



UNIVERSIDADE DO ALGARVE

***SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE COM ESTABILIZAÇÃO
INDEPENDENTE DA MASSA NÃO-SUSPENSA***

Nuno Miguel Guerreiro

Projecto para a Obtenção do Grau de Mestre em Engenharia
Eléctrica e Electrónica

Trabalho efectuado sob a orientação de: Prof. Doutor Isménio Martins

2012

***SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE COM ESTABILIZAÇÃO
INDEPENDENTE DA MASSA NÃO-SUSPensa***

DECLARAÇÃO DE AUTORIA DE TRABALHO

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

Nuno Miguel Guerreiro

Copyright

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

AGRADECIMENTOS

A realização do presente trabalho só foi possível com a colaboração e apoio de várias pessoas, às quais gostaria de manifestar os meus agradecimentos, em particular:

Ao Professor Doutor Isménio Martins, Professor Coordenador da Universidade do Algarve, a sugestão deste tema, a orientação, o interesse que sempre demonstrou na concretização desta dissertação e pelo tempo que disponibilizou ao longo da realização deste trabalho.

Aos meus colegas que me acompanharam ao longo do curso pelo apoio e amizade demonstrados durante a elaboração deste trabalho.

À minha família, pelo apoio incondicional em todos os momentos e por tornarem possível para que se pudesse concretizar este trabalho, e aos meus amigos pela sua ajuda e o seu constante incentivo que sempre demonstraram em todos os momentos.

RESUMO

A suspensão dos veículos automóveis tem a função de estabilizar tanto a estrutura do próprio veículo como os passageiros, isolando-os das oscilações provocadas pelas irregularidades das vias de circulação, dando um bom conforto aos passageiros. Ao mesmo tempo tem de assegurar o bom contacto entre as rodas e a estrada, característica que estabelece a segurança do veículo.

A utilização de actuadores electromagnéticos permite reduzir ou mesmo anular as oscilações da estrutura do veículo, como se este levitasse sobre a estrutura das rodas. No entanto, esta solução põe em causa o bom contacto dos pneus com a estrada, reduzindo a segurança do veículo.

Neste projecto é utilizado uma massa suplementar e independente da massa não suspensa com o objectivo de estatizar ou melhorar a estabilização das oscilações do pneu, e de modo a que sem por em causa o conforto conseguido com o sistema de levitação se assegure o bom contacto do pneu com a estrada.

Posteriormente, a parte experimental será realizada com simulações em MATLAB e Simulink. São apresentadas simulações tanto do sistema estudo como dos sistemas já existentes, para que se possa fazer uma análise comparativa dos resultados e se retire as conclusões.

Da análise dos resultados, é clara a melhoria da característica de segurança (o bom contacto dos pneus com a estrada) face á suspensão pseudo-levitante. Para além de melhorar os aspectos de segurança foi conseguido manter as características de conforto (consideradas ideais).

Palavras-chave: Suspensão automóvel, actuador electromagnético, conforto e estabilidade.

ABSTRACT

The suspension of vehicles has the function to maintain stability of both the structure of the vehicle and passengers, controlling the movements caused by the deficiencies on the roads and providing appropriate comfort to the passengers. At the same time, a good contact between the wheels and the road should be ensured, and also aspects which establishes the safety of the vehicle.

The use of electromagnetic actuators will reduce or even cancel the mechanism of the vehicle motion, almost as if it rises on the structure of the wheels. However, this solution jeopardizes the appropriate contact of the tyre with the road, by reducing the safety of the vehicle.

An additional mass is used in this project, which is independent to the unsprung weight, aiming towards the improvement of the stability for the movements of the tyre. Therefore the comfort achieved with the system, is not endangered and the proper contact of the tyre with the road is provided.

Subsequently, the experimental part will be performed by MATLAB and Simulink. Simulations and the existing system have been presented, so that a comparison on results and conclusions can be drawn.

Analyzing the results, it clearly shows an improvement in terms of safety (a good tyre contact with the road) compared to the pseudo-levitating. Apart from safety improvements, it also maintains the comfort quality (which is considered ideal).

Key-words: Automobile suspension, electromagnetic actuator, comfort, safety and stability.

SIMBOLOGIA

| | | |
|----------------|--|---------|
| A | - Matriz da dinâmica da equação de estado. | |
| B | - Matriz de entrada de controlo. | |
| Bs | - Matriz dos coeficientes de amortecimento. | |
| b_c | - Coeficiente de amortecimento auxiliar. | [N/m/s] |
| b_s | - Coeficiente de amortecimento da suspensão. | [N/m/s] |
| b_t | - Coeficiente de amortecimento do pneu. | [N/m/s] |
| C | - Matriz de saída. | |
| C | - Coeficiente de amortecimento de um amortecedor. | [N/m/s] |
| c_s, c | - Coeficiente, ganho aplicado à lei de controlo da suspensão activa. | [N/m/s] |
| D | - Matriz de ligação directa entre o controlo e a saída. | |
| E | - Matriz de entrada de perturbações. | |
| f | - Frequência de oscilação. | [Hz] |
| F | - Força. | [N] |
| f_{0s} | - Frequência natural do subsistema massa suspensa/mola. | [Hz] |
| f_{0u} | - Frequência natural do subsistema massa não suspensa/pneu. | [Hz] |
| F_A | - Componente activa da força de um actuador. | [N] |
| \mathbf{f}_A | - Vector da força dos actuadores de uma suspensão. | |
| F_m | - Força actuante sobre uma mola. | [N] |
| F_d | - Força actuante sobre um amortecedor. | [N] |
| F_g | - Força devida à acção da gravidade. | [N] |

| | | |
|-------------------|--|---------------------|
| f_p | - Frequência da perturbação. | [Hz] |
| g | - Aceleração da gravidade. | [m/s ²] |
| $\mathbf{G}(s)$ | - Matriz de funções de transferência. | |
| \mathbf{H} | - Matriz de ligação directa entre as perturbações e a saída. | |
| \mathbf{I} | - Matriz de identidade. | |
| \mathbf{K} | - Matriz de ganhos. | |
| K | - Constante, valor constante. | |
| k | - Coeficiente de rigidez de uma mola. | [N/m] |
| k_s | - Rigidez da mola da suspensão. | [N/m] |
| k_c | - Rigidez da mola da suspensão auxiliar. | [N/m] |
| k_t | - Rigidez do pneu. | [N/m] |
| \mathbf{K}_t | - Matriz da rigidez dos pneus. | |
| \mathbf{M}_C | - Matriz de Controlabilidade. | |
| \mathbf{M}_O | - Matriz de observabilidade no sentido entrada - saída. | |
| \mathbf{M}_{OB} | - Matriz de observabilidade de estado. | |
| m_s | - Um quarto da massa suspensa do veículo. | [Kg] |
| \mathbf{M}_s | - Matriz de inércia da estrutura do veículo. | |
| m_u | - Massa não suspensa. | [Kg] |
| \mathbf{M}_u | - Matriz das massas não suspensas. | |
| m_c | - Massa relativamente pequena independente da massa não suspensa (auxiliar). | [Kg] |
| \mathbf{M}_c | - Matriz das massas relativamente pequenas independentes da massa não suspensas. | |

| | | |
|-----------|---|------|
| P | - Matriz de estabilidade no sentido de Lyapunov. | |
| P_s | - Pressão. | [Pa] |
| s | - Operador de Laplace. | |
| t | - Tempo. | [s] |
| T | - Matriz de transformação de coordenadas. | |
| u | - Vector das entradas de controlo. | |
| w | - Vector das perturbações. | |
| W | - Energia. | [J] |
| x | - Vector das variáveis de estado. | |
| y | - Vector das saídas. | |
| z_s | - Posição vertical da massa suspensa. | [m] |
| z_r | - Perturbação devida às irregularidades da via de circulação. | |
| Z_R | - Amplitude de uma perturbação. | |
| z_u | - Posição vertical da massa não suspensa. | [m] |
| α | - Massa não suspensa relativa à massa suspensa: m_u/m_s . | |
| β | - Coeficiente de amortecimento relativo à massa suspensa: b_c/m_s . | |
| χ | - Rigidez do pneu relativa à massa suspensa: k_t/m_s . | |
| κ | - Rigidez da mola relativa à massa suspensa: k_s/m_s . | |
| σ | - Coeficiente de elasticidade da mola auxiliar relativo à massa suspensa: k_c/m_s . | |
| λ | - Massa independente da massa não suspensa relativo à massa suspensa: m_c/m_s . | |

Abreviaturas e Notação

CAL – Coeficiente de atrito longitudinal.

CAT – Coeficiente de atrito transversal.

CVRSS – Continuous variable road-sensing suspension.

PNPR – Plano nacional de prevenção rodoviária.

LEM – Motor electromagnético linear.

r.m.q. – Raiz média quadrática.

SI – Sistema internacional.

SUV – Sport utility vehicle.

NVH – Noise, Vibration, and Hardness (Barulho, Vibração e Aspereza).

ÍNDICE

| | |
|--|-----------|
| Capítulo1 - INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1. Objectivos do estudo e estrutura da dissertação | 2 |
| 1.2. Perspectiva histórica | 4 |
| 1.3. Perturbações da suspensão | 7 |
| 1.4. Efeito das oscilações no corpo humano | 14 |
| 1.4.1. Classificação de vibrações em humanos..... | 14 |
| 1.4.2. Análise do conforto e tolerância à vibração..... | 18 |
| 1.4.3. Conforto e segurança no modelo numérico | 24 |
| 1.5. Elementos da suspensão..... | 26 |
| 1.5.1. A Mola | 27 |
| 1.5.2. O Amortecedor | 31 |
| 1.6. Pneu | 38 |
| 1.6.1. A construção do Pneu | 39 |
| 1.6.2. Como ler um Pneu | 41 |
| 1.7. Tipos de Suspensões | 43 |
| | |
| Capítulo 2 – MODELO DINÂMICO DAS SUSPENSÕES | 45 |
| 2.1. Introdução | 46 |
| 2.2. Suspensão Passiva..... | 50 |
| 2.3. Suspensão Activa..... | 53 |
| 2.4. Suspensão Pseudo – Levitante | 57 |
| 2.5. Suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da Massa Não Suspensa..... | 60 |

| | |
|---|-----------|
| Capítulo 3 - INVESTIGAÇÃO DE CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE DAS SUSPENSÕES..... | 64 |
| 3.1. Controlabilidade e estabilidade na suspensão passiva | 65 |
| 3.1.1. Controlabilidade de Estado | 65 |
| 3.1.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saida | 67 |
| 3.1.3. Controlabilidade funcional | 68 |
| 3.1.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov | 68 |
| 3.2. Controlabilidade e estabilidade na suspensão activa | 70 |
| 3.2.1. Controlabilidade de Estado | 70 |
| 3.2.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saída | 71 |
| 3.2.3. Controlabilidade funcional | 73 |
| 3.2.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov | 73 |
| 3.3. Controlabilidade e estabilidade na suspensão pseudo-levitante | 75 |
| 3.3.1. Controlabilidade de Estado | 75 |
| 3.3.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saida | 76 |
| 3.3.3. Controlabilidade funcional | 77 |
| 3.3.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov | 78 |
| 3.4. Controlabilidade e estabilidade da suspensão Pseudo-Levitante com estabilização Independente da Massa não-suspensa | 79 |
| 3.4.1. Controlabilidade de Estado | 79 |
| 3.4.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saida | 83 |
| 3.4.3. Controlabilidade funcional | 84 |
| 3.4.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov | 84 |
| 3.4.5. A Matriz de Transferência | 85 |
| 3.4.6. Resposta em frequência | 87 |

| | |
|---|------------|
| Capítulo 4 – SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS SISTEMAS DE SUSPENSÃO | 91 |
| 4.1. Introdução | 92 |
| 4.2. Simulação da dinâmica da suspensão passiva..... | 93 |
| 4.3. Simulação da dinâmica da suspensão activa | 98 |
| 4.4. Simulação da dinâmica da pseudo-levitante | 103 |
| 4.5. Simulação da dinâmica da pseudo-levitante com dissipação independente da energia da massa não suspensa | 108 |
| | |
| Capítulo 5 - CONCLUSÕES | 115 |
| 5.1. ANÁLISE DAS SUSPENSÕES..... | 116 |
| 5.2. CONCLUSÕES GERAIS | 119 |
| 5.3. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS | 120 |
| | |
| BIBLIOGRAFIA | 121 |
| | |
| ANEXOS | 124 |
| ANEXO I | 125 |
| ANEXO II..... | 126 |
| ANEXO III | 127 |
| ANEXO IV | 128 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Charrete de guerra da antiga Roma..... | 4 |
| Figura 2 - Frequências naturais de partes do corpo humano (Almeida e Goz, 1988). ... | 17 |
| Figura 3 - Posições a ser consideradas para estudo de vibração no ser humano, segundo norma ISO 2631 - (Griffin, 1990). | 17 |
| Figura 4 - Graus de Liberdade X-Y-Z de um Veículo - (ISO 2631-2 em Neto, 2000; e Harris and Crede, 1961)..... | 18 |
| Figura 5 - Condição de rolamento de um veículo. | 22 |
| Figura 6 - Condição de um veículo em rotação "Mergulho"..... | 23 |
| Figura 7 - Elemento mola. | 27 |
| Figura 8 - Molas helicoidais: (a) e molas de tracção (Mendes, 2003)..... | 28 |
| Figura 9 - Mola plana de lâminas. | 29 |
| Figura 10 - Molas de anel ou "Belleville": (a) em série e (b) em paralelo..... | 29 |
| Figura 11 - Mola pneumática..... | 29 |
| Figura 12 - Elemento Amortecedor. | 31 |
| Figura 13 - Sistema, amortecedor + mola. | 32 |
| Figura 14 - Amortecedor de dois braços de metal separados por um isolante de borracha. | 32 |
| Figura 15 - Movimento vertical devido às irregularidades da estrada. | 33 |
| Figura 16 - Interação entre veículo e motorista. | 34 |
| Figura 17 - Controlo do veículo. | 34 |
| Figura 18 - Teste de controlo do veículo..... | 35 |
| Figura 19 - Telescópio hidráulico..... | 35 |
| Figura 20 - Conjunto Pneu mais Suspensão. | 37 |
| Figura 21 - John Boyd Dunlop. Fonte: Dunlop..... | 38 |
| Figura 22 - Pneu Pneumático de Robert Williams Thomson. | 38 |
| Figura 23 - O Éclair, carro de competição dos irmãos Michelin equipado com pneus pneumáticos. Fonte: Michelin. | 38 |
| Figura 24 - Estrutura diagonal. | 39 |
| Figura 25 - Estrutura radial..... | 39 |
| Figura 26 - Constituição do pneu. | 40 |
| Figura 27 - Leitura de um Pneu..... | 41 |

| | |
|---|-----|
| Figura 28 - Sistema de suspensão de um veículo automóvel com modelo representando $\frac{1}{4}$ da massa suspensa do veículo..... | 46 |
| Figura 29 - Módulo dianteiro da suspensão de Bose..... | 48 |
| Figura 30 - Modelo da suspensão passiva. | 50 |
| Figura 31 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão passiva..... | 52 |
| Figura 32 - Modelo da suspensão ativa. | 53 |
| Figura 33 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão activa. | 56 |
| Figura 34 - - Modelo da suspensão Pseudo-Levitante..... | 57 |
| Figura 35 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão pseudo-levitante. . | 59 |
| Figura 36 - Modelo da suspensão Pseudo-Levitante com dissipação da energia da massa não suspensa. | 60 |
| Figura 37 - Diagrama de Blocos do Modelo dinâmica da suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da massa não suspensa..... | 63 |
| Figura 38 - Esquema de Simulação da Suspensão Passiva. | 97 |
| Figura 39 - Esquema de Simulação da Suspensão Ativa..... | 102 |
| Figura 40 - Esquema de Simulação da Suspensão Pseudo-Levitante. | 107 |
| Figura 41 - Esquema de Simulação da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa..... | 113 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 - Factores com influência nos acidentes rodoviários | 8 |
| Tabela 2 - Frequências de Influência Característica sobre o Humano | 15 |
| Tabela 3 - Valores dos parametros utilizados nas simulações..... | 92 |

ÍNDICE DE GRÁFICOS

| | |
|---|-----|
| Gráfico 1 - As irregularidades da superfície de um pavimento [adaptado de AIPCR / PIARC, 2003] | 9 |
| Gráfico 2 - Caracterização da irregularidade longitudinal (Delanne, 1997)..... | 13 |
| Gráfico 3 - Tolerância Humana a vibrações verticais (eixo Z). Os resultados são apresentados nas normas SAE J6a. ISO 2631 e por Lee, Parsons e Fothergill (Neto,2000) | 19 |
| Gráfico 4 - Tolerância Humana a vibrações horizontais (eixo X e Y). Os resultados são apresentados pela norma ISO 2631 | 20 |
| Gráfico 5 - Rações subjetivas às vibrações verticais (eixo Z), de acordo com a norma BS6841 | 21 |
| Gráfico 6 - Rações subjetivas às vibrações horizontais (eixo X e Y), de acordo com a norma BS6841 - (Griffin, 1990, Neto,2000)..... | 21 |
| Gráfico 7 - Representação dos filtros de aceleração em função da frequência, segundo a norma BS 6841 - (Griffin, 1990: Neto, 2000) | 24 |
| Gráfico 8 - Diagramas de Bode da aceleração da massa suspensa versus perturbação | 88 |
| Gráfico 9 - Diagramas de Bode da deformação do pneu versus perturbação | 89 |
| Gráfico 10 - Diagramas de Bode do curso da suspensão versus perturbação | 89 |
| Gráfico 11 - Aceleração da massa suspensa da suspensão passiva. | 93 |
| Gráfico 12 - Deformação do pneu na suspensão passiva..... | 94 |
| Gráfico 13 - Curso da suspensão passiva..... | 94 |
| Gráfico 14 - Aceleração da massa suspensa na suspensão passiva. | 95 |
| Gráfico 15 - Deformação do pneu na suspensão passiva..... | 96 |
| Gráfico 16 - Curso da suspensão passiva..... | 96 |
| Gráfico 17 - Aceleração da massa suspensa da suspensão activa. | 98 |
| Gráfico 18 - Deformação do pneu na suspensão activa..... | 99 |
| Gráfico 19 - Curso da suspensão activa..... | 99 |
| Gráfico 20 - Aceleração da massa suspensa na suspensão activa. | 100 |
| Gráfico 21 - Deformação do pneu na suspensão activa..... | 101 |

| | |
|--|-----|
| Gráfico 22 - Curso da suspensão activa..... | 101 |
| Gráfico 23 - Aceleração da massa suspensa da suspensão Pseudo-Levitante..... | 103 |
| Gráfico 24 - Deformação do pneu da suspensão Pseudo-Levitante. | 104 |
| Gráfico 25 - Curso da Suspensão da suspensão pseudo-levitante..... | 104 |
| Gráfico 26 - Aceleração da massa suspensa da suspensão Pseudo-Levitante..... | 105 |
| Gráfico 27 - Deformação do pneu da suspensão Pseudo-Levitante. | 106 |
| Gráfico 28 - Curso da suspensão da suspensão Pseudo-Levitante. | 106 |
| Gráfico 29 - Aceleração da massa suspensa da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa..... | 108 |
| Gráfico 30 - Deformação do pneu da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 109 |
| Gráfico 31 - Curso da suspensão da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 109 |
| Gráfico 32 - Curso de mc da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 110 |
| Gráfico 33 - Aceleração da massa suspensa da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa..... | 111 |
| Gráfico 34 - Deformação do pneu da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 111 |
| Gráfico 35 - Curso da suspensão da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 112 |
| Gráfico 36 - Curso de mc da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. | 112 |

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. OBJECTIVOS DO ESTUDO E ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

As principais funções da suspensão dos veículos automóveis são isolar a estrutura do mesmo e os passageiros das oscilações provocadas pelas irregularidades das vias de circulação assegurando, ao mesmo tempo, um contacto eficaz entre as rodas e a estrada.

A utilização de actuadores electromagnéticos permite reduzir ou mesmo anular as oscilações da estrutura do veículo, como se este levitasse sobre a estrutura das rodas. No entanto, esta solução põe em causa o bom contacto dos pneus com a estrada, reduzindo a segurança do veículo.

Este projecto tem como objectivo a estabilização das oscilações do pneu, utilizando uma massa suplementar, de modo a que sem por em causa o conforto conseguido com o sistema de levitação se assegure o bom contacto do pneu com a estrada.

Em relação à estrutura da dissertação, esta é constituída por cinco capítulos. No primeiro capítulo são apresentadas as matérias introdutórias que permitem fazer a colocação dos problemas relacionados com a suspensão de veículos automóveis. É exposta uma perspectiva histórica e evolutiva das suspensões automóveis, são caracterizadas as perturbações da suspensão e expostos os efeitos das oscilações mecânicas sobre o corpo humano.

No segundo capítulo são abordados, de um modo geral, os sistemas de suspensão. São apresentados a estrutura e o funcionamento do pneu - o elemento mais importante da suspensão. São também analisados ao detalhe os principais elementos constituintes das suspensões: a mola e o amortecedor.

No terceiro capítulo, é estudado o modelo dinâmico de suspensões independentes de um veículo automóvel, recorrendo-se a modelos mais simples, onde se tem em consideração apenas um quarto do veículo equipado com um único sistema de suspensão. Deriva-se o modelo dinâmico das suspensões passivas, activas, levitantes,

pseudo-levitantes e pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa.

No quarto capítulo é feito a investigação sobre a controlabilidade e estabilidade das suspensões estudadas. Neste capítulo é proposto uma estrutura de controlo para a suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa, em relação às estruturas de controlo das outras suspensões como, já são apresentadas em trabalhos publicados não é feita aqui a sua descrição.

No quinto e último capítulo é feita a simulação numérica, das diversas suspensões, com apoio ao Matlab e Simulink. Destas faz-se a análise dos resultados, chegando às conclusões sobre o modelo de suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa. As conclusões tiradas são única e exclusivamente retiradas destas simulações teóricas. Deixa-se para projectos futuros a implementação de um sistema de suspensão electromagnética, com o objectivo da obtenção de resultados experimentais no âmbito do presente estudo.

1.2. PERSPECTIVA HISTÓRICA

É de conhecimento geral a incansável busca do homem pelo desenvolvimento e aperfeiçoamento dos seus meios de transporte. Desde a antiguidade o homem vem desenvolvendo meios de movimentar-se com maior facilidade e com maior rapidez, assim como meios de transportar cargas, seja para facilitar a sua vida ou para possuir superioridade nas guerras.

Como exemplo do desenvolvimento de veículos, temos as charretes de guerra da antiga Roma, que podemos visualizar na Figura 1. Estes veículos eram muito rápidos, mas também extremamente instáveis e desconfortáveis, sendo que para dirigi-los, precisava-se, além de habilidade, também muita coragem (Kenneth, 2008). Estas charretes não conseguiam manter-se em linha recta, e frequentemente causavam graves acidentes aos seus condutores. Um outro ponto fraco era o grande desconforto gerado, devido à quase total transmissão dos desníveis do solo aos condutores. Estes problemas podem ser explicados pela falta de estradas na época e pela inexistência de suspensão nestes veículos.



Figura 1 - Charrete de guerra da antiga Roma.

As suspensões dos veículos têm o seu marco histórico nos meados do século VIII, onde correntes suspendiam um cesto de vime à carroçaria rígida de uma carruagem. Este sistema balançava muito e além de produzir um grande ruído, o que causava grande desconforto aos passageiros, provocando até enjoos. Este princípio, mesmo

sendo muito rudimentar, foi a base de todos os sistemas de suspensão por vários séculos (Kenneth, 2008).

Depois de muito tempo, já no século XV, as correntes foram substituídas por quatro tiras de couro, colocadas abaixo da carroçaria das carruagens. Com o surgimento da mola de metal no século XVII, conseguiu-se reduzir os balanços devido ao amortecimento causado pelo atrito das lâminas. O problema deste sistema era o elevado peso da suspensão (Kenneth, 2008).

A partir do século XVIII, com o desenvolvimento e aperfeiçoamento dos processos de fabrico como o forjamento e a têmpera dos aços pôde-se fabricar veículos resistentes e mais leves. Deste esse tempo até os dias de hoje, houve um grande e rápido avanço no desenvolvimento das suspensões. Os principais factos podem ser listados de forma cronológica de acordo com Kenneth (2008):

- 1804 – Criação da carroça com suspensão de oito molas, sendo estas colocadas aos pares em cada uma das rodas com as suas lâminas opostas. Este sistema inventado por Obadiah Elliot tornou os veículos mais leves e seguros.

- 1873 – As molas duplas das rodas tiveram configurações diferentes, sendo elípticas nas rodas dianteiras e planas nas rodas traseiras.

- 1897 – Foi criado o ‘Daimler’ duplo cilindro, com o uso de molas helicoidais.

- 1898 – Surgiu o primeiro veículo com suspensão independente, era o Decauville que na época bateu o recorde de velocidade com 65 km/h.

- 1902 e 1903 – Utilização de amortecedores hidráulicos juntamente com as molas de lâminas.

- 1905 – Iniciou-se o uso de posicionadores e tensionadores nos eixos traseiros por Delage.

- 1908 – Adopção de amortecedores de fricção que conseguiam dissipar mais energia.

- 1931 – Popularização das suspensões independentes com o Peugeot 201c.

- 1933 – Utilização de barras de torção pela Auto Union e de um sistema fechado de molas helicoidais múltiplas pela Alfa Romeo.

- 1936 – Surgimento de versões sofisticadas de amortecedores hidráulicos, que são utilizados até hoje.

- 1940 – Invenção pelo projectista da Ford Earle Macpherson da suspensão independente Macpherson que é muito utilizada até hoje.

- 1955 – Lançamento pela Citroën do modelo DS, com uma suspensão hidropneumática que permitia ajustar a altura do veículo automaticamente. Esta suspensão possuía uma manutenção muito complexa e não era fiável, mesmo assim era revolucionária (Wilson, 2000).

- 1972 – Criado um sistema de suspensão activa altamente sensível, com resposta muito rápida para nivelar o veículo. Esta tecnologia desenvolvida pela Automotive Products usava uma bomba de pressão e um sistema hidráulico para accionar os actuadores nas rodas.

- 1987 – Desenvolvido pela Lotus um sistema parecido com o anterior, porém comandado por acelerómetros e um microcomputador denominado de "Active Ride".

- 1996 – A Ford lança o sistema CVRSS (continuous variable road-sensing suspension). Este possui vários sensores que accionam os amortecedores hidráulicos das rodas para ajustar a altura do veículo em milésimos de segundos.

- 1999 – A Land Rover lança um sistema para SUV (sport utility vehicle), que aplica um binário ao chassi por meio de pistões com alavancas permitindo eliminar as barras estabilizadoras.

Analisando este breve histórico do desenvolvimento de suspensões pode observar-se que os maiores avanços se deram nas últimas décadas, devido muito às novas tecnologias. Estes novos sistemas poderão em alguns casos, substituir alguns elementos das suspensões, porém os seus custos ainda são muito elevados (Uhlmann, 2009).

1.3. PERTURBAÇÕES DA SUSPENSÃO

A origem das oscilações nos veículos automóveis pode ser dividida em interna e externa. As perturbações de origem interna são produzidas por massas em movimento no interior do veículo como, por exemplo, a vibração de elementos do sistema propulsor ou movimentos dos passageiros. As oscilações de origem interna são, também, produzidas por mudanças de direcção, subidas e descidas, acelerações e travagens.

As oscilações de origem externa são produzidas pelas irregularidades do solo e por perturbações de origem aerodinâmica, nomeadamente ventos incidentes e intempérie.

A principal função de um pavimento rodoviário é constituir uma superfície livre e desempenada, destinada à circulação de veículos em condições adequadas de segurança, conforto e economia. Para cumprir essa função, a superfície dos pavimentos deve possuir determinadas características, designadas por características funcionais, de entre as quais se destacam a aderência, a regularidade geométrica e a capacidade de drenagem das águas superficiais (Martins, 2001) .

Nas últimas décadas tem-se registado um aumento significativo do tráfego nas estradas de todo o mundo. Conduzir envolve agora maiores riscos para o utente da estrada. Para diminuir alguns desses riscos, as condições da estrada em geral e a resistência à derrapagem em particular são da máxima importância. O utente deve respeitar as regras de trânsito enquanto que os engenheiros responsáveis pelas estradas têm o dever de projectá-las seguras intervindo, em particular, no traçado, na sinalização rodoviária e na escolha do tipo de pavimento.

No mundo inteiro têm sido realizados vários estudos para descobrir as verdadeiras causas dos acidentes. O comportamento humano, a infra-estrutura rodoviária e o veículo, isolados ou em conjunto, são os factores intervenientes. Taylor e Sabey para o Reino Unido e Treat para os Estados Unidos (Cardoso, 1999) chegaram aos resultados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Factores com influência nos acidentes rodoviários

| Factor | Reino Unido | Estados Unidos |
|---------------------------------------|-------------|----------------|
| Comportamento humano | 94% | 93% |
| Infra-estrutura e ambiente rodoviário | 28% | 34% |
| Veículo | 8% | 12% |

Os estudos são claros quanto à influência do comportamento humano na ocorrência de um acidente.

Contudo, não significa que apenas se deva actuar neste vértice do triângulo.

De acordo com o Plano Nacional de Prevenção Rodoviária (PNPR, 2003), em Portugal a estrada é responsável em cerca de 40% dos acidentes. Apesar dos esforços da melhoria da qualidade das estradas portuguesas, a sinistralidade é ainda elevada.

As estatísticas dos últimos anos indicam que 18% do total de acidentes com vítimas ocorrem sob condições de precipitação, quando o pavimento está molhado e o índice de gravidade (mortos + feridos graves por 100 acidentes) é 15,5 (DGV, 1999-2004).

Estes resultados confirmam a urgência em adoptar medidas para reduzir a gravidade e o risco de acidente.

Assim é vista a importância das características do solo, será feita uma análise sucinta destas propriedades funcionais da superfície do pavimento que tanta importância tem na segurança e no conforto da circulação. Deste modo, ao longo da fase de exploração devem ser observados parâmetros que reflectam os níveis de desempenho do estado do pavimento, para que este garanta a segurança e conforto dos veículos e dos seus utentes. Para tal, foram desenvolvidos métodos e normas de observação de parâmetros como a textura, o atrito e a irregularidade da superfície do pavimento.

Textura

A textura da camada de desgaste de um pavimento desempenha um papel determinante para a sua qualidade funcional, nomeadamente: no desenvolvimento das forças de atrito no contacto pneu-pavimento em estado húmido e molhado; na resistência ao movimento (consumo de combustível); no desgaste dos pneus por micro-deslizamento da borracha no contacto pneu-pavimento; no ruído de baixa frequência, no interior e no exterior dos veículos; nas vibrações transmitidas pela coluna de direcção ao volante e ao interior dos veículos.

A textura tem uma influência directa sobre a segurança (Delanne, 1993), no custo de operação dos veículos, no conforto e no ambiente, sendo fundamental adoptar métodos fiáveis de avaliação desta característica. A textura compreende diferentes domínios, correspondentes a diferentes bandas na representação espectral em comprimento de onda de um perfil (AIPCR / PIARC, 2003).

Para o domínio dos pavimentos, o termo comprimento de onda da textura (em milímetros) designa os comprimentos de onda das irregularidades ou ondulações de um perfil da camada de desgaste.

No Gráfico 1 são apresentados os diferentes domínios da textura, em função do seu comprimento de onda.

