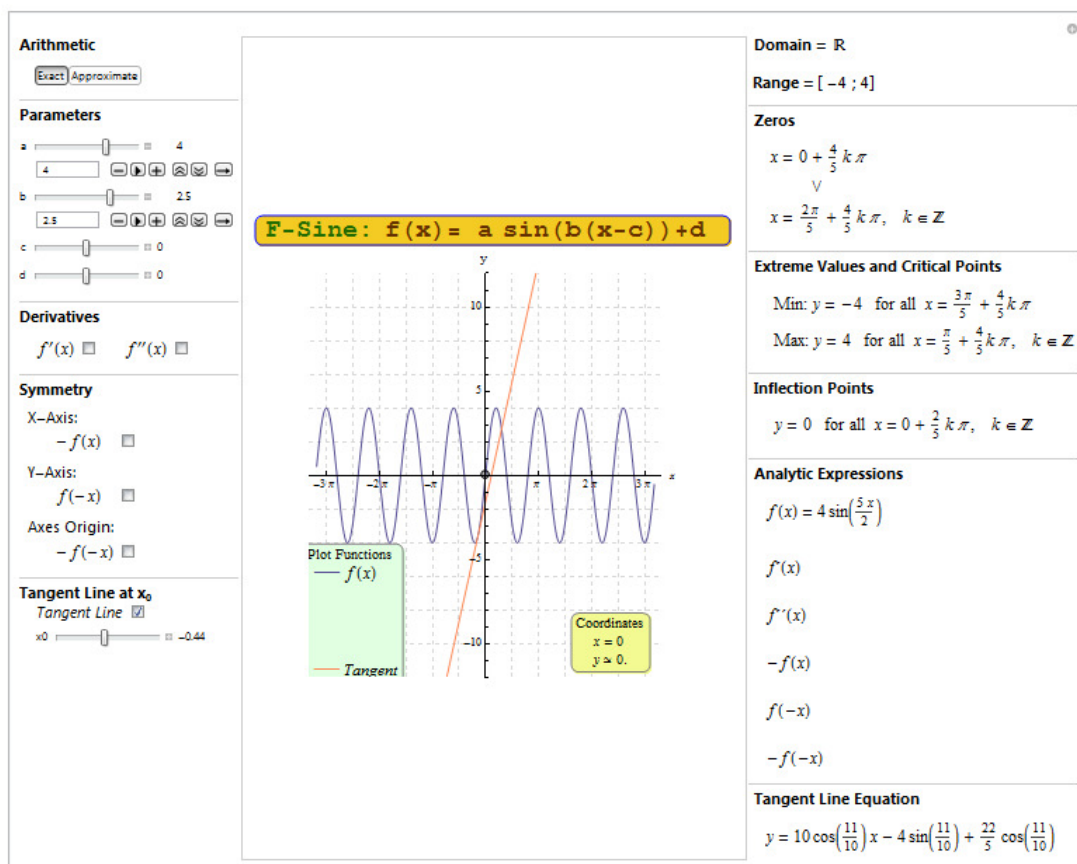


Figura 2.6: F-Trigonometric.

Pelas mesmas razões consideradas na *F-Quadratic*, a função inversa não está disponível na *F-Sine*. Um bom exemplo de utilização da *F-Sine* é o cálculo da reta tangente. Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, p. 4) referem

Neste caso, é possível variar continuamente a localização do ponto de tangência e observar a reta movimentando-se “ao longo” do gráfico da função. Neste ponto é interessante notar que o computador não possui o conhecimento explícito deste

²⁹ Esta mensagem poderá ser alterada para português ou outro idioma.

movimento tangencial. O programa simplesmente desenha a função e a reta a partir das respectivas expressões analíticas (igualmente disponíveis). Assim, o utilizador pode melhor assimilar a noção de que é devido à universalidade das relações matemáticas entre estas expressões que a tangência acontece. (...) Também, devido à sua generalidade, a ferramenta F-Sine é suficiente para o estudo introdutório da teoria de oscilações no plano.

Na *F-Sine* chamo a atenção para o facto de a ferramenta devolver todos os valores possíveis para os zeros, extremos e pontos de inflexão da função.

Todas estas ferramentas apresentadas podem ser exploradas pelo professor na introdução das mesmas em sala de aula mas, também podem servir como base para várias linhas de investigação a realizar pelos alunos, indo desta forma ao encontro das normas do NCTM já mencionadas anteriormente.

Tendo em conta algumas das F-Tool já criadas e a importância das atividades de investigação referida na subsecção 2.1.1. do Capítulo 2, irei descrever algumas tarefas a aplicar em sala de aula. Assim, apresento algumas possibilidades de tarefas a aplicar em sala de aula ou como trabalho de casa.

Tarefa 1

A partir da família de funções do tipo, $f(x) = ax + b$, onde a, b são constantes, obtiveram-se as seguintes representações gráficas:

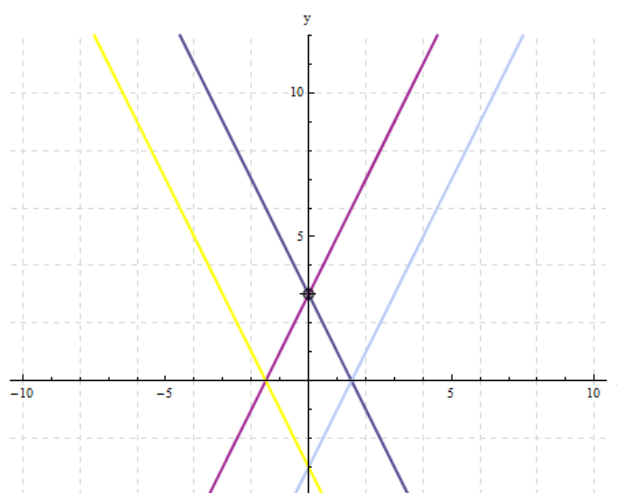


Gráfico 2.1: Conjunto de funções da família das funções afim.

Que funções se utilizaram?

→ Esta poderá ser uma tarefa a entregar a alunos de uma turma de 9.º ano após o professor ter iniciado o estudo das funções afim e poderá servir para verificar os conhecimentos dos alunos.

