

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**COMUNICAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA: PRÁTICAS NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**

António Manuel da Conceição Guerreiro

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

(Didática da Matemática)

2011

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



COMUNICAÇÃO NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA
MATEMÁTICA: PRÁTICAS NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

António Manuel da Conceição Guerreiro

Tese orientada pela Prof. Doutora Maria de Lurdes Marquês Serrazina e
pelo Prof. Doutor João Pedro Mendes da Ponte

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

(Didática da Matemática)

2011

Tese financiada por fundos nacionais através da Fundação para a Ciência e Tecnologia

(SFRH / BD / 45094 / 2008)

Resumo

O presente estudo analisa a evolução das concepções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo do ensino básico, no decorrer de um trabalho de natureza colaborativa focado na reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula. O quadro teórico incide no conhecimento profissional do professor, com especial referência às suas formas paradigmáticas e narrativas, e na comunicação no processo de ensino-aprendizagem da matemática, com significativa incidência na comunicação matemática como interação social na sala de aula. O estudo enquadra-se numa metodologia qualitativa, adota o paradigma interpretativo, segue o *design* de estudo de caso e integra uma vertente de trabalho de natureza colaborativa entre o investigador e três professoras do 1.º ciclo do ensino básico. A recolha de dados incluiu as técnicas de observação, inquirição e colaboração. A análise de dados, organizada em estudos de caso, interpreta a plenitude da informação recolhida, através de referências significativas, reconstruindo a complexidade das vivências dos participantes nesta investigação.

Os resultados do estudo apontam para a mudança das concepções sobre comunicação matemática através do reconhecimento da partilha comunicativa como fator determinante da aprendizagem da matemática. O reforço das interações entre os alunos suscita uma comunicação reflexiva e instrutiva, motivando a centralidade das aprendizagens nos processos comunicativos e no conhecimento partilhado entre os alunos e o professor. A assunção da singularidade dos conhecimentos dos alunos determina a alteração do foco das interações entre o professor e os alunos, reforçando a real inquirição dos alunos e a negociação dos significados matemáticos. A reflexão sobre as práticas de comunicação, apoiadas pelo visionamento das aulas e o sentido crítico do investigador, num clima de confiança e à-vontade, desencadeou um questionamento sobre as práticas de sala de aula e sobre o conhecimento profissional dos professores.

Palavras-chave: Conhecimento profissional, concepções e práticas, comunicação matemática, padrões de interação, negociação de significados.

Abstract

This study analyses the evolution of mathematical communication conceptions and practices of primary school teachers in the course of collaborative work focused on the reflection of communication practices in the classroom. The theoretical framework zooms in on the teacher's professional knowledge, in particular on the paradigmatic and narrative forms, as well as on communication in the teaching and learning process, especially on mathematical communication as social interaction in the classroom. This study employs a qualitative methodology, takes up the interpretive paradigm, is designed as a case study and integrates a dimension of collaborative work between the researcher and three primary school teachers. Data collection encompasses observation techniques, inquiry and collaboration. The data analysis, organized into case studies, interprets the whole information that was gathered through meaningful references, reconstructing the complexity of the participants' experiences in this research.

The study results show the change of conceptions on mathematical communication by acknowledging communicative sharing as a determining factor in mathematical learning. Reinforcing the interactions between learners gives way to a reflexive and instructive communication, highlighting the centrality of learning in the communicative processes and in the knowledge shared by learners and the teacher. The assumption of the singularity of the learners' knowledge determines a shift in the focus of interactions between the teacher and the learners and puts an emphasis on the learners' true inquiry and the negotiation of mathematical meanings. The reflection on communicative practices, based on the observing of lessons and the researcher's critical stance, in an atmosphere of trust and ease, prompted an inquiry into classroom practices and the teachers' professional knowledge.

Keywords: professional knowledge, conceptions and practices, mathematical communication, interaction patterns, meaning negotiation.

Agradecimentos

Aos meus orientadores, Lurdes Serrazina e João Pedro da Ponte

Às professoras do estudo

Aos alunos das professoras do estudo

Aos docentes Eulália, Joana e Lino

À minha amiga Conceição Andrade

Ao meu amigo Vítor Reia-Batista

À minha diretora, Carolina Sousa

Ao amigo António Lopes

Às minhas colegas de doutoramento, Cristina Martins e Elvira Ferreira

À minha sobrinha Catarina Guerreiro

Índice

Capítulo 1	1
Apresentação do estudo	1
Do percurso escolar e profissional à problemática	1
Problema e questões de estudo	10
Pertinência do estudo	18
Capítulo 2	25
Conhecimento profissional do professor de matemática	25
Conhecimento profissional do professor	25
Domínios do conhecimento profissional do professor de matemática	28
Conhecimento prático do professor de matemática	32
Formas de conhecimento profissional do professor de matemática	34
Conhecimento e prática profissional dos professores de matemática	40
Conceções e prática profissional dos professores de matemática	43
Conceções e práticas de comunicação matemática	47
Capítulo 3	51
Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática	51
Comunicação como transmissão de informações	51
Comunicação como processo de interação social	64
Aprendizagem matemática segundo a transmissão de informação	75
Registos de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática	79
Interação social no ensino-aprendizagem da matemática	84
Práticas de comunicação na sala de aula de matemática	88
Padrões de interação e negociação de significados	97
Capítulo 4	107
Metodologia	107
Investigações qualitativas	107
Trabalho de natureza colaborativa	113
Plano de investigação e participantes no estudo	119
Recolha de dados	121
Análise de dados	126

Capítulo 5	131
Encontros de natureza colaborativa	131
Apresentação global dos encontros	131
Conceções partilhadas nos encontros	136
Práticas de comunicação das professoras em sala de aula.....	140
Padrões de interação e negociação de significados	150
Colaboração, reflexão e prática	162
Capítulo 6	175
Caso Alexandra.....	175
Conhecimento profissional	175
Conceções sobre comunicação matemática.....	185
Práticas de comunicação em sala de aula	190
Padrões de interação e negociação de significados	215
Colaboração, reflexão e prática	246
Capítulo 7	253
Caso Carolina.....	253
Conhecimento profissional	253
Conceções sobre comunicação matemática.....	264
Práticas de comunicação em sala de aula	269
Padrões de interação e negociação de significados	300
Colaboração, reflexão e prática	319
Capítulo 8	327
Caso Laura	327
Conhecimento profissional	327
Conceções sobre comunicação matemática.....	333
Práticas de comunicação em sala de aula	339
Padrões de interação e negociação de significados	358
Colaboração, reflexão e prática	384
Capítulo 9	389
Em busca do entendimento: comunicação matemática	389
Conhecimento profissional do professor de matemática	389
Práticas de comunicação em sala de aula de matemática.....	397

Padrões de interação e negociação de significados	403
Colaboração, reflexão e prática	409
Capítulo 10	413
Conclusões	413
Síntese do estudo	413
Conclusões do estudo	416
Reflexão final e sugestões para futuras investigações.....	419
Referências	423
Anexos.....	445
Anexo 1- Guião da entrevista inicial aos professores.....	447
Anexo 2 - Guião da entrevista final aos professores	451
Anexo 3 - Linhas gerais para encontro.....	453
Anexo 4 - Datação global do trabalho de campo.....	457
Anexo 5 - Exemplos de organização dos dados	459

Capítulo 1

Apresentação do estudo

Neste capítulo apresento o meu percurso escolar e profissional e os principais motivos que originaram a realização desta investigação sobre a comunicação matemática na sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico. Apresento a problemática em estudo e as questões de pesquisa e descrevo, de modo sucinto, a sua pertinência no campo da educação matemática, com referência aos principais estudos portugueses realizados sobre comunicação matemática na sala de aula.

Do percurso escolar e profissional à problemática

A escrita, como o conhecimento, constrói-se por sucessivas aproximações. Um texto para ser veiculado, entendido, comentado, apreciado, nunca está definitivamente terminado, apesar de ter sido corrigido, limado, reformulado, por vezes reelaborada toda uma série de versões anteriores até o autor considerar válida a qualidade da *escritura*. E ainda assim, anos mais tarde, relendo o que escreveu, o texto é passível de supressões, acrescentos, modificações. É nesta senda de sucessivas aproximações que se estrutura todo este documento e se tenta analisar, estudar e repensar a aprendizagem da matemática, no sentido do conhecimento sobre a aquisição do conhecimento, através do processo de comunicação matemática na sala de aula, na perspetiva do professor.

Explica-se o mundo a partir do nosso mundo construído e, neste âmbito, reflete-se sobre as vivências pessoais e profissionais na tentativa de encontrar a base de progressão e

coerência que justifique os pequenos episódios vividos, num entrelaçar de ação e significação pessoal na apreensão da realidade. A partilha de significações sobre o meu trajeto escolar e profissional ajudará a conhecer as minhas convicções e conceções sobre o processo de ensino-aprendizagem e a *medir* o percurso profissional, percorrido e a percorrer, numa lógica constante de aproximação sucessiva a uma identidade profissional de educador.

Ciente da dinâmica do desenvolvimento profissional e da necessária atualização das significações construídas sobre as ações decorridas ao longo do tempo, olhar sobre o passado, no contexto da aprendizagem escolar e profissional, requer a consciência de que todo o processo histórico é um processo de transformação e de que, em cada instante, as significações produzidas resultam da capacidade de entendimento pessoal, no momento vivido. Nesta lógica, reflito, numa conjugação de ação e significação, sobre alguns episódios escolares e profissionais que foram delineando o meu atual pensamento a propósito do ensino-aprendizagem da matemática e da formação de professores, e que consubstanciaram a vontade de estudar e investigar o papel da comunicação no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Realizei todo o ensino básico e secundário nas escolas públicas da cidade de Silves, com um ensino da matemática (e de outras áreas disciplinares) baseado na memorização, repetição e no castigo (1.º ciclo), na excessiva abstração (2.º ciclo, a chamada *Matemática Moderna*), na falta ou pouca assiduidade dos professores (3.º ciclo) e na valorização da matemática (e de outras ciências) na Área Científico-Natural (secundário). O gosto pela estrutura lógica e racionalista da matemática, particularmente pela geometria cartesiana, e pela física, bem como a paixão pela epistemologia das ciências, lecionada na disciplina de filosofia, com a descoberta de cientistas como Copérnico e Galileu, influenciaram a minha opção por um curso de matemática.

Apesar das metodologias expositivas dos professores, acompanhadas pela resolução de exercícios, desenvolvi o gosto pela utilização de representações e de esquemas (particularmente no estudo da geometria e da física) que sustentavam os meus raciocínios na transformação do enunciado da tarefa, num misto de linguagem natural e específica da matemática ou da física, na resolução matemática do exercício proposto. Esta formação gerou em mim um entendimento da aprendizagem da matemática como a capacidade de acompanhar os raciocínios lógicos e de visualizar em abstrato os objetos geométricos,

com o auxílio de esquemas representativos das situações dadas. Tal conceção repercutiu-se no meu desempenho letivo nos ensinos básico, secundário e superior, especialmente no contexto de ensino da geometria, assumindo a visualização como um recurso didático e uma proposta facilitadora na compreensão, por parte dos alunos, do conhecimento matemático.

A frequência universitária (no curso de Matemática – Ramo Educacional na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra), algo conturbada pela fraca preparação científica e ausência de métodos de estudo nos ensinos básico e secundário e pelo envolvimento académico, associativo e político, não impediu um entendimento global das diversas áreas da matemática e a capacidade de análise dos procedimentos com vista à minimização dos erros na resolução de tarefas matemáticas. Esta perspetiva do erro, entendida por mim, na época, como uma das principais competências desenvolvidas durante a licenciatura, refere-se à capacidade de análise e de minimização dos erros cometidos enquanto profissional na resolução de tarefas matemáticas, conferindo uma forte valorização à componente da matemática no conhecimento do professor.

Para mim, um professor capaz de resolver todos os exercícios propostos para o seu nível de ensino, de forma clara e acessível aos alunos (com um sentido didático), seria um bom professor, fundamentalmente no papel de executor da matemática estruturada e prescrita para os ensinos básico e secundário. A minha frequência universitária consolidou uma visão da matemática como uma ciência estruturada, acabada e definitiva, e do seu ensino baseado na exposição dos conteúdos através da dedução lógica e da justificação dos procedimentos matemáticos, complementada com a apresentação de exemplos e a resolução de exercícios.

Da faculdade, ficou um episódio invulgar e marcante enquanto pessoa e profissional. Na fase final da licenciatura, realizei pequenos trabalhos monográficos sobre temáticas do ensino secundário, nomeadamente a *Construção dos Números Reais – Axioma da Continuidade*. Elaborei um documento de sete páginas, escritas à mão, seguindo uma estrutura tradicional: partia da situação em que o conjunto dos números reais (\mathbb{R}) é um corpo munido de duas operações, a adição e a multiplicação; apresentava a ordenação dos elementos do corpo \mathbb{R} e a densidade entre os seus elementos; e terminava a exposição com a demonstração de que o conjunto dos números reais era arquimediano e completo.

A professora orientadora do trabalho recebeu-o, folheou-o, seguindo aquela apresentação usual, comum aos livros didáticos e científicos consultados, e disse-me «Não quero nada disto. Começa pelo fim.». Tive de enfrentar e vencer o desafio de tratar um conteúdo matemático sem seguir a perspectiva dos livros oficiais e oficializados. Este acontecimento, invulgar, não teve imediatamente repercussões no meu entendimento do ensino da matemática, mas teve uma forte importância na minha vida pessoal e profissional. Em diversas situações me ocorre «E se começasse pelo fim?». Tento vislumbrar uma outra solução, uma forma diferente de abordar um problema, com o intuito de compreender o desafio segundo um outro olhar.

A minha primeira experiência como professor na sala de aula foi no último ano da minha formação inicial. Do início da atividade profissional recordo a ausência de aplicação das matérias lecionadas durante o meu percurso universitário (pelo menos era essa a minha ideia) e a permanente ajuda da orientadora da escola secundária na resolução dos problemas que iam surgindo no decorrer do ano letivo. A orientação da professora da escola de acolhimento concretizou-se em duas vertentes: uma direta, relacionada com os conteúdos programáticos, nomeadamente toda a geometria euclidiana do 9.º ano; e outra indireta, ligada aos aspetos relacionais e pedagógicos, levando-me a definir estratégias. A minha atitude diferenciou-se da de outros colegas de estágio na capacidade de *inventar* exercícios (realizados apenas nos momentos formais de avaliação) que tentavam testar a aplicação dos conteúdos em *novas situações*.

Do meu percurso escolar ficou uma aprendizagem de uma matemática estabelecida, estruturada e apresentada em *sebentas*, livros científicos e/ou manuais escolares, uma consciência da importância das representações no ensino da geometria (sem conexão com as outras áreas da matemática) e uma valorização do professor como bom transmissor de informação e eficaz executante do saber matemático, avaliado pela capacidade de resolução dos exercícios dos manuais e dos exames nacionais. As duas situações dissonantes desta visão, o equacionar de um conceito sem seguir uma estrutura clássica e a construção de *problemas*, não tiveram reflexos nos primeiros anos de atividade docente.

Esses primeiros tempos de desempenho profissional no ensino secundário, onde lecionei todos os conteúdos programáticos de matemática do 7.º ao 12.º ano de escolaridade, caracterizaram-se pela preparação das aulas, a partir do manual adotado e, pontualmen-

te, com recurso a outros manuais, pelos *princípios didáticos* de clareza de exposições pormenorizadas sobre os conteúdos a lecionar, por um relacionamento positivo entre o professor e os alunos e uma tentativa de validação da aprendizagem dos alunos através de testes tradicionais. Basicamente, em consonância com o conhecimento profissional adquirido na minha formação inicial, no contacto com os outros professores da disciplina e na relação com os alunos na sala de aula, o meu ensino centrava-se no discurso do professor, norteado pelas dimensões de exposição discursiva das matérias, de audição das dúvidas dos alunos sobre o exposto, e de registo escrito da resolução dos exercícios propostos, na aula ou nos momentos formais de avaliação. Estas resoluções dos exercícios eram únicas e iguais para todos, professor e alunos.

A participação em alguns encontros regionais de educação matemática, especificamente no *AlgarMat*, e o ingresso num mestrado em supervisão, na área de especialização em matemática, como consequência de algum desconforto pessoal no exercício docente, vieram acrescentar o conhecimento de outras abordagens e um outro tipo de enquadramento teórico da problemática do ensino-aprendizagem da matemática. Nessa época, as minhas preocupações transferiram-se da problemática do sucesso no ensino, associado às classificações dos alunos, para a problemática do sucesso na aprendizagem.

A frequência da disciplina de Metodologia de Ensino da Matemática do mestrado em supervisão e o ingresso, como assistente do 1.º triénio, na Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve iniciaram uma significativa mudança de perspetiva sobre o ensino e, particularmente, sobre o ensino da matemática. Em consequência da formação recebida durante o mestrado e do contacto com outros professores com perspetivas diferenciadas das anteriores, passei a equacionar o ensino como um modo mobilizador dos conhecimentos de todos os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem, reconhecendo a existência de ideias matemáticas por parte dos alunos.

No entanto, a minha prática docente ainda continuava muito matizada pelo modelo anterior de detentor do conhecimento, agora mais desestruturado, e do professor como centro do processo de ensino-aprendizagem da matemática ou da prática de supervisão. Verdadeiramente, o que mudara, para além do meu conhecimento sobre um outro tipo de abordagens no ensino-aprendizagem, fora a crescente participação dos alunos ou formandos, a valorização das suas opiniões e o assumir de possibilidades diferentes aquando da resolução de exercícios ou no tímido ensaio de resolução de problemas.

Surgiu a voz dos alunos, especialmente no contexto da supervisão pedagógica no 2.º ciclo do ensino básico, como início de diálogo, numa apresentação de pontos de vista diferentes mas não antagónicos, alicerçados em *verdades* assumidas por cada um de nós, principalmente pelo supervisor, detentor de um modelo de bom professor.

A formação recebida e a consciência de uma abordagem diferente da matemática incentivaram em mim uma nova forma de perspetivar o seu ensino, resultando na crescente dinamização de sessões práticas no âmbito da educação matemática, em encontros regionais, e na lecionação de disciplinas de didática da matemática, através do reforço e consolidação da valorização do diálogo e da partilha de saberes entre os intervenientes nestes momentos formativos. Todavia, as tarefas propostas, muito na linha do isomorfismo *façam como eu faço*, ficavam pelos processos de formação inicial ou contínua, distanciadas da realidade da sala de aula, subjugadas à visão do formador. Esta incomodidade foi minimizada pelo envolvimento em disciplinas da área da matemática e da sua didática nos cursos de complementos de formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico.

A experiência de trabalhar com professores, em alguns casos com muitos anos de atividade profissional, e de ser confrontado com a implementação crítica das tarefas propostas para a sala de aula constituíram-se como uma mais-valia e um desafio no questionamento sobre a essência do conhecimento matemático e profissional e na aceitação e valorização das opiniões dos outros para além das minhas *certezas profissionais*. A descoberta de novas estratégias e, por vezes, de soluções nas tarefas de investigação, em contacto com professores e mesmo com alunos destes docentes, veio pôr em evidência a dinâmica da construção do conhecimento matemático, e do conhecimento em geral, através da validação de conjecturas desenvolvidas na sala de aula.

Esta validação pode ser igual na sua natureza, mas substancialmente diversa na sua intencionalidade relativamente às demonstrações que realizava na sala de aula expositiva, onde provava aquilo que já sabia à partida ser verdadeiro: que o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos de um segmento de reta constituía uma reta perpendicular ao ponto médio do referido segmento; ou que a soma dos ângulos internos de um triângulo formava um ângulo raso. Agora não, agora alunos ou formandos e professor ou formador estavam nas mesmas circunstâncias, tentando validar uma conjectura formulada a partir da recolha de dados e da tentativa de matematização de uma realida-

de. O *poder matemático* na sala de aula estava repartido entre o professor e os alunos, apesar do peso institucional do docente.

A lecionação de disciplinas da área da matemática e da sua didática para professores do 1.º ciclo, a intervenção em cursos de formação contínua no âmbito das experiências de aprendizagem em matemática para os primeiros anos de escolaridade, a realização de sessões práticas, em encontros regionais e nacionais, sobre a mesma temática, e a publicação de artigos de divulgação, em parceria com professores do 1.º ciclo, sobre experiências de aprendizagem matemática na sala de aula consolidaram em mim uma vivência crescente sobre o ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade e um conhecimento profissional sobre a formação de professores do 1.º ciclo. A minha conduta alterou-se, impulsionada pela mudança de visão sobre a natureza da matemática e por uma maior consciência da existência de diferentes perspetivas sobre o ensino-aprendizagem desta área de conhecimento, foi-se estruturando numa modificação de atitude comunicacional na sala de aula. A assunção da matemática como um modo de pensar, para além de património cultural, representou a valorização da comunicação como processo de construção de um conhecimento, agora partilhado e emergente a partir da interação social dos intervenientes.

A entrada nas salas de aula do 1.º ciclo, como consequência de ser formador do programa de formação contínua em matemática para professores deste nível de ensino, e a observação, na grande maioria dos casos, de um discurso centrado no docente, na explanação e validação dos conteúdos, partilhado com os alunos apenas nos momentos de exposição dos exercícios ou problemas *bem* executados, fizeram-me recuar aos meus primeiros tempos de carreira. Estes professores, tal como acontecia comigo na altura, têm uma conceção da comunicação matemática como um processo de transmissão de informação, numa linguagem *próxima* dos alunos. Os momentos comunicativos na sala de aula são pautados pelo discurso do professor e pelas explicações dos alunos a propósito das resoluções *construídas com sucesso* dos problemas ou exercícios propostos.

A valorização do diálogo e do relacionamento interpessoal ao longo de todo o meu percurso profissional evidencia que a comunicação foi sempre um elemento presente na minha atividade, apesar de ter tomado diversas formas, como resultado de momentos de formação formal (como foi o caso do mestrado) e de aprendizagem em exercício, em consequência da mudança das minhas conceções sobre a natureza e o ensino da mate-

mática. O próprio entendimento de conhecimento matemático para ensinar foi progredindo da ideia de eficaz conhecedor dos conteúdos e bom executor das tarefas, relacionadas com os itens matemáticos a lecionar, para a eficiência no entendimento dos processos matemáticos corretos, incompletos ou incorretos construídos pelos alunos ou formandos na tentativa da resolução das tarefas matemáticas, sejam elas exercícios, problemas, atividades de investigação ou outras.

A renovação de concepções sobre a natureza da matemática, fruto da formação recebida e da partilha de conhecimentos, e a valorização da reflexão sobre o conhecimento matemático para ensinar e sobre o conhecimento profissional, consubstanciados no entendimento da matemática como forma de pensar, emergiram no meu desempenho de educador através de mudanças comunicacionais na sala de aula e da valorização das opiniões divergentes. Essas mudanças foram-se e vão-se estruturando, através de sucessivas aproximações, na partilha de significados matemáticos e educacionais com os formandos, num contexto de interação social mediado pela linguagem com uma componente reflexiva, e na valorização da análise matemática das produções dos alunos, com vista à compreensão dos processos de construção das ideias matemáticas e ao entendimento comunicacional.

Por meio do reconhecimento de diversas perspetivas sobre o ensino-aprendizagem da matemática, nomeadamente sobre o papel da comunicação e a importância do trabalho partilhado com vista à reflexão sobre a prática profissional, uma nova atitude comunicacional pode ser desenvolvida na sala de aula pelo professor, atendendo às estratégias individuais ou de grupo dos alunos na construção do conhecimento matemático, sem a imposição de uma visão oficial nem a desvalorização de estratégias alternativas e/ou divergentes das do professor, do manual escolar ou do *melhor* aluno em matemática. Tendo em vista a persecução deste objetivo, constituí dois grupos com características colaborativas, cada um deles dinamizado por mim e formado por três professores do 1.º ciclo, para trabalhar sobre a comunicação matemática no processo de ensino-aprendizagem, no contexto das salas de aula.

A opção por dois grupos de docentes, deste ciclo de ensino, tentou assegurar um significativo nível pessoal de confronto do investigador, ao acautelar a hipótese de impedimentos pessoais gerarem a impossibilidade de manutenção de um dos grupos constituídos. O trabalho nos dois grupos iniciou-se e desenvolveu-se num clima de confiança e

de partilha de experiências entre os participantes. Tal como previsto, circunstâncias exteriores a esta investigação alteraram a composição de um dos grupos por supressão de um dos seus elementos, devido ao nascimento de um filho e conseqüente gozo da licença de maternidade. Assim, operacionalizei a investigação e a sistematização dos seus resultados, desenvolvendo este estudo com apenas um grupo de professores, seguindo o procedimento metodológico exposto em capítulo específico. Esta circunstância não limitou a natureza do estudo nem minimiza os seus resultados, na minha perspetiva, por garantir igualmente o desenvolvimento de um trabalho de natureza colaborativa com um grupo de professores do 1.º ciclo.

Concomitantemente, infleti o trabalho realizado com o grupo reduzido, indo ao encontro da vontade expressa pelos restantes dois professores, a lecionarem um 1.º ano de escolaridade, ao trabalhar a ligação entre as histórias da literatura infanto-juvenil e a matemática, tendo por base a comunicação matemática na sala de aula do 1.º ciclo. Este trabalho decorreu em simultâneo com o trabalho de campo previsto anteriormente, dando atenção ao pensamento combinatório dos alunos nos primeiros anos de escolaridade e à utilização matemática das histórias da literatura infanto-juvenil. As tarefas matemáticas foram planificadas pelos dois professores, com a minha colaboração, realizadas nas suas turmas do 1.º ano de escolaridade e refletidas no grupo de trabalho.

Parte da atividade desenvolvida foi tornada pública no encontro anual de professores de matemática, *ProfMat2008*, organizado pela Associação de Professores de Matemática, na cidade de Elvas, através da dinamização conjunta de uma sessão prática intitulada «Histórias com Matemática dentro – A Matemática nas histórias da Literatura Infanto-juvenil» e da apresentação, dinamizada pelos dois professores, da comunicação intitulada «Primeiros Passos no Pensamento Combinatório – Uma experiência na sala de aula do 1.º ano de escolaridade» (Pereira, Gago & Guerreiro, 2008). Esta comunicação resultou num artigo de divulgação na revista *Educação e Matemática* sobre o pensamento combinatório em alunos do 1.º ano de escolaridade (Pereira, Gago & Guerreiro, 2010).

O presente estudo desenvolve-se assim no âmbito de um grupo de trabalho de natureza colaborativa constituído por mim próprio e por três professoras do 1.º ciclo de uma mesma escola localizada na cidade de Portimão. Apostando numa maior consciencialização dos elementos que integram o grupo no respeitante ao entendimento da matemática como forma de pensar e ao papel do professor na dinamização de processos comuni-

cativos e de construção dos significados matemáticos dos alunos, emergentes nas suas produções, visto desenvolver um trabalho de reflexão sobre as práticas de comunicação destas professoras, complementado pela discussão de alguns aspetos centrais respeitantes às perspetivas teóricas sobre a comunicação matemática, com vista à realização de um estudo que nos permita um acréscimo do conhecimento sobre a comunicação no ensino-aprendizagem da matemática.

Problema e questões de estudo

A comunicação tem vindo a afirmar-se como um dos eixos fundamentais no processo de ensino-aprendizagem da matemática, em paralelo com a resolução de problemas e o raciocínio, nos fóruns de discussão científica e nos documentos oficiais do Ministério da Educação, acompanhando as tendências internacionais de renovação curricular do ensino da matemática. O *Currículo Nacional do Ensino Básico* (DEB, 2001), reafirmando as orientações anteriormente publicadas em *A Matemática na Educação Básica* (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999), defende o desenvolvimento da capacidade das crianças e dos jovens usarem a matemática para resolver problemas, raciocinar e comunicar, acompanhando as orientações curriculares internacionais do ensino da matemática, as quais recomendam que se deem às crianças oportunidades para interagirem e comunicarem as suas ideias e estratégias matemáticas (Baroody, 2002).

A ênfase dada à comunicação no *Currículo Nacional do Ensino Básico* (CNEB) quer nas competências gerais, focando a sua utilização e promoção como meio de informar, discutir e argumentar, quer nas competências específicas, salientando a importância do aluno “comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação” (p. 57), denota a crescente importância dada aos aspetos da comunicação, inclusive no domínio da matemática, na formação básica dos cidadãos. Na comunicação matemática, as orientações curriculares, internacionais e nacionais, põem a tónica na representação de ideias matemáticas seja na oralidade (falar e ouvir), seja na escrita e na leitura *de* e *sobre* matemática. Salientam ainda o papel da linguagem abstrata e simbólica da matemática (DEB, 2001; NCTM, 1991).

Para além destes aspetos caracterizadores da comunicação, as *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar* (NCTM, 1991) valorizam as interações entre os alunos e entre estes e o professor, realçando a sua relevância na construção de uma

aprendizagem significativa da matemática. Defendem que a interação entre os alunos “ajuda as crianças a construir o conhecimento, a aprender outras formas de pensar sobre as ideias e a clarificar o seu próprio pensamento” (p. 33), a aprender com os outros. Esta perspectiva é amplamente reforçada nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007) na caracterização da comunicação como “uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática” (p. 66). Com este objetivo, os professores proporcionam a criação de “uma comunidade na qual os alunos se sintam livres de expressar as suas ideias” (p. 67) e sejam capazes de perceber que partilham com o professor a responsabilidade pela aprendizagem na sala de aula.

As orientações curriculares nacionais sobre a comunicação matemática também foram, recentemente, clarificadas e reforçadas com a publicação do *Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB)* (ME, 2007). Nele, a comunicação é uma das capacidades caracterizadoras das finalidades do ensino da matemática, um objetivo geral do ensino da matemática, uma competência transversal e uma orientação metodológica.

O *PMEB* reforça os aspetos comunicativos, incluídos no *CNEB*, ao incorporar como finalidade o desenvolvimento no aluno da “capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega” (p. 3). A comunicação e interpretação das ideias matemáticas são, no mesmo sentido, assumidas como um objetivo geral do ensino da matemática. Nas finalidades e objetivos gerais do ensino da matemática, a comunicação patenteia uma vertente mais direcionada para os aspetos discursivos e menos para a interação entre alunos.

A comunicação matemática surge ainda como uma capacidade transversal a todos os temas matemáticos, envolvendo a oralidade e a escrita e o progressivo domínio da linguagem simbólica. A valorização da capacidade do aluno comunicar as suas ideias matemáticas e de interpretar e compreender as ideias dos outros, participando em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos, constitui uma forma do *PMEB* realçar, mesmo que implicitamente, a importância da construção de uma comunidade de aprendizagem.

O realce da comunicação como interação, nomeadamente entre os alunos, regista-se igualmente nas orientações metodológicas: “através da discussão oral na aula, os alunos confrontam as suas estratégias de resolução de problemas e identificam os raciocínios

produzidos pelos seus colegas” (p. 9); e nos tópicos e objetivos específicos da comunicação matemática relacionada com a discussão: “discutir resultados, processos e ideias matemáticos” (p. 31). A comunicação matemática surge assim no *PMEB* associada às dimensões mais usuais do discurso e da linguagem, mas também associada à interação entre os alunos e entre estes e o professor.

Anteriormente, a comunicação matemática aparece, em 1990, na *Organização Curricular e Programas do 1.º ciclo do ensino básico* (2004) e, em 1997, nas *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar* (2002), associada à resolução de problemas. Este *Programa de Matemática para o 1.º ciclo* refere nos princípios orientadores que uma das grandes finalidades do ensino da matemática é desenvolver a capacidade de comunicação e integra o desenvolvimento da comunicação como um dos componentes da resolução de problemas. Salienta ainda como objetivo geral, valorizando a interação, a explicação e o confronto das ideias dos alunos com “as dos seus companheiros” (DEB, 2004, p. 167). Neste mesmo sentido, de inclusão da comunicação na resolução de problemas, as *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar* realçam o papel das interações entre as crianças, explicitando que “o confronto das diferentes respostas e formas de solução [dos problemas] permite que cada criança vá construindo noções mais precisas e elaboradas da realidade” (DEB, 2002, p. 78).

Apesar das recomendações da comunidade de investigadores e das orientações curriculares dos documentos oficiais do Ministério da Educação para o ensino da matemática, os alunos do 1.º ciclo do ensino básico têm revelado dificuldades acentuadas na comunicação matemática. Da análise das provas de aferição do 4.º ano de escolaridade ressaltam deficiências nos processos de interpretação dos enunciados, de justificação e argumentação de procedimentos e de reflexão a propósito da consistência dos resultados (Ramalho, 2006). De acordo com o *Relatório sobre a Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo de 2008*, da responsabilidade do Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação (*GAVE*), os alunos evidenciam dificuldades significativas na comunicação matemática. Nesta prova de aferição, a comunicação matemática relaciona-se com as capacidades de interpretação, de representação e explicitação do pensamento matemático, utilizando uma linguagem matemática adequada.

Conquanto os resultados globais sejam significativamente positivos, o item em que os alunos apresentaram pior desempenho é o da comunicação matemática na área da geo-

metria e medida, o que pode traduzir deficientes práticas de comunicação matemática na sala de aula, mesmo não sendo possível avaliar, neste tipo de provas, as dinâmicas de interação entre os alunos e entre estes e o professor. Estes resultados são consistentes com o *Relatório Nacional das Provas de Aferição do Ensino Básico de 2004*, em que os dados relativos aos alunos do 4.º ano de escolaridade indicam um fraco desempenho no item comunicação, revelando que mais de metade dos alunos da amostra obteve o nível zero de desempenho igualmente no item da comunicação matemática na área da geometria e medida.

O desajuste entre as orientações curriculares atuais e anteriores e os resultados obtidos pelos alunos pode dever-se a uma multiplicidade de fatores, desde logo o conflito entre a conceção de uma sala de aula de matemática como uma situação comunicativa ou como um processo de interação, mediado pela comunicação matemática. Nestas duas conceções, o entendimento do papel da comunicação é *moldado* pelos conceitos de ensino e de aprendizagem ou vice-versa, numa dialética própria entre a comunicação e o processo educativo, que levam à perceção da comunicação como auxiliar na transmissão do conhecimento ou como alicerce na construção do conhecimento e, particularmente, do conhecimento matemático.

A transferência desta filosofia da comunicação matemática como alicerce na construção do conhecimento matemático – a comunicação como um modo de aceder ao conhecimento matemático – para a sala de aula constitui um desafio e uma vontade política, expressa nos documentos oficiais e reforçada recentemente no *PMEB*. Esta vontade educacional e política tem sido construída e reconstruída aos poucos através da centralidade e transversalidade dada à comunicação no acesso ao conhecimento pelo uso da linguagem e pela negociação de significados, em processos de interação social mediados pela comunicação matemática.

Os baixos níveis de competência comunicativa dos alunos podem, como já foi dito, dever-se a inúmeras razões motivadas pelo entendimento que se tem do ensino e da aprendizagem e do papel da comunicação neste processo. Esse entendimento concretiza-se nas conceções dos professores a propósito da comunicação matemática, nas suas práticas docentes de ensino e nos processos de interação social entre os alunos e entre estes e o professor na sala de aula.

A relação entre o tipo de comunicação matemática no 1.º ciclo e a aprendizagem da matemática pelos alunos pode ser equacionada na perspectiva das intencionalidades e práticas do professor, a partir de uma investigação de dimensão colaborativa entre investigador e professores. A influência das concepções dos professores sobre a comunicação nas práticas de comunicação matemática na sala de aula, a par do seu próprio conhecimento profissional sobre a temática, parece ser condicionadora de uma abordagem comunicativa, influenciando a valorização e caracterização do papel da comunicação no ensino-aprendizagem da matemática e a caracterização das práticas de interação social entre os alunos e entre estes e o professor.

A construção do problema de estudo implica algumas opções entre os campos científicos que se debruçam sobre a temática da comunicação. Neste estudo, não pretendo focalizar a investigação na comunicação enquanto análise de teor linguístico do discurso oral ou escrito produzido pelo professor e pelos alunos na sala de aula, mas, pelo contrário, na comunicação como interação entre sujeitos, na *linguagem em ação* – a língua no seu uso em contextos diferentes e como parte de práticas sociais (Sierpiska, 1998). Pretendo desenvolver um estudo tendo por base a comunicação como processo de aquisição de conhecimento matemático emergente dos processos de interação social.

Com vista ao questionamento das práticas no 1.º ciclo em relação ao entendimento que os professores fazem do papel da comunicação matemática no processo de ensino-aprendizagem, tendo em atenção o seu conhecimento profissional, tentarei analisar as suas atividades letivas em torno da natureza dos registos de comunicação matemática e do modo como o professor e os alunos interagem e partilham descobertas, ideias e significados matemáticos. Neste sentido, e atendendo à minha própria experiência pessoal, equaciono a construção de uma relação colaborativa, com professores do 1.º ciclo, consubstanciada na partilha de experiências profissionais, em momentos de reflexão sobre essas práticas letivas, tomando como referencial o papel da comunicação como alicerce da construção do conhecimento matemático.

Torna-se assim central o aprofundamento do conhecimento profissional sobre a temática, com vista a uma maior consistência na análise das práticas letivas e na sua reformulação, numa perspectiva dinâmica, tendo como alvo uma maior sintonia entre essas práticas e um posicionamento educacional de valorização da comunicação na sala de aula como elemento estruturador da construção do conhecimento matemático. Esta visão

enquadra-se na comunicação enquanto processo de interação social, que difere de outras perspectivas da comunicação enquanto transmissão de informação. Considera-se oportuno apresentar, ainda que de modo sucinto, as características principais das abordagens teóricas sobre a comunicação, particularizando a comunicação matemática, com um especial enfoque nas óticas mais tradicionais da transmissão de informação, na semiótica e nos panoramas mais recentes da comunicação como interação social.

A comunicação, tal como é pensada e teorizada, está associada a três componentes relacionáveis entre si: a transmissão de informação; o significado da informação pela utilização de códigos linguísticos e outros; e a interação social entre os sujeitos. No caso particular da comunicação matemática em contexto escolar, os diferentes componentes caracterizam-se pela informação matemática, pela linguagem matemática e pela interação entre alunos e entre estes e o professor na sala de aula. A caracterização e valorização de cada um destes três componentes no processo de comunicação matemática assinalam as diferentes perspectivas sobre a comunicação matemática, em consequência da adoção de abordagens diferenciadas sobre a matemática, sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática e sobre o papel do professor e dos alunos.

Ao se considerar a matemática como um conjunto de verdades objetivas, algo existente e documentado de modo independente dos indivíduos, é natural que se entenda a comunicação "como ferramenta que o professor usa para codificar o conhecimento matemático a transmitir aos alunos" (Silva & Menezes, 2003, p. 306) através do *diálogo vertical* ou como um processo de aquisição semântica de uma linguagem específica e preexistente, resultado da ligação entre a língua materna e a simbologia e representações matemáticas. Neste caso, a comunicação desenvolve-se a partir de um professor preocupado em tornar as informações emitidas compreensíveis aos alunos. Para tal, utiliza no seu discurso constantes redundâncias, como forma de reforçar o conteúdo das informações, registos linguísticos semelhantes aos dos alunos, de modo a transmitir com maior clareza a mensagem, assegurando-se dos processos de transferência da informação através do *feedback* gerado pelos alunos ou através de perguntas cujas respostas possam evidenciar a aquisição dos conhecimentos transmitidos (Sfez, 1991).

Em consequência, o enfoque da comunicação matemática posiciona-se na transmissão de informação do professor para os alunos e entre estes. Assume-se então por aquisição de conhecimento matemático a receção da informação partilhada entre os sujeitos emis-

sor e recetor, num código linguístico comum a ambos. Valoriza-se a especificidade da linguagem matemática, entendendo esta área de conhecimento como uma *linguagem específica*, e o enfoque da comunicação matemática desloca-se para o campo linguístico e semântico, para o conhecimento dos códigos específicos da linguagem matemática. O conhecimento matemático resulta da compreensão e *manipulação* da grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática (Duval, 2003).

Em contraste, se a matemática for tida como uma construção cultural partilhada pelos intervenientes e as aulas assentes em processos de interação social entre o professor e os alunos no contexto escolar, a comunicação matemática passa a ser entendida como um processo de interação social de contextos múltiplos, onde acontecem processos de negociação de significados entre os intervenientes (Sierpínska, 1998). Ao concebermos a aprendizagem matemática como um processo de interação social mediado pela comunicação, esta última é entendida como uma experiência imanente à atividade matemática, de tal modo que a produção de conhecimento passa pelo discurso (Godino & Llinares, 2000) e por uma interação intensa entre os intervenientes da aula, de onde sobressai a importância de todos os intervenientes na construção partilhada dos significados matemáticos. O ensino converte-se na organização de um processo interativo e reflexivo, com um professor empenhado continuamente em atividades diferenciadas e atualizadas com os alunos (Cruz & Martínón, 1998).

Nesta ótica, pretende-se que a comunicação matemática, para além de transferir e trocar informações entre o professor e os alunos e de compreender as representações semânticas da sua linguagem, se traduza na valorização da partilha de significados matemáticos através de atos comunicativos num contexto de interação social. Os alunos desenvolvem o seu significado das ideias matemáticas por um processo de interação e comunicação na sala de aula e o professor envolve-se na negociação dos significados matemáticos através da modificação e adequação da linguagem dos discentes, estimulando a utilização rigorosa da linguagem matemática, e encorajando a procura de esquematizações e generalizações dos resultados matemáticos. É neste processo de modificação da linguagem com vista à clarificação de conceitos, em que os alunos exprimem e justificam as suas construções pessoais e ouvem as dos outros, que emerge a constituição interativa do significado matemático partilhado, visto que eles verificam e ajustam as suas inter-

pretações por meio de um processo de negociação de significados matemáticos (Bishop & Goffree, 1986).

As orientações curriculares para o ensino da matemática valorizam a comunicação, em consonância com as políticas educativas globais, como um processo que suplanta a perspectiva da transmissão de informações entre os intervenientes. Nelas, advoga-se uma partilha comunicacional mais ajustada aos princípios da comunicação como interação social. Deste modo, a valorização das conceções e práticas dos professores a propósito da comunicação matemática, tendo por referência as teorias da comunicação como um processo de interação social, poderá adequar de forma significativa as práticas letivas às orientações curriculares para o ensino da matemática no 1.º ciclo do ensino básico.

Para tal, os professores têm de se consciencializar da existência de diferentes perspetivas sobre a comunicação, e particularmente sobre a comunicação matemática, para além do vulgar entendimento da comunicação como ato de fala ou escrita. Enquadrar essas conceções dos professores a propósito da comunicação matemática nas teorias gerais de comunicação pode ser uma das formas de tentar compreender o seu posicionamento em relação às orientações curriculares sobre a comunicação, bem como a sua intencionalidade na transformação das orientações curriculares em práticas de sala de aula.

Neste sentido, tentarei perceber o posicionamento dos professores e a sua evolução a propósito da comunicação matemática no que respeita ao seu entendimento sobre este processo e em relação às suas práticas de sala de aula. Expressões como «estão a perceber?», «alguém tem dúvidas?» ou «és capaz de explicar o modo como pensaste?» podem ser o resultado consciente da adoção de uma perspetiva teórica ou, pelo contrário, rotinas profissionais, pouco pensadas e trabalhadas, resultantes de uma vontade de desenvolver a comunicação, muitas vezes apenas entendida como a existência do ato de fala, de escuta, de escrita ou de leitura na sala de aula. Na verdade, parece relevante estudar o modo como o entendimento dos professores a propósito da comunicação matemática se insere nas suas práticas letivas e a influência que uma maior reflexão e conhecimento sobre este processo, enquadrados na valorização da comunicação como processo de interação social, exercem na prática docente de sala de aula.

Assim, o problema do estudo consiste em saber como evoluem as conceções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo do ensino básico, no decorrer de

um trabalho de natureza colaborativa focado na reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula. O problema subdivide-se nas seguintes questões de pesquisa:

1. Como evoluem as concepções do professor a propósito da comunicação matemática na sala de aula?
2. Como evoluem as práticas de comunicação do professor em sala de aula com vista à valorização da aquisição do conhecimento matemático pelos alunos?
3. Como se relacionam os padrões de interação entre o professor e os alunos com a negociação dos significados matemáticos?
4. Que relação existe entre a reflexão sobre as práticas de comunicação do professor em sala de aula e a evolução dessas práticas?

Pertinência do estudo

O assumir da comunicação matemática como suporte do processo de ensino-aprendizagem, extravasando o papel de ato de fala, de escuta, de escrita ou de leitura, decorre de uma crescente valorização do papel da comunicação na sala de aula de matemática e da relevância das práticas de comunicação e dos padrões de interação entre o professor e os alunos na aprendizagem e negociação de significados matemáticos. Assim, ao adotar como quadro de referência a comunicação matemática como um processo de interação social, estou a defender uma abordagem da aprendizagem matemática em consonância com as orientações curriculares, a qual pode ser implementada num contexto de trabalho de natureza colaborativa a partir da reflexão sobre as práticas dos professores. Este trabalho de observação, reflexão e ensaio de novas práticas de comunicação matemática deve resultar da vontade expressa dos professores que as experienciam, de modo a que sejam eles próprios a apropriar-se dos resultados inerentes a eventuais mudanças nas suas práticas e nas aprendizagens dos alunos.

Práticas de comunicação na sala de aula de matemática. A valorização de diferentes processos do raciocínio e comunicação matemática como a consistência da argumentação lógica e a comunicação de ideias matemáticas são componentes essenciais da competência matemática do indivíduo, a par da valorização do uso da linguagem matemática através da leitura, da escrita e da oralidade. É a linguagem que permite a comunicação entre as pessoas, e é através dela que se aprende, se transmite e se expressa a com-

preensão. A comunicação matemática é um meio importante para que os alunos possam refletir sobre a sua compreensão da matemática, ajudando-os a fazer conexões e a clarificar os conceitos matemáticos.

Da multiplicidade de perspetivas sobre a comunicação decorrem diversos modos de comunicação caracterizados pelo papel do professor e dos alunos no discurso de sala de aula. A oscilação entre o domínio deste discurso, pelo professor, transformando o aluno num exímio ouvinte até às práticas de comunicação que ocorrem quando os professores refletem na ação e valorizam, incorporando no discurso, as ideias e dificuldades verbalizadas pelos alunos ou intuídas pelo professor, resulta numa paleta de modos de comunicação matemática reportados para a sala de aula (Brendefur e Frykholm, 2000).

A comunicação surge, assim, como transversal e estruturadora de toda a aprendizagem e é um veículo importante nos processos de aprendizagem da matemática, através da interação social entre os alunos, o professor e o conhecimento. Mas também é importante por si própria, uma vez que os alunos aprendem a descrever os processos de resolução de problemas e de raciocínio mediante várias formas orais, escritas e icónicas (NCTM, 1994). Nesta conformidade, as aulas caracterizam-se por discussões acerca da matemática entre os alunos e entre estes e o professor, originando um sucessivo acompanhamento da linguagem matemática dos alunos com vista à valorização da comunicação matemática, através da oralidade e dos registos escritos nas práticas de sala da aula.

