

Capítulo II

2. A Geometria

O Universo permanece continuamente aberto à nossa contemplação, mas nunca poderá ser compreendido a não ser que se aprenda primeiro a entender a sua linguagem e a interpretar os signos em que se encontra escrito. Encontra-se expresso na linguagem matemática, e os seus signos são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas sem as quais é humanamente impossível compreender uma única das suas palavras; sem esses signos, ficamos a vaguear num escuro labirinto.
(Galileu, citado por Pappas, 1995)

2.1. Breve perspectiva histórica

Já desde os tempos da pré-história que o homem representa os seus pensamentos a nível geométrico, com as pinturas rupestres e decoração de objectos.

O conseqüente desenvolvimento da geometria ficou a dever-se essencialmente às civilizações Egípcia, Babilónica, Indiana, Chinesa, Mexicana e Grega. Nesse desenvolvimento predominavam os aspectos utilitários, como por exemplo as cheias do Nilo que faziam desaparecer as marcações das terras. Já com a civilização Grega essa evolução incidiu em conceitos mais abstractos, culminando, mais tarde, com a

“perfeição” do tratado de Euclides. Neste tratado, Euclides fundamentou, através da constituição de postulados, teoremas e demonstrações a geometria, que mais tarde viria a ter o nome de geometria euclidiana (Fonseca, 2004).

No final do século XVII e durante o século XVIII houve como que uma algebrização da geometria. Sendo uma época marcada pela tónica da racionalização, originou uma valorização e um desenvolvimento do cálculo. Nesta época, Descartes teve um papel fundamental com o lançamento da sua obra *La Géométrie*, em 1637.

Considera-se ter havido posteriormente um período de “estagnação” da geometria, embora esta tenha recebido estímulos inovadores de outras áreas, nomeadamente na geometria projectiva, geometria analítica e geometria descritiva, pela mão de Monge, já no final do século XVIII (Fonseca, 2004).

Posteriormente, no século XIX, apareceram outras perspectivas resultantes da não-aceitação do postulado euclidiano das rectas paralelas como axioma. Foi nessa perspectiva que Lobachevski e Bolyai se posicionaram, assim como Gauss, apesar deste último não a ter tornado pública. As geometrias que nasceram da reformulação desse postulado denominaram-se geometrias não euclidianas. Essas geometrias ganharam importância, mais tarde, com o trabalho de Riemann. Esse trabalho foi fundamental para a legitimação dessas geometrias assim como permitiu a fundação da geometria de Riemann.

Em 1872, Klein voltou a perspectivizar todos os tipos de geometria com fundamento na teoria dos grupos, desvalorizando-se, então, a aplicabilidade prática da mesma.

De referir o aparecimento da obra de Hilbert *Fundamentos da Geometria*, publicada em 1900, onde são analisados os axiomas que serviam de base à geometria

euclidiana, conseguindo assim ir mais além do que os gregos o haviam feito (Struik, D. 1989).

A representatividade da geometria a nível curricular tem sofrido, ao longo dos tempos, grandes alterações. As políticas educativas têm variado entre uma grande valorização e um quase desprezo total da geometria.

O papel curricular da geometria nas escolas portuguesas incidiu durante muito tempo em duas vertentes: construções geométricas e estudo da geometria Euclidiana, no plano e no espaço. Durante a década de quarenta e cinco trabalhava-se com o objectivo primordial de levar os alunos a atingir hábitos de raciocínio rigoroso e sistemático. Constavam do programa algumas demonstrações e a matemática, incluindo a geometria em particular, aparecia como uma ciência de construção lógica perfeita. (Velo, 1998). Segundo o mesmo autor, as construções geométricas e o estudo da geometria euclideana no plano e no espaço eram as vertentes da geometria a nível curricular. A carga percentual da geometria no currículo, na altura, rondava os quarenta por cento (Velo, 1998).

No antigo 2.º ciclo do Ensino Liceal (correspondente ao actual terceiro ciclo do Ensino Básico), era dada uma iniciação ao estudo da Álgebra e Geometria. (Decreto lei n.º37.112, de 22 de Outubro de 1948). Na Geometria, era considerado de grande importância o rigor e o carácter lógico das demonstrações, na senda de Euclides. Neste decreto também é referida a possibilidade de recurso a figuras de pedra, servindo o modelo de base ao encadeamento lógico de raciocínio (Velo, 2008).

O apelo que era feito à memorização de enunciados de teoremas geométricos e respectiva demonstração levava a que a maior parte dos alunos ficasse “a odiar a geometria para o resto da vida” (Velo, 1998, p.19).

Entre os anos 60 e 70, houve melhorias no ensino da matemática e no ensino da geometria em especial. Essas melhorias deveram-se essencialmente ao contributo de Sebastião e Silva com o ensino experimental, da matemática moderna, em que era valorizada a visualização e o desenvolvimento da intuição geométrica dos alunos (Velosa, 2008).

Com o aparecimento, nos anos 70, da generalização do movimento da matemática moderna, a geometria teve a sua fase mais negra da história, sendo normalmente relegada para segundo plano. Esta fase teve repercussões que vão até aos dias de hoje, pois a grande maioria dos professores no activo foram alunos nessa altura. A presença da geometria no final cronológico dos programas indicia a perspectiva de ser uma unidade facultativa como era praticamente encarada. Os temas tidos como prioritários eram os: conjuntos, relações binárias e estruturas matemáticas (Ponte et al., 1997). A geometria passou a ser o “parente pobre” da álgebra, tendo como exclusiva “utilidade prática” o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para cálculo de áreas e volumes.