Tarefa 2

Explora a *F-Quadratic* e cria conjecturas sobre as expressões gerais dos zeros, das coordenadas do vértice, do extremo e do contradomínio da função quadrática tendo em a expressão:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k, \text{ onde } a, h, k \text{ são constantes reais.}$$

→ Esta poderá ser uma tarefa de investigação a entregar a alunos de uma turma de 10.º ano antes do professor explicar todas as propriedades e as expressões gerais para o cálculo das mesmas. Os alunos poderão resolvê-la em pequenos grupos e no fim da aula poderão discutir em grande grupo e com a ajuda do professor escrever as conclusões da investigação.

Tarefa 3

Considere a família de funções reais de variável real:

$$f(x) = ax^2 + k, \text{ onde } a, k \in \mathbb{R}, a \neq 0.$$

2.1. O que têm estas funções em comum.

2.2. Que relação existe entre a e k de modo a que a função quadrática tenha dois zeros reais?

2.3. Que relação deve existir entre a e k de modo que a função tenha um extremo e não tenha zeros reais.

Adaptado de *Matemática 10.º ano – parte 2: Funções I*

→ Esta poderá ser uma tarefa de investigação a entregar a alunos de uma turma de 10.º ano após o professor ter lecionado toda a matéria referente às funções quadráticas. Assim, esta tarefa terá como objetivo consolidar e verificar conhecimentos.

Tarefa 4

Tendo em conta a classe das funções exponenciais,

$$f(x) = ae^{b(x-c)} + d, \text{ onde } a, b, c \text{ e } d \text{ são constantes reais}$$

e explorando a *F-Exponential* elabora um conjunto de conjecturas sobre algumas das propriedades da função exponencial e o seu comportamento para diferentes valores do parâmetro a .

→ Esta poderá ser uma tarefa de investigação a entregar a alunos do 12.º ano de escolaridade antes do professor dar a conhecer as propriedades e comportamento da função exponencial na sala de aula, algo que geralmente é lecionado nas primeiras aulas da função exponencial. Ou então, o professor poderá introduzir a função exponencial para que os alunos a reconheçam e em seguida entregar a tarefa de exploração.

Tarefa 5

Através da exploração da *F-Logarithm* dê exemplo de uma função da classe das funções logarítmicas que tenha as seguintes características:

- $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}^+} f(x) = +\infty$;
- reta tangente $y = \frac{7}{2} - x$ em $x = \frac{7}{2}$.

→ Esta poderá ser uma tarefa de investigação a entregar a alunos 12.º após o professor ter lecionado toda a matéria referente à função logarítmica. Como se pode verificar pela tarefa, se o aluno compreender a matéria, rapidamente resolverá a tarefa mas, se o aluno tiver dificuldades demorará mais tempo a explorar a ferramenta o que também será benéfico para o aluno compreender melhor a classe de funções logarítmicas.

Todas estas tarefas exigem uma sala de aula com um computador por aluno ou no mínimo com um computador por cada dois, o que por vezes pode não ser fácil, sendo assim uma limitação ao uso destas tarefas. De qualquer forma, todas as ferramentas estão disponíveis na internet e facilmente o aluno consegue ter acesso, em casa ou na biblioteca da escola. Desta forma, caso não seja possível resolver as tarefas na sala de aula, o professor também poderá pedir aos alunos para as resolverem em casa.

Considero que esta experiência de criação de *software* educacional foi gratificante. O carácter inovador desta linha de investigação alertou-me para a necessidade de explorar com muito cuidado os efeitos visuais e analíticos dos diversos parâmetros, nas várias classes de funções acima apresentadas, para que todas as situações fossem consideradas e a implementação das F-Tool fosse possível. A possibilidade de utilizar algumas das F-Tool em sala de aula, e num dos seminários que lecionei no âmbito da PES, reforçou a minha convicção de que, como referem Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, p. 3-4) no seu artigo, “Acreditamos que o conceito F-Tool, ao dotar professores e estudantes com novas ferramentas para explorar os

conceitos fundamentais das áreas de pré-cálculo e cálculo diferencial, desenvolverá positivamente o processo de ensino e de aprendizagem da matemática.”. De facto, acrescentam ainda que,

O conceito F-Tool na sala de aula permite uma abordagem dinâmica de diversos conceitos relacionados com o estudo de funções, e promove novas formas de raciocinar/pensar, ensinar e aprender. O utilizador das F-Tool deve explorar a possibilidade de alterar os valores dos vários parâmetros que definem cada classe de funções, um a um ou em simultâneo, de forma discreta ou contínua, a fim de obter uma compreensão clara dos efeitos analíticos e visuais associados. De igual modo, escolhendo estrategicamente de entre as várias opções de funções, é possível apreender de forma mais eficaz e consequente muitas das relações existentes entre as várias funções e respetivas transformações. (...) Graças à sua interatividade e dinamismo inerentes, as F-Tool são uma excelente ferramenta para estudar modelos matemáticos associados a fenómenos naturais diversos tais como o crescimento de populações, o decaimento radioativo, a variação da temperatura dos corpos, o comportamento do capital segundo a lei dos juros compostos, o comportamento das marés, a iluminação solar ao longo do dia, a pluviosidade ao longo do ano entre outras.

Tive ainda outra experiência muito gratificante, a participação no Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática, ENSPM2012, com a comunicação “*Software Educacional em Pré-Cálculo e Cálculo Diferencial: O Conceito F-Tool*” enquadrada na sessão temática Ensino da Matemática, em julho de 2012, na UAAlg. Dessa comunicação resultou um artigo científico submetido ao Boletim da SPM.

Em tom de provocação, sou tentada a afirmar "Calculadoras são para calcular. As F-Tool são para ensinar e aprender.", tal como, Conceição, Pereira, Silva e Simão (2012c, p. 4).

2.2. Seminários

No âmbito dos seminários, parte integrante da PES, todos os alunos do mestrado tinham de apresentar dois seminários aos colegas e assistir a uma parte dos seminários apresentados pelos colegas.

O objetivo destes seminários era fomentar a partilha e discussão de experiências vividas ao longo do estágio, e dar a conhecer outras formas de lecionar determinados tópicos. Os temas dos seminários tinham de fazer parte do programa Nacional de Matemática mas, não podiam ser sobre matéria por nós lecionada durante o estágio.