Deste modo, ser capaz de comunicar matematicamente é uma das capacidades matemáticas essenciais do indivíduo, a qual pode ser ampliada pela atitude dos professores ao pedirem aos seus alunos para explicarem oralmente e por escrito os seus raciocínios e as suas descobertas pessoais (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000). Os alunos têm a oportunidade de expressarem ideias matemáticas, de clarificarem o próprio pensamento e de refletirem sobre o trabalho desenvolvido na sala de aula (Buschman, 1995; NCTM, 1991; Ponte, Boavida, Graça & Abrantes, 1997).

Os alunos necessitam assim de trabalhar uns com os outros para construírem e interiorizarem uma compreensão dos significados matemáticos. Os pensamentos, as ideias e os significados das palavras são focalizados e esclarecidos quando os alunos se integram na conversação, combinando o seu conhecimento pessoal com o conhecimento dos outros alunos (Buschman, 1995). Nesta perspetiva, as formas de comunicação oral e

escrita assumem-se como processos valorativos na construção do conhecimento matemático. É na oralidade que se negociam significados matemáticos com os outros, a escrita ajuda-nos a refletir sobre a nossa experiência matemática, construindo e reconstruindo o sentido das significações matemáticas (Powell & Bairral, 2006) e a leitura é um ato de conhecer, compreender, transformar e interpretar um texto escrito (Smole & Diniz, 2001).

Quando os alunos escrevem ou falam sobre problemas da Matemática, testam e ampliam a sua compreensão desta disciplina. Quando os alunos escrevem ou falam, não usam a língua apenas para expressar os seus pensamentos, usam o processo de comunicação para partilhar com os outros as suas ideias e estratégias matemáticas (Buschman, 1995). Quando os alunos leem, podem construir uma interação entre si e o texto, pois pensamento e linguagem estão envolvidos em trocas contínuas de significados matemáticos (Smole & Diniz, 2001).

Investigar a natureza das práticas de comunicação matemática que ocorrem nas nossas salas de aula, nomeadamente os modos e formas de comunicação entre o professor e os alunos, pode proporcionar um melhor conhecimento sobre essas mesmas práticas. A investigação do tipo de comunicação matemática existente na sala de aula pode ser relevante para compreender se as diferentes perspetivas dos professores a propósito da comunicação condicionam a compreensão dos conceitos, procedimentos e relações matemáticas por parte dos alunos.

Padrões de interação e negociação de significados. A comunicação matemática abrange um vasto conjunto de processos de interação entre os alunos e entre estes e o professor. Desencadeados na diversidade de contextos das salas de aula, tomam diferentes modalidades, as quais, tendo em vista as finalidades curriculares da matemática, representam perspetivas diferentes em relação às formas de organização do trabalho, às tarefas propostas e aos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos na sua relação com a comunicação na sala de aula.

A valorização pelo professor das ideias matemáticas dos alunos, mesmo que incompletas ou erradas, favorece os processos de negociação de significados matemáticos, os quais emergem das conexões entre as ideias matemáticas em discussão e os outros conhecimentos pessoais do aluno. As novas ideias são significativas à medida que o aluno é capaz de fazer conexões com outras ideias matemáticas e com outros aspetos do

seu conhecimento pessoal (Bishop & Goffree, 1986). A negociação de significados matemáticos na sala de aula implica que o professor e os alunos tornem os seus próprios significados matemáticos visíveis e partilháveis no processo de ensino-aprendizagem, através da troca de ideias (Ponte & Serrazina, 2000).

Deste modo, as ideias e significados matemáticos da sala de aula transformam-se em conhecimento matemático quando são partilhados e assumidos como válidos pela comunidade de interlocutores (Bishop & Goffree, 1986; Fidalgo & Ponte, 2004). Esta negociação de significados matemáticos pode ser feita de forma explícita, se se argumentam diferentes pontos de vista, ou de forma implícita, se se ajustam as ações de acordo com a avaliação das expectativas ou reações dos outros (Rodrigues, 2000), o que nos remete para a importância, num processo de negociação, da autonomia de cada indivíduo e do respeito e reconhecimento, por todos os outros, das ideias de cada um.

Nesta conformidade, os significados matemáticos não existem por si mas são gerados durante o processo de comunicação e interação social, caracterizados pelos padrões de interação existentes entre os alunos e entre estes e o professor na sala de aula. Assim, é essencial que o professor, numa aula onde é promovida a comunicação e a negociação de significados, se norteie pela capacidade de ouvir com atenção o que dizem os alunos quando lhe explicam as suas ideias, estratégias e soluções, ainda que confusas ou incorretas, e os encoraje a partilharem-nas com os intervenientes na sala de aula.

Este tipo de interação, condicionador do tipo de aprendizagem, pode ser caracterizado por padrões de interação entre o professor e os alunos (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004; Wood, 1994, 1998). A tentativa de identificação dos padrões de interação que acontecem na sala de aula é crucial nas perspetivas da comunicação como interação social, pois deste modo será possível para um observador tentar relacionar o tipo de padrão de interação dominante no contexto de sala de aula com o tipo de ensino-aprendizagem da matemática.

A investigação sobre a caracterização dos padrões de interação e, conseqüentemente, as práticas de negociação de significados na sala de aula torna-se, assim, uma vertente relevante na compreensão da construção do conhecimento matemático. A compreensão do entendimento do papel do professor, que pode oscilar entre o instrutor e o parceiro na aprendizagem, sem pôr em causa a necessária autoridade profissional, nas dinâmicas de

sala de aula, pode tornar-se pertinente para o conhecimento das estratégias de interação favoráveis à partilha de significados matemáticos.

Estudos sobre comunicação matemática realizados em Portugal. A comunicação na sala de aula de matemática tem sido uma das temáticas estudadas nas últimas décadas em Portugal. Um dos trabalhos pioneiros em educação (Pedro, 1982) sobre análise sociolinguística do discurso no ensino da matemática em aulas do ensino básico aponta para uma comunicação dirigida e controlada pelo professor, assente numa emissão de mensagens entrelaçadas entre o professor e os alunos numa estrutura em que o professor pergunta e o aluno *responde a resposta previamente estabelecida* pelo professor.

Alguns estudos de mestrado, nos anos noventa do século XX, caracterizam igualmente a comunicação na sala de aula muito centrada na oralidade do professor, numa lógica de transmissão de informação, em que o aluno adota o papel de ouvinte ou de participante passivo no discurso. Os autores destes estudos caracterizam a comunicação matemática na sala de aula como essencialmente dirigida pelo professor (Almiro, 1997; Veia 1996), predominando as questões de natureza fechada (Menezes, 1995) e as interações sustentadas pela relação individualizada entre o professor e os alunos (Romão, 1998). Contudo, os mesmos autores descrevem ou desenvolvem, através da investigação, a existência de práticas, não sistemáticas, em que é valorizado o diálogo e o papel dos alunos e das tarefas de sala de aula na promoção de uma comunicação mais ajustada a uma aprendizagem significativa da matemática.

Um outro estudo (Fonseca, 2000), igualmente de mestrado, realizado no ensino secundário, aponta para uma caracterização distinta da comunicação na sala de aula, de acordo com as fases da aula e as características das tarefas matemáticas, realçando alguns sinais de autonomia dos alunos na comunicação em situações de apresentação e discussão em grupo turma. A participação dos alunos é igualmente equacionada por Ribeiro (2005), num estudo no 1.º ciclo, ao realçar os diferentes níveis de participação destes em função dos momentos e tipos de ação no decurso da aula, concluindo que, apesar da valorização da resolução de problemas como prática da sala de aula, a comunicação gerada foi pouco inquiridora e essencialmente centrada e condicionada pelo discurso da professora.

Duas investigações realizadas no âmbito de doutoramento, com uma matriz colaborativa (Martinho, 2007; Menezes, 2004), realçam a evolução significativa das práticas de

comunicação e de interação e dos conhecimentos dos professores ao longo do trabalho colaborativo desenvolvido no âmbito destes estudos. No estudo de Menezes (2004), o desenvolvimento do trabalho colaborativo, com três professores do 1.º ciclo, contribuiu para a valorização da comunicação na atividade matemática e a organização das práticas de sala de aula segundo uma perspetiva de *comunicação reflexiva*, centrada na interação entre os alunos e na realização de tarefas matemáticas de natureza problemática. No estudo de Martinho (2007), o trabalho de natureza colaborativa desenvolvido, com três professoras do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, contribuiu para uma maior autoconsciencialização sobre as conceções das professoras a propósito da centralidade discursiva do professor e o carácter instrumental da comunicação, alicerçada no rigor e adequação da linguagem matemática. As práticas das professoras evoluíram no sentido de uma maior participação dos alunos no discurso e de uma maior disponibilidade do professor para ouvir os alunos.

Ainda como resultado de estudo para a realização de mestrado, Almeida (2007) refere a evolução das práticas de comunicação, no sentido da transmissão de informação para uma maior interação comunicativa, de dois futuros professores do 3.º ciclo do ensino básico em prática pedagógica, através de práticas reflexivas. No mesmo sentido, Ferreira (2005) aponta, como resultado da investigação de doutoramento realizado nos EUA, a partir de dados provenientes de estágio profissional, realizado no nosso país, que os quatro futuros professores do 3.º ciclo e secundário, em estudo, evoluíram para práticas inquiridoras nas vertentes do questionar, ouvir e responder, apesar das tensões decorrentes da partilha colaborativa em sala de aula, da atitude passiva dos alunos e das conceções e conhecimentos matemáticos dos professores.

Numa investigação, conduzida por vários autores (Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, Menezes, Menino, Pinto, Santos, Varandas, Veia & Viseu, 2007), sobre a comunicação nas práticas de jovens professores de matemática, é realçada a importância que os professores atribuem à comunicação como suporte favorável à aprendizagem, apesar de, na sua maioria, não a identificarem como objetivo curricular ou como processo fundamental na promoção das aprendizagens matemáticas.

Dos estudos referidos ressaltam como aspetos centrais na caracterização das conceções e práticas dos professores em relação à comunicação matemática: o peso excessivo da conceção da comunicação como transmissão de informação, o papel da natureza das

tarefas na dinamização de práticas de comunicação, o papel do professor na ascensão da participação comunicativa dos alunos em sala de aula e a valorização do trabalho colaborativo com vista à mudança das práticas de comunicação matemática.

Deste modo, o dispositivo de investigação proposto neste estudo parece adequar-se às expectativas e necessidades dos professores e, cumulativamente, apropriar-se à investigação da problemática em estudo. A pertinência deste trabalho de investigação resulta assim no aprofundamento do estudo sobre a comunicação matemática, particularmente em relação ao modo como evoluem as concepções e práticas dos professores no que se refere às interações entre os alunos e entre estes e o professor, tendo por princípio uma maior consciencialização do professor sobre a importância da comunicação como interação no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Capítulo 2

Conhecimento profissional do professor de matemática

Neste capítulo abordo o conhecimento profissional do professor de matemática, sintetizando as perspectivas que valorizam a dimensão prática da atividade docente. Tento caracterizar os domínios de conhecimento profissional do professor, realçando o conhecimento matemático, didático e curricular e o seu conhecimento pessoal e prático. Organizo as formas de conhecimento profissional em função da sua origem académica ou experiencial e situacional em paradigmáticas e narrativas. Relaciono o conhecimento profissional do professor com a sua prática e com as suas conceções, destacando a natureza das conceções e práticas de comunicação matemática.

Conhecimento profissional do professor

Ao longo dos séculos, o desempenho profissional dos professores surge associado à demonstração de erudição na área de conhecimento (Shulman, 1986) e a uma prática com características de um *saber-fazer* baseado numa cultura de instrução. Os professores definem-se em relação à sua disciplina, praticam uma pedagogia centrada no saber (Barth, 1996) e assumem que o seu conhecimento é resultante de processos de socialização e indução profissional (Pérez, 1997). Nesta ótica, o conhecimento profissional do professor resulta do conhecimento académico da sua área disciplinar e de uma competência educacional, resultante da imitação dos procedimentos das gerações anteriores, sem estatuto de conhecimento (Guimarães, 2008).

Esta visão tradicional do entender da prática profissional do professor foi questionada pela ciência racionalista, através da desvalorização dos saberes experienciais e das práticas profissionais e da valorização do primado da ciência na construção de um conhecimento profissional baseado na investigação científica. A legitimação do conhecimento profissional decorre da especialização dos professores no domínio do conhecimento dos conteúdos a ensinar e de técnicas e destrezas adequadas para o desenvolvimento da sua ação na sala de aula. Esta visão pressupõe que o professor assuma a condição de técnico executor do conhecimento matemático e de consumidor de conhecimentos científicos das ciências da educação (Azcárate & Castro, 2006).

O positivismo desconfia das evidências da nossa experiência imediata e acredita que o conhecimento pode ser objetivo e explicar e prever o comportamento humano (Santos, 2003), o que resulta na imposição de uma relação de subordinação da prática profissional à produção teórica e abstrata do conhecimento, através da desvalorização dos saberes experiências e das práticas profissionais e da imposição de novos saberes *ditos científicos* (Nóvoa, 1997) à educação, com base na *certeza científica* e na categorização e codificação do conhecimento prático do professor (Goodson, 2008; Pérez, 1997). No âmbito desta visão, os investigadores desenvolveram até à década de oitenta do século XX um significativo conjunto de estudos, de natureza quantitativa, com o objetivo de caracterizar o processo de ensino-aprendizagem através de uma relação direta entre os traços de personalidade, os conhecimentos e comportamentos dos professores e o rendimento dos alunos, com o intuito de prescrever a prática profissional do professor (Carter, 1992; Fennema & Franke, 1992; Hill, Rowan & Ball, 2005; Tom & Valli, 1990).

Os investigadores idealizavam os professores, agregados em estatísticas imprecisas, como profissionais não problemáticos, intermutáveis e inalteráveis pelos contextos geográficos e temporais, que executariam, com precisão técnica e científica, as orientações da ciência racionalista (Goodson, 2008), em que as suas decisões e ações decorriam em reação a fatores externos (Guimarães, 2004). Estas investigações forneceram pouca sustentação para a existência de relações estáveis entre os conhecimentos e comportamentos do professor e o rendimento dos alunos (Fennema & Franke, 1992; Santos, 2000). Estes estudos não revelaram uma compreensão do processo de ensino-aprendizagem com vista à inovação das práticas, através da alteração de materiais curriculares, das

práticas educativas e dos saberes profissionais dos professores (Guimarães, 2006), nem caracterizaram o modo como os professores transformam o seu conhecimento disciplinar em conteúdo adequado ao ensino na sala de aula (Hill, Rowan & Ball, 2005; Shulman, 1986).

O reconhecimento de que o comportamento humano não pode ser descrito com base nas suas características exteriores e objetiváveis, devido à multiplicidade de sentidos das mesmas ações comportamentais (Santos, 2003), veio deslocar o foco da investigação educacional das atitudes e comportamentos para o pensamento e decisões do professor na sala de aula (Grossman, 1995; Januário, 1996). Esta abordagem assume o valor da experiência pessoal, dos processos de decisão e das convicções dos professores (Januário, 1996) e reconhece que a complexidade do processo de ensino-aprendizagem exige um professor capaz de processar informação e de tomar decisões (Pacheco, 1995). Neste sentido, a investigação sobre o conhecimento profissional deixou de estar centrada na formação do professor e passou a direccionar-se para a descrição da sua vida mental, nomeadamente, dos seus pensamentos, reflexões e propósitos (Guimarães, 2008), e para a compreensão e explicação do como e do porquê das suas atitudes observáveis na sala de aula (Pacheco, 1995), tentando desvelar “a complexa interacção entre os seus pensamentos e as suas acções” (Kelchtermans, 2009, p. 62).

Neste domínio de investigação, considera-se que os professores são sujeitos reflexivos e racionais que tomam decisões, emitem juízos e que geram rotinas profissionais (Gil, Rico & Castro, 2003), as quais influenciam significativamente a sua ação e, em última análise, determinam a aprendizagem dos alunos (Guimarães, 2004). Em Portugal, os estudos desenvolvidos nos anos 80, como refere Ponte (2005b), incidem essencialmente nos conceitos de concepções e conhecimento profissional do professor. Estes estudos vão para além da identificação do saber do professor com vista ao seu exercício profissional, debruçam-se sobre a natureza do saber docente e o modo como este é construído, a partir da experiência e dos processos de reflexão sobre a prática, e como é informado por crenças, concepções e imagens.

Este assumir da relevância do conhecimento prático do professor em ação recolocou a investigação em torno dos domínios do conhecimento profissional do professor que, extravasando o conhecimento dos conteúdos a ensinar e uma psicopedagogia relacionada com as relações comportamentais entre o professor e os alunos, abrange outros

domínios que dão corpo à ação do professor. A valorização da ação como uma das formas de conhecimento enquadra-se num novo paradigma: o conhecimento profissional tem uma natureza própria que articula o conhecimento académico com o senso comum (Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas & Ferreira, 1998) e resulta de uma composição de conhecimentos úteis para a prática profissional (Azcárate, 1999; Carrillo, 2000), precedentes de processos formativos e experienciais, individuais e coletivos (Ponte, 2000), que apoiam e justificam as decisões e as ações do professor no contexto profissional do ensino da matemática (Llinares, 1998).

Domínios do conhecimento profissional do professor de matemática

A excessiva centralidade da investigação nas atitudes e comportamentos do professor no ato de ensinar, a par do entendimento do conteúdo a ser ensinado como um saber disciplinar imutável e intocável, é criticada por Shulman (1986), ao afirmar que os investigadores estão a ignorar um aspeto fundamental da vida nas salas de aula: os conteúdos a serem ensinados. Esta crítica recentra o estudo do processo de ensino-aprendizagem na natureza dos conteúdos disciplinares, opondo-se ao entendimento do conhecimento profissional do professor como resultado do conhecimento disciplinar específico, complementado com o conhecimento psicopedagógico, assumidamente igual para todos os professores.

Com esta posição, Shulman (1986) defende que para estudar a complexidade do saber docente é necessária a introdução do conceito de *conhecimento pedagógico do conteúdo*, o qual combina o *conhecimento pedagógico* com o *conhecimento do conteúdo*. O autor assume a existência do conhecimento dos processos de aprendizagem, em que inclui o conhecimento dos princípios de organização e gestão da sala de aula, mas dirige a sua atenção para o estudo das componentes do conhecimento do conteúdo a ser ensinado, salientando a singularidade do conhecimento profissional dos professores de cada uma das áreas de saber. A proposta de Shulman (1986) rejeita o modelo anterior ao revelar que o conhecimento do conteúdo não deve ser considerado no sentido restrito do saber disciplinar, mas inclui especificidades no conhecimento docente, categorizadas como *conhecimento do conteúdo disciplinar*, *conhecimento pedagógico do conteúdo* e *conhecimento curricular*.

O *conhecimento do conteúdo disciplinar* inclui o conhecimento de factos e conceitos do domínio do saber, bem como as regras e os métodos que são legítimos na sua construção. O professor deve não só ser capaz de dar a conhecer as verdades aceitáveis da sua área disciplinar, como também explicar as justificações de um enunciado determinado, a sua conexão com outras temáticas e áreas de conhecimento, e ligar a teoria à prática. Investigações referenciadas em Grossman (1995) apontam para a existência de relações entre a profundidade do conhecimento dos professores e o conhecimento dos alunos, o modo como os docentes exploram os objetivos curriculares, interagem com os alunos, nomeadamente no tipo de questões direcionadas aos estudantes, e apresentam novas tarefas e explicações sobre os conteúdos específicos.

Este conhecimento do conteúdo disciplinar tem sido concretizado na *matemática para ensinar* como uma distintiva forma de conhecimento matemático produzido e usado nas práticas de ensino. O conhecimento matemático usado no ensino parece caracterizar-se de dois modos complementares: o conhecimento comum de matemática – o conhecimento *de* matemática – e o conhecimento especializado de matemática – o conhecimento *sobre* matemática –, salientando a diferença entre as noções matemáticas como objetos matemáticos e como objetos de ensino (García & Llinares, 1999). Estes dois tipos de conhecimento matemático não são pedagógicos (didáticos) nem curriculares, antes subdividem o que usualmente se denomina conhecimento matemático do professor (Hill, Rowan & Ball, 2005; Llinares, 1998).

O conhecimento *de* matemática é caracterizado pelas competências desenvolvidas nos convencionais cursos de matemática: calcular com precisão, efetuar exposições matemáticas com correção e resolver problemas (Groth, 2007). O conhecimento *sobre* matemática caracteriza-se pela “compreensão da natureza do conhecimento matemático e da matemática como corpo de conhecimentos” (Climent & Carrillo, 2003, p. 388), a partir de situações desenvolvidas sobre os assuntos matemáticos e dilemas do professor no contexto de sala de aula: compreensão das explicações e métodos não convencionais de resolução de problemas pelos alunos e construção e avaliação de múltiplas representações de conceitos matemáticos (Groth, 2007).

O *conhecimento pedagógico do conteúdo* resulta do reconhecimento da importância dada ao processo de transformação do conteúdo académico num conteúdo adequado ao ensino, de modo a que o conhecimento disciplinar seja mais compreensível para os

estudantes (Barth, 1993; Fennema & Franke, 1992; Park & Oliver, 2008; Shulman, 1986). Compreende ainda aspetos relativos às dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos, relacionados com os temas disciplinares e com a idade e características dos estudantes, e a capacidade do professor incorporar os conhecimentos prévios dos alunos, mesmo que errados ou incompletos, e reorganizar o seu ensino de modo a reconstruir o conhecimento dos discentes.

Outros autores, como Perrenoud (1997), caracterizam este processo como uma *transposição didática* definidora do ensino como um processo pessoal de *fabricar artesanalmente os saberes* tornando-os ensináveis. Este tipo de conhecimento resulta de uma elaboração pessoal do professor e integra as suas conceções e crenças em relação à natureza da matemática, aos objetivos educacionais, às práticas de planificação e ensino na sala de aula e à aprendizagem dos alunos (Grossman, 1995; Park & Oliver, 2008).

O *conhecimento curricular* resulta do entendimento do professor sobre a conveniência e adequação de um determinado programa para a lecionação de temas específicos e dos materiais curriculares disponíveis para o seu ensino. Este subdomínio inclui os processos de desenvolvimento curricular, bem como o conhecimento dos currículos escolares dos alunos ao longo dos níveis de ensino. O professor deve estar familiarizado com os programas de estudo, horizontal e verticalmente, de modo a que possa relacionar, antecipar ideias matemáticas e responder adequadamente às questões dos seus alunos (Serrazina, 2005; Shulman, 1986).

Os materiais curriculares devem ser entendidos de modo abrangente como *artefactos*, utilizados pelos alunos e professores, cuja função é ajudar a ensinar e a aprender, incluindo as tarefas matemáticas. Dos materiais curriculares o mais frequentemente usado, para além do quadro e do giz, é o *manual escolar*, o qual é assumido pelos professores como definidor curricular ou como pretexto para suscitar a reflexão sobre os objetivos curriculares do ensino. Pires (2006) alerta para as situações de domínio do manual escolar nas práticas, em que o professor assume uma certa forma de *desprofissionalização* ao gerar uma forte dependência profissional deste instrumento de ensino. Ao contrário, quando atua como mediador curricular e utiliza o manual escolar, a par de outros materiais, assume os materiais curriculares como *fontes do conhecimento profissional* (Azcárate, 1999).

As categorias definidas por Shulman (1986) estão intimamente dependentes e relacionadas com os objetivos curriculares, com o que os professores ensinam, como ensinam e apoiam os alunos no processo de aprendizagem matemática. Estas componentes têm que ser assumidas globalmente e em simultâneo, pois, como nos refere Silver (2005), um professor especialista de matemática terá um profundo conhecimento de matemática, do pensamento dos estudantes e da aprendizagem, e um vasto repertório de rotinas de ensino. Este posicionamento é assumido por alguns autores ao incluírem como domínios do conhecimento matemático para ensinar, para além do conhecimento *de* e *sobre* matemática, os conhecimentos que combinam o conhecimento matemático com o conhecimento dos estudantes e com o conhecimento da instrução (Morris, Hiebert & Spitzer, 2009).

Este processo de construção do conhecimento matemático tem uma natureza dinâmica e resulta da interação entre a competência matemática e a preocupação de ensinar e aprender matemática (Ma, 2009). Os professores durante o próprio processo de ensino e de reflexão sobre o ensino desenvolvem novos conhecimentos sobre os conteúdos lecionados, nas vertentes disciplinares, pedagógicas e curriculares (Grossman, 1995). Neste sentido, o professor necessita de um conhecimento profissional de matemática que gere autonomia intelectual para valorizar de forma crítica as orientações curriculares oficiais e poder tomar em mãos as decisões de ensino (Azcárate & Castro, 2006).

A globalidade do conhecimento profissional do professor de cada uma das áreas de saber, neste caso matemática, surge defendida por alguns autores (Park & Oliver, 2008) como imersa no *conhecimento pedagógico do conteúdo*, nomeadamente através da integração neste subdomínio das componentes orientadoras do ensino da matemática: conhecimento sobre o entendimento matemático dos alunos; conhecimento do currículo da matemática; conhecimento das representações e estratégias de instrução para o ensino da matemática; e conhecimento da avaliação da aprendizagem da matemática.

Tal globalidade também pode ser entendida como uma estrutura articulada e integrada no *conhecimento específico do contexto* (Fennema & Franke, 1992), em que as crenças do professor (e da sociedade) e os domínios do conhecimento matemático, pedagógico, dos alunos e da aprendizagem matemática constituem um sistema organizador do conhecimento profissional. Desta centralidade do conhecimento profissional do professor na área disciplinar, criada pela especificidade própria do conhecimento em cada uma

das áreas de saber, decorre que as diferentes dimensões do conhecimento profissional do professor de matemática são específicas e relacionadas com a natureza do conhecimento matemático, mas também com a natureza dos contextos educacionais, originando a existência de um conhecimento geral, revelado numa variedade de situações, e um conhecimento específico restrito a uma situação particular.

Contudo, ao realçar-se o facto de a educação matemática se debruçar sobre o conhecimento com incidência na prática letiva, não podemos ignorar que o conhecimento profissional envolve outros domínios da prática do professor (Oliveira & Ponte, 1997), como as práticas profissionais na instituição e na comunidade e as práticas de formação (Ponte, 1998; Ponte & Serrazina, 2004). Neste sentido, o conhecimento profissional do professor de matemática pode ser caracterizado numa conjugação de diferentes domínios em torno da matriz comum da matemática e do seu ensino, que abrange, para além do conhecimento matemático, didático e curricular, o conhecimento sobre o aluno e a aprendizagem e o conhecimento da instrução. Este último está intimamente associado às práticas de sala de aula do professor, nomeadamente em relação à preparação, condução e avaliação do processo de ensino-aprendizagem (Ponte & Santos, 1998) e aos processos de colaboração profissional e de formação.

Conhecimento prático do professor de matemática

Complementarmente, Elbaz (1983) refere a complexidade dos conhecimentos do professor em ação e defende a existência de um *conhecimento prático* do professor, mais implícito do que explícito, enquadrado nos seus valores e crenças pessoais, em constante reelaboração em função das experiências e das situações de prática vivenciadas pelo docente. Este conhecimento profissional, mediado pela prática e orientado para a prática, envolve vertentes relacionadas com o conhecimento dos conteúdos disciplinares e psicopedagógicos, mas também com um conjunto de conhecimentos sobre os alunos e o contexto sociocultural da escola que extravasam a dimensão da sala de aula.

Para esta autora, os domínios do conhecimento prático do professor estão imersos nos valores e crenças pessoais de cada professor individual, os quais orientam significativamente a sua prática profissional e emergem na prática de sala de aula como regras práticas, princípios práticos e imagens. As regras práticas referem-se a formulações concisas e pormenorizadas do que fazer ou do como fazer relativas a situações práticas

frequentes. Os princípios práticos são formulações mais abrangentes e mais implícitas, sobre as quais o professor orienta o seu agir numa diversidade de situações. As imagens, ainda mais abrangentes e implícitas, são enunciações concisas, descritivas e metafóricas, que traduzem a perspectiva do professor acerca de si, do seu ensino, das situações de sala de aula e da disciplina que leciona.

Estes domínios do conhecimento prático do professor surgem como características do conhecimento profissional, entendido globalmente, e associados ao conhecimento que o professor possui e que usa na sua ação educativa. O *conhecimento prático* do professor tem um caráter experiencial ligado à ação e resulta da integração e interligação de domínios relacionados com o professor e o ensino, com os alunos e a aprendizagem e com o contexto escolar e social. Como refere Ponte (1998, p. 32), “um dos aspectos mais salientes do conhecimento profissional é a sua forte base experiencial. Ele é constantemente elaborado e reelaborado pelo professor, em função dos seus contextos de trabalho e das necessidades decorrentes das situações que vai enfrentando”.

O professor constrói assim um conhecimento *prático, pessoal e contextualizado* baseado em *argumentos práticos* (Carter, 1992) para responder aos dilemas diários da sua ação e decisão na sala de aula, envolvendo o *conhecimento para a prática*, mas também o conhecimento resultante *da prática* e construído *na prática* (Flores, Simão, Rajala & Tornberg, 2009). Neste sentido, o conhecimento profissional é *pessoal e prático*, porque é “inseparável da pessoa que o elabora, bem como da situação (prática) onde se constitui e na qual se revela” (Guimarães, 2008, p. 833), e inclui como domínio o *conhecimento de si* (Elbaz, 1983), como resultado do assumir da consciência do professor acerca dos seus valores pessoais, objetivos filosóficos e educacionais e características pessoais como uma das vertentes essenciais na compreensão da atividade docente.

Elbaz (1983) realça a importância dos valores e crenças pessoais (explícitas e implícitas) do professor na prática e na natureza das suas decisões em sala de aula, e destaca a importância dos aspetos relacionados com as capacidades e habilidades pessoais, com o relacionamento pessoal com os outros e com particularidades do indivíduo enquanto ser humano. A natureza pessoal e contextual do conhecimento é reforçada com a relevância dada ao conhecimento sobre os múltiplos cenários e situações em que os professores trabalham, incluindo a instituição escolar e as administrações locais, regionais e nacio-

nais, e o conhecimento socioeconómico dos estudantes e das famílias e da comunidade local.

O *conhecimento do conteúdo ensinado* e o *conhecimento do currículo* e da *instrução* completam as dimensões do conhecimento prático do professor sobre a matéria que ensina e sobre o conhecimento relativo aos alunos e aos processos de ensino-aprendizagem. Estes domínios abrangem o conhecimento das finalidades e objetivos do currículo bem como dos estilos de aprendizagem dos alunos, a par das capacidades de organização e gestão de sala de aula, de planificação das tarefas e de promoção do desenvolvimento das interações entre os alunos e o professor (Elbaz, 1983). Nos processos de *instrução*, alguns autores incluem a estrutura da lição, que incorpora o conhecimento necessário para fazer, de forma consciente, a transição entre as diferentes componentes da aula e explanações e sínteses claras sobre o conteúdo estudado (Grossman, 1995).

Num estudo de Guimarães (1999) sobre o conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras do 2.º ciclo do ensino básico, a investigadora destaca a existência dos domínios de conhecimento, referidos por Elbaz (1983), interligados e relacionados com a prática letiva, com uma origem teórica e, fundamentalmente, prática. Para além dos domínios mais relacionados com a prática de sala de aula, identificou também os domínios do conhecimento de si e do contexto.

Formas de conhecimento profissional do professor de matemática

Parece ser unanimemente aceite que o conhecimento profissional do professor de matemática não será totalmente formal – no sentido de proceder da formação académica e da investigação racionalista – nem exclusivamente artesanal – procedente da reflexão sobre a prática (Llinares, 1998). A natureza do conhecimento profissional é dinâmica e não estática, a própria ação e reflexão do professor sobre o seu ensino, em função das experiências vividas como estudante e como professor, é produtora de novos conhecimentos sobre o conteúdo lecionado, os alunos e o próprio professor (Grossman, 1995), os quais estão alicerçados em torno do conhecimento base do professor, filtrado pelas suas conceções, crenças e valores a propósito do ensino e da aprendizagem.

Este conhecimento profissional do professor parece assim ter várias origens e expressar-se em diferentes formas de conhecimento que são transversais aos domínios de conhecimento profissional anteriormente referidos. Um conhecimento paradigmático baseado em princípios generalizáveis, aplicáveis numa variedade de situações e contextos, e um outro conhecimento situacional e pessoal, contextualizado e referente a situações específicas, em forma de metáforas, imagens, narrações ou casos (Grossman, 1995).

A característica central das *formas paradigmáticas* de conhecimento profissional é a sua aplicabilidade aos métodos de investigação científica, baseados numa abordagem dedutiva e nos princípios de validade, graus de significância e generalização, em diferentes situações e contextos. Trata-se de um conhecimento formal, proposicional, declarativo e de natureza teórica sobre o ensino e a aprendizagem, baseado na investigação e expresso em proposições (Grossman, 1995; Shulman, 1986).

Shulman (1986) refere três tipos de enunciados do conhecimento proposicional no ensino relacionados com a investigação ou o questionamento filosófico, com a experiência profissional e com os valores morais e éticos: *princípios*, *máximas* e *normas*. Os *princípios* provêm da investigação racionalista sobre a eficácia docente; as *máximas*, de situações práticas assumidamente relevantes, mas não demonstráveis; e as *normas* caracterizam um posicionamento moral e ético do ensino. Estes enunciados conjugam o conhecimento científico, oriundo da investigação racionalista, com algumas concepções e crenças sobre o ensino e a aprendizagem, nomeadamente na enunciação das *máximas* e das *normas*.

As *formas narrativas* de conhecimento profissional do professor rejeitam a ideia de generalização e defendem a natureza pessoal, situacional e contextual, deste conhecimento e a sua organização em histórias ou narrativas sobre o ensino que preservem a voz e a perspectiva dos atores educativos (Goodson, 2008; Grossman, 1995), atribuindo-lhe uma dimensão cronológica inscrita no princípio da causalidade (Taleb, 2008), em que o narrador tenta dar sentido a um acontecimento em que usou o conhecimento prático (Dolk & Hertog, 2008).

Uma das formas narrativas de conhecimento consubstancia-se no conhecimento de boas práticas, bem documentadas e descritas de forma minuciosa, de situações pedagógicas particulares, complementadas com informações sobre o contexto, os pensamentos e os sentimentos – os casos (Shulman, 1986). Os casos, como situações pedagógicas particu-

lares, podem informar a prática e servirem de exemplos teóricos, fontes de ideias concretas para a prática e acontecimentos que motivam a reflexão sobre o papel moral e ético do professor.

Nesta ótica, Carter (1992) defende que os casos são potencialmente ferramentas pedagógicas poderosas que servem para os professores refletirem sobre as suas experiências e construir um conhecimento profissional baseado na ocorrência não estatística de experiências de sala de aula. Do mesmo modo, Ponte (1998) defende o uso de narrativas sobre situações de ensino-aprendizagem como uma “forma natural de organizar o nosso conhecimento experiencial” (p.32), refletindo as vivências dos atores, através da evidência das dificuldades experienciadas e do modo como essas situações foram resolvidas, ultrapassadas e refletidas.

Neste sentido, uma narrativa educacional é mais do que uma história sobre uma situação, resulta do falar espontâneo dos professores sobre as suas experiências profissionais (Kelchtermans, 2009) e integra uma comunicação entre educadores e contribui para o desenvolvimento e a partilha do conhecimento profissional (Dolk & Hertog, 2008). Contudo, Goodson (2008) alerta-nos para a possibilidade de estes casos serem isolados e não motivarem um entendimento mais geral do processo de ensino-aprendizagem, permanecendo como narrativas *singulares e específicas*. O autor entende que as narrações não podem fornecer apenas uma *narrativa da ação*, mas têm de ser *localizadas*, apresentando uma história da *genealogia do contexto* social, cultural e político.

Para além destas formas que estruturam o conhecimento, Shulman (1986) refere o *conhecimento estratégico* que resulta do confronto do professor com situações dilemáticas em que desenvolve práticas de reflexão sobre a sua prática profissional em situações não rotineiras. Este conhecimento estratégico ou artesanal surge como uma forma de conhecimento dinâmico em que o professor utiliza fragmentos do seu conhecimento na construção de um novo conhecimento, em função do seu próprio raciocínio, o qual depois de cronologicamente organizado pode assumir uma forma narrativa, enquadrando-se assim nesta forma de conhecimento entendida, de modo amplo, como o conhecimento situacional e contextual.

Outros autores, como Kennedy (2002), defendem três origens de conhecimento que são relevantes para ensinar – conhecimento artesanal (*craft knowledge*), conhecimento sistémico e conhecimento prescritivo – e que influenciam a prática profissional. Para esta

autora, o conhecimento artesanal é adquirido pela experiência profissional e tende a ser não teórico e idiossincrático. O conhecimento sistemático é adquirido nas instituições de formação de professores, nos artigos de investigação e nas publicações profissionais e tende a ser mais teórico, codificado e abstrato. O conhecimento prescritivo é adquirido através das instituições governamentais e consiste geralmente na regulação das políticas educacionais. O conhecimento prescritivo é mais codificado que o conhecimento artesanal, mas menos teórico que o conhecimento sistemático.

As formas de conhecimento sistemático e prescritivo, com uma natureza substancialmente exterior à experiência de sala de aula, parecem corresponder, de modo amplo, às formas paradigmáticas, as quais podem ser bastante relevantes na mudança de práticas, particularmente na construção de novas ideias (Kennedy, 2002). A forma de conhecimento artesanal, com uma natureza iminentemente experiencial e situacional, adequa-se às formas narrativas, em que o conhecimento resulta da conjugação de diversificadas experiências, que podem ser objeto de numa narração justificativa da ação profissional.

Neste ponto de vista, Ruthven e Goodchild (2008) defendem a existência de uma forma de conhecimento artesanal (*craft knowledge*) como produto da ação do professor, desenvolvida através da reflexão e resolução de problemas da prática profissional, distinta dos conhecimentos de natureza teórica com características escolares (*scholarly knowledge*). Mas acrescentam ainda que o conhecimento profissional resulta de uma dupla relação de conversão entre o conhecimento escolar e o conhecimento artesanal, tornando-os interdependentes. Numa primeira fase, o conhecimento escolar é contextualizado nas atividades de ensino, estimulando a criação de conhecimento artesanal; na fase complementar, o conhecimento artesanal é sistematizado pela investigação, estimulando a reconstrução do conhecimento escolar. Assim, ambas as formas de conhecimento estão sustentadas pela interação entre si e alicerçadas nos processos de ensino e de investigação, o que nos remete para a importância dos processos de colaboração entre professores e investigadores.

Nestas formas de conhecimento, parece inserir-se também o conceito de *conhecimento* de Schön (1998, 2008) que advoga a existência de um conhecimento pessoal e profissional tácito, ritualizado e rotineiro, demonstrado na execução da ação, intervalado por momentos de reflexão sobre a prática, desencadeados por situações não rotineiras, como um ato de reação aos dilemas profissionais do professor. Este *conhecimento na ação* é

tácito e situacional, incorporado e revelado na ação (Guimarães, 2008), caracteriza a vida quotidiana dos profissionais competentes, incluindo as situações em que fazem uso consciente das teorias e técnicas baseadas na investigação racionalista, e manifesta-se nas suas ações inteligentes (observáveis ou não) em função de situações profissionais singulares.

Schön (1998, 2008) defende a rotina profissional como uma característica central da atividade docente, quebrada pela existência da reflexão como processo de construção consciente do conhecimento ligado à prática profissional. Estas rotinas podem também incluir decisões imediatas dos professores enquanto ensinam, “tomadas de uma forma inconsciente ou semiconsciente” (Korthagen, 2009, p. 45), que caracterizam um “tipo de comportamento do professor que ocorre sem muita reflexão e escolha deliberada” (*idem*, p. 46).

A reflexão é caracterizada segundo três vertentes: reflexão *na* e *sobre* a ação e reflexão *sobre a reflexão* na ação. A reflexão *na* ação acontece durante a própria prática, serve para reorganizarmos o que estamos a fazer sem interrupção da atividade profissional e resulta da experimentação, em tempo real, de novas soluções para situações não rotineiras, baseadas no conhecimento do profissional (Schön, 2008). A reflexão *sobre* a ação é um processo mais pensado e sistemático (Day, 2001) que acontece fora da prática; o professor assume-se como um profissional capaz de equacionar uma situação problemática e de investigar o próprio processo de ensino-aprendizagem (Schön, 1998, 2008), manifestando-se na relação entre a situação, a interpretação e a ação que constitui um processo interno de construção do conhecimento sobre a prática (García & Llinares, 1999). A reflexão *sobre a reflexão* na ação, em que o professor pensa no que aconteceu, no que observou e no significado que lhe deu (Schön, 1997), é uma descrição em que são refletidas individualmente ou coletivamente as características da situação e da ação. Este processo de reflexão retrospectivo cria oportunidades para conversar com outros sobre o modo de ensino e para analisar em colaboração o próprio conhecimento *na* ação e a reflexão *na* e *sobre* a ação em relação a uma dada situação problemática num dado contexto educativo (Day, 2001; Pérez, 1997).

Os professores ao refletirem *na*, *sobre* e *acerca da ação* empenham-se numa investigação com vista à melhoria do seu ensino e a uma melhor compreensão de si próprios (Day, 2001), assumem um protagonismo fundamental no seu campo profissional (Ponte,

2000) e, também, um melhor conhecimento sobre o outro e sobre as suas relações de interação com os alunos, a situação de ensino, os outros professores e outros elementos da comunidade educativa. Neste sentido, os processos reflexivos também podem conduzir o professor a momentos de aprendizagem sobre a matemática que estão ou vão ensinar (Oliveira & Ponte, 1997), portanto, sobre o conhecimento com características escolares. A reflexão sobre a ação é entendida como a reflexão dos professores sobre os seus processos de tomada de decisões conscientes e racionais, baseada nos seus conhecimentos profissionais. Contudo, atendendo à caracterização dos domínios do conhecimento profissional dos professores, a reflexão deve incidir em relação às ações, sentimentos e experiências, também ao nível das crenças, das ideias e do conhecimento (Kelchtermans, 2009; Korthagen, 2009).

A atitude reflexiva sobre o conhecimento matemático e as práticas de instrução pode constituir-se numa narração que poderá sintetizar o conhecimento profissional do professor de matemática (García & Llinares, 1999). Este conhecimento pode ser captado e comunicado através de imagens, metáforas e narrativas que os professores usam rotineiramente para descrever o seu trabalho perante si e os outros (Goodson, 2008).

É nesta abordagem de partilha colaborativa entre os docentes que García e Llinares (1999) defendem a existência de uma dimensão pessoal e social do conhecimento matemático, o que configura a relevância do conhecimento do outro para além do conhecimento de si, subjacente à ideia de comunidade de prática profissional (Llinares, 1999). Esta relação abrange a interação do professor com a matemática em contexto de sala de aula, incluindo o conhecimento das finalidades educativas e das orientações curriculares, com os alunos, envolvendo as situações de ensino e aprendizagem, e com outras experiências profissionais, compreendendo as relações com os outros professores, com os familiares dos alunos e com os responsáveis escolares.

Os processos de interação entre o professor e o investigador podem ser também estimulados e significativamente desenvolvidos com vista à construção do conhecimento profissional, através de processos de investigação que conjugam as duas funções numa única pessoa, o professor-investigador ou o professor como investigador, ou que desenvolvem o trabalho colaborativo entre professores e entre estes e investigadores, como a *lesson study* e as comunidades de aprendizagem (Ruthven & Goodchild, 2008).

Conhecimento e prática profissional dos professores de matemática

A caracterização da atividade profissional docente não se restringe às dimensões do conhecimento profissional do professor, integra também o modo como o professor usa o seu conhecimento na prática profissional. Neste sentido, a prática enfatiza a relação entre o conhecimento das situações e o modo como esse conhecimento é usado e adquirido (Llinares, 2005), conjugando diferentes vertentes do conhecimento profissional do professor de matemática. A relação entre o conhecimento matemático do professor em ação e a aprendizagem dos seus alunos tem sido equacionada, numa tradição interpretativa, através da comparação de professores mais experientes com professores menos experientes ou pela análise de um mesmo professor em dois domínios em que o seu conhecimento é notoriamente diferenciado (Fennema & Franke, 1992).

Num estudo, referenciado em Fennema e Franke (1992), com uma professora dos primeiros anos de escolaridade, com um conhecimento matemático muito mais rico na adição e na subtração do que em relação às frações, foi notória a diferenciação entre as suas práticas de sala de aula em função das temáticas lecionadas. Quando o foco era a adição e a subtração, a professora apresentou uma variedade de tipos de problemas e o discurso na sala de aula foi dirigido na maioria das vezes pelos alunos, com a anuência da professora. Quando trabalhou as frações, os problemas apresentados eram do tipo básico de *parte-todo* e o discurso na sala de aula era dirigido pela professora, controlando as interações dos alunos. As autoras concluem que o conhecimento matemático da professora influenciou os momentos de interação com os alunos e a produção matemática na sala de aula.

A ligação entre o conhecimento matemático dos professores, relativamente aos tópicos de matemática elementar que devem ensinar aos seus alunos, e a qualidade do seu ensino tem também sido estudada, entre outros, por Ball (2003) e Ma (2009), tendo por pressuposto que aquilo que o professor sabe vai influenciar a maneira como os alunos aprendem, mas contrariando a ideia de que um maior conhecimento em matemática é suficiente para melhorar a aprendizagem dos alunos. O objetivo destas investigações não é produzir professores que saibam mais matemática, mas um melhor conhecimento matemático que permita um ensino eficaz aos seus alunos (Ball, 2003; Ma, 2009).

Em pesquisas desenvolvidas desde o início dos anos noventa, Ball e outros investigadores (Ball, 2003; Ball & Bass, 2003; Ball, Hill & Bass, 2005) examinaram a prática de ensinar matemática nas escolas elementares, anotando os desafios do trabalho do professor na sala de aula, nomeadamente em relação à natureza dos conhecimentos matemáticos e ao modo como estes são usados na prática letiva. Como resultado das suas pesquisas, estes autores apontam para a existência de diferenças entre o conhecimento *de* matemática de um professor e o tipo de compreensão matemática necessária para explicar conceitos e justificar procedimentos, bem como para interpretar, compreender e justificar as ideias matemáticas dos seus alunos, mesmo que confusas, incompletas ou não generalizáveis.

Um outro estudo é o de Ma, cujas conclusões se baseiam em respostas de professores chineses e de professores americanos a quatro situações de matemática elementar centradas na subtração e na multiplicação. Este estudo reforça a ideia de que o conhecimento matemático para ensinar é específico e vai além do conhecimento *de* matemática. A autora defende que este conhecimento matemático especializado resulta do estudo intensivo, por parte dos docentes, de materiais para professores, da aprendizagem feita em colaboração com os colegas, da aprendizagem através do trabalho com os alunos e do *fazer matemática* como um meio de aprender matemática (Ma, 2009).