Os aspectos ligados à observação, à experimentação e à construção praticamente desapareceram do Ensino Básico. (Velosa, 2008, p. 48)

Esta tendência verificou-se de uma maneira geral em toda a Europa, levando alguns estudiosos a vaticinar a “sua morte”. (Neubrand, 1998).

Felizmente, este processo inverteu-se a nível internacional, sendo de destacar a figura de Hans Freudenthal pela sua influência nesta viragem. (Veloso, 1998). Segundo Freudenthal, a geometria aparece à criança como forma de compreensão do seu meio envolvente, o meio em que ela “respira e se move” A sua aprendizagem deve-se centrar

no conhecimento, exploração e conquista. Quando as descobertas são feitas “com os próprios olhos e mãos, são mais convincentes e surpreendentes” (Velo, 1998, p.26). A utilização do computador vem reforçar esta ideia e passa a ser advogado o incremento da geometria também como consequência dessa mudança nas ferramentas disponíveis para explorar os objectos geométricos:

Será através dos computadores e da sua utilização no ensino que a geometria iniciará o seu regresso. (Velo, 1998, p.32)

Segundo este autor, o papel da tecnologia no ensino da geometria possibilitou uma maior ênfase no seu estudo, quando teve lugar a implementação dos programas de matemática nos anos 90. Nestes programas, a geometria chegava a atingir um peso superior a 40%.

Em 1985, o Projecto Minerva, que visava promover a integração das tecnologias de informação na escola e no ensino, assim como o aparecimento da linguagem LOGO, em meados de 1986, vieram valorizar o ensino da Geometria. Nesse mesmo ano foi criada a Associação de Professores de Matemática (APM), com o objectivo de divulgar estudos e promover a discussão sobre temas matemáticos e questões centrais do ensino e aprendizagem da Matemática, entre as quais aparece bem vincada a importância do trabalho em geometria nas aulas de Matemática.

Em 2001, foi publicado, pelo ministério da educação, o *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Neste documento, há uma valorização da Geometria e faz-se menção ao uso do computador para o desenvolvimento da sua aprendizagem.

Em 2007, foi publicado o novo programa de matemática do ensino básico na sequência do lançamento do referido currículo nacional. Neste programa, a entrar em vigor em 2009, continua a ser valorizada a geometria, assim como o uso de computadores no ensino da Geometria nos três ciclos do Ensino Básico.

Sabe-se hoje, através de estudos sobre a aprendizagem multicanal, como os que realizou António Damásio (2000) e publicou na sua obra *O Erro de Descartes*, que se pode fazer o mapeamento do cérebro e reconhecer a imagem como sendo um factor determinante na transferência do conhecimento. Por isso, é de assinalar uma das indicações metodológicas do actual programa de matemática em que se aponta claramente a necessidade de incentivar o aluno a elaborar figuras geométricas que irão facilitar a visualização de problemas e a sua capacidade de representação.

2.2. Orientações curriculares actuais no ensino básico

As actuais orientações curriculares presentes no Programa actual para o 9.º ano de escolaridade atribuem à geometria um peso de 50%.

São tratados três grandes temas/conteúdos da geometria:

- Circunferência e Polígonos. Rotações.
- Trigonometria do Triângulo Rectângulo
- Espaço – Outra Visão

No último ano do terceiro ciclo pretende-se por um lado completar alguns aspectos que se consideram básicos e que, eventualmente, ainda não tenham sido suficientemente tratados, em especial conceitos relativos a circunferências, ângulos, polígonos regulares, rotações e isometrias.

No programa é considerado importante que, no final do ciclo e aproveitando o tema «Geometria», os alunos realizem, individualmente ou em grupo, trabalhos como por exemplo: construção de um sextante rudimentar, decoração de uma região plana utilizando isometrias e semelhanças, ou ainda uma pequena pesquisa sobre História da Matemática.

Como durante todo o ciclo, continuam a ser preocupações constantes deste ano a observação e análise de figuras, a ligação à vida real, o aproveitamento da intuição e o desenvolvimento progressivo do rigor, o uso de raciocínios indutivos e dedutivos, sem esquecer a importância da comunicação, da argumentação, a utilidade do esboço e da construção rigorosa.

Os conteúdos e competências constantes no programa para o tema “Circunferência e polígonos. Rotações”, em que incidirá este estudo são:

<u>Conteúdos:</u>	<u>Competências:</u>
Ângulos ao centro e arcos correspondentes	Relacionar amplitudes de ângulos e arcos, e determinar amplitudes de ângulos excêntricos.
Ângulo inscrito num arco de circunferência	Estabelecer relações entre arcos, cordas, tangentes e raios, recorrendo às simetrias da circunferência.
Consequências das simetrias da circunferência	Determinar amplitudes de ângulos internos e externos de polígonos convexos, e identificar rotações de polígonos regulares em torno do seu centro.
Polígonos inscritos; polígonos regulares	Identificar diferentes isometrias, comparando as suas propriedades.
Rotações	
Isometrias	

Fig. 2.1. Quadro de conteúdos e competências explícitos no programa

No estudo da geometria considera-se essencial o uso de instrumentos manipuláveis como sejam a régua, compasso, transferidor e esquadro. Mas também é referido, no novo programa, que:

Ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objectos geométricos. O seu uso é considerado particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações, casos em que os cálculos e os procedimentos de rotina não constituem objecto prioritário de aprendizagem, e a atenção se deve centrar nas condições da situação, nas estratégias de resolução e na interpretação e avaliação de resultados. (ME., 2007, p.10)