Assim, neste contexto elaborei dois seminários, um sobre a função quadrática no 10.º ano de escolaridade apresentado no dia 2 de Maio de 2012 e, outro sobre a teoria matemática das eleições apresentado no dia 4 de Junho de 2012.

2.2.1. Função Quadrática no 10.º ano

Para o primeiro seminário decidi usar este tema para poder divulgar o nosso *software* educacional aos meus colegas de mestrado.

O seminário trata sobre as primeiras seis aulas do tópico de funções quadráticas, que foram preparadas tendo em conta uma turma de 10.º ano. A apresentação dos diapositivos encontra-se em anexo³⁰.

Comecei o seminário por explicar como iriam funcionar as aulas e na aula 1 apresentei a *F-Quadratic* (através de uma hiperligação, que não se encontra disponível no anexo) e expliquei o seu funcionamento. Assim, exemplifiquei como iria utilizar a ferramenta em sala de aula, pois também teria de explicar o seu funcionamento aos alunos. Em seguida, utilizando esta *F-Tool* e a função $f(x) = x^2$ iria introduzir, com a participação dos alunos, todas as suas propriedades e seriam resolvidos exercícios do manual, supondo que o manual adotado era o da Porto Editora.

A aula seguinte já seria uma aula de investigação, seriam distribuídas pelos alunos cópias de uma tarefa onde estes teriam de explorar as diferentes famílias de funções da classe das funções quadráticas através da *F-Quadratic* e concluir autonomamente sobre as suas propriedades. Claro que esta aula foi pensada para uma sala de aula com o número mínimo de um computador por cada dois alunos. No fim, iríamos discutir em conjunto as suas conclusões e elaborar quadros resumo das propriedades de cada uma das famílias da classe das funções quadráticas. Esta aula, apesar de programada para apenas dois tempos poderia ter de ocupar

³⁰ Anexo 20.

mais tempos letivos, dependendo da destreza que os alunos tivessem em atividades de investigação.

A aula seguinte já seria uma aula de consolidação de conhecimentos, onde iriam ser resolvidos exercícios do manual adotado.

A quarta aula também seria uma aula onde os alunos teriam de investigar um pouco. Seria distribuída, aos alunos, uma tarefa com vários exercícios. Num exercício, os alunos teriam um referencial com várias representações gráficas e teriam de escrever a expressão analítica de cada uma delas e estudar algumas das suas propriedades. No exercício seguinte seriam dadas as expressões e as representações gráficas de quatro funções e os alunos teriam de desenhar os eixos coordenados. A aula terminaria com um exercício de consolidação.

Na quinta aula iria ser explicado aos alunos como passar da expressão na forma *standard* da função quadrática para a forma do vértice através da resolução de exercícios. Depois e também através da resolução de exercícios seria explicada a resolução de inequações de 2.º grau.

A aula seguinte seria de consolidação de conhecimentos através da resolução de exercícios e da resolução de uma questão aula para avaliar os conhecimentos dos alunos e verificar se estavam ou não a acompanhar a matéria lecionada.

No fim do seminário e após ter explicado a sequência de aulas acrescentei a importância de um professor circular pela sala a esclarecer dúvidas enquanto os alunos resolviam os exercícios. Acrescentei ainda que a matéria introduzida e a correção dos exercícios seriam sempre acompanhadas de muitas questões do professor aos alunos e que sempre que algum exercício não fosse resolvido em sala de aula seria feito pelos alunos em casa.

A experiência do seminário foi muito boa, não estava nervosa e sentia-me completamente à vontade com o tema. Foram-me colocadas algumas questões às quais respondi sem quaisquer dificuldades. A audiência pareceu ter gostado do seminário e ter achado bastante útil a F-Tool apresentada. A única crítica foi sobre o facto de ter organizado o seminário em aulas mas, eu acredito que esta sequência de aulas era mais fácil para organizar e compreender o tema do seminário e uma vez que o objetivo era dar a conhecer formas de lecionar temas, esta era a que achei mais adequada.

2.2.2. Teoria Matemática das Eleições

O seminário sobre teoria matemática das eleições foi mais complicado de organizar que o anterior. Primeiro porque o programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) é muito vago, não especificando o nome de todos os métodos presentes em cada sistema a

lecionar e segundo, os manuais atuais e mais antigos têm formas diferentes de organizar os mesmos métodos. Tendo em conta o programa e o manual adotado, e depois de muita pesquisa em diferentes livros e na internet, acredito ter chegado a uma correta lista de métodos pertencentes a cada sistema da teoria matemática das eleições:

- Sistemas de votação maioritário: método da maioria simples ou relativa, método da maioria absoluta;
- Sistemas de votação por ordem de preferência: método da pluralidade, método de eliminação *run-off* simples, método de eliminação *run-off* sequencial, método de borda e método de Condorcet;
- Sistemas de votação por aprovação.

Foram então estes os sistemas e os métodos utilizados no meu segundo seminário.

Comecei por apresentar o tema e dizer que estava programado para 7 aulas. Dado que é um tema abordado frequentemente na comunicação social o professor deve fazer uso desse facto durante as suas aulas. Na sequência apresentei os objetivos gerais presentes no programa oficial de MACS e tendo estes como base e fundindo com as aulas que assisti durante o estágio sobre o tema, decidi elaborar algumas estratégias para usar em sala de aula, as quais apresentei no seminário e passo a apresentar:

- todas as aulas serão lecionadas com base no método interrogativo, de forma a que os alunos participem e se sintam motivados para a aprendizagem;
- todas as aulas, ou pelo menos na sua grande maioria, serão iniciadas com questões aos alunos, em geral ou em particular, sobre a matéria lecionada nas aulas anteriores;
- os exercícios devem, sempre que possível, pedir para aplicar aos dados vários métodos de votação diferentes para que os alunos não esqueçam os métodos lecionados anteriormente e consigam interiorizar que diferentes métodos geralmente produzem diferentes resultados;
- deve-se, sempre que possível, ditar os conteúdos para os alunos, uma vez que estes estão na área de humanidades;
- deve-se, sempre que possível, pedir aos alunos que expliquem por palavras suas, oralmente ou na forma de relatório escrito, as resoluções dos exercícios;
- todos os exercícios resolvidos, independentemente de serem do manual adotado ou não, devem ser projetados de forma a que todos os alunos tenham acesso, mesmo que se tenham esquecido do manual.