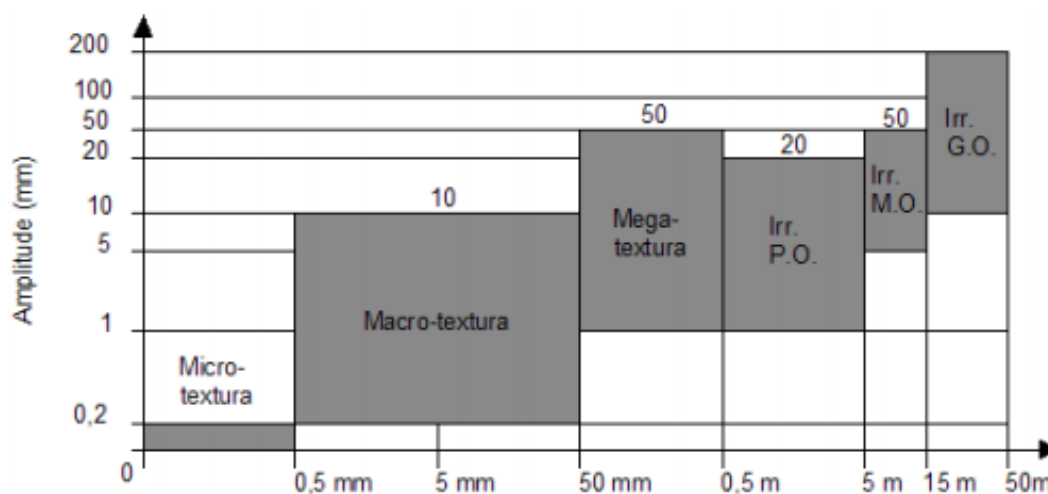


Gráfico 1 - As irregularidades da superfície de um pavimento [adaptado de AIPCR / PIARC, 2003]

a) Microtextura

A microtextura corresponde ao domínio de comprimento de onda compreendido entre 1 μm e 0,5 mm, com uma amplitude entre 1 μm e 0,2 mm, podendo ser avaliada indirectamente através da medição do coeficiente de atrito. Esta escala de textura permite caracterizar uma superfície mais ou menos rugosa, possibilitando o contacto directo entre o pneu e o pavimento (contacto seco), mas suficientemente lisa para ser observada a olho nu. A microtextura é função das propriedades das partículas dos agregados e é principalmente significativa a baixas velocidades, embora alguns investigadores acreditem que é importante para todas as velocidades (Chelliah, 2003).

b) Macrotextura

A macrotextura de uma camada de desgaste corresponde ao domínio de comprimento de onda compreendido entre 0,5 mm e 50 mm, com uma amplitude vertical compreendida entre 0,1 mm e 20 mm, que resulta das partículas maiores do agregado na mistura. Esta escala de textura pode ser medida por um método volumétrico (mancha de areia) ou por um método perfilométrico sem contacto, relacionando-se com os comprimentos de onda da mesma ordem de grandeza do relevo da superfície dos pneus e dos agregados. A macrotextura contribui para a componente de histereses do atrito e “ajuda” no escoamento rápido da água do pavimento, possibilitando o contacto do pneu com a superfície do pavimento, reduzindo a possibilidade de hidroplanagem.

c) Megatextura

A megatextura da camada de desgaste de um pavimento corresponde ao domínio de comprimento de onda compreendido entre 50 mm e 500 mm, com uma amplitude vertical compreendida entre 0,1 mm e 50 mm. Esta característica, que geralmente não é avaliada, relaciona-se com os comprimentos de onda da mesma ordem de grandeza dos que intervêm no contacto pneu-pavimento.

A textura superficial de um pavimento constitui uma das suas mais relevantes propriedades para a qualidade funcional, quer quanto à resistência e à derrapagem, quer no respeitante à produção de ruído. A avaliação desta característica pode ser realizada

através de vários ensaios, dos quais se destacam dois: o ensaio de “mancha de areia” e o ensaio com raio laser, geralmente realizado com equipamento de designação genérica “Rugolaser”.

Atrito

O atrito entre os pneumáticos e a superfície do pavimento é um parâmetro que interessa essencialmente à segurança de circulação dos veículos e, conseqüentemente, aos custos de circulação dos veículos, tendo em atenção a sua influência directa em factores como a velocidade de circulação e os acidentes.

Trata-se de um parâmetro evolutivo no tempo em função de vários factores, dos quais se destacam os seguintes (Pereira e Miranda, 1999):

- Desgaste dos agregados, devido à acção de polimento provocada pelos pneus – Acção do tráfego.
- Exsudação da camada de desgaste.
- Aparecimento de descontinuidades devido ao deterioramento.
- Redução da porosidade do pavimento, devido à densificação da camada de desgaste – colmatação dos poros – redução da macrotextura.
- Rodeiras, provocando a acumulação de água, com produção do fenómeno de hidroplanagem e a formação de gelo.
- Poluição devida ao derrame de combustíveis que afectam as materiais da camada de desgaste.

O atrito é uma propriedade física da superfície da estrada, que é medida utilizando equipamento específico sob condições padronizadas. Normalmente, o atrito é medido em piso molhado, isto porque quase todas as camadas de desgaste disponíveis no mercado apresentam bons níveis de resistência à derrapagem em piso seco. Quando o pavimento está molhado, a água actua como lubrificante entre o pneu e a superfície do pavimento, tornando mais difícil controlar o veículo.

O atrito de um pavimento pode ser avaliado através da medição de dois parâmetros: o coeficiente de atrito longitudinal (CAL) e o coeficiente de atrito transversal (CAT). O primeiro interessa sobretudo à distância de paragem, enquanto o segundo avalia a segurança de circulação em curva. Ambos os parâmetros têm importância para a segurança da circulação, mas é o segundo, o atrito transversal, que mais influencia a velocidade de circulação e consequentemente os acidentes (Pereira e Miranda, 1999). Por isso a ele tem sido dedicado o maior esforço nos estudos e aplicações práticas.

Irregularidade Transversal

O perfil transversal de um pavimento é um importante factor na avaliação da qualidade global de uma estrada. As deficiências do perfil transversal podem afectar o conforto e a segurança da condução, em particular quando se está na presença de camadas de desgaste molhadas. Nestas condições, ainda mais grave para a segurança será a ocorrência de formação de gelo. Além desta relação com as condições de circulação, este parâmetro pode fornecer indicação para a qualidade estrutural, através da profundidade das rodeiras.

O perfil transversal de um pavimento, mesmo na ausência de deficiências de projecto, materiais ou construção, evoluirá ao longo da vida do pavimento, apresentando assentamentos na zona de passagem dos rodados dos veículos pesados, designados por rodeiras. A evolução destes assentamentos, conforme a predominância da sua origem, pode dar lugar a rodeiras de pequeno ou de grande raio.

Irregularidade longitudinal

Quando se executam trabalhos rodoviários existe sempre um desvio entre o perfil realizado e o perfil de projecto (perfil de referência ou perfil teórico). Este desvio, designado por irregularidade geométrica da superfície do pavimento, é em geral aleatório, ou seja, a curva de desvio, representada por uma função $y(x)$, entre o perfil

verdadeiro e o perfil de referência, apresenta características de superfície aleatória (Gráfico 2).

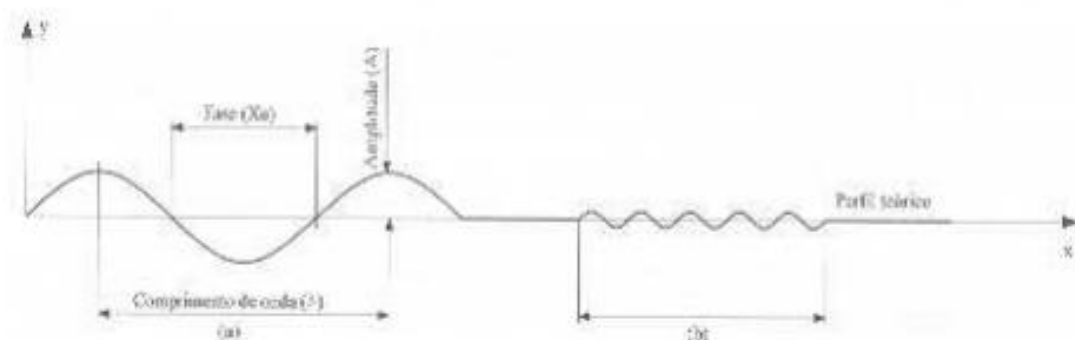


Gráfico 2 - Caracterização da irregularidade longitudinal (Delanne, 1997).

Em certas situações, por exemplo com a ocorrência de problemas construtivos, a irregularidade pode apresentar um carácter periódico (Pereira & Delanne, 1999).

A irregularidade do perfil longitudinal pode ser analisada sob dois aspectos:

- geométrico (variações da geometria existente relativamente à geometria ideal);
- efeitos físicos provocados pela irregularidade.

Estes dois tipos de análise definem a irregularidade longitudinal de modos diferentes. No primeiro caso, a irregularidade longitudinal é considerada como sendo o conjunto de desnivelamentos da superfície do pavimento em relação ao seu perfil longitudinal teórico. No segundo caso, a noção de irregularidade compreende todos os defeitos da superfície do pavimento passíveis de provocar vibrações nos veículos. A avaliação da irregularidade, de acordo com cada um dos tipos de análise, realiza-se com equipamentos de medida diferenciados.

1.4. EFEITO DAS OSCILAÇÕES NO CORPO HUMANO

O conhecimento da resposta do corpo humano à vibração é essencial para que se possa implementar o melhor ambiente possível num veículo. Estes aspectos devem ser trabalhados, uma vez que põe em causa o estado físico e psicológico dos passageiros, sendo desta forma o conforto destes um dos factores de maior importância e não apenas uma grandeza técnica do ambiente. A segurança é um outro factor importantíssimo no projecto de automóveis, contudo, o aspecto segurança é contraditório com o aspecto conforto.

De seguida serão apresentadas análises de conforto e de segurança aplicadas aos passageiros de veículos, tendo por base análises realizadas em estudos da estrutura e das propriedades do corpo humano, a partir de modelos matemáticos, os efeitos das forças de choque e vibração sobre estes sistemas, a protecção requerida pelo sistema sob várias condições de exposição e os meios pelos quais esta protecção é encontrada, e, ainda, o critério de tolerância para exposição ao choque e à vibração.

1.4.1. Classificação de vibrações em humanos

O ser humano, tal como um sistema mecânico, é extremamente complexo e as suas propriedades mecânicas sofrem mudanças facilmente. As informações existentes e confiáveis sobre a magnitude das forças necessárias para produzir danos mecânicos ao corpo humano são limitadas. Para evitar danos ao ser humano enquanto este fornece dados, torna-se necessário usar animais para a maioria dos estudos sobre danos mecânicos. Dessa forma, os dados obtidos precisam ser submetidos a exames detalhados cuidadosamente para determinar o grau das suas aplicabilidades para os humanos, os quais diferem dos animais, não somente na proporção (tamanho), mas tanto na estrutura anatómica como na psicológica.

Ocasionalmente é possível obter informações úteis de situações envolvendo danos acidentais ao homem, mas apesar dos danos frequentemente poderem ser avaliados, as

forças que originam estes danos não podem, e somente raramente são dados úteis obtidos nesses casos. Além disso, é muito difícil de se obter dados confiáveis, tanto sobre os efeitos das forças mecânicas no desempenho de várias tarefas, bem como sobre as respostas pessoais (subjectivas) para diversas forças, porque ocorrem amplas variações na entidade humana no aspecto físico e comportamental. Medições de algumas das propriedades mecânicas do homem são, desta forma, muitas vezes viáveis desde que somente pequenas forças sejam necessárias para esse trabalho.

A dificuldade aqui está na variedade e variabilidade do sistema e na necessidade de estruturas exactas. Assim, é essencial o desenvolvimento de estudos para levantamentos de métodos e procedimentos para protecção contra forças submetidas e também critérios de segurança (Harris and Crede, 1961).

Nos trabalhos encontrados até ao momento, normalmente é feita uma distinção entre vibrações nas mãos e no corpo do ser humano. Neste estudo, contudo, limita-se à vibração no corpo todo devido a área de interesse específica. A resposta humana à vibração é de facto muito complexa e depende de diversos factores, sendo que a frequência e a amplitude da vibração são os factores mais importantes (Wollstrom, 1998). Assim, uma possível classificação é mostrada na Tabela 2.

Tabela 2 - Frequências de Influência Característica sobre o corpo Humano

| Frequência | Influência Característica (sobre o ser Humano) |
|-------------------|---|
| Baixa: < 2 Hz | Desordem de Movimento, Movimentos no Corpo Todo. |
| Media: 2 – 100 Hz | O corpo todo pode se comportar como um sistema de partículas rígidas. |
| Alta: > 100 Hz | O corpo tem de ser tratado como o sistema contínuo. |

Região de baixa frequência

As vibrações em baixa frequência, nos veículos, são causadas pelo fenómeno de ressonância. Isto pode ser devido aos movimentos verticais ou laterais nas molas secundárias ou dos assentos dos veículos, por exemplo.

Vibrações em regiões de frequência muito baixas ($<0,5$ Hz) afectam o equilíbrio orgânico e a postura do corpo humano, e podem causar sensação de enjoos pelo movimento, normalmente referido como kinetosis ou náuseas (Wollstrom, 1998). Isto é mais sentido por pessoas que viajam no mar. Hippocrates (aproximadamente 400 dc) mostrou que um ser humano “navegando pelo mar apresenta movimentos de desordem no corpo”. Uma explicação comum para o enjoo causado pelo movimento é o conflito sensorial – modelo de desordem neural, descrito por Forstberg (Wollstrom, 1998). A ideia básica é que existe um conflito sensorial entre os sinais oriundos dos diferentes sistemas sensoriais. Estes sinais também estão em conflito com aqueles esperados pelo sistema nervoso central. Este conflito causa o enjoo. Do ponto de vista técnico, pode-se assumir que a resposta pode ser tratada como movimento de corpo rígido. Grandes diferenças têm sido observadas entre a sensibilidade de homens e mulheres para os enjoos devido a movimentos – (Griffin, 1990; Wollstrom, 1998; Harris and Crede, 1961).

Região de média frequência

Para a região de média frequência, o corpo humano pode ser aproximado a um sistema discreto com diferentes frequências de ressonância (Wollstrom, 1998; Griffin, 1990). As frequências ressonantes importantes são entre os 4 – 8 Hz (estômago), 20-25 Hz (cabeça/ombros) e 30 – 80 Hz (globo ocular) como mostra a Figura 2.

Estas frequências, de escala média, são de grande importância para a isolamento da vibração de pessoa sentadas em veículos com altos níveis de vibração. Para admitir uma

boa isolamento da vibração no assento, é necessário que as frequências dos assentos sejam menores que as frequências do corpo, por exemplo, 4 – 8 Hz (estômago).

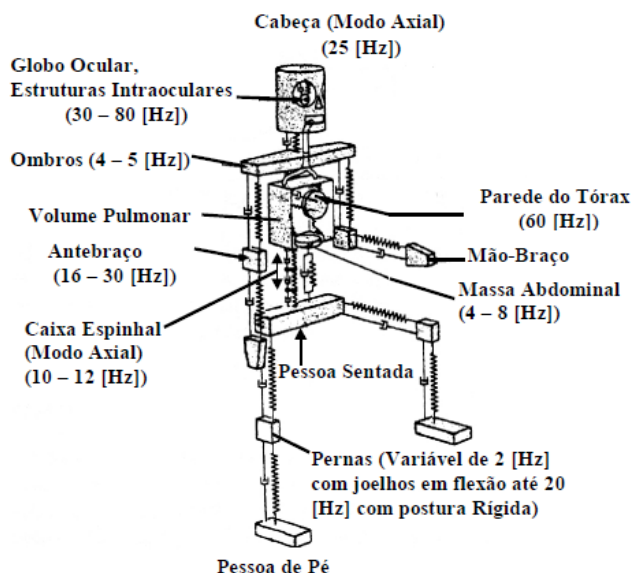


Figura 2 - Frequências naturais de partes do corpo humano (Almeida e Goz, 1988).

É importante notar que a posição do corpo é essencial para avaliar a resposta à vibração – uma pessoa sentada difere de uma pessoa em pé (Griffin, 1990). Nas normas relativas à vibração no ser humano distinguem-se essas posições como pode ser visto na Figura 3.

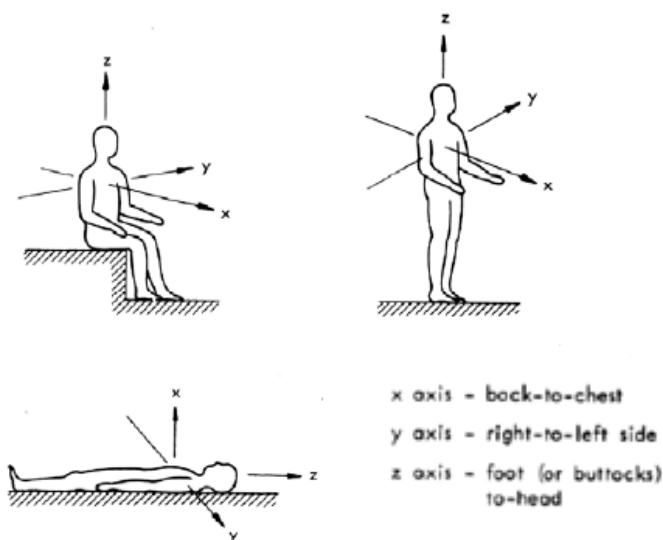


Figura 3 - Posições a ser consideradas para estudo de vibração no ser humano, segundo norma ISO 2631 - (Griffin, 1990).

Região de alta frequência

As vibrações na região de alta frequência não podem ser analisadas como um “modelo discreto” como descrito na secção anterior, visto que, é improvável de ser válido. O corpo humano deve ser tratado como um meio contínuo, com diferentes tipos de ondas, e dependendo de diversos factores, (Wollstrom, 1998).

1.4.2. Análise do conforto e tolerância à vibração

Existem diversas normas e medidas para avaliação do conforto face à vibração. Sabe-se que a avaliação da vibração é baseada em medições de movimento em termos de aceleração, velocidade, deslocamento e o jerk (que é a derivada da aceleração), (Harris and Crede, 1961). Muitas normas usam a aceleração por ser mais conveniente de se medir. Neste caso, o sinal de aceleração é usado com algumas funções de ponderação para compensar a sensibilidade do corpo humano a diferentes frequências. Destas normas, tem-se que os movimentos de um veículo são normalmente referidos a um sistema de coordenadas como mostrado na Figura 4.

Nesta sequência, algumas das normas e medições usadas serão comentadas e examinadas brevemente.

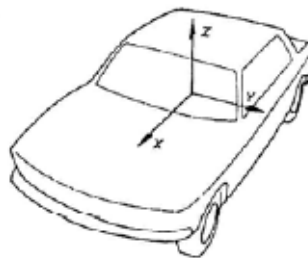


Figura 4 - Graus de Liberdade X-Y-Z de um Veículo - (ISO 2631-2 em Neto, 2000; e Harris and Crede, 1961).

Tolerância a vibrações

A norma ISO 2631, “Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration”, consiste de diversas partes onde algumas delas são dedicadas à avaliação do nível de conforto dos passageiros em veículos, definindo métodos de avaliação de vibrações periódicas, randômicas e transientes no corpo todo.

Geralmente, essa norma trabalha com limites de vibração (no corpo todo) para saúde, conforto e incidência de doenças devido ao movimento. O nível de conforto é expresso como um limite de tempo para o qual uma longa exposição a certo nível de vibração pode ser permitida em que ocorra risco de redução da saúde, desconforto e doenças de movimento. A ISO 2631-1 descreve propriedades fundamentais da norma ISO 2631 como definições, direcções para medição e avaliação, informações e orientações quanto aos possíveis efeitos da vibração sobre a saúde, o conforto, o limite de percepção na faixa de 0,5 a 80 (Hz), e o enjoo para frequências entre 0,1 e 0,5 (Hz). Já a ISO 2631-4, é uma directriz para avaliação dos efeitos da vibração e movimento de rotação sobre os passageiros e critério de conforto para transporte ferroviário.

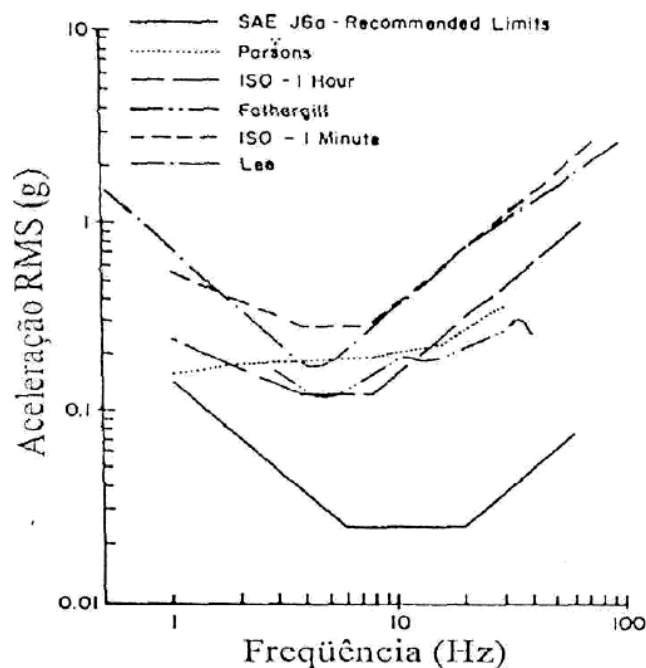


Gráfico 3 - Tolerância Humana a vibrações verticais (eixo Z). Os resultados são apresentados nas normas SAE J6a, ISO 2631 e por Lee, Parsons e Fothergill (Neto,2000)

A faixa de frequências consideradas é 0,5 (Hz) a 80 (Hz) para saúde, conforto e percepção, e 0,1 (Hz) a 0,5 (Hz) para doenças de movimento (Griffin, 1990; Neto, 2000).

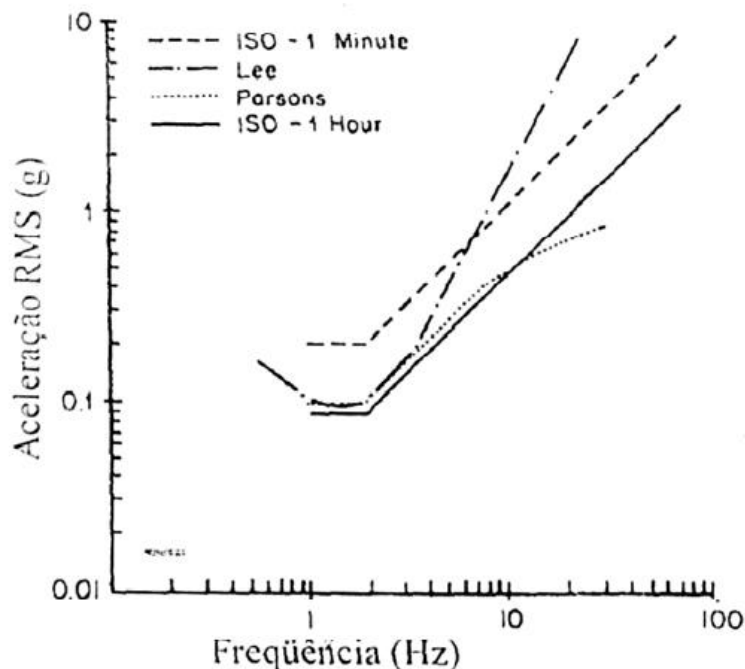


Gráfico 4 - Tolerância Humana a vibrações horizontais (eixo X e Y). Os resultados são apresentados pela norma ISO 2631

No Gráfico 3 pode-se observar as curvas apresentadas pela ISO (1 hora e 1 minuto), pela SAE J6a, por Lee, Parsons e Fothrgill (Neto, 2000). As normas ISO denotam uma dependência do nível de tolerância à vibração com o tempo de exposição, diferentemente das outras. Os valores recomendados pela norma ISO 2631, principalmente para tempos mais longos de exposição, diferem daqueles apresentados por Griffing (1990), que apresenta os parâmetros dos níveis de vibração baseados na norma britânica BS 6841, incluindo os parâmetros referentes à avaliação subjectiva do conforto (Gráfico 5 e Gráfico 6).

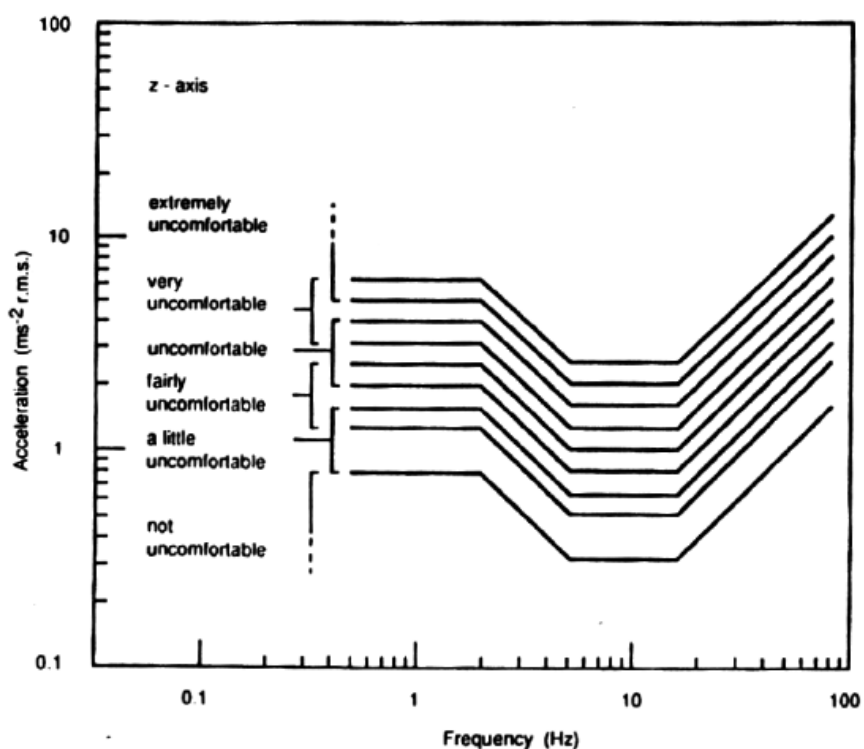


Gráfico 5 - Reacções subjectivas às vibrações verticais (eixo Z), de acordo com a norma BS 6841

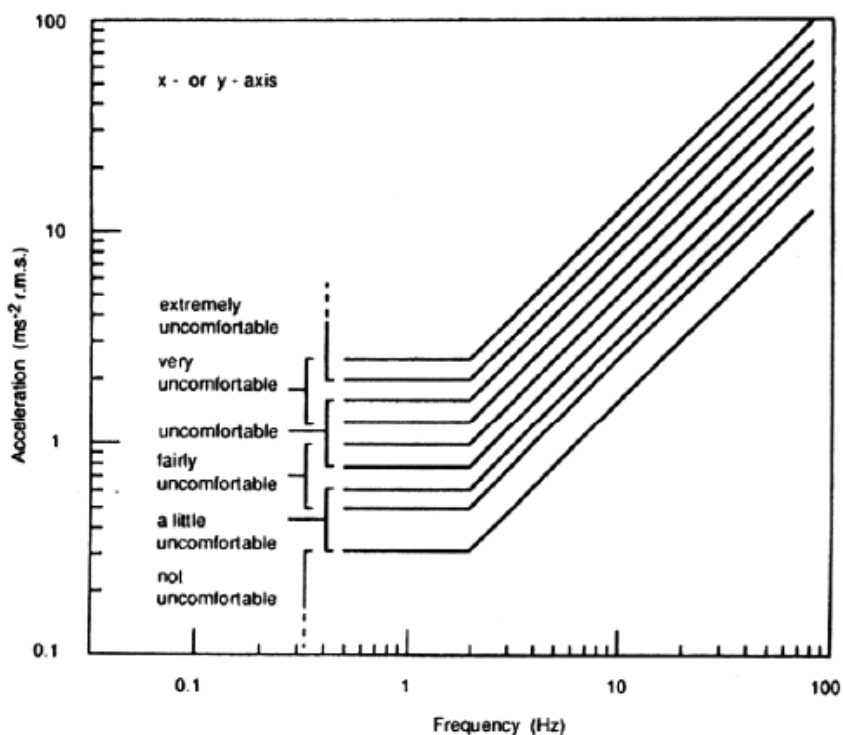


Gráfico 6 - Reacções subjectivas às vibrações horizontais (eixo X e Y), de acordo com a norma BS6841 - (Griffin, 1990; Neto, 2000)

De acordo com essas normas, no caso de aceleração horizontal (longitudinal e transversal), a frequência em que o ser humano apresenta maior sensibilidade é 1 Hz (Gráfico 4), condição que pode ser atingida facilmente com o veículo em andamento (Figura 5), mas apenas estradas muito deterioradas chegam a induzir ressonâncias da carroçaria nesta frequência em carros ligeiros (Neto, 2000).

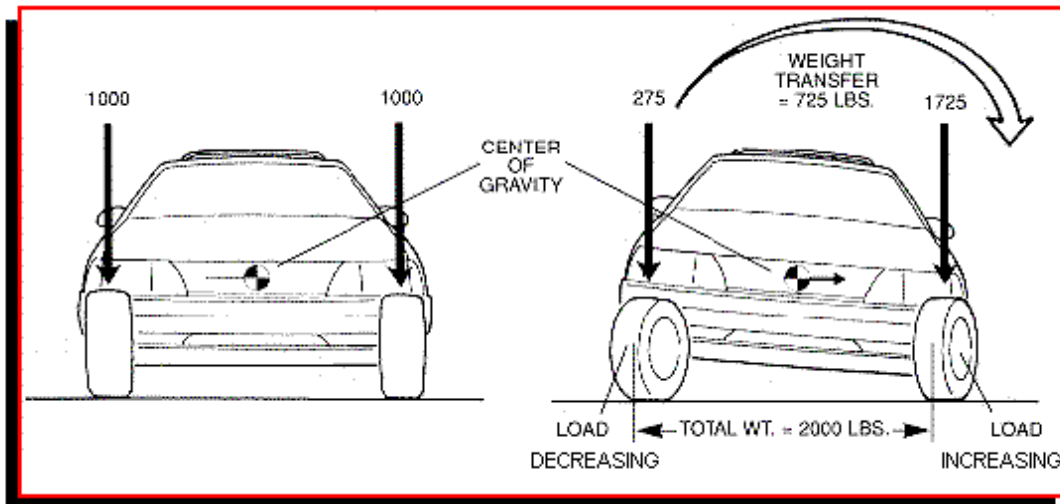


Figura 5 - Condição de rolamento de um veículo.

Por outro lado, este efeito torna-se mais pronunciado à medida que a altura do veículo aumenta, notadamente em camiões e autocarros. Em casos de aceleração longitudinal resultante do movimento de translação (bounce) da carroçaria, igualmente mais importante em veículos de altura elevada, o efeito pode ser atenuado, impondo-se uma frequência natural mais alta na suspensão traseira em relação à suspensão dianteira.

Avaliação do conforto

As recomendações das normas servem como parâmetros a serem seguidos na tentativa de se prever ou avaliar as condições de conforto num meio de transporte (Neto, 2000).

É interessante ressaltar que as curvas apresentadas foram obtidas, tendo como fontes de excitação sinais sinusoidais puros, enquanto as fontes de excitação nas condições

reais são na verdade uma superposição de várias frequências. O método mais empregue no tratamento do sinal de aceleração para possibilitar a comparação com os padrões apresentados pelas normas, é a filtragem do sinal baseada no inverso das amplitudes da curva de tolerância escolhida, (Wollstrom, 1998) e (Neto, 2000). A filtragem inversa possibilita a visualização do espectro, como se todas as frequências que o compõe, fossem igualmente importantes.

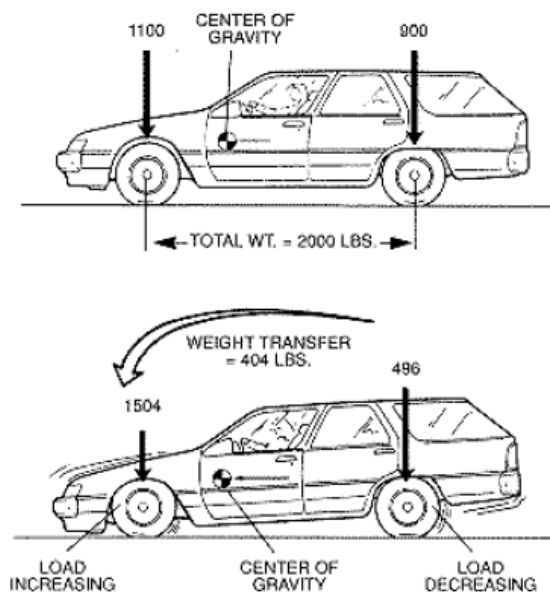


Figura 6 - Condição de um veículo em rotação "Mergulho".