Este novo programa refere, não só a possibilidade, mas o dever do uso do computador nos três ciclos do Ensino Básico. Os seus principais objectivos são desenvolver a capacidade de resolução de problemas e promover o raciocínio e a comunicação matemáticos, registando-se que:

A Geometria está também presente nos três ciclos e tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos. O estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais continua a ter um papel importante neste tema. Este estudo começa no 1.º ciclo, no 2.º ciclo os alunos são já chamados a relacionar propriedades geométricas, e no 3.º ciclo surgem situações de raciocínio hipotético-dedutivo, proporcionando aos alunos um primeiro contacto com este modo de pensamento. Uma

alteração de relevo em relação ao programa anterior é que se estudam logo desde o 1.º ciclo diversas transformações geométricas, primeiro de forma mais intuitiva e depois com crescente formalização. A Medida tem um peso importante no 1.º ciclo, que decresce nos ciclos seguintes, mas sendo um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre temas matemáticos e com situações não matemáticas, deve ser trabalhado ao longo dos ciclos. (ME., 2007, p.7)

O que se pretende é uma contextualização vertical da geometria desde o 1.º ciclo e até ao 3º, através do estudo das transformações geométricas. O mesmo documento, para além do enfoque nas transformações geométricas também explicita indicações metodológicas, como tarefas e recursos:

Na resolução de problemas geométricos, como nas tarefas exploratórias e de investigação é importante que os alunos tenham um tempo apropriado para realizar experiências, elaborar estratégias formular conjecturas, descrever processos e justificá-los com rigor progressivo. Ao elaborarem justificações, produzindo pequenas cadeias dedutivas, familiarizam-se com o processo de demonstração e iniciam o raciocínio geométrico dedutivo. Os alunos devem recorrer a software de Geometria Dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. (ME., 2007, p.52)

Nos “princípios e normas” para a geometria, do NCTM, nos Estados Unidos da América, está implícito que os alunos deste nível etário devem-se debruçar sobre as características e propriedades das figuras, iniciando o estudo das componentes das suas

formas como sejam, os lados e os ângulos, e as diversas propriedades das formas geométricas. Mas as recomendações não se ficam por aqui e vão mais longe, ao sugerirem:

Em todos os níveis de ensino, os alunos deverão aprender a formular explicações convincentes para as suas conjecturas e soluções. Eventualmente deverão ser capazes de descrever, representar e investigar relações contidas no próprio sistema geométrico e de as expressar e justificar recorrendo à lógica. (APM, 2007, p. 45)

O mesmo documento, refere ainda que os alunos poderão iniciar a utilização de programas informáticos interactivos de geometria, entre o 3.º e 5.º ano de escolaridade, para investigar e descrever os efeitos de transformações, sendo que:

Nos anos seguintes, os alunos deverão aprender a compreender o que significa, numa transformação, manter a distância constante, como se verifica nas translações, rotações e reflexões. (APM, 2007, p. 46)

Um pouco mais à frente pode ler-se:

A tecnologia deve impregnar o programa de matemática, em vez de ser considerada como mais um apêndice vistoso. (APM, 2007, p. 436)

Do anteriormente referido pode inferir-se que, independentemente do formato curricular que se propõe para a geometria, há um ponto em que diversos documentos

orientadores de referência para a educação matemática., estão de acordo: a importância do uso das tecnologias no programa de matemática e, especialmente, na abordagem de temas de geometria. Trata-se hoje, não apenas de uma sugestão mas de uma aposta governamental, apoiada em várias recomendações que se vêm repetindo desde há décadas, tais como as do NCTM e da APM. (APM, 1988, 1999, 2007; NCTM, 1985, 1991, 1994, 2000) Em traços gerais, estas recomendações baseiam-se no incremento de dinamismo que as tecnologias trazem à aula de matemática e no facto de o aluno passar a ter um papel mais central na aula de matemática. Existem também outros estudos que têm documentado o uso das tecnologias na aula de matemática com resultados positivos (Saraiva, 1991; Azevedo 1993; Duarte 1993; Domingos 1994; Jorge 1994; Junqueira, 1995; Carreira, 1992; Rodrigues 1997; Piteira 2000; Barbosa 2002; Amado, 2007; Ferreira, 2007).

É pois, neste sentido, que o presente estudo incidirá sobre algumas das transformações que as tecnologias provocam na aula de matemática (Clements e Battista, 1992; Coelho e Saraiva, 2000). Em particular, dará especial relevo às mudanças no processo de avaliação que assumirá novos contornos.

2.3. As Tecnologias no Ensino da Geometria: Ambientes de Geometria Dinâmica

As novas tecnologias ocupam cada vez mais tempo na vida dos jovens, tendo-se criado já uma intimidade entre eles que não deve ser descurada pela escola. Os telemóveis, MP3's, MP4'S, Playstations, computadores... fazem parte integrante do quotidiano dos jovens. Contudo, também os menos jovens vêm as suas vidas depender

das novas tecnologias. O uso do telemóvel e do computador entre os mais velhos parece ser cada vez mais comum. Trata-se de acompanhar o ritmo de evolução da sociedade que também depende da evolução da tecnologia. Portanto, podemos dizer que a escola enquanto reflexo da sociedade não pode prescindir da integração das novas tecnologias no seu contexto.