Em seguida, expliquei que iria introduzir o tema através de uma atividade para discutir com os alunos alguns dos métodos de votação que eles conhecessem para eleger um só candidato. Essa atividade também teria o objetivo de tentar compreender a visão dos alunos sobre o método que consideram mais justo. Seguidamente, iria iniciar o estudo do sistema maioritário. Para isso utilizaria o exemplo da eleição do delegado de turma para questionar os alunos sobre se o método usado é um sistema de maioria absoluta ou de maioria simples. Questionaria ainda os alunos sobre o sistema de votação utilizado para a eleição do Presidente da República e iria dar o exemplo das eleições de 1986 onde o candidato que quase ganha a primeira volta com maioria absoluta acaba por perder na segunda volta. Em seguida iria resolver uma atividade do manual e apresentaria um esquema dos três sistemas de votação e os métodos a eles associados.

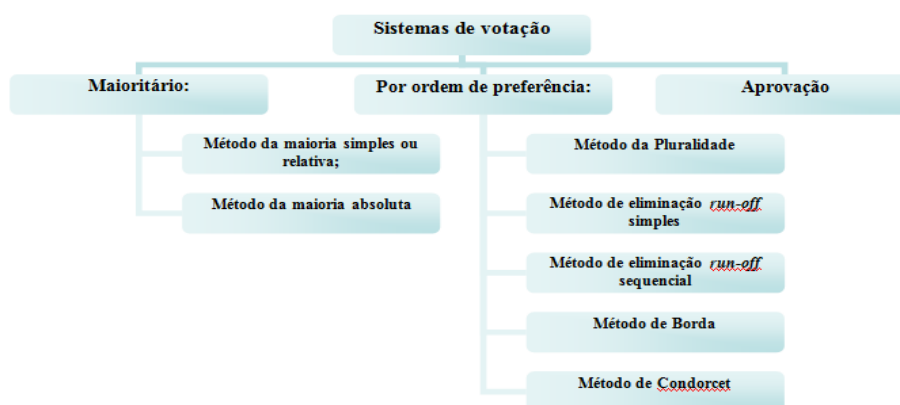


Figura 2.7: Esquema representativo da teoria matemática das eleições.

Assim, introduziria teoricamente o sistema maioritário ditando aos alunos a definição formal do mesmo e pediria para resolverem um exercício sobre o exemplo das eleições que já tinha falado anteriormente, as de 1986.

A aula seguinte seria iniciada com a resolução de exercícios mas, uma vez que este sistema é muito simples na mesma aula iria introduzir o sistema preferencial (onde cada eleitor vota em todos os candidatos de acordo com as suas preferências, resultando no final um só vencedor) e as várias formas de representar os votos. Em seguida explicaria o método da pluralidade através de um exercício que resolveria em conjunto com os alunos, que no fundo é em tudo semelhante ao método da maioria simples pois, apenas faz a contagem das primeiras preferências de cada candidato, vencendo o que tem maioria simples.

Na aula seguinte, seria a vez de introduzir os métodos de eliminação *run-off*. Para tal iria utilizar uma tabela em Excel com os dados de um determinado exemplo. Começaria pelo método de eliminação *run-off* simples onde são eliminados todos os candidatos à exceção dos dois que reúnem maior número de primeiras preferências, caso não exista vencedor com

maioria absoluta na primeira contagem. Assim, no Excel apresentaria a tabela e faria a contagem com a ajuda dos alunos das primeiras preferências de cada candidato. Depois, ao escolhermos os dois mais votados, a tabela iria colocar os candidatos a eliminar a vermelho, iria eliminá-los e reorganizar a tabela, ou seja, eliminar os espaços em brancos deixados pelos candidatos eliminados. Assim, os candidatos restantes iriam subir de posição em cada coluna da tabela e no fim teríamos uma tabela organizada com apenas duas linhas de preferências, como se pode ver nos diapositivos da aula³¹. Em seguida utilizaria o mesmo exemplo para explicar o método de eliminação *run-off* sequencial. Antes de exemplificar ditava aos alunos a definição formal de cada método. Após esclarecer todas as dúvidas dos alunos que poderiam surgir sobre os métodos, a aula seria para resolver exercícios do manual.

A aula seguinte e uma vez que já foram lecionados alguns temas poderia ser iniciada com um conjunto de questões do tipo: Expliquem o método de maioria absoluta; Quando é que o sistema de maioria pode ser considerado o método da pluralidade?; No que consiste o método de eliminação *run-off* simples? E sequencial?; É possível ter exemplos de esquemas de preferências onde o método da pluralidade, o método de eliminação *run-off* simples e o método de eliminação *run-off* sequencial devolvam resultados diferentes? Em seguida iria introduzir o método de Borda explicando que neste método, o eleitor após ordenar as suas preferências, atribui 1 ponto à última preferência, 2 pontos à penúltima preferência e assim, sucessivamente, até à primeira preferência. Sendo que o vencedor é o que obtém mais pontos. Após ditar a definição formal iria resolver com os alunos um exemplo e pedir aos alunos para resolverem exercícios do manual onde iriam aplicar todos os métodos lecionados até então.

O método a introduzir na aula seguinte seria o método de Condorcet. Explicaria o método, ditaria a definição e resolveria um exemplo com os alunos sobre o método. Depois ao resolver exercícios, iria pedir aos alunos para resolverem um onde surgisse o paradoxo de Condorcet e assim explicaria o mesmo aos alunos. Assim, terminaria o sistema preferencial.

A aula seguinte seria para explicar o sistema de aprovação, o sistema utilizado para eleição do Secretário-Geral das Nações Unidas. Tal como os métodos anteriores, também será ditada a definição deste sistema, resolvido um exemplo em conjunto com os alunos e o resto da aula serviria para resolver exercícios.

Na aula seguinte aplicar-se-ia, no final, uma questão aula. Assim no início desta aula seriam colocadas questões aos alunos sobre os diferentes métodos lecionados e resolver-se-iam exercícios.

³¹ Anexo 21.

Desta forma, apresentei como iria lecionar esta matéria. No entanto, acrescentei ainda que outra forma de introduzir esta matéria, poderia passar por fazer uso de um texto de Nuno Crato, intitulado: Paradoxos eleitorais do seu livro, a Matemática das Coisas.