Estes estudos revelam uma importância significativa na compreensão dos conceitos matemáticos e dos procedimentos, a par com o que significa *fazer matemática*, validar as próprias respostas e apreciar a relevância desta área de conhecimento para além das suas aplicações práticas, no exercício da prática docente. O professor terá um *conhecimento matemático especializado* para a atividade docente (Ball, Hill & Bass, 2005) que proporcione uma aprendizagem matemática de qualidade e significativos momentos de interação entre os alunos e entre estes e o professor. Este conhecimento profissional assume outras vertentes que incidem na planificação e organização das atividades matemáticas de sala de aula e na gestão do processo de ensino-aprendizagem (Llinares, 1999), particularmente na planificação das tarefas matemáticas, no uso de materiais didáticos e tecnológicos, na interação e comunicação na sala de aula e na gestão curricular (Ponte & Serrazina, 2004).

A compreensão das práticas profissionais do professor de matemática depende da identificação de características da sua ação educativa em sala de aula e da análise das formas

específicas de participação do professor nas interações com os alunos, as quais são reflexo das concepções e do conhecimento do professor e da sua relação com as finalidades educacionais e os objetivos curriculares estabelecidos para o ensino da disciplina, configurando uma forte relação entre a prática profissional do professor e o modo como este colabora na definição de uma determinada *prática matemática* em sala de aula (Llinares, 1999). A prática profissional decorre do que o professor de matemática faz, mas também da compreensão sobre os instrumentos que utiliza e do propósito do seu uso, particularmente na caracterização das interações entre os alunos e entre estes e o professor, e da natureza das tarefas matemáticas de acordo com os objetivos educacionais e curriculares.

As tarefas matemáticas podem caracterizar-se segundo dimensões relacionadas com o grau de desafio matemático e o grau de estrutura, com a duração e o contexto, e articular-se com outros conteúdos e com a realidade envolvente (Ponte, 2004, 2005b). A natureza das tarefas matemáticas propostas, em que predominam os exercícios nas salas de aula, parece decorrer das concepções do professor sobre a matemática e o seu ensino e sobre os conhecimentos e capacidades dos alunos. As tarefas mais desafiantes, como as atividades de investigação, pressupõem o envolvimento dos alunos e revelam uma intencionalidade do professor na criação de momentos relevantes para a aprendizagem destes, bem como na aceitação dos alunos como parceiros no processo de aprendizagem da matemática. Contudo, as tarefas com uma natureza menos desafiante, como os exercícios, são igualmente importantes para o desenvolvimento do raciocínio e do rigor matemático, indispensáveis à vivência da experiência matemática por parte dos alunos (Ponte, 2004).

As práticas de ensino da matemática estão associadas ao tipo de tarefas matemáticas propostas em sala de aula, a par da utilização de materiais didáticos, onde se salienta o manual escolar, e tecnológicos, como a calculadora ou o computador, bem como as interações entre os alunos e entre estes e o professor. O olhar sobre o desempenho dos alunos, as suas descrições, explicações, justificações e representações, depende da natureza da tarefa e da utilização de materiais, mas também da atitude do professor na promoção da comunicação na sala de aula.

A gestão curricular constitui assim um elemento chave no desenvolvimento de toda a atividade matemática dos alunos, que ainda parece estar muito centrada na qualidade do

discurso do professor, na realização de tarefas pouco desafiantes, em que se privilegia a memorização, o domínio do cálculo e a aprendizagem de procedimentos (Ponte & Serrazina, 2004). Numa outra perspectiva curricular, alicerçada em tarefas diversificadas e na interação na sala de aula, defende-se o desenvolvimento das capacidades e conhecimentos matemáticos dos alunos (Ponte, 2000) e a definição de estratégias, pelo professor, adaptadas às necessidades dos alunos, de modo a contribuir para o seu sucesso educativo na matemática (Ponte & Serrazina, 2004), através da colaboração com os alunos na clarificação, reformulação e organização dos seus pensamentos e ideias matemáticas.

Conceções e prática profissional dos professores de matemática

O conhecimento profissional e o entendimento conceptual do professor, a propósito da natureza da matemática, da atividade docente e de si próprio enquanto professor (Kelchtermans, 2009), influenciam o modo como este usa o conhecimento na prática de sala de aula. Prática essa que é potencialmente reveladora e produtora de novos conhecimentos e novas conceções e representações mentais individuais (Fennema & Franke, 1992; Thompson, 1992). É com este sentido que se supõe a existência de uma relação entre as conceções, o pensamento e a prática do professor, a qual pode ser geradora de novos conhecimentos, de novas conceções e de novas práticas (Oliveira & Ponte, 1997; Ponte, 1992).

As conceções podem ser assim encaradas como “crenças (conscientes ou inconscientes), conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências” (Thompson, 1992, p. 132), que “desempenham um papel fundamental na compreensão que as pessoas desenvolvem do mundo e de si próprias” (Guimarães, 2003) e na atribuição de significados a tudo o que nos rodeia e “actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão” (Ponte, 1992, pp. 185-186). As conceções constituem-se por processos simultaneamente individuais e sociais (Guimarães, 2003; Ponte 1992), a partir das experiências, das representações sociais dominantes (Ponte, 1992) e dos contextos físico, institucional e cultural em que os indivíduos atuam (Ponte & Santos, 1998), configurando estruturas com dimensões cognitivas, afetivas e sociais, por meio das quais os professores agem profissionalmente.

Assumindo que as concepções, enquanto elementos do conhecimento profissional, influem no pensamento e na ação (Guimarães, 2003; Ponte, 1992; Thompson, 1984) e no desenvolvimento profissional do professor e que condicionam fortemente as suas práticas profissionais, “no sentido em que apontam caminhos” e “fundamentam decisões” (Ponte, 1992, p. 198), parece evidente realçar a dependência entre as concepções do professor em relação à matemática e ao seu ensino e aprendizagem e a sua prática de sala de aula, e a importância educacional de confrontar o professor com as suas próprias concepções.

Neste sentido, Thompson (1992) discute cinco aspetos relacionados com as concepções do professor de matemática, a sua relação com o ensino e a aprendizagem e as mudanças das concepções dos professores. Discute a natureza das concepções sobre a matemática e o seu ensino, salientando alguns aspetos de consonância e dissonância entre as concepções e a epistemologia da ciência e entre as concepções e as orientações pedagógicas para as práticas profissionais em sala de aula, e destaca a resistência das concepções do professor a novas situações profissionais ou a adequação dessas novas realidades às suas concepções, apenas, por vezes, contrariadas por processos de reflexão e confronto sistemático com as práticas de sala de aula.

As concepções do professor acerca da natureza e significado da matemática articulam-se com as concepções filosóficas sobre esta área de conhecimento, assumindo as visões formalistas, utilitárias e de resolução de problemas. Estas concepções, ou particularmente a conjugação de fragmentos das diversas concepções, referem-se à natureza dos conceitos matemáticos e à construção e validação dos resultados matemáticos (Ponte & Santos, 1998) e são consistentes com o tipo de ensino de cada professor, resultando numa matemática escolar estruturada e formalizada ou instrumental, baseada numa acumulação de factos, regras e procedimentos, em que se valoriza o desempenho matemático ao invés do conhecimento matemático (Thompson, 1992).

As concepções dos professores sobre a matemática estruturam assim a sua prática, originando, mesmo que inconscientemente, um modo de ação profissional e de construção do conhecimento matemático, partilhado pelos alunos através do seu envolvimento em ideias e processos matemáticos na sala de aula. A consistência entre as concepções e as práticas resulta na valorização de uma matemática escolar baseada no rigor, na exatidão

e abstração dos entes matemáticos conjugada com uma abordagem educativa formal (Ponte, 1992; Thompson, 1992).

A inconsistência reflete-se, por vezes, nas relações entre os pontos de vista a propósito do ensino, assumidos pelos professores, e as suas práticas profissionais. Estas inconsistências sugerem a existência de uma relação complexa e não linear entre as concepções dos professores sobre a matemática e o seu ensino e aprendizagem e as práticas de sala de aula (Thompson, 1992), e reconhecem as concepções e as práticas como aspetos dinâmicos do conhecimento profissional do professor suscetíveis de mudar à luz de novas experiências pessoais e profissionais.

A propósito da discrepância entre as concepções do professor e a sua ação, Brown, Cooney e Jones (1990) defendem que o desajuste entre as crenças explícitas (aqui tomadas com um sentido mais restrito) e a ação do professor pode não resultar da inconsistência entre o pensamento e a ação, mas do facto de as “crenças poderem existir em grupos separados, segregados e protegidos dos outros” (p. 652). Estes autores defendem a compatibilidade entre diferentes crenças (concepções), por princípio contraditórias, através do seu isolamento.

A crença relacionada com o desenvolvimento nos alunos das capacidades de resolução de problemas, de comunicação e de raciocínio, pode não ser contraditória, mas apenas existir isoladamente, em relação à crença que aceita a matemática como um corpo de conhecimentos esteticamente atraente e, portanto, estruturado e fixo, justificando, por vezes, desajustes entre as crenças e as concepções e a prática profissional. Esta aparente compatibilidade entre concepções contraditórias pode justificar a existência de segmentos provenientes de concepções tradicionais e não tradicionais na caracterização das concepções e da ação do professor em sala de aula.

Ponte e Chapman (2006) analisaram um conjunto de estudos apresentados nos encontros da comunidade do Psychology of Mathematics Education (PME), referentes a três décadas de investigação, sobre o conhecimento e práticas dos professores de matemática, particularmente focados no conhecimento matemático dos professores, no ensino da matemática, nas concepções e crenças dos professores e nas práticas profissionais. Em relação às concepções, os autores referem que em muitos dos estudos os termos crenças, concepções, pontos de vista, perspetivas, perceções, idealizações pessoais, sistemas de crenças e imagens são utilizados como sinónimos. Um número reduzido de estudos

diferenciam crenças de concepções, atribuindo às crenças uma natureza mais experiencial e afetiva e às concepções uma natureza mais cognitiva.

Muitos dos estudos analisados, por estes autores, referem-se às concepções dos professores sobre a natureza e o ensino da matemática, alguns dos quais respeitantes a aspetos particulares do ensino-aprendizagem da matemática, como a resolução de problemas, os erros matemáticos dos alunos, o uso da tecnologia no ensino e aprendizagem da matemática. Estes estudos apontam evidências de que as concepções podem ajudar a entender as razões das decisões e ações do professor em sala de aula (Ponte & Chapman, 2006).

De um conjunto de estudos desenvolvidos em Portugal sobre as concepções dos professores de matemática, no final do século passado, e referenciados em Guimarães (2003), emergem alguns aspetos relativos às concepções sobre a matemática encarada, de modo geral, como uma disciplina escolar, ao invés da matemática enquanto ciência. Esta dicotomia transforma a ciência matemática em algo de complexo, teórico e abstrato, a par de um domínio científico (também escolar) não ambíguo, com uma natureza lógica e dedutiva e com conhecimentos e resultados consistentes com a *certeza científica*.

Existem, contudo, algumas perspetivas dissonantes em relação à visão da matemática enquanto quadro de pensamento teórico, nomeadamente através das concepções dos professores sobre a natureza utilitária da disciplina, a sua aplicabilidade na resolução de problemas sociais e humanos e o seu papel de apoio às outras ciências. Esta perspetiva da aplicabilidade da matemática não se transfere, porém, para a sala de aula (Guimarães, 2003), evidenciando mesmo alguma contradição entre as concepções do professor sobre a disciplina e a sua prática profissional.

As conclusões do estudo de Guimarães (2003), sobre as concepções dos professores (e matemáticos) a propósito da matemática, reforçam alguns dos aspetos identificados anteriormente. No seu estudo, o autor realça as concepções relativas à beleza matemática; ao rigor, exatidão e caráter dedutivo; e à aplicabilidade e sua relação com a realidade. Estas concepções configuram a permanência de uma matemática estruturalmente formal e direcionada para o conhecimento teórico aplicado ao desempenho matemático.

As concepções dos professores refletem-se igualmente num conjunto vasto de aspetos relacionados com os propósitos educacionais e a natureza prática da sua atividade em sala de aula, nomeadamente nos objetivos educacionais do ensino em geral e da matemática em particular, sobre o papel do professor e as dinâmicas de sala de aula e sobre a

natureza do conhecimento matemático dos alunos (Ponte, 1992; Thompson, 1992). Com o propósito de clarificar as concepções pedagógicas dos professores, Thompson (1992) enfatiza a existência de quatro orientações para o ensino da matemática, realçando a sua conexão com as concepções dos professores: as concepções pedagógicas (i) centradas no aluno; (ii) centradas nos conteúdos, com ênfase na compreensão conceptual; (iii) centradas nos conteúdos, com ênfase na execução; e (iv) centradas na organização de sala de aula. Ponte (1992) acresce uma nova orientação "centrada no conteúdo, com ênfase nas situações problemáticas" (p. 212), a qual poderá ser referenciada como uma concepção pedagógica centrada no conteúdo, com ênfase na natureza das tarefas matemáticas.

Parece existir consistência entre as concepções e as práticas dos professores, mesmo que, por vezes, estas resultem da conjugação de elementos antagónicos, delimitados pelas concepções formais – baseadas no rigor, nas regras e na demonstração e memorização de factos e procedimentos matemáticos – e informais – baseadas no método de tentativa e erro, no pensamento criativo e original e na natureza de experimentação e de investigação matemática – da natureza e instrução matemática (Thompson, 1992). As concepções dos professores sobre o ensino e a aprendizagem da matemática parecem ser também influenciadas pelas características específicas dos alunos e pelos níveis de escolaridade, nomeadamente em relação às expectativas dos professores sobre os conhecimentos matemáticos dos alunos (Ponte, 1992), o que resulta num ensino centrado no conhecimento matemático do professor e numa ocultação dos conhecimentos prévios dos alunos. Esta perspetiva parece poder ser infletida através do prolongamento do tempo dado aos alunos para apresentarem as suas estratégias matemáticas de resolução de problemas, em contraponto com o tempo dado às atividades rotineiras, motivando importantes mudanças nas decisões de instrução do professor (Thompson, 1992).

Concepções e práticas de comunicação matemática

As concepções dos professores sobre a comunicação matemática parecem ser consistentes e articuladas com as concepções filosóficas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, nomeadamente em relação à comunicação enquanto transmissão de informação e enquanto interação social. Brendefur e Frykholm (2000) apresentam um estudo sobre as concepções e práticas de comunicação de dois estudantes em situação de estágio

profissional, a par do modo como evoluem o pensamento e a prática de sala de aula em relação à comunicação.

Os autores salientam que, apesar de estes estudantes terem a mesma idade e o mesmo tipo de preparação e orientação académica, as suas concepções iniciais sobre a comunicação matemática divergiam em relação à importância da participação dos alunos na construção das ideias matemáticas. A diferença inicial entre as concepções sobre comunicação dos estudantes parece associada às suas experiências pessoais enquanto alunos do ensino pré-universitário e mesmo superior, oscilando entre um ensino centrado no discurso do professor e um ensino baseado na interação entre os alunos.

As concepções do futuro professor com uma experiência de ensino tradicional, ao longo do seu percurso escolar, são pautadas pelo papel tradicional do professor e do aluno e pela natureza da matemática como um corpo de conhecimentos estático baseado em regras e procedimentos que configuram o núcleo central do conteúdo a ser ensinado. As concepções da futura professora pautam-se por um corte com a instrução tradicional e pela valorização das interações comunicativas entre os alunos. Esta associação ou rejeição em relação às experiências dos professores enquanto alunos parece ser uma das características de diferentes investigações, pois, como nos refere Azcárate (1999), as concepções tendem a reproduzir o comportamento docente assimilado enquanto discente ou as situações que se revelaram eficazes na experiência profissional (ou, por oposição, os comportamentos docentes negativamente assumidos ou as situações ineficazes), sem refletir o porquê da atuação profissional (ou da não atuação profissional).

As práticas de comunicação parecem assim estar relacionadas com as concepções sobre a natureza da matemática e do seu ensino, bem como com o conhecimento matemático dos professores, nomeadamente nas seguintes ligações: prática de comunicação centrada no professor e ensino da matemática baseado em regras e procedimentos; prática de comunicação baseada no diálogo entre os alunos e entre estes e o professor e ensino baseado na construção de significados matemáticos.

Em estudo, apresentado por Fidalgo e Ponte (2004), com dois futuros professores do 1.º ciclo, os autores destacam que “o papel da comunicação na aprendizagem da matemática foi [um dos aspetos] onde se evidenciou alguma divergência nas concepções e práticas dos formandos” (p. 26). As concepções, defendidas pelos professores, inserem-se na comunicação como diálogo e interação, valorizando a sua função cognitiva, mas as prá-

ticas decorreram baseadas num questionamento essencialmente regulador em que a linguagem assumiu a sua função comunicativa em detrimento da construção do conhecimento. Esta dicotomia sugere a análise do próprio discurso matemático em sala de aula, normalmente caracterizador de uma prática matemática que parece decorrer mais das concepções sobre a natureza da disciplina do que das concepções sobre a natureza das práticas de comunicação em sala de aula.

Em estudo desenvolvido por Thompson (1984) com três professoras, a comunicação matemática surge com concepções diferentes, de acordo com as perspetivas educacionais de cada uma delas. As professoras cujas concepções sobre a matemática revelam um posicionamento mais tradicional associam a comunicação à linguagem simbólica própria da disciplina, à centralidade do discurso do professor, à qualidade desse mesmo discurso e ao transporte de informação entre o professor e os alunos. Para a outra professora, cujas concepções se enquadram em perspetivas ligadas a uma visão construtivista da matemática, a comunicação decorre da valorização da expressão e das ideias dos alunos.

Num estudo desenvolvido por Menezes (1995) a propósito das concepções dos professores sobre o questionamento em sala de aula, o autor refere a existência de uma mútua influência entre as concepções e as práticas, apontando uma forte relação entre as práticas e a mudança de concepções, originando novas concepções que orientam novas práticas profissionais, condicionadas por fatores de natureza social e estimuladas por processos de reflexão sobre a prática. Consequentemente, parece existir consistência entre as concepções e a prática do professor – inicialmente muito pautada por perguntas com uma natureza fechada - e entre a sua ação – progressivamente apostando em perguntas de inquirição matemática - e a transformação das concepções, numa relação construída na base de tentativas de concretização prática destas e da sua adequação ao conhecimento resultante das práticas em que se supõe ter ocorrido uma aprendizagem significativa da matemática.

Um outro estudo, apresentado por Ponte e Santos (1998), sobre concepções e práticas de duas professoras do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário, reflete uma grande disponibilidade por parte das docentes para dialogar e para ouvir os alunos, incentivando-os também à prática coletiva do diálogo. Contudo, a participação dos alunos, à exceção de alguns momentos de apresentação de estratégias individuais na resolução

das tarefas, é marcada igualmente por perguntas, geralmente pouco desafiadoras, formuladas pela professora e por vereditos de «certo» e «errado», não se registando momentos significativos de argumentação e comunicação entre os alunos. Estas conceções e práticas são consistentes com um tipo de ensino baseado numa matemática como um corpo de conhecimento acabado e estruturado, assente em definições e procedimentos matemáticos.

Esta mesma perspetiva instrumental da comunicação é descrita por Martinho (2007) a propósito das conceções iniciais de uma professora do 2.º ciclo e de duas professoras do 3.º ciclo do ensino básico sobre o papel da comunicação matemática em sala de aula. As professoras assumem a salvaguarda de um clima de sala de aula favorável às interações entre os alunos a par do controlo do professor sobre o rigor da linguagem e o conhecimento matemático. Estas conceções iniciais parecem poder indicar uma maior estabilidade entre as conceções sobre a natureza da disciplina e a comunicação gerada em sala de aula do que em relação às conceções sobre a natureza pedagógica da atividade docente. O trabalho de natureza colaborativa desenvolvido pela investigadora e pelas três professoras reforçou o conhecimento sobre a natureza da comunicação matemática, tendo originado progressos no sentido de um questionamento matematicamente mais inquiridor por parte das professoras em relação aos alunos e uma menor centralidade do papel do professor quer no processo de ensino-aprendizagem da matemática, quer no controlo sobre o conhecimento matemático.

A alteração do plano instrumental para o plano didático das conceções sobre a comunicação parece resultar da mudança de conceção sobre o papel da comunicação na aprendizagem da matemática, pois, como refere Menezes (2004) num estudo desenvolvido com três professores do 1.º ciclo, a comunicação deixou de estar associada à transmissão do saber e adquiriu um estatuto de capacidade transversal às temáticas matemáticas curriculares. A comunicação matemática transformou-se, ao longo do processo de reflexão e colaboração dinamizado pelo investigador, num processo de negociação de sentidos e procedimentos matemáticos.

Capítulo 3

Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática

Neste capítulo apresento as principais teorias de comunicação com ênfase na comunicação como transmissão de informação e como interação social. Relaciono estas teorias de comunicação com o processo de ensino-aprendizagem da matemática, destacando a dicotomia existente entre um ensino-aprendizagem baseado na transmissão de conhecimentos e o decorrente de processos de comunicação e interação social. Realço dimensões da prática de comunicação em sala de aula relacionadas com os modos de comunicação, a linguagem e formas de comunicação, o questionamento, os padrões de interação entre professor e alunos e a negociação de significados matemáticos.

Comunicação como transmissão de informações

Na era pré-industrial, predominantemente rural, *comunicar* referia-se a uma ação *quase ritual*, levada a cabo entre os membros da comunidade, de partilha de um círculo de valores gerador de um sentido estrito e comum. A sociedade industrial, em oposição a esta visão comunitária fechada, concebe o *indivíduo* como um sujeito em relação com todo o meio envolvente, como “uma entidade que circula, comercia e investiga, age e comunica com diferentes instâncias e em diferentes territórios” (Tropea, 2007, p. 88).

O crescimento acelerado das cidades provoca uma elevada necessidade de circulação de pessoas e bens e o desenvolvimento dos sistemas de transporte e comunicação, no interior do espaço geográfico urbano e na ligação entre a cidade e os territórios circundan-

tes. A comunicação passar-se-á a referir ao conceito de *território a percorrer* com vista a atingir um objetivo comunicacional, englobando as necessidades de comunicação económica e das sociedades abertas (Silva, 2006). O conhecimento geográfico do planeta e das rotas marítimas e terrestres, com a elaboração de mapas e outros instrumentos de navegação, facilita a comunicação e o comércio e desencadeia o desenvolvimento da ciência e da técnica (Tropea, 2007).

No final do século XIX, com o progresso trazido pela revolução industrial, consegue-se fazer viajar por cabos e pelo ar, sem qualquer suporte, “a mais ligeira das mercadorias – a informação” (Tropea, 2007, p. 90). Com os novos meios de comunicação, como o telégrafo, que podem ser descritos como canais “de transmissão, circulação e recepção de ideias” (Rüdiger, 2004, p. 15), o significado da comunicação passou a incluir também o “intercâmbio tecnologicamente mediado de mensagens na sociedade” (*idem, ibidem*). Não obstante a utilização indiferenciada, por vezes como sinónimos, dos termos *meios* e *canais*, existem diferenças entre estes dois conceitos. Os meios podem ser considerados como “sistemas globais de produção comunicativa” (Reia-Batista, 2002, p. 46) e os canais como “o meio físico-ambiental que possibilita a transmissão de uma informação ou de uma mensagem” (*idem, ibidem*). Neste contexto de diferenciação entre meios e canais, na segunda metade do século XIX, Spencer define o conceito de comunicação como um sistema orgânico com duas componentes básicas: o distribuidor (estradas, canais e caminhos de ferro), que assegura o encaminhamento, e o regulador (informação e conjunto dos meios de comunicação), que torna possível a gestão das relações complexas de um centro com a sua periferia (Mattelart & Mattelart, 1997).

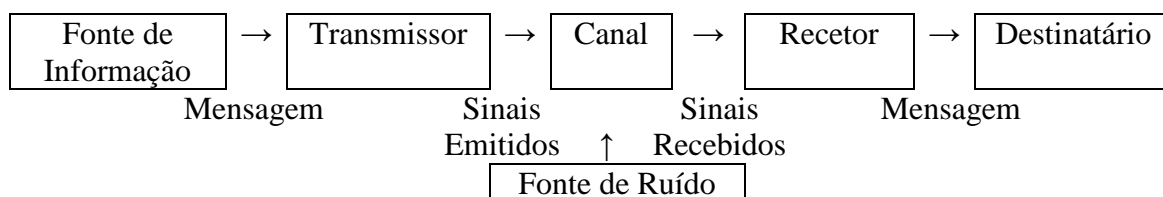
Com o desenvolvimento dos meios tecnológicos, a comunicação passa, também, a ser entendida como equivalente de transmissão de informação, com duas dimensões, uma relacionada com a *unidirecionalidade*, “ideia telegráfica da comunicação”, e outra com o *caráter de massas*, a “difusão em massa” (Tropea, 2007, p. 91). O impacto dos meios de comunicação de massas e os estudos sobre a linguagem vieram transformar a comunicação num campo científico, com o objetivo de estudar o processo de comunicação humana e as relações entre os seres humanos e as máquinas nos processos de comunicação. Apesar da incidência deste trabalho nos processos de comunicação entre os indivíduos através de atos discursivos, é de notar que a temática da comunicação abrange “tanto os processos de transação entre os indivíduos como a interação dos indivíduos

com a natureza, dos indivíduos com as instituições sociais (...), o relacionamento que cada indivíduo estabelece consigo próprio” (Rodrigues, 1990, p. 67) e os atos comunicativos entre os animais. Os processos comunicativos abrangem também domínios diversos que incluem “actos discursivos assim como silêncios, gestos e comportamentos, olhares e posturas, acções e omissões” (*idem, ibidem*).

Teoria matemática da comunicação. Tendo por base a preocupação de estudar as relações comunicativas entre os homens e as máquinas mediadoras do processo, Shannon e Weaver construíram a teoria matemática da comunicação (também conhecida como teoria da informação), desenvolvendo o conceito de comunicação como processo de transmissão de informações entre um comunicador e um destinatário. Trata-se de um ato voluntário, em que dois sujeitos decidem pôr-se em contacto ou um decide fazê-lo e o outro aceita, que se esgota na sua própria realização (Sfez, 1991).

Os autores desenvolveram esta teoria para estudar o problema da maximização de transporte da informação por meio de canais, como o cabo telefónico ou as ondas de rádio, tratando-se pois da transmissão e aquisição de sinais eletrónicos. O trabalho apresentado por estes estudiosos pertence ao foro da engenharia e pretende representar um sistema geral de comunicação, excluindo qualquer referência a conteúdos de transmissão de sinais. Tendo por objetivo estudar a otimização da transmissão de mensagens, através do aumento da velocidade, da diminuição das perdas de informação e da redução dos custos económicos, neste modelo a informação não tem significado semântico, representa, apenas, uma magnitude estática abstrata, uma quantidade mensurável (Piñuel & Lozano, 2006; Silva, 2006; Tropea, 2007).

Esta teoria tornou-se aplicável às questões da comunicação humana, conquanto os seus autores tenham desmentido que ela fosse pertinente neste domínio (Sfez, 1991), e desenvolveu-se numa lógica de estímulo que provoca uma reação através de um simples processo linear e unidirecional. A comunicação é um sistema de transmissão de informações apresentado do seguinte modo:



A *fonte de informação* representa o sujeito que decide quais as mensagens a enviar e a sua sequência; o *transmissor* é o suporte técnico que transforma a mensagem em sinais; o *canal* transporta os sinais; o *recetor* reconstitui a mensagem a partir dos sinais e o *destinatário* é a pessoa a quem se destina a informação. O *ruído* é criado pelos fatores indesejados que interferem no sinal durante o processo de transmissão (Shannon, 1948). O ruído é a diferença entre a quantidade de informação emitida e a recebida e pode resultar de algo que é acrescentado ao sinal, entre a sua transmissão e a sua receção, e que não é pretendido pela fonte ou resulta da existência de muitos sinais no mesmo canal ao mesmo tempo (McQuail & Windahl, 2003) ou, ainda, de qualquer fator que torna o sinal pretendido mais difícil de decodificar com exatidão.

Para os defensores da teoria matemática da informação, a comunicação pode ser equacionada em três níveis:

- i) *Técnico*, que se refere à precisão com que se processa a transmissão de informação do transmissor para o recetor;
- ii) *Semântico*, que se refere à exatidão do significado das informações que são transferidas até ao destinatário;
- iii) *Pragmático*, que se refere à capacidade das informações influenciarem o comportamento do destinatário no processo de comunicação.

Este modelo assume que o processo de comunicação se reduz à resolução dos problemas do nível técnico, pela otimização da transferência de mensagens, garantindo a máxima fidelidade possível, isto é, anulando os possíveis ruídos e garantindo uma decodificação plena, ocupando-se da forma das mensagens e da quantidade de informação transmitida. A eliminação do ruído, entendido como os fatores que distorcem a qualidade do sinal, é garante de uma maior fidelidade da transmissão da mensagem e, por consequência, da *efetividade* da comunicação (Berlo, 2003).

Os problemas do nível semântico, considerando que o significado está contido na mensagem, são resolvidos melhorando o processo de transferência da mensagem. Assume-se, como condição prévia, que a informação está situada em relação aos conhecimentos dos intervenientes no processo de comunicação (Beaudichon, 2001). Os problemas do nível pragmático estão associados à capacidade de influência da comunicação, e a sua resolução decorre da observação de que existe uma comunicação eficaz quando o desti-

natário reage da forma prevista pelo comunicador. Este modelo pressupõe a real possibilidade do emissor (no sentido de fonte de informação) influenciar deliberadamente o ou os destinatários numa lógica de um estímulo exterior e de uma resposta.

Esta intencionalidade de controlo do indivíduo e de *massas*, particularmente no contexto social e político, é objeto de estudo de Lasswell, apresentando como descrição do ato de comunicação a resposta às seguintes questões: Quem? Diz o quê? Através de que canal? A quem? Com que efeito? O autor defende que o estudo científico do processo comunicacional se enquadra e subdivide nas questões formuladas.

Neste sentido, a questão «Quem?» refere-se ao emissor, aos fatores que desencadeiam e conduzem o ato de comunicação. A pergunta «Diz o quê?» equaciona a *análise de conteúdo* da mensagem. O suporte físico de transmissão de informação é sintetizado na ideia de *canal*. A preocupação em relação às pessoas atingidas pelos meios de comunicação coloca-se na interrogação «A quem?» e remete-nos para a *análise da audiência* ou *estudos de receção*. E a questão «Com que efeito?» relaciona-se com o impacto sobre as audiências, ou seja, a *análise do efeito* da comunicação (Lasswell, 2009). Assume-se, deste modo, “que as mensagens têm sempre efeitos” (McQuail & Windahl, 2003, p. 22) e que o ato comunicativo pode ser, na sua essência, a transmissão de informação complementada por uma ação de influência através da persuasão.

Relacionado com o problema do efeito e da eficácia da comunicação está o conceito de *feedback* que representa um mecanismo de alimentação do sistema, permitindo ao comunicador controlar o modo como o destinatário está a receber as informações, ajudando-o a adaptar a sua mensagem às necessidades e reações do destinatário. O conceito de *feedback* relaciona-se com a atitude de ouvinte do emissor, que neste modelo é um escutar para *impor* e não para *propor*, assumindo características antípodas da ação de escutar (Polaino, 2009).

A existência de *feedback* – “O domínio do emissor sobre a saída da própria mensagem, a compreensão de como os outros a descodificam” (Bitti & Zani, 1997, p. 31) –, origina uma maior circularidade no modelo de comunicação, fazendo com que o discurso do emissor seja “orientado-para-o-ouvinte” (*idem, ibidem*). Assim, “sempre que se completa o circuito, aquele que recebe torna-se um emissor” (Sfez, 1991, p. 52), desde que a reação do destinatário à mensagem recebida seja considerada uma ação, mesmo que silenciosa. Neste caso o destinatário exerce, de certo modo, algum controlo sobre a fon-

te de informação, levando esta a ter a oportunidade de ajustar constantemente a sua mensagem em função do *feedback* do destinatário (Berlo, 2003).

Contudo, é o “emissor que a todo o momento interessa” (Sfez, 1991, p. 52). A incorporação do conceito de *feedback* não suavizou as tendências persuasivas do modelo de comunicação, mas, pelo contrário, tentou assegurar maior fidelidade dos recetores aos desejos dos emissores, garantindo a possibilidade do emissor controlar a informação sobre os resultados e de, caso necessário, desencadear ações corretivas e persuasivas com vista a uma maior eficácia da mensagem (Bordenave, 1995).

Os desenvolvimentos teóricos destes modelos conduziram a novas propostas que, para além do reconhecimento do *feedback*, realçam a importância da interação, dos aspetos interpretativos e do contexto social. Braddock acrescenta ao modelo de Lasswell duas novas questões: Em que circunstâncias? e Com que objetivo? A introdução destes dois novos aspetos reforça o papel do contexto e dos pressupostos comunicativos partilhados pelo emissor e pelo recetor, salientando a interdependência entre a fonte de informação e o destinatário (McQuail & Windahl, 2003).

A valorização da “interacção social através de mensagens” (Fiske, 2005, p.14), entendida como o “processo pelo qual uma pessoa se relaciona com outras ou afecta o comportamento, estado de espírito ou reacção emocional de outra” (Fiske, 2005, p. 15), reformulou igualmente a proposta inicial de Shannon e Weaver com a introdução, no esquema apresentado, do conceito de código, entendido como um sistema de significados comuns aos membros de uma cultura. Os códigos são, assim, elementos responsáveis pela transformação da informação em mensagem, que precisa de ser organizada para ser veiculada num canal e recebida pelo destinatário. Os códigos de emissão e receção de mensagens constituem, pois, os procedimentos que permitem a transmissão de informações entre os intervenientes do processo de comunicação (Fiske, 2005; Rüdiger, 2004).

A possibilidade de comunicação decorre da existência de um conjunto de significados comuns, ou pelo menos suficientemente próximos, dos códigos partilhados pelos comunicantes. Esta identidade não significa uma absoluta sobreposição das linguagens de cada um dos indivíduos, mas pressupõe a possibilidade de captação total ou parcial das informações emitidas (Chomsky, 1995). A comunicação é assim caracterizada como um processo que consiste em transmitir ou fazer circular informações – conjunto de dados total ou parcialmente desconhecidos do recetor antes do ato comunicativo –, no qual o

emissor (entendido como fonte de informação) e o recetor (entendido como destinatário) compartilham de um mesmo código, de modo a que seja possível a compreensão da mensagem (Bitti & Zani, 1997).

Nestes modelos, a comunicação reduz-se ao problema da codificação e descodificação, ou seja, ao reconhecimento dos códigos partilhados pelos sujeitos intervenientes, e à transmissão de informação, que diz respeito à capacidade de o canal conduzir as informações sem ruído entre o comunicador e o destinatário, gerando deste modo a possibilidade de resposta do destinatário e o início de um novo ciclo. A codificação e a descodificação de uma mensagem é um processo “dinâmico, activo e complexo, que envolve uma rica actividade da consciência, atenção e esforço para recolher todos os dados” (Bitti & Zani, 1997, p. 39) necessários à produção ou compreensão de uma mensagem. No entanto, este processo confere um poder de transformação do objeto inicial ao emissor, através da codificação, sem reconhecer o mesmo poder ao destinatário, limitando-o ao papel de descodificador na interpretação da mensagem (Sfez, 1991).

Quando as funções de emissor e recetor são desempenhadas com igual frequência por duas ou mais pessoas, a comunicação ocorre nos dois sentidos, como é o caso da conversação, os papéis de emissor e recetor sobrepõem-se nas mesmas pessoas (Lasswell, 2009). Esta relação *bilateral* (ou *multidirecional*) e reversível entre emissores e recetores tornou-se questionadora dos modelos de comunicação como um processo linear e unidirecional, que começavam num determinado ponto e terminavam noutra, e induziu a necessidade de modelos de comunicação com uma natureza circular.

Neste sentido é apresentado por Schramm um modelo circular de comunicação criado por Osgood, no qual a mensagem é mediada pelos descodificadores, intérpretes e codificadores e o emissor e o recetor (intérpretes) desempenham as mesmas funções. Este modelo circular vem dar resposta a uma comunicação interpessoal suficientemente dinâmica, visto que o emissor e o recetor assumem papéis igualitários no sentido comunicativo, embora não descreva com perfeição os atos comunicativos com pouco ou nenhum *feedback* e onde existe um acentuado desnível quanto a recursos, capacidades e tempo disponível entre os intervenientes no processo comunicativo (McQuail & Windahl, 2003).

Esta natureza dinâmica e circular da comunicação reconhecendo que “o que é comunicado agora vai influenciar a estrutura e o conteúdo da comunicação que se segue”

(McQuail & Windahl, 2003, p. 27) originou a existência de um modelo helicoidal proposto por Dance com o pressuposto de que o *homem comunicador* é ativo, criativo e capaz de armazenar informação. O modelo helicoidal de comunicação tem a vantagem de acentuar a mudança de estado que ocorre na comunicação e o seu caráter reflexivo (McQuail, 1984), salientando o papel da comunicação na mudança dos indivíduos e, conseqüentemente, na mudança da relação entre eles. A comunicação caracteriza-se por esse “movimento em espiral, contínuo e infundável implicando emissores, meios/canais para a mensagem e receptores” (Silva, 2006, p. 50).

Nestas perspectivas, que podemos caracterizar pela intenção de modelização da comunicação como um processo, existe um conjunto de variados modelos de comunicação, aplicáveis à comunicação em geral e à comunicação de massas em particular, que tentam dar resposta a algumas questões relacionadas com a significação e a estrutura interna das mensagens. Alguns modelos mais ilustrativos do processo de transmissão de informação, outros mais explicativos dos procedimentos de análise de conteúdo e ainda outros direcionados para a explicação dos mecanismos de relação entre os intervenientes no processo comunicativo. Contudo, todos estes modelos assentam na comunicação como um processo de transmissão de mensagens centrado no poder da fonte de informação de *vigilância, correlação e transmissão da herança social* (Lasswell, 2009) e, embora equacionem os processos de interação ou negociação e a questão da significação e da estrutura interna da mensagem, não se focam no problema de como é que o significado de uma mensagem é gerado (Fiske, 2005).

As investigações acerca da comunicação humana tiveram como alicerce, durante décadas, a teoria matemática da comunicação e como objetivo principal a obtenção de uma dada reação ou conduta das pessoas, visto que comunicamos para influenciar. Esta ideia da comunicação como persuasão remonta à perspectiva aristotélica de que comunicamos na “tentativa de levar outras pessoas a adoptarem o ponto de vista de quem fala” (Berlo, 2003, pp. 7-8). Nesta conceção, o processo de influência através da persuasão também tem um sentido linear e unidirecional, o “comunicador pretende influenciar as reações de uma determinada pessoa (ou grupo de pessoas) que não a sua própria” (*idem*, p. 16), e só se concretiza com complacência do recetor (McQuail, 1984).

Parece ser possível reduzir a generalidade destes modelos a uma relação tripartida entre “quem está comunicando, por quem está comunicando, e com quem se está comunican-

do” (Berlo, 2003, p. 28) numa relação elementar do orador, do discurso e da audiência. A comunicação surge assim como a interpretação, realizada por um observador exterior, da interação entre a fonte e o destinatário, através da observação de um modelo esquemático de ligação entre os dois sujeitos participantes e do pressuposto da existência objetiva da mensagem, o que é transmitido pelo processo de comunicação (Fiske, 2005; Sfez, 1991).

Neste sentido, os desenvolvimentos atuais das *tecnologias telemáticas e informáticas* têm reforçado a capacidade de se chegar cada vez mais a um maior número de pessoas, anulando distâncias, através de sofisticados sistemas de armazenamento, tradução e transmissão de informação. Hoje, sentados diante de um computador pessoal, conectado com a *Internet*, temos a possibilidade de nos ligarmos com o mundo inteiro, em tempo real, numa troca de informações entre o emissor e o recetor, formando uma *comunidade* de pertença e de interesses comuns (Tropea, 2007), como é o caso das redes sociais.

Nestes esquemas fragmentados e facilmente adaptáveis a vários contextos, comunicar implica, forçosamente, uma relação bem sucedida envolvendo a fonte, o decisor, o destinatário, todo-ouvidos e consentimento, canal e mensagem (Silva, 2006). Tudo é redutível à precisão com que se processa a transmissão de informações entre o comunicador e o destinatário, apenas limitada pela existência exterior do ruído perturbador da recepção, não levando em consideração a interação da fonte com o destinatário nem o papel das redes de comunicação e negligenciando a componente semântica das mensagens.

Esta linearidade do processo de comunicação, muito ajustada a um modelo do foro da engenharia, que pretendia tão só “aumentar a velocidade de transmissão, diminuir as perdas de informação e otimizar os custos económicos” (Tropea, 2007, p. 101), não se coaduna com alguns dos aspetos da complexidade da comunicação humana, reveladores da desadequação do modelo informativo ao seu estudo:

- i) *Mente e sentidos*. O sentido da (e na) comunicação constitui um problema essencialmente sensorial, não podendo ser reduzido a um facto cerebral;
- ii) *Racionalidade e vontade*. A comunicação não é um acontecimento meramente racional e vai para além do puramente voluntário. Existem estéticas, gostos, paixões que condicionam de forma importante o processo comunicativo;
- iii) *Ordem e direcção*. A comunicação não é um processo ordenado nem unidireccional. (...) Qualquer simplificação linear reduz a comunicação a

uma mera partida de pingue-pongue, com ressaltos previsíveis e turnos estabelecidos: uma caricatura risível da sua complexidade natural;

iv) *Circunstâncias*. A situação em que se produz o acontecimento comunicativo influi decisivamente nas formas e nos conteúdos do processo comunicativo, nos seus fracassos e modalidades. (Tropea, 2007, p. 102)

Este autor apresenta um conjunto de exemplos de frases do tipo « – *Como tens passado?*», « – *Bem, obrigado!*», cujo conteúdo é conhecido de antemão por ambos os interlocutores, de valor informativo quase nulo, apesar do valor estratégico de comunicação. O estudo da comunicação humana não se pode reduzir a um esquema geral e linear de atividade puramente informativa, “impõe-se questionar a sua dimensão estratégica, que se desenrola numa dupla e contemporânea actividade persuasiva e interpretativa” (Tropea, 2007, p. 104). Por mais pequeno ou desestruturado que seja um ato comunicativo, ele está sempre inserido num sistema de valores específico e procura ser eficaz.

Evidentemente que esta eficácia depende da existência de características técnicas associadas ao modelo matemático de comunicação, mas também da existência de um código comum, de um sistema de valores partilhado e de uma boa representação recíproca do contexto em que se produz a comunicação. Comunicamos “como actuação estratégica e em resultado de processos continuamente adaptados de persuasão e de interpretação” (Tropea, 2007, p. 106), o que nos remete para a compreensão do significado das mensagens, para além da transmissão/receção de informações que ocupa os especialistas em telecomunicações.

Perspetiva semiótica na comunicação. O estudo da comunicação numa perspetiva semiótica – entendida em sentido lato como a aquisição de uma representação por meio de signos – valoriza a significação, a interpretação e o valor informativo das mensagens que os sujeitos trocam entre si. A comunicação constitui-se como um processo de emissão e receção de mensagens codificadas no interior de uma dada cultura, onde “a mensagem é uma construção de signos que, pela interacção com os receptores, produzem significados” (Fiske, 2005, p. 16).

As mensagens são entendidas como signos ou uma organização complexa de signos, isto é, estímulos com significados para as pessoas, formados através dos processos de pensamento (Eco, 1997; Eco, 2002; Freixo, 2006). O emissor como transmissor de mensagens perde importância apesar de as mensagens serem intencionais e intentadas

por alguém (Ricoeur, 1987). A mensagem não é algo enviado do emissor para o recetor, mas um “elemento numa relação estruturada, cujos outros elementos incluem a realidade exterior e o produtor/leitor” (Fiske, 2005, p. 16). Deste modo, a “função dos signos é comunicar ideias por intermédio de mensagens” (Guiraud, 1993, p. 13). Esta ênfase na mensagem e na sua significação implica a existência de “um objecto, uma coisa de que se fala ou referente”, implica “signos e portanto um código, um meio de transmissão” e “um emissor e um receptor” (*idem, ibidem*).

No entanto, a semiótica não pretende esgotar o entendimento sobre a experiência de apreensão e compreensão de uma mensagem, mas explicar os processos de significação de uma mensagem num dado contexto cultural. Como nos refere Joly (2005):

A semiótica tem o projecto científico de se preocupar de um ponto de vista teórico e analítico com os processos de significação (e por isso de interpretação) não de forma globalizante nem generalizante (...), mas a um nível de rigor aceitável e fiável, destinado a determinar e a justificar colectivamente os mecanismos e os limites de interpretação cultural de uma mensagem. (p. 34)

A semiótica procura compreender o modo como a linguagem se torna significativa e como é que esse significado pode ser comunicado em sociedade. Nesta conformidade, a semiótica tem três áreas de estudo principais: (i) o signo propriamente dito; (ii) os códigos ou sistemas organizadores de signos; e (iii) a cultura no interior da qual estes códigos e signos se encontram organizados. O signo é usado para transmitir uma informação e insere-se num processo de comunicação, compreendido de igual modo como um processo de transmissão de informação entre dois sujeitos, mas onde o destinatário desempenha um papel mais ativo do que nos modelos de transmissão de informação (Fiske, 2005), ao fazer depender a sua concretização da partilha de códigos culturais entre os intervenientes.

Nesse processo existe entre o emissor e o destinatário um código comum, ou seja, existe um conjunto de regras que atribuem ao signo um significado. O signo não é apenas um elemento que entra no processo de comunicação, como os sinais na teoria matemática da comunicação, mas é uma entidade que entra num processo de significação e que resulta da combinação de sinais e de códigos culturalmente situados. O “signo é sempre a marca de uma intenção de comunicar um sentido” (Guiraud, 1993, p. 27). O signo é entendido como uma forma de expressão portadora de uma significação, dependente da

sua natureza, do contexto da sua manifestação e da cultura e preocupações do recetor (Eco, 1997; Joly, 2005).

Os signos são estímulos que representam algo diferente de si mesmo, os códigos são sistemas em que os signos se organizam e a codificação “é um acordo entre os utilizadores do signo” (Guiraud, 1993, p. 29) e constitui o processo através do qual se relaciona o signo com os seus referentes, atendendo às regras culturais e sociais aceites pela comunidade. A ausência de significação, isto é, a inexistência de relação entre o signo e o significado, transformaria o processo de comunicação num processo de estímulo-resposta (Eco, 1997; Freixo, 2006).

Porém, os signos têm diferentes tipos de relações: relacionam-se com objetos – dimensão *semântica*, “o signo é considerado em relação àquilo que significa” (Eco, 1997, p. 27); relacionam-se com outros signos – dimensão *sintática*, “o signo é considerado enquanto inserível em sequências de outros signos com base em regras de combinação” (*idem, ibidem*); e relacionam-se com o comportamento – dimensão *pragmática*, “o signo é considerado quanto às próprias origens, aos próprios efeitos sobre os destinatários, aos usos que dele se fazem, etc.” (*idem, ibidem*).