Actualmente existem algumas iniciativas que visam melhorar os recursos das escolas, nomeadamente no que se refere aos meios tecnológicos, incluindo a formação dos professores para a implementação das novas tecnologias na sala de aula. Destaca-se, em particular, o "Plano de Acção para a Promoção do Sucesso na Matemática" e a iniciativa "Escolas, Professores e Computadores Portáteis" da equipa do Ministério de Educação designada por Computadores, Redes e Internet na Escola (CRIE). Este esforço vem consubstanciar as mudanças curriculares propostas.

Outra medida governamental recente foi o Plano Tecnológico da Educação que tem como principal objectivo colocar Portugal entre os cinco países europeus mais avançados na modernização tecnológica do ensino (Portal do Governo, 2008). Para isso o plano assenta em três eixos de actuação: tecnologia, conteúdos e formação. Pretende-se atingir, no ano lectivo de 2009/2010, um rácio de um computador ligado à internet por cada cinco alunos; um videoprojector por sala de aula; e um quadro interactivo por três salas de aula. Mas, na prática, o que é que estas tecnologias trazem de novo para a aula de matemática?

Quando bem aplicado, o recurso ao computador nas aulas de matemática facilita o envolvimento dos alunos em descobertas, deduções mais profundas ou provas mais elaboradas. Em particular, as pesquisas têm mostrado que mesmo que o professor aposte numa compreensão mais profunda, podem ficar explicações e argumentações por desenvolver nas interacções aluno/professor, professor/aluno e aluno/aluno. A atenção

dos intervenientes da aula é dirigida para o que foi feito e para o resultado das operações (Jungwirth, 2006).

Nas aulas de matemática com recurso ao computador, partindo do pressuposto de que estão satisfeitas as condições para uma boa comunicação, torna-se importante que os participantes dêem atenção ao que já foi feito, ao que se está a fazer e ao que se irá fazer. Para além disso, as actividades realizadas com computador requerem que haja uma decomposição de tarefas a resolver em pequenas partes, com várias acções subsequentes. A interactividade do software (não só sob o ponto de vista interpretativo) proporciona uma base de material apropriada para a reprodução do hábito de decomposição (Jungwirth, 2006).

Um dos aspectos que distingue a utilização apropriada das ferramentas tecnológicas em sala de aula é permitir o aparecimento de várias abordagens para a resolução do mesmo problema. O aumento do poder matemático do aluno não se deve exclusivamente àquilo que a tecnologia tem para oferecer, mas à comunhão entre a resolução de problemas e a tecnologia com a introdução de actividades apropriadas (Carreira, 2003).

Como reflexo da revigorada utilização de computadores, com software inovador no ensino da geometria, como sejam os casos do Cabri-géomètre e do Sketchpad, o novo programa de matemática para o ensino básico (ME, 2007) propõe a sua utilização na sala de aula, em particular para as construções geométricas e para as transformações geométricas.

Os ambientes geométricos dinâmicos facilitam a construção de figuras geométricas. Para além disso, torna-se possível, nas “boas” construções, isto é, nas que são resistentes, movimentar as figuras sem que as mesmas percam as suas propriedades. Entende-se como “boas” construções aquelas que não se desmancham quando

arrastadas. Para que tal aconteça, torna-se imprescindível o uso das propriedades geométricas. Assim, este tipo de software permite a experimentação, o mexer e manusear que é muito importante para alunos do ensino básico, onde a maior parte dos jovens ainda tem capacidades de abstracção pouco desenvolvidas.

O software dinâmico permite que facilmente apareçam vários procedimentos para o mesmo tipo de resultado. Por outro lado, leva a que os alunos construam a matemática e não a olhem como um produto final, estático, um conjunto de resultados impostos e de exercícios mecanizados.

Quando bem explorados, os ambientes de geometria dinâmica, vêm influenciar a forma como o aluno olha para a Matemática, aumentando o seu poder de raciocínio e de argumentação, levando a alterações na metodologia seguida no desenvolvimento do currículo de matemática.

Com o aparecimento dos AGD o currículo de geometria deve ser reapreciado. Um aspecto importante dessa reapreciação, para além dos conteúdos, é o da metodologia de trabalho na sala de aula.”(...). “Com as AGD os alunos facilmente se convencem da validade das suas conjecturas, retirando assim ao raciocínio dedutivo a função principal que exercia noutros tempos: garantir a verdade. (Fonseca, 2004, p.178).

Uma das grandes vantagens da utilização destes ambientes é que o “convencimento” dos alunos da generalização de “propriedades”, encontradas em casos específicos, fica à distância de um arrastar do rato (Fonseca, 2004, APM, 2007).

Tal como Fonseca, também defendo que:

Os computadores, para além de apelarem para a capacidade visual dos utilizadores, permitem a utilização da resolução de problemas como pano de fundo para o ensino da matemática. (Fonseca, 2004, p.176)

Segundo a mesma autora e de acordo com os princípios e normas do NCTM, o uso destes ambientes pode influenciar o ensino da geometria. Por exemplo, liberta a mente dos alunos para aspectos menos formais mas de grande importância, como seja a busca de questões do tipo: “porquê?”, “e se...?” e “O que é que acontece, se não...?”.

Relativamente à utilização do computador na sala de aula, surge de imediato uma questão: *Qual o papel do professor na sala de aulas com tecnologias?*

Sabemos que:

A tecnologia não substitui o professor de matemática. Ao utilizar ferramentas tecnológicas, é frequente os alunos passarem o seu tempo a trabalhar de forma aparentemente independente do professor, porém, esta impressão é ilusória. O professor desempenha vários papéis fundamentais num ambiente de ensino tecnológico, tomando decisões que afectam a aprendizagem dos alunos de formas bastante significativas. (APM, 2007, p. 28)

No mesmo documento também é referido que ao professor cabe a localização temporal e o tipo de utilização das tecnologias, mas, além de tudo, a observação. Esta observação da maneira de actuar e de pensar dos alunos permitirá o reconhecimento das suas percepções individuais sobre a matemática e sobre os conceitos e procedimentos.