No fim do seminário fiz questão de referir que algumas das estratégias e formas de lecionar indicadas, aprendi durante o estágio com o meu orientador cooperante, Dr. Ricardo Pereira, um exemplo disso, é a forma como apresentei os dois métodos de eliminação.

Desta vez, senti que o seminário tinha corrido ainda melhor pois, lembrei-me de acrescentar mais estratégias de ensino. A audiência pareceu gostar e até mereci um comentário muito simpático de uma colega que disse: “Assim, da forma como deste este seminário, esta matéria até parece muito mais interessante!”. Para além disso, uma professora da área de estatística no final do seminário também disse que tinha gostado muito da apresentação e que o seminário estava muito bem organizado.

3. Reflexão final

Nesta parte final, irei apresentar algumas das minhas reflexões sobre a Prática de Ensino Supervisionada (PES) e sobre a minha iniciação na investigação, em particular sobre a experiência da criação do conceito F-Tool.

3.1. PES

A PES como já foi referido anteriormente, é constituída essencialmente pelo estágio no 3.º ciclo do ensino básico e no ensino secundário e pelos seminários dados e assistidos ao longo do ano letivo anterior. Mas, sem dúvida alguma foi o estágio que marcou mais a minha aprendizagem e que me proporcionou experiências mais enriquecedoras ao nível profissional e pessoal. As primeiras dificuldades sentidas prenderam-se com a elaboração de provas. Por exemplo, na conceção da ficha de diagnóstico a aplicar aos alunos da turma do 10.º ano de matemática A. Como saber se o grau de dificuldade dos exercícios é o pretendido? Como saber se os exercícios criados iriam permitir avaliar o grau de conhecimentos dos alunos em determinados tópicos? No fundo, como fazer a ficha de diagnóstico que se aplique idealmente aos alunos que temos na turma? De facto, não existe (que seja do meu conhecimento) qualquer documento que determine se um exercício é ou não adequado para diagnóstico. Da mesma forma, que não existe (que seja do meu conhecimento) nenhum que indique se uma prova é ou não demasiado extensa. Todos estes fatores estão diretamente ligados com a experiência do professor, o que faz com que só daqui a alguns anos eu esteja perto de ser capaz de criar a prova “ideal”. Felizmente, o trabalho do professor não é e não deve ser um trabalho individual e isolado. Por este motivo, durante o estágio trabalhámos sempre em grupo na elaboração de provas e de outros materiais. Assim, ao iniciarmos o nosso estágio no ensino secundário e perante esta primeira dificuldade tivemos logo o apoio de um professor experiente, o orientador cooperante. O qual nos indicou que apesar de a sensibilidade para determinar o grau de dificuldade de um determinado exercício dependesse da experiência, a garantia de conseguirmos avaliar todos os tópicos pretendidos não. Assim, sempre que elaborávamos uma prova, começávamos por criar uma lista com todos os tópicos que pretendíamos avaliar e só depois é que criávamos os exercícios conforme os tópicos indicados na lista. Depois, para tirar o maior partido da avaliação, elaborávamos tabelas que serviam para indicar os pontos fortes e menos fortes dos alunos, de forma a podermos ajudá-los na sua evolução.

Uma prática comum durante o estágio foi o facto de no final de cada dia, depois de terminado o período de aulas, o Dr. Ricardo Pereira fazer questão de refletir connosco sobre as aulas dadas, o que tinha corrido bem, o que tinha corrido menos bem, o que fazer para melhorar, as dificuldades sentidas pelos alunos e o que fazer para ajudá-los a ultrapassá-las. No fundo, refletíamos sobre a prática pedagógica, algo que já nos tinha sido incutido durante as aulas de didática e que ainda não tínhamos tido oportunidade de pôr em prática. De facto, muitos autores consideram a reflexão como uma parte muito importante no trabalho do professor (Brunheira, 2002; Ponte, 2002; Serrazina, Vale, Fonseca & Pimentel, 2002).

Algo que me surpreendeu durante o estágio foram as aulas que assisti. Confesso que inicialmente, pensava que iria ser uma parte bastante aborrecida do estágio e que não iria ser muito produtiva. Engano meu! De facto, as aulas lecionadas pelos meus orientadores cooperantes revelaram-se muito importantes na minha aprendizagem. Não só porque, ao ajudá-los nas aulas, dando apoio aos alunos na resolução de exercícios, compreendia de uma forma mais profunda as dificuldades dos mesmos tentando encontrar variadas formas de explicar determinados conceitos para garantir que a dúvida era esclarecida mas, porque também tive a oportunidade de assistir às aulas de dois professores, que na minha opinião eram bastante profissionais e excelentes exemplos a seguir. De facto, um dos métodos que os dois orientadores cooperantes partilhavam era o facto de questionarem muito os alunos. Este método era usado quando se encontravam a introduzir novos conteúdos, quando estavam a rever conteúdos já lecionados em aulas anteriores ou até mesmo em anos letivos anteriores, quando estavam a resolver ou corrigir exercícios, no fundo as questões estavam presentes ao longo de toda a aula. Fonzi (1999) chama a este método, o método da inquirição, algo que salienta como bastante importante na prática de ensino da matemática. Também eu considero este método muito relevante para a prática de ensino, desta forma, ao lecionar as aulas assistidas fiz questão de o pôr sempre em prática de forma a incorporá-lo na minha própria prática letiva.

Algo que os dois orientadores cooperantes também partilhavam na sua prática letiva, era o facto de terem sempre planos de aula ambiciosos, para garantir que tinham sempre material disponível para os alunos que fossem mais rápidos ou que simplesmente já tivessem resolvido os exercícios em casa. Por um lado os planos de aula não eram geralmente cumpridos, o que causava o transtorno de termos de preparar novamente a aula a lecionar caso o plano não se tivesse cumprido na aula imediatamente anterior à aula a lecionar. Curiosamente, este facto não era de todo negativo, uma vez que fazia com que tivéssemos de alterar a nossa planificação tantas vezes que fez com que o começasse a fazer com mais destreza.