O linguista Saussure caracteriza a língua como um sistema de signos que exprimem uma ideia (Radford, 2006), defendendo a existência de uma ciência que estude a “vida dos signos no quadro da vida social” (Eco, 2002, p. 9). Assumindo a comunicação como um facto, Saussure interessou-se pela estrutura e regras da linguagem que permitiam a produção do enunciado, negando a existência de um significado das palavras em si mesmo, defendendo que “o signo tem significado quando está relacionado com outros signos” (Radford, 2006, p. 8). A sua definição de signo (signo linguístico enquanto unidade de sentido da língua) aponta para uma identidade de dupla face: compõe-se de uma forma física, o significante, e de um conceito mental, o significado, que lhe está associado, o qual é uma apreensão da realidade externa (Eco, 2002; Fiske, 2005). Para Saussure, o significante é a face material e perceptível do signo (som, gesto, representação gráfica ou icónica) que associamos de uma maneira cultural a um significado que corresponde a uma imagem mental, a um conceito (Joly, 2005).

Nesta perspetiva, a palavra signo designa a unidade entre a forma de expressão, constituída pelos significantes, e a forma de conteúdo, constituída pelos significados. Os conceitos de significado e significante só podem ser entendidos no interior do processo de

significação. Contudo, o significante está associado à imagem do signo – às representações gráficas ou icônicas, às representações verbais e/ou às representações gestuais – e o significado está associado ao conceito mental – imagem psíquica – comum aos membros de uma mesma cultura (Barthes, 1997; Fiske, 2005).

A significação é, para Saussure, um processo que une o significado e o significante e cujo produto é o signo, dependente, no entanto, de um referente, realidade psíquica ou conceptual do mundo. A comunicação, nesta perspectiva, entendida como a semiótica da comunicação, é abordada do ponto de vista linguístico como o estudo da comunicação intencional utilizando códigos compostos de um número finito de elementos (Joly, 2005).

De certo modo, o estudo da comunicação alicerça-se no contexto da intencionalidade comunicativa, seja através de sons, gestos ou símbolos, prestando mais atenção à vertente formal linguística, identificada “com as disposições das expressões, as redundâncias fônicas ou as figuras retóricas e estilísticas” (Tornero, 2007, p. 79). A comunicação é algo que passa entre dois indivíduos, que se transfere entre esferas de vida particulares, que não é a experiência enquanto experienciada, mas a sua significação. A experiência experienciada permanece privada, mas a sua significação torna-se pública (Ricoeur, 1987).

Numa visão mais englobante, o cientista Pierce define signo como qualquer coisa que está em lugar de algo, sob qualquer relação ou a qualquer título (Eco, 2002; Joly, 2005; Radford, 2006), mais especificamente, relacionando com a interpretação, “um signo é algo através do conhecimento do qual nós conhecemos algo mais” (Eco, 2001, p. 36). O autor considera o signo como o produto da interação e cooperação de três elementos: significante, referente e interpretante. Neste modelo é o interpretante que garante um *sentido* ao signo, e caracteriza-se como o produto da interpretação do signo para a significação do objeto. No entanto, o interpretante não deve ser confundido com o intérprete. Segundo o autor, “o interpretante é aquilo que o signo produz na «quase mente» que é o intérprete” (Eco, 2002, p. 58), é alguma coisa a mais, que pode até ser “um signo mais desenvolvido ou uma explicação do signo inicial” (Carreira, 1998, p. 37) ou “novas ideias e novos conceitos” (Radford, 2006, p. 9).

Para Pierce, o signo existe para além da intencionalidade do emissor e refere-se, também, a fenômenos sem emitente humana, embora com um destinatário humano, como

sucedem, por exemplo, no caso dos sintomas físicos (reações do nosso corpo a estados de doença) ou indícios meteorológicos. Neste caso, pode-se definir como “signo tudo quanto, à base de uma convenção social previamente aceite, possa ser entendido como algo que está no lugar de outra coisa” (Eco, 2002), mesmo que não completamente compreendida.

Comunicação como processo de interação social

Nas perspectivas até agora abordadas, a comunicação surge como um processo mediante o qual o comunicador envia uma mensagem ao destinatário ou interage com o destinatário através de uma mensagem, não sendo considerados os sujeitos particulares envolvidos no processo de comunicação. Contudo, na compreensão dos processos de comunicação humana, para além da transmissão de informação e da existência de códigos partilhados entre os intervenientes, é necessário compreender os processos de interação social que ocorrem nos momentos comunicativos.

A comunicação é também definida como um processo social onde os intervenientes interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados. A comunicação decorre através do processo de interações sociais, o que permite ao sujeito identificar-se com o outro e, ao mesmo tempo, exprimir e afirmar a sua singularidade (Belchior, 2003). A comunicação não é entendida como um processo de transmissão de mensagens, mas como um meio dos intervenientes poderem partilhar a compreensão sobre um assunto. Trata-se de um processo onde "existe uma negociação e uma troca de sentidos entre os emissores e receptores, sendo que as mensagens, pessoas, culturas e realidades interagem e são capazes de produzir, quer novas significações, quer novas formas de compreensão" (Ferin, 2002, p. 21), ou seja, o que designamos de comunicação como interação social.

Colégio invisível ou escola de Palo Alto. Um dos principais contributos para o estudo do processo de comunicação enquanto interação social deve-se a um grupo de investigadores, conhecido por Colégio Invisível ou Escola de Palo Alto, que defende que “o estudo da comunicação interpessoal só é possível a partir do pressuposto da existência de um sistema comportamental inserido numa cultura” (Ferin, 2002, p. 95), criticando a teoria matemática da comunicação. Para os autores da Escola de Palo Alto, a construção de um sistema explicativo da interação entre os indivíduos resulta do comportamento

das suas componentes (pessoas que interagem, objetos da relação, reações de cada indivíduo alicerçadas nas pressuposições a propósito de si e dos outros, e respostas como consequências das reações), dos condicionalismos do contexto e dos valores sociais (Piñuel & Lozano, 2006).

Esta Escola defende que a investigação em comunicação tem de ser encarada em termos de nível de complexidade da interação, de contextos múltiplos e de sistemas circulares, onde o sujeito alterna os papéis complementares de transmissão e de receção. Estes investigadores procuram analisar a comunicação como uma situação global de interação, estudada pelas ciências humanas, através de modelos próprios, recusando o modelo das ciências naturais baseado no isolamento de variáveis. Como nos refere Sfez (1991), ao caracterizar o pensamento da Escola de Palo Alto:

Toda a actividade, científica ou comum, se situa no interior de um invólucro que se denomina comunicação. A comunicação fornece as regras de apreensão para tudo o que existe no mundo. Porque a ciência, a arte ou as práticas quotidianas não são mais do que sectores contidos no continente comunicação. (p. 73)

Partindo da ideia de que a comunicação é a inserção de um sujeito complexo num meio ambiente também complexo, a comunicação comporta todos os processos através dos quais os sujeitos e o ambiente se influenciam mutuamente. Os investigadores da Escola de Palo Alto propõem que a comunicação seja estudada como um processo social permanente e multidimensional, como um todo integrado, incompreensível sem o contexto em que tem lugar.

A comunicação é caracterizada como um “sistema de múltiplos canais em que cada emissor participa a todo o instante, quer queira quer não, tão-só por ser membro de determinada cultura” (Ferreira, 2003, p. 15). A comunicação surge, assim, como a matriz da formação dos sistemas sociais e como fundamento de toda a atividade humana, baseando-se nos seguintes princípios:

- i) a comunicação [é] um fenómeno de interacção onde cada mensagem provoca um *feedback* do interlocutor;
- ii) todo o comportamento social é um valor comunicativo, não sendo possível não comunicar;
- iii) a comunicação é determinada pelo contexto onde se inscreve, sendo este um quadro simbólico portador de normas, regras, modelos e rituais de interacção;

- iv) toda a mensagem comporta dois níveis de significação, o conteúdo informativo e as relações que ligam os interlocutores;
- v) a relação entre os interlocutores estrutura-se segundo o modelo simétrico (a relação é igualitária e os comportamentos são em «espelho») e o modelo complementar (os interlocutores adoptam comportamentos contrastantes adaptando-se uns aos outros);
- vi) a maior parte das patologias mentais [deve-se] à disfunção dos processos comunicacionais. (Ferin, 2002, p. 96)

À noção de comunicação isolada, enquanto ato verbal, consciente e voluntário, que está subjacente à teoria matemática da comunicação, opõe-se a ideia da comunicação enquanto processo social permanente que integra múltiplos modos de comportamento: a palavra, o gesto, o olhar e o espaço interindividual. Apesar desta multiplicidade de ações comunicativas, esta escola não integra o silêncio como um modo de *feedback* do recetor nem assume a hipótese da existência de incomunicação.

Para estes investigadores, os problemas de comportamento humano são consequência do meio ambiente social, a análise do contexto torna-se, assim, tão relevante como a análise do conteúdo. Neste sentido, o estudo da comunicação alicerça-se na observação da conduta humana:

A representação dos indivíduos em função do que se expressa ou transmite, e na ordem (estrutura, informação) em função das relações entre o momento em que há contacto, presença, interação, até ao momento em que esta se interrompe. (Piñuel & Lozano, 2006, p. 299)

A comunicação não se reduz à articulação e sentido de expressões e representações e à transmissão de mensagens, tem de considerar os significados particulares dos sujeitos em interação, o que condiciona o entendimento global do processo comunicativo. Podemos, segundo a perspetiva destes autores, referir que todos os comportamentos de um sujeito têm um valor comunicativo para os restantes, transformando a comunicação num ato permanente e multifacetado, fazendo depender os aspetos semânticos dos processos relacionais e de interação e do contexto de natureza social.

Contrariando a ideia de que todo o comportamento partilhado é comunicativo, e por conseguinte a comunicação é um fenómeno preexistente na sociedade, Luhmann (2001) propõe que a comunicação seja estudada como um problema, “deixando de procurar um conceito que se ajuste ao máximo a todos os dados e começando por perguntar-se se a comunicação é possível” (p. 42). Este autor, posicionando-se numa perspetiva filosófica que contraria a possibilidade de apreendermos de modo espontâneo a natureza a partir

do conhecimento dos elementos que a compõem, propõe o questionamento do conhecimento sintético como tal, interrogando-se acerca das condições que o possibilitam. Defende que não devemos discutir o conceito de comunicação, mas a improbabilidade da comunicação, “apesar de diariamente a experimentarmos e a praticarmos e de não podermos viver sem ela” (p. 41).

Luhmann apresenta um conjunto de problemas e de dificuldades que devem ser superados para que seja possível a produção do processo de comunicação, denominando-os de improbabilidades:

- i) Primeira Improbabilidade – É improvável que alguém compreenda o que o outro quer dizer, tendo em conta o isolamento e a individualização da sua consciência;
- ii) Segunda Improbabilidade – É improvável que uma comunicação chegue a mais pessoas do que as que se encontram presentes numa situação dada;
- iii) Terceira Improbabilidade – O facto de que uma comunicação tenha sido entendida [não é] garante que tenha sido também aceite. (Luhmann, 2001, p. 42-43)

O entendimento do sentido da comunicação depende, pois, da apropriação da significação da informação em função de um contexto, o qual é, basicamente, facultado pela memória, pelo grau de proximidade e disponibilidade dos intervenientes para comunicarem e pela possibilidade ou não de o recetor adotar a informação como premissa do seu próprio comportamento. É neste sentido que transformamos estas improbabilidades em *fatores de dissuasão* que induzem os sujeitos em abstenção de comunicarem “no momento em que não tenham garantias suficientes de que a sua mensagem vai chegar a outras pessoas, de que vai ser compreendida e de que vai cumprir os seus objectivos” (Luhmann, 2001, p. 43).

Deste modo, é possível optar por não comunicar e, conseqüentemente, limitar a existência dos processos de interação e dos sistemas sociais. Por conseguinte, “as improbabilidades do processo de comunicação e a forma em que as mesmas se superam e se transformam em probabilidades regulam a formação dos sistemas sociais” (*idem*, p. 44) e os processos de interação entre os sujeitos. As três formas de improbabilidade reforçam-se reciprocamente: quando uma comunicação é corretamente entendida, dispõe-se de um maior número de motivos para a rejeitar; se a comunicação chega a um conjunto de pessoas não presentes no ato comunicativo, a sua compreensão torna-se mais difícil e, por-

tanto, é mais fácil que seja rejeitada, transformando assim a intenção de comunicar numa questão problemática, dificultando o entendimento entre os sujeitos (Luhmann, 2001).

Do ponto de vista de Luhmann, a comunicação não se pode reduzir ao processo de transporte de uma mensagem, mesmo que seja emitida intencionalmente pelo comunicador e possa influenciar o destinatário, nem deve ser assumida como qualquer comportamento humano partilhado socialmente, apesar de as relações sociais e humanas dependerem da comunicação entre as pessoas.

Escola de Chicago e o interacionismo simbólico. A Escola de Chicago lançou os fundamentos do interacionismo simbólico, desenvolvendo a tese de que a sociedade não pode ser estudada fora dos processos de interação entre as pessoas, visto que é uma estrutura simbólica criada pelo processo da comunicação. A sociedade não é uma estrutura ou organização, mas resulta das ações das pessoas em interação com as situações. É constituída de indivíduos que interagem uns com os outros, quando as atividades dos membros da sociedade ocorrem como resposta de um ao outro ou em relação ao outro (Lopes & Jorge, 2005).

As pessoas relacionam-se através de símbolos desenvolvidos através da interação, os quais estruturam o processo de comunicação. A sociedade nasce nos símbolos significantes (gestos partilhados) do grupo de indivíduos (Lopes & Jorge, 2005). A sociedade é concebida como um processo de interação tecido pela comunicação e é “no seio destas interações que se constrói a sociedade, composta por um conjunto de indivíduos interagindo entre si e historicamente situados” (Beaudichon, 2001, pp. 20-21).

A comunicação tem a função de criar e manter o consenso e o entendimento entre os indivíduos, sendo, neste caso, vista como um processo de partilha de significados, mas ao mesmo tempo permite que os mesmos indivíduos modifiquem o comportamento da sociedade através de um processo de influência recíproca entre pelo menos dois sujeitos. O significado forma-se no processo de interação entre os sujeitos. O significado está no uso das palavras, frases ou signos e símbolos, não está nos sons, signos ou representações considerados em si próprios (Godino & Llinares, 2000).

A comunicação não deve ser reduzida à pura e simples transmissão de experiências, consiste antes no processo coletivo de construção da realidade através de experiências comuns. A comunicação é, assim, entendida como um mecanismo de coordenação da

interação social. Nesta perspectiva, o indivíduo é sujeito e objeto da comunicação, a sua personalidade forma-se no processo de socialização pela ação recíproca de elementos objetivos e subjetivos na comunicação (Garcia, 2006).

O interacionismo simbólico dá uma particular relevância à compreensão dos processos através dos quais as pessoas constroem as suas ações, que não são vistas como expressões das estruturas, mas como expressão do desenrolar de interações (Freixo, 2006). A interação, neste modelo, pode ser caracterizada por três pontos importantes: (i) “o valor dado à alienação do sentido da comunicação quotidiana” (Garcia, 2006, p. 174) e o importante papel da empatia na sociedade, a capacidade de o sujeito se pôr no lugar do outro; (ii) a realidade social explica-se através das interações dos indivíduos e dos grupos sociais; e (iii) a metodologia de investigação, nesta teoria, caracteriza-se pelo “uso extensivo de estudos de caso”, pelo “predomínio absoluto de procedimentos indutivos” e pela “abordagem da realidade em termos micro-sociais e sincrónicos” (*idem, ibidem*).

Esta caracterização não representa, contudo, uma visão normativa ou mecanicista da interação, dado que o interacionismo simbólico põe ênfase na interação dos indivíduos e na interpretação dos processos de comunicação em situações de ação, não considerando as estruturas sociais, os sistemas ideológicos e as relações funcionais, mas o mundo de significados dentro do qual atuam os sujeitos (Garcia, 2006). Desta forma, o interacionismo simbólico estuda a interpretação por parte dos intervenientes dos símbolos construídos nos seus processos de interação, baseando-se em três premissas:

- i) os seres humanos atuam em relação ao mundo com base nos significados que atribuem aos objetos e às situações que os rodeiam;
- ii) os significados de tais elementos surgem da interação social que um indivíduo mantém com as outras pessoas;
- iii) os significados são manipulados e modificados por um processo interpretativo utilizado pela pessoa ao relacionar-se com os elementos com que entra em contacto.

Com base nestas premissas, decorre que a análise da interação entre o sujeito e os outros parte da conceção de que ambos os elementos são processos dinâmicos, quer o sujeito, quer o mundo social estão em constante mutação através da interpretação que o ator reconstrói do mundo. Neste sentido, a capacidade de desenvolvimento pessoal resulta da

capacidade de reflexão e de compreensão do outro, de modo a podermos-nos pôr no seu lugar e atuar como ele, construindo assim um processo de influência recíproca na construção da realidade.

O interacionismo simbólico desenvolve um esquema analítico da sociedade e das condutas humanas, estudando as interações interindividuais, a negociação individual e a reação do outro, a partir da interpretação dos indivíduos, condicionada pelo contexto e interação das pessoas. A interação simbólica envolve o processo de interpretação da ação, procurando compreender o significado da ação do outro, transformando a interpretação num processo formativo e não numa aplicação sistemática dos significados previamente estabelecidos (Lopes & Jorge, 2005).

A comunicação, tal como a concebe o interacionismo simbólico, é o processo organizador da sociedade, estruturada através de símbolos comuns que são produzidos na interação social entre os indivíduos, assumindo que uma pessoa tem de entender as intenções do outro comunicador e que a eficácia dessa mesma interação simbólica depende do conhecimento da significação dos mesmos símbolos pelo conjunto dos intervenientes de uma mesma sociedade e cultura. A comunicação é uma “partilha de signos, um gesto compartilhado constitui um símbolo significante de que afinal é constituída a sociedade” (Freixo, 2006, p. 103).

Porém, a comunicação não se reduz ao processo de transmissão de símbolos abstratos, é um gesto numa ação social, um gesto que provoca no indivíduo a tendência a realizar a mesma ação que suscita nos outros numa situação semelhante, constituindo-se assim como um princípio básico da organização social humana. A comunicação é um processo em que nos colocamos no lugar da atitude do outro, comunicando através de símbolos significativamente partilhados do mesmo modo (Mead, 1992).

A interação com os outros é o que permite ao sujeito construir a sua identidade como pessoa, a partir de uma participação na ação do outro com o qual nos encontramos em perfeita permuta de papéis. A interação social define-se como um processo pelo qual cada sujeito é capaz de se colocar no lugar do outro, construindo a sua própria identidade (Beaudichon, 2001).

Teoria da ação comunicativa. Nas duas teorias anteriormente apresentadas, a comunicação surge como o fundamento da construção da sociedade e da compreensão dos aspetos subjetivos das pessoas. Todavia, a ligação direta entre a sociedade e a comuni-

cação não é assumida por todas as perspectivas que estabelecem a comunicação como interação social. Para os materialistas, o trabalho, que se refere à “forma específica da satisfação das necessidades” (Habermas, 2006, p. 25), é o fator responsável pela socialização dos seres humanos e, conseqüentemente, pela existência da sociedade. A necessidade de cooperação no trabalho determina o estabelecimento de certas relações entre os homens e a natureza, sobretudo entre os próprios indivíduos e é geradora dos processos de comunicação.

Os indivíduos não interagem como seres separados e isolados, mas como sujeitos sociais que colaboram nas relações de produção. A singularidade interior e exterior do indivíduo resulta da experiência de interação com o mundo exterior. É em interação que o sujeito aprende a ver-se com os olhos do outro numa ação de complementaridade e de reconhecimento mútuo. O indivíduo torna-se consciente de si na relação com os diversos pontos de vista dos membros do seu grupo social, a sociedade e o indivíduo constroem-se mutuamente na interação do confronto (Ferreira, 2003; Habermas, 2004, 2006).

A linguagem surge como uma criação coletiva em que se condensam simbolicamente as relações de produção e se materializam as formas de consciência socializadas pela comunicação, utilizada pelo sujeito individual (Habermas, 2006; Rüdiger, 2004). É a linguagem, com significações intersubjetivamente válidas e constantes, que faculta as expectativas complementares de comportamento, fazendo com que a interação dependa “das comunicações linguísticas que se tornam familiares” (Habermas, 2006, p. 31).

Na teoria de ação comunicativa, Habermas adota o ponto de vista materialista de que a sociedade se divide em trabalho e interação mediada simbolicamente pela linguagem, dimensões condicionadas reciprocamente, mas nega a determinação da interação pelo modo de produção, conferindo primazia à comunicação no processo de evolução social. Neste sentido, defende a interdependência entre os sistemas comunicacionais e os processos de conhecimento e aprendizagem: "O homem vive num mundo estruturado materialmente pelo trabalho e simbolicamente pela linguagem, mas é a comunicabilidade que determina o desenvolvimento do seu modo de vida" (Rüdiger, 2004, p. 92).

A comunicação desenvolve-se no quadro dos processos de interação estruturados simbolicamente pela linguagem e baseia-se em regras sociais que fixam determinadas expectativas mais ou menos recíprocas de comportamento e possibilitam o entendimento

entre os homens. As interações mediadas pela linguagem constituem-se a partir de três tipos de ação distintos interligados (Habermas, 2002, 2004; Rüdiger, 2004):

- (i) Ação comunicativa – o tipo de ação que é orientada com o objetivo de se conseguir um entendimento e se baseia num processo cooperativo de interpretação no qual os participantes se referem simultaneamente a ações no mundo objetivo, no mundo social e no mundo subjetivo;
- (ii) Ação estratégica – o tipo de ação que é orientada para o sucesso e se baseia num processo coordenado linguisticamente em que os participantes perseguem os seus próprios objetivos e realizam os seus propósitos influenciando sobre as ações dos outros sujeitos;
- (iii) Ação simbólica – o tipo de ações que se encontram ligadas a sistemas de expressão simbólica e se baseiam num processo pelo qual os sujeitos expõem os seus estados subjetivos e procuram controlar a impressão que causam nos seus semelhantes por meio de uma espécie de encenação social.

Como nos refere Habermas (2004),

Os tipos de interação distinguem-se, em primeiro lugar, em função do mecanismo de coordenação de acções e, em particular, consoante a linguagem natural seja utilizada apenas como *medium* para a transmissão de informação ou, também, como fonte de integração social. No primeiro caso falo de agir estratégico [associado à ação estratégica], no segundo, de agir comunicativo [associado à ação comunicativa]. Se neste último a força estabelecadora de consensos do *entendimento* linguístico, isto é, as energias vinculativas da própria *linguagem* actuam em prol da coordenação das acções, no primeiro o efeito coordenador permanece dependente de uma *influência*, levada a cabo por intermédio de actividades não linguísticas, dos atores sobre a situação da acção ou sobre os seus semelhantes. (p. 84)

Neste sentido, a ação estratégica está associada à influência, como nos modelos de comunicação como transmissão de informação, e a ação comunicativa está direcionada para o entendimento. Na ação comunicativa, os atores têm de ultrapassar a atitude de agir para a persuasão, onde a linguagem se reduz a um simples meio de informação, para a atitude pela qual “um locutor quer entender-se com outro sobre algo existente no mundo” (Habermas, 2004, p. 79).

Assim, a ação comunicativa depende do uso da linguagem orientado para o entendimento, onde “o destinatário de uma ordem ou de uma exigência tem de conhecer o contexto

normativo que autoriza o locutor a formular a sua exigência e que justifica a expectativa de que o exortado tem motivos para executar a acção exigida” (Habermas, 2004, p.87). As comunicações utilizadas na ação comunicativa servem “para exprimir intenções (ou vivências) de um locutor, para representar estados de coisa (ou algo que se encontra no mundo) e para entabular relações com um destinatário”, refletindo deste modo “três aspectos fundamentais do ato de: entender-se / sobre algo / com outro” (Habermas, 2004, p. 90).

Esta ação envolve o comunicador, o ouvinte e o mundo. Os atores formam uma “comunidade de comunicação sob obrigação de cooperação” (Habermas, 1998, p. 276), num “mundo de vida partilhado por uma comunidade linguística a nível intersubjectivo” (Habermas, 2004, p. 81) e com base em interpretações comuns alicerçadas em processos de entendimento. Nesta perspetiva, o entendimento ultrapassa o âmbito da compreensão de uma expressão gramatical e refere-se à possibilidade de o ouvinte compreender o significado do que foi dito e de reconhecer a locução como válida (Habermas, 2004).

Nesta conformidade, o autor defende que “se pretender participar num processo através do qual se procura chegar a um entendimento” (2002, p. 12), pretender-se-á estar:

- i) a enunciar de uma forma inteligível;
- ii) a dar (ao ouvinte) algo que este compreenderá;
- iii) a fazer-se a si próprio, desta forma, entender;
- iv) a atingir o seu objetivo de compreensão junto de outrem. (*idem, ibidem*).

Neste processo, o falante tenta exprimir-se de forma inteligível, de modo a que seja possível uma compreensão mútua entre o falante e o ouvinte. Para além disto, o falante terá intenção de comunicar uma proposição verdadeira, de partilhar o seu conhecimento com os outros e de escolher um discurso que tenha uma base normativa mutuamente reconhecida. Como refere Habermas,

O objectivo de se conseguir um entendimento é chegar-se a uma concórdância que termine na mutualidade intersubjectiva de compreensão recíproca, no reconhecimento partilhado, na confiança mútua e na concórdância entre os ouvintes. (2002, pp. 12-13)

A ação comunicativa distingue-se assim da ação estratégica “pelo facto de uma coordenação da acção bem sucedida não se dever à racionalidade orientada para fins, própria das orientações da acção mas, sim, à força racionalmente motivadora de realizações de

entendimento” (Habermas, 2004, p. 85) e de socialização. O entendimento serve a transmissão e o desenvolvimento de saber cultural, e a socialização proporciona o desenvolvimento e a preservação de identidades pessoais.

Contudo, a ação comunicativa e a ação estratégica são duas ações interligadas na interação do sujeito com a ação (ou inação) de um outro ator. A ação comunicativa depende da interação e de condições de cooperação e de entendimento:

- i) Os atores intervenientes comportam-se de um modo cooperativo e tentam coordenar os respectivos planos (no horizonte de um mundo da vida partilhado) com base em interpretações comuns (ou suficientemente coincidentes) da respectiva situação;
- ii) Os atores intervenientes estão dispostos a alcançar os fins mediatos, da definição comum da situação e da coordenação de ações, assumindo o papel de locutores e de ouvintes e através de processos de entendimento, ou seja, pela via do prosseguimento sem reservas ou sincero de fins ilocutórios. (Habermas, 2004, pp. 136-137)

Porém, a concordância baseada na compreensibilidade, na verdade, na sinceridade e no acerto, não é um estado normal de comunicação linguística, cujos estados típicos se situam, por um lado, na falta de compreensão ou má interpretação, na falta de sinceridade intencional ou involuntária e na discórdia aberta ou dissimulada, e, por outro, no consenso preexistente ou alcançado (Habermas, 2002). Os diferentes estados comunicativos originam que chegar a um entendimento é um processo de construção de uma concordância mutuamente partilhada e reconhecida, o que corresponde ao significado das expressões e às interpretações assumidas coletivamente pelos intervenientes no processo comunicativo.

Neste sentido, no “paradigma da compreensão mútua entre sujeitos capazes de falar e agir” (Habermas, 1998, p. 276), a compreensão de um ato de fala depende do conhecimento do tipo de razões que “um locutor poderia invocar para convencer um ouvinte de que, em dadas circunstâncias, tem o direito de reclamar a validade do seu enunciado” (Habermas, 2004, p. 135). No paradigma da compreensão mútua, não existe, portanto, um *eu* desligado do outro e fora do mundo. Como refere Habermas (1998):

Enquanto o falante e o ouvinte se entendem frontalmente acerca de algo num mundo, eles movem-se dentro do horizonte do seu mundo de vida comum e este continua a ser para os intervenientes como um pano de fundo intuitivamente conhecido, não problemático, indismembrável e holístico. A situação do discurso é, no que respeita à temática respectiva, o excerto de um mundo de vida que tanto constitui o contexto como for-

nece os *recursos* para o processo de compreensão. O mundo da vida forma um horizonte e ao mesmo tempo oferece uma quantidade de evidências culturais das quais os participantes no ato de comunicar, nos seus esforços de interpretação, retiram padrões de interpretação consentidos. (pp. 278-279)

Na ação orientada para a compreensão mútua não é privilegiada a separação entre o *ego* e o *alterego*, equacionando a objetividade da atitude do sujeito conhecedor de se dirigir a si próprio como uma entidade no mundo (exterior). Nesta ação, decorre uma “relação intersubjectiva de indivíduos, que socializados através da comunicação se reconhecem mutuamente” (Habermas, 1998, p. 288) e que coordenam os seus planos de ação através de um acordo entre si sobre qualquer coisa no mundo.

A relação interpessoal “é estruturada através do sistema das perspectivas intercruzadas de falantes, ouvintes e assistentes não participantes” (Habermas, 1998, p. 277). Deste modo, a competência comunicativa dos sujeitos e dos grupos depende da existência de “um «eu» socialmente competente e individualmente reflexivo que participa de contextos interactivos cada vez mais complexos, com vista ao entendimento com outros «eus», cuja identidade só pode ser assegurada no plano intersubjectivo da acção e da linguagem, num contexto não coercitivo. (Coutinho, 2005, p. 121)

Por conseguinte, a compreensão mútua não se reduz à compreensão de uma expressão gramatical, mas é aferida pelo reconhecimento intersubjectivo, que se estabelece entre dois sujeitos, da validade de um enunciado em princípio criticável. A linguagem, nesta teoria, não é percecionada como uma dimensão gramatical, mas encarada como um meio de alcançar a compreensão mútua acerca de algum assunto, e a ação comunicativa é perspectivada como uma caminhada para o entendimento recíproco, concretizado através da interação entre os sujeitos que procuram entender-se entre si acerca do mundo objetivo, social e subjectivo.

Aprendizagem matemática segundo a transmissão de informação

A comunicação no processo de ensino-aprendizagem é estudada em múltiplas perspectivas – a comunicação como estratégia e como conteúdo – e em múltiplos contextos – a comunicação como ato presencial e mediada por processos tecnológicos. Desde a comunicação na sala de aula, em qualquer das áreas do currículo, passando pela utilização de meios de comunicação social no processo educativo, como no caso do recurso a

jornais, a *software* informático, a programas televisivos e a filmes, até à aprendizagem mediada pela tecnologia, como acontece nas situações de ensino à distância, a comunicação surge como objeto de estudo segundo abordagens diversificadas.

A comunicação em ato, no contexto da sala de aula, pode ser reduzida a um instrumento do processo de ensino-aprendizagem ou valorizada como uma competência a ser desenvolvida ao longo do processo educativo pelos alunos e pelo professor. A comunicação como instrumento da relação entre o professor e os alunos tem sido alvo de diversos questionamentos no campo da educação e da comunicação, valorizando o papel do diálogo e da partilha de informações e conhecimentos.

A desvalorização da expressão oral do aluno é apontada por Ball (1973), na sua obra sobre pedagogia da comunicação, como uma das características do ensino tradicional, onde a intervenção do aluno se reduz às tentativas de resposta aos questionamentos orais e escritos do professor. A intervenção do aluno na sala de aula é reduzida “às situações e às formas escolares mais tradicionais: o exercício escrito e o interrogatório oral” (Ball, 1973, p. 13), diante de um professor impaciente com o tempo e o *cumprimento dos programas* que, regularmente, acaba por “se substituir ao aluno hesitante ou mudo” (*idem*, p. 12).

Este autor, contrariando uma visão da aprendizagem como um ato *solitário e silencioso*, baseado na *abstração e na memória*, defende uma pedagogia da comunicação alicerçada na oralidade, através da fala e do diálogo. O salto qualitativo entre um ensino tradicional, baseado numa *conversa de surdos*, e um novo modelo de ensino, mesmo que elementar, baseado na comunicação, tem por pressuposto a existência de um código, linguístico ou outro, partilhado pelos intervenientes, mas também a disponibilidade para o confronto e para a mudança, dado que “entrar em diálogo pressupõe que nos modifiquemos e aceitemos ser modificados em contacto com o outro” (Ball, 1973, p. 98) e a aceitação do outro como sujeito ativo.

Esta visão da aprendizagem contraria o posicionamento do paradigma da transmissão de informação, em que a matemática escolar existe previamente definida e imutável e a sua aprendizagem decorre da assimilação dos conceitos e procedimentos matemáticos, pelos alunos, em isolamento ou em resposta ao questionamento do professor (Baroody, 1993). Tradicionalmente, a qualidade da aprendizagem depende da capacidade do professor se fazer entender e transmitir os seus conhecimentos matemáticos e da capacidade do alu-

no em entender o professor e compreender os seus ensinamentos, numa lógica de transporte do conhecimento matemático do professor para o aluno.

A adaptação da teoria matemática da comunicação ao campo da educação matemática, entendida a comunicação como o intercâmbio de mensagens entre duas ou mais pessoas, é caracterizada pelo diálogo entre os alunos e o professor, pela intenção deste em tentar eliminar quaisquer interferências nas suas mensagens, minimizando os ruídos, e pela necessidade de que a comunicação se faça nos dois sentidos. Segundo esta perspectiva, o professor e os alunos desenvolvem estratégias de comunicação que minimizem a existência de ruído, reduzindo a diferença entre o que se ensina e o que se aprende, e favoreçam os processos de *feedback*, de clarificação do entendimento da informação. Para tal, podem aperfeiçoar mecanismos de disponibilidade para escutar, de modo a manter os canais de comunicação abertos, de identificação com os outros, colocando-se no seu lugar, e de utilização de redundâncias e recapitulações com regularidade, como forma de garantir a descodificação da informação (Antão, 2001; Vieira, 2000).

Este modelo de ensino baseado na *transmissão da informação* é apontado por alguns docentes, no ensino da matemática, como um modelo vantajoso para os alunos do ensino secundário e superior, em confronto com um ensino tradicional, ainda existente, caracterizado por um professor fechado sobre si próprio e indiferente aos progressos dos alunos. Neste ângulo de visão, o professor tenta ser claro e envolver os alunos no seu discurso, isto é, preocupa-se com a qualidade da emissão e da receção da sua mensagem matemática.

Os defensores desta perspectiva não têm problematizado o ensino-aprendizagem da matemática nos primeiros anos de escolaridade, assumindo naturais diferenças deste com o ensino da matemática nos anos subsequentes, nomeadamente no ensino secundário e superior. Esta perspectiva valoriza o contacto visual e oral do professor em relação aos alunos, a certificação da qualidade da receção da mensagem e a importância da prática, ainda que rotineira, na aquisição e consolidação dos conhecimentos dos alunos (Krantz, 2000).

Esta centralidade do ensino nos ensinamentos do professor é criticada por Carvalho (2005), ao alertar para o perigo de um aluno com atitude de espetador. O autor defende que o aluno terá por objetivo aprender e que essa aprendizagem depende, no caso da matemática, da resolução de problemas e da análise destes sob todos os ângulos possí-

veis. A valorização do trabalho autónomo do aluno é também defendida por Santos (2007), realçando a importância do trabalho solitário do aluno faseado com a colaboração de outros intervenientes, como professores ou colegas.

Estas perspetivas, aparentemente, parecem desligadas do ensino baseado na *transmissão de informações*. No entanto, a caracterização da situação universitária portuguesa (e dos ensinos básico e secundário) feita por Carvalho (2005) e Santos (2007) e as soluções apontadas para a sua resolução enquadram-se numa dinâmica de emissão de uma mensagem, por parte do professor e/ou colegas (e/ou manuais), e de descodificação dessa mensagem, por parte do aluno, através da aplicação prática dos conceitos de um conhecimento matemático previamente organizado e estabelecido.

A eficácia da comunicação na sala de aula de matemática pressupõe, também, que a informação esteja alicerçada no conhecimento do comunicador e do destinatário. A comunicação depende da competência do professor na utilização de um código adaptado ao nível etário e intelectual dos alunos, de modo que a mensagem seja corretamente compreendida por estes, e da competência dos alunos em gerarem o retorno necessário à possibilidade de compreensão por parte do professor do entendimento ou não do aluno em relação à sua mensagem.

Nesta ótica, Krantz (2000) defende que cabe ao professor a tarefa de perceber as dúvidas dos alunos, de as clarificar e de lhes dar resposta, no sentido de regular o progresso dos alunos, através da sua ação discursiva, tentando garantir uma correspondência perfeita entre os significados da mensagem que emitiu e os significados do aluno no seu próprio processo de descodificação. A “aula constitui um sistema de comunicação formado por uma rede de emissores, receptores e canais pelos quais flui todo o tipo de informação, através de mensagens e ruídos, utilizando diferentes códigos e programas de expressão” (Pinho, 1993, p. 8), assemelhando-se o processo de ensino-aprendizagem da matemática ao mecanismo eletrónico de transporte de informação, como se os professores pudessem transmitir conceitos, demonstrações, interpretações aos seus alunos, falando um discurso único e isento de ruídos na emissão de informação.

A existência de um código partilhado entre o professor e os alunos é uma condição inerente à existência de comunicação, mesmo num ensino reduzido à transmissão de informação e conhecimento e ao papel dominador do professor. A clarificação do discurso através da emissão e da receção da mensagem, aferida pelo *feedback* e/ou pela

avaliação das práticas, é uma estratégia de aproximação entre os códigos linguísticos e *matemáticos* dos intervenientes no processo de ensino-aprendizagem, mas insuficiente para a construção de novas ideias matemáticas.

O professor, na sua prática letiva, não só emite informações como inclui, nas suas mensagens, o seu interesse, motivação e energia, isto é, o seu modo de ser e entender a realidade e o ensino-aprendizagem da matemática. É esta informação personalizada que chega aos alunos, os quais, por sua vez, reinterpretem as mensagens do professor e dos outros alunos segundo o seu próprio processo de assimilação de significados.

Registos de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática

Na perspetiva semiótica, a matemática é um sistema de comunicação constituído por signos, social e historicamente determinados, ou seja, uma linguagem dotada de um código e de uma gramática própria, utilizada por uma certa comunidade (Corrêa, 2005). A existência de uma linguagem própria diferencia a matemática de outros domínios de conhecimento que utilizam em exclusividade a língua materna no respetivo processo de comunicação, o que nos remete para o desenvolvimento de uma semiótica específica que estude os processos de interpretação dos sistemas de signos matemáticos (Godino, 2002).

A evocação dos *objetos* matemáticos, que não têm uma natureza real, depende do recurso a *representações* dentro de uma semiótica específica da *linguagem* matemática, não sendo possível, deste modo, aceder aos objetos matemáticos sem mobilizar as representações semióticas (Duval, 2006). Os esquemas triangulares do estudo semiótico do conteúdo tentam definir de modo unívoco (para todas as linguagens e códigos) uma relação entre significado e significante, a qual se reduz nos signos matemáticos a uma referência de si mesma (D' Amore, 2005), sendo que a “distinção entre significado e significante não se aplica aos símbolos matemáticos” (Duval, 2006, p. 71).

As características específicas dos *objetos* matemáticos levar-nos-iam a assumir, numa posição ingénuas, que o significado de um significante é o mesmo objeto referenciado (D' Amore, 2005). Esta aparente ausência de *objeto* matemático no triângulo semiótico é ultrapassada pela existência de um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (D' Amore, 2005). O conceito matemático resulta da combinação de três planos: (i) “o

conjunto das situações que dão sentido ao conceito”; (ii) “o conjunto dos invariantes (...) sobre os quais se baseia a operacionalidade dos esquemas”; e (iii) “o conjunto das formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, seus processos, as situações e os processos de execução ” (D’Amore, 2005, p. 9).

O estudo do desenvolvimento e funcionamento de um conceito matemático significa, segundo esta perspectiva, considerar os três planos separadamente e em mútua relação recíproca. Contudo, esta fragmentação pode ser questionada atendendo às peculiaridades das características de *não objeto* dos conceitos matemáticos, por três motivos: (i) a sua conceptualização não é e não pode ser baseada em significantes que se apoiam na realidade concreta; (ii) todo o conceito matemático vê-se obrigado a servir-se de representações; e (iii) em matemática estudamos os *objetos matemáticos* e não os *conceitos matemáticos* (D’Amore, 2005).

É neste universo de *representações* que se constrói a matemática e, conseqüentemente, o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Por isso, a compreensão deste processo deve ter em conta duas características das representações semióticas: (i) “a importância primordial das representações semióticas” e (ii) “a grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática” (Duval, 2003, pp. 13-14).

Para Duval (2003, 2006), a importância das representações semióticas decorre de duas razões principais: a possibilidade dos procedimentos matemáticos dependerem do sistema de representação utilizado (rudimentar ou complexo) e o facto de os objetos matemáticos não serem diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. A existência de uma diversidade de representações semióticas é um aspeto crucial da aprendizagem.

Na teoria de registos de representação semiótica de Duval (2003), a variedade de representações semióticas utilizadas em matemática compreende quatro tipos de registos: os registos multifuncionais, nas representações discursivas e não discursivas, e os registos monofuncionais, do mesmo modo nas representações discursivas e não discursivas. Os registos multifuncionais não tomam a forma algorítmica (língua materna e formas de raciocínio – representações discursivas; figuras geométricas – representação não discursiva) e os registos monofuncionais tomam a forma algorítmica (sistemas de escrita matemática – representações discursivas; gráficos cartesianos – representações não discursivas). Como refere Duval (2003), “A originalidade da atividade matemática está na

mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registros de representação” (p. 14).

A possibilidade de um conceito matemático poder admitir diferentes formas de expressão e uma expressão poder representar diferentes ideias e contextos matemáticos implica desafios educacionais, que nos obrigam a sair da cômoda posição de atribuir a cada símbolo ou expressão matemática um significado único e, reciprocamente, a cada ideia uma única forma de representação (Santos, 2005). Isto significa que “um mesmo modelo matemático pode ser trabalhado por meio de estruturas semânticas diferentes, favorecendo ao aluno [o reconhecimento de] isomorfismos matemáticos por meio da diversidade semântica das diferentes situações e contextos” (Santos, 2005, p. 124).

Neste sentido, não são “as representações que são importantes, mas as transformações das representações” (Duval, 2006, p. 57). Nestes processos de correspondência existem dois tipos de transformações de representações semióticas: (i) os tratamentos, transformações de representações dentro de um mesmo registo multifuncional ou monofuncional; e (ii) as conversões, transformações de representação que consistem em mudar de registo conservando os mesmos objetos (Duval, 2003).

Tendo por base esta perspectiva, Duval (2003) defende que na análise teórica sobre a aprendizagem matemática se tenham em consideração três razões: (i) a irreduzibilidade da conversão a um tratamento; (ii) os dois tipos de fenômenos característicos da conversão das representações; e (iii) a conversão de representações e o paradoxo da compreensão matemática.

A primeira razão parece contraditória se considerarmos uma operação simples a conversão ou *tradução* de um objeto de um registo a outro, como por exemplo a tradução da expressão algébrica de uma função na sua representação gráfica. Esta conversão não é assim tão imediata, depende da “articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros” (Duval, 2003, p. 17). A segunda razão decorre da natureza cognitiva da conversão, caracterizada por dois tipos de fenômenos: (i) “as variações de congruência e de não congruência”; e (ii) “a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão” (*idem*, p. 19). A congruência resulta da comparação entre as representações no registo de partida e no de chegada. Como refere Duval, “ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz-se então que há congruência –,

ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não congruência” (*idem, ibidem*). A terceira razão prende-se com numerosas observações feitas por Duval que colocam em evidência que os fracassos ou bloqueios dos alunos aumentam consideravelmente cada vez que é necessária a mobilização simultânea de dois ou mais registos ou uma mudança de registo. Estas dificuldades acrescem no caso das *conversões não congruentes*.

Deste ponto de vista, a compreensão da matemática por parte dos alunos implica a capacidade de mudar de registo, dado que não se deve confundir um objeto com a sua representação e, neste caso, o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente pelas suas representações semióticas, previamente definidas na matemática escolar. A própria evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registos de representação (Duval, 2003, 2006). A dificuldade surge, então, em confundir o objeto matemático com a sua representação, dado que só temos acesso ao objeto através da sua representação. Na matemática, os símbolos (significantes) estão no lugar dos conceitos (significados) (Godino, 2002) e, como tal, existe sempre a necessidade de uma “complementaridade entre dimensões sintáticas e semânticas na abordagem de noções matemáticas” (Santos, 2005, p. 119)

No entanto, “a ênfase da comunicação tem-se situado na linguagem matemática, na sua sintaxe, tendo como veículo o discurso unilateral do professor e os recursos didáticos subsidiários dessa prática” (Santos, 2005, p. 120), o que limita o necessário reconhecimento de um objeto matemático por meio de múltiplas representações, as quais podem ser feitas em diferentes registos, e a sua articulação, o que possibilita a aquisição ou modificação de conhecimentos matemáticos por parte dos alunos através do desenvolvimento destas atividades (Duval, 2003).

Assim, a compreensão da complexidade das aprendizagens decorre da explicitação dos processos cognitivos de passagem entre diferentes representações semióticas. Mais do que o conhecimento da linguagem simbólica matemática, parece ser a capacidade de *tradução*, entre a diversidade de registos de representações semióticas, um dos desafios inerentes à compreensão dos conceitos e processos matemáticos e, conseqüentemente, do processo de ensino-aprendizagem da matemática (Duval, 2006).

Para Godino (2002), o aspeto central no processo de ensino-aprendizagem da matemática não está no domínio da sintaxe da linguagem simbólica matemática, apesar da sua

importância, mas na compreensão da sua semântica, ou seja, na natureza dos conceitos e proposições matemáticas e na sua relação com os contextos. Este autor propõe a elaboração de um modelo teórico que articule as dimensões semiótica, epistemológica, psicológica e sociocultural na educação matemática.

Nos processos comunicativos que têm lugar na sala de aula de matemática, não basta interpretar as entidades conceptuais, temos também de incluir as situações problemáticas e os próprios meios de expressão e argumentação que se desencadeiam durante os processos interpretativos. Para estudar a comunicação matemática é necessário um modelo semiótico mais completo que o modelo dos registos e que tenha em conta a ligação entre os objetos matemáticos e os processos interpretativos que ocorrem no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Neste sentido, Carreira (1998) desenvolveu um estudo com alunos do ensino superior sobre a utilização de metáforas como representação intermediária entre problemas de modelação e a *aprendizagem significativa* da matemática. A autora propõe a transformação do mecanismo triádico do signo num *trapézio semiótico* resultante da duplicação da referência no “acto de construção do sentido metafórico” (p. 41). Neste trapézio, o signo (objeto ou interpretante) mantém-se único e o sentido (significante) e o referente (significado) são duplicados, tomando um novo referente e um novo sentido por ação do pensamento metafórico.

A autora apresenta “duas conclusões” do seu estudo acerca da importância das metáforas no processo de ensino-aprendizagem da matemática: “o papel das metáforas como recurso cognitivo inerente ao desenvolvimento dos sistemas conceptuais humanos”; e o “valor cognitivo [das metáforas] na compreensão e na significação (...) de conceitos matemáticos” (p. 50). Contudo, como alerta Sierpinska (1998), o uso de metáforas *impostas* pelo professor, pode ajudar a compreensão das técnicas e procedimentos matemáticos, mas inibir a noção global de conceitos.