Assim, o carácter regulador da avaliação é posto em prática, quando depois da observação se tomam decisões com o intuito de melhorar a aprendizagem. Esta observação deve ser participada – o professor não se limita a observar mas irá colocando questões do tipo:

Como?, porquê?, para quê?, como é que sabes?, podes explicar melhor a tua ideia?, porque fizeste assim? (Leal, 1992, p.134)

É necessário que o professor esteja consciente do que vai observar, alinhavando e planeando estratégias. Importará ter em conta, entre outras coisas, que o trabalho de grupo facilita a observação. Se pretender observar tudo e todos, acaba por se perder, devendo concentrar-se temporariamente em determinado grupo de alunos, mantendo sempre em aberto a possibilidade de interagir com outros, se a necessidade ou a oportunidade surgir.

Para concluir, referimos que é importante, sempre que possível, estabelecer conexões entre tópicos. A tecnologia pode também assumir, neste contexto, um papel importante:

A tecnologia permite ainda esbater algumas fronteiras artificiais existentes entre os diversos tópicos da álgebra, da geometria e da análise de dados, possibilitando que os alunos utilizem as suas ideias sobre uma determinada área para melhor compreenderem uma outra área da matemática. (APM, 2007, p.28)

2.3.1.O Geometer's Sketchpad

O GSP (Geometer's Sketchpad) é um tipo de software geométrico dinâmico que permite, quando usado em contexto de sala de aula, construir objectos geométricos e especificar relacionamentos entre eles. No ambiente computacional os objectos geométricos criados no ecrã podem ser manipulados, movidos e transformados interactivamente, através do rato.

Associadas a estes tipos de ambientes de geometria dinâmica aparecem as ferramentas, definições, técnicas de exploração e representações visuais, formando um ambiente de aprendizagem diferente do ambiente estático tradicional de régua e compasso. (Laborde, 1998).

Jackiw, autor do Sketchpad, refere, num grupo de discussão na Internet:

O meu objectivo em relação ao projecto do Sketchpad não é fornecer uma máquina que ensine Geometria, mas em vez disso fornecer um ambiente em que cada um possa rapidamente explorar e, idealmente, atingir e ampliar, os limites da sua própria compreensão e apreciação da geometria. (Velooso, 1995, p. 60)

O uso dos ambientes de geometria dinâmica permite o exame de muitas variantes dum tema particular com o objectivo de descobrir as propriedades invariantes de todas elas (Laborde e Laborde, 1991).

Os próprios menus do GSP obrigam a que os alunos tenham de pensar como construir novas figuras, avaliar o que é construído, observar as variações e pensar sobre as conclusões.

Geralmente, os alunos revelam alguma facilidade no uso deste tipo de software mesmo quando os menus estão em língua inglesa. Penso que este software, à semelhança do Cabri, tem uma aplicação intuitiva que se adapta perfeitamente às necessidades de manipulação e raciocínio de alunos do terceiro ciclo. O facto de já ter alguma experiência com o Sketchpad, levou-me a optar por este em detrimento de outras ferramentas de geometria dinâmica existentes.

O uso deste software apela, por si, só à resolução de problemas dando maior ênfase ao processo do que ao produto. Por exemplo, na construção de um quadrado, o produto pode ter a desejada aparência e não ser mais do que um simples desenho de um quadrado. Mas para um aluno numa fase inicial de exploração da ferramenta a construção de um quadrado “resistente”, que não se destrua por arrastamento, é um problema a resolver. (Ferreira 2007)

A mesma autora refere que:

É usual encontrarmos nos exames nacionais e nos manuais escolares questões com esquemas que apelam a uma imagem dinâmica, em que há um elemento que não é fixo: um ângulo ou uma medida de segmento. Aos alunos que nunca tiveram a experiência de trabalhar com um ambiente de geometria dinâmica é-lhes exigido um maior esforço de visualização e de interpretação da situação em comparação com outros que tenham manipulado uma construção dinâmica. (Ferreira, 2007, p.327)

Uma característica importante do Sketchpad é que só aparecem os procedimentos possíveis, em determinado contexto, no menu. Por exemplo, para fazer um arco ou medir um ângulo o utilizador tem que seleccionar previamente três pontos.

A caixa de ferramentas visível do lado esquerdo tem uma simbologia intuitiva e permite um uso facilitado ao aluno. Apesar do menu estar em Inglês, mesmo para os menos entendidos é fácil fazer a ligação Construct com Construir, Transform com Transformar, Measure com Medir...

A barra de ferramentas também possui uma opção que permite a gravação de *scripts* para posterior utilização. Um *script* é um ficheiro que contém um conjunto de instruções para a construção de uma figura, evitando assim, a repetição dessa construção. Em suma:

Trata-se de um poderoso instrumento para a construção exacta e exploração de figuras, que podem ser manipuladas interactivamente mas que conservam sempre as relações matemáticas impostas na sua construção. (Velooso, 2002, p. 21)

2.3.2. Resistências

As aulas expositivas e a avaliação baseada em testes escritos onde se reproduziam exercícios mecanizados são heranças de um ensino baseado na transmissão de conhecimento.