As normas britânicas BS 6841 e BS 6842 apresentam um conjunto de funções a serem usadas na construção dos filtros ou pesos a serem atribuídos aos sinais de aceleração. A norma identifica-os como Wb, Wc, Wd, We, Wf, Wg, e Wh (Figura 6 e 7). Os filtros são então aplicados segundo uma correspondência entre o eixo que se deseja avaliar e o seu respectivo filtro. A magnitude da exposição é caracterizada pela aceleração ponderada pela frequência.

As frequências ponderadas, a serem empregadas para diferentes aplicações, são mostradas no Gráfico 7 (Wollstrom, 1998; Neto, 2000; Harris and Creder, 1961).

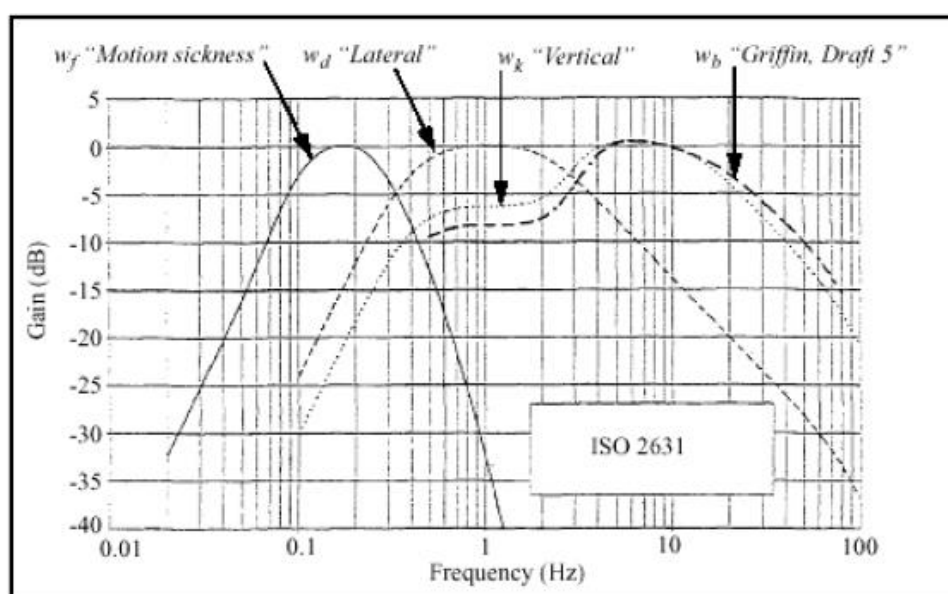


Gráfico 7 - Representação dos filtros de aceleração em função da frequência, segundo a norma BS 6841 - (Griffin, 1990; Neto, 2000)

1.4.3. Conforto e segurança no modelo numérico

Na faixa de frequências associadas às características de conforto pode-se identificar a ocorrência de vibrações segundo os três eixos coordenados, ou seja, longitudinais, transversais e, principalmente, verticais. Deste ponto, parte-se para a primeira simplificação para o modelo que levará em conta apenas as componentes verticais de vibração.

Geralmente, o primeiro modo natural de flexão da carroçaria dos carros de passageiros aparece acima dos 20 Hz o que permite tratar os modos excitados abaixo deste limite como sendo modos de corpo rígido (Neto, 2000). Logo, a faixa útil de frequências, a ser coberta pelo modelo, define-se entre 0 e 20 Hz. As principais fontes de excitação e parâmetros de influência sobre estes modos são notadamente a velocidade do veículo, e a sua distância entre eixo e o perfil da estrada (Harris and Crede, 1961; Fonseca, 1964).

Destas premissas, desenvolveu-se um modelo plano rígido com quatro graus de liberdade. Os graus de liberdade do modelo foram distribuídos como deslocamentos

verticais para os eixos dianteiro e traseiro, deslocamento vertical da carroçaria (bounce) e de rotação da carroçaria (pitch), ver Figura 6.

Nos trabalhos publicados por Queslati e Sankar (1994), Alves (1998) e Li e Nagai (1999) são utilizados modelos semelhantes ao tratado neste trabalho. No primeiro, modelos de $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ de veículo com 2 e 4 graus de liberdade são usados para estudos da infância e optimização de sistemas passivos, semi-activos e activos, de suspensões veiculares. Enquanto no segundo e terceiro são utilizados modelos de $\frac{1}{2}$ veículos, sendo que no terceiro são utilizados modelos com 4, 6 e 8 graus de liberdade, onde são avaliadas a influência dos movimentos do motor, do motorista e de um passageiro nas características do conforto devido às vibrações do veículo. Outro trabalho interessante foi o de Neto (2000), onde se elaborou um modelo completo de um veículo de passageiros com suspensões passivas contendo 16 graus de liberdade. Neste trabalho realizou-se simulações usando Simulink e Matlab e as comparou às respostas obtidas por um veículo de testes, para efeito de validação do modelo.

1.5. ELEMENTOS DA SUSPENSÃO

A suspensão serve de apoio da massa suspensa sobre as massas não suspensas, permitindo o seu movimento relativo. Um elemento flexível, também designado por mola, produz a força de reacção necessária à compensação do peso da massa suspensa. Nos sistemas clássicos, as oscilações produzidas são amortecidas com um dispositivo hidráulico ou pneumático usualmente chamado "amortecedor". O problema do amortecimento nas oscilações, assim como os dispositivos associados ao mesmo, será tratado em capítulos posteriores.

Os pneus actuam como molas entre a massa não suspensa e o solo, devendo também ser considerados como um dos elementos da suspensão.

A mola, colocada entre a massa suspensa e a não suspensa do veículo, permite os movimentos relativos entre estas, suporta o peso do corpo do veículo e assegura o retorno das massas à sua posição inicial.

As molas utilizadas em suspensões de veículos podem ser do tipo helicoidal, barras de torção ou de flexão ou ainda serem constituídas por foles herméticos cheios de gás comprimido. Dependendo da forma e do tipo de construção, as molas podem apresentar características praticamente lineares ou explicitamente não lineares.

Os pneus são normalmente usados como dispositivo/mola de absorção de obstáculos em conjunto com o sistema de suspensão.

Alguns meios de transporte ainda utilizam apenas os pneus como mecanismo único de suspensão, usualmente em aplicações que impliquem relativamente baixas velocidades, terrenos muito acidentados ou ainda a necessidade de evitar as complicações de construção e instalação de um sistema de suspensão.

O pneu actua como uma mola circunferencial, à volta da periferia da roda, com um duplo objectivo: reduzir a resistência ao movimento sobre superfícies irregulares e minorar o choque e a fadiga produzidos pelas irregularidades do solo.

1.5.1. A Mola

A mola é o elemento responsável pelo relacionamento das forças com os deslocamentos, como é mostrado na Figura 7 (a). Assume-se que a mola não possui massa, de forma que uma força F_m actuando em uma extremidade deve ser equilibrada por outra força de igual magnitude mas de sentido contrário, actuando na outra extremidade. Pela actuação da força F_m , a mola alonga-se (ou contrai-se, se a força actuar em sentido contrário).

Esta deformação é igual à diferença entre os deslocamentos x_2 e x_1 . Na Figura 7 (b) é mostrada uma curva força/deformação típica de uma mola comum. Esta curva é não linear. No entanto, para pequenas deformações, pode considerar-se que existe uma proporcionalidade entre a força e a deformação, sendo k a constante de proporcionalidade, conhecida como constante de mola ou rigidez. As unidades de k no Sistema Internacional (SI), são newton por metro (N/m). F_m é uma força elástica, conhecida como força de restauração, porque uma mola alongada ou comprimida tende sempre retornar à sua posição não deformada.

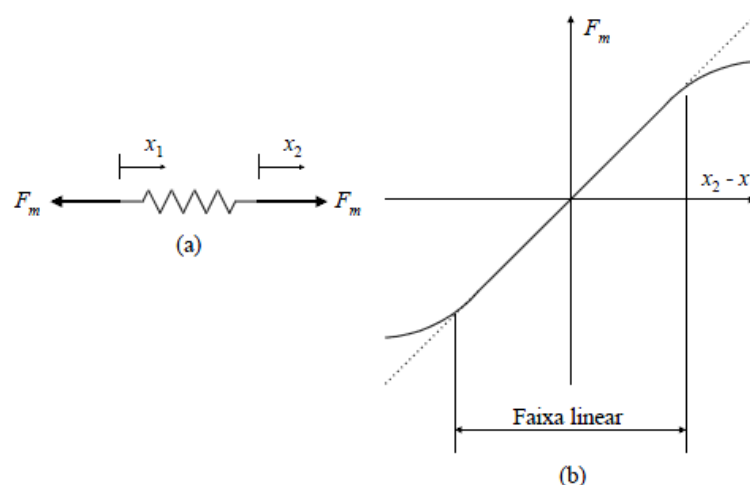


Figura 7 - Elemento mola.

A relação entre força e deslocamento é expressa por:

$$F_m = -k(x_2 - x_1) \quad (1.5.1)$$

Onde,

F_m , é uma força aplicada à mola;

x_1 , é a posição de um dos lados da mola;

x_2 , é a posição do outro lado da mola;

A mola também representa a capacidade que um sistema físico tem em armazenar energia, armazenando-a na forma de energia potencial. A energia potencial armazenada pela mola é dada por:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (1.5.2)$$

Tipos de molas

Existes diversos tipos de molas, sendo que as mais comuns encontradas em aplicações mecânicas são as helicoidais que apresentam secção transversal circular. A necessidade desta diversidade de molas deriva do facto de existirem aplicações com constrangimentos particulares, como sendo o espaço útil para a utilização da mola e de especificações próprias dos projectos, como por exemplo a necessidade de se utilizar uma mola com a constante de elasticidade variável (Mendes, 2003). Nas Figura 8, 9, 10 e 11 são apresentadas alguns tipos de mola.



Figura 8 - Molas helicoidais: (a) e molas de tracção (Mendes, 2003).

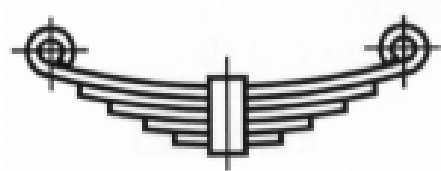


Figura 9 - Mola plana de lâminas.



Figura 10 - Molas de anel ou "Belleville": (a) em série e (b) em paralelo.



Figura 11 - Mola pneumática.

As molas utilizadas em suspensões de veículos podem ser do tipo helicoidal, barras de torção, de lâminas ou ainda ser constituídas por foles herméticos cheios de gás comprimido.

As molas de lâminas são formadas pela sobreposição em certo número de lâminas de aço, de comprimento decrescente, ligadas por um parafuso central (parafuso de fixação). Este tipo de mola apresenta certas vantagens tais como a sua simplicidade de fabricação, obtenção facilitada de uma ligação rígida entre o eixo e o chassi nos sentidos longitudinal e transversal, segurança de funcionamento, uma vez que o quebrar de uma das lâminas não elimina a ligação do eixo ao chassi.

A utilização de molas de lâminas também apresenta algumas desvantagens como, por exemplo: grandes superfícies de atrito, cuja lubrificação é sempre difícil de assegurar; e a facilidade com que se quebram lâminas por efeito de dilatação e contracção térmica.

As molas helicoidais (espirais) são constituídas por uma barra de aço enrolada em forma de hélice, sendo uma ligada ao chassi e outra ao eixo. As vantagens das molas em hélice consistem na simplicidade de fabricação, redução de espaço, ausência de atrito, dispensando portanto manutenção.

Por outro lado, as desvantagens deste tipo de mola é que não asseguram nenhuma ligação longitudinal e nem transversal entre o chassi e o eixo. Por isso, as suspensões constituídas com molas helicoidais têm sempre braços articulados para efectuar esta ligação permitindo as oscilações verticais.

As molas de barra de torção são formadas por uma barra de aço cilíndrica, onde uma das pontas da barra é fixa ao chassi. Na outra ponta ela gira por estar ligada ao arco da roda. As oscilações verticais da roda provocam uma torção da barra cuja secção e comprimento são criteriosamente calculados. As vantagens consistem na economia de espaço e facilidade de alojamento no chassi, possibilitando a regulação exacta da altura de cada roda do veículo ao solo, possuem ainda pouco atrito e manutenção quase nula.

1.5.2. O Amortecedor

O amortecedor é o elemento que relaciona as forças com as velocidades e é conhecido genericamente como amortecedor. O amortecedor é constituído por um pistão montado com folga dentro de um cilindro cheio de um líquido viscoso (óleo, água, etc.), para que o fluido possa passar através do pistão. A Figura 12 (a) apresenta um esquema deste elemento.

Assume-se também que o amortecedor não possui massa, de forma que a força F_d , aplicada em uma de suas extremidades possa ser balanceada por uma outra força de mesma magnitude e sentido contrário, aplicada na outra extremidade. Se estas forças F_d , causarem um cisalhamento suave no fluido viscoso, a curva F_d versus $\dot{x}_2 - \dot{x}_1$ será aproximadamente linear, como mostra a Figura 12 (b). A constante de proporcionalidade C , que é a inclinação da curva, é chamada de coeficiente de amortecimento viscoso. As unidades de C no SI são newton-segundo por metro (N.s/m).

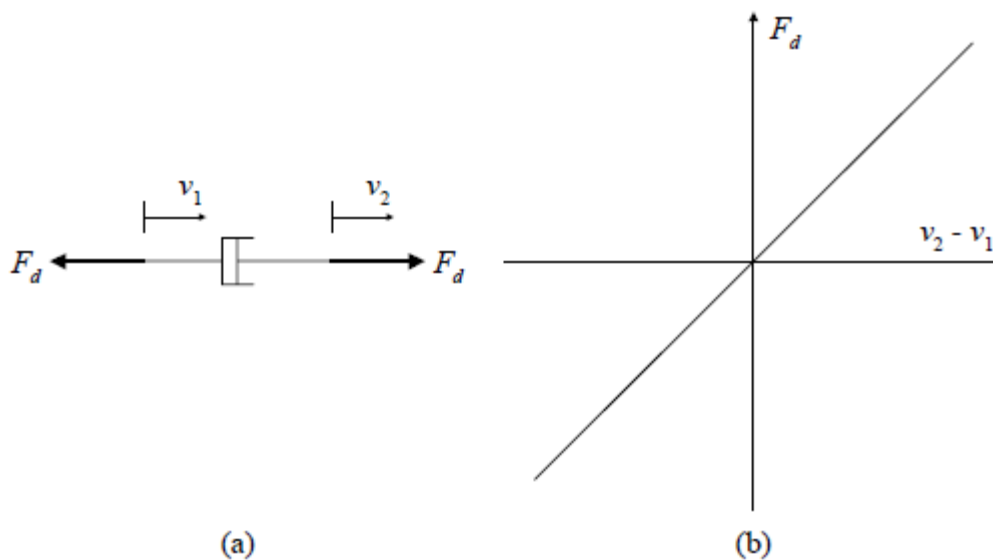


Figura 12 - Elemento Amortecedor.

A relação entre força e velocidade é então, expressa por:

$$F_d = C(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (1.5.3)$$

Onde,

F_d , é uma força aplicada ao amortecedor;

x_1 , é a posição de um dos lados da mola;

x_2 , é a posição do outro lado da mola;

O amortecedor tem como função física num sistema vibratório, representar a capacidade que o sistema possui de dissipar energia (Correia, 2007).

Amortecedor como elemento da suspensão

O amortecedor e o sistema de suspensão são dois elementos que, regra geral, são considerados como apenas um sistema (Figura 13). Na realidade são dois componentes totalmente diferentes que trabalham em conjunto, um complementando o outro. Por esta dependência, podemos concluir então que o amortecedor é um dos principais elementos que compõe a suspensão de um veículo.



Figura 13 - Sistema, amortecedor + mola.

Como tal, a suspensão tem as seguintes funções distintas:

- . Mantém a altura correcta do veículo;
- . Reduz o efeito de impacto da estrada;
- . Mantém o alinhamento correcto do veículo.

A suspensão geralmente é composta de elementos flexíveis que absorvem os movimentos da roda absorvidos do pavimento. Esta flexibilidade pode criar algumas situações desfavoráveis de rodagem, como por exemplo, desconsiderar desiguais superfícies de pavimento, o chassi é submetido a movimentos verticais brutos, e movimentos de “rodagem” (transferência de peso), todos resultando uma certa instabilidade no veículo.



Figura 14 - Amortecedor de dois braços de metal separados por um isolante de borracha.

Para controlar e reduzir estes movimentos, foi projectado um elemento especial na suspensão, denominando “amortecedor”. Os primeiros exemplares usaram a fricção (atrito) produzida entre dois braços de metal separados por uma isolante de borracha (Figura 14). O constante avanço tecnológico fornece actualmente ao mercado automóvel amortecedores telescópios, hidráulicos e pressurizados, com regulações manuais e electrónicos de altura e carga (pressão).

Princípio de funcionamento do amortecedor

Como se sabe, o amortecedor é instalado entre o chassis do carro e a roda, sendo um dos principais componentes do sistema da suspensão do veículo. Quando a roda se movimenta verticalmente por causa das irregularidades da superfície da estrada (Figura 15), a haste do amortecedor também se movimenta no mesmo sentido.

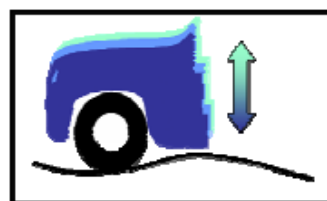


Figura 15 - Movimento vertical devido às irregularidades da estrada.

Este movimento faz o óleo contido no amortecedor movimentar-se sobre os tubos de pressão e o reservatório, atravessando as válvulas do pistão e da base.

A resistência do óleo, ao passar pelas válvulas, cria uma pressão, o que chamamos tecnicamente de carga, responsável por controlar os movimentos do veículo. O amortecedor segue o princípio da física que afirma “a energia não pode ser criada ou destruída, apenas transformada”, onde a energia cinética, gerada pela movimentação, se transforma em energia térmica, gerando calor.

Dinâmica Automóvel

A dinâmica automóvel explica a interação existente entre o motorista, veículo e pavimento (Figura 16). Esta interação pode ser mostrada basicamente em quatro áreas distintas:

- . Controlo do automóvel;
- . Aderência ao Pavimento;
- . Movimentação Vertical;
- . NVH;

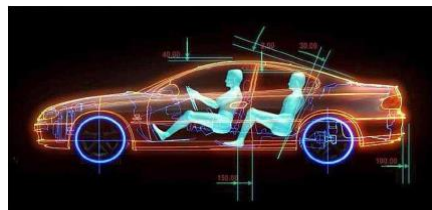


Figura 16 - Interação entre veículo e motorista.



Figura 17 - Controlo do veículo.

O controlo do veículo, (Figura 17 e Figura 18) que também é a resposta do veículo para as ordens do motorista, em relação à estabilidade e controlo do veículo em diferentes velocidades. Amortecedores com cargas maiores permitem respostas mais rápidas.

Aderência ao Pavimento é a característica que mantém as rodas em permanente contacto com a superfície de estrada, independente do nível de superfície e dos diferentes tipos de manobras. Amortecedores com cargas maiores permitem uma aderência maior do pneu com o solo.

Movimentação Vertical são os movimentos para cima e para baixo do chassis, e os seus efeitos no conforto do veículo. Amortecedores com cargas maiores permitem um controlo mais eficaz na movimentação vertical.

O coeficiente de NVH (Barulho, Vibração e Aspereza), é obtido estudando o barulho no interior do veículo, ignorando obstáculos isolados ou diferentes tipos de superfícies pavimentadas.

Amortecedores com cargas mais baixas são os melhores para o conforto. Por outro lado, amortecedores com cargas maiores asseguram com maior eficácia a estabilidade

do veículo. Assim, conclui-se facilmente que o conforto é inversamente proporcional à estabilidade.

Sendo assim, teoricamente, o amortecedor ideal proporcionaria 50% de conforto e os outros 50% de estabilidade. Porém, no desenvolvimento do amortecedor serão obrigatoriamente analisados outros factores, como o tipo do veículo e suspensão, suas



Figura 18 - Teste de controlo do veículo.

características, finalidade do veículo, entre outros. Por exemplo, em carros especiais os amortecedores possuem uma carga mais alta, tornando a suspensão mais rígida, com o objectivo de fornecer ao veículo maior estabilidade, com nível de conforto aceitável. Por outro lado, em veículos normais os amortecedores são mais macios, proporcionando maior conforto com o nível de estabilidade aceitável.

Como trabalha o Amortecedor

Os amortecedores são basicamente bombas de óleo, e o tipo mais usado actualmente é denominado por telescópio hidráulico (Figura 19). Um pistão é preso ao fim da haste e trabalha de acordo com a movimentação do fluido hidráulico no tubo de pressão. Como os movimentos de suspensão são, na sua grande maioria, verticais (para cima e para baixo), o fluido hidráulico é forçado a passar por furos (orifícios) presentes no pistão. Se os orifícios forem pequenos, a carga do amortecedor será alta, resultando no maior controle da movimentação da suspensão. Caso contrário, se os orifícios forem maiores, a carga do amortecedor será baixa, resultando no controle mais suave da movimentação da suspensão.

O funcionamento do amortecedor hidráulico é definido pela constante

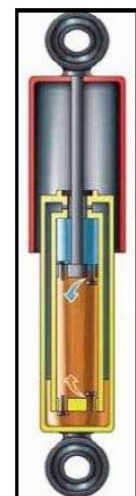


Figura 19 - Telescópio hidráulico.

movimentação interna de óleo entre os tubos. Para isso, a primeira condição básica para o perfeito funcionamento do amortecedor é estar com o tubo de pressão repleto de óleo, sem a presença de ar. A sangria ou escorvamento é um processo pelo qual se extrai o ar do tubo de pressão.

Quando o amortecedor está no movimento de compressão (fechando), a haste, juntamente com o pistão, deslocam-se para baixo, deslizando pelo tubo de pressão. De todo o óleo que estava abaixo do pistão, parte dele desloca-se para a parte superior do tubo de pressão, passando pela válvula do pistão, e a parte restante vai para o tubo reservatório, passando pela válvula de base.

Quando o amortecedor está no movimento de extensão (abrindo), a haste juntamente com o pistão deslocam-se para cima, deslizando pelo tubo de pressão. De todo o óleo que estava acima do pistão, desloca-se para a parte inferior do tubo de pressão, passando pela válvula do pistão, e a parte restante é sugada do tubo reservatório para o tubo de pressão, passando pela válvula de base.

A velocidade de movimento da haste e o tipo de válvula do pistão determinam a força de resistência (carga) gerada pelo amortecedor na compressão e na extensão. O nível de carga de cada amortecedor dependerá da velocidade de movimentação da suspensão e mais uma série de características próprias de veículo. Ela será definida pelo número e tamanho dos orifícios no pistão, mais a quantidade e a espessura dos discos de válvula. Quanto mais rápido a suspensão se movimenta, maior carga terá o amortecedor, ou vice-versa.

Diante de tantas variáveis na concepção do amortecedor, seria impossível estabelecer apenas um nível de carga para todos os veículos. Por este motivo, cada veículo tem o seu próprio amortecedor, não podendo ser adaptado nenhum outro semelhante.

Funções do Amortecedor

O amortecedor tem três funções básicas e distintas:

- . Mantém o contacto dos pneus com o solo;
- . Controla os movimentos de abertura e fechamento das molas;
- . Proporciona benefícios ao condutor, passageiros e ao veículo.

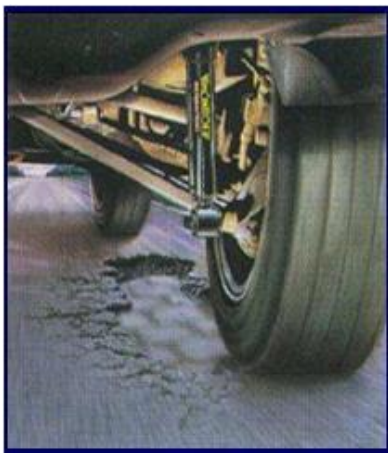


Figura 20 - Conjunto Pneu mais Suspensão.

As funções básicas e distintas do amortecedor contribuem, de maneira clara e significativa, no aumento da estabilidade e conforto do veículo, proporcionando:

- . Controlo do movimento da suspensão (Figura 20);
 - . Diminuição da distância de travagem;
 - . Redução do desgaste dos pneus (Figura 20);
 - . Controlo da movimentação das molas;
 - . Mantêm os pneus em permanente contacto com o solo;
 - . Mantêm o alinhamento das rodas;
- .Controle da movimentação do veículo: rodagem, balanço, mergulho e subida na aceleração;
- .Redução do desgaste dos outros componentes da suspensão;
- .Redução da fadiga do motorista ao dirigir.

Analisando o seu funcionamento, podemos afirmar categoricamente que os amortecedores são componentes fundamentais de um veículo, proporcionando, ao mesmo tempo, segurança e conforto na sua dirigibilidade.

1.6. PNEU

Os pneus iguais aos que conhecemos, hoje apenas apareceram em 1887 graças ao Sr. Dunlop. O Escocês John Boyd Dunlop, farto de ver o seu filho ficar com fortes dores de cabeça quando andava de bicicleta, inventou um pneu de borracha que quando cheio de ar absorvia as irregularidades da estrada. Era assim inventado o primeiro pneu pneumático! Ou talvez não. Robert William Thomson, conterrâneo de Dunlop, provou que tinha registado a mesma patente 43 anos antes. Apesar de na ideia de Thomson a parte exterior do pneu era feito de couro e apenas a câmara-de-ar de borracha natural, Dunlop teve que prescindir do título de inventor do pneu pneumático. Mesmo assim levou avante a sua ideia, Thomson apesar de ser o “verdadeiro” inventor tinha desistido de evoluir o pneu pneumático em substituição dos pneus de borracha maciços, e em 1888 Dunlop passou a produzir e a comercializar os primeiros pneus pneumáticos de borracha vulcanizada (a descoberta do processo de vulcanização é atribuída a Charles Goodyear) para bicicletas.

Portanto o pneu foi inventado originalmente como um sistema de suspensão para tornar os veículos mais confortáveis e as propriedades aderentes da borracha que os constituía algo desprezadas. Logicamente os irmãos Michelin em 1895 adaptaram o pneu de Dunlop para o seu automóvel de corridas, mas rapidamente descobriram que não era apenas conforto que eles proporcionavam. E quando a Goodyear se juntou a Henry Ford para equipar os seus modelos de competição, a evolução do “anel” de borracha cresceu exponencialmente e nunca mais parou, ainda hoje não param de aparecer novidades neste campo (Mtecnica, 2009).



Figura 23 - O Éclair, carro de competição dos irmãos Michelin equipado com pneus pneumáticos. Fonte: Michelin.

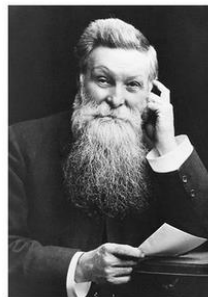


Figura 21 - John Boyd Dunlop. Fonte: Dunlop.



Figura 22 - Pneu Pneumático de Robert Williams Thomson.

O pneu assegura uma série de funções no veículo, suporta a sua carga, tanto parado como em andamento. Por exemplo, um pneu de turismo é capaz de suportar cerca de 50 vezes o seu peso. O pneu é um dos principais responsáveis pela absorção das irregularidades e obstáculos que aparecem na estrada, por ser extremamente resistente e flexível. Tem, assim, um papel muito importante no conforto dos passageiros, bem como na longevidade do veículo. O pneu transmite a potência útil do motor, os esforços de travagem e curva, entre outros. A qualidade da pequena quantidade de borracha em contacto com o solo condiciona o nível de transmissão dessas forças.

1.6.1. A construção do Pneu

Os pneus apresentam dois tipos de estrutura: a radial e a diagonal. A estrutura radial é cada vez mais difundida e preferida na maior parte das utilizações, dadas as claras vantagens em relação à estrutura diagonal, como sendo a elevada estabilidade, o melhor comportamento em curva, a maior aderência, o menor desgaste e o menor consumo de combustível (Gomes, 2009).



Figura 25 - Estrutura radial.



Figura 24 - Estrutura diagonal.

Pneu de estrutura radial - pneu em que as cordas vão até aos talões e estão orientadas de modo a formarem um ângulo sensivelmente igual a 90° em relação à linha média do piso e cuja carcaça é estabilizada por uma cinta circunferencial essencialmente inextensível (Reg. ECE/ONU n.º 108 e 109).

Pneu de estrutura diagonal - pneu em que as cordas das telas vão de talão a talão e estão orientadas de modo a formarem ângulos alternados substancialmente inferiores a 90° em relação à linha mediana do piso (Reg. ECE/ONU n.º 108 e 109).



1. Capa
2. Carcaça
3. Talão
4. Parede lateral
5. Telas de reforço
6. Bandas de rolamento

Figura 26 - Constituição do pneu.

O pneu é constituído por diversos componentes, todos eles com funções específicas:

1. **Capa:** superfície interna do pneu, constituída por borracha sintética estanque.
2. **Carcaça:** parte estrutural do pneu composta por telas e cintas.
3. **Talão:** parte do pneu que entra em contacto com a jante, garantindo a fixação na mesma.
4. **Paredes laterais:** partes do pneu compreendidas entre os limites da banda de rolamento e os talões, que protegem o pneu contra choques laterais, onde são gravadas inscrições que o identificam e classificam.
5. **Telas de reforço:** parte interior da estrutura resistente do pneu constituída por cabos de aço com disposição específica, que conferem resistência e estabilidade ao pneu.
6. **Banda de rolamento:** parte do pneu que entra em contacto com o solo, com esculturas de piso específicas (longitudinais e/ou transversais). É responsável por assegurar a aderência ao solo e deve resistir ao desgaste e aquecer o menos possível.

1.6.2. Como ler um Pneu

Existe uma série de informações inscritas na parte lateral do pneu que constituem o seu "cartão de identificação", e que permitem perceber a medida do pneu, os limites do seu uso, os dados de fabricação, etc. Compreender estas informações é fundamental para se ter certeza de que se está a utilizar o pneu correcto (Freitas, 2006).



Figura 27 - Leitura de um Pneu.

Legenda:

- **205** - Largura de secção do pneu em milímetros (205 mm)
- **50** - É a relação entre a altura e a largura de secção (este mede em altura 50% da largura, ou seja, aproximadamente 102 mm)
- **R** - Construção Radial
- **15** - Diâmetro da jante em polegadas (15 polegadas = 381 mm)
- **86** - Índice de Carga - É o índice de carga que indica o peso máximo que cada pneu pode suportar (normalmente as lojas especializadas dispõem da tabela indicativa de carga, que neste exemplo equivale a 530 kg)
- **V** - Código de Velocidade - Cada pneu tem o seu limite em termos de velocidade de rodagem (da mesma forma que o índice de carga, existe um diagrama ou tabela que mostra a velocidade máxima para a qual o pneu foi construído, que no exemplo é de 240 km/h)
- **TUBELESS** - A indicação "tubeless" ou TL significa que é um pneu sem câmara-de-ar. Quando tem câmara-de-ar surge a indicação "tubetype" ou TT
- **CV90** - Desenho dos sulcos do pneu.

As restantes informações significam:

- Taxa Máxima de Carga de **1224 LBS**
- Pressão Máxima de **36 PSI**
- As lonas são compostas de seis camadas, sendo duas de Rayon, duas de aço e duas de Nylon
- As laterais têm lonas com duas camadas de Rayon

1.7. TIPOS DE SUSPENSÕES

O avanço tecnológico nas últimas décadas produziu inúmeros sistemas de suspensões ditos auto-ajustáveis, capazes de modificar seus parâmetros funcionais, mais especificamente a capacidade de suportar o veículo e manter o contacto do pneu com o solo, de acordo com as condições de andamento.