No trabalho desenvolvido por Carreira (1998), a conversão do enunciado em metáforas não resultou de indicação do professor, mas no seio das interações sociais dos alunos, transformando as metáforas num discurso construído socialmente. A transformação das situações reais em modelos matemáticos estruturados parece ser favorecida pela mediação de uma *linguagem em uso* pelos alunos. Esta adequação à realidade partilhada entre os alunos com vista a uma maior compreensão dos conceitos e procedimentos matemá-

ticos pode significar que a aprendizagem da matemática resulta de processos de interação social mediados pela comunicação.

Neste sentido, a análise semiótica da comunicação permite identificar discordâncias ou disparidades entre os significados atribuídos às expressões, atendendo aos seus *registos* de representações por parte dos sujeitos em interação, transformando os *conflitos semióticos* na verdadeira possibilidade de construção dos signos através de processos de interação entre o indivíduo e os outros, num dado contexto cultural.

Interação social no ensino-aprendizagem da matemática

Numa perspectiva interacionista, o conhecimento não existe na cabeça do professor pronto a ser transmitido, nem nos processos de *tradução* semiótica, mas emerge de uma prática discursiva que se desenvolve na sala de aula, na instituição escolar e na sociedade, decorrente de processos coletivos de comunicação e interação. A aprendizagem dos sujeitos decorre das “interações entre o indivíduo e a cultura” (Sierpinska, 1998, p. 51), incluindo as interações do professor com os alunos *na e acerca da* matemática. Deste modo, o ensino converte-se num processo interativo e reflexivo, com um professor empenhado continuamente, perante os seus alunos, em atividades diferenciadas e atualizadas e não só na “transmissão, introdução ou redescoberta de um conhecimento objectivamente codificado e dado de antemão” (Cruz & Martínón, 1998, p. 3).

Como nos referem Godino e Llinares (2000), os fundamentos da perspectiva interacionista no contexto da sala de aula de matemática podem esquematizar-se em: (i) “o professor e os estudantes constituem interactivamente a cultura da aula”; (ii) “as convenções e convénios tanto em relação ao conteúdo da disciplina, como nas regularidades sociais, emergem interactivamente”; e (iii) “o processo de comunicação apoia-se na negociação dos significados partilhados” (p. 2).

Assim, considera-se que para a compreensão dos saberes individuais dos alunos e das regularidades sociais que se geram em determinadas culturas de sala de aula é necessário considerar pontos de vista psicológicos e sociológicos, sem dar preferência a nenhum deles, dado que existe uma reciprocidade entre a partilha individual e o desenvolvimento através da participação dos sujeitos nos processos de interação social, incluindo a subjetividade das construções pessoais, a concretização permanente de uma

cultura de sala de aula e a partilha de regularidades sociais pelos sujeitos (Sierpinkska, 1998; Godino & Llinares, 2000).

O interacionismo enfatiza tanto os processos individuais de dotar sentido como os processos sociais, tomando por aspeto central da construção do conhecimento a interação e a interpretação apoiadas na comunicação como “um processo de interação simbólica” (Freixo, 2006, p.96), “onde a língua é compreendida não como um sistema de sinais, mas como uma prática social – um discurso” (Sierpinkska, 1998, p. 51). O conhecimento é visto como tendo um carácter discursivo e, conseqüentemente, a atividade matemática é também um discurso, “é uma maneira de ver o mundo e de pensar sobre ele” (Sierpinkska, 1998, p. 51), é um *pensar com palavras* com os outros e para os outros (*idem*), transformando o ensino-aprendizagem da matemática num processo de matematização partilhada, guiado por regras e normas que emergem da própria prática (Godino & Llinares, 2000).

Este processo de ensino-aprendizagem da matemática apoia-se na comunicação como ato social e assume três princípios: (i) “a aprendizagem é um processo de construção do conhecimento e não uma mera retenção e absorção do mesmo”; (ii) “a aprendizagem depende do conhecimento prévio do aluno, dado que este o utiliza na construção do novo conhecimento”; e (iii) “o aluno é consciente dos seus processos cognitivos, assim como do desenvolvimento das capacidades de controlo e regulação desses processos, influenciando de forma significativa na aprendizagem” (Anthony, 1996, referido por Cruz & Martínón, 1998, p. 2).

O primeiro princípio concede ao aluno o papel de ator, e não de mero observador, no processo de ensino-aprendizagem, o que origina a revisão dos papéis tradicionais do professor e dos alunos na sala de aula. O segundo princípio relaciona-se com a importância do conhecimento prévio dos alunos, e também do conhecimento imperfeito e mal construído, de modo que seja possível ao professor orientar o aluno na construção de novos conhecimentos, mas também na correção de erros de procedimentos, de interpretações erradas dos significados e símbolos matemáticos (Cruz & Martínón, 1998). O terceiro e último princípio tem a ver com a autonomia de conhecimento dos alunos e com a sua capacidade de entender e refletir sobre o conhecimento construído, de comunicar as suas ideias e de valorizar as intervenções e opiniões dos outros intervenientes, entendendo a construção do conhecimento como um processo interativo de construção

e negociação de significados e conexões matemáticas (Cruz & Martínón, 1998). Neste sentido, a aprendizagem matemática ocorre quando o aluno “mobiliza os seus recursos cognitivos e afectivos com vista a atingir um objectivo” (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p. 23) e relaciona-se com uma dinâmica de interação social entre o professor e os alunos e entre estes, mediada pela comunicação, com vista à construção do conhecimento matemático.

As interações que ocorrem na sala de aula podem ser de dois tipos: interações verticais e interações sociais (Carvalho, C. 2005). Nas interações verticais, relacionadas com uma perspectiva tradicional do ensino, “o professor interage com os alunos mantendo sempre uma liderança na condução do processo interactivo e, muitas vezes, da resolução de tarefas que propôs aos alunos” (*idem*, p. 18); nas interações sociais, relacionadas com a perspectiva interacionista na educação, a aprendizagem é caracterizada “como uma construção, como partilha de saberes e competências” (*idem, ibidem*) entre o professor e os alunos.

Na interação entre sujeitos desenvolvem-se normas de comportamento com vista à *regulação* da participação dos intervenientes. Na perspectiva interacionista de que a matemática resulta da interação, estas normas devem ser objeto de negociação entre os intervenientes, de modo a que sejam aceites por todos os participantes no processo de ensino-aprendizagem da matemática. A relevância desta negociação contraria a crença de que as tarefas, questões, símbolos, etc. na sala de aula de matemática têm significados claros e definidos, e apoia-se na ideia de que as tarefas e a linguagem simbólica matemática são ambíguas e requerem interpretações.

No interacionismo, os *objetos* e/ou os *acontecimentos* apresentam-se sob diversas formas na interação humana, são plurissemânticos, isto é, o valor semântico dos *objetos* e/ou *acontecimentos* depende do interpretante. A compatibilização destas visões decorre dos processos de comunicação associados à interação social dos sujeitos. Neste sentido, os significados matemáticos não existem por si, resultam da interação social, de modo que a aprendizagem da matemática resulta da partilha e negociação de significados, individuais e coletivos, entre os alunos e entre estes e o professor com o objetivo de chegarem a um significado compreendido e aceite por todos os intervenientes na sala de aula.

A significação matemática, relacionada com o uso e a intencionalidade da comunicação como processo mediador entre os processos individuais e sociais do sujeito, favorece a interação e a interpretação dos significados individuais dos membros de uma mesma cultura. A comunicação será tanto mais satisfatória quanto maior compatibilidade existir entre as representações dos intervenientes e quanto maior for a capacidade do sujeito fazer as suas interpretações no processo de interação tendo em conta as intenções dos outros (Godino & Llinares, 2000).

A centralidade do processo de *interpretação* no interacionismo simbólico é fundamental quer na perceção do comportamento do outro, quer no próprio comportamento do sujeito, dado que este vai adaptando o seu comportamento em função das ações dos outros com vista ao entendimento, agindo de modo a que a sua ação corresponda à sua intenção. Uma interação socialmente interessada envolve uma interpretação da ação por parte de cada um dos intervenientes e, conseqüentemente, transforma-se numa ação comum do grupo (Yackel, 2000).

Um outro princípio do interacionismo simbólico é que o significado é um produto social. O significado não está no objeto, mas resulta da interdependência social entre os indivíduos. Neste sentido, podemos dizer que o significado matemático não está no sentido dos signos ou representações, mas está no *uso* das palavras, frases, ou signos e símbolos. O discurso na sala de aula é entendido, assim, como uma *linguagem em ação*, como meio de atingir fins cognitivos, sociais e outros (Godino & Llinares, 2000; Sierpinska, 1998).

Deste modo, o tipo de conhecimento matemático dos alunos depende das características das situações de comunicação e interação que ocorrem na sala de aula (Sierpinska, 1998), podendo estas estar determinadas por normativos a respeito das expectativas e obrigações do professor e dos alunos, caracterizados pelos padrões de interação e pelas normas *sociais* e *sociomatemáticas*. É neste processo de interação, interpretação e negociação que os alunos e o professor estabelecem as normas *sociais* e *sociomatemáticas* para que estas sejam aceites por todos (Cruz & Martínón, 1998) e resultem da compatibilidade entre as diferentes interpretações dos alunos e do professor e não sejam normativos *sociais* ou *sociomatemáticos* impostos pelo professor (Yackel, 2000).

Assim, a valorização do diálogo torna-se um aspeto central da comunicação na sala de aula de matemática, quando entendido como “uma conversação que visa a aprendizagem” (Alro & Skovsmose, 2006, p. 119), caracterizado como um processo colaborativo,

onde cada um dos sujeitos tem de explicitar as suas perspectivas ao mesmo tempo que *abre mão* delas, num clima de confiança mútua, tendo por base o princípio da igualdade. O professor e o aluno têm posições diferentes, inerentes ao seu papel profissional, mas “eles podem tentar ser igualitários no nível das relações e comunicações interpessoais” (Alro & Skovsmose, 2006, p. 131). Promover a igualdade não significa negar a diversidade e as diferenças, mas lidar com a diversidade e as diferenças na busca de um entendimento entre os sujeitos.

É neste sentido que a teoria da ação comunicativa tem por pressuposto a criação de condições para que os sujeitos construam a sua liberdade baseada na racionalidade, em entendimento com os outros através da comunicação. A educação é encarada como um processo de emancipação, pela libertação das condições que limitam a racionalidade, e de formação do ser humano, pela interação entre os sujeitos (Coutinho, 2005).

A educação é entendida como um processo de formação através da interação subjetiva e “contrária a qualquer manipulação ou endoutrinação, sendo, somente, através do diálogo argumentativo que cresce, no educando, a autonomia e a margem de liberdade de acção” (Coutinho, 2005, p. 120). Deste modo, os significados matemáticos constroem-se através de processos de negociação, através da argumentação e contra-argumentação, com vista ao reconhecimento intersubjetivo da validação do conhecimento matemático.

No processo de aprendizagem, em que se constrói o entendimento pela interação comunicativa crítico-reflexiva, o professor, promotor do diálogo, do discurso, e os alunos assumem a posição de participantes reflexivos “num processo que, a partir da problematização de um “mundo-da-vida”, enquanto horizonte comum partilhado, os torna capazes de se envolverem em acções comunicativas” (Coutinho, 2005, p. 120). Neste sentido, a educação, e particularmente a educação matemática, caracteriza-se pelas relações dos sujeitos com o mundo, com os outros e consigo próprios, as quais não são imediatas, mas mediatizadas por uma comunidade de linguagem e de comunicação.

Práticas de comunicação na sala de aula de matemática

O estudo da comunicação na sala de aula de matemática é uma temática relativamente recente, não sendo, no entanto, sinónimo de ausência de investigação no campo do

estudo da linguagem na aula, nomeadamente, numa perspetiva sociolinguística. Atualmente, os estudos sobre comunicação excedem a análise sociolinguística do discurso na sala de aula de matemática e focam-se nos aspetos sociais e culturais da comunicação e nos processos cognitivos da construção dos significados matemáticos pelo professor e pelos alunos em culturas escolares (Sierpinska, 1998).

A análise sociolinguística do discurso no ensino da matemática foi objeto de estudo de um trabalho de Pedro (1982), pioneiro em Portugal, no contexto da investigação em Educação. Neste estudo, a autora define como objetivos “alargar o conhecimento sobre a transmissão educativa que tem lugar na aula” (p. 16) e “desenvolver uma metodologia para a análise da linguagem na aula no âmbito de uma teoria de educação e transmissão” (p. 17) e como propósito “descrever a linguagem da aula em termos da sua estrutura e função” (p. 18).

Neste estudo, marcado por conceções positivistas, em que a comunicação tem um forte pendore de transmissão de informação, e sociológicas, com algumas características de natureza sociopolítica, a análise do discurso na aula incidiu em turmas do 2.º ano e do 8.º ano de escolaridade, todas de escolas distintas, nas áreas de matemática e da língua portuguesa. Na análise da linguagem na aula, a autora tem em consideração os aspetos da estrutura, baseada nos movimentos pedagógicos, e função da linguagem. Numa perspetiva global, a autora conclui, a partir dos dados obtidos, que:

O estudo da linguagem da aula baseado em movimentos pedagógicos indicou uma situação monótona, rotineira, maçadora, cujas fronteiras pareciam ser determinadas tanto fora como dentro da aula. A linguagem da aula é formada por um modelo rígido, moldada pelas condicionantes concretas da escolaridade e pelas exigências subtis da sociedade (p. 116) (...) e a estrutura de comunicação que encontramos é susceptível de ser caracterizada como uma comunicação dirigida e controlada pelo professor. (p. 117)

Neste estudo, Pedro (1982) conclui que “a análise, tanto dos movimentos pedagógicos como das funções, permite concluir que existe um padrão de comportamento estrito para a linguagem na aula” (p. 69). Caracteriza-o pelo “papel predominante do professor” atuando como “solicitador (e estruturador)” e pelo “papel de dominado do aluno” na “aceitação do papel daquele que responde” (p. 71). Em conclusão, a autora reforça a ideia de outros autores de que “o professor domina as regras de dar a palavra” (p. 186), mas acrescenta que “as respostas dos alunos às perguntas do professor são consequência

imediate das perguntas; isto significa que os alunos raramente alteram o aspecto escolhido pelo professor” (p. 186).

Esta investigação caracteriza a comunicação na sala de aula numa perspectiva tradicional de transmissão de informação condicionada pelo discurso do professor e assente numa emissão de mensagens entrelaçadas numa estrutura do tipo *pergunta-resposta*, em que o professor pergunta, o aluno *responde a resposta previamente estabelecida* por este e o professor avalia a resposta do aluno, *medindo* a diferença entre a *resposta prevista* e a *resposta dada*, em busca da identificação de erros ou falhas matemáticas (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Pedro, 1982).

A abordagem da comunicação na sala de aula, numa perspectiva interacionista, deslocou a investigação da análise sociolinguística para o estudo da *língua em ação* – o seu uso como uma prática social em contextos diversos, “o foco [de investigação] moveu-se da língua para o discurso” (Sierpiska, 1998, p. 30). A comunicação deixou de se restringir a um meio necessário à educação – a sala de aula como situação comunicativa – e passou a ser um processo de aprendizagem e construção do conhecimento matemático.

Nesta perspectiva, a comunicação matemática tem um papel fundamental na construção da ligação entre as noções informais e intuitivas dos alunos e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Em qualquer nível de ensino, se os alunos forem encorajados a comunicarem matematicamente com os colegas e com o professor, terão diversificadas oportunidades para explorar, organizar e ligar os seus conhecimentos e as suas ideias a novos conhecimentos e a diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto matemático (Cândido, 2001).

A comunicação torna-se deste modo um recurso que auxilia os alunos no estabelecimento de conexões entre as suas conceções e as novas aprendizagens. Os alunos aprendem a comunicar matematicamente e os professores incentivam os alunos a pensarem, a questionarem e a comunicarem as suas ideias, dado que a comunicação se constitui como “um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente” (Martinho & Ponte, 2005, p. 274). Este processo comunicativo em sala de aula é caracterizado por Brendefur e Frykholm (2000) através de quatro modos de comunicação matemática: (i) *comunicação unidirecional*; (ii) *comunicação contributiva*; (iii) *comunicação reflexiva* e (iv) *comunicação instrutiva*.

A *comunicação unidirecional* está associada ao ensino tradicional, em que o professor domina o discurso da aula, através da apresentação de conceitos e de procedimentos de resolução de exercícios, e o aluno se limita a ser um exímio ouvinte com o objetivo de reproduzir textualmente os ensinamentos do professor, respondendo a questões de natureza fechada. Neste tipo de comunicação existem poucas oportunidades para os alunos comunicarem as suas estratégias e ideias matemáticas e o sucesso das suas aprendizagens mede-se pelo grau de aproximação entre o transmitido pelo professor e o reproduzido pelo aluno.

A *comunicação contributiva* identifica-se com a anterior no papel do professor, mas pressupõe uma maior participação do aluno no discurso da aula através de intervenções curtas de baixo nível cognitivo, que servem para o professor obter *feedback* dos alunos e exercer a validação do conhecimento matemático, particularmente durante a realização das tarefas matemáticas. A participação dos alunos concretiza-se em intervenções curtas, exercendo o professor o papel de constante avaliador, validando ou não o discurso do aluno (Brendefur & Frykholm, 2000, Menezes, 2004, 2005).

A *comunicação reflexiva* caracteriza-se pela importância do discurso na aula como objeto de reflexão, por parte do professor e dos alunos, e de conhecimento matemático, partilhado entre todos. O papel da validação matemática é descentralizado do professor e democraticamente partilhado entre o professor e os alunos, com base na reflexão sobre as tarefas propostas, os processos de resolução e a defesa das ideias matemáticas (Brendefur & Frykholm, 2000; Cobb, Boufi, McClain & Whitenack, 1997; Menezes, 2004, 2005). Neste tipo de ensino é objetivo educacional a existência de um discurso reflexivo que decorre da ação intencional do professor na promoção da comunicação reflexiva como meio de aprendizagem (Cobb, Boufi, McClain & Whitenack, 1997).

A *comunicação instrutiva* diferencia-se das anteriores pela sua dimensão metacognitiva e caracteriza-se pela integração das ideias dos alunos através de processos de comunicação. Este tipo de comunicação ocorre quando os professores refletem na ação e valorizam, incorporando no discurso, as ideias e dificuldades verbalizadas pelos alunos ou intuídas pelo professor. Este modo de comunicação é mais explícito nas salas de aula com professores que refletem na ação, dando especial atenção ao que os alunos dizem, à forma como apresentam as suas ideias, estratégias e dificuldades (Brendefur & Frykholm, 2000, Menezes, 2004, 2005).

Os diferentes modos de comunicação matemática podem ocorrer naturalmente ao longo de uma mesma aula, com um mesmo professor e alunos. Deste modo, o que caracteriza uma aula não é a existência de um certo tipo de comunicação, mas o modo predominante de comunicação matemática, o qual está geralmente associado às grandes correntes teóricas sobre a comunicação. Os modos de comunicação unidirecional e contributiva relacionam-se com a comunicação como transmissão de informação, e os modos de comunicação reflexiva e instrutiva relacionam-se com a comunicação como um processo de interação social. As regularidades que caracterizam os modos de comunicação matemática são o resultado de um conjunto de opções, intencionais ou não, do professor, tendo em vista as finalidades curriculares da matemática, e dos alunos, relacionadas com as práticas interativas do professor e com a sua relação com a linguagem, o discurso e a comunicação matemática na sala de aula.

Nesta perspetiva, os professores planificam as atividades de sala de aula de modo a favorecer as discussões entre os alunos, valorizando a representação em diferentes formas das ideias matemáticas dos alunos e construindo ligações entre a linguagem matemática informal dos alunos e as diferentes representações das ideias matemáticas (Baroody, 1993; Cramer & Karnowski, 1995). Para trabalhar as diferentes formas das ideias matemáticas, o professor pode promover um conhecimento profundo das várias representações, bem como das conexões entre estas, e os alunos podem trabalhar as ideias matemáticas de modo a usarem-nas e *traduzirem* as diferentes representações entre si.

As ideias matemáticas podem ser representadas de cinco maneiras diferentes ou modalidades, de acordo com Lesh (1979, referido em Cramer & Karnowski, 1995): (i) materiais manipulativos, (ii) representações visuais (*pictures*), (iii) contextos da vida real, (iv) linguagem simbólica verbal e (v) linguagem simbólica escrita. Este modelo admite transformações das ideias matemáticas dentro de cada uma das modalidades e entre as diferentes modalidades. Os alunos desenvolvem uma compreensão profunda das ideias matemáticas, tendo experiências educativas em todas as cinco modalidades e vendo como elas se relacionam (Cramer & Karnowski, 1995).

A linguagem utilizada na sala de aula de matemática é o resultado da conjugação de diferentes linguagens: a linguagem materna; a linguagem matemática, com utilização da língua materna aos níveis lexical, sintático e pragmático; e a linguagem simbólica. A

linguagem materna tem dois papéis em relação ao processo de ensino-aprendizagem da matemática. Por um lado, a língua materna é aquela que é usada diariamente pelos alunos e na qual são lidos os enunciados, são feitos os comentários, permitindo interpretar o que se ouve ou lê de modo preciso ou aproximado. Por outro, “a língua materna é parcialmente aplicada no trabalho matemático, já que os elos de raciocínio matemático apoiam-se na língua, em sua organização sintáctica e em seu poder dedutivo” (Cândido, 2001, p. 17).

A linguagem matemática é também um sistema simbólico de caráter formal, cuja construção decorre de forma complexa e demorada, através de “aproximações sucessivas mediadas pelas trocas que ocorrem entre os alunos e entre o professor e os alunos” (Cavalcanti, 2001, p. 131). A divisão em linguagem materna e em linguagem matemática, conjugando a linguagem materna com a simbólica, é pouco representativa das *nuances* existentes no discurso matemático do aluno, no percurso entre a sua linguagem matemática informal e o rigor da linguagem simbólica.

Neste percurso comunicativo, Pirie (1998) considera que a comunicação matemática pode ocorrer através de seis modos: (i) *linguagem corrente*, utilizada diariamente pelos alunos, através da língua materna; (ii) *linguagem verbal matemática*, linguagem matemática, correspondente a um vocabulário aprendido na escolarização; (iii) *linguagem simbólica*, utilizada na escrita de símbolos matemáticos; (iv) *representações visuais*, não sendo em termos estritos uma linguagem, são um poderoso meio de comunicação matemática; (v) *compreensões não ditas mas partilhadas (Unspoken but shared assumptions)* e (vi) *linguagem quasi matemática*, caracterizados como modo de conversação entre os alunos (com ou sem o professor). Esta autora, para além da *linguagem corrente*, das representações visuais, da linguagem verbal matemática e da simbólica, que se cruzam com a caracterização dos meios de representação das ideias matemáticas expostos anteriormente, identifica as *compreensões não ditas mas partilhadas* e a *linguagem quasi matemática*, numa tentativa de caracterizar o discurso dos alunos e, eventualmente, do professor e que requer um conhecimento do contexto e dos significados específicos dos intervenientes.

Um outro autor, Richards (1991), referido em Yackel (2000), caracteriza o discurso matemático em quatro domínios distintos, numa dicotomia entre a matemática como ciência e a matemática escolar: (i) *investigação (research math)*, discurso baseado na

linguagem dos matemáticos com uma predominância da linguagem técnica; (ii) *inquirição* (*inquiry math*), linguagem que inclui fazer perguntas matemáticas, resolver problemas, propor conjecturas e escutar argumentos matemáticos; (iii) *publicação* (*journal math*), linguagem utilizada nas publicações matemáticas; e (iv) *escolar* (*school math*), discurso caracterizador das salas de aula que se confinam à sequência apresentação-resolução-avaliação e se focalizam em exercícios rotineiros. Esta divisão põe em evidência uma dualidade entre o discurso de sala de aula onde a comunicação é entendida como transmissão de informação (*escolar*) e onde é percebida como interação social (*inquirição*).

A ênfase na linguagem e na sua classificação, independentemente do autor adotado, remete-nos para um estudo da linguagem como suporte da comunicação matemática, seja ela linguagem materna ou linguagem simbólica, seja comunicação oral ou escrita. A linguagem, e particularmente a linguagem matemática, tem por função social a comunicação, a comunicação matemática (Duval, 2006; Usiskin, 1996), é um instrumento de comunicação (Bauersfeld, 1988; Sierpiska, 1998), operacionalizando, através das suas diferentes representações e expressões matemáticas, a comunicação matemática, por meio da qual o professor e os alunos procuram expressar a sua compreensão matemática (Menezes, 2004, 2005).

O posicionamento interacionista *transforma* a linguagem em discurso, a linguagem matemática, resultado de um conjunto de linguagens como suporte do processo de construção do conhecimento matemático. É neste sentido da comunicação, suportada pela linguagem, como atividade dinâmica que se constrói a partilha e compreensão da realidade, que se entende a oralidade e a escrita matemática, acompanhada pela leitura.

A utilização da linguagem oral, complementada pela linguagem corporal, ou escrita, incluindo todo o tipo de registros escritos, simbólicos e representações visuais, é um meio importante para que os alunos possam refletir sobre a sua compreensão da matemática, ajudando-os a fazer conexões e a clarificar os conceitos matemáticos (Buschman, 1995; Usiskin, 1996). Deste modo, é importante que os professores incentivem os alunos a clarificar os conceitos matemáticos através de processos de comunicação, promovendo a partilha oral de significados com os outros alunos e com o professor e fomentando a escrita de estratégias de resolução de problemas, dado que, quando os

alunos comunicam matematicamente, recordam, compreendem e usam os conhecimentos anteriores na aquisição de novos conhecimentos (Buschman, 1995).

Na comunicação matemática, a “oralidade é um recurso de comunicação simples, ágil e directo que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que se percebe uma falha ou inadequação” (Cândido, 2001, p. 17). Por este motivo, a linguagem oral é a mais usual, a que detém maior conexão com o pensamento e aquela através da qual se desenvolve o processo de ensino-aprendizagem da matemática. A ação mais forte e presente na sala de aula de matemática é, assim, a oralidade. Os atos de falar e ouvir, entendidos como componentes da oralidade permitem uma maior troca de experiências entre os alunos, ampliam o seu vocabulário matemático e linguístico e fazem com que ideias e procedimentos matemáticos possam ser partilhados entre os alunos e entre estes e o professor (Cavalcanti, 2001).

Para tal, o professor pode criar oportunidades para os alunos falarem nas aulas de maneira a serem capazes de “conectar sua linguagem, seu conhecimento e suas experiências pessoais com a linguagem da classe e da área do conhecimento que se está trabalhando” (Cândido, 2001, p. 17). A valorização da natureza social da aprendizagem passa pela importância dos momentos de oralidade na sala de aula, pela utilização das vozes como representação dos pensamentos. Os alunos aprendem interagindo com o professor e com os outros alunos, partilhando ideias, ensaiando respostas e refletindo sobre as intervenções dos outros (Amos, 2007).

Por outro lado, “o ato de escrever não possui a mesma rapidez e maleabilidade da oralidade, pois quando escrevemos não é possível ir para tantos lados como no oral, a ordem da escrita determina a coerência e a lógica do texto, a correção não é imediata” (Cândido, 2001, p. 23), mas “com a escrita, as situações comunicativas são recriadas” (Tornero, 2007, p. 60). Os registos escritos ajudam a vincar as ideias, a registar os processos de resolução das tarefas, servem de apoio à reflexão e ao aprofundamento por parte dos alunos e privilegiam momentos de retorno ao conhecimento construído (Smole, 2001).

A linguagem escrita da matemática tem um carácter mais universal do que a linguagem oral, apesar de ambas necessitarem da linguagem materna (Corrêa, 2005), devido à especificidade da utilização dos símbolos de matemática na linguagem escrita. Neste caso, a linguagem escrita simbólica matemática não se reduz ao uso de sistemas de escrita para o registo da oralidade, adquire uma expressão própria, específica e universa-

lista (Usiskin, 1996). Deste modo, é também necessário trabalhar com os alunos os processos de escrita e representação da linguagem matemática (Cândido, 2001).

A escrita permite o envolvimento dos alunos no estabelecimento de conexões entre diferentes noções, entre as suas concepções espontâneas e as novas aprendizagens e o “estabelecimento de vários significados para uma mesma noção” (Smole, 2001, p. 31). Para o professor, a produção de textos auxilia “a direccionar a comunicação entre todos os alunos da classe; a obter dados sobre os erros, as incompreensões, os hábitos e as crenças dos alunos; a perceber concepções de vários alunos sobre uma mesma ideia e obter evidências e indícios sobre o conhecimento dos alunos” (*idem, ibidem*).

A escrita matemática deve ser entendida como um processo que transforma continuamente a cognição e a aprendizagem do *escritor* e não apenas um produto escrito das respostas ou soluções das atividades apresentadas pelos alunos. A diferenciação de perspectivas entre as duas abordagens – produto e processo – implica uma substancial diferenciação no papel da escrita matemática na sala de aula. Como referem Powell e Bairral (2006), “enquanto na primeira [produto] a escrita é usada como um recurso para declarar conhecimento, na segunda [processo] ela é considerada um meio de conhecimento” (p. 51). Estas duas perspectivas também se relacionam com o tipo de escrita que se espera do aprendente.

Na perspectiva da comunicação como *transmissão de informação*, espera-se um tipo de escrita *transaccional*, caracterizada pelo uso de uma linguagem “que faz cumprir recomendações que informam as pessoas, que aconselha, persuade ou instrui essas mesmas pessoas” (Powell & Bairral, 2006, p. 51) e que é usada sobretudo para a avaliação e o diagnóstico. Na perspectiva da comunicação como interação social, o tipo de escrita dos alunos é mais pessoal e funciona como um instrumento de pensamento, é o pensar alto do aluno transcrito para o papel. Esta escrita *expressiva* (Wilde, 1991) é usada como meio de aprendizagem e reflexão da própria pessoa que escreve. Com este tipo de escrita, os alunos articulam as suas crenças sobre a natureza do conhecimento matemático, gerem as questões de natureza afetiva, constroem e negociam significados e monitorizam a sua aprendizagem (Powell & Bairral, 2006).

A escrita matemática, especialmente nos alunos dos primeiros anos, conduz com alguma naturalidade à ilustração como apoio do que está escrito. Também por isto não se pode reduzir o conceito de competência comunicativa à linguagem verbal e escrita. O

papel das gravuras ou imagens tem, ao longo dos anos, crescido em importância comunicativa, podendo mesmo afirmar-se que “dentro de pouco tempo será tão simples comunicar através da combinação de imagens que os discursos – qualquer tipo de discurso – ganharão uma dimensão icónica bastante considerável” (Torner, 2007, p. 64).

O desenho surge como uma possibilidade de os alunos, especialmente os dos primeiros anos, iniciarem a construção de uma significação para novas ideias e conceitos matemáticos, bem como para explicarem a outros os seus pontos de vista. A utilização do desenho como recurso comunicativo na aprendizagem da matemática, para além de gráficos, tabelas, esquemas e figuras geométricas, pode ser incentivada como estratégia de registo e de reflexão sobre o trabalho desenvolvido. O professor pode promover e aceitar a gravura ou o desenho como um meio de comunicação entre os alunos e entre estes e o professor e utilizá-los como pistas da percepção das concepções e conhecimentos matemáticos de cada aluno (Cândido, 2001).

No mesmo sentido, a leitura pode ter um papel significativo na construção do conhecimento matemático, desde que seja entendida como um processo que se constrói na interação entre o leitor e o texto, no qual “o pensamento e a linguagem estão envolvidos em trocas contínuas” (Smole & Diniz, 2001, p. 70). Para estas autoras, o professor pode criar rotinas de leitura que articulem “momentos de leitura individual, oral, silenciosa ou compartilhada de modo que, nas aulas de matemática, os alunos defrontem-se com situações efectivas e diversificadas de leitura” (p. 71). Os textos a serem lidos devem ser adequados aos objetivos do professor e diversificados – enunciado de um problema matemático, manual escolar ou textos didáticos, textos literários e jornalísticos, regras de jogos, gráficos e tabelas –, de modo a que a sua leitura seja significativa para os alunos e constitua um conjunto de possibilidades de aprendizagem da matemática.

Padrões de interação e negociação de significados

O conhecimento matemático, como construção social, está associado à comunicação e negociação de significados e conexões matemáticas. A negociação direciona os objetivos de ensino na sala de aula para a interação entre os alunos, o professor e o conhecimento matemático (Bishop & Goffree, 1986), na busca de um entendimento comum. É na comunicação, através da troca de ideias, que os conhecimentos são partilhados pelos alunos e pelo professor e entendidos por cada um dos intervenientes. O significado do

conhecimento matemático é partilhado e assumido pelos intervenientes quando estes concordam com a validade dos referentes, dos exemplos, das analogias e das conexões apresentadas pelos interlocutores (Bishop & Goffree, 1986; Fidalgo & Ponte, 2004).

Esta associação entre o conhecimento e a negociação de significados através da comunicação deve privilegiar os contextos de interação social, onde a opinião de todos é valorizada, em que se valoriza a intencionalidade comunicativa na aprendizagem da matemática, assumindo que "as crianças aprendem melhor se estiverem em situações que lhes permitam interagir com os outros no sentido de partilhar e comunicar as suas ideias acerca da matemática" (Wood, Merkel & Uerkwitz, 1996, p.39).

Neste sentido, a atitude do professor é crucial no decorrer do trabalho na sala de aula, particularmente no que diz respeito à natureza das interações sociais entre os alunos e entre estes e o professor. O desenvolvimento de uma prática de ensino que privilegie a interação origina algumas tensões e contradições que o professor tem de assumir. A decisão entre manter um *ritmo vivo* de aula ou dar tempo aos alunos para pensarem nas respostas; entre dar ênfase à necessidade dos alunos construírem os seus métodos ou a *lecionação* dos conteúdos e objetivos específicos da matemática; entre a ênfase na *recordação rápida* de certos conceitos ou procedimentos ou na construção do conhecimento a partir do erro (Tanner & Jones, 2007) requer do professor uma tomada de consciência do tipo de aprendizagem que pretende proporcionar aos alunos.

As características das interações entre o professor e os alunos resultam de práticas de sala de aula distintas e extremam-se entre um questionar tradicional – pergunta pelo professor, resposta curta do aluno e avaliação pelo professor – e uma prática de diálogo onde os alunos desempenham um papel muito mais significativo, contribuindo com as suas opiniões nas discussões e explicando o seu próprio pensamento sobre os assuntos matemáticos em debate (Wood, 1994). Nestas interações do professor com os alunos, as formulações das perguntas são determinantes no desenvolvimento da interação e, consequentemente, nas características da aprendizagem dos alunos. Daí que a importância das perguntas do professor na sala de aula seja comum a todos os paradigmas, conquanto o seu papel difira substancialmente.

No *paradigma transmissivo*, a aprendizagem ocorre, numa perspetiva tradicional, quando os alunos são capazes de responder às perguntas do professor. Esta teoria centra a aprendizagem no discurso do professor, através da emissão de informações, e no ques-

tionamento dos alunos, como forma de garantir o *feedback* necessário à minimização de ruídos no processo de comunicação. Nesta perspectiva, acredita-se que o professor estimula o pensamento e a participação, desenvolve capacidades de raciocínio e obtém dados sobre os conhecimentos dos alunos através da formulação de perguntas (Menezes, 1995). Todavia, parece que a aprendizagem só acontece quando o aprendente sente necessidade de saber mais, identificando o que não sabe, formulando as próprias questões para as quais necessita de uma resposta (Pedrosa, 2000).

É neste âmbito que podemos dizer que *pergunto porque quero saber*, que “aprendemos formulando questões” (Pedrosa, 2000, p. 151). Assim, se uma aula não se reduz à exposição de matéria e à resolução de exercícios, as perguntas do professor e dos alunos podem tornar-se muito relevantes num tipo de ensino promotor do desenvolvimento de capacidades de comunicação e raciocínio (Baroody, 1993; Menezes, 1995). Porém, a existência por si só de qualquer tipo de perguntas não é suficiente para uma melhor prática de ensino-aprendizagem da matemática, é necessário envolver o professor e os alunos na prática de questionamento e de reflexão. O ato do aluno questionar e saber questionar é, por si só, a demonstração de uma competência comunicativa.

O ato de questionar por parte dos alunos e do professor gera um tipo de comunicação que promove a aprendizagem, a qual se transforma, deste modo, num processo interativo em que o tipo de perguntas desempenha um relevante papel na caracterização das interações sociais que ocorrem na sala de aula. Como nos refere Menezes (1995):

Partindo-se do pressuposto que a aprendizagem deve ser um processo simultaneamente individual e social, resultante da interação entre professor e alunos, a pergunta ganha especial importância na medida em que traduz uma solicitação de intervenção, um convite à participação. (p. 36)

O professor tem uma função primordial na condução do discurso oral e no questionamento que ocorre na sala de aula. Apesar de as perguntas que ocorrem na sala de aula, formuladas pelos professores, predominantemente se relacionarem com a regulação das aprendizagens dos alunos, tentando testar o conhecimento e a memória destes (Matos & Serrazina, 1996), as perguntas do professor também podem contribuir para a compreensão da matemática por parte dos alunos.

Mason (1998, 2000) distingue três tipos principais de perguntas: de *confirmação*, de *focalização* e de *inquirição*. Para o autor, na perspectiva dos alunos, todas as questões do professor têm em vista a confirmação de conhecimentos, originando uma interpretação

extensiva das questões de focalização e inquirição à confirmação de saberes, tornando assim o questionamento como um processo sistemático de avaliação. Neste sentido, quando o professor faz uma pergunta, os alunos tentam adivinhar a resposta pretendida por este, resultando numa assunção do pensamento do docente em detrimento do pensamento próprio dos alunos.

As perguntas de confirmação procuram testar os conhecimentos do aluno através de questões diretas que induzem respostas curtas e imediatas, sabendo o professor exatamente a resposta pretendida. Estas questões são bastante frequentes e assumem o papel de certificação de conhecimentos, de articulação ou conexão entre diferentes ideias matemáticas e de regulação da atenção e comportamento dos alunos na sala de aula (Mason, 1998, 2000).

As perguntas de focalização têm por objetivo central a atenção do aluno num aspeto específico, que o professor está a ver, assumindo-se que é mais "valioso para o aluno, perguntar do que dizer" (Mason, 2000, p. 106). As questões de focalização podem originar uma mudança de foco, ao descentrar a visão do aluno, de tema ou de interação, assumindo uma dimensão metacognitiva, com questões como «O que é que eu vou perguntar?» (Mason, 1998, 2000).

As perguntas de inquirição são consideradas as *genuínas* perguntas que o professor coloca quando está à procura de informação por parte do aluno ou que os indivíduos colocam em situações de busca de informação. Contudo, para o professor é "difícil inquirir genuinamente sobre respostas a problemas ou tarefas matemáticas que têm respostas conhecidas" (Mason, 2000, p. 107), limitando a inquirição genuína ao propósito de conhecer o pensamento e as estratégias dos alunos. A ausência de questões de inquirição parece refletir a existência de um professor onisciente e de alunos não questionadores, incapazes de construir o seu próprio conhecimento matemático através da análise, conjectura e justificação de relações (Mason, 1998, 2000).

A natureza das interações entre o professor e os alunos é caracterizada por padrões de interação que resultam das expectativas e interpretações destes sobre a sua conduta em sala de aula e espelham-se em rotinas de interação entre o professor e os alunos e entre estes (Bauersfeld, 1988). Estes padrões refletem a natureza das interações e as características da prática em sala de aula e criam diferentes oportunidades de aprendizagem

(Wood, 1994), adotando diferentes designações consoante as suas características e os seus autores.

Um dos padrões onde o nível de interação é mínimo é referido por Tanner e Jones (2007) e denominado de leitura. Para estes autores, o nível mais baixo de interação do professor com o grupo turma é a leitura, onde “não há interacção entre o ensino e o pensamento dos alunos” (p. 38). Neste nível, o professor controla a interação, pretendendo controlar o pensamento dos alunos, e estes não têm influência no desenvolvimento da aula.

Um outro padrão de interação referido por vários autores é o padrão de recitação ou tradicional (Menezes, 2004, 2005; Wood, 1998) ou sanduíche (Arlo & Skovsmose, 2006). O padrão de recitação ou tradicional (ou sanduíche) caracteriza-se pelo ensino tradicional onde se pretende que os alunos reproduzam, através de uma prática repetitiva e rotineira, factos memorizados anteriormente. Este padrão segue as seguintes etapas: (i) o professor inicia com uma questão; (ii) o aluno responde; e (iii) o professor avalia a resposta do aluno (Arlo & Skovsmose, 2006; Menezes, 2004; Wood, 1998).

A investigação em educação matemática identificou ainda os padrões de interação: funil (ou convergente), focalização (ou emergente ou diálogo focalizado), extração (ou exploratório), discussão (ou reflexão coletiva) (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004, 2005; Tanner & Jones, 2007; Wood, 1998), afirmação, interrogação e temáticos (Godino & Llinares, 2000), jogo de perguntas (*quizzing*) e adivinhação (Alro & Skovsmose, 2006). Os autores Alro e Skovsmose (2006), numa perspetiva de definição dos padrões de interação entre alunos e entre estes e o professor, num contexto de trabalho de investigação, referem os padrões de interação: estabelecer contacto, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar.

Os padrões de interação entre o professor e os alunos decorrem, em geral, da dificuldade dos alunos na resolução de uma tarefa matemática ou na explicitação das estratégias utilizadas na sua resolução. Neste sentido, o professor interage com os alunos como forma de facilitar a resolução do problema proposto ou de auxiliar o aluno na apresentação e explicitação do seu raciocínio matemático. Estas interações parecem resultar de circunstâncias e posicionamentos distintos do professor que oscilam entre um ensino centrado no seu conhecimento e uma aprendizagem centrada nos conhecimentos da comunidade de sala de aula.

O padrão de funil caracteriza-se pela formulação de novas questões mais fáceis e direcionadas para a resolução do problema, com intenção de guiar os alunos, através dos seguintes passos: (i) o professor coloca um problema aos alunos; (ii) os alunos mostram-se incapazes de o resolver; e (iii) o professor formula questões mais fáceis relacionadas com o problema e cuja solução conduz à resolução do problema proposto (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004; Wood, 1994, 1998). No padrão convergente, o professor questiona a turma com um conjunto de perguntas direcionadas, é ele o que seleciona as estratégias, controla o processo de tomada de decisão e, através das questões formuladas, conduz a turma ao longo de um trajeto predeterminado para uma solução fixa (Tanner & Jones, 2007).

O padrão de focalização é, inicialmente, semelhante ao anterior, mas neste caso o professor reformula a questão salientando os aspetos relacionados com o problema não compreendidos pelo aluno, de modo a levá-lo a ultrapassar as dificuldades e a encontrar uma solução, seguindo as seguintes etapas: (i) o professor coloca, também, um problema ao aluno; (ii) face às dificuldades do aluno, o professor formula novas questões com o objetivo de focalizar a atenção do aluno em aspetos do problema que se revelem importantes para a sua resolução; e (iii) o professor dá ao aluno oportunidades para resolver o problema, incentivando o raciocínio e a explicação da resolução aos seus colegas, de modo a que estes se apropriem do significado de aspetos específicos do problema (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004; Wood, 1994, 1998).

O padrão emergente ou diálogo focalizado é baseado numa troca dinâmica em que alunos e professor interagem colaborativamente na coconstrução do conhecimento. O objetivo é desenvolver uma discussão em torno de um problema em que as diferenças de perspectiva são incentivadas e valorizadas. Contudo, o interveniente mais significativo no discurso continua a ser o professor, que valida conjeturas e usa perguntas com o objetivo de valorizar os aspetos mais relevantes das contribuições dos alunos, como as estratégias utilizadas, as explicações ou algumas características da situação trabalhada. Este nível é exigente para o professor, o qual deve atender às propostas dos alunos e incorporá-las nas suas ideias e na discussão, facilitando o desenvolvimento de pensar matemático (Tanner & Jones, 2007).

O padrão de extração caracteriza-se por três fases: (i) o professor propõe uma tarefa ambígua e os alunos apresentam diversas respostas e soluções, que o professor avalia

previamente; (ii) se as soluções dos alunos são muito diversificadas, o professor guia-os através da formulação de pequenas questões com o objetivo de *extrair doses de conhecimento*; e (iii) o professor e os alunos refletem e avaliam o resultado obtido (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004). O padrão exploratório é baseado numa maior contribuição individual do aluno para a interação, enquanto o professor entende e sustenta o diálogo através de questões que lhe permitem uma avaliação mais profunda do pensamento dos alunos. Neste nível, os alunos começam a ganhar algum grau de controlo sobre a interação (Tanner & Jones, 2007).

O padrão de discussão apresenta as seguintes características: (i) os alunos resolvem um problema proposto pelo professor em pequenos grupos; (ii) o professor pede a um aluno que apresente a sua solução e que a explique aos colegas; (iii) o professor contribui na explicação do aluno através de questões, observações, reformulações, juízos, de modo a que possa surgir uma solução conjunta que seja válida e aceite por todos; e (iv) o professor pede a outro aluno que apresente a sua solução, reiniciando o processo de questionamento (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004). No padrão da reflexão coletiva, o foco da interação está na avaliação e na reflexão. Ocorre quando, após a realização de atividades matemáticas, os professores geram uma discussão reflexiva sobre o conhecimento adquirido e sobre o próprio processo de construção do conhecimento. Neste nível, ocorre sempre uma avaliação das estratégias utilizadas, com vista ao aprofundamento do conhecimento sobre a problemática (Tanner & Jones, 2007).

Os padrões de afirmação e interrogação caracterizam-se pela leitura de um texto, pelo professor e pelo aluno, sobre o conteúdo matemático em estudo e conseqüente questionamento, pelo professor, a propósito do texto matemático. A diferença essencial é que no primeiro caso – padrão de afirmação – o professor põe o enfoque no questionamento em «Isto é» e no segundo caso – padrão de interrogação – o professor apoia-se no «Estás seguro?». O professor conclui este processo com uma pequena revisão e repetição do conteúdo do texto lido anteriormente (Godino & Llinares, 2000).

Os padrões temáticos produzem-se quando o professor e os alunos constituem interativamente relações entre significados matemáticos partilhados. Estes padrões são dominados por relações de significado de um tema matemático que pode ser sobre procedimentos, conteúdos ou atividades matemáticas. Os padrões de interação apresentados por Alro e Skovsmose (2006) – estabelecer contacto, perceber, reconhecer, posicionar-se,

pensar alto, reformular, desafiar e avaliar – estão presentes “tanto na interação aluno-aluno quanto na interação aluno-professor” (p. 105) no âmbito de atividades de investigação.

Estes padrões de interação configuram uma relação entre a aprendizagem e o diálogo, que é mais do que um ir e vir de mensagens, é um processo de comunicação em que os intervenientes se encontram, influenciam e sofrem mudanças, é “uma forma humilde e respeitosa de cooperar com o outro numa relação de confiança mútua” (Alro & Skovsmose, 2006, p. 121) e refletem opiniões sobre a natureza da matemática, da sua aprendizagem e do relacionamento entre o professor e os alunos (Wood, 1998). Esta disponibilidade para a partilha pressupõe que a construção do conhecimento na sala de aula se baseia na negociação de significados, num processo onde todos têm as mesmas possibilidades de emitir ideias críticas sobre as questões colocadas e de construir novos significados a partir de experiências individuais ou coletivas de interação com os objetos matemáticos ou com outros indivíduos.