Mas todos os procedimentos que implicam mudanças arrastam consigo resistências. Como é do conhecimento geral a aprendizagem da matemática está implicitamente ligada a um formalismo excessivo e ao cálculo numérico.

No entanto, defendo que nada se consegue sem trabalho e empenho e subscrevo as palavras do NCTM quando refere que é necessário que os alunos tenham

disponibilidade diária para trabalhar a matemática. Este é um dos problemas fundamentais, com o qual me deparo todos os dias, aos quais juntaria a falta de predisposição de muitos alunos para aprender matemática com gosto.

As tecnologias são uma ferramenta que, quando bem utilizada, permitem alterar concepções sobre a matemática. Contudo, a generalização das tecnologias nas escolas acarreta uma série de dificuldades:

- Sobrelotação das instalações: O recurso a uma sala de computadores poderá ser complicado.
- Sobrelotação das turmas: O número de alunos por turma poderá dificultar o uso de computadores.
- Burocratização: A papelada a preencher em caso de requerer o uso de material informático poderá ser desanimador.
- Reduzida oferta de formação nesta área: Na formação inicial, só os professores formados mais recentemente tiveram acesso a formação no uso das novas tecnologias.
- Estagnação profissional: Alguns professores não conseguiram acompanhar as mudanças causadas pela presença das tecnologias, deixando-se ultrapassar no tempo.

Segundo um estudo divulgado pela APM em 1998, a maioria dos professores nunca ou raramente utilizavam os computadores nas aulas de matemática. Penso que actualmente o seu uso já é mais generalizado, mas verifico que ainda está aquém do desejado.

Para além disso, um uso das tecnologias inadequado quer pelo tipo/quantidade de actividades sugerida pelo professor quer pelo papel que é dado aos alunos nessas actividades, pode não resultar da melhor maneira. O tipo de tecnologia usada para

desenvolver determinada actividade pode não ser a mais adequada. O tipo mais ou menos direccionado das tarefas propostas deve ter em conta o desenvolvimento cognitivo dos alunos e o seu conhecimento da própria tecnologia usada. As actividades devem ter um grau crescente de dificuldade e deve ser dado espaço para que o aluno consiga descobrir por ele próprio conceitos, propriedades e justificações.

Tudo isto levanta alguns problemas de equilíbrio entre a utilização das tecnologias e o recurso ao papel e lápis. Gostaria de deixar o alerta para que o uso das tecnologias pelas tecnologias pode não ser proveitoso:

A utilização eficaz da tecnologia, durante as aulas de matemática, depende do professor. A tecnologia não é uma panaceia. Como qualquer ferramenta de ensino, pode ser usada de forma adequada ou ineficaz. Os professores poderão usar a tecnologia para melhorar as oportunidades de aprendizagem dos seus alunos, através da selecção ou da criação de tarefas matemáticas que tiram proveito do que a tecnologia permite fazer de forma correcta e eficiente. (APM, 2007, p.27)

Esta opinião é partilhada por grande parte dos especialistas, como se pode verificar:

A utilização de computadores no ensino da Matemática pode ser uma realidade muito diversa conforme a concepção dessa ciência que se perfilha, as concepções pedagógicas que se assumem, a natureza dos objectivos educacionais que se pretendam atingir, as metodologias de trabalho que se adoptam, e, não se pode esquecer-lo, as condições concretas existentes. (Ponte, 1991, p.9).

Não basta, portanto, fornecer as tecnologias; é preciso adaptar as metodologias. A utilização adequada de tecnologias na sala de aula exige uma aprendizagem, através da participação do professor numa prática que não é linear nem imediata (Amado, 2007). A própria necessidade de mudança acarreta o aparecimento de resistências.

Existem várias perspectivas de utilização do computador. Uma delas é a utilização funcional, centrada no professor, que poderá ser adoptada, quando necessário, mas ocasionalmente. Porém, a utilização dada ao computador deve ser predominantemente pedagógica. Este tipo de utilização requer que a aula seja bastante centrada no aluno. Em todo o caso, esta utilização deverá ter em conta o enquadramento da actividade com a tecnologia. A simples transposição de uma actividade de papel e lápis para o computador pode restringir o papel do computador a um simples instrumento acessório (Amado 2007).

Em síntese, a preparação das actividades que permitem uma utilização pedagógica do computador requerem que haja um cuidado especial e consecutivamente um significativo investimento inicial da parte do professor. Quando se conseguem reunir as condições desejáveis e realizar as actividades previstas, torna-se profissionalmente compensador observar a evolução dos alunos, mesmo que estes não se apercebam imediatamente dessa sua evolução.

2.3.3. Vantagens

Os alunos de hoje são muitas vezes denominados de “digital learners” (Reis, 2007) ou “digital natives” (Prensky, 2006). Mas quais as razões por que são conhecidos desta forma?

Vejamos onde os nossos alunos passam preferencialmente o seu tempo livre. Segundo estudos realizados e bastante difundidos na comunicação social, os alunos que terminam o ensino secundário passaram mais de 10000 horas a jogar “vídeo games”; mais de 10000 horas a falar em telefones celulares e cerca de 20000 horas a verem TV.

Para além disso também sabemos que as crianças e adolescentes gastam mais de 2,75 horas/semana no PC.

O uso de PC's e jogos é cada vez mais prematuro e frequente: em 70% dos países quase todas as crianças dos quatro aos seis anos já usaram PC's; todos os dias, 68% das crianças com mais de dois anos gastam mais de duas horas com jogos digitais (Reis, 2007).