De um modo geral e de acordo com diversos autores, analisando todas as configurações actuais de suspensões podem-se classificá-las nas seguintes categorias:

- Suspensões passivas – são as convencionais, cujos parâmetros de rigidez e amortecimento são constante no tempo, embora possam ser variáveis com o seu movimento. Estas suspensões não recebem energia para o seu funcionamento.
- Suspensões de altura constante – são um primeiro estágio de automação, nas quais um sensor de altura produz uma autocorreção na carga do elemento elástico, voltando o veículo para a altura inicial. Estas suspensões são predominantemente pneumáticas sendo encontradas em autocarros e em alguns automóveis e camiões. Este sistema possui a vantagem de manter constante a altura do veículo, além de também manter as frequências da suspensão apesar das variações da carga.
- Suspensões semi-activas – são aquelas em que os parâmetros de rigidez e de amortecimento podem ser alterados por comando externo, com o suprimento de energia. Estes parâmetros podem ser alterados rapidamente em níveis discretos em resposta a condições de andamento, porém a volta para as condições iniciais pode não ser tão rápida assim.
- Suspensões activas – as suspensões ditas activas têm, além da mola e do amortecedor, um actuador controlado electronicamente, que em geral é hidropneumático. Estes são capazes de produzir as forças de suspensão necessárias em cada situação instantânea, em ampla faixa de frequências. O algoritmo de controlo lê os sinais das acelerações da massa suspensa e não-suspensa, o

deslocamento da suspensão e a carga dinâmica do pneu, e usa como resposta o critério da minimização das acelerações verticais.

Os sistemas activos podem ser definidos como actuadores que produzem força segundo uma lei de controlo que pode conter informações de qualquer parte do sistema (Sharp e Crolla, 1987). A sua determinação é feita de modo a minimizar uma função de optimização (custo), que representa o comportamento desejado do sistema.

CAPÍTULO 2

MODELO DINÂMICO DAS SUSPENSÕES

2.1. INTRODUÇÃO

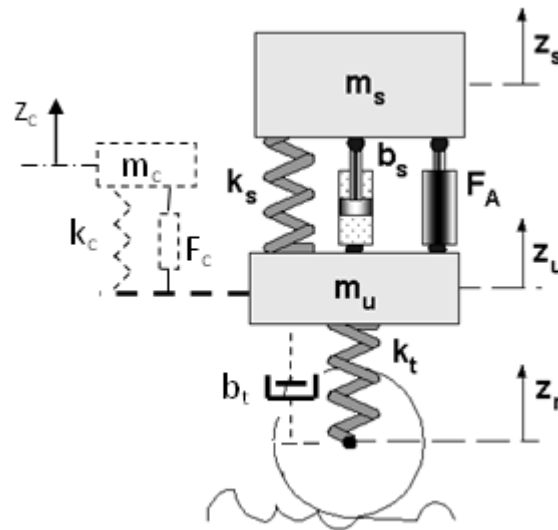


Figura 28 - Sistema de suspensão de um veículo automóvel com um modelo representando $\frac{1}{4}$ da massa suspensa do veículo.

Considerações Gerais

Na Figura 28 está representado o sistema de suspensão de um veículo automóvel com modelo representando $\frac{1}{4}$ da massa suspensa do veículo, em que estão representados todos os parâmetros possíveis para os diversos modelos:

- m_s , representa a massa suspensa do veículo;
- m_u , representa a massa não suspensa do veículo;
- m_c , representa uma massa relativamente pequena, que será incorporada num dos modelos estudados. Posteriormente do seu estudo se compreenderá o seu significado;
- F_A , refere-se a um actuador que poderá ser electromagnético, hidráulico ou pneumático;
- Os restantes elementos ($k_{x,s}$ e $b_{x,s}$) referem-se aos coeficientes de rigidez das molas e coeficientes de amortecimento dos amortecedores aplicados aos sistemas.

Têm-se representado também as posições verticais relativas dadas por:

- z_s , posição vertical da massa suspensa;
- z_u , posição vertical da massa não suspensa;
- z_c , posição vertical da massa auxiliar;

Antes de se começar a analisar os diversos modelos, existem algumas considerações que terão que ser tomadas em conta.

Uma primeira consideração é a de que os modelos dinâmicos das suspensões presentes neste trabalho, se destinam a sistemas com actuadores electromagnéticos, onde o atrito é suficiente baixo, podendo ser desprezado.

Uma outra consideração é a de que o coeficiente do amortecedor b_t , visível na Figura 28, que dissipa/gasta alguma energia ganha pelo sistema com as oscilações do piso, mas como esta energia “gasta” é relativamente pequena, então este amortecedor b_t também será desprezado (Martins, 2011).

As irregularidades da via de circulação são dadas por Z_r , trata-se de uma função sinusoidal de amplitude de uma polegada (aproximadamente 2,54cm). Obviamente que na realidade a via de circulação não se trata de uma sinusoidal, pelo contrário, trata-se de uma função irregular. Contudo é utilizada esta função com esta amplitude uma vez que esta permite a compreensão da análise dos resultados e por motivos de consistência, ou seja, para que se possam comparar resultados a níveis mundiais (Martins, 2011).

Nas secções seguintes os sistemas de equações lineares diferenciais de cada um dos sistemas serão representados com uma equação de espaço de estados e uma equação de saída, na forma mostrada em (2.1.1) e (2.1.2), onde aparecem duas matrizes de entrada: a matriz \mathbf{B} , associada a uma entrada de controlo \mathbf{u} e a matriz \mathbf{E} , associada à entrada da perturbação \mathbf{w} (Jamin 1995).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w} \quad (2.1.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{w} \quad (2.1.2)$$

O vector \mathbf{y} das saídas deverá ser escolhido tendo em vista a física do sistema, mas também de acordo com as variáveis que são importantes para a análise do desempenho da suspensão. Assim, as saídas mais importantes estão relacionadas com o conforto, a segurança e a viabilidade da própria suspensão, sendo estas definidas como:

- a aceleração da massa suspensa \ddot{z}_s - associada ao conforto dos passageiros;
- a deformação do pneu $(z_u - z_r)$ - associada à segurança do veículo;
- a posição relativa da massa suspensa e não suspensa $(z_s - z_u)$ - associada à viabilidade da própria suspensão.

Temos então os componentes do vector se saída:

$$\begin{aligned} y_1 &= \ddot{z}_s \\ y_2 &= (z_u - z_r) \\ y_3 &= (z_s - z_u) \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Considera-se neste trabalho, em termos de implementação, que não seria realizável para os tipos de suspensão em causa a utilização de actuadores hidráulicos ou pneumáticos. A principal razão é devido às suas características: valor e variância das forças de atrito.

Assim, no estudo destes modelos dinâmicos de suspensões, parte-se do princípio de que se destinam apenas a sistemas com actuadores electromagnéticos.



Figura 29 - Módulo dianteiro da suspensão de Bose.

O sistema Bose representado na Figura 29 usa um motor electromagnético linear (LEM) em cada roda no lugar de um conjunto convencional formado por amortecedor e mola. Os amplificadores fornecem electricidade aos motores, de tal forma que a sua energia é gerada a cada compressão do sistema. A vantagem principal dos motores é que eles não são limitados pela inércia inerente aos amortecedores convencionais dependentes de fluido. Como resultado, o LEM pode estender e comprimir numa velocidade muito maior, eliminando praticamente todas as vibrações no interior do carro. O movimento das rodas pode ser tão suavemente controlado que a estrutura do carro permanece no mesmo nível, independentemente do que está acontecendo com as rodas. O LEM também pode neutralizar o movimento do carro enquanto este está acelerando, travando ou fazendo curvas, dando ao motorista uma grande sensação de estabilidade (Harris, 1961).

2.2. SUSPENSÃO PASSIVA

As suspensões passivas são muito aplicadas devido ao seu baixo custo, fiabilidade e boa performance, quando devidamente optimizadas, para as vias de trânsito convencionais.

O que distingue a suspensão passiva dos outros tipos de suspensão é o facto de esta não ter nenhum actuador capaz de produzir uma força activa.

Esta é somente caracterizada por uma mola e um amortecedor que, no entanto, pode ser considerado como um actuador com a capacidade de produzir apenas forças de reacção.

Dado que os modelos dinâmicos das suspensões, presentes neste estudo, se destinam a ser aplicados em sistemas com actuadores electromagnéticos e que o atrito destes tem valores suficientemente baixos para poder ser desprezado, assumiu-se uma força de atrito nula.

No modelo da suspensão passiva, representado na Figura 30, b_s trata-se do coeficiente de amortecimento e k_s a rigidez da mola.

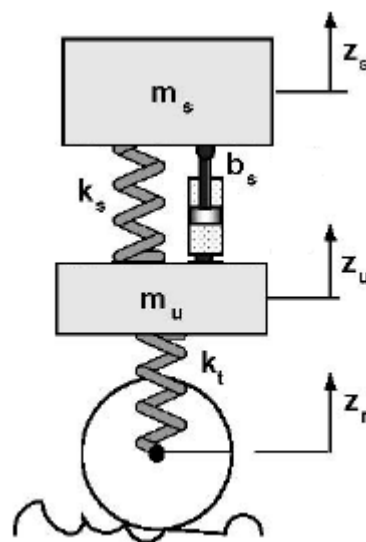


Figura 30 - Modelo da suspensão passiva.

Equações dinâmicas da suspensão passiva

A dinâmica da suspensão passiva de um veículo automóvel pode ser descrita pelo seguinte sistema de equações (2.2.1), tendo em conta que o atrito foi desprezado por razões anteriormente indicadas.

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) - b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \\ m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) + b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_t(z_u - z_r) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

Escolhendo as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s \\ x_2 &= \dot{z}_s \\ x_3 &= z_u \\ x_4 &= \dot{z}_u \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Desenvolvendo para que seja representado com a equação dinâmica, isto é a equação de espaço de estados e a equação de saída,

$$\begin{cases} m_s \dot{x}_2 = -k_s(x_1 - x_3) - b_s(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) \\ m_u \dot{x}_4 = k_s(x_1 - x_3) + b_s(\dot{x}_2 - \dot{x}_4) - k_t(x_3 - z_r) \end{cases} \quad (2.2.3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) - b_s(\dot{x}_2 - \dot{x}_4)}{m_s} \\ \dot{x}_4 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) - b_s(\dot{x}_2 - \dot{x}_4)}{m_u} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Considerando, numa primeira análise, que a única perturbação do sistema é constituída pelas irregularidades da via de circulação z_r , e tendo em consideração que

se trata de uma suspensão passiva, isto é sem qualquer tipo de controlo exterior, tem-se que o vector de entrada \mathbf{u} é nulo.

Assim, \mathbf{w} é a única entrada considerada na suspensão passiva, correspondente à perturbação e associada à matriz de entrada \mathbf{E} .

$$\mathbf{w} = [z_R] \quad (2.2.5)$$

O sistema de equações diferenciais (2.2.1) ao ser representado, na forma de equação de estado (2.1.1) e equação de saída (2.1.2) vem então:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & -(k_s + k_t) & -b_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [z_r] \quad (2.2.6)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [z_R] \quad (2.2.7)$$

Em baixo é representado na Figura 31 o diagrama de blocos, das relações entrada-saída, do modelo dinâmico da suspensão passiva.

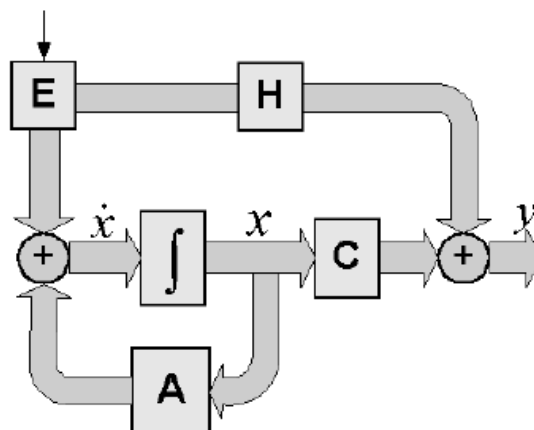


Figura 31 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão passiva.

2.3. SUSPENSÃO ACTIVA

A suspensão activa é caracterizada por ter um actuador F_A que funciona em conjunto com uma mola e um amortecedor. Neste caso, o actuador também deverá fornecer as forças de reacção, normalmente produzidas pelo amortecedor.

Também como na suspensão passiva, a suspensão activa neste estudo destina-se a sistemas com actuadores electromagnéticos e por esta razão despreza-se o atrito.

Na Figura 32 está representado o modelo da suspensão activa.

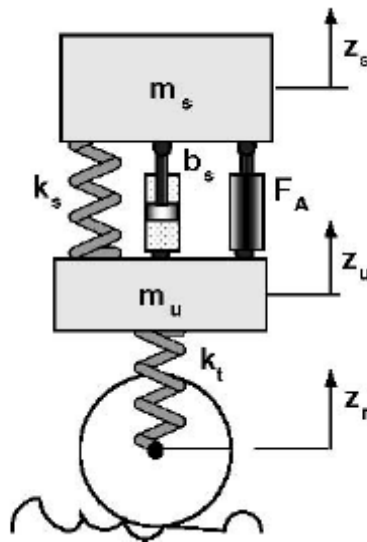


Figura 32 - Modelo da suspensão activa.

Equações dinâmicas da suspensão activa

A dinâmica da suspensão activa de um veículo automóvel pode ser descrita pelo seguinte sistemas de equações.

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) - b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + F_A \\ m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) + b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - F_A - k_t(z_u - z_r) \end{cases} \quad (2.3.1)$$

Escolhendo as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s \\ x_2 &= \dot{z}_s \\ x_3 &= z_u \\ x_4 &= \dot{z}_u \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Desenvolvendo para que seja representado com uma equação de espaço de estados e uma equação de saída,

$$\begin{cases} m_s \dot{x}_2 = -k_s(x_1 - x_3) - b_s(x_2 - x_4) + F_A \\ m_u \dot{x}_4 = k_s(x_1 - x_3) + b_s(x_2 - x_4) - F_A - k_t(x_3 - z_r) \end{cases} \quad (2.3.3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) - b_s(x_2 - x_4) + F_A}{m_s} \\ \dot{x}_4 = \frac{k_s(x_1 - x_3) + b_s(x_2 - x_4) - F_A - k_t(x_3 - z_r)}{m_u} \end{cases} \quad (2.3.4)$$

O sistema de equações diferenciais (2.3.1) ao ser representado, na forma de equação de estado (2.1.1) e equação de saída (2.1.2) vem então:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & -\frac{(k_s + k_t)}{m_u} & -\frac{b_s}{m_u} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [z_r] \quad (2.3.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [z_R] \quad (2.3.6)$$

Ao contrário da suspensão passiva, existe uma entrada de controlo, representada pela expressão (2.3.7), e, em consequência, existe também uma matriz de entrada, quando o sistema é representado na forma de equação de estado.

$$\mathbf{u} = [F_A] \quad (2.3.7)$$

O sistema de equações diferenciais (2.3.1) ao ser representado, na forma de equação de estado (2.1.1) e equação de saída (2.1.2), apresenta uma matriz de entrada \mathbf{B} não nula.

De acordo com (2.3.1), a matriz \mathbf{D} de ligação directa entre a entrada de controlo e a saída é nula, o que parece indicar a inexistência de uma ligação directa entre a força do actuador e a saída. No entanto, o conhecimento da física do sistema indica claramente a acção directa da força do actuador na aceleração da massa suspensa.

Assim, como no ponto 2.1, se se pretender que na saída existam derivadas de ordem superior à primeira, então a matriz \mathbf{D} não pode ser nula. Daqui, conclui-se que a força do actuador exerce uma acção directa nas derivadas das variáveis de saída com ordem superior à primeira. De qualquer modo, a matriz \mathbf{A} da dinâmica do sistema continua a ser igual à da suspensão passiva, expressa por (2.2.6).

É representado na Figura 33 o diagrama de blocos, das relações entrada-saída, do modelo dinâmico da suspensão activa.

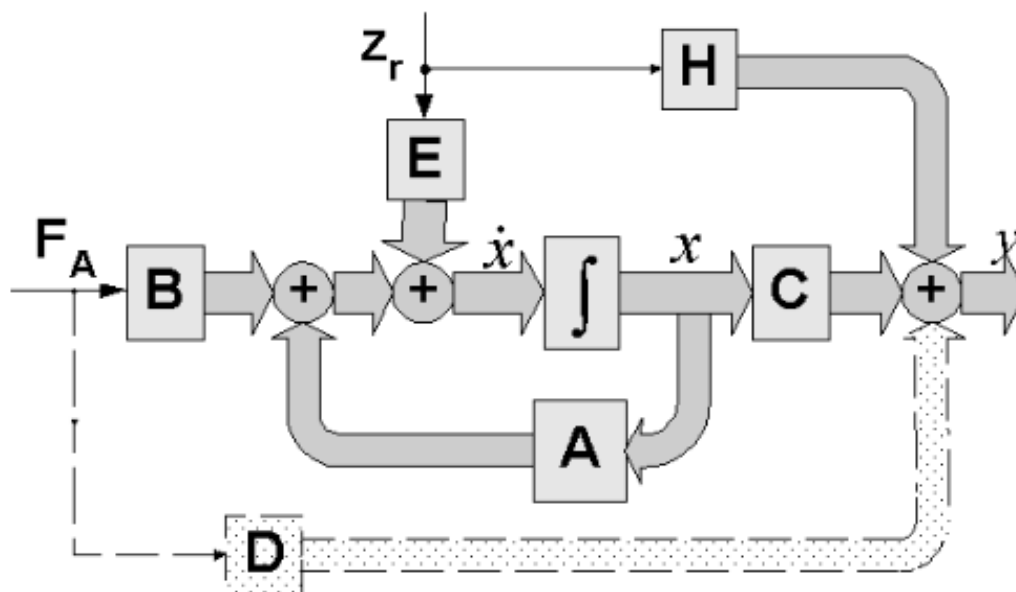


Figura 33 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão activa.

2.4. SUSPENSÃO PSEUDO – LEVITANTE

Considere-se que para este tipo de suspensões não seria realizável, em termos de implementação, com actuadores hidráulicos ou pneumáticos, principalmente devido às características: valor e variância das forças de atrito. Assim, no estudo destes modelos dinâmicos de suspensões, parte-se do princípio de que se destinam apenas a sistemas com actuadores electromagnéticos (Martins, 2001) e (Martins, 2006).

Na Figura 34 está representado o modelo da suspensão activa

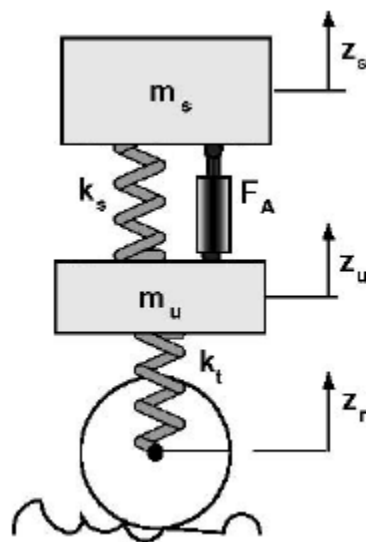


Figura 34 -- Modelo da suspensão Pseudo-Levitante.

Equações dinâmicas da suspensão Pseudo-Levitante

A dinâmica da suspensão Pseudo-Levitante de um veículo automóvel pode ser descrita pelo seguinte sistema de equações (Martins, 2001)

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) + F_A \\ m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) - F_A - k_t(z_u - z_r) \end{cases} \quad (2.4.1)$$

Escolhendo as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s \\ x_2 &= \dot{z}_s \\ x_3 &= z_u \\ x_4 &= \dot{z}_u \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Desenvolvendo para que seja representado com a equação dinâmica, isto é a equação de espaço de estados e a equação de saída,

$$\begin{cases} m_s \dot{x}_2 = -k_s(x_1 - x_3) + F_A \\ m_u \dot{x}_4 = k_s(x_1 - x_3) - F_A - k_t(x_3 - z_r) \end{cases} \quad (2.4.3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_3) + F_A}{m_s} \\ \dot{x}_4 = \frac{k_s(x_1 - x_3) - F_A - k_t(x_3 - z_r)}{m_u} \end{cases} \quad (2.4.4)$$

O sistema de equações diferenciais (2.4.1) ao ser representado, na forma de equação de estado (2.1.1) e equação de saída (2.1.2) vem então:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & 0 & \frac{k_s}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & 0 & -\frac{(k_s + k_t)}{m_u} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [z_r] \quad (3.3.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [z_R] \quad (2.4.6)$$

É representado na Figura 35 o diagrama de blocos, das relações entrada-saída, do modelo dinâmico da suspensão pseudo-levitante.

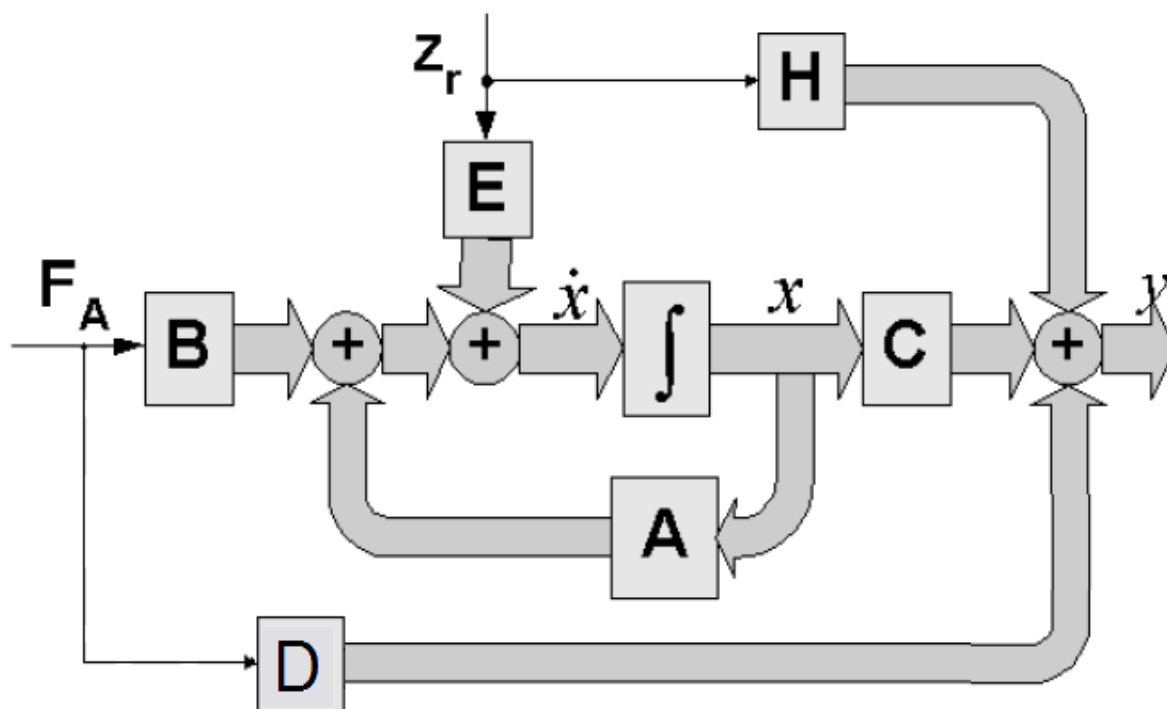


Figura 35 - Diagrama de blocos do modelo dinâmico da suspensão pseudo-levitante.

2.5. SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE COM ESTABILIZAÇÃO INDEPENDENTE DA MASSA NÃO SUSPENSA

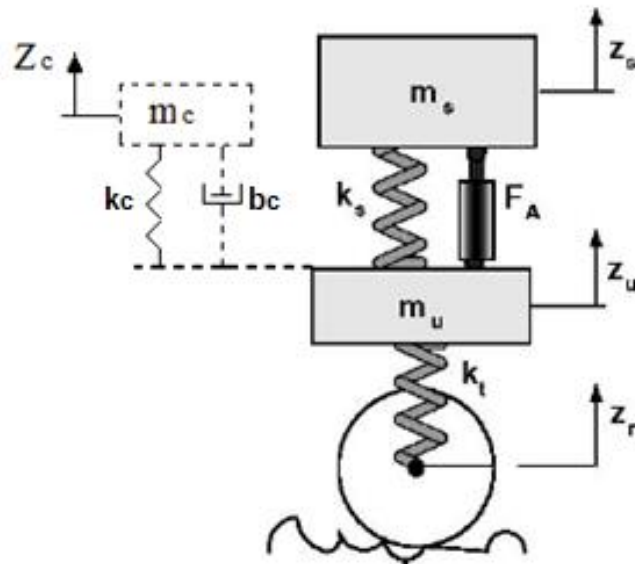


Figura 36 - Modelo da suspensão Pseudo-Levitante com dissipação da energia da massa não suspensa.

Dado que e apesar da suspensão Pseudo-Levitante apresentar óptimos resultados para a frequência de 1,2 Hz, para a frequência de 9 Hz há valores de enorme instabilidade tornando impraticável a aplicação deste tipo de suspensão. Desta forma propõe-se a utilização de um sistema de dissipação da energia da massa não suspensa e que não afecta a massa suspensa. Aplicando este sistema, ao sistema anterior, obtém-se um novo modelo de Suspensão Pseudo-Levitante. O objectivo da massa m_c é simplesmente dissipar a energia aplicada ao pneu.

Tenta-se, assim, resolver o problema da suspensão Pseudo-Levitante, embora não se tenham dados experimentais, mas unicamente resultados de simulação.

Considerações:

- $m_c \approx 5\%$ a 10% de m_u ;
- $f_{0c} \approx f_{0u}$ (frequência natural da auxiliar igual à frequência da massa não suspensa);
- $f_{0c} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_c}{m_c}} \Rightarrow$ retira-se o valor de k_c ;
- b_c , acha-se por método de tentativa e erro até se verificar $z_c - z_u \leq |50|$ mm

(Limite na qual a partir deste o sistema poderá ser realizável).

Equações dinâmicas da suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da Massa Não Suspensa

A dinâmica da suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente da energia da massa não suspensa de um veículo automóvel pode ser descrita pelo seguinte sistemas de equações (2.5.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) + F_A \\ m_c \ddot{z}_c = -k_c(z_c - z_u) - b_c(\dot{z}_c - \dot{z}_u) \\ m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) + F_A + k_c(z_c - z_u) + b_c(\dot{z}_c - \dot{z}_u) - k_t(z_u - z_r) \end{array} \right. \quad (2.5.1)$$

Escolhendo as seguintes variáveis de estado:

$$\begin{array}{l} x_1 = z_s \\ x_2 = \dot{z}_s \\ x_3 = z_c \\ x_4 = \dot{z}_c \\ x_5 = z_u \\ x_6 = \dot{z}_u \end{array} \quad (2.5.2)$$

Desenvolvendo para que seja representada a equação dinâmica, isto é a equação de espaço de estados e a equação de saída.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_s \dot{x}_2 = -k_s(x_1 - x_5) + F_A \\ m_c \dot{x}_4 = -k_c(x_3 - x_5) - b_c(\dot{x}_4 - \dot{x}_6) \\ m_u \dot{x}_6 = k_s(x_1 - x_5) - F_A + k_c(x_3 - x_5) + b_c(\dot{x}_4 - \dot{x}_6) - k_t(x_5 - Z_r) \end{array} \right. \quad (2.5.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2 = \frac{-k_s(x_1 - x_5) + F_A}{m_s} \\ \dot{x}_4 = \frac{-k_c(x_3 - x_5) - b_c(\dot{x}_4 - \dot{x}_6)}{m_c} \\ \dot{x}_6 = \frac{k_s(x_1 - x_5) - F_A + k_c(x_3 - x_5) + b_c(\dot{x}_4 - \dot{x}_6) - k_t(x_5 - Z_r)}{m_u} \end{array} \right. \quad (2.5.4)$$

O sistema de equações diferenciais (2.5.1) ao ser representado, na forma de equação de estado (2.1.1) e equação de saída (2.1.2), vem então:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_s}{m_s} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_s}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_c}{m_c} & \frac{-b_c}{m_c} & \frac{k_c}{m_c} & \frac{b_c}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & 0 & \frac{k_c}{m_u} & \frac{b_c}{m_u} & \frac{-(k_s + k_t + k_c)}{m_u} & \frac{b_c}{m_u} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} \cdot [z_r] \quad (2.5.5)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [F_A] + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [z_R] \quad (2.5.6)$$

É representado na Figura 37 o diagrama de blocos, das relações entrada-saída, do modelo dinâmico da suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da Massa não suspensa.

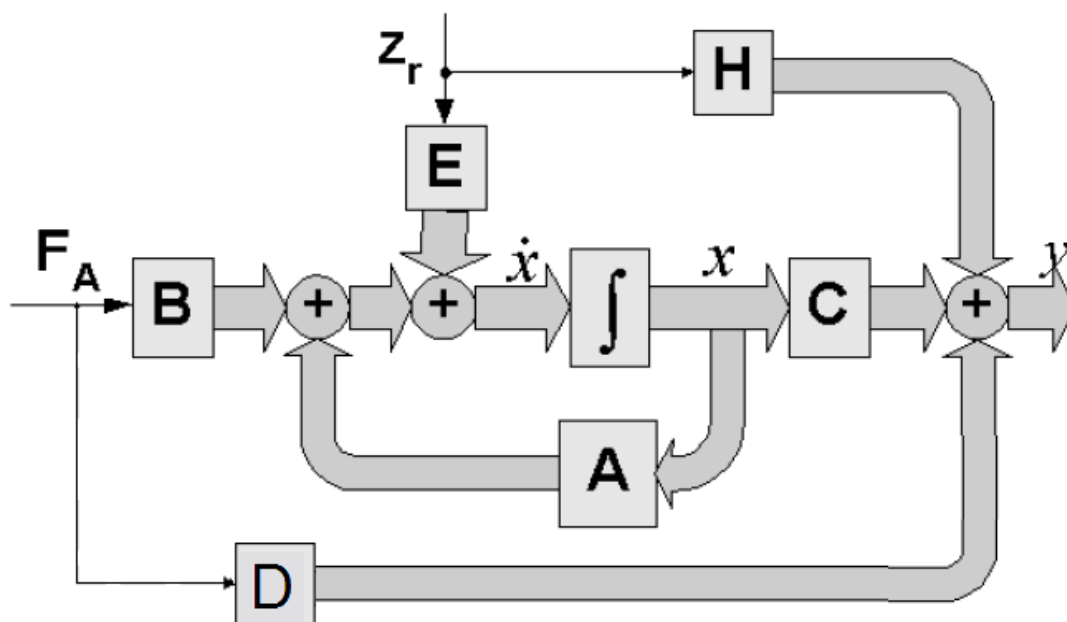


Figura 37 - Diagrama de Blocos do Modelo dinâmica da suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da massa não suspensa.