Nesta perspetiva, “as crianças são vistas como tentando dar sentido, na aula, às suas experiências sociais e construir significados [matemáticos] à medida que interagem com os outros” (Wood, Merkel & Uerkwitz, 1996, p. 40). A comunicação e a negociação de significados tornam-se, assim, um importante processo de aprendizagem, mas também um elemento fundamental de interação entre o professor, os alunos e o conhecimento. É através deste processo de comunicação e negociação de significados matemáticos que as ideias são partilhadas num determinado grupo e, ao mesmo tempo, modificadas, consolidadas e aprofundadas por cada indivíduo (Ponte & Serrazina, 2000). Deste modo, cabe ao professor incentivar a negociação de significados na sala de aula, promovendo o estabelecimento de regras de participação e discussão, estratégias de partilha de significados, através da utilização de questões e analogias, num diálogo simétrico, entre os alunos e o professor, e estratégias deliberadas e específicas do professor para desenvolver os significados matemáticos, tais como a modificação e adequação matemática da linguagem dos alunos e o encorajamento na procura de esquematizações e generalizações dos resultados (Bishop, 2005; Bishop & Goffree, 1986).

A negociação de significados matemáticos na sala de aula parece decorrer do confronto de distintas práticas culturais (Meira, 1996), com especial realce da cultura escolar matemática (Pinto & Fiorentini, 1997), oscilando entre práticas de *imposição* de signifi-

cados e de *genuína* negociação de significados, dependentes do *controle* e *poder* do professor em relação aos alunos (Bishop & Goffree, 1986), em similitude com a natureza das práticas de ensino da matemática e da valorização dos conhecimentos pessoais dos alunos.

Nesta perspectiva, conceitos e representações matemáticas emergem e são partilhados no contexto de práticas culturais específicas da sala de aula, através de significados intrinsecamente associados às circunstâncias e formas de interação social nas práticas de ensino (Meira, 1996). A negociação dos conceitos matemáticos parece resultar da participação dos indivíduos em múltiplas práticas culturais (*idem*), confrontando conceitos e representações matemáticas com conceitos e representações sociais, num processo dinâmico de construção de significados matemáticos e sociais.

A negociação de processos matemáticos emerge de forma relacionada com as estruturas de ação, comportamento e comunicação na sala de aula (Meira, 1996), implicando o confronto entre processos matemáticos e sociais. Num estudo, referido por Meira (1996), os alunos adotaram processos matemáticos em contextos sociais, assumindo uma forte influência pela utilização de procedimentos matemáticos nas aulas de matemática, tornando as ações dos indivíduos subordinadas aos contextos.

O estudo da negociação de significados na sala de aula de matemática também envolve a análise das rotinas diárias e das ações resultantes das interações sociais (Meira, 1996). A definição do papel do professor e dos alunos nas interações, originando normas, mesmo que implícitas, acerca da oportunidade, da adequação e do valor das intervenções dos alunos e do professor, parece influenciar as representações acerca da matemática e da atividade matemática escolar. A negociação de significados reporta-nos assim também para a negociação de significados de normas sociais e sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996), durante a atividade matemática na sala de aula.

As normas sociais e sociomatemáticas nas salas de aula de matemática regulam o comportamento dos alunos, e do professor, nas interações sociais e nas interações especificamente matemáticas (Franke, Kazemi & Battey, 2007). Não devem ser encaradas como imposições normativas do professor, mas como normas negociadas interativamente pelo professor e alunos. A norma não é uma regra que prescreve a ação individual, é uma noção coletiva de ação, construída nas ações dos indivíduos quando interagem uns com os outros (Yackel, 2000).

Existem normas sociais independentemente da matéria em estudo relacionadas com a participação, explicação, justificação e argumentação (Cruz & Martínón, 1998; Yackel & Cobb, 1996) que se dirigem a toda a turma e não se restringem ao papel do professor. Estas normas sociais referem-se ao valor das estratégias e ideias na resolução de problemas, ao papel do erro como um meio de aprendizagem e ao valor da argumentação na validação matemática (Franke, Kazemi & Battey, 2007), relacionando-se com os aspetos sociais da aprendizagem da matemática, nomeadamente quando falamos sobre aspetos de como agir e contribuir na atividade matemática.

Estas normas sociais incluem as expetativas sobre o trabalho do aluno relacionado com a apresentação de soluções pessoais, a explicação e justificação das suas estratégias e soluções, a capacidade de ouvir e tentar interpretar as soluções dos outros alunos, o questionamento sobre situações incompreendidas e a persistência na resolução de situações problemáticas (Yackel, 2000). A ênfase do discurso desloca-se dos aspetos matemáticos da situação para a discussão sobre as expetativas do professor em relação ao trabalho dos alunos e as expetativas dos alunos a propósito das expetativas do professor. As normas sociais, correspondentes aos normativos de qualquer sala de aula, as normas sociomatemáticas, correspondentes aos normativos específicos da sala de aula de matemática, e os objetivos e crenças sobre a atividade matemática e a aprendizagem desenvolvem-se em conjunto como um sistema dinâmico (Yackel & Cobb, 1996) e caracterizam as interações na sala de aula de matemática entre os alunos e o professor.

Capítulo 4

Metodologia

Neste capítulo descrevo a natureza das investigações qualitativas, justificando a adoção do paradigma interpretativo e do design de estudo de caso. Apresento o trabalho de natureza colaborativa como um desafio metodológico de partilha de conhecimentos entre os participantes e de recolha de dados. Narro os aspetos metodológicos relativos ao plano de investigação e aos participantes no estudo e à recolha e análise de dados, destacando a sua natureza interpretativa.

Investigações qualitativas

O entendimento cartesiano de método como “um conjunto de regras certas e fáceis, graças às quais todos aqueles que as seguirem jamais tomarão por verdadeiro aquilo que é falso” (Granger, 1992, p. 55) é consequência da evolução histórica registada no decurso da proposta aristotélica do método indutivo-dedutivo para o desenvolvimento do conhecimento científico e da ciência moderna, que sustenta a articulação da teoria e experiência, de dedução e observação sistemática. O método, entendido como a estrutura do espírito da investigação (Gauthier, 2003), caracteriza-se de duas formas opostas: (i) correspondência com as noções de *receita*, *procedimento*, *algoritmo*, que descrevem pormenorizadamente o encadeamento do que deve ser feito; (ii) correspondência ao conceito de estratégia, não fornecendo uma indicação particularizada dos atos a cumprir, mas apenas a filosofia dentro da qual as decisões de investigação devem ser tomadas.

A primeira forma está intimamente ligada a uma concepção de ciência que privilegia uma visão positivista do mundo, baseada na sua linguagem unívoca, fundada na causalidade, com afirmações universais e logicamente estruturada. A segunda forma enquadra-se na necessidade de entendimento da conduta humana constituída “por um sentido subjetivo que não pode ser revivido num ato de compreensão que, apesar de objectivável por interpretação, assenta numa intuição imediata, numa identificação empática tornada possível pela partilha da experiência dos valores que servem de referência à conduta” (Santos, 1989, pp. 58-59).

Estas teorias têm caracterizado diferentes concepções de investigação: os métodos quantitativos, baseados no paradigma científico tradicional; e os métodos qualitativos, associados ao paradigma interpretativo, em que se inserem uma diversidade de perspetivas como hermenêuticas, estruturalistas, semióticas, fenomenológicas, estudos culturais, feministas, interacionistas simbólicas, etnometodológicas e outras. Os estudos quantitativos enfatizam a medida e analisam as relações causais entre as variáveis, tomando por princípio a ideia da existência de comportamentos estáveis, consistentes e coerentes. Os estudos de natureza qualitativa põem a ênfase nas qualidades do indivíduo, nos processos e nos significados que não são examinados experimentalmente ou medidos em termos de quantidade, ganhos, intensidade ou frequência (Bogdan & Biklen, 1994; Costa, 2005; Denzin & Lincoln, 2005).

As diferenças entre as investigações quantitativas e qualitativas refletem-se também em diferentes estilos de investigação, diferentes epistemologias e diferentes formas de representação. Os investigadores quantitativos usam modelos matemáticos e estatísticos e escrevem acerca das suas investigações na forma impessoal da terceira pessoa. Os investigadores qualitativos “usam prosa etnográfica, narrativas históricas, relatos na primeira pessoa, documentarismo fotográfico [*still photographs*], histórias de vida, «factos» ficcionados e materiais biográficos e autobiográficos, entre outros” (Denzin & Lincoln, 2005, p. 12).

Esta postura dos investigadores qualitativos resulta da tentativa de analisar e entender os padrões de conduta e os processos sociais para além de uma abstracção aritmeticamente calculável (Bogdan & Biklen, 1994). Estes estudos de natureza qualitativa iniciaram-se, influenciados pela antropologia, numa lógica de escrita etnográfica – descrição monográfica do modo de vida dos outros (Erickson, 1989), supostamente objetiva, de com-

preensão de segmentos culturais e sociais das sociedades industrializadas e nativas. Estes primeiros estudos foram progressivamente criticados por não apreenderem o ponto de vista dos *nativos* e apresentarem uma visão social condicionada pelas perspectivas dos investigadores (Bogdan & Biklen, 1994; Denzin & Lincoln, 2005).

A intensidade das críticas resultou no reforço de dois posicionamentos distintos: a valorização do rigor metodológico nos estudos etnográficos e sociológicos, baseados na combinação da observação participante prolongada com uma multiplicidade de outras técnicas de recolha de dados, e uma forte influência nos estudos de natureza qualitativa das abordagens quantitativas e experimentais (Bogdan & Biklen, 1994; Costa, 2005; Flick, 2005). Esta associação de métodos quantitativos e qualitativos tentou responder aos problemas característicos da ciência positivista, como a inferência e a prova, na observação participante com a adoção de uma perspectiva neopositivista através da criação de modelos *quasi* experimentais e *quasi* estatísticos (Denzin & Lincoln, 2005; Flick, 2005).

A valorização da interpretação na investigação qualitativa em contraponto com uma atividade meramente descritiva dos dados (Bogdan & Biklen, 1994) originou o surgimento de inúmeras perspectivas que caracterizam alguma opacidade e indefinição na classificação dos géneros de investigação qualitativa. Estas diferentes óticas, associadas à discussão sobre a validade da escrita interpretativa, foram originando momentos pautados por *crises de representação* dos dados (Denzin & Lincoln, 2005), resultantes da omnipresença dos pressupostos de *validade, generalização e fiabilidade* da investigação positivista, a par da conceção de observador distanciado e interpretante objetivo dos dados. Estas *crises de representação* originaram uma valorização da metodologia qualitativa, transformando “o processo de apresentação do conhecimento e dos resultados numa componente substancial do processo de investigação” (Flick, 2005, p. 9).

A pretensa autoridade científica e moral do investigador na análise dos dados, consubstanciada em textos etnográficos, distanciado do género, das classes sociais e das raças, foi progressivamente questionada, dando lugar à necessidade da interpretação dos dados resultar dos próprios indivíduos participantes do estudo, numa dinâmica de comunidade interpretativa, em que cada indivíduo assume, para além da sua interpretação, a versão de cada um dos outros, reforçando os princípios subjacentes à observação participante em períodos longos de investigação (Denzin & Lincoln, 2005). A valorização do papel

das interações do investigador com o campo e os participantes, nos estudos qualitativos, “parte explícita da produção do saber” (Flick, 2005, p. 6), veio equacionar o papel dos instrumentos de recolha de dados, acompanhando a evolução tecnológica dos meios de gravação e reprodução, na tentativa de assegurar uma maior fiabilidade e autenticidade dos registos recolhidos. Esta explicitação da recolha de dados, através do envolvimento ativo do investigador, reforçou o papel das dinâmicas relacionais que os investigadores estabelecem com os participantes, nomeadamente através da construção de uma relação empática e compreensiva face às pessoas estudadas, tornando os investigadores como parte integrante e objeto de estudo (Bogdan & Biklen, 1994).

Neste sentido, o paradigma interpretativo *democratizou-se*, formulando as questões de investigação em termos de ação e na tentativa de compreender o mundo tal como ele é ao nível das experiências subjetivas do sujeito estudado. O investigador assume-se como um participante na ação, interpretando-a a partir das significações dos atores através das suas interações sociais e comunicacionais (Costa, 2005; Dolbec, 2003; Flick, 2005). Neste paradigma, procura-se “descrever e compreender o sentido constitutivo das formas existentes de realidade social e política e não de as julgar, avaliar ou condenar” (Ponte, 2005a, p. 3), resultando deste modo uma investigação social decorrente de metodologias interacionistas que visam a obtenção de um conhecimento intersubjetivo, descritivo e compreensivo dos sujeitos com vista à reconstrução da sua experiência social, desligada da rigidez dos métodos de recolha e interpretação de dados da investigação positivista. Neste tipo de investigação pretende-se analisar a realidade social a partir do interior da consciência individual e da subjetividade dos atores sociais, através da recolha de “informação fiável e sistemática sobre aspetos específicos da realidade social usando procedimentos empíricos com o intuito de gerar e inter-relacionar conceitos que permitam interpretar essa realidade” (Afonso, 2005, p. 14).

No âmbito da educação matemática, as metodologias tradicionais, basicamente quantitativas, refletem a perspetiva positivista de busca de regularidades nos fenómenos educativos, consistindo na descrição das variáveis educacionais e das suas relações, através da produção de explicações, predições e mecanismos de controlo do processo de ensino-aprendizagem da matemática (Fiorentini & Lorenzato, 2006). A atual ênfase nos estudos descritivos sobre as aprendizagens profissionais do professor requer novas abordagens metodológicas em que predomina a compreensão, a interpretação e a ação no pro-

cesso educativo. Nestas abordagens, o investigador integra o ambiente educacional com o propósito de compreender e interpretar o significado dos participantes sobre a ação educativa ou de interagir com o objetivo de transformar o processo educativo (Fiorentini & Lorenzato, 2006).

Assim, a metodologia da investigação “engloba tanto a estrutura do espírito e da forma da investigação como as técnicas utilizadas para pôr em prática este espírito e esta forma” (Gauthier, 2003, p. 22). A metodologia interpretativa procura o sentido da realidade social na própria ação em que se produz (Gingras, 2003), transformando-se num processo dinâmico que evolui ao longo do estudo, tomando por vezes novas orientações e recorrendo a novos instrumentos de recolha e tratamento de dados.

Nesta investigação, visa-se compreender melhor a comunicação no processo de ensino-aprendizagem da matemática do ponto de vista dos professores do 1.º ciclo, a partir do problema do estudo que consiste em saber como evoluem as conceções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo do ensino básico, no decorrer de um trabalho de natureza colaborativa focado na reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula, subdividido nas seguintes questões de pesquisa:

1. Como evoluem as conceções do professor a propósito da comunicação matemática na sala de aula?
2. Como evoluem as práticas de comunicação do professor em sala de aula com vista à valorização da aquisição do conhecimento matemático pelos alunos?
3. Como se relacionam os padrões de interação entre o professor e os alunos com a negociação dos significados matemáticos?
4. Que relação existe entre a reflexão sobre as práticas de comunicação do professor em sala de aula e a evolução dessas práticas?

Este estudo assume a adoção do paradigma interpretativo, que procura descrever os acontecimentos do ponto de vista dos intervenientes, e enquadra-se numa metodologia qualitativa, tendo em conta que, como referem Bogdan e Biklen (1994): (i) a fonte direta de dados é o ambiente natural; (ii) os dados são descritivos; (iii) o investigador pretende interpretar o processo para além dos resultados ou produtos; (iv) a análise dos dados surge de forma indutiva; e (v) é colocada a ênfase no significado dos participantes. As questões de pesquisa desta investigação tentam descrever processos através da

caracterização dos pontos de vista dos sujeitos e da análise de interações, a partir da recolha de dados verbais e visuais, assumindo a subjetividade do investigador e dos participantes como parte integrante do processo de investigação. A formulação das questões de pesquisa em termos de ação, pautada pelas dimensões temporais e relacionais, pressupõe uma *presença prolongada* do investigador no contexto escolar e o *contacto direto* com os professores e alunos em sala de aula e noutros contextos educativos.

Esta organização das práticas de investigação, alicerçadas na descrição de factos, situações, processos ou fenómenos (Afonso, 2005) e nas exigências de sistematização e de teorização, na busca dos *como* e dos *porquês* (Yin, 1989) de uma situação em profundidade de análise, revelando a complexidade das significações dos sujeitos individuais sobre as ações, pressupõe como método de pesquisa a adoção do *estudo de caso*, em que se tenta fazer sobressair o que existe de essencial, único e característico do caso singular (Stake, 1994) inserido num contexto social. Os *estudos de caso educacionais* (Sturman, 1997), como “narrativas limitadas no tempo, no espaço e na situação” (Flick, 2005, p. 2), resultam da valorização da “análise de casos concretos, nas suas particularidades de tempo e de espaço, partindo das manifestações e atividades das pessoas nos seus contextos próprios” (*idem*, p. 13) e pretendem compreender a ação educativa (Sturman, 1997). Esta análise assume as dimensões: da oralidade dos sujeitos investigados, através das suas narrativas ou interações comunicacionais; da particularidade dos problemas concretos e específicos dos indivíduos estudados; da localização dos acontecimentos, através da sua contextualização; e da oportunidade de descrever e compreender os problemas no próprio contexto histórico ou temporal (Flick, 2005).

A dimensão social dos casos singulares é reforçada por Stake (1994) ao referir que talvez seja mais interessante estudar “um fenómeno ou uma população de casos do que um caso individual”, dado que “não podemos compreender o caso isolado do conhecimento de outros casos” (p. 237). Neste sentido, a opção por uma multiplicidade de casos, mesmo que entendidos singularmente, é garante de um maior conhecimento das regularidades e das especificidades dos casos, contribuindo para o aprofundamento do conhecimento sobre a temática em estudo. O conhecimento aprofundado de uma situação concreta, no que ela tem de específico e único, pode resultar assim da análise de uma ação educativa singular, enquadrada num contexto físico, social e temporal, sob a pers-

petiva dos seus atores educativos, neste caso professores, realçando o seu sentido particular da temática em estudo, através da modalidade de investigação de estudo de caso.

Tendo em vista o propósito de retratar o *caso*, em toda a sua possível extensão, “o principal instrumento de pesquisa é o próprio investigador e os principais procedimentos são a presença prolongada no contexto social em estudo e o contacto direto, em primeira mão, com as pessoas, as situações e os acontecimentos” (Costa, 2005, p. 137). Neste sentido, com vista a uma compreensão em profundidade do caso, ciente da *impossibilidade* de conhecer tudo sobre um caso (Stake, 1994), optei pelo desenvolvimento de um trabalho de natureza colaborativa com os professores participantes na investigação e pela *observação participante continuada*, complementada por instrumentos de inquirição. Como refere Costa (2005), num “processo de estudo de caso intensivo não se pode socorrer duma única técnica, mas duma pluralidade delas, accionadas alternada ou simultaneamente pelo investigador” (p. 140). Assim sendo, o autor defende que a observação participante e continuada, incluindo momentos de conversa e entrevistas informais com os informantes, é “a técnica mais adequada para a captação de acontecimentos, práticas e narrativas” (*idem*).

A conjugação da valorização do saber e da ação dos participantes no estudo com a minha identidade de educador matemático resultou na adoção de uma modalidade de investigação que combina a metodologia do estudo de caso, apoiada na observação participante e outros procedimentos de recolha de dados, com o desenvolvimento de um trabalho de natureza colaborativa entre mim e as professoras envolvidas.

Trabalho de natureza colaborativa

O trabalho colaborativo tem progressivamente assumido uma importância central no campo da formação de professores, através de diversas formas de colaboração que têm norteado o desenvolvimento de projetos de investigação e de formação no âmbito da educação matemática. A valorização do trabalho colaborativo entre professores e investigadores (estes últimos, geralmente professores do ensino superior) tem surgido numa lógica de promoção do desenvolvimento profissional dos participantes, quer sejam professores do ensino básico ou secundário, quer sejam investigadores e professores do ensino superior.

Nestas parcerias colaborativas entre os investigadores e os professores do ensino básico e secundário pretende-se que os professores se consciencializem da existência de outros pontos de vista e que reflitam sobre a sua própria prática e que os investigadores se apropriem das interpretações e reflexões dos professores em contexto e que reconstruam as suas próprias interpretações sobre o processo de ensino-aprendizagem. Apesar da existência de uma diversidade conceptual e terminológica a propósito do conceito de trabalho colaborativo, parece existir consenso em torno da ideia de colaboração como “um processo que envolve pessoas que trabalham estreitamente em conjunto na base de um interesse ou de um objetivo comum, resultando benefícios para todos os participantes” (Menezes, 2004, p. 72).

A definição de interesses e objetivos comuns resulta da necessidade de assegurar um nível de intencionalidade do trabalho colaborativo em relação ao desenvolvimento profissional. Da intencionalidade da ação de todos e de cada um dos intervenientes do grupo depende a caracterização do trabalho colaborativo, pois não é pelo simples facto de diversas pessoas trabalharem em conjunto que estamos perante uma situação de colaboração. Deste modo, o trabalho colaborativo pode caracterizar-se pela existência de objetivos comuns e/ou complementares, num grupo de indivíduos que trabalham conjuntamente, sem relações hierárquicas, “numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem” (Boavida & Ponte, 2002, p. 45).

Assim, o trabalho colaborativo pressupõe um aprofundamento mútuo do conhecimento profissional de cada um dos intervenientes, o que envolve uma “negociação cuidadosa, tomada conjunta de decisões, comunicação efectiva e aprendizagem mútua num empreendimento que se foca na promoção do diálogo profissional” (Boavida & Ponte, 2002, p. 45). A necessidade de colaboração entre pares ou atores com estatuto e papéis diferenciados pode resultar da existência de uma cultura profissional, de um dever ou obrigação profissional do professor ou de uma prática pontual (Ponte, 2005b).

Todavia, não é suficiente a participação do professor em grupos de reflexão sobre a prática ou a elaboração e participação em projetos de colaboração com outros professores, se não interiorizar uma cultura de trabalho colaborativo (Perez, 1999) que possibilite a existência de olhares múltiplos sobre uma mesma realidade (Boavida & Ponte, 2002). Este trabalho em comum pode tomar diferentes formas que se extremam entre uma

colaboração segura, limitada e restrita ao exterior da sala de aula, ou uma colaboração desafiadora das próprias práticas profissionais do professor (Hargreaves, 1998).

É neste sentido questionador que a existência de trabalho colaborativo entre professores, não forçada ou imposta administrativamente, decorre da disponibilidade destes para experimentarem e correrem riscos (Hargreaves, 1998), resultando (i) das necessidades sentidas pelos próprios professores ou (ii) de um desafio lançado por um investigador. Na primeira situação, o professor consciencializa-se da necessidade de aprofundamento do conhecimento profissional, designadamente quando enfrenta uma situação nova, como é o caso da introdução de um novo currículo. Na segunda situação, o professor sente-se desafiado a participar na análise de um problema profissional cujo estudo é proposto pelo investigador, através da constituição de uma equipa colaborativa alargada, envolvendo atores com diferentes saberes e atividades profissionais.

Esta perspetiva assume a colaboração como um processo de exprimir e emergir consensos pessoais e profissionais com vista ao aprofundamento do conhecimento profissional. Assim sendo, este tipo de trabalho colaborativo entre professores e investigadores (ou formadores) pode caracterizar-se de diversas formas, nomeadamente em relação ao papel do investigador (ou formador). Um grupo de professores pode constituir-se e trabalhar em colaboração, sendo o investigador (ou formador) um consultor do grupo de professores. Semelhantemente, um investigador pode desafiar um grupo de professores a trabalharem em colaboração, assumindo um papel de observador mais ou menos participante (Saraiva & Ponte, 2003).

Quanto à partilha de conhecimentos, o trabalho colaborativo pode também tomar diversas formas surgindo então “como um elemento importante de dispositivos de formação presencial (...) ou à distância” (Ponte, 2005b, p. 277). O investigador que assume o desenvolvimento de um trabalho colaborativo com os professores reconhece o papel fundamental desse trabalho “no processo de produção de conhecimento e sublinha que a atividade colaborativa é benéfica quer para os professores quer para os investigadores” (Saraiva & Ponte, 2003, p. 31).

Deste modo, o investigador poderá tentar aceder mais facilmente à prática e à reflexão sobre a prática dos professores, através da partilha comunicacional com todos os intervenientes no grupo colaborativo. Porém, os interesses de cada um dos intervenientes não têm de ser iguais, mas têm de ser “articulados no decurso das atividades desenvol-

vidas” (Saraiva & Ponte, 2003, p. 49), a partir de um conjunto de objetivos comuns. Necessariamente, num trabalho de cariz colaborativo, tem de existir uma plataforma comum de objetivos, de formas de trabalho e de princípios de relação entre os membros do grupo. Estes objetivos podem tomar a forma do interesse comum, partilhado por todos, em torno de um projeto ou de uma temática, mesmo que cada um dos intervenientes tenha objetivos particulares específicos no desenvolvimento do trabalho colaborativo (Boavida & Ponte, 2002).

Do mesmo modo, as formas de trabalho e de relacionamento entre os membros do grupo colaborativo têm de ser acordadas e aceites por todos e proporcionarem um frutuoso trabalho conjunto. O entendimento entre os intervenientes, o empenho e disponibilidade pessoal e coletiva, a confiança em si e nos outros e o valor da singularidade de cada um dos elementos do grupo são fatores essenciais ao desenvolvimento de um trabalho produtivo. Esta forma de trabalhar pressupõe igualmente uma ideia de dar e receber individual e coletivamente. Como salientam Boavida e Ponte (2002):

Subjacente à ideia de colaboração está, também, uma certa mutualidade na relação: todos têm algo a dar e algo a receber do trabalho conjunto. Se a relação é muito desequilibrada, havendo uns que dão muito e recebem pouco e vice-versa, é problemático atribuir a essa atividade um caráter de colaboração. Mas, atenção, mutualidade e equilíbrio não significam igualdade absoluta. Significam, apenas, que todos os participantes têm um papel reconhecido no projeto e beneficiam, de modo inequívoco, com a sua realização. (p. 47)

Todavia, o trabalho colaborativo só acontece ao fim de algum tempo, mesmo em grupos que inicialmente começam por desenvolver um trabalho cooperativo (Fiorentini, 2006). A colaboração requer um elevado nível de interação entre os membros do grupo, pautado por uma aprendizagem comum e por uma relação de confiança entre todos. Esta aprendizagem requer um envolvimento efetivo de todos os membros, independentemente do seu papel de professor ou investigador, e uma autenticidade e proximidade entre todos os participantes.

A confiança mútua, o diálogo como “instrumento de confronto de ideias e de construção de novas compreensões” (Boavida & Ponte, 2002, p. 49) e a negociação aberta entre os seus membros sobre o papel de cada um, são condições para a realização de um trabalho colaborativo e, conseqüentemente, de uma investigação verdadeiramente inserida no contexto profissional. A pertinência e qualidade dos dados obtidos dependem da quali-

dade da relação que se estabelece, do ambiente de crítica e autocrítica e da capacidade de distanciamento do professor da sua prática com vista a uma análise mais profunda da planificação e condução da aula (Serrazina, 1998). Este distanciamento é fundamental na aproximação entre a teoria (associada ao investigador) e a prática profissional dos professores. Este tipo de clima de trabalho colaborativo é moroso e de difícil concretização em grupos em que os membros não tenham uma afinidade entre si. A constituição de um grupo colaborativo passa por fases difíceis, como referem os autores do seguinte extrato:

O primeiro aspecto do balanço final que se revelou consensual foi a existência de um clima de colaboração envolvendo todos os elementos do grupo. Inicialmente, isso não parecia fácil atendendo à falta de hábito e à grande heterogeneidade do grupo. Esse ambiente foi sendo construído de forma lenta e progressiva e passou mesmo por fases difíceis em que vinham à superfície pequenos problemas com origem em diferentes modos de encarar os objetivos e o estilo do trabalho comum. (Canavarro & Abrantes, 1995, p. 291)

A constituição e desenvolvimento de um grupo de trabalho colaborativo envolve problemas e dificuldades aos investigadores por se tratar de “um processo dinâmico, criativo, mutável, onde por diversas vezes é preciso parar para pensar e, se necessário, reajustar o rumo” (Boavida & Ponte, 2002, p. 52), onde é necessário gerir a diferença ou complementaridade entre os objetivos do grupo e os objetivos pessoais dos membros, o entusiasmo ou passividade dos seus elementos na participação e no desenvolvimento do trabalho e a compreensão recíproca das características de cada um dos intervenientes através do diálogo partilhado. No entanto, a forma colaborativa de ligação entre os investigadores em educação e os professores parece ser um dos modos mais relevantes para um melhor conhecimento dos contextos profissionais e das perspetivas dos professores e para a compreensão e mudança das práticas dos profissionais envolvidos. Este tipo de metodologia colaborativa requer parceria e trabalho conjunto, ao longo do processo de investigação (Fiorentini, 2006), construindo novas formas de trabalho entre professores e investigadores.

Hargreaves (1998) sintetiza as características das culturas de colaboração decorrentes de relações de trabalho espontâneas, voluntárias, orientadas para o desenvolvimento profissional, difundidas no tempo e no espaço e imprevisíveis. Estas características são, para este autor, definidoras de um autêntico trabalho colaborativo, baseado na livre interação entre os professores. Em contraponto, o autor alerta para a artificialidade da colaboração

quando esta é regulada administrativamente, compulsiva, orientada para a implementação, fixa no tempo e no espaço e previsível.

A opção pelo desenvolvimento desta investigação, tendo por base a constituição de um grupo de trabalho colaborativo, formado pelo investigador e por três professoras do 1.º ciclo, com vista ao estudo da comunicação matemática em sala de aula, decorre do meu posicionamento metodológico e profissional. Contudo, a realidade dos contextos de investigação requer uma caracterização específica das relações de trabalho entre o investigador e as professoras.

O grupo de trabalho constituiu-se, por minha iniciativa, a partir da vontade comum de estudar a comunicação matemática em sala de aula, com total liberdade de participação das professoras, revelando espontaneidade e voluntariedade. As professoras e eu próprio assumimos, desde o primeiro momento, que a realização deste trabalho contribuiria para o desenvolvimento profissional de todos os participantes. Ao longo do trabalho de campo fui calendarizando as atividades de acordo com os ritmos individuais de trabalho de cada um de nós e do próprio progresso do estudo. Esta investigação, apesar do seu enquadramento académico, caracterizou-se pela constante construção e reconstrução das decisões tomadas em grupo com vista ao aprofundamento do conhecimento sobre a temática em estudo, revelando deste modo alguma imprevisibilidade sobre as tomadas de decisão e os resultados obtidos.

Atendendo ao exposto, o trabalho desenvolvido parece caracterizar-se como colaborativo. Contudo, as suas características resultantes do modelo académico de investigação, como a calendarização prévia das atividades, ao longo do trabalho de campo, fixadas no tempo e no espaço, e a orientação para o desenvolvimento da comunicação como interação social, introduziram algumas artificialidades capazes de desvirtuar a natureza específica do trabalho colaborativo. Deste modo, o trabalho desenvolvido ao longo desta investigação decorreu segundo os princípios de voluntariedade, com uma crescente implicação no projeto, e do desenvolvimento profissional, em conjugação com alguns dos procedimentos que resultam da natureza académica do trabalho de campo, tornando-o num *trabalho de natureza colaborativa*, enquadrado nos princípios básicos de mútuo respeito, confiança e valorização do trabalho de todos.

Plano de investigação e participantes no estudo

Nesta investigação trabalha-se com professoras do 1.º ciclo, num contexto de trabalho de natureza colaborativa, tendo em vista a recolha de dados referentes às concepções e práticas profissionais destas professoras no âmbito da comunicação matemática, com o objetivo de responder às questões de pesquisa definidas anteriormente, usando a modalidade de investigação de *estudo de caso*. Para contextualizar o estudo e caracterizar as concepções e práticas das professoras, optei por conceber uma estrutura de investigação que caracterizasse as professoras e as suas concepções e práticas de comunicação matemática em sala de aula do 1.º ciclo e desenvolvesse um trabalho sistemático de análise e reflexão dessas práticas, em ambiente de natureza colaborativa.

Deste modo, estruturei um trabalho de campo em torno da *inquirição*, através da realização de entrevistas *semiestruturadas* e encontros individuais, da *observação e participação* na sala de aula, com enfoque na comunicação, e da *colaboração* em encontros de trabalho com as professoras participantes no estudo, consubstanciada na reflexão sobre as suas práticas de comunicação. Na observação das aulas das docentes, idealizei que a minha postura de investigador deveria pautar-se inicialmente pela *observação descritiva* das aulas, de modo a interagir o mínimo possível com as dinâmicas de sala de aula e a familiarizar as professoras e os alunos com a minha presença, e, numa segunda etapa, a de *observação participada* assumindo o papel de colaborador com as docentes no ensino da matemática. O meu estatuto de investigador evoluiu assim, ao longo do tempo, de observador para participante, tomando mesmo a característica de parceiro especialista na construção de conhecimento profissional.

Nos encontros de natureza colaborativa procurei pautar a minha intervenção pela dinamização inicial, tentando alimentar a reflexão e discussão coletiva sobre as práticas de comunicação matemática em sala de aula, mesclada com a condição de especialista em matemática na clarificação de alguns conceitos e resoluções matemáticas. O trabalho de natureza colaborativa teve por objetivo base a análise de conceitos da investigação em comunicação matemática, a planificação de algumas tarefas matemáticas para a sala de aula e, na sua essência, a análise e reflexão sobre as práticas de comunicação do professor e dos alunos com vista à alteração dessas mesmas práticas na base do pressuposto teórico da comunicação matemática como interação social.

Para além do investigador, que se assume como participante e *instrumento* de recolha e análise de dados, ao pretender desenvolver um estudo no âmbito da comunicação no processo de ensino-aprendizagem da matemática na sala de aula do 1.º ciclo, optei pela formação de um grupo de trabalho de natureza colaborativa que, para além de mim próprio, contasse com a participação de um grupo de professores deste ciclo de ensino. A escolha dos docentes baseou-se numa *amostra deliberada* (Afonso, 2005) por *conveniência de proximidade relacional*. No paradigma interpretativo, privilegiam-se as amostras de tipo intencional, não probabilístico, por se pretender que os participantes no estudo possuam uma competência pertinente relativamente ao objeto de estudo e sejam capazes de a verbalizar (Savoie-Zajc, 2003). Assim, neste tipo de amostras pretende-se que os informantes tenham conhecimento e experiência sobre a temática em estudo, capacidade de reflexão, disponibilidade e disposição para participar na investigação.

Abordei a professora Alexandra, que tinha sido minha formanda na formação complementar, e posteriormente a referida professora convidou duas outras professoras da sua escola a integrar o grupo de trabalho de natureza colaborativa. A constituição deste grupo de trabalho teve por pressuposto o meu conhecimento pessoal sobre o trabalho e dinâmica profissional da professora Alexandra e a constituição de um grupo de professoras, oriundas de uma mesma escola, com proximidade relacional, como modo de facilitar as interações entre as professoras e entre elas e eu próprio, e o interesse pela temática em estudo.

Assim tomou forma um grupo de natureza colaborativa constituído por mim e pelas professoras Alexandra, Carolina e Laura (nomes fictícios), de uma escola básica de 1.º ciclo do ensino público da cidade de Portimão, distrito de Faro, zona de influência geográfica do meu local de trabalho, a Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve. As três docentes conheciam-se entre si, por pertencerem à mesma escola e partilharem experiências, e tinham, no início do estudo, doze ou mais anos de serviço docente no 1.º ciclo do ensino básico.

Estes casos singulares, para além de se representarem a si próprios, representam a profissão de professora do 1.º ciclo, que se manifesta nas suas conceções e práticas educacionais. Assim, será possível reconhecer regularidades e especificidades nos modos de ação profissional destas professoras com características institucionais similares, mas com experiências e características profissionais e pessoais distintas.

Recolha de dados

Nesta investigação, os dados recolhidos sobre a forma de palavras, números, sons ou imagens proveem de entrevistas com as professoras, de observação de episódios de aula de matemática e de encontros de trabalho de natureza colaborativa com as docentes. Na recolha de dados, utilizei essencialmente a técnica de *observação e participação*, complementada com a *inquirição*, através da realização de entrevistas e encontros individuais, e com a *colaboração*, em encontros de trabalho com as professoras participantes no estudo.

A opção pela técnica de *observação participante*, complementada com dados verbais, nos contextos educativos resultou, em consonância com as questões de pesquisa, do interesse do investigador no significado e nas interpretações sobre as ações e as interações dos sujeitos, encaradas na ótica dos professores participantes. As aulas *observadas* foram registadas em áudio e vídeo, complementadas por algumas notas de campo e escritos dos alunos, e as entrevistas e encontros de natureza colaborativa (individuais e coletivas) foram registados em áudio. A minha participação nas aulas foi autorizada pela instituição escolar e pelos encarregados de educação e negociada com as professoras de modo a que durante as aulas observadas estivessem previstas atividades de matemática, com incidência na comunicação matemática.

A caracterização da minha participação em sala de aula pode ser denominada de *observação participante* ou, atendendo à especificidade da minha formação profissional, de *observação participada* (Estrela, 1994), pelo facto de não participar na vida da sala de aula na condição de *sujeito participante*, mas assumindo sempre o *estatuto* de professor especialista em matemática, em contexto de sala de aula do 1.º ciclo, trabalhando em parceria com as professoras deste nível de ensino. Apesar da minha atual familiaridade com as situações educativas neste ciclo de ensino, a minha presença nunca foi dissimulada em relação aos alunos ou às professoras, nem distanciada como um observador exterior, doseando assim a familiaridade com os contextos educacionais e o distanciamento experiencial do investigador (Afonso, 2005). Como nos refere Estrela (1994):

A *observação participada* corresponde a uma observação em que o observador poderá participar, de algum modo, na actividade do observado, mas sem deixar de representar o seu papel de observador e, consequentemente, sem perder o respectivo estatuto (p. 35).

O autor refere ainda que este tipo de observação se orienta para “a observação de fenômenos, tarefas ou situações específicas, nas quais o observado se encontra centrado” (Estrela, 1994, p. 35), sendo igualmente uma técnica de recolha qualitativa, centrada na interpretação de fenômenos, a partir das significações dos participantes. A minha atitude de *observador* e *participante* em sala de aula, na interação com os alunos, no diálogo com as professoras a propósito de acontecimentos momentâneos e no apoio às docentes no decorrer das atividades, resultou do crescente clima de cumplicidade e familiaridade que se foi gerando ao longo da investigação e do trabalho de natureza colaborativa desencadeado com as professoras envolvidas no estudo.

Nestas situações de interação com as professoras e os alunos, apesar da crescente cumplicidade e confiança entre todos, o meu papel de professor e investigador de matemática esteve sempre presente, em parte devido à particularidade profissional das professoras – monodocência das áreas de estudo do 1.º ciclo do ensino básico, em contraponto com as características profissionais específicas do investigador, professor de matemática. Esta especificidade esteve naturalmente presente para os alunos e para as professoras, desde logo porque todo o trabalho de campo decorreu com base em momentos de aula em que as temáticas estudadas se enquadram na área científica da matemática.

Como salienta Costa (2005), a presença do investigador no terreno gera sempre novas relações sociais e de interação, veículo da informação nos processos de investigação, entre o observador e os observados, que se vão ajustando e reorganizando ao longo do prolongamento do trabalho de campo, reorganizando de certo modo o próprio contexto social com a presença do investigador. Neste sentido, a minha participação em sala de aula gerou novas dinâmicas para os alunos, ao assumirem a presença de um professor especialista em matemática, e para a professora, ao assumir a possibilidade de poder questionar a sua ação em ato, dialogando com o investigador durante a própria ação educativa.

As aulas *observadas* foram calendarizadas de acordo com as dinâmicas individuais das professoras, integradas nas atividades correntes das respetivas turmas de alunos e com o decorrer do trabalho de campo, num total de catorze aulas por cada uma das professoras, entre janeiro de 2007 e dezembro de 2008. Esta calendarização ocorria nos encontros de trabalho de natureza colaborativa e pressupunha o desenvolvimento do trabalho de investigação sobre a comunicação matemática em sala de aula. As professoras assumi-

ram desde do início total liberdade de planificação das tarefas matemáticas a implementar em sala de aula, tendo apenas por condicionante a intenção de trabalhar a comunicação matemática com os alunos.

A recolha de dados por *observação participante* ou *participada continuada*, no contexto qualitativo, visa o acervo de informação sobre uma situação social particular num dado espaço físico e ao longo de um delimitado espaço temporal que identifique o sentido dos atos e acontecimentos observados. Neste contexto, a recolha de dados é usualmente complementada com outros tipos de abordagens como entrevistas com os participantes e diálogo ou discussão de grupo (Costa, 2005; Fiorentini & Lorenzato, 2006; Laperrière, 2003). Neste estudo, optei, complementarmente, por realizar entrevistas *semiestruturadas*, com cada uma das três professoras, respetivamente no início (dezembro 2006) e no final (fevereiro 2009) do trabalho de campo desta investigação, e dinamizar encontros de trabalho de natureza colaborativa com as três professoras, individualmente e coletivamente, em que se refletiu e dialogou sobre as situações de sala de aula, com vista à compreensão dos processos de comunicação matemática.

As entrevistas *semiestruturadas* consistiram numa interação verbal, em situação de face a face, com direção flexível entre mim e cada uma das professoras, resultando numa narração de experiências vividas, tendo em conta a explicitação e compreensão do universo do entrevistado. As entrevistas *semiestruturadas* foram conduzidas a partir de um guião orientador, na tentativa de compreender o máximo possível o comportamento complexo e os significados construídos pelas docentes. Nestas entrevistas, tentei manter um equilíbrio permanente entre o desenrolar da entrevista, não coartando a palavra ao entrevistado e acrescentando questões clarificadoras, e o guião, retomando as questões previstas, com vista à clarificação de aspetos referentes às temáticas em estudo.

A estrutura do *guião da entrevista semiestruturada inicial* (Anexo 1) teve em conta a caracterização pessoal e profissional da professora e assentou nas temáticas resultantes das questões de pesquisa desta investigação. Nomeadamente, após a indicação de dados de natureza pessoal, o guião está organizado em quatro partes. A primeira parte pretende caracterizar o percurso de formação académica da professora. A segunda parte refere-se ao percurso e atividade profissional da docente salientando as diferentes etapas profissionais e os momentos de relevante significado para a professora. A terceira parte resulta da temática em estudo, realçando os aspetos relativos às práticas de comunicação

matemática em sala de aula. A última parte aborda as próprias expectativas da professora sobre o desenvolvimento desta investigação.

Como refere Savoie-Zajc (2003), “a entrevista consiste numa interação verbal entre pessoas que se envolvem voluntariamente em igualdade de relação, a fim de partilharem um saber experienciado e isto para melhor compreender um fenómeno de interesse para as pessoas implicadas” (p. 281). A característica de partilha do saber experienciado parece ter estado presente nas duas entrevistas, tendo contudo uma maior presença na *entrevista semiestruturada final*, por decorrer após o trabalho desenvolvido em comum por mim e pelas professoras e por resultar também da análise dos dados anteriormente recolhidos.

A construção do guião da *entrevista semiestruturada final* resultou da análise de todos os dados recolhidos anteriormente de modo a ser possível complementar informação com vista à análise sistemática dos dados e construção dos casos. Este procedimento é referido por Costa (2005) ao realçar que os métodos intensivos de campo implicam que “à medida que a recolha de informação se vai processando através de desencadeamento integrado das ações de pesquisa, o investigador esteja permanentemente a proceder a uma classificação e a uma interpretação dos dados” (p. 144).

O *guião da entrevista semiestruturada final* (Anexo 2) está estruturado em duas partes. A primeira parte resulta da temática em estudo, nomeadamente sobre as conceções e práticas de comunicação matemática com incidência no trabalho desenvolvido ao longo do trabalho de campo. A segunda parte corresponde à análise da metodologia do trabalho de natureza colaborativa com vista ao reconhecimento das mais-valias que as professoras encontraram nesta modalidade de trabalho. Durante a realização desta entrevista, cada professora visionou dois episódios contrastantes de sala de aula recolhidos durante as suas práticas, em momentos distintos do trabalho de natureza colaborativa.

O procedimento de análise constante foi sendo realizado ao longo de todo o trabalho de campo, originando algum material que serviu de base à reflexão das professoras e à construção do documento orientador utilizado na realização do segundo encontro individual entre o investigador e cada uma das professoras. Estes encontros tiveram a estrutura de diálogo ou entrevista informal, tendo em vista a revelação de experiências pessoais, no decorrer da investigação, e das expectativas individuais de cada uma das professoras sobre o trabalho a desenvolver em termos futuros.

O primeiro encontro realizou-se em janeiro de 2008 em formato de conversa informal, tendo por objetivo um maior envolvimento individual das professoras no projeto de investigação, com base no visionamento de extratos fílmicos de três aulas anteriormente observadas. O segundo encontro ocorreu em abril e maio de 2008, tendo por base um documento individual produzido por mim e entregue a cada uma das professoras, resultante da análise dos dados anteriormente recolhidos, caracterizadores das suas práticas, complementado por um conjunto de questões (Anexo 3 – *Carolina*). Estes documentos foram estruturados em quatro domínios da atividade docente: tarefas/atividades, o papel do professor, o papel dos alunos e o trabalho com investigador e professores. Em cada um destes pontos tentei caracterizar as práticas de cada uma das professoras, atendendo aos dados anteriormente recolhidos, tendo por base um conjunto de constatações que pudessem originar um diálogo ou conversa reflexiva a propósito das práticas profissionais da professora.

Esta prática de análise constante foi igualmente produzindo material empírico de apoio à produção de comunicações, em encontros e congressos nacionais e internacionais, resultantes do desenvolvimento do trabalho de investigação (Guerreiro, 2008a, 2008b, 2009a, 2009b, 2010a, 2010b, 2010c, 2010d, 2011a, 2011b, 2011c; Guerreiro & Serrazina, 2009, 2011). Contudo, a construção dos casos requer uma análise profunda e sistemática (Costa, 2005) dos dados recolhidos, de acordo com os procedimentos que serão explicitados neste capítulo, aquando da referência à análise de dados.

Ao longo do trabalho de campo realizaram-se onze encontros de trabalho de natureza colaborativa entre fevereiro de 2007 e fevereiro de 2009. Estes encontros tiveram estruturas flexivas, contudo pautaram-se pela sequencialidade em relação à observação e participação do investigador nas aulas. Neles, refletiu-se sobre as práticas de comunicação das professoras e dos alunos em sala de aula, por vezes com apoio de excertos dos registos vídeo das aulas observadas anteriormente ou de transcrições de episódios de sala de aula. A utilização das imagens fílmicas tentou fomentar uma maior reflexividade nos comentários e discussões produzidas pelas professoras e por mim durante os encontros de natureza colaborativa.