Certamente, poderemos aproveitar a familiaridade dos alunos com as tecnologias para melhorar os processos de aprendizagem. De facto, os efeitos positivos da aprendizagem multicanal estão provados cientificamente (Damásio, 2000), isto é, a utilização da visão, audição e do tacto potencializam os processos de aprendizagem. O facto de usarmos vários sentidos simultaneamente facilita a percepção cognitiva.

Em particular, o campo da visão e o poder da imagem na construção do conhecimento é fundamental pois funciona como catalisador de processos mais intuitivos de raciocínio e comunicação. Em larga medida, o pensamento é feito de imagens:

Diz-se frequentemente que o pensamento não é feito apenas de imagens, que é constituído também por palavras e por símbolos abstractos não imagéticos. Ninguém negará certamente que o pensamento inclui palavras e símbolos. Mas o que essa afirmação não dá conta é do facto de tanto as palavras como outros símbolos serem baseados em representações

topograficamente organizadas e serem, eles próprios, imagens. (Damásio, 2000, p.122)

A manipulação, no computador, também desempenha um papel muito importante visto que o aluno pode construir elementos geométricos por arrastamento, pode experimentar, modificar, conjecturar, comprovar e generalizar. Tudo isto ao alcance de um click.

Nesta nova era, a relação estreita alunos/computadores permite tirar proveito da tão referida inteligência emocional., pois é notória a progressiva familiarização e empatia entre alunos e novas tecnologias. O uso de computadores em sala de aula aproxima-nos da realidade de vivência de cada aluno.

Segundo Veloso (1998) o software de geometria dinâmica contribui para a facilitação de aprendizagens. Os conceitos tornam-se mais intuitivos, mais dinâmicos com actividades de exploração, investigação e descoberta em geometria e na matemática em geral.

Para além disso, o currículo nacional do ensino básico refere sobre a utilização das tecnologias na aprendizagem da Matemática:

Quanto ao computador, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente de gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como de utilizar as capacidades educativas da rede Internet. Entre os contextos possíveis incluem-se a resolução de problemas, as actividades de investigação e os projectos.

(<http://www.dgidc.min-edu.pt/programs/programas.asp>)

(ME., acedido em 16 de Fevereiro de 2008, p. 71)

Este parecer vai ao encontro do princípio do uso da tecnologia do NCTM:

A tecnologia é essencial no ensino e aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é utilizada e melhora a aprendizagem dos alunos. (APM, 1997, p.13)

O NCTM também explicita que a tecnologia tem um papel importante no princípio de equidade no sentido em que:

As ferramentas e os ambientes poderão proporcionar aos alunos muitas oportunidades para explorar problemas e conceitos matemáticos complexos; poderão complementar a estruturação dos manuais para alunos que necessitem de apoio e prática das suas capacidades; ou poderão, ainda, permitir o acesso de alunos provenientes de comunidades rurais a oportunidades de ensino ou recursos intelectuais não existentes no seu local de origem. Computadores com programas de reconhecimento e/ou criação de voz poderão proporcionar aos professores e seus pares o acesso às ideias e aos argumentos matemáticos desenvolvidos pelos alunos com deficiência que, de outra forma, não seriam capazes de partilhar o seu pensamento. Além do mais a tecnologia poderá ser bastante apelativa para aqueles alunos que não se interessam por outro tipo de abordagem à matemática, que não as tecnológicas.

É importante que todos os alunos tenham a oportunidade de utilizar as tecnologias, de forma adequada, de modo que possam aceder a ideias matemáticas interessantes e relevantes. O acesso à tecnologia não

deverá constituir uma outra dimensão de desigualdade educativa. (APM, 1997, p.14)

A nível curricular, percebemos que a geometria é hoje claramente e inequivocamente valorizada:

A geometria tem sido sempre um campo privilegiado, no qual os alunos podem descobrir padrões e formular conjecturas. O uso de software de geometria dinâmica permite-lhes analisar uma diversidade de casos. (APM, 2007, p.366)

2.3.4. O papel do aluno

Com a introdução do computador na aula de matemática, o papel do aluno pode sofrer alterações, cabendo ao professor promover esta mudança. Ao aluno deve ser dada a liberdade de seguir o seu próprio caminho na resolução de uma determinada actividade. O seu papel pode tornar-se mais central na aprendizagem quando esta se constrói através da descoberta com o uso de uma ferramenta apelativa, intuitiva e construtiva. Nesta situação estão abertas as portas para a experimentação.

O envolvimento dos alunos com ideias matemáticas abstractas, incluindo as suas próprias, pode ser fomentado através da utilização da tecnologia. A tecnologia enriquece a extensão e a qualidade das investigações, ao fornecer um meio de visualizar noções matemáticas sob

múltiplas perspectivas. A aprendizagem dos alunos é auxiliada através do feedback que a tecnologia pode proporcionar: num ambiente de trabalho de geometria dinâmica, arrasta-se um ponto e a forma observada no ecrã altera-se; modificam-se as regras definidas numa folha de cálculo e observam-se as alterações dos valores dependentes. A tecnologia constitui ainda um contexto para as discussões entre alunos e o professor acerca dos objectos visualizados no ecrã e dos efeitos das diversas transformações dinâmicas que a tecnologia permite. (APM, 2007, p.27)

A utilização dos ambientes de geometria dinâmica (A.G.D.) vieram permitir que o aluno através da manipulação experimente situações que de outro modo seriam impossíveis de recriar.