CAPÍTULO 3

INVESTIGAÇÃO DE CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE DAS SUSPENSÕES

3.1. CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE NA SUSPENSÃO PASSIVA

3.1.1. Controlabilidade de Estado

Sendo a matriz **A** da dinâmica da suspensão passiva (3.1.1), obtida da equação (2.1.6), e a matriz de entrada **B**, associada às irregularidades da via, dada por (3.1.2), a matriz da controlabilidade de estado **M_C** pode ser determinada como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & -\frac{(k_s + k_t)}{m_u} & -\frac{b_s}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

$$\mathbf{M}_C = [\mathbf{B}, \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^3 \cdot \mathbf{B}] \quad (3.1.3)$$

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_1 & -e_3 \\ 0 & e_1 & -e_3 & e_5 \\ 0 & \frac{k_t}{m_u} & -e_2 & e_4 \\ \frac{k_t}{m_u} & -e_2 & e_4 & e_6 \end{bmatrix} \quad (3.1.4)$$

Sendo os coeficientes $e_1 \dots e_6$ expressos como:

$$e_1 = \frac{b_s \cdot k_t}{m_s \cdot m_u} \quad (3.1.5)$$

$$e_2 = \frac{b_s \cdot k_t}{m_u^2} \quad (3.1.6)$$

$$e_3 = \frac{(b_s^2 + k_s \cdot m_u)m_s \cdot k_t + b_s^2 \cdot k_t \cdot m_u}{m_u^2 \cdot m_s^2} \quad (3.1.7)$$

$$e_4 = \frac{(b_s^2 - m_u \cdot k_t - k_s \cdot m_u)m_s \cdot k_t + b_s^2 \cdot k_t \cdot m_u}{m_u^3 \cdot m_s} \quad (3.1.8)$$

$$e_5 = \frac{x_{51} + 2 \cdot k_t \cdot b_s \cdot m_u \cdot (b_s^2 - k_s \cdot m_u) + b_s^3 \cdot k_t \cdot m_u^2}{m_s^3 \cdot m_u^3} \quad (3.1.9)$$

$$\text{Com, } x_{51} = (b_s^2 - m_u \cdot k_t - 2 \cdot k_s \cdot m_u) \cdot b_s \cdot k_t \cdot m_s^2 \quad (3.1.10)$$

$$e_6 = \frac{x_{61} + 2 \cdot k_t \cdot b_s \cdot m_u \cdot m_s \cdot (-b_s^2 + k_s \cdot m_u) - b_s^3 \cdot k_t \cdot m_u^2}{m_u^4 \cdot m_s^2} \quad (3.1.11)$$

$$\text{Com, } x_{61} = m_s^2 \cdot b_s \cdot k_t \cdot (-b_s^2 + 2 \cdot m_u \cdot k_t + 2 \cdot k_s \cdot m_u) \quad (3.1.12)$$

Sendo o determinante da matriz de controlabilidade de estado igual a:

$$|M_C| = \frac{k_s^2 \cdot k_t^4}{m_s^2 \cdot m_u^4} \quad (3.1.13)$$

e como k_s , k_t , m_s e m_u são todos diferentes de zero, pode concluir-se que a característica da matriz de controlabilidade é igual à ordem da matriz da dinâmica:

$$\rho(M_C) = 4 \quad (3.1.14)$$

De (3.1.14) pode concluir-se que todos os estados do sistema são controláveis.

3.1.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saída

Sendo a matriz \mathbf{A} da dinâmica da suspensão passiva (3.1.1), a matriz de entrada \mathbf{B} (3.1.2), associada às irregularidades da via, a matriz de saída \mathbf{C} (3.1.15), e a matriz do efeito directo da entrada sobre a saída \mathbf{H} , dada por (3.1.16), a controlabilidade no sentido entrada-saída pode ser determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.15)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1.16)$$

A matriz transferência é dada então por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.1.17)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} 2 \frac{s^2 \cdot k_s \cdot k_t}{\%1} \\ - \frac{(-s \cdot m_s + 2 \cdot s \cdot k_s - k_s)}{\%1} - 1 \\ \left(- \frac{(2 \cdot s \cdot k_s + s \cdot m_s - k_s)m_u}{\%1} + \frac{(-s \cdot m_s + 2 \cdot s \cdot k_s - k_s)m_u}{\%1} \right) \cdot k_t \\ \hline m_u \end{bmatrix} \quad (3.1.18)$$

$$\text{Com, } \%1 = 2 \cdot k_s \cdot s^2 \cdot m_u + 2 \cdot s \cdot m_s \cdot k_s + s \cdot m_s \cdot k_t - 2 \cdot k_s \cdot s \cdot k_t + k_s \cdot k_t \quad (3.1.19)$$

O limite de $\mathbf{G}(s)$ quando s tende para o infinito vem:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} -\frac{(2 \cdot k_s + m_s)k_t}{\%1} \\ \frac{2 \cdot k_s \cdot k_t}{\%1} \\ -\frac{(-m_s + 2 \cdot k_s)k_t}{\%1} \\ \frac{2 \cdot k_s \cdot k_t}{\%1} \end{bmatrix} \quad (3.1.20)$$

$$\text{Com, } \%1 = 2 \cdot k_s \cdot m_u + 2 \cdot m_s \cdot k_s + m_s \cdot k_s - 2 \cdot k_s \cdot k_t \quad (3.1.21)$$

Como $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0$, então $G(s)$ não é estritamente própria. O sistema não é controlável no sentido entrada saída.

3.1.3. Controlabilidade funcional

Como já calculado anteriormente $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0 \wedge \neq \text{constante}$

$G(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não apresenta controlabilidade funcional.

3.1.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov

Sendo a matriz \mathbf{A} da dinâmica da suspensão passiva, dada por (3.1.1), e \mathbf{Q} (3.1.22) uma matriz unitária com a mesma dimensão de \mathbf{A} , a estabilidade no sentido de Lyapunov é determinado da seguinte forma:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1.22)$$

A função defenida no MATLAB para estabilidade no sentido de Lyapunov é $P=\text{lyap}(A,Q)$.

Através da matriz de Lyapunov são calculados os determinantes da forma mostrada pelo Anexo I, e confirmado-se os valores são positivos. Assim, para um qualquer valor que não seja positivo, a suspensão não é estavel no sentido de Lyapunov.

Como se mostra no Anexo I, todos os determinantes são maiores que zero, $D1>0$, $D2>0$, $D3>0$, $D4>0$, $D5>0$, $D6>0$ e $D7>0 \Rightarrow P$ é definida positiva, o sistema é estável no sentido de Lyapunov

3.2. CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE NA SUSPENSÃO ACTIVA

3.2.1. Controlabilidade de Estado

Sendo a matriz \mathbf{A} da dinâmica da suspensão activa (3.2.1), obtida da equação (2.2.6), e a matriz de entrada \mathbf{B} , associada à força do actuador, dada por (3.2.2), a matriz da controlabilidade de estado \mathbf{M}_C pode ser determinada como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & -\frac{(k_s + k_t)}{m_u} & -\frac{b_s}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.2.1)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{m_s} \\ 0 \\ \frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.2.2)$$

$$\mathbf{M}_C = [\mathbf{B}, \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^3 \cdot \mathbf{B}] \quad (3.2.3)$$

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} & -e_1 & -e_2 \\ \frac{1}{m_s} & -e_1 & -e_2 & \frac{e_3}{m_s} \\ 0 & -\frac{1}{m_u} & \frac{e_1 m_s}{m_u} & e_4 \\ -\frac{1}{m_u} & \frac{e_1 m_s}{m_u} & e_4 & -\frac{e_5}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

Sendo os coeficientes $e_1 \dots e_5$ expressos como:

$$e_1 = \frac{b_s(m_s + m_u)}{m_s^2 \cdot m_u} \quad (3.2.5)$$

$$e_2 = \frac{k_s(m_s + m_u)}{m_s^2 \cdot m_u} - e_1^2 \cdot m_s \quad (3.2.6)$$

$$e_3 = e_1 \left[\frac{2 \cdot k_s(m_s + m_u)}{m_u} - e_1^2 \cdot m_s^3 \right] + \frac{b_s \cdot k_t}{m_u^2} \quad (3.2.7)$$

$$e_4 = \frac{k_s(m_s + m_u)}{m_u^2 \cdot m_s} - \frac{k_t}{m_u^2} - \frac{e_1^2 \cdot m_s^2}{m_u} \quad (3.2.8)$$

$$e_5 = e_3 + e_1 \frac{k_t \cdot m_s}{m_u} \quad (3.2.9)$$

Sendo o determinante da matriz de controlabilidade de estado igual a:

$$|M_c| = \frac{k_t^2}{m_s^2 \cdot m_u^4} \quad (3.2.10)$$

e como k_t , m_s e m_u são todos diferentes de zero, pode concluir-se que a característica da matriz de controlabilidade é igual à ordem da matriz da dinâmica:

$$\rho(M_c) = 4 \quad (3.2.11)$$

De (3.2.11) pode concluir-se que todos os estados do sistema são controláveis.

3.2.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saída

Sendo a matriz **A** da dinâmica da suspensão passiva (3.2.1), a matriz de entrada **B**, associada à força do actuador, dada por (3.2.2), a matriz de saída **C** (3.2.12), e a matriz do efeito directo da entrada sobre a saída **D**, dada por (3.2.13), a controlabilidade no sentido entrada-saída pode ser determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.12)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.13)$$

A matriz transferência é dada então por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.2.13)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-m_u \cdot s^4 + k_t \cdot s^2}{\%1} \\ \frac{m_s^2}{\%1} - 1 \\ \frac{-(m_s + m_u)s^2 - k_t}{\%1} \end{bmatrix} \quad (3.2.14)$$

$$\text{Com, } \%1 = m_u \cdot m_s \cdot s^4 + (b_s \cdot m_s + b_s \cdot m_u)s^3 + (k_s \cdot m_s + k_t \cdot m_s + k_s \cdot m_u)s^2 + b_s \cdot k_t \cdot s + k_s \cdot k_t \quad (3.2.15)$$

O limite de $\mathbf{G}(s)$ quando s tende para o infinito vem:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_s} \\ -m_s \\ k_s \cdot m_s + k_t \cdot m_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.16)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0$$

Como $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0$, então $\mathbf{G}(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não é controlável no sentido entrada saída. Ainda que para a saída correspondente à deslocação da suspensão o $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) = 0$, mas o sistema como um todo é dito como não controlável no sentido entrada saída.

3.2.3. Controlabilidade funcional

Como já calculado anteriormente $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) \neq 0 \wedge \neq \text{constante}$

$G(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não apresenta controlabilidade funcional.

3.2.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov

Sendo a matriz \mathbf{A} da dinâmica da suspensão activa, dada por (3.2.1), e \mathbf{Q} (3.2.17) uma matriz unitária com a mesma dimensão de \mathbf{A} , a estabilidade no sentido de Lyapunov é determinado da seguinte forma:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.17)$$

A função defenida no MATLAB para estabilidade no sentido de Lyapunov é $P = \text{lyap}(\mathbf{A}, \mathbf{Q})$.

Através da matriz de Lyapunov são calculados os determinates da forma como se mostra no anexo II, e confirmado se os valores são positivos. Para um qualquer valor que não seja positivo, a suspensão não é estavel no sentido de Lyapunov.

Como se mostra no Anexo II, todos os determinantes são maiores que zero, $D1 > 0$, $D2 > 0$, $D3 > 0$, $D4 > 0$, $D5 > 0$, $D6 > 0$ e $D7 > 0 \Rightarrow P$ é definida positiva, o sistema é estável no sentido de Lyapunov.

3.3. CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE NA SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE

3.3.1. Controlabilidade de Estado

Sendo a matriz **A** da dinâmica da suspensão pseudo-levitante (3.3.1), obtida da equação (2.2.6), e a matriz de entrada **B**, associada à força do actuador, dada por (3.3.2), a matriz da controlabilidade de estado **M_C** pode ser determinada como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_s}{m_s} & 0 & \frac{K_s}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_s}{m_u} & 0 & -\frac{(K_s + K_t)}{m_u} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.3.2)$$

$$\mathbf{M}_C = [\mathbf{B}, \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{B}, \mathbf{A}^3 \cdot \mathbf{B}] \quad (3.3.3)$$

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -\frac{k_s}{m_s^2} - \frac{k_s}{m_s m_u} \\ \frac{1}{m_s} & 0 & -\frac{k_s}{m_s^2} - \frac{k_s}{m_s m_u} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{k_s + k_t}{m_u^2} + \frac{k_s}{m_s m_u} \\ -\frac{1}{m_u} & 0 & \frac{k_s + k_t}{m_u^2} + \frac{k_s}{m_s m_u} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

Sendo o determinante da matriz de controlabilidade de estado igual a:

$$|M_C| = \frac{k_t^2}{m_s^2 \cdot m_u^4} \quad (3.3.5)$$

e como k_t , m_s e m_u são todos diferentes de zero, pode concluir-se que a característica da matriz de controlabilidade é igual à ordem da matriz da dinâmica:

$$\rho(M_C) = 4 \quad (3.3.6)$$

De (3.3.6) pode concluir-se que todos os estados do sistema são controláveis.

3.3.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saída

Sendo a matriz \mathbf{A} (3.3.1) da dinâmica da suspensão pseudo-levitante, a matriz de entrada \mathbf{B} , associada à força do actuador, dada por (3.3.2), a matriz de saída \mathbf{C} (3.3.7), e a matriz do efeito directo da entrada sobre a saída \mathbf{D} , dada por (3.3.8), a controlabilidade no sentido entrada-saída pode ser determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.7)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.8)$$

A matriz transferência é dada então por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.3.9)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{m_u \cdot s^4 + k_t \cdot s^2}{\%1} \\ -\frac{m_s}{\%1} - 1 \\ \frac{+(m_s + m_u)s^2 + k_t}{\%1} \end{bmatrix} \quad (3.3.10)$$

$$\text{Com, } \%1 = m_s \cdot m_u \cdot s^4 + (k_s \cdot m_s + k_t \cdot m_s + k_s \cdot m_u)s^2 + k_s \cdot k_t \quad (3.3.11)$$

O limite de $\mathbf{G}(s)$ quando s tende para o infinito vem:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ -m_s \\ \frac{k_s m_s + k_t m_s}{k_s m_s + k_t m_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.3.12)$$

Como $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0$, então $\mathbf{G}(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não é controlável no sentido entrada saída.

3.3.3. Controlabilidade funcional

Como já calculado anteriormente $\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) \neq 0 \wedge \neq \text{constante}$

$\mathbf{G}(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não apresenta controlabilidade funcional.

3.3.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov

Sendo a matriz \mathbf{A} a dinâmica da suspensão pseudo-levitante, dada por (3.3.1), e \mathbf{Q} (3.3.14) uma matriz unitária com a mesma dimensão de \mathbf{A} , a estabilidade no sentido de Lyapunov é determinado da seguinte forma:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.14)$$

A função definida no MATLAB para estabilidade no sentido de Lyapunov é $P = \text{lyap}(\mathbf{A}, \mathbf{Q})$.

Através da matriz de Lyapunov são calculados os determinantes da forma mostrada no Anexo III, e confirmado se os valores são positivos. Para um qualquer valor que não seja positivo a suspensão não é estável no sentido de Lyapunov.

Como se mostra no Anexo III, o elemento P_{11} da matriz \mathbf{P} é negativo, então a matriz \mathbf{P} é definida negativa, o sistema é instável no sentido Lyapunov.

3.4. CONTROLABILIDADE E ESTABILIDADE DA SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE COM ESTABILIZAÇÃO INDEPENDENTE DA MASSA NÃO-SUSPENSA

3.4.1. Controlabilidade de Estado

Sendo a matriz \mathbf{A} (3.4.1) da dinâmica da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não-suspensa, obtida da equação (2.3.5), e a matriz de entrada \mathbf{B} , associada à força do actuador, dada por (3.4.2), a matriz da controlabilidade de estado \mathbf{M}_C pode ser determinada como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_s}{m_s} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_s}{m_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_c}{m_c} & \frac{-b_c}{m_c} & \frac{k_c}{m_c} & \frac{b_c}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & 0 & \frac{k_c}{m_u} & \frac{b_c}{m_u} & \frac{-(k_s + k_t + k_c)}{m_u} & \frac{b_c}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_s} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{m_u} \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

$$\mathbf{M}_C = [\mathbf{B}, \mathbf{A}.\mathbf{B}, \mathbf{A}^2.\mathbf{B}, \mathbf{A}^3.\mathbf{B}] \quad (3.4.3)$$

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{m_s} & 0 & e_1 & \frac{b_c \cdot k_s}{m_s \cdot m_u^2} & e_6 \\ \frac{1}{m_s} & 0 & e_1 & \frac{b_c k_s}{m_s m_u^2} & e_6 & e_9 \\ 0 & 0 & -\frac{b_c}{m_c m_u} & e_2 & e_4 & e_7 \\ 0 & -\frac{b_c}{m_c m_u} & e_2 & e_4 & e_7 & e_{10} \\ 0 & -\frac{1}{m_u} & \frac{b_c}{m_u^2} & e_3 & e_5 & e_8 \\ -\frac{1}{m_u} & -\frac{k_c}{m_u} & e_3 & e_5 & e_8 & e_{11} \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

Sendo os coeficientes $e_1 \dots e_{11}$ expressos como:

$$e_1 = -\frac{k_s}{m_s^2} - \frac{k_s}{m_s \cdot m_u} \quad (3.4.5)$$

$$e_2 = \frac{(b_c^2 - k_c \cdot m_c) m_u + b_c^2 \cdot m_c}{m_c^2 \cdot m_u^2} \quad (3.4.6)$$

$$e_3 = \frac{(k_c \cdot m_c \cdot m_u - b_c^2 \cdot m_u - b_c^2 \cdot m_c + k_s \cdot m_c \cdot m_u + k_t \cdot m_c \cdot m_u) m_s + k_s \cdot m_c \cdot m_u^2}{m_c \cdot m_u^2 \cdot m_s} \quad (3.4.7)$$

$$e_4 = \frac{2 \cdot b_c \cdot m_u}{m_c^2 \cdot m_u} \cdot e_3 - \frac{b_c^3 (m_u^2 + m_c^2)}{m_c^3 \cdot m_u^3 \cdot m_s} \quad (3.4.8)$$

$$e_5 = \frac{(x_{51} - x_{52} - 2 \cdot b_c \cdot k_t \cdot m_c^2 \cdot m_u) m_s + x_{53}}{m_c^2 \cdot m_u^4 \cdot m_s} \quad (3.4.9)$$

Com,

$$x_{51} = b_c^3 \cdot m_c^2 + b_c^3 \cdot m_u^2 + 2 \cdot b_c^3 \cdot m_c \cdot m_u \quad (3.4.10)$$

$$x_{52} = 2 \cdot b_c \cdot k_c \cdot m_c \cdot m_u^2 - 2 \cdot b_c \cdot k_c \cdot m_c^2 - 2 \cdot b_c \cdot k_s \cdot m_c^2 \cdot m_u \quad (3.4.11)$$

$$x_{53} = b_c \cdot k_s \cdot m_c^2 \cdot m_u^2 \quad (3.4.12)$$

$$e_6 = \frac{k_s \cdot m_s}{m_u \cdot m_s^2} \cdot e_3 + \frac{k_s^2 \cdot m_c \cdot m_u^3}{m_c \cdot m_u^3 \cdot m_s^3} \quad (3.4.13)$$

$$e_7 = \frac{x_{71} + x_{72} - x_{73} - 2 \cdot b_c^2 \cdot m_u \cdot m_c^3 \cdot m_s (k_s + k_t) + x_{74}}{m_c^4 \cdot m_u^4 \cdot m_s} \quad (3.4.14)$$

Com,

$$x_{71} = b_c^4 \cdot m_s (m_c^3 + m_u^3 + 3 \cdot m_u^2 \cdot m_c + 3 \cdot m_u) \quad (3.4.15)$$

$$x_{72} = k_c^2 \cdot m_s (m_c^2 \cdot m_u^3 + m_u^2 \cdot m_c^3) \quad (3.4.16)$$

$$x_{73} = 3 \cdot b_c^2 \cdot k_c \cdot m_s (m_c \cdot m_u^3 + m_u \cdot m_c^3) \quad (3.4.17)$$

$$x_{74} = m_u^2 \cdot m_c^2 \cdot m_s (k_c \cdot k_s + k_c \cdot k_t \cdot m_c - 6 \cdot b_c^2 \cdot k_c - b_c^2 \cdot k_s - b_c^2 \cdot k_t) - k_s \cdot m_c^2 \cdot m_u^2 (b_c^2 \cdot m_c + b_c^2 \cdot m_u - k_c \cdot m_c \cdot m_u) \quad (3.4.18)$$

$$e_8 = \frac{[b_c^3 (m_c^2 + m_u^2 + 2 \cdot m_c \cdot m_u) - x_{81}] m_s - x_{82}}{m_c^2 \cdot m_u^4 \cdot m_s} \quad (3.4.19)$$

Com,

$$x_{81} = 2 \cdot b_c \cdot m_c \cdot m_u (k_c \cdot m_u + k_c \cdot m_c + k_s \cdot m_c + k_t \cdot m_c) \quad (3.4.20)$$

$$x_{82} = b_c \cdot k_s \cdot m_c^2 \cdot m_u^2 \quad (3.4.21)$$

$$e_9 = \frac{k_s \cdot e_8}{m_s} \quad (3.4.22)$$

$$e_{10} = \frac{(x_{101} + x_{102} + x_{103} + x_{104} + x_{105}) m_s^2 + x_{106} \cdot m_s + x_{107}}{m_c^5 \cdot m_u^5 \cdot m_s^2}; \quad (3.4.23)$$

Com,

$$x_{101} = -b_c^5 (m_c^4 + 4 \cdot m_c^3 \cdot m_u + 6 \cdot m_c^2 \cdot m_u^2 + 4 \cdot m_c \cdot m_u^3 + m_u^4) \quad (3.4.24)$$

$$x_{102} = b_c^3 \cdot k_c (4 \cdot m_c^4 \cdot m_u + 12 \cdot m_c^3 \cdot m_u^2 + 12 \cdot m_c^2 \cdot m_u^3 + 4 \cdot m_c \cdot m_u^4) \quad (3.4.25)$$

$$x_{103} = 3 \cdot b_c^3 \cdot m_c^4 \cdot m_u (k_s + k_t) + 4 \cdot b_c^3 \cdot k_t \cdot m_c^3 \cdot m_u^2 (k_s + k_t) + b_c^3 \cdot m_c^2 \cdot m_u^3 (k_s + k_t) \quad (3.4.26)$$

$$x_{104} = -b_c \cdot m_c^4 \cdot m_u^2 (3 \cdot k_c^2 + 4 \cdot k_c \cdot k_s + 4 k_c \cdot k_t + k_s^2 + 2 k_s \cdot k_t + k_t^2) \quad (3.4.27)$$

$$x_{105} = -b_c \cdot m_c^3 \cdot m_u^3 (6 \cdot k_c^2 + 2 \cdot k_c \cdot k_s + 2 \cdot k_c \cdot k_t) - 3 \cdot b_c \cdot k_c^2 \cdot m_c^2 \cdot m_u^4 \quad (3.4.28)$$

$$x_{106} = b_c^3 \cdot k_s (m_c^2 \cdot m_u^4 + 2 \cdot m_c^3 \cdot m_u^3 + m_c^4 \cdot m_u^2) - 2 \cdot b_c \cdot k_s (k_s \cdot m_c^4 \cdot m_u^3 + k_c \cdot m_c^3 \cdot m_u^4 + k_c \cdot m_c^4 \cdot m_u^3) - b_c \cdot k_s \cdot k_t \cdot m_c^4 \cdot m_u^3 \quad (3.4.29)$$

$$x_{107} = -b_c \cdot k_s^2 \cdot m_c^4 \cdot m_u^4 \quad (3.4.30)$$

$$e_{11} = \frac{(x_{101} - x_{102} + x_{111} + x_{112} + x_{113})m_s^2 + x_{114}.m_s + b_c.k_s^2.m_c^4.m_u^4}{m_c^4.m_u^6.m_s^2} \quad (3.4.31)$$

Com,

$$x_{111} = -4.b_c^3.m_c^4.m_u(k_s + k_t) - 2.b_c^3.m_c^2.m_u^3(k_s + k_t) - 6.b_c^3.m_c^3.m_u^2(k_s + k_t) \quad (3.4.32)$$

$$x_{112} = b_c.m_c^4.m_u^2(3.k_c^2 + 6.k_c.k_s + 6.k_c.k_t + 3.k_s^2 + 6.k_s.k_t + 3.k_t^2) \quad (3.4.33)$$

$$x_{113} = b_c.k_c.m_c^3.m_u^3(6.k_c + 4.k_s + 4.k_t) + 3.b_c.k_c^2.m_c^2.m_u^2 \quad (3.4.34)$$

$$x_{114} = -b_c^3.k_s(m_c^2.m_u^4 + 2.m_c^3.m_u^3 + m_c^4.m_u^2) + 2.b_c.k_s(2.k_s.m_c^4.m_u^3 + k_c.m_c^3.m_u^4 + k_c.m_c^4.m_u^3 + k_t.m_c^4.m_u^3) \quad (3.4.35)$$

Sendo o determinante da matriz de controlabilidade de estado igual a:

$$|M_C| = -\frac{k_c^4.k_t^2}{m_s^2.m_c^4.m_u^6} \quad (3.4.36)$$

e como k_t, k_c, m_s, m_c e m_u são todos diferentes de zero, pode concluir-se que a característica da matriz de controlabilidade é igual à ordem da matriz da dinâmica:

$$\rho(M_C) = 6 \quad (3.4.37)$$

De (3.4.37) pode concluir-se que todos os estados do sistema são controláveis.

3.4.2. Controlabilidade no sentido Entrada-Saída

Sendo a matriz \mathbf{A} (3.4.1) a dinâmica da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa, obtida da equação (2.4.5), a matriz de entrada \mathbf{B} , associada à força do actuador, dada por (3.4.2), a matriz de saída \mathbf{C} (3.4.38), e a matriz do efeito directo da entrada sobre a saída \mathbf{D} , dada por (3.4.39), a controlabilidade no sentido entrada-saída pode ser determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.38)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.39)$$

A matriz transferência é dada então por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.4.40)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{m_c \cdot m_u \cdot s^5 + b_c(m_c + m_u)s^4 + (k_c \cdot m_c + k_t \cdot m_c)s^3 + b_c \cdot k_t \cdot s^2}{\%1} \\ -m_s \frac{m_c \cdot s^3 + b_c \cdot s^2}{\%1} - 1 \\ \frac{m_c(m_c + m_u)s^3 + b_c(m_c + m_s + m_u)s^2 + (k_c \cdot m_c + m_c \cdot k_t)s + b_c \cdot k_t}{\%1} \end{bmatrix} \quad (3.4.41)$$

$$\text{Com}\%1 = m_c \cdot m_s \cdot m_u \cdot s^5 + (b_c \cdot m_c \cdot m_s + b_c \cdot m_s \cdot m_u)s^4 + (k_c \cdot m_c \cdot m_s + k_s \cdot m_c \cdot m_s + k_t \cdot m_c \cdot m_s + k_s \cdot m_c \cdot m_u)s^3 + (b_c \cdot k_s \cdot m_c + b_c \cdot k_s \cdot m_s + b_c \cdot k_t \cdot m_s + b_c \cdot k_s \cdot m_u)s^2 + m_c(k_c \cdot k_s + k_s \cdot k_t)s + b_c \cdot k_s \cdot k_t \quad (3.4.42)$$

O limite de $\mathbf{G}(s)$ quando s tende para o infinito vem:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_s} \\ -\frac{m_c \cdot m_s}{k_c \cdot m_c \cdot m_s + k_s \cdot m_c \cdot m_s + k_t \cdot m_c \cdot m_s} - 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.43)$$

Como $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) \neq 0$, então $G(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não é controlável no sentido entrada saída.

3.4.3. Controlabilidade funcional

Como já calculado anteriormente $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) \neq 0 \wedge \neq$ constante

$G(s)$ não é estritamente própria.

O sistema não apresenta controlabilidade funcional.

3.4.4. Estabilidade no sentido de Lyapunov

Sendo a matriz \mathbf{A} (3.4.1) a dinâmica da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa, obtida da equação (2.4.5), e \mathbf{Q} (3.4.43) uma matriz unitária com a mesma dimensão de \mathbf{A} , a estabilidade no sentido de Lyapunov é determinado da seguinte forma:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.43)$$

A função definida no MATLAB para estabilidade no sentido de Lyapunov é $P = \text{lyap}(\mathbf{A}, \mathbf{Q})$.

Através da matriz de Lyapunov são calculados os determinantes da forma mostrada no anexo IV, e confirmado se os valores são positivos. Para um qualquer valor que não seja positivo a suspensão não é estável no sentido de Lyapunov.

Como se mostra no Anexo IV, todos os determinantes são maiores que zero, $D_1 > 0$, $D_2 > 0$, $D_3 > 0$, $D_4 > 0$, $D_5 > 0$, $D_6 > 0$, $D_7 > 0$, $D_8 > 0$, $D_9 > 0$, $D_{10} > 0$ e $D_{11} > 0 \Rightarrow P$ é definida positiva, o sistema é estável no sentido de Lyapunov.

3.4.5. A Matriz de Transferência

Determinadas as condições de estabilidade dos estados do sistema pode analisar-se o mesmo numa perspectiva entrada-saída. Como se trata de uma suspensão Pseudo-Levitante, temos para além da entrada devida à perturbação $w = z_r$ uma entrada de controlo explícita, $u = F_A$. Contudo, o que se pretende neste ponto é estudar o controlo da suspensão Pseudo-Levitante com Estabilização Independente da Massa Não-Suspensa em função somente da entrada de controlo F_A e desta forma a matriz de transferência da suspensão é dada por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.4.56)$$

onde \mathbf{A} e \mathbf{B} foram obtidos da equação (2.4.5) e \mathbf{D} é o vector (2.3.8). Sendo

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{z_s s^2}{F_A} \\ \frac{z_u - z_r}{F_A} \\ \frac{z_s - z_u}{F_A} \end{bmatrix} \quad (3.4.57)$$

por forma a se poder avaliar a resposta do sistema quanto à aceleração da massa suspensa, deformação do pneu e distância entre a massa suspensa e a não suspensa.

A aceleração da massa suspensa não está contida na equação de estado (2.4.5), podendo ser obtida na equação de saída por substituição das variáveis de estado. Isto é, de (2.4.1)

$$\ddot{z}_s = \frac{-k_s(z_s - z_u) + F_A}{m_s} \quad (3.4.58)$$

podendo obter-se uma matriz **C** adequada

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\frac{k_s}{ms} & 0 & 0 & 0 & \frac{k_s}{ms} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.59)$$

A matriz de transferência também pode ser obtida, exprimindo o estado do sistema com a matriz polinomial de Rosenbrock (Vardulakis, 1991):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) & \mathbf{B}(s) \\ -\mathbf{C}(s) & \mathbf{D}(s) \end{bmatrix} \quad (3.4.60)$$

onde $\mathbf{A}(s) = s\mathbf{I} - \mathbf{A}$, sendo a matriz de transferência dada por:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (3.4.61)$$

Assim, para obter o vector de saída pretendido (3.4.57), tem-se:

$$\mathbf{C}(s) = \begin{bmatrix} 0 & s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.62)$$

Assim, de (3.4.61)

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{P(s)} \begin{bmatrix} m_c \cdot m_u \cdot s^6 + (b_c \cdot m_c + b_c \cdot m_u)s^5 + (k_c \cdot m_c + k_t \cdot m_c + k_c \cdot m_u)s^4 + x_1 \\ -(m_c \cdot m_s)s^4 + b_c \cdot m_s s^3 + k_c \cdot m_s s^2 \\ (m_c \cdot m_s + m_c \cdot m_u)s^4 + (b_c \cdot m_c + b_c \cdot m_s + b_c \cdot m_u)s^3 + x_2 + b_c \cdot k_t \cdot s + k_c \cdot k_t \end{bmatrix} \quad (3.4.63)$$

Com,

$$x_1 = b_c \cdot k_t \cdot s^3 + k_c \cdot k_t \cdot s^2 \quad (3.4.64)$$

$$x_2 = (k_c \cdot m_c + k_c \cdot m_s + k_t \cdot m_c + k_c \cdot m_u)s^2 \quad (3.4.65)$$

onde $P(s)$ é o polinómio característico dado por:

$$P(s) = m_c \cdot m_s \cdot m_u \cdot s^6 + (b_c \cdot m_c \cdot m_s + b_c \cdot m_s \cdot m_u) s^5 + (k_c \cdot m_c \cdot m_s + k_s \cdot m_c \cdot m_s + k_t \cdot m_c \cdot m_s + k_c \cdot m_s \cdot m_u + k_s \cdot m_c \cdot m_u) s^4 + (b_c \cdot k_s \cdot m_c + b_c \cdot k_s \cdot m_s + b_c \cdot k_t \cdot m_s + b_c \cdot k_s \cdot m_u) s^3 + (k_c \cdot k_s \cdot m_c + k_c \cdot k_s \cdot m_s + k_c \cdot k_t \cdot m_s + k_s \cdot k_t \cdot m_c + k_c \cdot k_s \cdot m_u) s^2 + b_c \cdot k_s \cdot k_t \cdot s + k_c \cdot k_s \cdot k_t \quad (3.4.66)$$

Exprimindo os parâmetros da suspensão, em relação a m_s , como:

$$\alpha = \frac{m_u}{m_s}; \beta = \frac{b_c}{m_s}; \kappa = \frac{k_s}{m_s}; \chi = \frac{k_t}{m_s}; \lambda = \frac{m_c}{m_s}; \sigma = \frac{k_c}{m_s}; \quad (3.4.67)$$

Substituindo (3.4.67) em (3.4.63) obtém-se as funções de transferência expressas em parâmetros relativos:

$$g1(s) = \frac{\sigma \cdot \alpha \cdot s^6 + \beta(\sigma + \alpha)s^5 + (\lambda \cdot \sigma + \chi \cdot \sigma + \lambda \cdot \alpha)s^4 + \beta \cdot \chi \cdot s^3 + \lambda \cdot \chi \cdot s^2}{P(s)} \quad (3.4.68)$$

$$g2(s) = \frac{-\sigma \cdot s^4 + \beta \cdot s^3 + \lambda \cdot s^2}{P(s)} \quad (3.4.69)$$

$$g3(s) = \frac{\sigma(1 + \alpha)s^4 + \beta(\sigma + 1 + \alpha)s^3 + \lambda(\sigma + 1 + \chi + \alpha)s^2 + \beta \cdot \chi \cdot s + \lambda \cdot \chi}{P(s)} \quad (3.4.70)$$

3.4.6. Resposta em frequência

A resposta em frequência da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não-suspensa pode ser visualizada com a utilização de diagramas de Bode. A partir das funções de transferência em malha fechada, expressas por (3.4.68) a (3.4.70), obteve-se os diagramas de Bode mostrados nos gráficos 3.4.1 a 3.4.3, para os valores dados: $\alpha=0,2$, $\kappa=57,97$, $\chi=655,17$, $\lambda=0,155$, $\sigma=0,021$ e β com valores entre **0.01724** e **10.3448**, inclusive.