Estes encontros foram integralmente gravados em áudio como forma de possibilitar a minha participação ativa no debate, evitando as limitações inerentes à preocupação do registo pormenorizado dos diálogos ocorridos. Assim, um dos problemas surgidos,

aquando da transcrição e interpretação destes encontros, refere-se à sobreposição de intervenções e à identificação dos intervenientes, facilitada pelos diferentes timbres de voz dos participantes no estudo.

A multiplicidade de instrumentos de recolha de dados não decorreu da utilização da triangulação dos dados, como meio de validação dos significados expressos, mas da necessidade de clarificar sentidos, complementar o significado da informação recolhida e identificar diferentes modos de ver os acontecimentos (Stake, 2000), reforçando ou questionando as interpretações construídas ao longo do estudo, com vista à elaboração dos *casos*.

Análise de dados

A prática de análise constante, referida anteriormente, não dispensa uma análise profunda e sistemática de todos os dados referentes a cada um dos casos. Neste sentido, vou apresentar as linhas orientadoras de ação respeitante à descrição, análise e interpretação dos dados com vista à apresentação dos estudos de caso e à produção de um texto interpretativo que explicita os “significados da acção dos atores sociais, nos contextos específicos abrangidos pelo estudo” (Afonso, 2005, pp. 64-65).

A predominância do *registo interpretativo* nos estudos de caso não invalida a utilização de textos descritivos e analíticos, nomeadamente na organização cronológica dos dados referentes ao processo de investigação e na identificação de aspetos essenciais da situação em estudo. Deste modo, privilegio uma abordagem interpretativa centrada na produção de textos argumentativos que atribuam sentidos novos aos factos, situações e discursos dos participantes (Afonso, 2005), complementados com descrições e análises. No processo de construção e consolidação dos casos, optei por situar cronologicamente os dados com vista à explicitação dos momentos de recolha e do desenvolvimento do próprio processo de ensino-aprendizagem e de investigação. Esta opção por descrever os dados, através da sua datação, emerge do propósito da análise evolutiva das questões de pesquisa e da localização dos dados no contexto do trabalho de campo.

Assim, em cada um dos casos, as intervenções e reflexões das professoras e os episódios de sala de aula estarão temporalmente localizados e enquadrados no contexto da investigação, com a referência da data de recolha de dados e do contexto educacional ou

de investigação [ano mês _ tipo de situação (entrevista, aula _ ano de escolaridade, encontro, encontro colaborativo ou encontro coletivo)], integrados na datação global do trabalho de campo (Anexo 4), complementados com uma descrição sucinta sobre o enquadramento da fala da professora ou do episódio de sala de aula. Estas descrições cronológicas e de contexto inserem-se assim no processo interpretativo dos dados como uma referência indispensável ao entendimento da evolução das conceções e das práticas de comunicação das professoras participantes no estudo.

Os procedimentos de análise dos dados envolvem diferentes fases até à construção do texto interpretativo que corporiza o caso. O principal objetivo deste processo é reduzir o volume significativo de dados, provenientes do trabalho de campo, num conjunto de dados substancialmente menor, referenciáveis na escrita do caso. Esta seleção de dados deve atender à complexidade dos fenómenos e dos contextos, incorporando o sentido da plenitude da informação recolhida, através das referências significativas dos dados, sem falhas nem sobreposições, que possam reconstruir as vivências, relativas ao fenómeno estudado, dos participantes na investigação (Goetz & LeCompte, 1984).

A partir do problema em estudo e das questões de pesquisa, o investigador deve examinar cuidadosamente (*scanning*), numa primeira vez, todos os dados, organizando-os através da criação de um dispositivo que facilite repetidas consultas. Esta primeira organização dos dados identifica primitivas situações discrepantes e padrões e regularidades que são transformados em grandes categorias e, subsequentemente, em itens relativos à temática em estudo (Goetz & LeCompte, 1984).

Com este objetivo, adotei um esquema organizativo dos dados, com a indicação global do tipo de situação (entrevista, aula, encontro, encontro colaborativo ou encontro coletivo), dos intervenientes, da data de recolha, do tipo de registo e do assunto da ação educativa ou da investigação. Neste mesmo documento pormenorizei o tempo de registo áudio ou vídeo, a denominação do assunto ou temática do excerto, acompanhado de comentários, e a relação com as questões de pesquisa da investigação (Anexo 5 – organização dos dados – entrevista _ *Laura*, aula _ *Alexandra* e encontro colaborativo).

A partir desta organização de todos os dados, referentes a cada um dos casos, emergem padrões com vista à estabilização de categorias relevantes inerentes às temáticas resultantes das questões de pesquisa. Como Goetz e LeCompte (1984) referem, este processo é análogo à construção de um puzzle. Numa primeira fase, o executor constrói a moldu-

ra do puzzle e isola as peças com as mesmas tonalidades. Na fase seguinte, dá sentido a cada um dos conjuntos de peças, formando partes do puzzle. Na última fase, inter-relaciona as diferentes partes numa lógica de unidade de construção. É com este sentido que organizarei os dados, concentrado nas suas conexões, falhas e sobreposições.

Com este processo de organização inicial dos dados, identificarei as categorias de significação, isolando segmentos representativos do seu sentido sem duplicação de dados, eliminando os segmentos menos relevantes ou com o mesmo significado. A partir desta primeira seleção parece ser possível identificar os extratos que sejam mais significativos e que ilustrem melhor as perspetivas dos participantes sobre o fenómeno em estudo. A redução significativa dos dados permite também comparar as diferentes categorias e os diferentes sentidos com o objetivo de clarificar algumas sobreposições e delimitar os seus significados.

Assim, seleciona-se um conjunto de episódios verbais, provenientes das aulas ou das intervenções e reflexões das professoras, que facilitem a delineação das categorias e subcategorias de significação, bem como a explanação narrativa do *caso*, agrupando os segmentos similares. Os extratos significativos serão desta forma selecionados e só após transcritos para registo escrito, complementados com informações detalhadas sobre a sua localização temporal e contextual na investigação. Assim, transcreve-se apenas os excertos passíveis de figurar no texto dos *casos* e em acordo com a natureza da investigação. Esta seleção cuidadosa dos excertos origina um constante retorno à examinação cuidadosa dos materiais originais, sejam eles registos escritos, áudio ou fílmicos.

O facto de os dados serem transcritos de um registo oral para um registo escrito origina, por si só, a impossibilidade de transcrição exata. Daí a opção pela transcrição dos episódios significativos, depurados de digressões ou partes que não tenham ligação com o próprio episódio, de modo a facilitar a coerência do texto escrito. As transcrições usadas na escrita dos *casos* são objeto de sistemática comparação com o registo verbal original com vista à garantia de exatidão dos registos. Com o objetivo de tornar mais explícita a natureza do trabalho de campo desenvolvido nos encontros de natureza colaborativa, optei por isolar a análise dos dados relativos aos encontros coletivos entre mim e as professoras, originando um produto independente dos *casos* mas inter-relacionado com eles. O texto integral da análise de dados dos encontros, ratificado pelas professoras

participantes, num encontro realizado após a redação de todos os casos, em julho de 2011, foi complementado com a informação referente à respetiva validação dos casos.

A seleção dos dados, transcritos para o texto dos casos, resulta assim de uma análise profunda e sistematizada de todos os dados recolhidos. Nesta perspetiva, a redução dos dados não obedece a um esquema predefinido de hipóteses, de categorias ou de enquadramento temático, mas respeita os propósitos desta investigação, ao evidenciar os extratos que dão forma às categorias e subcategorias de significação, e identificam as suas especificidades e padrões. Estas categorias e subcategorias *emergem* dos dados enquadrados na temática estudada e na revisão teórica apresentada, mediante um processo interpretativo, caracterizando a temática em estudo, sem a restringir a um quadro teórico predefinido ou a uma categorização rígida e previamente estabelecida, e analisando o próprio processo de investigação (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Goetz & LeCompte, 1984).

Na construção dos *casos* utilizo os dados transcritos e provenientes das aulas e das intervenções das professoras, minimizando as minhas interpretações, enquadramentos e justificações, de modo a não só valorizar o sentido de autenticidade do discurso dos participantes como também de proporcionar evidências na defesa da argumentação produzida por mim próprio. A ratificação dos casos, respetivamente por parte das professoras participantes, tendo em vista o reforço da validação dos significados expressos nas descrições e interpretações do texto de cada um dos casos e a consolidação do processo interpretativo, tem dois objetivos complementares: a clarificação do significado da informação recolhida; e a possível identificação de significados complementares ou alternativos (Afonso, 2005).

A partir da construção dos *casos* dos encontros e de cada uma das professoras, sintetizados mas suficientemente detalhados, e da sua ratificação pelas professoras participantes no estudo, tentarei extrair algumas linhas de força resultantes da análise de dados, numa lógica de construção do conhecimento pela comparação de cada *caso* com os outros *casos* (Stake, 2000). Nesta reflexão e *meta análise* proponho-me testar as interpretações, expressas nos casos, através da identificação de padrões comuns, de singularidades e contradições e de explicações alternativas, assumindo também a condição de investigador e *leitor crítico* dos *casos*.

Neste sentido, pretendo apresentar um quadro geral de enquadramento temático, salientando os aspetos inerentes à problemática em estudo, que enfatizem os contributos destes casos na construção do conhecimento sobre a comunicação matemática em sala de aula do 1.º ciclo. Este texto interpretativo não objetiva a confirmação ou infirmação de hipóteses de investigação nem conduz a generalizações ou recomendações para a ação universalmente aplicáveis, mas assume a descrição e discussão de diferentes possibilidades de interpretação da situação educativa numa lógica de compreensão global da problemática em estudo.

Capítulo 5

Encontros de natureza colaborativa

Os encontros de natureza colaborativa entre as três professoras do 1.º ciclo do ensino básico – Alexandra, Carolina e Laura – e eu próprio, na qualidade de investigador, decorreram ao longo de todo o trabalho de campo. Neste capítulo, sintetizo as análises, reflexões e propostas de ação, referentes às temáticas estudadas, efetuadas nos encontros de natureza colaborativa. Descrevo sucintamente os encontros realizados e analiso os dados, sempre que possível numa sequência cronológica, enquadrando-os nas temáticas em estudo: concepções das professoras sobre comunicação matemática; práticas de comunicação das professoras na sala de aula; padrões de interação e negociação de significados; e colaboração, reflexão e prática.

Apresentação global dos encontros

O primeiro encontro de natureza colaborativa ocorreu no início de fevereiro de 2007, após a realização da entrevista inicial a cada uma das professoras e a observação do primeiro conjunto de três aulas. A transcrição das aulas observadas foi antecipadamente enviada às professoras. Neste primeiro encontro, Alexandra partilhou comigo o domínio das intervenções discursivas, exemplificando cada opinião com as suas experiências profissionais, a partir das questões decorrentes das aulas transcritas. Laura e Carolina manifestaram concordância com a opinião da sua colega participando espaçadamente ao longo deste encontro.

No segundo encontro de natureza colaborativa, realizado em maio de 2007, a discussão decorreu em torno das perspectivas atuais sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. O debate entre os participantes incidiu no tipo de tarefas realizadas em sala de aula e no seu enquadramento curricular. Neste encontro escolheu-se a tarefa matemática dos *painéis retangulares*, proposta por Alexandra, para aplicar em todas as turmas e planificou-se a sua adequação aos diferentes anos de escolaridade.

No terceiro encontro de natureza colaborativa, realizado no início de outubro de 2007, analisaram-se as práticas de comunicação das professoras, através das transcrições das aulas entretanto ocorridas, e discutiram-se algumas estratégias educacionais, tendo em vista uma maior interação comunicativa na sala de aula: (i) a limitação das indicações aos alunos, nomeadamente em relação à validação prévia das atividades e ao condicionamento das estratégias; (ii) o aumento significativo da fase de apresentação e discussão das atividades realizadas pelos alunos; e (iii) a tentativa de ouvir mais os alunos, valorizando as suas intervenções. Estas estratégias de intervenção resultaram de um assumir da relevância dos conhecimentos pessoais e individuais dos alunos na construção do conhecimento matemático. A maior participação das docentes neste encontro e o aprofundamento do nível de análise das aulas resultaram de um clima de crescente confiança entre os intervenientes.

No quarto encontro de natureza colaborativa, realizado imediatamente após um novo conjunto de aulas, em meados de outubro, as professoras visionaram parte das imagens recolhidas e expressaram a sua opinião sobre as aulas e as atitudes das docentes e dos alunos. Este visionamento permitiu uma maior consciência sobre a centralidade do discurso da professora e a predominância das interações entre os alunos e a docente, em contraponto com a inexistência de interações entre os alunos no grupo turma. As análises, discussões e reflexões decorreram das tentativas de evitar a validação das atividades antes da apresentação das estratégias de resolução e dos resultados matemáticos e de valorizar a comunicação e as interações entre os alunos. As professoras realçaram positivamente as minhas ocasionais intervenções em sala de aula como um dos modos de colaboração neste estudo sobre a comunicação matemática.

O quinto encontro de natureza colaborativa ocorreu após a observação e participação em duas novas aulas de cada uma das professoras, em novembro de 2007. Nestas aulas, as docentes tentaram promover as interações comunicativas entre os alunos no grupo tur-

ma. Neste sentido, o tempo destinado ao trabalho autónomo em grupo diminuiu substancialmente, valorizando-se o espaço de apresentação e discussão das atividades matemáticas dos alunos em turma. Nesta fase, as professoras estavam a ensaiar as primeiras estratégias com vista a uma maior interação entre os alunos. O debate focou-se nos primeiros sinais de interação entre os alunos e na similitude das intervenções destes em relação às usualmente protagonizadas pelas professoras.

No início de 2008, reuni em separado com cada uma das professoras com o objetivo de visionarmos episódios das últimas três aulas e discutirmos algumas das situações comunicativas e de aprendizagem dos alunos. Os episódios de sala de aula foram visionados e comentados por mim e por cada uma das professoras, tendo em vista a reflexão sobre alguns dos aspetos anteriormente referidos e algumas práticas de comunicação na sala de aula. Os dados destes encontros individuais estão integrados no texto interpretativo dos casos protagonizados pelas três professoras.

Ainda, antes da participação e observação de novas aulas, reuni com as professoras num encontro de trabalho de natureza colaborativa com vista à discussão sobre os modos de comunicação e os padrões de interação entre os professores e os alunos, referidos na literatura, em janeiro de 2008. Neste encontro, apesar da opção pela autonomia das professoras na escolha das tarefas matemáticas a propor aos seus alunos, discutiu-se matematicamente um conjunto de tarefas, fornecidas por mim, relacionadas com os temas matemáticos a lecionar nas aulas seguintes: multiplicação, racionais e medidas de comprimento e área. Reforçaram-se os objetivos anteriormente definidos de clarificação dos enunciados das tarefas matemáticas e a necessidade de ouvir os alunos com vista à integração dos seus raciocínios e das suas ideias e estratégias matemáticas no discurso de sala de aula.

O sétimo encontro de natureza colaborativa ocorreu após a observação e participação numa nova aula de cada uma das docentes, em fevereiro de 2008. Neste encontro, suportado por episódios fílmicos das aulas anteriores, analisaram-se as interações entre a professora e os alunos na apresentação das tarefas matemáticas. Para além da análise das interpretações dos alunos sobre as tarefas propostas, analisaram-se também as apresentações das atividades desenvolvidas e a interação entre eles.

Ocasionalmente, detetou-se que a professora Carolina não se posicionava regularmente junto ao quadro negro de sala de aula, em parte devido à configuração arquitetónica do

referido espaço. A deslocalização da docente, para o lado oposto ao quadro, parece ter proporcionado uma maior interação entre os alunos nos momentos de apresentação das tarefas matemáticas. As outras docentes assumiram pessoalmente, como estratégia de promoção da interação entre os alunos, a sua deslocalização na sala de aula.

Entre abril e maio de 2008, reuni individualmente com cada uma das professoras, tendo por base um documento elaborado por mim de análise global das aulas e das interações de cada uma das professoras com os seus alunos. Nestes encontros clarificaram-se alguns aspetos, caracterizaram-se as interações em sala de aula e perspetivaram-se estratégias de atuação para as aulas seguintes. Os dados destes encontros individuais estão integrados no texto interpretativo dos casos protagonizados pelas três professoras.

No início de junho de 2008, ocorreu o oitavo encontro de natureza colaborativa. Neste encontro clarifiquei alguns aspetos do conhecimento matemático sobre o conceito de figuras geometricamente iguais, semelhantes e equivalentes. Realizou-se um balanço sobre a evolução das estratégias desenvolvidas pelas docentes ao longo do ano letivo. Programou-se a observação e participação numa nova aula de cada uma das professoras em que se tentaria reforçar uma das estratégias consideradas como menos conseguidas ou menos trabalhadas nas aulas anteriores. Particularmente, as professoras optaram por envolver-se em atividades raramente desenvolvidas como as tarefas relacionadas com a escrita matemática.

No início do ano letivo seguinte e após a observação e participação num conjunto de três aulas, decorreu o nono encontro de natureza colaborativa, em outubro de 2008. Este encontro foi inicialmente concebido como término destas atividades. Contudo, por sugestão das professoras participantes, decidiu-se alargar o trabalho de natureza colaborativa com a realização de novos encontros e a participação e observação de aulas com incidência na comunicação matemática como capacidade transversal do novo programa de matemática do ensino básico. Neste encontro analisaram-se alguns sucessos e retrocessos em relação ao trabalho anterior, com base no visionamento de episódios ocorridos nas aulas observadas nesse mesmo mês. Tentou-se ainda caracterizar o dia-a-dia profissional de cada uma das professoras, particularmente em relação às mudanças assumidas pessoalmente no âmbito da comunicação matemática.

No mês seguinte, em novembro de 2008, realizou-se o décimo encontro de natureza colaborativa. Este serviu para, entre todos, analisarmos o programa de matemática do

ensino básico, recentemente publicado, em relação aos objetivos gerais e específicos e às indicações metodológicas sobre a comunicação matemática. As professoras constataram que muitos dos aspetos referenciados no programa sobre esta capacidade transversal estão em consonância com o trabalho desenvolvido em sala de aula, particularmente nas indicações metodológicas referentes ao papel do professor na valorização das interações entre os alunos. Explicitarei matematicamente alguns dos tópicos e subtópicos matemáticos referenciados no novo programa, particularmente nos temas da geometria e da organização e tratamento de dados.

Após a observação e participação em duas aulas de cada uma das docentes, ocorreu o último encontro de natureza colaborativa, em fevereiro de 2009, dois anos depois da realização do primeiro encontro. Efetuou-se uma reflexão global sobre todo o trabalho desenvolvido, atendendo à evolução dos alunos e das docentes. A participação de todos os intervenientes foi progressivamente mais equilibrada como resultado da crescente confiança e à-vontade entre todos na partilha de experiências pessoais e profissionais. Esta mudança foi comentada no último encontro:

Investigador: – De início só falávamos entre os dois. Falávamos, falávamos.

Alexandra: – Não fui eu que mudei, foram elas.

Investigador: – Elas não falavam e agora falam.

Alexandra: – Não fui eu que mudei, foram elas.

Carolina: – Tu falavas tanto que não nos davas oportunidade.

Alexandra: – Não, não, elas estavam mais caladas, depois começaram a falar e é lógico que eu fui... Estávamos numa entrevista... Ninguém me peça para falar que eu falo sozinha. Era para falar... Elas foram intervindo e eu fui diminuindo.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

O trabalho de campo encerrou-se com a realização de entrevista final a cada uma das professoras envolvidas no estudo, neste mesmo mês de fevereiro de 2009. Posteriormente, em julho de 2011, realizei um encontro com as três professoras onde procedi à análise da escrita deste capítulo e dos respetivos *casos* de cada uma das professoras participantes no estudo.

Os encontros de natureza colaborativa proporcionaram uma crescente confiança e à-vontade entre todos e motivaram importantes momentos de análise e reflexão sobre as práticas de sala de aulas. Paralelamente, fomentaram alguns momentos de clarificação

de conceitos matemáticos lecionados pelas docentes, configurando um reforço do seu conhecimento matemático. Em relação à temática estudada da comunicação matemática, os encontros serviram para diagnosticar as práticas de sala de aula e partilhar conhecimentos, perspectivas e angústias. A maior incomodidade sentida por mim, no duplo papel de investigador e de docente do ensino superior, resultou da inevitável diferenciação de papéis. As professoras sempre me assumiram como alguém com maior conhecimento científico e com respostas para os seus (delas) dilemas e preocupações em relação às aprendizagens dos alunos. Contudo, com o desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa, esta diferenciação de papéis foi-se atenuando e as professoras foram assumindo por elas próprias algumas estratégias de atuação com vista ao desenvolvimento da comunicação matemática.

Conceções partilhadas nos encontros

As conceções partilhadas nos encontros de natureza colaborativa remetem-nos para uma importante ligação entre as práticas de comunicação e as conceções sobre a comunicação e a aprendizagem. Particularmente, nas conceções sobre a aprendizagem, o papel do discurso do professor e dos alunos e o papel dos alunos como ouvintes e recetores é salientado pelas docentes numa perspectiva de aprendizagem como sinónimo de aquisição e memorização dos conhecimentos e procedimentos matemáticos.

Conceções das professoras sobre comunicação matemática. No início do trabalho de natureza colaborativa, a comunicação surgiu associada à linguagem, configurando assim uma associação da comunicação matemática à utilização dos termos e conceitos específicos desta área de conhecimento: “Eles [os alunos] em termos matemáticos utilizaram a terminologia adequada, portanto não posso dizer que não houve comunicação” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

Esta ênfase na linguagem, após discussão sobre a interação entre os alunos e a professora, foi complementada com a verbalização dos processos matemáticos utilizados pelos alunos: “Não é só utilizar terminologias, conceitos e terminologias relativos à matemática, é transmitir o raciocínio lógico que levou à resolução de qualquer situação, quer seja uma investigação, quer seja um problema” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

Esta perspectiva sobre a comunicação é partilhada pelas outras docentes – “Não vale a pena repetir, estamos na mesma linha” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina] –, assumindo esta relação entre a comunicação, o raciocínio e a linguagem matemática, as características de representação social sobre a comunicação matemática em sala de aula. Ao longo dos encontros de natureza colaborativa, as concepções das professoras sobre comunicação não foram explicitadas nas discussões em grupo, para além das características inicialmente referenciadas. Assume-se assim a representação social da concepção da comunicação matemática como utilização da linguagem específica desta área de conhecimento.

Concepções das professoras sobre aprendizagem da matemática. As concepções sobre a aprendizagem matemática surgem por vezes explicitamente no discurso das professoras, denotando também uma certa cultura escolar sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. Um dos aspetos centrais destas concepções parece resultar de um ensino baseado em procedimentos matemáticos condicionados pela *pressão social* dos pais nos contextos de aprendizagem, apesar das alterações curriculares e de novas práticas em sala de aula.

A propósito da dificuldade dos alunos exporem os seus raciocínios para além da apresentação dos cálculos efetuados, abordou-se a questão do ensino algorítmico e não algorítmico das operações aritméticas. Como prática corrente nas salas de aula parece ocorrer uma combinação dos dois processos com incidência nos processos algorítmicos: “Devem saber fazer com e sem [algoritmo]” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Alexandra descreve como ensinou a multiplicar por decomposição de um dos fatores em parcelas, realçando que “nunca fiz assim, é a primeira vez que estou a fazer” [*idem*]. Contudo, apesar de todo um processo gradual de construção do algoritmo multiplicativo, os alunos “assim que conseguiram e que perceberam como é que era o algoritmo, acabou. Nunca mais nenhum se lembrou de fazer vezes dez mais vezes dez... Mais nenhum, acabou” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra].

As professoras não encontraram explicação para o abandono das estratégias de cálculos não algorítmicas e a centralidade dos algoritmos nos processos de cálculo, especialmente dos alunos do 4.º ano. As docentes interrogaram-se sobre esta situação, testemunhando que mesmo dizendo repetidamente que para “multiplicar por dez, por cem e por mil não é necessário o algoritmo, (...) na prova de aferição estava tudo a fazer o algoritmo.

(...) Porque será? Não faço ideia” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Laura]. Alexandra interroga-se sobre a situação particular dos seus alunos, salientando que “tinha a noção que era eu que os levava para isso [cálculo exclusivamente algorítmico] em grupos anteriores. E por isso alterei a forma como transmitia as coisas e o resultado foi igual” [2008 junho _ encontro colaborativo].

O ensino de outras estratégias de cálculo para além das algorítmicas é interrogado por Laura ao questionar o papel dos pais em relação ao acompanhamento dos alunos e ao condicionamento das práticas dos docentes. Na sua perspetiva, o principal dilema dos pais resulta da incapacidade destes de ensinar os filhos segundo os currículos atuais: “Não consigo fazer nem consigo ajudar-te, não consigo” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo]. Este condicionamento por parte dos pais parece apresentar características sociais e regular alguns dos procedimentos dos professores: “E o seu colega não está a fazer assim nem a sua colega e eles já deram isto e aquilo...” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Laura].

Contudo, a pressão social existente no 1.º ciclo parece restringir-se ao conhecimento das operações fundamentais, descurando todos os outros *novos* conteúdos existentes nos programas de matemática: “Eu, quando andei na escola, não aprendi nada disto [padrões]” [2007 maio _ encontro colaborativo _ Carolina]. Esta abordagem dos tempos escolares das professoras, do investigador e dos pais dos alunos é equacionada como uma aprendizagem baseada em vocações naturais, gostos pessoais e na memorização de procedimentos, em que a generalidade dos alunos “decorava, não percebia” [2007 maio _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Parece existir assim uma forte conceção do ensino e da aprendizagem da matemática baseada na reprodução de procedimentos, eventualmente similares aos das gerações anteriores, como forma de obtenção do reconhecimento social da aprendizagem efetuada pelos alunos.

A propósito de uma tarefa sobre percursos, discutida matematicamente, Alexandra evidenciava as suas conceções em relação ao desempenho dos alunos, salientando a sua incompreensão perante o erro: “Que fácil! (...) Depois dá-me uma doidice se eles não chegam lá” [2008 janeiro _ encontro colaborativo]. As expectativas negativas das professoras em relação ao desempenho dos seus alunos são justificadas pela falta de empenho e atenção por parte destes, alimentadas pela ausência de responsabilização das crianças:

“Eles não pensam, eles têm quem pense por eles” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Laura].

As concepções das docentes sobre o desempenho dos alunos parecem bastante enraizadas na diminuição do empenho e esforço das atuais gerações de estudantes. A discussão sobre as novas orientações curriculares do programa de matemática do ensino básico e o trabalho de natureza colaborativa desenvolvido parecem ter contribuído para o questionamento e a valorização do conhecimento dos alunos:

Está a pedir-se cada vez mais que eles saibam dizer porquê. E porquê a tudo, porque é só hum..., pois sim, pronto, está bem... Então e porquê? Porque não estão a raciocinar, eles não estão acostumados nem habituados a pensar. Eu acho que é o que se está a notar nestas gerações, é que é tudo muito sintético, muito a despachar, tudo muito claro. Se aquilo der outra volta, já não têm muita facilidade em explicar. O tal porquê já não é tão fácil. Assim já é uma forma de eles conseguirem aprender a desenvolver o raciocínio, o pensamento, a dar a sua opinião.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]

A dimensão social da aprendizagem parece orientar também algumas das decisões das docentes, nomeadamente em relação à participação dos alunos com mais dificuldades. Alexandra optou regularmente por mandar *de propósito* ao quadro os alunos que não tinham realizado as tarefas matemáticas propostas, como forma de contribuir para a aprendizagem dos alunos com maiores dificuldades. As expectativas das professoras sobre os alunos estão também marcadas pela *inevitabilidade dos destinos sociais*, parecendo ignorar a possibilidade de mobilidade social através da educação:

Eu tenho pena de certos miúdos, ali, porque já sei que ficam por ali, sabes? No entanto, são mocinhos, tanto o Filipe como o Bruno são mocinhos... Mas eu já sei qual é a saída deles. O Filipe mete-se num bando, num gangue e pronto. Esse já tem o destino traçado. E o Nuno, se conseguir arranjar um grupo, ainda é capaz... (...) Estas cabecinhas que são um espetáculo, que podiam ser realmente, contribuir aí de forma... A gente aqui no 1.º ciclo consegue ver logo o percurso deles.

[2008 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina]

As concepções partilhadas pelas docentes sobre a aprendizagem matemática surgem marcadas pelo desempenho dos alunos baseado em procedimentos matemáticos com referência aos conhecimentos dos pais e encarregados de educação. Contudo, as professoras salientam outros aspetos como a utilização de estratégias não formais de resolução dos problemas, associando-as a vocações pessoais e desassociando-as da natureza do seu

ensino. A concepção social da aprendizagem matemática parece baseada no desempenho eficaz dos procedimentos matemáticos e extraordinariamente nos desempenhos pessoais dos alunos vocacionados para a matemática.

Práticas de comunicação das professoras em sala de aula

As práticas de comunicação das professoras em sala de aula referem-se aos modos de comunicação, oscilando entre um discurso centrado no conhecimento do professor e um outro assente na partilha dos conhecimentos entre todos na sala de aula. Salienta-se o papel da linguagem, particularmente da linguagem verbal matemática e da inconsistência de alguns termos regularmente utilizados. A oralidade, a escrita e a leitura matemática são igualmente analisadas como dimensões das formas de comunicação.

Modos de comunicação. As professoras assumiram a existência, desde o primeiro encontro, de uma prática reguladora das atividades dos alunos, devido ao seu comportamento: “Eu continuo a achar que dirijo muito. (...) Eu dirijo muito. Porque, se não, aquilo começa a ser a confusão total” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]. Este modo de *comunicação unidirecional* parece surgir reforçado nas situações em que as professoras pretendem abordar novos conteúdos – “Se é a introdução de um novo conceito ou de um novo conteúdo, tenho sempre muita tendência para ser eu a falar e puxar pouco por eles” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra] – ou quando tentam maximizar o tempo disponível:

Eu noto agora com os miúdos do primeiro ano, em qualquer tarefa, em qualquer tarefa, aqueles primeiros que começam, a gente explica por alto e deixa que eles raciocinem para chegar lá. Os últimos, está quase a tocar, a gente quase que faz a tarefa por eles. É a verdade, é a realidade, porque o tempo... E a gente quer despachar e passar o trabalho de casa e arrumar e beber o leite, a gente quase que faz aquilo por eles.

[2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

Neste sentido, as professoras tentam orientar as suas aulas através de um caminho pré-estabelecido por si, não deixando os alunos “tomar a rédea” nem “terem iniciativa” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]. Esta direção única do discurso foi reconhecida pelas professoras ao se identificarem com algumas das características do modo de *comunicação unidirecional*, particularmente em relação ao controlo do *feedback* dado pelos alunos. Laura, ao ler, em documento fornecido por mim, que «o profes-

sor conhece de antemão as respostas e espera que os alunos adivinhem o que ele tem em mente», sorriu e reconheceu-se na característica apontada deste tipo de comunicação. Este reconhecimento é secundado por Alexandra – “É isso” [2008 janeiro _ encontro colaborativo] – estimando este modo de comunicação como esmagadoramente presente nas suas aulas – “Eu acho que é noventa por cento” [*idem*]. Esta prática discursiva *unidirecional* parece também ser caracterizadora da comunicação entre os alunos em grupo turma. Para as professoras, os alunos gostam de se fazer ouvidos, mas não gostam de ouvir: “Eles [alunos] querem ser ouvidos, mas têm dificuldade em ouvir” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]; “Não gostam de ouvir” [*idem* _ Alexandra].

Porém, as práticas de comunicação das professoras no início do trabalho de natureza colaborativa pareciam incidir no modo de *comunicação contributiva* fortemente mediada pelas docentes: “Continuamos a ser mediador e acabou” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura]. As estratégias assumidas pelas docentes no início do trabalho de campo baseavam-se na integração do discurso dos alunos nas suas intervenções, como modo complementar: «Às vezes eles até dizem outras coisas que nós ... "Olha! Não me lembrei"» [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]. Esta participação decorre da identificação de outros exemplos complementares aos enunciados pela professora ou da explicitação dos procedimentos utilizados na resolução das tarefas matemáticas.

Neste sentido, a comunicação dos alunos assenta na valorização dos resultados em detrimento da justificação dos processos matemáticos: “[Os alunos] têm muita dificuldade em explicar, comunicar, quer comigo quer com os colegas, os passos... Explicar exatamente por onde passaram e porque é que fizeram daquela maneira e não de outra” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. A apresentação da resolução das tarefas matemáticas não excede a revelação dos cálculos (ou esquemas) e dos resultados, em consonância como a obviedade assumida de que a resolução decorre da utilização de procedimentos matemáticos: “Para eles é óbvio” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]. As dificuldades de justificação matemática parecem decorrer da redução das atividades matemáticas dos alunos aos procedimentos, numéricos ou outros, necessários à resolução dos exercícios e problemas: “Eles fazem os problemas e acham aquilo tão lógico que têm dificuldade em explicar como é que chegaram lá” [*idem* _ Carolina].

Esta perspectiva foi retomada no penúltimo encontro a propósito da capacidade de alguns alunos resolverem os problemas com facilidade, mas não conseguirem verbalizar as estratégias para além dos resultados, revelando a dificuldade das professoras no ensino dos alunos com ideias matemáticas singulares. Perante as interrogações de Carolina, Alexandra testemunha a sua própria experiência como aluna:

Carolina: – Eu tenho alguma dificuldade com ali pelo menos dois miúdos, por exemplo, que para eles há certas coisas que é lógico. Que é aquilo que nós já falámos da outra vez. Eles nem fazem contas nem fazem esquemas. Tem sido uma batalha com eles. E acertam, porque eles acertam. «Mas como é que tu pensaste? Escreve, escreve, desculpa lá, mas escreve». Eles têm dificuldade em escrever, seja escrito, seja desenho, seja não sei quê, porque é tão lógico, é tão lógico para eles.

Alexandra: – É tão rápido...

Carolina: – É tão rápido, tão lógico.

(...)

Carolina: – Para ele é tão lógico, qual é a necessidade? E por isso ele tem dificuldade em...

Alexandra: – Não, Carolina, não é a necessidade, é que as coisas são tão rápidas e tão claras que a gente nem percebe como é que fez, a gente nem sabe.

Carolina: – Então é isso.

Alexandra: – A gente chegou lá. Isto é tal. Mas o processo foi tão rápido aqui dentro que não dá para descrever. Muitas vezes eu tinha dificuldade na escola, sentia essa dificuldade porque me pediam para apresentar uma conta. Uma expressão numérica. E eu inventava para ter lá qualquer coisa, porque não conseguia. Eu não sabia como tinha feito.

[2008 novembro _ encontro colaborativo]

Para fomentar a justificação dos procedimentos, as professoras recorrem ao questionamento baseado em *porquês* – «Fizeste assim, mas porquê?» [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]. Esta atitude do questionamento baseada nos *porquês* foi debatida e equacionada pelas professoras, no início do trabalho de natureza colaborativa, como uma eventual rotina pouco produtiva em termos comunicativos:

Talvez com tantos porquês, eles acabam por se inibir um bocado ... Comecei a pensar assim ... Se já explicaram ... Se desenharam ... No fundo, aquilo já está explícito. Mas porque é que a professora quer mais outro porquê? Será que não é porquês a mais?

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

O equacionar dos *porquês* não limitou, contudo, a necessidade de justificação dos procedimentos como uma das práticas de comunicação em sala de aula adequadas à promoção da comunicação entre a professora e os alunos:

Eu acho que nós devemos continuar a insistir em saber como é que eles lá chegaram. No porquê? Como? No explicar. (...) Mesmo tendo explicado no desenho, é bom que eles saibam verbalizar o pensamento que vai cá dentro.

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

Optou-se assim por insistir na justificação dos processos matemáticos diversificando os modos de questionamento e incentivando a explicação do pensamento matemático do aluno à professora e aos colegas. As estratégias de comunicação definidas coletivamente geraram significativos momentos comunicativos por parte dos alunos no discurso de sala de aula. A crescente participação dos alunos originou uma maior regularidade do modo de *comunicação reflexiva* baseado na preocupação das professoras em valorizarem a comunicação em sala de aula: “Comunicam mais, muito mais... (...) Estou a começar a chegar àquilo que eu tinha pensado que era a comunicação. (...) Eles estão a conseguir realmente comunicar entre eles, o porquê das coisas, explicar” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina].

O aumento da comunicação entre os alunos também parece ter resultado da preocupação das professoras em limitar as suas intervenções, gerando uma maior autonomia daquelas:

Não faço só a nível de matemática, mesmo nas outras disciplinas, eles também entre eles são bastante comunicativos. Na matemática, estou sempre ali mais, já de olho para não intervir tanto, intervir só naquelas alturas que acho que têm de ser mais cruciais.

[2007 novembro _ encontro colaborativo _ Laura]

A análise das práticas de comunicação das professoras com vista a uma maior participação dos alunos no discurso de sala de aula constituiu o núcleo central dos encontros de natureza colaborativa. As professoras foram bastante recetivas às minhas ideias e às ideias das colegas sobre as aulas e em relação às orientações e sugestões para as práticas futuras. Um dos aspetos marcadamente discutidos decorreu do visionamento de constantes interrupções do discurso dos alunos por parte das professoras, mesmo em situações de apresentação das atividades realizadas: “Deixá-los ir até ao fim” [2008 fevereiro

_ encontro colaborativo _ Laura]; “Eu fiz assim na terça-feira, eu é que interrompi” [*idem* _ Carolina]. Esta prática foi constantemente discutida, acabando por resultar uma maior autonomia do discurso dos alunos: “Nota-se realmente uma evolução, eu não estou lá” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina].

A autonomia dos alunos originou uma reflexão, por parte destes, sobre o seu próprio progresso educativo, tornando as professoras ainda mais recetivas à valorização das suas novas práticas de comunicação: «Hoje fiquei muito contente, fiz outra vez problemas, comunicámos e depois houve uma que disse assim: "Professora, já estou muito mais segura, tenho tido os problemas todos certos" (...) Estão muito mais seguros, eles próprios» [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Carolina].

A valorização do modo de *comunicação reflexiva* constituiu uma das práticas assumidas pelas docentes como imprescindível ao desenvolvimento da comunicação matemática. Os problemas iniciais de regulação da participação dos alunos foram progressivamente encarados como uma consequência das dinâmicas de comunicação:

Os meus só têm um problema, são muito vivaços e querem falar todos ao mesmo tempo. Então é ali um bocado difícil gerir aquela situação porque há um que fala e o outro também quer... Então há ali muita confusão porque gostam todos de falar ao mesmo tempo. É só o problema que vejo mais ali na minha turma, de resto eles não têm problemas nenhuns em participar. Claro que os mais tímidos ficam calados e não abrem a boca.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]

Mesmo entre os alunos mais tímidos e com menos autoestima, a comunicação aumentou em resultado das estratégias docentes:

Alexandra: – Mas aí em relação aos mais tímidos a gente pode mandar os outros calar e...

Laura: – E dizer agora «O que é que tu achas?»

Alexandra: – Obrigá-los entre aspas a intervir. Acho que até convém. Os que são tímidos, havendo uma situação destas em que muita gente comunica...

Laura: – Calam-se mesmo.

Alexandra: – Eles não se expõem.

Carolina: – Eu também tenho situações destas. Então, agora o que temos estado a fazer... em vez de resolvermos os problemas em grupo, (...) Escolho um, normalmente os que têm mais dificuldades ou que nunca falam, mesmo na comunicação, apesar de terem feito o trabalho em grupo nunca são eles a falar. Então, escolho esses e

vão comunicar como é que vão resolver, porque é que vão resolver assim ... E esses miúdos que tinham muita dificuldade até na comunicação, para não falar na resolução ... mesmo na comunicação notam-se melhorias. Os outros, no fundo, também servem como espelho.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

Apesar das perspetivas nem sempre similares entre as professoras, os níveis de reflexão sobre a ação comunicativa em sala de aula acentuaram-se e originaram debates abertos sobre práticas e limitações condicionadas pela *extensão programática do terceiro ano de escolaridade*. As docentes assumem uma valorização da comunicação, mas continuam muito condicionadas pelo ensino dos conteúdos matemáticos, revelando uma aprendizagem centrada nos conteúdos com ênfase na execução das tarefas matemáticas:

Alexandra: – Era um tempo muito reduzido, era explicar como é que foi feito. Se existisse mais do que uma forma de resolução, colocar as várias à disposição de toda a gente, mas colocá-las. O diálogo, aquela comunicação não tanto... Falando de mim, até nisso evoluí bastante.

Laura: – Eu, este ano, acho que é menos porque o programa do terceiro ano é mais extenso, muita coisa e isto são coisas que demoram muito tempo.

Alexandra: – É.

Laura: – E leva-se ali, se for preciso, embrulhado uma hora com uma coisa minúscula e demora, e demora, e demora... E, às vezes, eu esqueço-me desta coisa e vá a despachar porque isto tem que andar para a frente e há ainda muita coisa para fazer e para dar. Isto no terceiro ano. Só no terceiro ano.

Alexandra: – O terceiro ano é muito extenso o programa.

(...)

Carolina: – Eu, em relação à minha pessoa, eu sempre tentei implementar um bocadinho a comunicação, é verdade. Mas agora, se estava a fazer de forma correta, chego à conclusão que não. (...) Em relação ao que a Laura diz, eu no ano passado tive o terceiro ano, mas se nós tirarmos pelo menos uma horinha e meia por semana...

Laura: – Tem de ser.

Carolina: – Não tem que ser mais, para resolução de exercícios e comunicação... É a tal coisa, também não pode ser muitos exercícios que eu, às vezes, pecava por isso. (...) Nota-se muita evolução.

(...)

Carolina: – Eles levam ali a discutir entre eles, eu não existo, e estão sempre a fazer perguntas. Mesmo os mais inibidos que vão ao

quadro, os outros não deixam de fazer perguntas: «Porque é que fizeste assim? Porque é que não fizeste assim?» E os outros, que antes não falavam, respondem.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

Uma das estratégias assumidas por todas as professoras como modo de promover a comunicação decorre da natureza das tarefas propostas. Para estas docentes, a resolução de problemas é mais potenciadora da comunicação – “Proporcionamos mais este tipo de discussão quando é resolução de problemas” [2008 novembro _ encontro colaborativo _ Alexandra] – e o volume de tarefas não pode ser excessivo – “Como selecionei poucos exercícios, não houve a pressão do tempo” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]. A gestão das tarefas em número e natureza constituiu uma aprendizagem comum originada pela partilha colaborativa das experiências pessoais em torno da realização das atividades matemáticas em sala de aula.

A valorização da reflexão na ação, sintetizando os modos de *comunicação reflexiva* e *instrutiva*, em que as professoras atuam com um forte objetivo comunicacional e instrutivo, começou a surgir nos momentos de discussão em torno das resoluções incompletas ou incorretas: “Eu quis que eles percebessem porque é que eles tinham feito mal. Os outros perceberam porque é que eles tinham feito mal, mas eles não estavam a perceber porque é que tinham feito mal” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina].

Todas estas mudanças de atitudes surgem valorizadas pelas professoras como evoluções dos alunos e de si próprias. Como refere Alexandra, “nota-se uma evoluçõzinha na moçada [alunos] e até em nós” [2007 novembro _ encontro colaborativo], complementada por Laura – “Se a gente não evoluísse, estava mal” [*idem*]. As mudanças comunicativas são atribuídas fundamentalmente à alteração de atitude das professoras em relação ao discurso e ao entendimento da sala de aula como uma comunidade de aprendizagem:

Alexandra: – Fundamentalmente é a nossa mudança de atitude.

Laura: – É a mudança de atitude, é a aceitação.

Alexandra: – Nós é que deixámos espaço aberto para que eles... Para que eles interajam à-vontade, para que eles não tenham medo de errar. Eles não tenham medo de falar. Somos nós. Sem dúvida, tem que partir de nós. Depois eles seguem o caminho deles.

Laura: – Percebem «afinal nós também sabemos». Não é só preciso vir a professora dizer que está certo.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

O reconhecimento do papel do professor nos modos de comunicação balizados entre um discurso centrado em si e um discurso partilhado por todos na sala de aula parece ter sido o ponto fulcral de análise e discussão entre todos ao longo dos encontros de natureza colaborativa. Desde a fase inicial de caracterização das práticas de comunicação até à fase final de análise e reconhecimento das estratégias que fomentaram a existência de uma comunicação reflexiva e instrutiva, existiu sempre uma visão entusiástica sobre os pequenos avanços e uma visão compreensível sobre os eventuais recuos.

Linguagem. As professoras usam nas suas aulas essencialmente a linguagem corrente e verbal matemática. Existe alguma preocupação na utilização dos termos e conceitos específicos da matemática adequados ao 1.º ciclo. Esta perspetiva de utilização da terminologia matemática é, desde o início, enunciada a propósito da existência de comunicação matemática em sala de aula – “Os miúdos conseguiram utilizar os termos matemáticos, as metades mais meio, os termos matemáticos e o adicionar e o tirar e o dobro e a metade” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra] –, a par com representações visuais que auxiliem os alunos na concretização das situações – “os miúdos, no primeiro ano, tem que ser tudo certinho, não pode ser no abstrato” [*idem*].

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, as professoras foram dando mais relevo à utilização da linguagem matemática, assumindo, por vezes, alguma surpresa em relação ao vocabulário dos alunos: “Eles, neste problema, surpreenderam-me pelas várias hipóteses: a metade, um meio, zero vírgula cinco” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]. Os alunos foram progressivamente utilizando “um vocabulário mais adequado” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina] por ação das professoras: «"É de mais". Tenta lá explicar sem ser assim» [2008 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina].

Porém, as professoras utilizam com regularidade expressões *quasi matemáticas* que *facilitam* o entendimento entre os alunos, apesar da terminologia incorreta: “Nós, às vezes, cometemos essas calinadas exatamente para eles perceberem” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Este abuso e incorreção da linguagem é mais patente na área da geometria, por exemplo com a designação de vértices por *bicos*: “Quando eu falei em bicos toda a gente meteu na cabeça que os vértices eram bicos e acabou e já não falham. Mas tive de ir ao bico” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

No tema matemático da medida parece existir também um déficit de conhecimento dos professores em relação ao significado das notações utilizadas. Carolina testemunhou a sua incompreensão em relação à utilização do metro quadrado como medida de área (em contraponto com a expressão algébrica de $m \times m = m^2$): “Eu não tinha essa noção. (...) Não é lado vezes lado. (...) Porque é que é metro quadrado? Nunca consegui perceber isso. (...) Reconheço que não sabia” [2008 junho _ encontro colaborativo].

A linguagem matemática utilizada no 1.º ciclo assume uma vertente informal condicionada pela utilização de expressões *quasi matemáticas* que verbalizam conceitos, por vezes traduzidos em símbolos. A utilização deste tipo de expressões denota, por vezes, alguma insuficiência nos conhecimentos matemáticos das professoras, mas também resulta da tentativa de simplificação da linguagem formal matemática. A temática da linguagem não foi enfatizada durante os encontros de natureza colaborativa.