O contexto, as interações entre alunos e professores, o tipo de situações a que os alunos são expostos ou criam (isto é, aquilo que caracteriza uma certa comunidade de prática), constituem os aspectos determinantes no processo de aprendizagem. A utilização do computador pode contribuir para (re)criar esta comunidade de prática, permitindo a abordagem a desafios intelectuais que dificilmente seriam susceptíveis de serem criados sem computador. (Pea, 1990, citado por, Teodoro, 1992, p.15)

A construção do conhecimento pela experimentação vem substituir a transmissão de saber pela reprodução. O aluno não se limita a reproduzir procedimentos ou cálculos. É convidado a adoptar uma atitude crítica relativamente às suas conjecturas

em contraste com a aceitação de verdades inquestionáveis emitidas pelo professor (Fonseca, 2004).

Na comunicação oral, os diálogos professor/aluno e aluno/aluno assumem máxima importância na exploração, transmissão e discussão de ideias, dúvidas ou conjecturas. Na comunicação escrita, é valorizada essencialmente a capacidade de o aluno descrever procedimentos e raciocínios.

2.3.5. O papel do professor

Na minha opinião a intervenção do professor divide-se essencialmente, em três estádios: o de preparação, o da acção, e o da regulação. Um uso reflectido e consciente das tecnologias requer um grande investimento do professor na planificação de actividades, ao que se segue a sua execução e a posterior reflexão.

À semelhança do que se passa com o papel do aluno, também o do professor pode sofrer algumas alterações. Segundo (Fey, 1991) o professor passa de expositor e corrector de exercícios a organizador de tarefas e dinamizador. O professor deixa de ser o transmissor de conhecimentos e passa a ter o papel de observador interveniente.

O papel do professor terá duas vertentes: a de observador/avaliador e a de mediador no processo de aprendizagem. Neste caso, o professor deve intervir colocando novas questões e, em casos de dúvidas, sugerir pistas, questionar e clarificar as ideias, evitando a todo o custo dar aos alunos as respostas imediatas.

O professor muda o seu papel de expositor e fiscalizador de exercícios para o de organizador de tarefas, conselheiro, recurso de informação, gestor, explicador e colega mais velho, enquanto que os alunos

se envolvem em actividades exploratórias de aprendizagens consideravelmente mais auto-dirigidas. (Fey, 1991, p.46)

Assim o professor deve:

Deixar que os estudantes descubram por eles próprios, tanto quanto possível, dadas as circunstâncias. O que o professor diz na sala de aula não é importante, mas o que os alunos pensam é mil vezes mais importante. As ideias devem nascer na mente dos estudantes e o professor deve actuar somente como mediador. (Polya, 1981, citado por, Kilpatrick, 1985, p.12)

O professor passa a ter um papel de co-participante na aula. Passa a ser um gestor de tarefas, valorizando as ideias dos estudantes e servindo de mediador quando necessário. Uma má gestão da tecnologia na aula de matemática pode não acrescentar qualquer vantagem ou até provocar danos no processo de aprendizagem.

Uma nova questão que se coloca relativamente ao papel do professor é a seguinte: Como avaliar o trabalho produzido nas aulas com tecnologias?

Uma das funções da avaliação é servir como reguladora do processo de ensino/aprendizagem. A importância de diversificar os instrumentos de avaliação contribuirá para um melhor ajustamento às necessidades dos alunos. Procura-se também, criar nos alunos uma maior autonomia, de modo a que estes assumam, progressivamente, maior controlo e responsabilidade pela sua aprendizagem (Santos, 2003b).

2.4. Síntese

O estado do ensino da matemática em Portugal é factor de preocupação generalizada; desde alunos, pais, professores até às equipas ministeriais, todos os intervenientes directa ou indirectamente implicados denotam alguma preocupação face aos resultados obtidos. Vive-se uma época de mudanças no ensino em Portugal e no ensino da matemática, em particular. Afinam-se estratégias, estruturam-se currículos, reajustam-se programas e apela-se à utilização das novas tecnologias, nomeadamente, no ensino da geometria.

Não será de mais sublinhar que, actualmente, a importância da integração da geometria nos currículos de Matemática parece ser consensual. No entanto, o mesmo não se pode dizer do peso a atribuir-lhe e, principalmente, da forma como é integrada. Podemos ouvir, com frequência, um professor de matemática a perguntar: “O que dar e como o fazer?”.

O aparecimento da matemática moderna nos anos 70 veio relegar a geometria para segundo plano, no ensino da matemática. Uma vasta geração de professores, actualmente no activo, é formada por aqueles que, sistematicamente, foram “afastados da geometria” nos vários níveis de ensino.

Estamos neste momento, como já referimos, perante um novo programa de matemática para o ensino básico. Desde logo, podemos salientar que, nos actuais programas, o peso atribuído à geometria é já bastante significativo. Em particular no 9.º ano isso sucede com cerca de 50% do total dedicado à geometria.

Nesta nova proposta de programas já são feitas algumas referências concretas ao uso de computadores e de software interactivo.

Contudo, as intenções programáticas nem sempre têm seguimento nas escolas. Matos (2000) considera ser necessário modificar as práticas lectivas e as interpretações deficientes do currículo, para que os resultados dos alunos melhorem.

Em tempo de mudanças, é necessário rever as práticas educativas e mexer com concepções ultrapassadas. Sabemos, porém, que a mudança de mentalidades é feita de maneira gradual que nem sempre resulta quando imposta. Todos os intervenientes no processo de ensino/aprendizagem têm responsabilidades neste campo, desde os professores aos alunos, passando pelos encarregados de educação e pela sociedade de que se espera maior interesse pela educação matemática dos jovens.