Nos diagramas de bode, para os diversos valores de β , são visíveis dois picos: o primeiro, nos **7,5 rad/s**, correspondente à frequência natural da massa suspensa e o segundo, nos **69 rad/s**, relacionado com a frequência de ressonância da massa não

suspensa. Os valores máximos ou mínimos, dependendo do valor de β , observados a **22,8 rad/s**, correspondem à frequência de ressonância da soma da massa suspensa com a massa não suspensa, relativamente à soma da rigidez da mola com a rigidez do pneu. A esta frequência verifica-se o chamado "*wheel hop*", isto é o "salto da roda" - como é visível no gráfico 8, o curso da suspensão $z_s - z_u$ encontra-se em fase com a perturbação z_r apresentando a mesma amplitude.

Da inspecção dos diagramas de Bode do Gráfico 8, para um coeficiente de amortecimento constante, relativo à aceleração da massa suspensa e portanto ao conforto, para $\beta < 1.724$ e $\beta > 1.724$, verifica-se um aumento significativo da amplitude da aceleração na vizinhança das frequências de ressonância das massas suspensa e não suspensa.

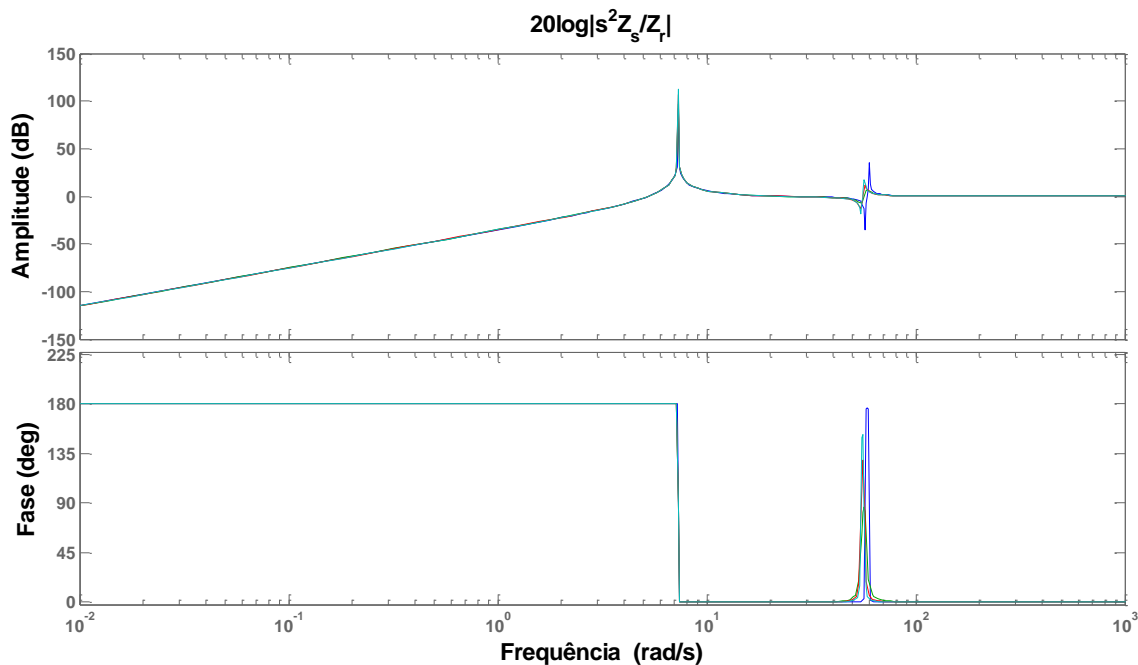


Gráfico 8 - Diagramas de Bode da aceleração da massa suspensa versus perturbação

Os diagramas de Bode do Gráfico 9 relacionam-se com a deformação do pneu e portanto com a segurança do veículo. Da inspecção dos diagramas verifica-se um

comportamento semelhante ao mostrado nos diagramas do Gráfico 8 no que concerne à amplitude.

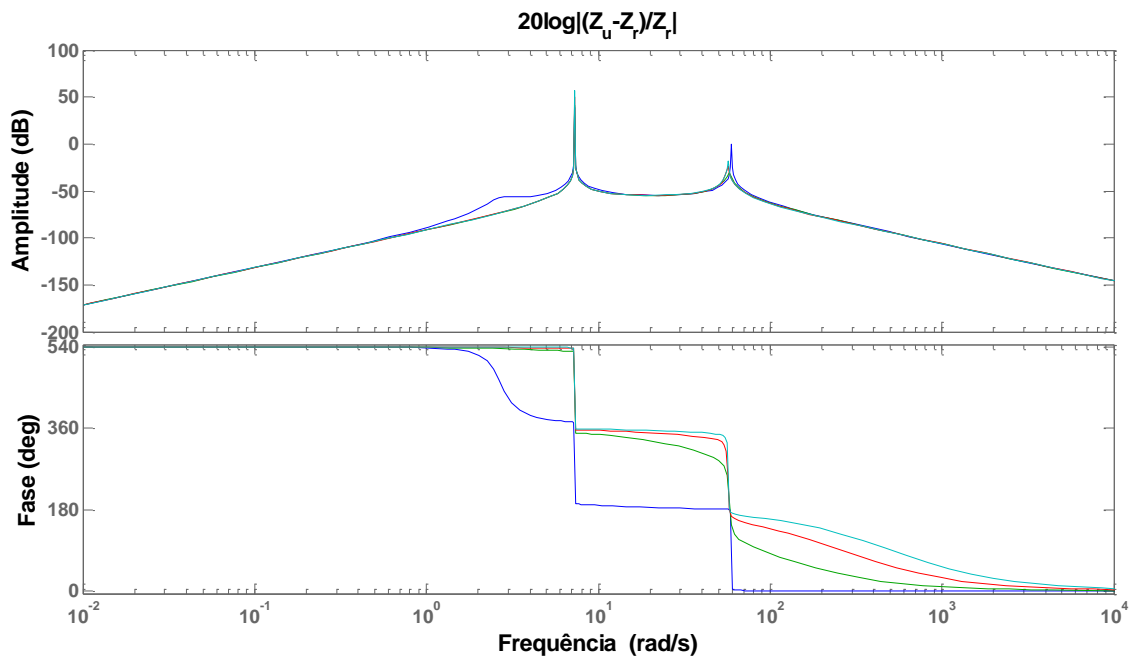


Gráfico 9 - Diagramas de Bode da deformação do pneu versus perturbação

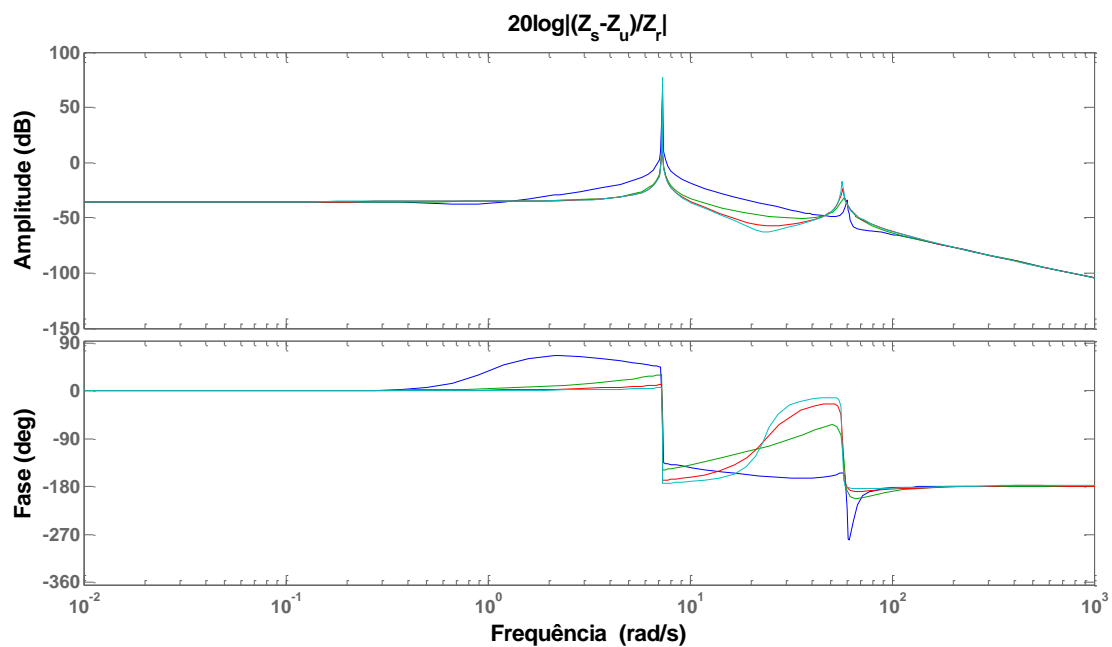


Gráfico 10 - Diagramas de Bode do curso da suspensão versus perturbação

Desta análise pode-se verificar que o valor de β para os resultados apresentados são os melhores na dinâmica da suspensão Pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa é o de 1.724, que relativamente ao coeficiente de amortecedor da massa suplementar corresponde ao valor $b_c = 500 \text{ N/m/s}$.

CAPÍTULO 4

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS SISTEMAS DE
SUSPENSÕES**

4.1. INTRODUÇÃO

As simulações dos resultados serão efectuadas no simulink do matlab.

As simulações serão efectuadas considerando a perturbação de forma sinusoidal, como já foi referenciado, em duas frequências constantes. A frequência natural do subsistema massa suspensa/mola (Martins, 2011).

$$f_{0s} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (4.1.1)$$

E a frequência natural do subsistema massa não suspensa/pneu

$$f_{0u} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_t}{m_u}} \quad (4.1.2)$$

Na tabela abaixo são mostrados os valores dos parâmetros que serão utilizados na simulação.

Tabela 3 - Valores dos parâmetros utilizados nas simulações

| m_s | m_u | m_c | k_s | k_t | k_c | b_s | b_c |
|--------|-------|-------|--------------|---------------|-----------|---------------|--------------|
| 290 Kg | 59 Kg | 6 Kg | 16812 N/m | 190000 N/m | 45 N/m | 1000 N/m/s | 500 N/m/s |

As simulações mostram o valor instantâneo das variáveis em análise, assim como a raiz da média quadrática (**r.m.q.**). Com perturbações de frequências $f_{0s} = 1,2 \text{ Hz}$ e $f_{0u} = 9 \text{ Hz}$ de acordo com os parâmetros apresentados na Tabela 3.

4.2. SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DA SUSPENSÃO PASSIVA

Nos gráficos abaixo são mostrados os resultados da simulação da Suspensão Passiva para as saídas mais importantes já mencionadas. A perturbação tem uma amplitude de 0,0254m e uma frequência igual a 1,2Hz.

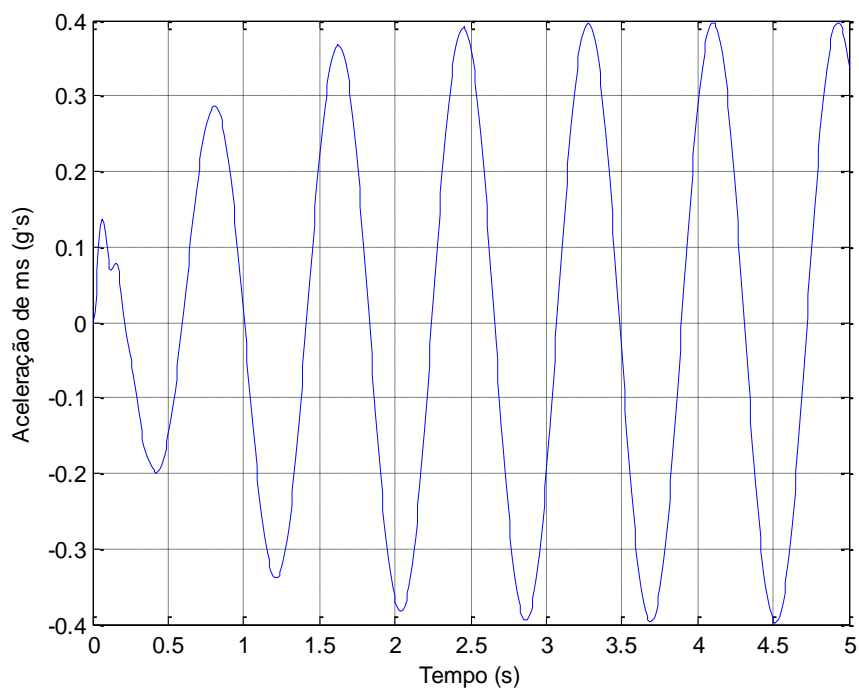


Gráfico 11 - Aceleração da massa suspensa da suspensão passiva.

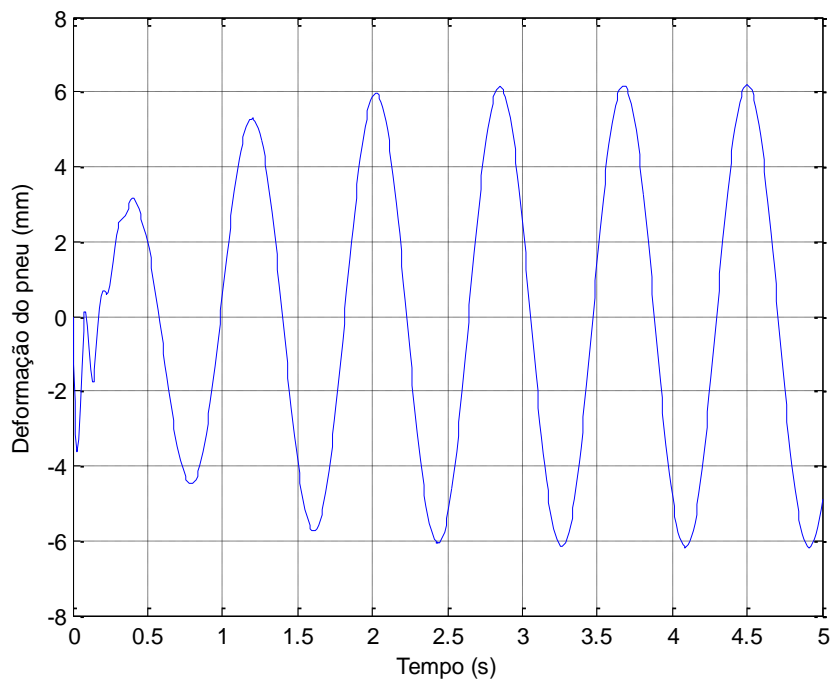


Gráfico 12 - Deformação do pneu na suspensão passiva.
(fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

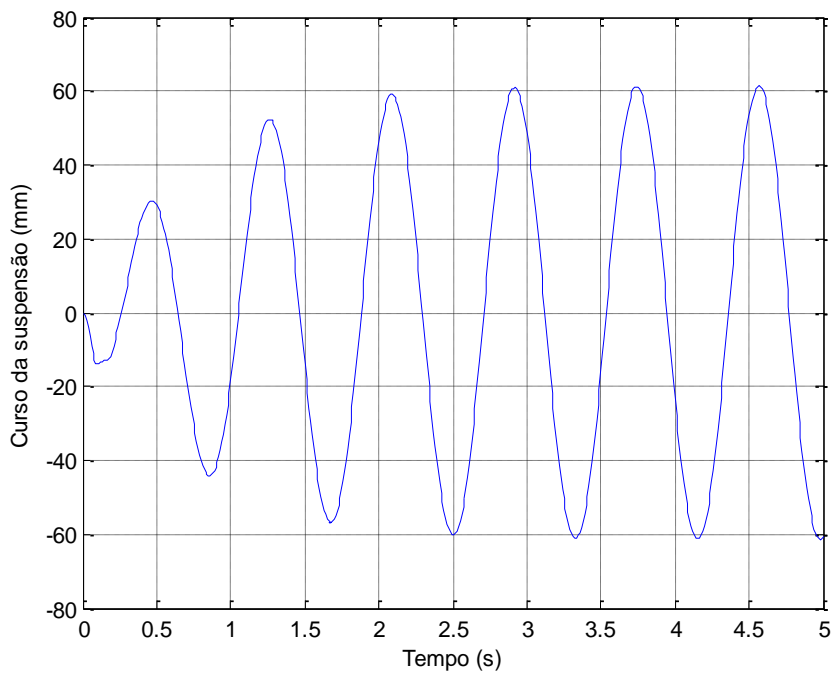
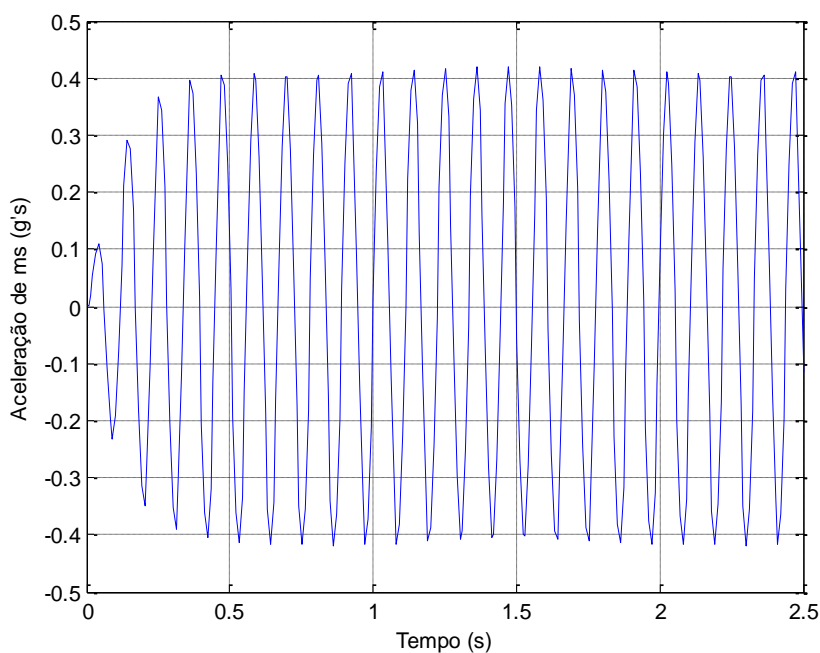


Gráfico 13 - Curso da suspensão passiva.
(fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

Nas seguintes figuras são mostrados os resultados das simulações da Suspensão Passiva, para as mesmas variáveis de saída, mas agora para a perturbação com uma amplitude de $0,0254/4m$ e uma frequência igual a 9Hz.

A escolha porque foi agora alterada a amplitude é porque para esta frequência de ressonância se trata de caso localizado e de curta duração.



**Gráfico 14 - Aceleração da massa suspensa na suspensão passiva.
($f_p=9\text{Hz}$, $A_p=2,54/4\text{ cm}$)**

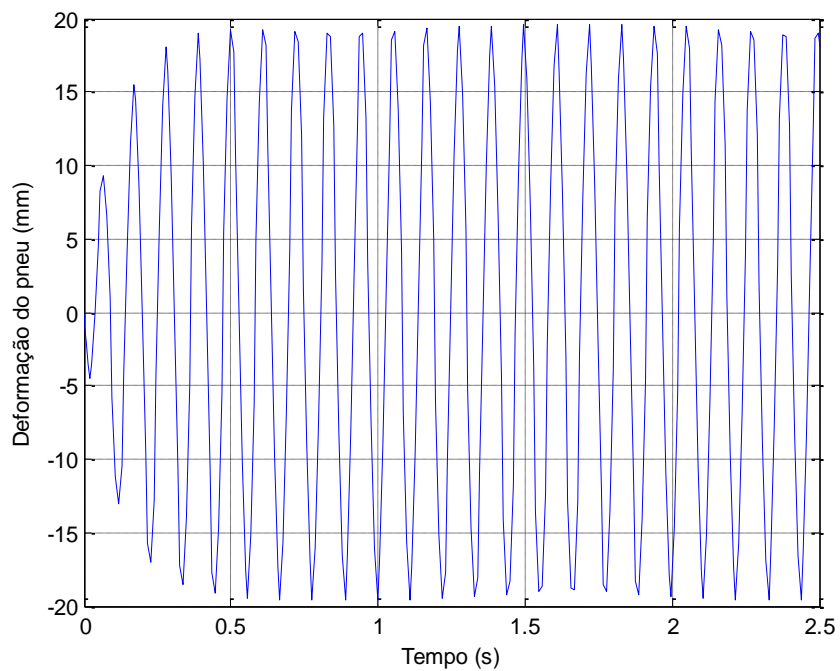


Gráfico 15 - Deformação do pneu na suspensão passiva.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

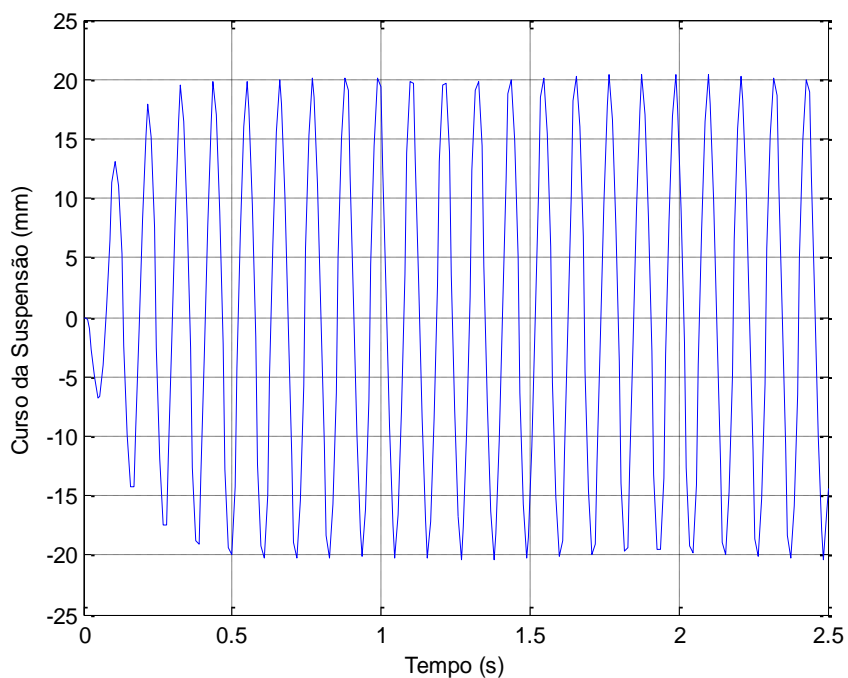


Gráfico 16 - Curso da suspensão passiva.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

Esquema da simulação

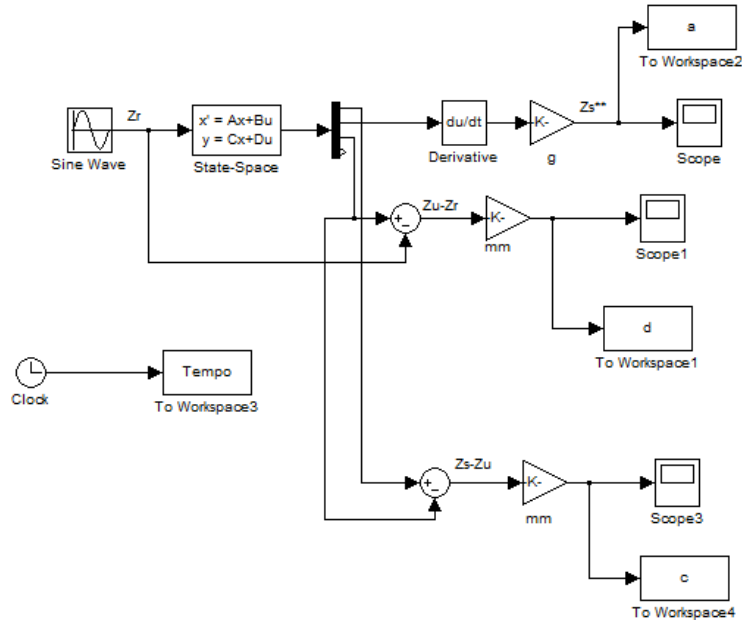


Figura 38 - Esquema de Simulação da Suspensão Passiva.

Na Figura 38 está representado o esquema de simulação da Suspensão Passiva no Simulink do Matlab.

Analisando, temos que z_r é a perturbação (sinusoidal) do sistema. Em termos de saídas verifica-se que estão representadas as três saídas já especificadas.

A aceleração da massa suspensa encontra-se em g's (aceleração gravítica) e daí a multiplicação do pelo ganho “g”.

Já no que diz respeito às saídas, deformação da massa suspensa e a posição relativa da massa suspensa e não suspensa, ambas são multiplicadas pelo ganho “mm”, isto para que os resultados sejam apresentados em milímetros.

4.3. SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DA SUSPENSÃO ACTIVA

A lei de controlo aplicada no actuador neste trabalho foi de acordo com as publicações de Hrovat e Hubart (1981) e Rajamani e Hedrick (1995).

$$F_A = -C_s \dot{z}_s \quad (4.3.1)$$

O valor do coeficiente C_s aplicado na equação anterior foi de 3000N/m/s (Alleyne e Hedrick, 1995) e (Martins, 2001).

Nas figuras abaixo são mostrados os resultados da simulação da Suspensão Activa para as saídas mais importantes já mencionadas. A perturbação tem uma amplitude de 0,0254m e uma frequência igual a 1,2Hz.

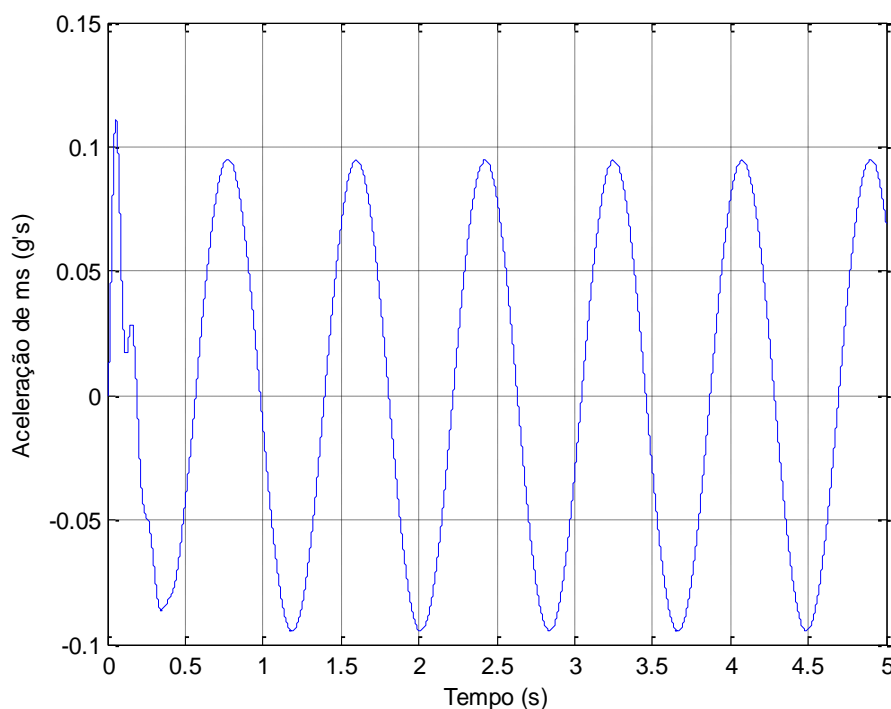


Gráfico 17 - Aceleração da massa suspensa da suspensão activa.
($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

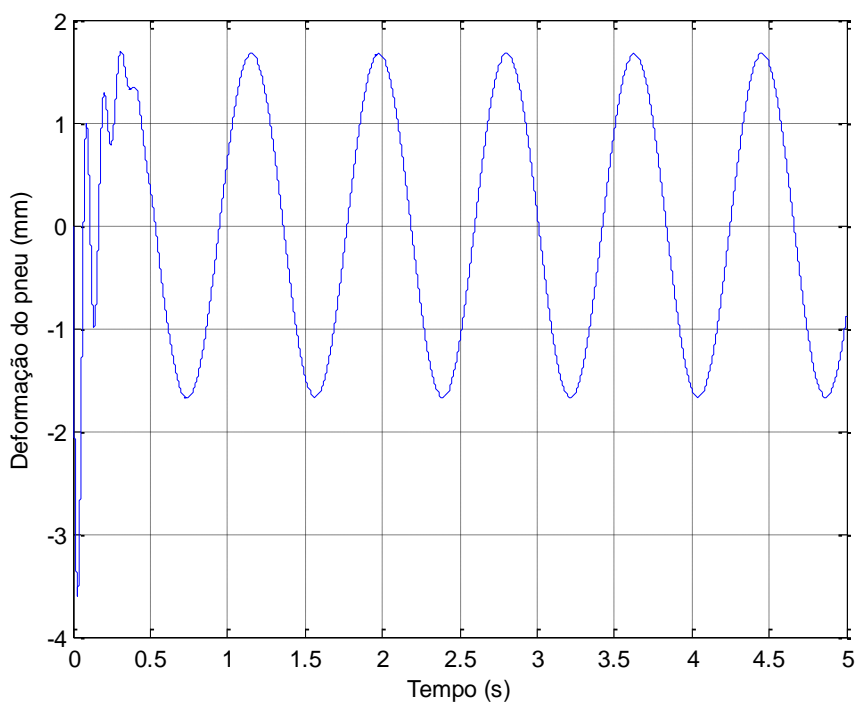


Gráfico 18 - Deformação do pneu na suspensão activa.
(fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

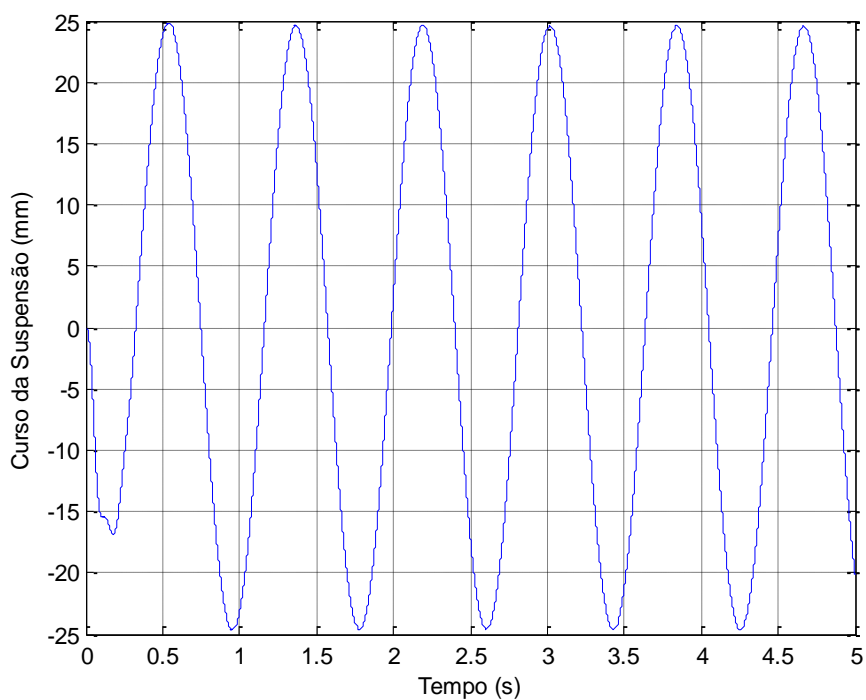
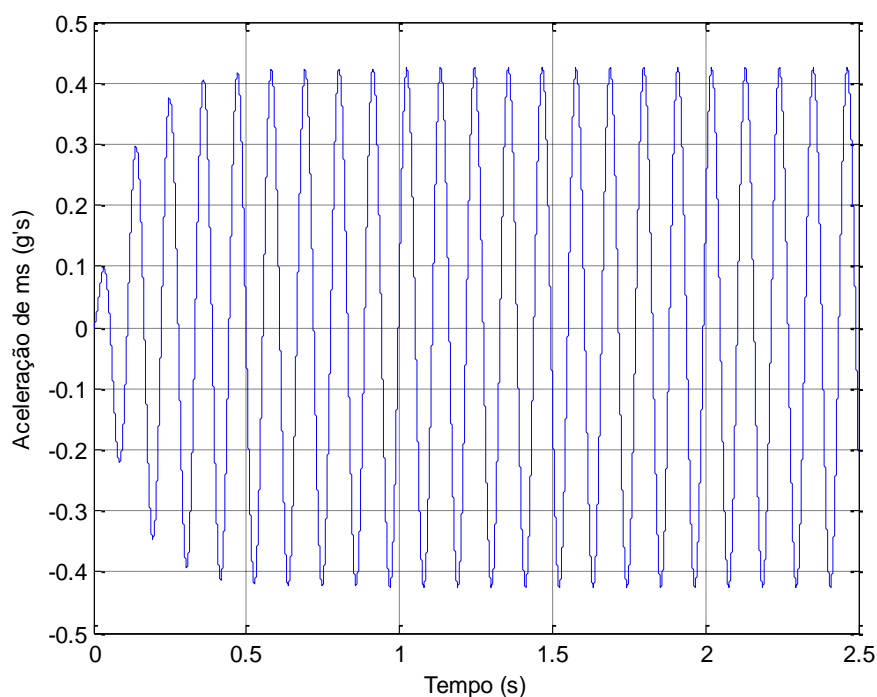


Gráfico 19 - Curso da suspensão activa.
(fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

Nos seguintes gráficos são mostrados os resultados das simulações da Suspensão Activa, para as mesmas variáveis de saída, mas agora para a perturbação com uma amplitude de $0,0254/4m$ e uma frequência igual a 9Hz.