Entretanto, nas aulas dos orientadores cooperantes, nem tudo funcionava da mesma forma. Por exemplo, o Dr. Ricardo Pereira ditava o sumário da aula no início, já a Dra. Ana Pestana ditava o sumário no fim. Pessoalmente, ainda não consigo decidir o que será melhor. Afinal se o sumário for ditado no início da aula, poderá não ser cumprido mas, os alunos ficam desde o início a conhecer o plano da aula. Se for ditado no fim, faz com que o sumário seja sempre cumprido embora os alunos não tenham acesso ao plano de aula.

Outra diferença entre os dois professores era a forma como lidavam com os alunos, embora não possamos esquecer que o Dr. Ricardo Pereira lidava com alunos do ensino secundário e a Dra. Ana Pestana com alunos do 3.º ciclo do ensino básico, o que deve fazer toda a diferença na forma de um professor se relacionar com os alunos. O professor Ricardo era um professor muito sereno, muito calmo, não me lembro de o ter ouvido levantar o tom de voz em nenhuma aula e nem por uma única vez. Demonstrou sempre uma paciência infinita tanto ao explicar conteúdos como ao lidar com determinados comportamentos. No entanto, esta postura não implicava que não conseguisse impor respeito, muito pelo contrário, os alunos respeitavam-no bastante. É um professor bastante exigente com os seus alunos, cientificamente rigoroso e explicava sempre de uma forma muito clara e as vezes que fossem necessárias, usando formas diferentes se necessário. É ainda um professor preocupado com os seus alunos e com o sucesso dos mesmos. Os alunos pareciam admirar a sua forma de ser e de estar na sala de aula, chegando mesmo a gostar da aula de matemática e da sua forma de ensino. Esta foi uma das conclusões que retirei de um estudo que entretanto efetuei durante o primeiro período de estágio no âmbito da disciplina Metodologia da Investigação em Educação, parte integrante do currículo do Mestrado.

O Dr. Ricardo Pereira foi sem dúvida um excelente orientador e um exemplo a seguir futuramente. De facto, ao tentar seguir-lhe o exemplo, senti que esta serenidade também se refletiu na minha prática de ensino, de forma que apesar de os alunos do 3.º ciclo do ensino básico serem mais irrequietos, consegui sempre manter uma postura calma e serena na forma de lidar com estes. Acredito mesmo que essa postura também influencie o comportamento dos alunos em sala de aula, embora saiba que também depende muito da turma que temos.

No entanto, uma coisa é lecionar meia dúzia de aulas e outra bem diferente é lidar com os alunos quase diariamente e durante um ano letivo completo, assim, e tendo em conta que os alunos do 3.º ciclo do ensino básico são mais jovens e neste caso eram bastante irrequietos e alguns pouco interessados pela disciplina, a postura da professora Ana Pestana também parecia ser a adequada às turmas que lecionava. Na turma do 8.º ano, a professora tinha uma postura mais calma, ajudada em muito pelo facto de os alunos serem mais interessados e

trabalhadores. Quanto à turma de 9.º ano, por vezes era bastante difícil manter a calma e sentia-se obrigada a levantar o tom de voz para chamar a atenção dos alunos. Não era uma turma fácil pois, embora fossem todos bons miúdos, alguns dos alunos não eram muito aplicados e outros tinham bastantes dificuldades na disciplina e não se esforçavam por melhorar. Assim, a postura da orientadora cooperante estava um pouco condicionada à turma que lecionava. De qualquer forma, explicava sempre de forma clara, se necessário mais do que uma vez e, de formas diferentes, os conteúdos, para garantir que os alunos compreendiam. Nos seus diálogos com os alunos fazia questão de os corrigir cientificamente, e ao explicar as matérias utilizava sempre um discurso matemático rigoroso. Esta era uma forma de os alunos incorporarem os conceitos nos seus próprios discursos. Durante as aulas, ao contrário do Dr. Ricardo que dava muito uso aos exercícios do manual, a Dra. Ana Pestana utilizava mais fichas de trabalho que organizava consoante as suas planificações de aula. O facto de ser uma escola TEIP ajudava neste aspeto pois, o limite de cópias era bastante elevado, algo que não acontece na maioria das outras escolas.

Outro fator que contribuiu muito para a minha aprendizagem foi o conhecer algumas das dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem de determinados conteúdos. Por exemplo, em discussão com o orientador cooperante fiquei a saber que alguns alunos têm muita dificuldade em compreender matemática no espaço. Assim, em algumas das minhas aulas tentei criar materiais que pudessem facilitar a aprendizagem de alguns conteúdos e/ou exercícios por parte dos alunos, em particular, quando temos situações no espaço. De facto, os meus materiais revelaram-se bastante úteis e acredito que foram muito positivos para os alunos. Na realidade Ponte (1999) refere que um bom professor tem de ser um profissional multifacetado e que, entre outros fatores, tem de ser capaz de conceber materiais de ensino. Neste âmbito também poderia salientar as F-Tool. Claro que não se pede aos professores que saibam programar para poder criar este ou outro tipo de *software* educacional semelhante mas, podem sempre associar-se a outros professores de outras áreas de ensino e iniciar projetos de investigação para a criação de materiais que ajudem os alunos na aprendizagem e compreensão dos conteúdos. No caso das F-Tool, não me associei a professores de outras áreas mas, trabalhei em colaboração com a minha orientadora e a minha colega de estágio, ambas da área da matemática, e o Dr. José Luís Pereira que, embora matemático, se encontra a fazer um doutoramento na área da informática. Assim, surge a minha primeira experiência na área da investigação. Algo que muitos autores afirmam que deveria fazer parte do processo de formação dos futuros professores de matemática.

3.2. Investigação

Serrazina, Vale, Fonseca e Pimentel (2002, p. 55) referem que

Os futuros professores devem ser envolvidos em actividades do tipo das que se pretende que desenvolvam com os seus alunos; (...) Não basta que as actividades de investigação e de resolução de problemas estejam presentes nas disciplinas ligadas à didáctica ou à metodologia; é necessário que as actividades de investigação também estejam presentes em todas as disciplinas da formação matemática dos futuros professores (...).