A escolha porque foi agora alterada a amplitude é porque para esta frequência de ressonância se trata de caso localizado e de curta duração.



**Gráfico 20 - Aceleração da massa suspensa na suspensão activa.
($f_p=9\text{Hz}$, $A_p=2,54/4\text{ cm}$)**

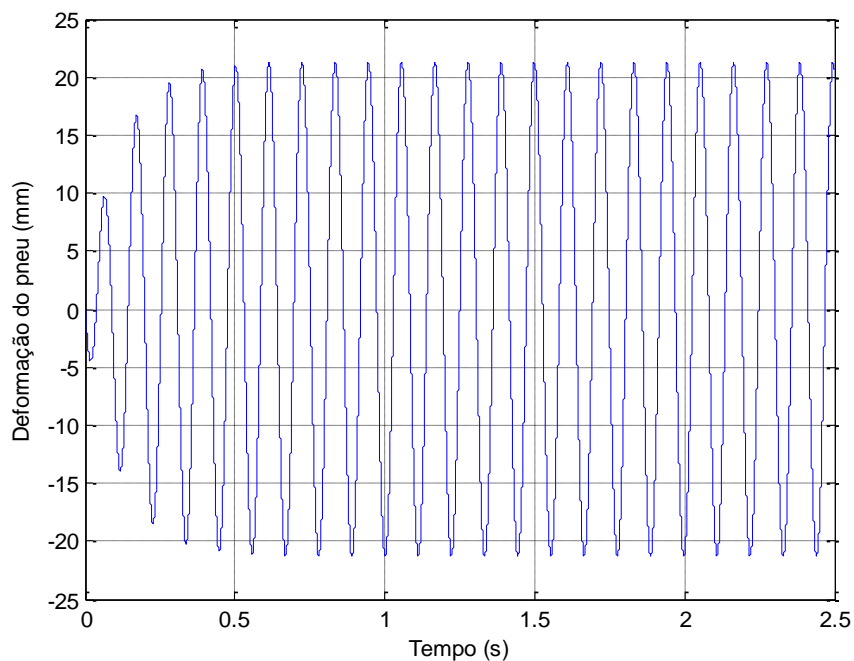


Gráfico 21 - Deformação do pneu na suspensão activa.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

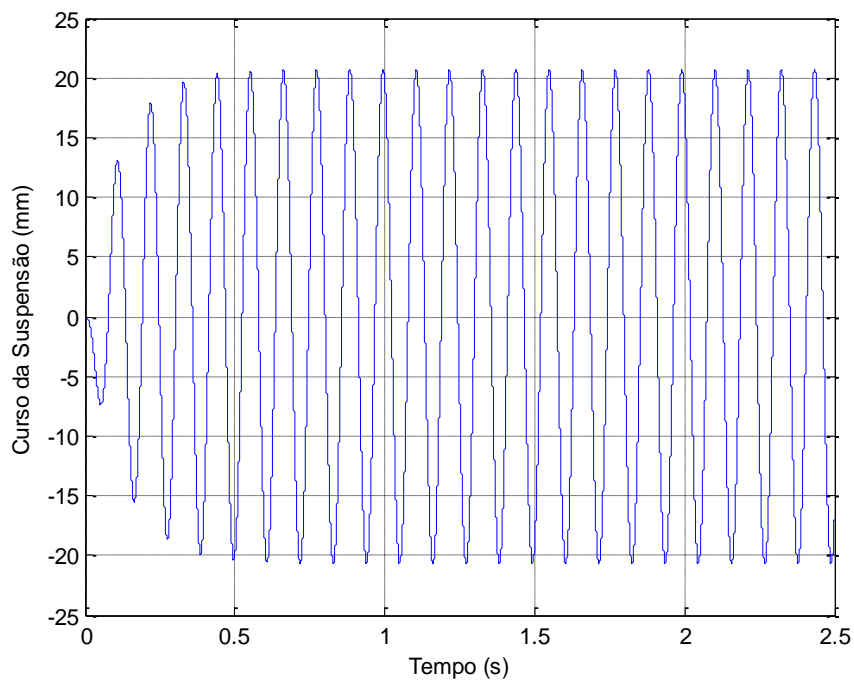


Gráfico 22 - Curso da suspensão activa.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

Esquema da simulação

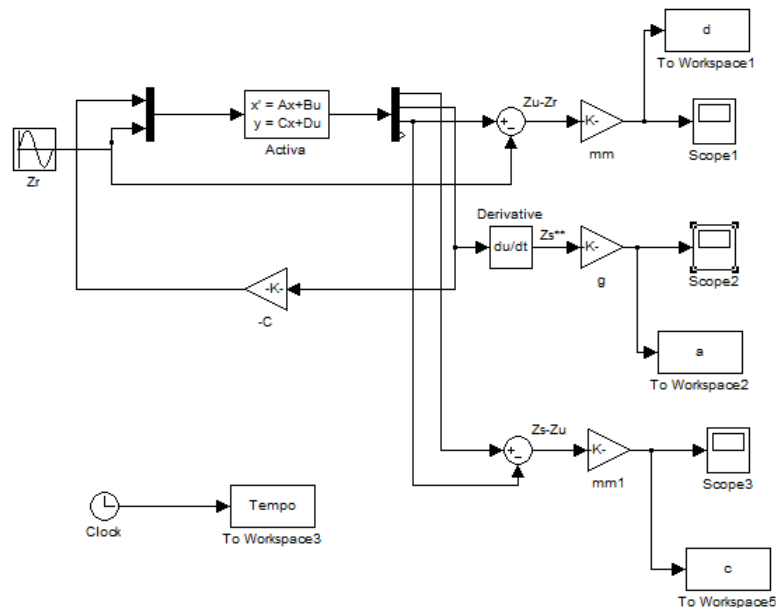


Figura 39 - Esquema de Simulação da Suspensão Ativa.

Na Figura 39 está representado o esquema de simulação da Suspensão Ativa no Simulink do Matlab.

Analisando, temos que z_r é uma perturbação (sinusoidal) do sistema e neste caso temos uma entrada que trata-se de FA. O modo como esta está representada está de acordo com o referenciado anteriormente.

Em termos de saídas verifica-se que estão representadas as três saídas já especificadas.

A aceleração da massa suspensa encontra-se em g 's (aceleração gravítica) e daí a multiplicação do pelo ganho “g”.

Já no que diz respeito às saídas, deformação da massa suspensa e a posição relativa da massa suspensa e não suspensa, ambas são multiplicadas pelo ganho “mm”, isto para que os resultados sejam apresentados em milímetros.

4.4. SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DA PSEUDO-LEVITANTE

Nos Gráficos abaixo são mostrados os resultados da simulação da suspensão Pseudo-Levitante para as saídas mais importantes já mencionadas. A perturbação tem uma amplitude de 0,0254m e uma frequência igual a 1,2Hz.

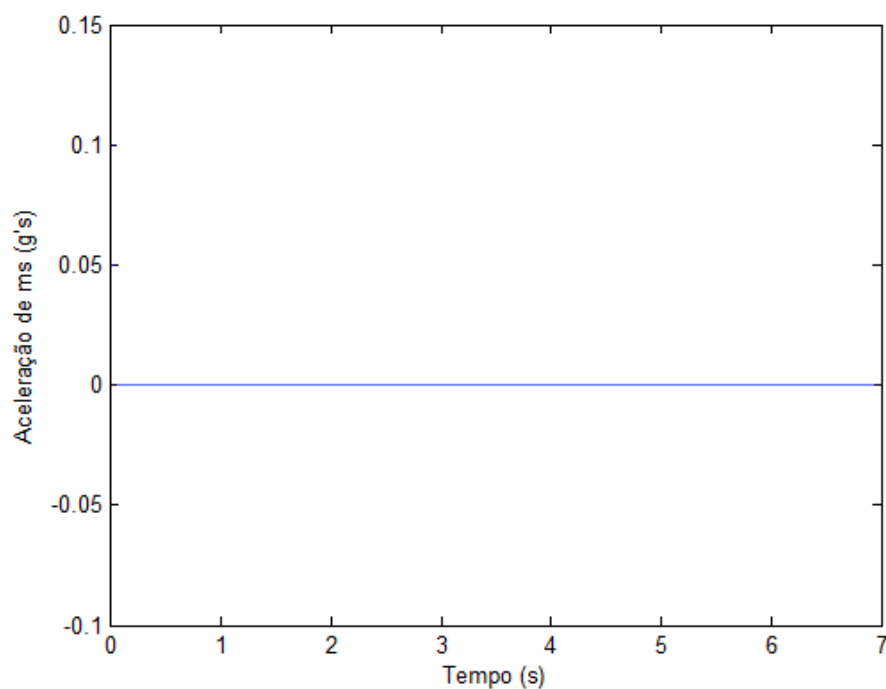


Gráfico 23 - Aceleração da massa suspensa da suspensão Pseudo-Levitante.
($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

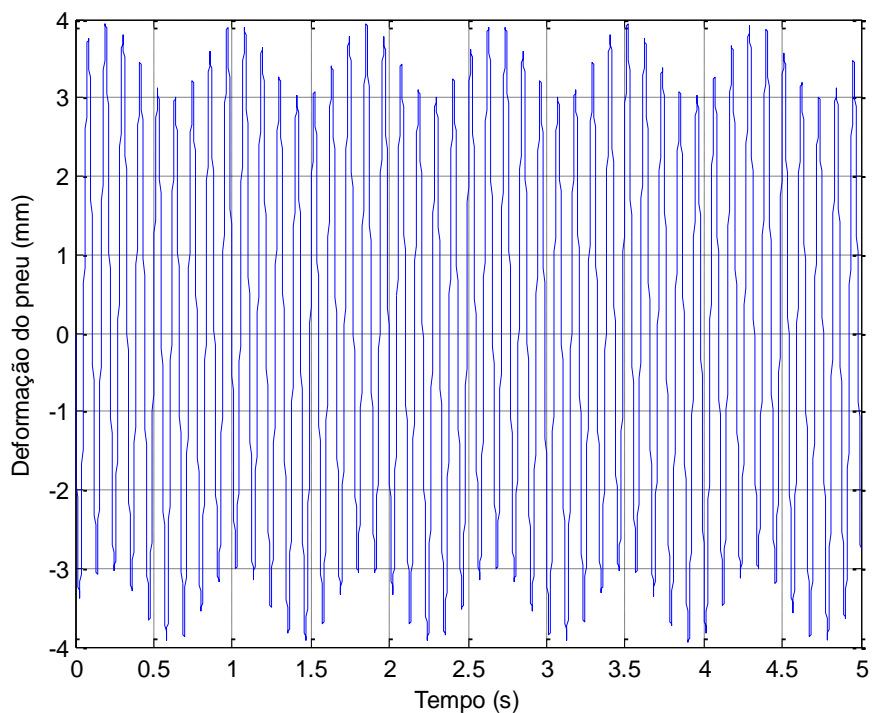


Gráfico 24 - Deformação do pneu da suspensão Pseudo-Levitante.
($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

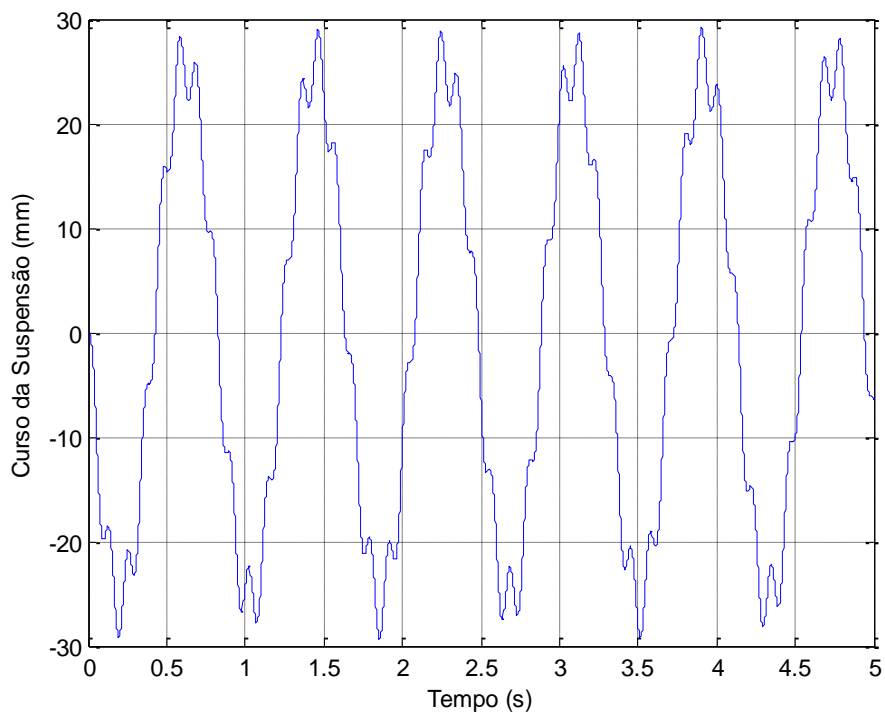
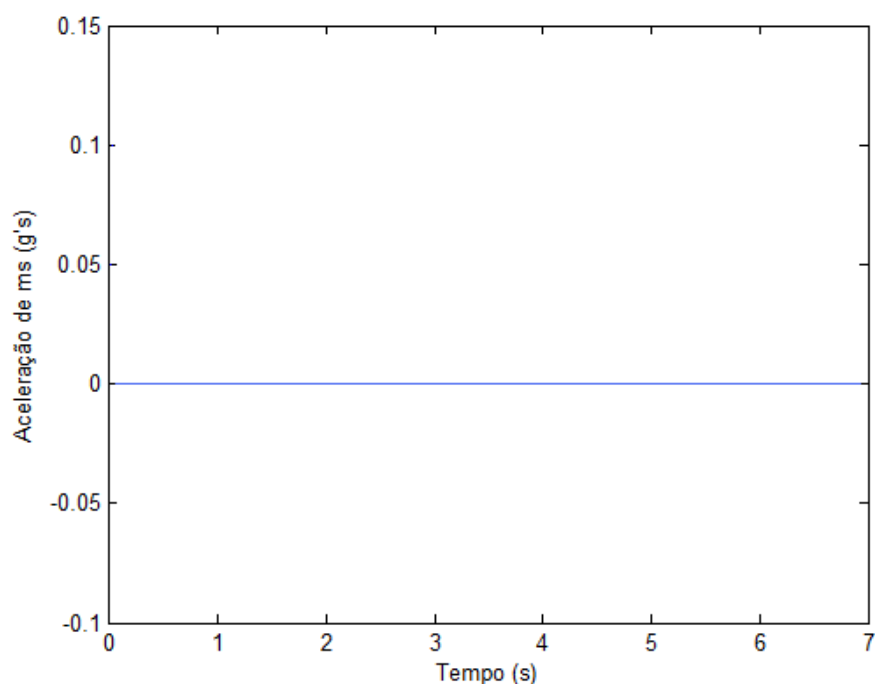


Gráfico 25 - Curso da Suspensão da suspensão pseudo-levitante.
($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

Nos seguintes gráficos são mostrados os resultados das simulações da suspensão Pseudo-Levitante, para as mesmas variáveis de saída, mas agora para a perturbação com uma amplitude de 0,0254/4m e uma frequência igual a 9Hz.

A escolha porque foi agora alterada a amplitude é porque para esta frequência de ressonância se trata de caso localizado e de curta duração.



**Gráfico 26 - Aceleração da massa suspensa da suspensão Pseudo-Levitante.
($f_p=9\text{Hz}$, $A_p=2,54/4\text{ cm}$)**

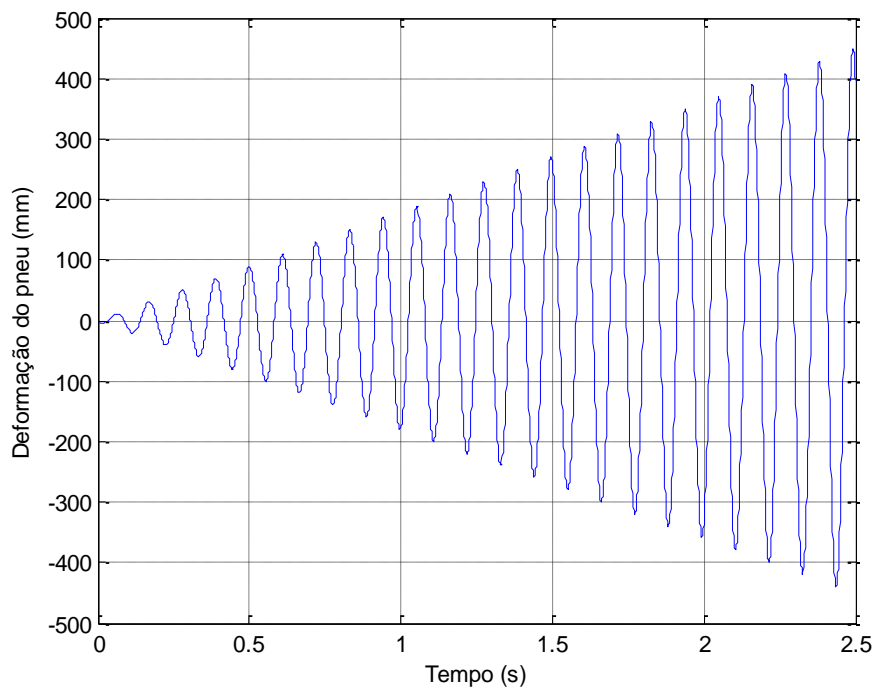


Gráfico 27 - Deformação do pneu da suspensão Pseudo-Levitante.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

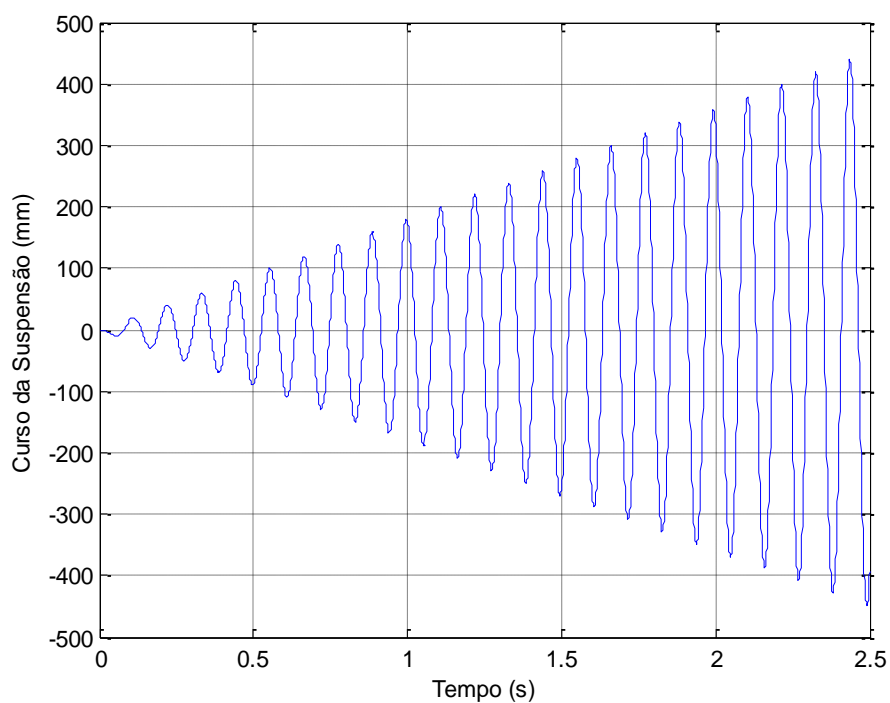


Gráfico 28 - Curso da suspensão da suspensão Pseudo-Levitante.
(fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

Esquema da simulação

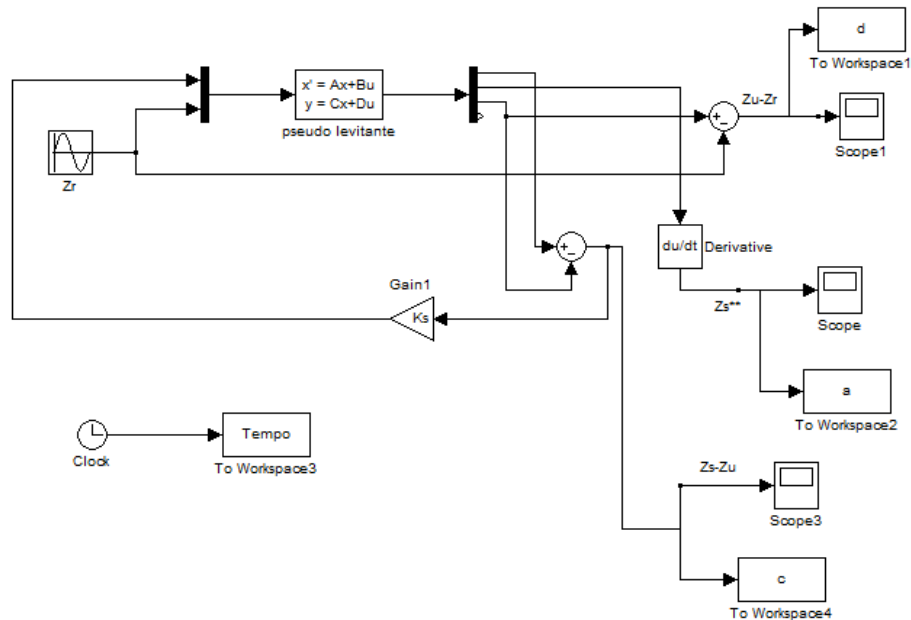


Figura 40 - Esquema de Simulação da Suspensão Pseudo-Levitante.

Na Figura 40 está representado o esquema de simulação da Suspensão Pseudo-Levitante no Simulink do Matlab.

Analisando, temos que z_r é uma perturbação (sinusoidal) do sistema e continua-se a ter uma entrada que trata-se de FA. O modo como esta está representada está de acordo com o referenciado anteriormente (diferente da entrada da Suspensão Activa).

Em termos de saídas verifica-se que estão representadas as três saídas já especificadas.

A aceleração da massa suspensa encontra-se em g's (aceleração gravítica) e daí a multiplicação do pelo ganho “g”.

Já no que diz respeito às saídas, deformação da massa suspensa e a posição relativa da massa suspensa e não suspensa, ambas são multiplicadas pelo ganho “mm”, isto para que os resultados sejam apresentados em milímetros.

4.5. SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DA PSEUDO-LEVITANTE COM DISSIPACÃO INDEPENDENTE DA ENERGIA DA MASSA NÃO SUSPENSA

Nos gráficos abaixo são mostrados os resultados da simulação da suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente da energia da massa não suspensa para as saídas mais importantes já mencionadas. A perturbação tem uma amplitude de 0,0254m e uma frequência igual a 1,2Hz.

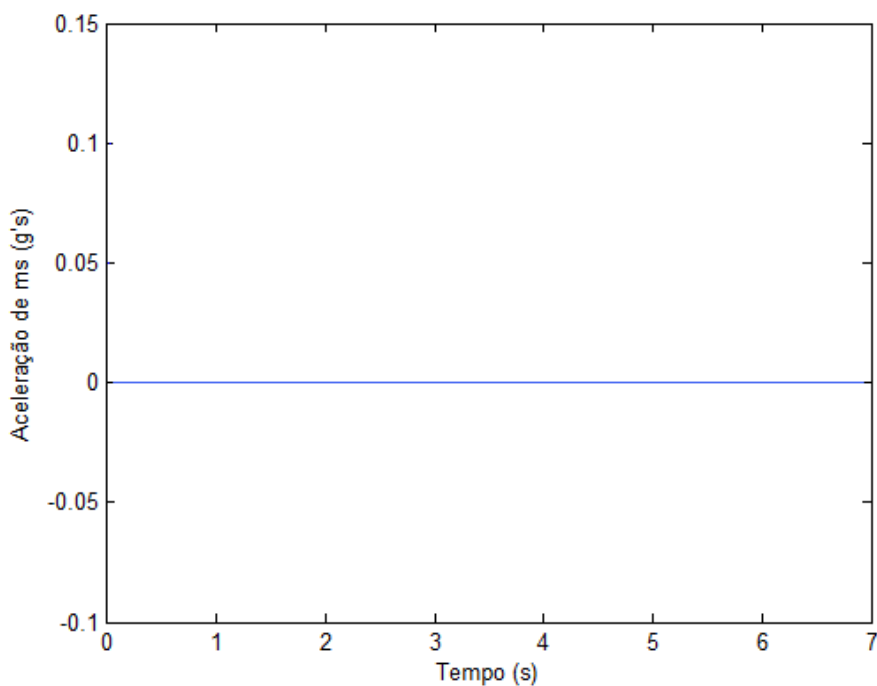


Gráfico 29 - Aceleração da massa suspensa da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. (fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

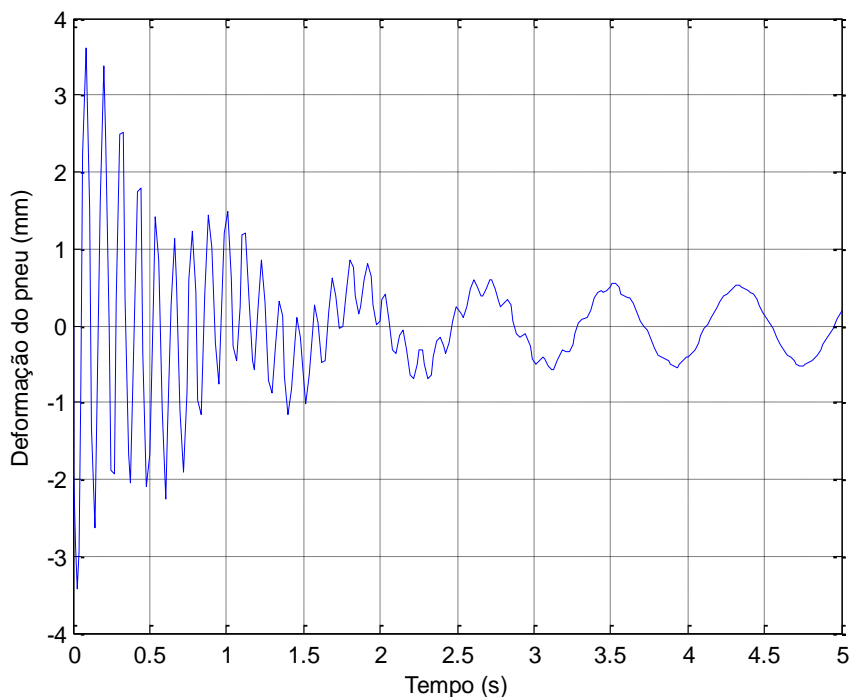


Gráfico 30 - Deformação do pneu da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. ($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

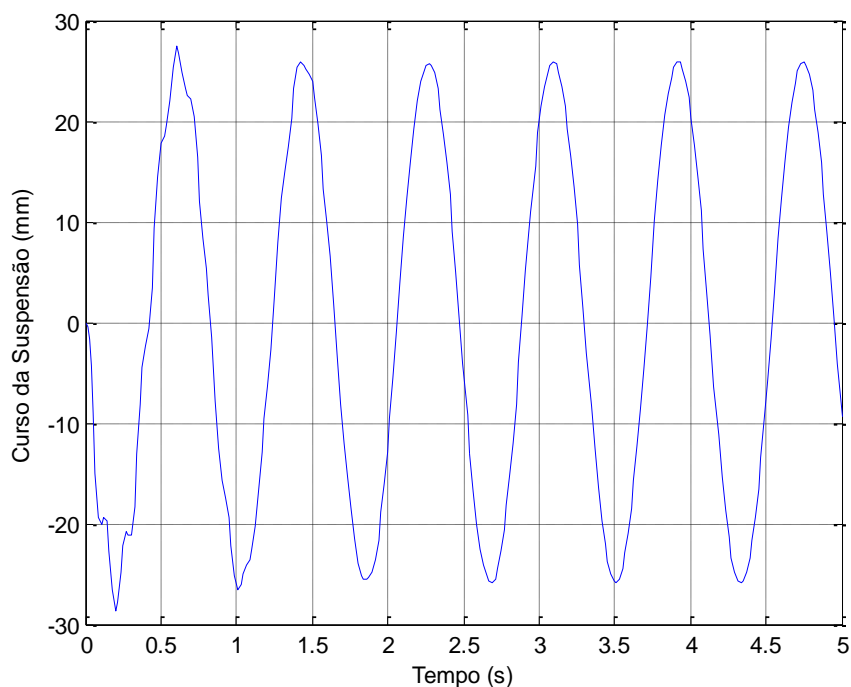


Gráfico 31 - Curso da suspensão da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. ($f_p=1,2\text{Hz}$, $A_p=2,54\text{ cm}$)

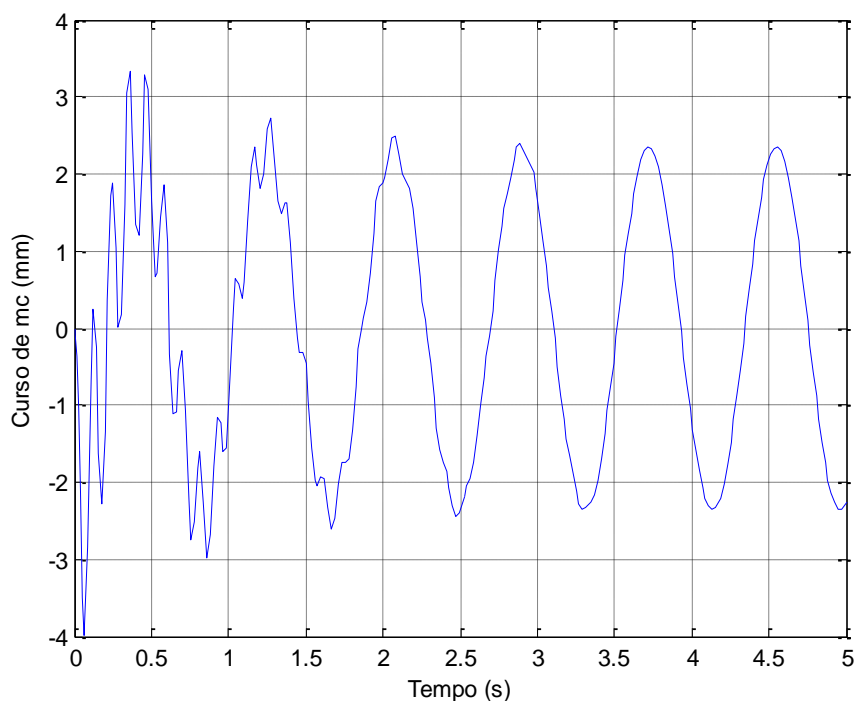


Gráfico 32 - Curso de mc da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. (fp=1,2Hz, Ap=2,54 cm)

Nos seguintes gráficos são mostrados os resultados das simulações da suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa, para as mesmas variáveis de saída, mas agora para a perturbação com uma amplitude de $0,0254/4m$ e uma frequência igual a 9Hz.