Felizmente, nas disciplinas da área da didáctica e das tecnologias, a investigação esteve sempre muito presente como tema de discussão e essencial na prática letiva. No entanto, na minha formação inicial não tivesse tido qualquer contacto com a investigação nas disciplinas da formação matemática. De qualquer forma, essa brecha foi preenchida pela minha orientadora de estágio. Mais uma vez, felizmente, tive a oportunidade de me iniciar como investigadora porque tive a sorte de ter uma orientadora que quis ir mais além do que a PES. Assim, olhando para o meu ainda curto percurso na investigação consigo analisar e concluir o quão importante foi para mim esta experiência. Não só pela importância das ferramentas criadas e da utilidade que lhes irei dar nas aulas que irei lecionar no futuro mas, pelo gosto que tive em criá-las e a certeza de que é uma área onde pretendo continuar a trabalhar.

Devido a este projeto de investigação de carácter inovador, em parceria com a minha orientadora, a Dra. Cátia Silva e o Dr. José Luís Pereira, já foram feitas duas comunicações em conferência^{32 33}, publicámos dois artigos científicos com revisão por pares “*Mathematica in the classroom: new tools for exploring precalculus and differential calculus*”³⁴, distinguido com o prémio Timberlake³⁵, e o “*Exploring Precalculus and Differential Calculus with Mathematica: The F-Tool Concept*” aceite para publicação na prestigiada revista *J. Symbolic Comput.* Encontra-se atualmente no prelo, o artigo científico “*Software Educacional em Pré-Cálculo e Cálculo Diferencial: O Conceito F-Tool*” a ser publicado no boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM).

Esta foi sem dúvida uma experiência muito enriquecedora para o meu currículo mas, também a nível pessoal e que pretendo continuar. Assim, candidatei-me a uma bolsa de investigação

³² CSEI 2012 – 1st National Conference on Symbolic Computation in Education and Research.

³³ ENSPM 12 – Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática.

³⁴ Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.1/1105>.

³⁵ Prémio Timberlake de Melhor Artigo de Jovem Investigador - 1st National Conference on Symbolic Computation in Education and Research, Instituto Superior Técnico, abril de 2012.

do Centro de Análise Funcional e de Aplicações (CEAF), no âmbito do projeto PEest-OE/MAT/UI4032/2011, que me irá permitir continuar a trabalhar na criação de aplicativos computacionais, para o ensino pós-graduado, sob a orientação da Doutora Ana Conceição, a minha orientadora de estágio.

Relativamente às comunicações que mencionei tive a oportunidade de as apresentar e foram experiências que contribuíram bastante para o meu gosto pela investigação e para a minha vontade de continuar a investigar.

Notem que a grande vantagem de fazer investigação não se prende apenas à realização profissional e pessoal mas, também à possibilidade de discutir ideias com outros profissionais, neste caso mais experientes; de recordar noções por vezes esquecidas; e até mesmo de estudar conceitos de forma mais aprofundada e pormenorizada, fazendo de nós, professores, melhores profissionais.

Outra experiência sobre a qual gostaria de refletir, foi sobre as aulas que lecionei em parceria com a minha colega de estágio, onde foi possível utilizar o conceito F-Tool. De facto, as aulas foram um sucesso, a experiência em par pedagógico foi perfeita, os alunos adoraram as ferramentas e ficaram mais motivados para a aprendizagem. Apesar do sucesso, poderia ainda ter sido melhor pois, numa escola ideal, esta atividade poderia ter sido desenvolvida pelos alunos com a exploração das próprias ferramentas. Algo, que não foi possível devido à impossibilidade de ter uma sala de computadores. De qualquer forma, importa acrescentar algumas opiniões de autores sobre a utilização de novas tecnologias em sala de aula e sobre a importância de inserir as atividades de investigação na prática de ensino.

Como refere Goldenberg (1999, p. 35) as atividades de investigação também servem para cativar os alunos, afinal “Um professor dificilmente disporá das capacidades de cativar uma audiência que estão ao alcance de um contador de histórias experimentado”. Mesmo as normas do NCTM promovem a criação em sala de aula de atividades de investigação. No entanto, na realidade, os professores parecem estar um pouco reticentes quanto a este tipo de atividades mas, atualmente não existe motivo para esta resistência. De facto, já se encontra bastante literatura para auxiliar o professor na introdução de atividades de investigação na sala de aula. Tudella, Ferreira, Bernardo, Pires, Fonseca, Segurado e Varandas (1999) elaboraram um artigo onde falam sobre o tema e dão algumas dicas para ajudar os professores neste tipo de aulas. Oliveira, Ponte, Santos e Brunheira (1999) também referem fatores a ter em conta na criação deste tipo de atividades. Oliveira, Segurado e Ponte (1999), no seu artigo relatam uma experiência em sala de aula. Resumindo atualmente, não existem razões para que o professor não envolva os seus alunos neste tipo de investigação pois, caso não esteja muito seguro pode

sempre consultar a bibliografia existente, ou outros professores de matemática, ou então fazer como nós fizemos no estágio e colaborar em sala de aula com outro professor de matemática de forma a garantir um maior sucesso da atividade. De facto, foi muito positivo trabalhar com a minha colega de estágio. Não só porque nos entendemos muito bem a trabalhar juntas mas, também porque esta foi a nossa primeira experiência prática de aulas com atividades investigativas e o facto de trabalhar em colaboração com uma colega ajuda a garantir que esta primeira experiência seja positiva.

BIBLIOGRAFIA

- Associação dos Professores de Matemática. (2001). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e a aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Azevedo, A. F. R. (1993). *O computador no ensino da matemática – uma contribuição para o estudo das concepções e práticas dos professores*. (Tese de mestrado). Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Braumann, C. A. (2002). Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 5-24). Lisboa: SPCE.
- Brocardo, J. (2001). Investigações na sala de matemática: A história da Rita. In *Actas do ProfMat 2001* (pp. 155-161). Lisboa: APM.
- Brunheira, L. (2002). O conhecimento didáctico e as atitudes de uma professora estagiária face à realização de actividades de investigação na aula de matemática. In *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 183-205). Lisboa: SPCE.
- Canavarro, A. P. (1993). *Concepções e práticas de professores de matemática: Três estudos de caso* (Tese de mestrado). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.
- Conceição, A. C., Pereira, J. C., Silva, C. M., & Simão, C. R. (2012a). *Exploring precalculus and differential calculus with mathematica: The F-Tool concept*. Aceite para publicação no *J. Symbolic Comput*, da Elsevier.
- Conceição, A. C., Pereira, J. C., Silva, C. M., & Simão, C. R. (2012b). *Mathematica in the classroom: new tools for exploring precalculus and differential calculus*. *1st Nacional Conference on Symbolic Computation in Education and Research, AMS Proceedings*, 2012. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.1/1105>.
- Conceição, A. C., Pereira, J. C., Silva, C. M., & Simão, C. R. (2012c). *Software educacional em pré-cálculo e cálculo diferencial: O conceito f-tool*. Submetido para publicação no boletim da SPM.
- Costa, B., & Rodrigues, E. (2010). *Novo espaço - Matemática A 10.º ano*. Porto: Porto Editora.
- Crato, N. (2008). *A matemática das coisas*. Lisboa: Gradiva Publicações.
- Duarte, J. A. O. (1993). *O computador na educação matemática: Percursos de formação*. (Tese de Mestrado). Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Equipa da Sala Farol. (2011). *Sala farol – Um projeto para o 2.º ano de escolaridade*. Acedido em http://www.drealg.net/moodle2/pluginfile.php/564/mod_resource/contente/0/Agrupamento%20de%20Escolas%20Jo%C3%A3o%20da%20Rosa.pdf.