A escolha porque foi agora alterada a amplitude é porque para esta frequência de ressonância se trata de caso localizado e de curta duração.

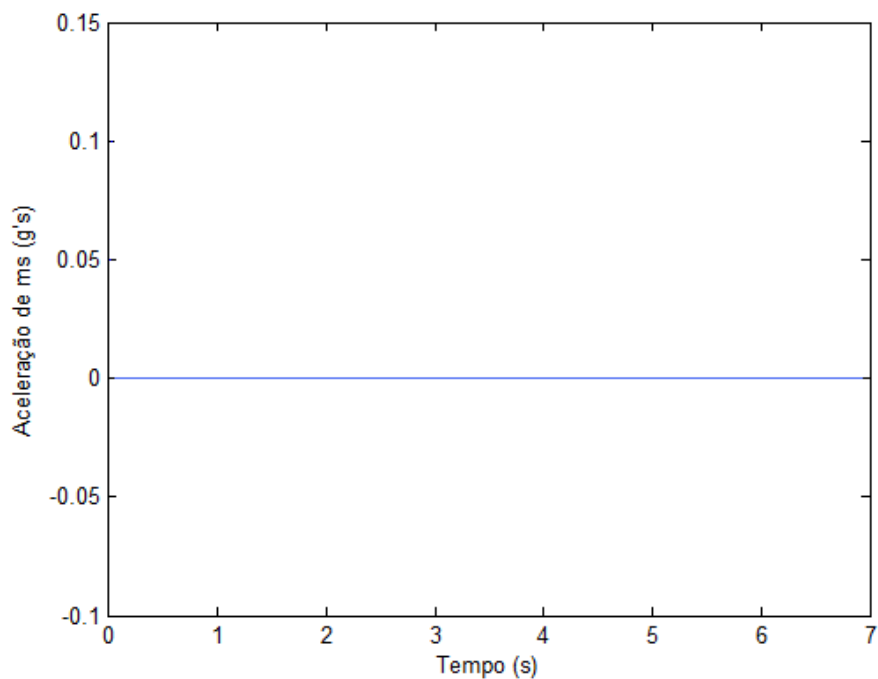


Gráfico 33 - Aceleração da massa suspensa da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. ($f_p=9\text{Hz}$, $A_p=2,54/4\text{ cm}$)

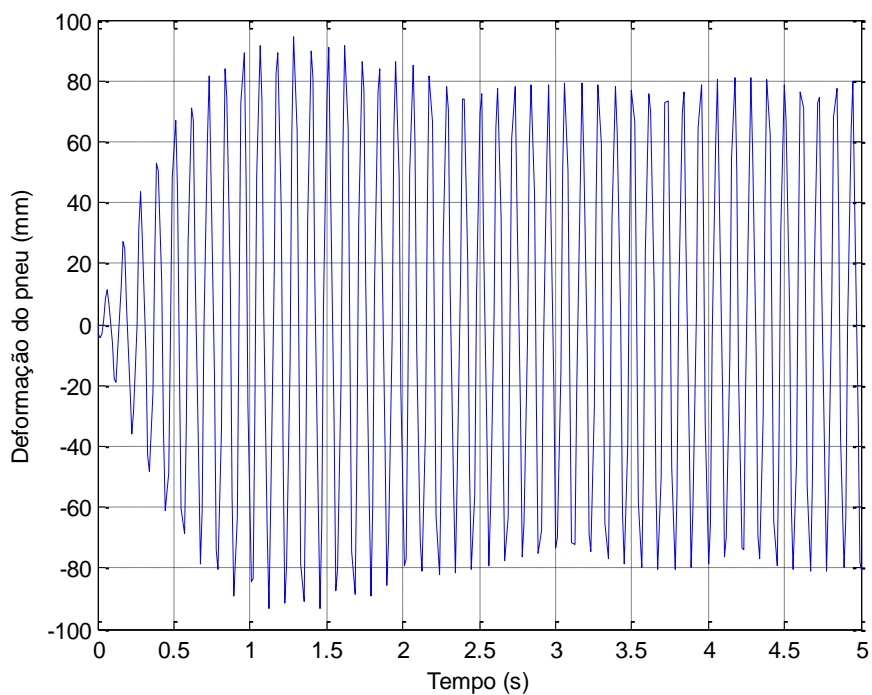


Gráfico 34 - Deformação do pneu da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. ($f_p=9\text{Hz}$, $A_p=2,54/4\text{ cm}$)

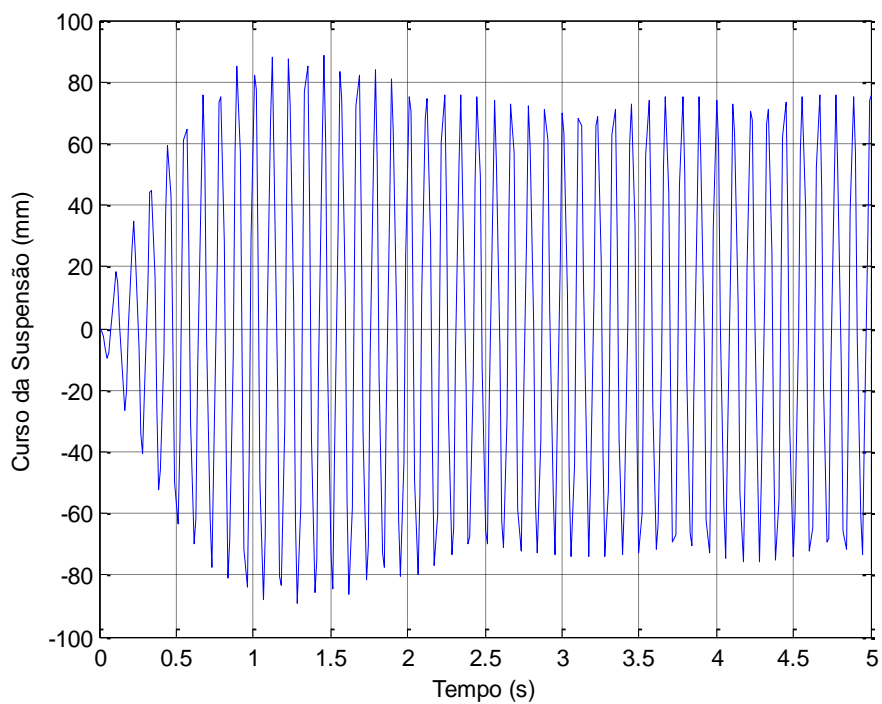


Gráfico 35 - Curso da suspensão da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. (fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

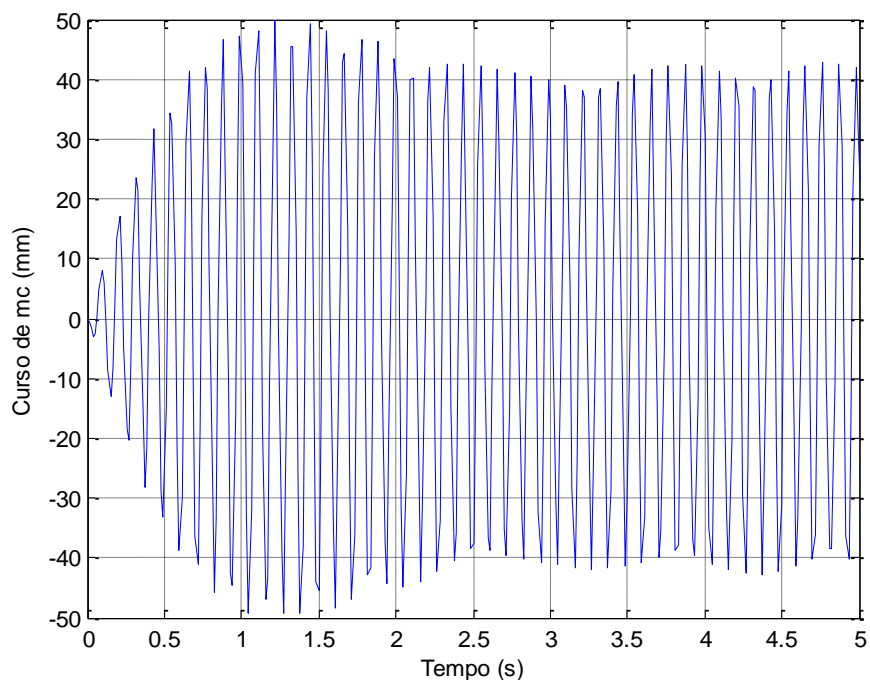


Gráfico 36 - Curso de mc da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa. (fp=9Hz, Ap=2,54/4 cm)

Esquema da simulação

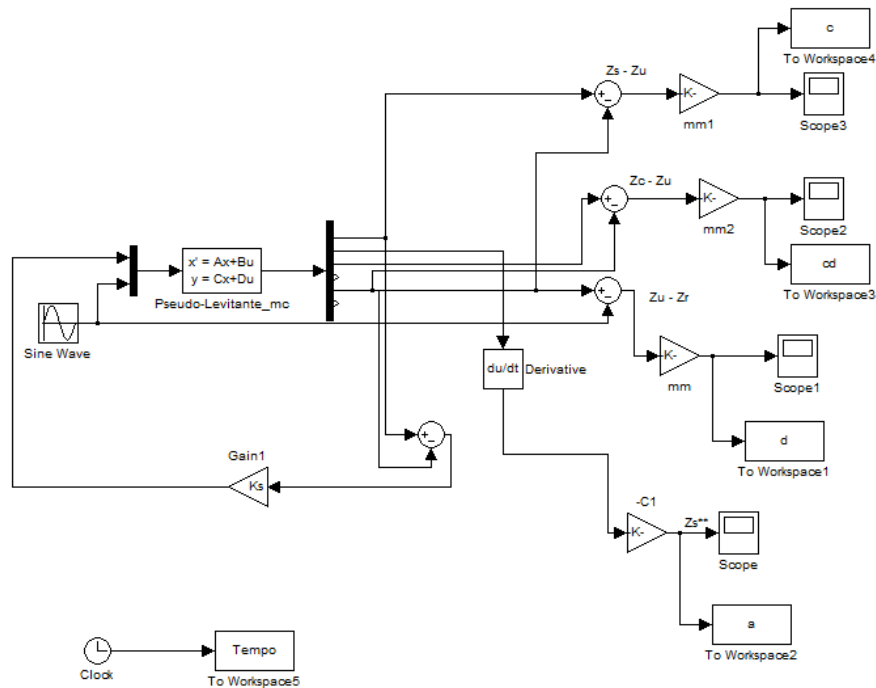


Figura 41 - Esquema de Simulação da Suspensão Pseudo-Levitante com dissipação independente de energia da massa não suspensa.

Na Figura 41 está representado o esquema de simulação da Suspensão Activa com dissipação independente de energia da massa não suspensa no Simulink do Matlab.

Analisando, temos que z_r é uma perturbação (sinusoidal) do sistema, a entrada FA é agora igual á do modelo anterior. O modo como esta está representada está de acordo com o referenciado anteriormente.

Em termos de saídas verifica-se que estão representadas as três saídas já especificadas.

A aceleração da massa suspensa encontra-se em g's (aceleração gravítica) e dai a multiplicação do pelo ganho “g”.

Já no que diz respeito às saídas, deformação da massa suspensa e a posição relativa da massa suspensa e não suspensa, ambas são multiplicadas pelo ganho “mm”, isto para que os resultados sejam apresentados em milímetros.

Temos mais uma saída que nos outros sistemas que diz respeito à última condição imposta para este sistema ($z_c - z_u \leq |50|$ mm), a representação desta trata-se simplesmente para a verificação da condição.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

5.1. ANÁLISE DAS SUSPENSÕES

Tabela 4 - Resultados da simulação da suspensão passiva.

| SUSPENSÃO PASSIVA | | Frequência das oscilações (Hz) | |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|
| | | 1,2 | 9 |
| Indicador de Conforto | Pico de Aceleração (g's) | 0,4 | 0,42 |
| Indicador de segurança | Máxima deformação do pneu (mm) | 6 | 20 |
| Desempenho do amortecedor | Curso Máximo (mm) | 60 | 20 |

Os valores da Tabela 4 mostram que o comportamento da suspensão passiva não é satisfatório em termos de grande conforto. No entanto apresenta valores máximos de deformação do pneu o que indica um bom contacto com o solo, podendo-se portanto afirmar que é uma suspensão segura.

Apesar deste modelo de suspensão não ser optimizado ao nível do conforto, as suspensões passivas são as mais usuais a nível mundial. Estas foram as primeiras a ser usadas. A razão pela qual estas são as mais utilizadas prende-se com a sua simplicidade e baixo custo.

Tabela 5 - Resultados da simulação da suspensão activa.

| SUSPENSÃO ACTIVA | | Frequência das oscilações (Hz) | |
|---------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------|
| | | 1,2 | 9 |
| Indicador de Conforto | Pico de Aceleração (g's) | 0,1 | 0,42 |
| Indicador de segurança | Máxima deformação do pneu (mm) | 1,5 | 21 |
| Desempenho do amortecedor | Curso Máximo (mm) | 25 | 20 |

Conclui-se que a diferença deste tipo de suspensão para o anterior prende-se unicamente com a entrada de controlo, uma vez que apresenta a mesma matriz da

dinâmica. Os valores da Tabela 5 mostram que o comportamento da suspensão activa é bastante satisfatório em termos de conforto. Sendo que apresenta valores máximos de deformação do pneu que indica que também têm um bom contacto com o solo, ou seja, pode-se afirmar que é uma suspensão segura.

Tabela 6 - Resultados da simulação da suspensão pseudo-levitante.

| SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE | | Frequência das oscilações (Hz) | |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----|
| | | 1,2 | 9 |
| Indicador de Conforto | Pico de Aceleração (g's) | 0 | 0 |
| Indicador de segurança | Máxima deformação do pneu (mm) | 4 | +∞ |
| Desempenho do amortecedor | Curso Máximo (mm) | 28 | +∞ |

Os valores da Tabela 6 mostram que para a frequência de 1,2 Hz o comportamento da suspensão Pseudo-Levitante é totalmente satisfatório em termos de conforto e apresenta valores máximos de deformação do pneu o que indica que têm um bom contacto com o solo. Já para a frequência de 9 Hz, o sistema é totalmente instável tornando impossível a sua aplicação.

Tabela 7 - Resultados da simulação da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa.

| SUSPENSÃO PSEUDO-LEVITANTE COM ESTABILIZAÇÃO INDEPENDENTE DA MASSA NÃO SUSPENSA | | Frequência das oscilações (Hz) | |
|---|--------------------------------|--------------------------------|----|
| | | 1,2 | 9 |
| Indicador de Conforto | Pico de Aceleração (g's) | 0 | 0 |
| Indicador de segurança | Máxima deformação do pneu (mm) | 3,6 | 90 |
| Desempenho do amortecedor | Curso Máximo (mm) | 25 | 90 |

Conclui-se que com esta solução o sistema anterior (Pseudo-Levitante) deixou de ser instável na frequência de 9Hz.

Os valores da Tabela 7 mostram que o comportamento do novo modelo proposto da suspensão Pseudo-Levitante é totalmente satisfatório em termos de conforto. Sendo que apresenta valores máximos de deformação do pneu, indicando um melhoramento relativamente á suspensão Pseudo-Levitante,

b_c mínimo para a qual se verifica a condição $|z_c - z_u|$ é de 500 N/m/s.

5.2. CONCLUSÕES GERAIS

As simulações mostraram que o comportamento da suspensão passiva não é satisfatório em termos de conforto, sendo, no entanto, satisfatória em termos de segurança. A simulação do desempenho do amortecedor mostrou que é possível construir uma suspensão passiva electromagnética.

As simulações mostraram, também, que o comportamento da suspensão activa é bastante satisfatório em termos de conforto, apresentando, ao mesmo tempo, valores máximos de deformação do pneu que indicam um bom contacto com o solo. Os valores obtidos nas simulações mostraram que é possível construir uma suspensão activa electromagnética.

As simulações do modelo matemático das suspensões pseudo-levitantes mostraram que estas apresentam um excelente desempenho nas frequências que não estejam na vizinhança da frequência de ressonância da massa suspensa. Tal facto deu origem ao tema deste projecto que passou por estudar uma alternativa a este sistema de suspensão.

O princípio da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa passou por se adicionar uma massa suplementar com dimensões adequadas, para que possa ser implementada num sistema real, ao sistema de suspensão. A intenção passou pelo facto desta massa poder vir a dissipar alguma da energia ganha pelo sistema de suspensão, evitando que esta se propagasse para a massa suspensa.

Das simulações do modelo pseudo-levitante com estabilidade independente da massa não suspensa podemos concluir que os objectivos foram cumpridos, pois os resultados das simulações mostram que foi conseguido manter os resultados no índice do conforto e melhorados os resultados no índice da segurança, quando comparados com os resultados das simulações da suspensão pseudo-levitante.

5.3. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Concretamente, as perspectivas de desenvolvimentos futuros podem ser divididas em dois tipos: trabalhos que, por algum motivo, não foram possíveis de realizar ou atingir a melhor realização; e contribuições, novas e claramente qualitativas, em relação ao trabalho realizado.

Especificamente podemos afirmar que por motivos ocupação de meios humanos durante tempo considerável adequado, não se conseguiu desenvolver o quanto se gostaria no que relacionado com o controlo da suspensão em estudo, sendo esta parte que mais ficou prejudicada pelos motivos já descritos. Desta forma fica aqui a indicação de que este será um dos pontos futuros e prioritários a completar.

Seria também de bastante interesse, e apesar dos custos que possa vir a ter, de futuro a realização a construção de um protótipo de modo a comprovar ou verificar os resultados teóricos obtidos neste projecto, de modo a credibilizar todo o projecto.

BIBLIOGRAFIA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AIPCR/PIARC, (2003), “Evaluation of Investigations into the Applications of the IFI”, Routes/Roads, 2003; n° 318 – II. Paris.

ALLEYNE, A., HEDRICK, J.K. (1995). Nonlinear Adaptive Control of Active Suspensions; *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No 1.

ALLEYNE, A. (2000). Automotive Vehicle Dynamics; Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Illinois at Urbana - Champaign, https://online.engr.uiuc.edu/w_ebcourses/me336/syllabus.html.

CARDOSO, J. L., (1999), “Tema 3: O reaproveitamento de recursos (o sistema de tráfego)”. Curso de Segurança e Gestão Viária Urbana. Lisboa.

CORREIA, A., (2007), “Vibrações de sistemas com 1 grau de liberdade”, Instituto Superior Técnico.

CHELLIAH, T.; STEPHANOS, P.; SHAH, M. G.; SMITH, T., (2003), “Developing a design policy to improve pavement surface characteristics”, Proceedings of the 82nd Annual Transportation Research Board Meeting, Washington.

DELANNE, Y., (1997), “Uni des chaussées et confort vibratoire des véhicule, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées”, Nantes.

DGV, (1999-2004), “Sinistralidade rodoviária”, Relatórios anuais, Direcção Geral de Viação, Lisboa.

FONSECA, A. (1964), “Vibrações”, Rio de Janeiro – RJ, pp 215-225 e 224-255.

FREITAS, L., (2006), “Estudo da dinâmica de uma suspensão veicular do tipo Macpherson”, Universidade de São Paulo.

GOMES, A., (2009), “Chips de pneus – substituto de brita calcária em aterros sanitários”, Universidade Nova de Lisboa.

GRIFFIN, M. J. (1990), “Handbook of Human Vibration”, Academic Press, 1ª Edição, 998p.

HARRIS, C. M., CREDE, C. E. (1961), “Shock and Vibration Handbook”, Vol. 3, Engineering Design and Environmental Conditions, Edited by McGraw-Hill Book Company, pp. 44.1 – 46.34.

KENNETH, B., A Short History of Suspension, <http://www.citroen.mb.ca/citroenet/html/s/suspension1.html>, 2008.

JAMIN, C. (1995). *Automatic Control Systems*; Prentice-Hall, New Jersey. ISBN 0-13-

312174-7.

MARTINS, I., Dissertação p/ obtenção grau de doutor em Eng. Electrotécnica e de Computadores, IST, 2001.

MARTINS, I., Acetatos das aulas Teóricas de Sistemas Lineares, Universidade do Algarve, Faro, 2011.

MARTINS, I. - Member, IEEE, ESTEVENS, J. - Senior Member, IEEE, MARQUES, G. - Member, IEEE, and PINA S. F., (2006) - Permanent-Magnets Linear Actuators Applicability in Automobile Active Suspensions -IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 55, NO. 1.

MENDES R. M., (2003), “*Elementos de máquinas – Molas*”; Escola Superior de Tecnologia – I.P.S.

NETO, A. da R. (2000), “ Implementação de um Modelo Numérico para Estudos de Conforto Vibracional em Automóveis”, Dissertação de Mestrado, Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil, 129 p.

PEREIRA, P. & DELANNE, Y., (1999), “Caracterização da Irregularidade Longitudinal dos Pavimentos Rodoviários – Definição de Especificações”, Universidade do Minho, Braga.

PEREIRA, P. & MIRANDA, V., (1999), “Gestão da Conservação dos Pavimentos Rodoviários”, Universidade do Minho, Braga.

PNPR, (2003), “Plano Nacional de Prevenção Rodoviária”, Ministério da Administração Interna, Lisboa.

UHLMANN, C. E., (2009) “Análise da influência da barra estabilizadora no ângulo de rolagem da suspensão dianteira de ônibus”, Dissertação de mestrado, Porto Alegre.

WILSON, Q., “O livro dos carros clássicos”, Rio de Janeiro: Ediouro Publicações, 2000, 224p.

WOLLSTROM, M. (1998), “Internal Noise and Vibrations in Railway Vehicles – A Pilot Study”, Report of Department of Vehicle Engineering Royal Institute of Technology, Stockholm, December 1998, 61 p.

ANEXOS

ANEXO I

Cálculo dos determinantes da matriz de Lyapunov da suspensão passiva.

A matriz P é a matriz de Lyapunov.

$$P = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 & 0.0178 & -1.025 \\ -0.5000 & 11.4303 & 0.1025 & 1.1558 \\ 0.0178 & 0.1025 & 0.0337 & -0.5000 \\ -0.1025 & 1.1558 & -0.5000 & 102.8677 \end{bmatrix} \quad (3.1.23)$$

$$- D1=P_{11} - \text{Det}(D1)=0.2386>0; \quad (3.1.24)$$

$$- D2 = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 \\ -0.5000 & 11.4303 \end{bmatrix} - \text{Det}(D2)= 2.4773>0; \quad (3.1.25)$$

$$- D3 = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 & 0.0178 \\ -0.5000 & 11.4303 & 0.1025 \\ 0.0178 & 0.1025 & 0.0337 \end{bmatrix} - \text{Det}(D3)= 0.0755>0; \quad (3.1.26)$$

$$- D4=P - \text{Det}(D4)= 7.1301>0; \quad (3.1.27)$$

$$- D5=P_{44} - \text{Det}(D5)=102.8677>0; \quad (3.1.28)$$

$$- D6 = \begin{bmatrix} 0.0337 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.0337 \end{bmatrix} - \text{Det}(D6)= 3.2166>0; \quad (3.1.29)$$

$$- D7 = \begin{bmatrix} 11.4303 & 0.1025 & 1.1558 \\ 0.1025 & 0.0337 & -0.5000 \\ 1.1558 & -0.5000 & 102.8677 \end{bmatrix} - \text{Det}(D7)= 35.5229>0; \quad (3.1.30)$$

ANEXO II

Cálculo dos determinantes da matriz de Lyapunov da suspensão activa.

A matriz P é a matriz de Lyapunov.

$$P = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 & 0.0178 & -1.025 \\ -0.5000 & 11.4303 & 0.1025 & 1.1558 \\ 0.0178 & 0.1025 & 0.0337 & -0.5000 \\ -0.1025 & 1.1558 & -0.5000 & 102.8677 \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

$$- D1 = P_{11} - \text{Det}(D1) = 0.2386 > 0; \quad (3.2.19)$$

$$- D2 = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 \\ -0.5000 & 11.4303 \end{bmatrix} - \text{Det}(D2) = 2.4773 > 0; \quad (3.2.20)$$

$$- D3 = \begin{bmatrix} 0.2386 & -0.5000 & 0.0178 \\ -0.5000 & 11.4303 & 0.1025 \\ 0.0178 & 0.1025 & 0.0337 \end{bmatrix} - \text{Det}(D3) = 0.0755 > 0; \quad (3.2.21)$$

$$- D4 = P - \text{Det}(D4) = 7.1301 > 0; \quad (3.2.22)$$

$$- D5 = P_{44} - \text{Det}(D5) = 102.8677 > 0; \quad (3.2.23)$$

$$- D6 = \begin{bmatrix} 0.0337 & -0.5000 \\ -0.5000 & 0.0337 \end{bmatrix} - \text{Det}(D6) = 3.2166 > 0; \quad (3.2.24)$$

$$- D7 = \begin{bmatrix} 11.4303 & 0.1025 & 1.1558 \\ 0.1025 & 0.0337 & -0.5000 \\ 1.1558 & -0.5000 & 102.8677 \end{bmatrix} - \text{Det}(D7) = 35.5229 > 0; \quad (3.2.25)$$

ANEXO III

Cálculo dos determinantes da matriz de Lyapunov da suspensão pseudo-levitante.

A matriz P é a matriz de Lyapunov.

$$P = 1e^{17} \cdot \begin{bmatrix} -0.0024 & 0 & -0.0002 & 0 \\ 0 & 11.4303 & 0 & 0.0068 \\ -0.0002 & 0 & -0.0003 & 0 \\ 0 & 0.0068 & 0 & -1.0223 \end{bmatrix} \quad (3.3.15)$$

$$- \quad D1=P_{11} - \text{Det}(D1)= -0.0024; \quad (3.3.16)$$

ANEXO IV

Cálculo dos determinantes da matriz de Lyapunov da suspensão pseudo-levitante com estabilização independente da massa não suspensa.

A matriz P é a matriz de Lyapunov.

$$P = 1e^5 \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 & 0.0047 & 0.0030 & 0.0047 & 0 \\ 0 & 3.0154 & -0.0030 & 0.2476 & 0 & 0.2492 \\ -0.0002 & -0.0030 & 0.0005 & 0 & 0.0004 & -0.0003 \\ 0.0047 & 0.2476 & 0 & 0.0250 & 0.0003 & 0.0250 \\ 0.0030 & 0 & 0.0004 & 0.0003 & 0.0004 & 0 \\ 0.0047 & 0.2492 & -0.0003 & 0.0250 & 0 & 0.0272 \end{bmatrix} \quad (3.4.44)$$

$$- D1=P_{11} - \text{Det}(D1)= 5670>0; \quad (3.4.45)$$

$$- D2 = \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 \\ 0 & 3.0154 \end{bmatrix} - \text{Det}(D2)= 17100>0; \quad (3.4.46)$$

$$- D3 = \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 & 0.0047 \\ 0 & 3.0154 & -0.0030 \\ -0.0002 & -0.0030 & 0.0005 \end{bmatrix} - \text{Det}(D3)= 1.8366>0; \quad (3.4.47)$$

$$- D4 = \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 & 0.0047 & 0.0030 \\ 0 & 3.0154 & -0.0030 & 0.2476 \\ -0.0002 & -0.0030 & 0.0005 & 0 \\ 0.0047 & 0.2476 & 0 & 0.0250 \end{bmatrix} - \quad (3.4.48)$$

$$\text{Det}(D4)= 0.0083>0;$$

$$- D5 = \begin{bmatrix} 0.0567 & 0 & 0.0047 & 0.0030 & 0.0047 \\ 0 & 3.0154 & -0.0030 & 0.2476 & 0 \\ -0.0002 & -0.0030 & 0.0005 & 0 & 0.0004 \\ 0.0047 & 0.2476 & 0 & 0.0250 & 0.0003 \\ 0.0030 & 0 & 0.0004 & 0.0003 & 0.0004 \end{bmatrix} - \quad (3.4.49)$$

$$\text{Det}(D5)= 7.2967e-008>0;$$

$$- D6=P - \text{Det}(D6)= 9.9546e+017>0; \quad (3.4.50)$$

$$- D7=P_{66} - \text{Det}(D7)= 2720>0; \quad (3.4.51)$$

$$- D8= \begin{bmatrix} 0.0004 & 0 \\ 0 & 0.0272 \end{bmatrix} - \text{Det}(D8)= 1.0880>0; \quad (3.4.52)$$

$$- D9= \begin{bmatrix} 0.0250 & 0.0003 & 0.0250 \\ 0.0003 & 0.0004 & 0 \\ 0.0250 & 0 & 0.0272 \end{bmatrix} - \text{Det}(D9)= 0.0020>0; \quad (3.4.53)$$

$$- D10= \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 & 0.0004 & -0.0003 \\ 0 & 0.0250 & 0.0003 & 0.0250 \\ 0.0004 & 0.0003 & 0.0004 & 0 \\ -0.0003 & 0.0250 & 0 & 0.0272 \end{bmatrix} - \quad (3.4.54)$$

$$\text{Det}(D10)= 1.8841e-007>0;$$

$$- D11= \begin{bmatrix} 3.0154 & -0.0030 & 0.2476 & 0 & 0.2492 \\ -0.0030 & 0.0005 & 0 & 0.0004 & -0.0003 \\ 0.2476 & 0 & 0.0250 & 0.0003 & 0.0250 \\ 0 & 0.0004 & 0.0003 & 0.0004 & 0 \\ 0.2492 & -0.0003 & 0.0250 & 0 & 0.0272 \end{bmatrix} - \quad (3.4.55)$$

$$\text{Det}(D11)= 1.0187e-007>0;$$