- Fonzi, J. (1999). Compreender o que é necessário para apoiar os professores no desenvolvimento de uma pedagogia de inquirição: Identificando as suas necessidades de aprendizagem e práticas adequadas de desenvolvimento profissional. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 51-68). Lisboa: APM.
- Goldenberg, E. P. (1999). Quatro funções da investigação na aula de matemática. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 35-49). Lisboa: APM.
- Longo, E., & Branco, I. (2010). *MACS matemática aplicada às ciências sociais – 10.º ano*. Lisboa: Texto Editores, Lda.
- Machado, J. E. (1990). Os computadores na facilitação da aprendizagem. In *ProfMat90 – Actas, vol. I* (pp. 83-102). Lisboa: APM.
- Magro, F. C., Fidalgo, F., & Louçano, P. (2011). *Pi 8*. Alfragide: Edições ASA II, S.A.
- Matos, J. F., & Amorim, I. (1990). Actividades investigativas em matemática: Porquê, para quê, como? In *ProfMat90 – Actas, vol. I* (pp. 83-102). Lisboa: APM.
- Ministério da Educação (2001). *Matemática A 10º ano*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2001). *Programa de matemática aplicada às ciências sociais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- NCTM (1998). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. (trad. portuguesa). Lisboa: APM.
- NCTM (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. (trad. portuguesa). Lisboa: APM.
- Neves, M. A. F. (1997). *Matemática 10.º ano – parte 2: Funções I*. Porto: Porto Editora.
- Neves, M. A. F., Guerreiro, L., & Moura, A. (2011). *Matemática A 12.º*. Porto: Porto Editora.
- Neves, M. A. F., Guerreiro, L., & Neves, A. (2011). *Matemática 9.º*. Porto: Porto Editora.
- Neves, M. A. F., Vale, M. I. P., & Castelo, J.H.C. (1988). O computador no (in)sucesso em matemática. In *Actas do Encontro Nacional ProfMat88* (pp. 189-214). Lisboa: APM.
- Oliveira, H. M., Segurado, M. I., & Ponte, J. P. (1999). Explorar, investigar e discutir na aula de matemática. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 175-182). Lisboa: APM.
- Oliveira, H. M., Segurado, M. I., & Ponte, J. P. (1999a). Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 189-206). Lisboa: APM.

- Oliveira, H., Ponte, J. P., Santos, L. & Brunheira, L. (1999). Os professores e as actividades de investigação. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 97-110). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1989). O computador como ferramenta: Uma aposta bem sucedida? In *Inovação*, 2(1), 41-48.
- Ponte, J. P. (1991). O computador como ferramenta: O que diz a investigação. In *Ciências da Educação em Portugal: Situação actual e perspectivas* (pp. 417-428). Porto: SPCE.
- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do ProfMat98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In *Investigar e formar em educação: Actas do IV congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. (2000). A formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores. *Quadrante*, 9(2), 3-26.
- Santos, L., Brocardo, J., Pires, M., & Rosendo, A. I. (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2.º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 83-106). Lisboa: SPCE.
- Serrazina, L., Vale, I., Fonseca, H. & Pimentel, T. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 41-58). Lisboa: SPCE.
- Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J., & Abrantes, P. (1999). O currículo de matemática e as actividades de investigação. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 69-85). Lisboa: APM.
- Tudella, A., Ferreira, C., Bernardo, C., Pires, F., Fonseca, H., Segurado, I. & Varandas, J. (1999). Dinâmica de uma aula com investigações. In *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 87-96). Lisboa: APM.

Páginas da internet consultadas:

<http://www.agrupjrosa.net/>

<http://www.aejbv.pt/>

<http://www.dgidc.min-edu.pt/teip/>

<http://www.pte.gov.pt/pte/PT/index.htm>

ANEXOS

Todos os anexos estão em suporte digital.

- Anexo 1** – Ficha de Avaliação Diagnóstica
- Anexo 2** – Ficha de Avaliação
- Anexo 3** – Critérios de Correção
- Anexo 4** – Aula lecionada no dia 17/11/2011
- Anexo 5** – Aula lecionada no dia 03/02/2012
- Anexo 6** – Aula lecionada no dia 09/02/2012
- Anexo 7** – Aula lecionada no dia 10/02/2012
- Anexo 8** – Ficha de trabalho n.º 16 do 9.º ano
- Anexo 9** – Ficha de trabalho n.º 15 do 8.º ano
- Anexo 10** – Ficha de trabalho n.º 16 do 8.º ano
- Anexo 11** – Diapositivos sobre proporcionalidade direta
- Anexo 12** – Ficha de trabalho n.º 17 do 9.º ano
- Anexo 13** – Ficha de trabalho n.º 18 do 8.º ano
- Anexo 14** – F-Tool da tarefa 1
- Anexo 15** – Diapositivos das aulas lecionadas nos dias 02/03/2012 e 06/03/2012
- Anexo 16** – F-Tool da tarefa 2
- Anexo 17** – Demonstração geométrica do caso notável: diferença dos quadrados
- Anexo 18** – Ficha de apoio do 9.º ano
- Anexo 19** - *Mathematica in the classroom: new tools for exploring precalculus and differential calculus*
- Anexo 20** – Diapositivos do primeiro seminário
- Anexo 21** – Diapositivos do segundo seminário