Formas de comunicação. A forma de comunicação predominante no 1.º ciclo parece ser a oralidade, com o apoio da leitura dos enunciados das tarefas e da escrita no registo das atividades. Apesar desta predominância da oralidade, esta parece restringir-se, por parte dos alunos, a pequenas intervenções com significado matemático. O trabalho desenvolvido com as docentes veio gerar uma nova atitude das professoras perante a oralidade dos alunos, mesmo em outras áreas de saber: “Nós esquecemo-nos muito da oralidade, queremos logo a coisa feita e esquecemo-nos de tudo. (...) Está feito, é assim, está tudo bem e não há ali mais discussão. (...) Eles [os alunos] têm uma evolução se os deixarmos falar” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Laura].

A reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula, ao longo dos dois anos de trabalho de natureza colaborativa, gerou uma importante valorização da oralidade e da participação dos alunos no discurso:

Os alunos estão mais desenvolvidos na maneira de estar na sala, na maneira de falar e mais atentos. E já não prestam só atenção... Às vezes viam só o erro no quadro e agora já estão com atenção aos erros que os outros dizem mesmo oralmente.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]

A mudança significativa da perspetiva das professoras sobre a comunicação matemática gerou uma nova atitude em relação à comunicação matemática escrita. Quanto se sentiram confortáveis com os resultados obtidos na comunicação oral, tomaram a iniciativa de programar tarefas relacionadas com a escrita matemática:

Eu já avancei da comunicação oral para a comunicação escrita. Tenho batalhado primeiro na oralidade e depois de se explicar bem e batalhado na oralidade, agora vamos escrever, passar para escrito, explicar, e é o que tenho estado a fazer...

[2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra]

Esta iniciativa incluiu a planificação de tarefas matemáticas nunca anteriormente realizadas pelas professoras: “Eu, se calhar, vou experimentar dar-lhes dados para eles inventarem a situação problemática, fazerem eles o enunciado. Nunca fiz” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Laura]. E gerou uma vontade crescente de desenvolver nos alunos capacidades matemáticas anteriormente pouco trabalhadas em sala de aula: “Eu sinto que eles a nível oral evoluíram bastante, se calhar a nível da comunicação escrita matemática... ainda só fiz uma atividade. Mas erro meu, que nunca me lembro de planificar a esse nível” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina].

A escrita matemática passou a ser assumida como uma capacidade que extravasa os registos escritos dos exercícios resolvidos oralmente. Em consonância com a escrita matemática, os alunos manifestaram significativas incompreensões e dificuldades de interpretação dos enunciados das tarefas matemáticas. Esta problemática da interpretação dos enunciados foi constantemente abordada desde os primeiros encontros de natureza colaborativa em função de erros e dificuldades detetadas, eventualmente provenientes da ausência de exploração do enunciado das tarefas matemáticas, por parte das professoras, e da deficiente interpretação por parte dos alunos.

Desde modo, tendo em vista também o desenvolvimento da capacidade de leitura matemática, as professoras dedicaram um espaço importante da aula à interpretação dos enunciados das tarefas. Nos momentos de interpretação dos enunciados, as professoras tentaram sempre evitar que os alunos explicassem a resolução para não induzir os outros alunos nessa mesma estratégia. Laura salienta que facilmente alguns alunos “dizem logo” como se faz, “induzindo logo os outros” [2008 Fevereiro _ encontro colaborativo] na resolução do problema.

Os progressos dos alunos na interpretação dos enunciados são destacados pelas professoras como uma mais-valia educacional: “Os meus, assim que se esclarecem bem, pegam melhor e já entendem” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]. Confrontados com situações em que o enunciado da tarefa não foi apresentado e debatido, devido à dinâmica da própria aula, os alunos manifestaram mais dificuldades de inter-

pretação: “Como não expliquei, não houve logo ali uma clarificação... meteu-se logo a nível de resolução” [*idem* _ Carolina]. Por vezes, a ausência de exploração inicial das tarefas foi intencional, tendo como objetivo gerar autonomia de leitura e interpretação por parte dos alunos.

A forma de comunicação mais trabalhada ao longo dos encontros de natureza colaborativa foi a oralidade. Contudo, as interpretações dos enunciados, associados à leitura matemática, foram amplamente analisadas na fase inicial do trabalho de campo. As professoras tomaram a iniciativa de se aventurar na comunicação matemática escrita, planificando tarefas nunca realizadas anteriormente, quando se sentiram confortáveis com os resultados obtidos na oralidade. Ao longo do trabalho desenvolvido, os próprios conceitos de oralidade, escrita e leitura matemática parecem ter evoluído no sentido de uma conceção mais ajustada à comunicação como interação social.

Padrões de interação e negociação de significados

As questões, os padrões de interação e a negociação de significados surgem pautados pela natureza da cultura de sala de aula de matemática, que oscila entre o absoluto reconhecimento do conhecimento matemático escolar exclusivamente validado pelo professor e a valorização das ideias e estratégias matemáticas dos alunos, mesmo que confusas, pouco estruturadas ou incompletas, na construção do conhecimento matemático.

Questionamento. No início do trabalho de campo, o questionamento existente nas salas de aula estruturava-se em torno da compreensão por parte das professoras do entendimento dos alunos sobre os enunciados das tarefas e os procedimentos matemáticos realizados. Com este objetivo, as docentes baseavam o seu questionamento nos porquês: “Eu sou a mulher dos porquês, tudo tem um porquê? (...) Mesmo todos os dias, eu andando no porquê do porquê do porquê, para eles desatarem a língua, noto que há ali um engasgo qualquer” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

As questões parecem corresponder a uma necessidade constante de confirmação e validação dos conhecimentos dos alunos, as quais, independentemente da sua formulação, apresentam como objetivo final confirmar entendimentos e conhecimentos: “Eu faço mais os porquês para ver se realmente eles perceberam o enunciado” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina].

A predominância das questões de *confirmação* parece condicionar as respostas e, por vezes, esvaziar o seu conteúdo: “Eu uso e abuso dos porquês. Aquilo que eles dizem eu pergunto sempre «Porque é que é assim e não é assado?»” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. A reformulação do questionamento, através da introdução de questões descentradas da resolução das tarefas matemáticas, como por exemplo «És capaz de explicar de outra maneira?», foi um dos aspetos bastante debatidos nos primeiros encontros de natureza colaborativa.

Com o desenvolvimento das interações entre os alunos, as questões emanadas por estes reproduziam o tipo de questões efetuadas pelas professoras – “O tipo de questões? Pois eram aquelas questões que eu também fazia. Noto um bocado... Nós servimos de espelho” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina]; “Eu vejo-me nas reações deles” [*idem* _ Alexandra] – e correspondiam à inquirição sobre os procedimentos efetuados na resolução das tarefas matemáticas. Estas questões, elaboradas pelos alunos, surgem bem estruturadas e com sentido, apesar de direcionadas para os procedimentos: “Uma coisa que me surpreende neles é que o tipo de questões não são aquelas questões fáceis e sem sentido” [*idem* _ Carolina].

As imitações dos alunos parecem indicar que os mesmos são sensíveis aos modelos de ensino e de questionamento, reproduzindo os tipos de ação do professor em sala de aula. Neste sentido, a predisposição das professoras para gerar comunicação resultou num acréscimo de participação dos alunos: “Eles têm uma evolução, se os deixarmos falar” e “pedirmos a opinião deles para várias coisas” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Laura]. Esta participação dos alunos gerou também um novo tipo de respostas por parte destes:

Eu acho que eles [os alunos], como tiveram a oportunidade da professora poder fazer este tipo de trabalho, a professora cresceu muito nesse sentido. Uma das potencialidades que eu acho que os miúdos têm é realmente a comunicação, não só matemática, porque a matemática, pois ajudou para as outras áreas, noto muita diferença. Já não é aquela como era no início: «Mas porque é que fizeste? Fiz porque fiz». Já não se limitam... Noto muita, muita, muita diferença nos meus alunos nesse sentido.

[2008 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina]

A diversificação do tipo de questionamento gerou uma maior participação dos alunos e um tipo de respostas, por parte destes, mais estruturadas e com uma maior profundidade

justificativa. As professoras associam esta mudança ao resultado do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido ao longo dos encontros.

Padrões de interação. As interações comunicativas na sala de aula em grupo turma apresentavam-se muito marcadas pelo excessivo tempo dedicado ao trabalho autónomo dos alunos e pelo reduzido tempo dedicado à apresentação das atividades realizadas. Complementarmente, a permanente validação e orientação docente, geradora da repetição das estratégias e procedimentos matemáticos e do reconhecimento, por parte dos alunos, do trabalho terminado, parece originar a redução das interações ao *monólogo* da exposição das atividades realizadas sem argumentação: “Está feito, não há mais nada porque é assim. Exatamente.” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura].

A prematura validação das atividades realizadas pelos alunos em sala de aula foi uma das temáticas centrais nos primeiros encontros. O reconhecimento da situação de limitação da discussão gerou incomodidade, por parte de Alexandra, em relação às estratégias de gestão das solicitações constantes dos alunos: «Para mim é aflitivo, por exemplo, os miúdos estarem a perguntar "Oh professora veja lá isto assim..." (...) Eles precisam saber se estão a ir no caminho certo» [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. A ênfase na validação matemática dos resultados parece decorrer de uma perspetiva de ensino baseada no *fazer correto evitando o erro*: “Sempre a dar a coisa certa” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura].

As intervenções verbais das professoras para evitar os erros dos alunos sugerem uma ausência de exploração do erro e, conseqüentemente, a limitação das intervenções dos alunos, nomeadamente na apresentação de estratégias e ideias matemáticas pessoais. As professoras reconhecem esta atuação e justificam-na com o *medo de permanecer o erro*: “Eu compreendo que nós temos muito medo de os deixar errar pelo seguinte: muitas vezes é o erro que fica” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. O debate inicial em torno da exploração do erro como recurso educativo encontrou fortes resistências por parte das docentes, valorizando a inexistência de situações dúbias com os alunos: “Se formos fazer isso [explorar o erro], eles pensam logo que o errado está certo e vão logo apagar” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina]. Contudo, o erro foi progressivamente assumido pelas professoras e pelos alunos como uma estratégia de aprendizagem – “Mesmo que esteja errado, eles não se importam” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura] – e refletido criticamente pelas docentes:

Carolina: – Essa foi uma das atitudes que realmente...

Laura: – Nós não dávamos hipótese que houvesse erros. Agora mesmo quando está errado...

Alexandra: – Eu continuo a não achar piada nenhuma

Carolina: – Ah! Ah!

Alexandra: – A verdade é esta e deve-se ver logo assim na minha cara.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

O conflito entre a orientação e condicionamento do trabalho dos alunos e a valorização das suas estratégias matemáticas individuais tornou-se assim o cerne da discussão em torno da mudança de práticas com vista a uma maior interação entre os alunos e entre estes e a professora. A tentativa de mudar as práticas de comunicação matemática, através da não validação permanente das resoluções das tarefas matemáticas, esteve presente nas aulas em que as docentes tentaram contrariar as rotinas profissionais de validação permanente das atividades dos alunos: «No início, uns que estavam a fazer aquilo bem e eu: "Vão no bom caminho". Não me consegui conter. (...) Não consegui, é uma coisa que está dentro de nós. Temos que nos controlar» [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina].

Esta atitude foi partilhada por todas as docentes, geralmente em torno das resoluções corretas: «Eu tentei, mas houve vezes que: "Já disse que está certo"» [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura]. Alexandra parece ser a docente que apresenta maior dificuldade em contrariar as rotinas de validação interiorizadas: “Fiz um grande esforço para não dizer, não encaminhar, para não dizer que estão a ir no caminho certo, que estão a ir no caminho errado” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Esta dificuldade de incorporar o erro nas estratégias de ensino-aprendizagem por parte de Alexandra parece decorrer também do seu conhecimento matemático. Ao assumir a sua preferência em relação à matemática, a docente minimiza as eventuais dificuldades dos alunos, acentuando a sua incompreensão perante o erro:

Eu acho que aquilo é tão fácil, é tão claro. Deve-se ver logo assim na minha cara... Até as veias devem ficar... Eu às vezes até «Vai lá pensar», mas a minha vontade é logo... Não tenho... É verdade, sou sincera, mas tenho feito um esforço muito grande.

[2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A minimização da validação gerou um acréscimo nas interações entre os alunos e as professoras, muito caracterizadas pelo padrão de pergunta do professor e resposta do

aluno, sempre direcionados para as docentes. O papel da professora como validadora das atividades estava tão presente que, mesmo quando questionados por mim, os alunos respondiam à professora – “Mesmo quanto tu fazias perguntas, eles respondiam-me a mim” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra] – e interagiam entre si orientados para a professora – “Mesmo quando estão a fazer a pergunta ao outro estão a olhar para mim” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

O peso excessivo das professoras em sala de aula parece resultar em interações baseadas nos padrões de *recitação*, *funil* e *focalização*. A ênfase no discurso do professor é por vezes ainda mais realçada quando assumimos que algum segmento do discurso tem uma relevância superior ao restante. O reconhecimento deste foco discursivo foi caracterizado pelas professoras com expressões como: “Isto é para o resto da vida” [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Laura]; “Tomem atenção, se faz favor, que isto é importante” [*idem* _ Alexandra].

O reconhecimento das características dos padrões de interação originou uma reflexão sobre as atitudes das professoras nas interações com os alunos. O padrão de *funil* surge no discurso das professoras como uma prática bastante recorrente que não se limita a encaminhar os alunos para uma dada solução, mas também assente numa estratégia previamente determinada: “Não é só para aquela solução, é para a estratégia que está na cabeça” [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Esta atitude decorre de um entendimento sobre o processo de ensino-aprendizagem baseado na constante orientação dos alunos: “O que nós pensamos é que aquela é a estratégia mais fácil para eles construírem o conhecimento e estruturarem as gavetinhas” [*idem*].

O padrão de *focalização* parece ajustar-se mais ao condicionamento dos desempenhos dos alunos, explicitado anteriormente, a propósito das práticas de interação entre as professoras e os alunos, limitativas da autonomia destes e condicionadoras do sucesso autónomo dos alunos. Alexandra exemplifica as suas práticas de interação: «A gente põe o problema à frente deles (...) e damos cinco minutos para eles lerem. Começamos a ver que eles não chegam lá e vamos... "Vejam lá esta parte assim-assim". E na prova de aferição não podemos» [2007 maio _ encontro colaborativo _ Alexandra].

A centralidade do discurso no conhecimento do professor parece gerar aulas focalizadas no docente: “Mesmo deixando-os pesquisar e espicaçando, era sempre eu, não era entre eles, era sempre tudo dirigido a mim. Eu é que validava, eu é que isto, eu é que aquilo, é

verdade” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. A constante centralidade da professora na sala de aula foi sendo detetada e assumida pelas docentes ao visionarem as suas aulas: “A olhar para mim, sempre” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

O comportamento diferenciado dos alunos de Carolina focou a atenção das outras docentes na localização atípica da professora em relação ao quadro, no lado oposto da sala de aula, devido à configuração arquitetónica do espaço: “Há bocado já tinha reparado, a Carolina veio pôr-se cá atrás” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo _ Laura]. Esta localização originou uma estratégia de deslocalização das outras docentes em relação às secretárias junto ao quadro, nas aulas seguintes:

Laura: – Temos que começar a sair da sala.

Alexandra: – Não, temos que ir para o fundo.

Laura: – Não sei, acho que os meus se viravam para trás.

[2008 fevereiro _ encontro colaborativo]

Neste sentido, assumiu-se como estratégia a promoção das interações entre os alunos: “Entre eles, como é que a gente faz?” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Incentivei as professoras a utilizar um modelo baseado nas apresentações do trabalho de cada grupo, sem interrupções, seguido do questionamento pelos outros colegas sobre o trabalho exposto, a partir de resoluções incompletas, erradas ou corretas. A definição das estratégias de desenvolvimento das interações entre os alunos foi progressivamente sendo assumida também pelas professoras ao proporem “dar menos tarefas” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Laura] e trabalharem-nas em profundidade.

A partilha entre as docentes sobre as interações entre os alunos constituiu um importante tema de análise e reflexão nos encontros de natureza colaborativa, geralmente apoiados no visionamento de episódios de sala de aula. As docentes partilharam realidades distintas em relação à participação dos seus alunos:

Alexandra: – Eles estão tão à-vontade que até os mais fraquinhos falam e dizem. Mesmo que vão dizer uma grande baboseira, têm muito orgulho em dizer.

Laura: – Os meus não. Podem dizer baboseira...

Carolina: – Dizem e comunicam muito entre eles, há momentos que eu não existo lá dentro da sala.

Alexandra: – Eu não, isso nunca acontece.

[2008 junho _ encontro colaborativo]

O incremento das interações entre os alunos foi constantemente referenciado pelas professoras, testemunhando com episódios de sala de aula, valorizando o autoquestionamento e a autonomia na aprendizagem: «Questionam-se a eles próprios: "Será que aquilo que eu estou a fazer está realmente certo?"» [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Laura]. Mesmo nos momentos de avaliação mais formal, os alunos assumiram maior autonomia nas suas aprendizagens: “Sozinhos, já resolvem, já pensam de outra maneira, já vão conseguindo resolver os problemas” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina]. As interações entre os alunos apresentaram recuos e avanços, condicionados pela presença da professora e pelo crescimento da sua autonomia:

Eles estão habituados a comunicar uns com os outros porque eu estava sempre atrás. Hoje estava sentada à secretária [posicionada junto ao quadro] e quem ia lá falar não era para os colegas que se dirigia, era para mim. Tive que mudar novamente de lugar.

[2008 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina]

As professoras relatam momentos em que o discurso é dirigido para a docente e outros momentos em que o discurso de sala de aula é integralmente assumido pelos alunos: “Hoje, estando à frente ou estando a trás, é igual. Eles levam ali a discutir entre eles que eu não existo. E estão sempre a fazer perguntas” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina].

Ao apresentar as características dos padrões de *discussão* e *extração*, as professoras salientaram algumas semelhanças na sua atuação quando os alunos “apresentam estratégias diferentes” [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Alexandra] com o objetivo de as fazer entender aos restantes alunos “os passos que [aqueles] seguirem” [*idem*] na resolução da tarefa matemática. As professoras assumiram a inexistência de aulas em que há apenas um padrão de interação e reconheceram que nas suas práticas, apesar da existência significativa dos padrões mais tradicionais, existe “um bocadinho de tudo” [*idem*]. Alexandra realça que atua em função dos alunos: “as próprias reações e os miúdos, o que eles fazem leva-nos para um ou para outro. E às vezes estamos a ir no da extração e eles puxam-nos para outro” [2008 janeiro _ encontro colaborativo]. A discussão em torno dos modos de comunicação e dos padrões de interação gerou nas docentes uma disponibilidade crescente para a mudança das suas práticas:

Eu acho que deve haver uma preocupação nossa em ir avançando um bocadinho. (...) Adequar melhor o tipo de comunicação a cada situação

que nos surge. Estarmos mais atentas. (...) Mesmo ali na hora da sala de aula. Nesta situação devo optar por isto ou por aquilo para que se torne natural? Porque nós acabamos por utilizar tudo.

[2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A valorização da comunicação estimulou Alexandra a ensaiar com os seus alunos do primeiro ano de escolaridade estratégias de atuação com vista a um crescente envolvimento dos alunos no discurso em sala de aula. Para tal, começou por incentivar os alunos a questionar os colegas com interrogações – «O que é que a Maria quer saber?» [2008 outubro _ encontro colaborativo] – encorajando a interação entre os alunos.

O reconhecimento da predominância dos padrões de interação mais tradicionais e da inexistência significativa de interação entre os alunos, no contexto de apresentação de trabalhos em grupo turma, parece ter desencadeado uma postura ativa de atuação das professoras com vista à promoção das interações entre a professora e os alunos e entre estes. Esta atitude de mudança fez surgir com outra regularidade padrões de interação em que se valoriza as opiniões dos alunos, ocorrendo uma partilha significativa de perspetivas e conhecimentos matemáticos pessoais entre os alunos.

Negociação de significados. A centralidade do discurso de sala de aula no professor e a tentativa de ausência do erro parece resultar numa *impositiva* negociação de significados como padrão de comportamento nas interações entre o professor e os alunos. O debate em torno da importância do erro e da participação dos alunos no discurso e nas atividades escolares originou momentos de reflexão que configuram a existência de negociação de significados entre o professor e os alunos sobre conceitos e processos matemáticos e normas sociais e sociomatemáticas em sala de aula.

A negociação de significados sobre conceitos matemáticos parece resultar do confronto entre o significado matemático e o significado social dos referidos conceitos, incluindo os princípios da lógica matemática na estruturação da linguagem. Carolina, a propósito da valorização das ideias e estratégias dos alunos na resolução das tarefas matemáticas, relatou uma ocorrência de desacordo entre si e uma das suas alunas sobre o conceito de par (de calças). A tarefa matemática aludida envolve o produto cartesiano de duas variáveis – combinações de três blusas e três pares de calças:

Era um palhaço, tinha três blusas e três pares de calças. A moça faz aquilo, foram dois ou três que fizeram isto, não mais. A moça foi logo a primeira que mostrou e eu: «O quê? Dezoito maneiras? *Má atão* [Mas então] onde é que tu foste buscar isto? Onde é que tu foste buscar isto?

Dezoito maneiras?». [A aluna negociou com a docente o seu significado de par]: «Então, professora, três pares de calças. A professora já disse que um par são dois». Depois fiquei a pensar, se a miúda não tivesse explicado aquilo...

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina]

Para além da confrontação entre o significado social de um par de calças e o significado matemático de par, debateu-se uma outra situação, ocorrida numa aula observada, resultante da representação matemática do conceito social de pisca-pisca num instante com medida nula. Num problema em que se pretendia determinar o momento em que duas lâmpadas, que piscavam de três em três segundos e de cinco em cinco segundos, respetivamente, estavam simultaneamente acesas, os alunos demonstraram significativas dificuldades por não saberem representar matematicamente os instantes em que cada uma das duas lâmpadas piscava.

A professora jamais imaginou que os alunos desconheciam o significado matemático de piscar: “A dificuldade que eles tiveram em saber o que era piscar. Para eles piscar era acender e estar três segundos. Piscar de três em três segundos era acender e estar três segundos” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra]. O significado de algumas palavras utilizadas pelas professoras também originou a negociação de significados de conceitos matemáticos ou outros, como foi o caso em que um aluno do primeiro ano de escolaridade questionou timidamente a docente: “O que é a copa?” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra], referindo-se ao questionamento da professora sobre a copa de uma árvore.

A utilização da lógica matemática na construção e interpretação dos enunciados das tarefas não parece ocorrer neste nível de ensino, eventualmente como resultado da ausência destes conhecimentos matemáticos por parte dos docentes. Algumas das incompreensões dos alunos detetadas e refletidas nos encontros de natureza colaborativa resultaram da deficiente interpretação lógica dos enunciados das tarefas. Por exemplo, numa tarefa matemática que ordenava três flores – A flor amarela tem mais pétalas que a flor azul, mas menos pétalas do que a flor vermelha – um dos grupos de alunos de Carolina ordenou-as de modo distinto em resultado da sua interpretação do enunciado por considerarem que este relacionava a flor vermelha com a flor azul, em vez da flor amarela.

A deficiente construção lógica do enunciado de uma tarefa condicionou também a sua resolução por incongruente interpretação do *ou inclusive* por parte da docente. Alexandra apresentou uma tarefa em que se solicitava todos os números de três algarismos diferentes – com os algarismos 3, 4 e 6 – que sejam inteiros *ou* decimais com uma e duas casas decimais. A docente escreveu corretamente – em termos lógicos – o enunciado, mas depois substituiu o *ou* por *e*, resultando erradamente *números inteiros e decimais*:

Eu escrevi com o *ou* e depois dei uma volta, olhei para lá, li outra vez e pensei assim: «O *ou* vai levar uns a fazer inteiros e outros a fazerem só os decimais, deixa-me pôr o *e*». Fui apagar e disse: «Moços, desculpem, mas a professora enganou-se ali numa coisa».

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

Os alunos só apresentaram números decimais, com as características atrás enunciadas, originando alguma tensão na professora direcionada para a negociação de significados: «As vezes que eu tive vontade de dizer: "Oh moços... Olha, é assim, têm ali a palavra «inteiros», vocês só estão a fazer decimais"» [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Esta *negociação* parece originar uma valorização dos procedimentos matemáticos em detrimento da discussão da natureza dos conceitos matemáticos lecionados. Alexandra partilha connosco a sua incompreensão a propósito das dificuldades apresentadas por um aluno no cálculo do perímetro de um triângulo, denotando uma visão do conceito de perímetro baseada em procedimentos: “Há três semanas que andamos com isto, com reduções, com perímetros, com medida à volta, nha ..., nha ..., uma fiada, duas fiadas, quantos euros? Nha ..., nha ..., a rede à volta. Ainda não sabem o que é o perímetro” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

Os conceitos geométricos parecem ser os que apresentam maiores falhas no ensino da matemática no primeiro ciclo, originando uma negociação de significados, por vezes, matematicamente incorreta. A substituição de área por superfície – “Normalmente, numa tentativa de facilitar a compreensão deles, equiparo a área à superfície” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra] – originou a discussão num dos encontros entre nós dos conceitos de figuras geometricamente iguais, semelhantes e equivalentes. Sublinhei, negociando conceitos matemáticos, que duas superfícies distintas podem ter a mesma área como é o caso das figuras geometricamente equivalentes.

O acréscimo da participação dos alunos na comunicação matemática em sala de aula originou uma maior disponibilidade das professoras para a construção matemática de conceitos. As tentativas de generalização de resultados matemáticos são ensaiadas pelas docentes através de processos muito incipientes de negociação de significados. Alexandra tenta identificar padrões na construção de números inteiros ou decimais com três algarismos distintos: “Ainda falei no padrão, ainda falei na estratégia, mas não foram lá” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Laura tenta negociar o significado do valor das unidades na definição de números pares e ímpares, conseguindo encaminhar os alunos, após um longo percurso, para a definição de par e ímpar através do valor das unidades do número: “Eles, este trabalho, fizeram bem. Ali a conclusão é que foi um pincel” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura].

Para além da negociação de conceitos matemáticos parece existir igualmente a negociação de processos matemáticos entre a professora e os alunos. Esta negociação pode surgir implícita e resultar do confronto entre estratégias corretas e incorretas de resolução das tarefas matemáticas propostas ou decorrer da focalização nos conteúdos recentemente lecionados. Com o intuito de ensinar a multiplicação por decomposição de um dos fatores, Alexandra relatou-nos, no primeiro encontro, o desfecho de uma tarefa proposta aos alunos sobre a multiplicação de dois números da ordem dos milhares por decomposição de um dos fatores:

Espera aí, vamos já dividir o quadro em três partes, porque a professora já viu três formas diferentes e a não sei quantas vai fazer a primeira... E então eles viram que ou decompunham um ou decompunham o outro, porque decompondo os dois ia sempre faltar qualquer coisa, qualquer coisa ficava por ser multiplicada, eles perceberam logo: «Professora, aquela é que está errada».

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

O que se pretende salientar aqui é a negociação de processos de cálculo pela professora, salvaguardando que a decomposição dos dois fatores é igualmente válida, apoiada nas estratégias bem sucedidas dos alunos. A negociação dos processos matemáticos surge igualmente quando as professoras tentam confrontar os alunos com resoluções erradas ou resultados desadequados ao contexto do problema. Carolina exemplifica como tentou questionar os procedimentos errados dos alunos no cálculo do tempo decorrido entre dois registos horários, argumentando, por absurdo, com o contexto escolar: “Vocês

entram às nove, saem às doze, estão aqui doze horas?” [2007 novembro _ encontro colaborativo].

Esta negociação de processos matemáticos acentua-se na orientação de procedimentos como a utilização da multiplicação em contraponto com a adição de parcelas iguais. Laura *impõe* aos alunos a utilização sistemática da multiplicação como forma de reforçar o conceito e o processo. Quando confrontada com esta situação, a professora justifica o seu empenho na utilização da multiplicação para evitar que os alunos demorem muito tempo nos cálculos. Este tipo de negociação é ilustrado por Carolina ao recordar um episódio em que questionou um aluno, após este ter adicionado quinze parcelas iguais: «Mas tu não tinhas uma maneira mais fácil de resolver isso, sem ser assim?» [2008 fevereiro _ encontro colaborativo].

A negociação de significados relativos às normas sociais e sociomatemáticas apresenta igualmente uma dimensão de *imposição* escudada no controlo e poder das professoras. Numa das aulas de Alexandra, um dos alunos não considerava relevante fazer e anotar todas as soluções possíveis da tarefa dos inteiros ou decimais, descrita anteriormente. Perante tal posicionamento, a professora solucionou o caso chamando o aluno ao quadro, obrigando-o a passar *duas vezes* sem o explicitar:

E qual foi a solução que eu dei ao caso? Ai! Não tens que passar! Vais fazer a outra e passas duas vezes. Mas não lhe disse. Disse: «Então o António agora vai ao quadro.» Fez no quadro e depois teve de fazer no lugar. Fez duas vezes.

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A negociação de conceitos matemáticos parece incidir na confrontação dos significados sociais e matemáticos dos termos e decorrer da estruturação lógica desta área de conhecimento, a par com as representações matemáticas. A negociação de processos parece abranger uma significativa dimensão de imposição de procedimentos matemáticos, particularmente baseados nos procedimentos algorítmicos. A negociação de normas sociais e sociomatemáticas parece dependente das relações de controlo e poder do professor na sala de aula.

Colaboração, reflexão e prática

A dimensão reflexiva de todo este processo de colaboração entre as professoras e entre elas e o investigador é aqui salientada tendo em vista a caracterização das mudanças nas práticas que, na ótica dos intervenientes, promoveram a comunicação e a aprendizagem matemática dos alunos. Assume-se também uma tentativa de balanço sobre o trabalho de natureza colaborativa realizado ao longo de dois anos.

Investigador e trabalho colaborativo. A atitude inicial das professoras comigo foi de confiança mesclada de expectativa em relação ao comportamento dos seus alunos. As docentes viam em mim o profissional do ensino superior capaz de lhes ensinar como trabalhar a comunicação matemática e de lhes minimizar alguns dos seus dilemas profissionais. Logo nos primeiros contactos em sala de aula, Carolina dizia-me que os seus alunos brincavam coletivamente, mas eram incapazes de trabalhar em grupo na sala de aula. A minha sugestão foi que começasse por ensiná-los a trabalhar dois a dois antes de partir para grupos maiores. Esta estratégia foi assumida pela professora, ao organizar grupos de dois alunos, e refletida no primeiro encontro de natureza colaborativa:

Conseguí detetar realmente melhor quem ainda não trabalha bem em grupo, quem realmente já sabe trabalhar em grupo e comecei a aplicar estratégias para quem não sabe. (...) Com os grupos de três não tinha a noção de quem é que não sabia trabalhar em grupo.

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

A professora reflete no último encontro de natureza colaborativa sobre as mudanças no trabalho de grupo da turma em relação às experiências anteriores, salientando a alteração do seu comportamento perante as dificuldades de gestão do trabalho em sala de aula:

Eu não fazia trabalho de grupo. (...) Eu fazia pouco trabalho de grupo porque... É a tal história, porque é que eu fazia pouco trabalho de grupo? Os moços levavam sempre a discutir em vez de fazer o trabalho. Exatamente como neste grupo [turma]. Só que neste grupo [turma] eu insisti mais. Não, agora vamos fazer outra e agora vamos fazer outra. Insisti mais. Claro que, se calhar, se chegava ali e quando eles começavam a querer eu já desistia. (...) Sempre que eles fazem trabalho de grupo, eles autoavaliam. Autoavaliam-se a eles, o grupo faz a avaliação dos colegas e eu faço a minha [avaliação]. Eu acho que isso também ajudou muito, muito mesmo. Mesmo aqueles miúdos mais conflituosos... Pois reconheciam e já se nota evolução.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

O múltiplo papel de investigador, ex-formador e amigo, originou uma privilegiada aceitação das sugestões e críticas e um nível acentuado de confiança por parte das docentes, as quais já partilhavam um significativo nível de conhecimento e confiança mútua. A confiança entre as docentes resultou também da metodologia utilizada na constituição do grupo de trabalho, extensível à minha pessoa devido ao nosso conhecimento mútuo e à atitude de apoio e compreensão que assumi desde a primeira hora em relação aos sucessos e insucessos das professoras nas suas práticas. A matriz da confiança é apontada, desde o início do trabalho de campo, como um dos fatores facilitadores da investigação e da formação:

Nós temos um certo conhecimento e um certo à-vontade todos juntos, não é só com ele [eu]. É entre nós e que aceitamos e rimos e até brincamos com o nosso próprio erro. Outra coisa é se tivéssemos aqui com cinco, seis ou sete pessoas que a gente não conhece de lado nenhum, não achava piada nenhuma.

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A valorização da relação de confiança comigo (e entre todos) tornou assim possível o confronto das professoras com as suas práticas e o assumir de eventuais críticas em relação ao desempenho em sala de aula. Alexandra salienta este fator de proximidade e confiança na importância da comunicação no próprio grupo de trabalho de natureza colaborativa:

Há uma coisa que é difícil num grupo e que nós temos, talvez porque já nos conhecemos há bastante tempo, que é não haver problema nenhum em assumir: «Eh pá, fiz mal, faço mal, vou emendar, vou tentar». Porque, às vezes, há um bocado, entre pessoas que se conhecem menos, há um bocado de vergonha. Nesse sentido, de recatamento. Eu sei que fiz mal mas vou guardar para mim, não vou expor.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A análise das práticas docentes originou uma rutura em algumas das certezas profissionais ao destacar o domínio discursivo das docentes na sala de aula. Este tipo de análises, baseadas em episódios concretos de sala de aula, parece ter desencadeado nas professoras uma vontade de corrigir caminhos e trilhar novas vias:

Porque é que se avançou, António? Porque houve a sinceridade de dizer: «Neste momento falhaste porque cortaste, naquele momento não deixaste seguir», isso chamou-nos à atenção e mesmo nós rimo-nos das coisas que fizemos porque nos apercebemos que tinham sido ridículas.

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A importância de uma visão exterior foi igualmente salientada como uma mais-valia deste trabalho de natureza colaborativa, em que as minhas intervenções, críticas e sugestões também funcionaram como objeto de reflexão sobre a ação e de inquietação por parte das docentes: “Os resultados são bons, eles até dizem, a gente nem via o que fazia” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Por vezes, algumas das reflexões e sugestões só fizeram sentido após um longo processo de maturação, como foi o caso da minha crítica em relação ao número de tarefas matemáticas propostas aos alunos:

Eu selecionei poucos exercícios. Então, como selecionei [poucos] não havia a pressão do tempo, eu também notei isso [significativa comunicação entre os alunos]. Foi das coisas que eu notei. Você já me tinha dito: «Fazes muitas [tarefas] e depois não tens tempo». Ouvia, mas não aplicava. Então aquilo deu para discussão.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

A colaboração foi permanentemente entendida por todos como uma partilha de conhecimentos entre todos, incluindo os momentos de sala de aula. A minha postura junto aos alunos nunca assumiu o papel exclusivo de observador ou de supervisor, mas sempre se pautou pela atitude de parceiro no desenvolvimento da aprendizagem matemática dos alunos. Esta postura originou, por vezes, pequenas intervenções em sala de aula que socorriam as docentes nas suas práticas ou auxiliavam os alunos no desenvolvimento das suas atividades escolares – “Eu hoje não conseguia mesmo” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura]. As minhas ocasionais intervenções em sala de aula foram repetidamente valorizadas pelas docentes: “A tua intervenção foi fabulosa porque isso já eu fiz milhentas vezes e como não deu resultado não ia fazer outra vez” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Alexandra], gerando por vezes o trilhar de novos caminhos:

A intervenção que tiveste ali em relação a perguntar: «Porque é que se esgotaram?», ir um bocado mais fundo, foi boa porque, às vezes, a gente para ver se eles não perdem a ideia, que aquilo já está a encarrilar, para ver se não perdem, a gente não vai para outro lado. Foi importante. Eu agradeço que faças sempre.

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

A dimensão formativa ocorrida nestes encontros, nomeadamente na explicitação dos modos de comunicação e dos padrões de interação, referidos na literatura, e na clarificação de alguns conceitos matemáticos, proporcionou também a reflexão das professoras

em relação à sua prática docente em matemática e nas restantes áreas de conhecimento: “Agora está falando e eu ainda estou muito no funil [padrão de interação] ao nível da língua portuguesa” [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Carolina]. Este trabalho de campo foi efetivamente assumido por mim como uma investigação no terreno e pelas docentes como uma formação importante apesar da inexistência de qualquer dispositivo formal de formação. A existência de um pequeno grupo pautado pelo respeito e confiança em torno de uma temática parece ter assumido importantes níveis de formação e desenvolvimento profissional:

Eu aprendi muito mais consigo em não sei quantos meses do que aprendi num ano na formação [Contínua em Matemática]. (...) Aprendi, mas não estava a querer criticar a formadora. (...) Os professores têm dificuldade em aceitar muitas vezes (...) uma pessoa dentro da sala. De a ver como uma ajuda, não é ajuda de ajudar os miúdos, mas de ter uma reflexão conjunta, numa crítica construtiva. (...) O que você fez connosco foi um trabalho de crítica construtiva, (...) não foi só dizer: «Sim, está bem».

[2008 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina]

Esta perspetiva das professoras parece resultar também de uma disponibilidade total das docentes em relação ao trabalho de natureza colaborativa desenvolvido ao longo dos dois anos. Sempre tentaram dentro das suas limitações pessoais colaborar o máximo comigo, assumindo por vezes uma postura de serviço, facilmente contrariada por mim ao salientar que este trabalho só tinha sentido se também o tivesse para as professoras participantes.

Reflexão e mudança. A atitude inicial das professoras foi pautada pela ansiedade em relação ao desempenho dos alunos na resolução de tarefas matemáticas com algum grau de dificuldade. As primeiras confrontações das professoras com a análise das suas práticas geraram uma predisposição em relação à mudança. Alexandra refere, logo no primeiro encontro, a necessidade de contrariar a predominância do seu discurso em sala de aula: “Eu fui para casa a pensar que tenho de falar um bocadinho menos e mais devagar e que para a próxima tenho de escolher um problema menos complicado” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo].

A incomodidade inicial foi traduzida por Laura em ansiedade perante o desempenho dos seus alunos e, conseqüentemente, do seu próprio desempenho profissional: “Expliquei mal, expliquei logo mal, mas não me apetecia explicar bem. Não me apetecia. Estava mesmo naquele aborrecimento” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura]. Esta

ansiedade também se refletiu nas expectativas da professora em relação aos alunos: “Depois do intervalo, a minha turma não vale a pena... Fica ali numa moleza” [*idem*]. A ansiedade conjugada com a natural ausência de participação dos alunos reforçou um tipo de ensino mais diretivo: “Teve de ser assim um bocado de empurrão, mesmo mostrando...” [*idem*].

Esta atitude parece revelar uma relação muito estreita entre o desempenho dos alunos e o desempenho do professor, originando uma forte expectativa das professoras sobre as aprendizagens dos alunos em situações de ensaio de mudança de práticas. A ansiedade manifestada foi posteriormente reconhecida pela docente como um dos fatores perturbadores do desempenho dos alunos: “Naquele dia estava ansiosa e aquilo passou para eles. Hoje estava mais calma, aquilo correu melhor e eles orientaram-se muito bem a fazer a tarefa, aquilo pronto... Está a entrar, perceberam” [2007 _ novembro _ encontro colaborativo _ Laura].

A ansiedade e expectativas das docentes, em relação ao trabalho dos alunos nas aulas observadas, foram diminuindo e assumindo alguma naturalidade em consonância com um desempenho positivo dos alunos. Estas expectativas foram caracterizadas pelas docentes como desajustadas em relação às suas práticas de sala de aula – “Eu até estava à espera que eles fizessem uma tabela... Vê bem, parva!” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra] – e assumidas como uma atitude desadequada em relação à aprendizagem matemática dos alunos: “Depois temos este problema de irmos com umas ideias já pré-feitas. É um problema. Eu pensava que isto corria muito bem, pensava que eles percebiam tudo logo, que atingiam tudo” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Laura].

A fase inicial foi, pois, caracterizada pela vontade de aprender das docentes ao exibirem um reconhecido desempenho profissional. O visionamento de episódios das aulas observadas foi um dos fatores relevantes na caracterização das práticas e na análise crítica dos momentos de comunicação matemática. Alexandra descreve o impacto que as imagens tiveram na caracterização das suas práticas: “Chocou-me ver assim de fora. Ao ver a gravação, eu apercebi-me das vezes que dizia as coisas, das vezes que dirigia, da forma como olhava, como dizia. Foi ao ver, porque dantes não me apercebia” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. As mudanças foram acontecendo ao longo do envolvimento colaborativo a partir das estratégias definidas entre todos. Assumi-

se sempre uma atitude laboratorial e de tentativa e erro, resultando alguma indefinição na caracterização do caminho percorrido. Esta forma de trabalhar tendo por base a valorização do conhecimento dos alunos não gerou nenhuma lista de atitudes ou procedimentos, mas fez emergir a vontade de perceber o sucedido:

No início, eu queria que eles falassem, mas não falavam nada. (...) Eu tenho uma vaga ideia de que eles não diziam nada. Estavam assim e não conseguiam explicar. O que é que eu fiz? Agora a pergunta é: O que é que eu realmente fiz? ... (...) Qual foi realmente a minha atitude para ter conseguido que eles tivessem o desenvolvimento que eles têm hoje? O à-vontade, a comunicação e a argumentação?

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

O que é que aconteceu? O que é que as professoras assumiram como mudança das suas práticas? Foi perante este tipo de questões que as professoras foram assumindo algumas mudanças nas suas práticas letivas em função das análises reflexivas ocorridas nos encontros de natureza colaborativa. Um dos aspetos salientados decorre da interpretação e exploração das tarefas matemáticas propostas aos alunos. Laura manifestou regularmente a necessidade de “dar menos coisas [tarefas] e trabalhá-las mais profundamente” [2007 outubro _ encontro colaborativo], conjugada com a interpretação dos enunciados – “Às vezes basta uma atividade e eles discutem imenso entre eles desde que a atividade se propicie a isso é o suficiente para eles comunicarem mais” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Laura].

A valorização dos conhecimentos dos alunos e da comunicação matemática exigiu uma outra atitude das professoras. É preciso dar “menos tempo para executar a tarefa e mais tempo para discutir e para apresentar” [2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra] e “deixar os miúdos falar” [*idem* _ Carolina]. A opção por incentivar os alunos a interagirem entre eles suscitou a observação, nos vídeos das aulas, da deslocalização de Carolina em relação ao quadro como um dos possíveis fatores de reforço das interações entre a professora e os alunos – “Apercebemo-nos disso [localização da docente] nas filmagens” [*idem* _ Laura]. Esta constatação levou as professoras a circularem pela sala, especialmente nos momentos de apresentação das atividades no quadro pelos alunos. Esta atitude é salientada pelas docentes como uma mais-valia na promoção das interações entre os alunos:

Eu decidi mudar a minha posição na sala quando é para eles comunicarem, (...) Eu acho que o facto de eu estar aqui atrás melhorou a comunicação. Eles já não se dirigem tanto a mim, embora aqueles que estão ali a

dizer, dizem sempre com um rabo de olho em mim, os outros que estão a perguntar já vão mais diretos aos colegas e não a mim.

[2008 junho _ encontro colaborativo _ Alexandra]

O processo de construção do conhecimento profissional é contínuo e resulta de sucessivas aproximações, neste sentido podemos afirmar que este trabalho nunca está acabado, mas vai tomando forma em resultado de pequenas mudanças direcionadas para o objetivo de valorizar sempre o processo de ensino-aprendizagem da matemática:

Eu acho que nós, professores, estamos sempre a aprender, sempre a aprender. Mesmo que nós já façamos algum bocadinho daquilo, podemos aprender outras estratégias, podemos melhorar aquelas que já utilizámos e nesse sentido acho que foi um contributo, que eu já tinha dito o ano passado também, tinha sido um contributo muito grande para mim.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

Apesar das mudanças explicitadas pelas docentes decorrerem de procedimentos, parece existir uma mudança de atitude mais profunda, nomeadamente na forma como as docentes passaram a equacionar a comunicação matemática e a valorizar as intervenções dos alunos, para além do *feedback* e da complementaridade ao discurso do professor. Esta mudança de perspetiva reflete-se também nas conceções sobre o ensino e a aprendizagem e sobre o papel do professor e do aluno em sala de aula.

Dois anos e meio depois, a validação metodológica dos casos originou informação complementar, de cada uma das professoras, em contexto coletivo. Os aspetos comuns, salientados neste encontro, parecem incidir na gestão curricular, nomeadamente em relação ao novo Programa de Matemática do Ensino Básico; nas práticas de comunicação, nomeadamente em relação à autonomia dos alunos na apresentação e discussão das estratégias e resoluções das tarefas matemáticas; nas interações da professora com os alunos em relação à validação das atividades e ao papel do erro na aprendizagem; e no trabalho de natureza colaborativo desenvolvido e na reflexão sobre os textos escritos que corporizam *os casos*.

Em relação à gestão curricular do novo programa de matemática, as professoras salientam dois aspetos que, de certo modo, alteraram as suas práticas: uma integração significativa de conteúdos do terceiro no segundo ano de escolaridade – "O segundo ano é um início do terceiro ano" [2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina] – e o recurso a tarefas provenientes de origens distintas – "Agora já não se pode seguir o manual, atenção!" [*idem*]. Para além destes aspetos, as professoras valorizam uma maior possibilidade de

conexões entre os conteúdos, apesar de a gestão curricular com as outras áreas de conhecimento dificultar a assunção dos percursos de aprendizagem:

Nós temos os programas para cumprir. Por exemplo, na matemática temos o percurso [de aprendizagem] não sei quê. E, às vezes, aquilo não confere com o que a gente precisa. E o que é que estamos a fazer? Nas nossas planificações diárias, que me acontece regularmente, estou a contrariar a linha orientadora da Escola.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra]

As propostas metodológicas do novo programa de matemática, mais ajustadas a uma perspetiva de comunicação enquanto interação social, parecem ser valorizadas, apesar da insegurança das professoras em relação à demonstração efetiva das aprendizagens realizadas pelos alunos, revelando uma rutura com a aprendizagem tradicional baseada na certificação da realização com sucesso dos procedimentos matemáticos:

Entre as três, o nosso medo é sempre o mesmo. É dos miúdos não aprenderem, da situação ficar só pela comunicação, ali daquele momento, e no dia a seguir, já não está lá nada. Esse é o nosso grande medo, o nosso grande receio. E, por um lado, o novo programa da matemática aumenta muito esse receio. Aquela situação do antigamente, agora falo do antigamente, portanto, antes do novo programa, em que havia os exercícios de repetição, em que os meninos andavam ali a matracar na mesma coisa milhares de vezes e faz de uma maneira e faz de outra. Nós acabávamos de ter um controlo maior do que é que cada um sabia efetivamente fazer. Olha, estes ... Agora nesta parte já está resolvido, já toda a gente conseguiu executar as tarefas bem. Bom, vamos avançar para a próxima.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra]

Este controlo da aprendizagem dos alunos parece reforçar a presença do professor no discurso de sala de aula. A *omnipresença* das docentes na comunicação é um dos fatores que as professoras apontam como críticos nas suas aulas, em relação às práticas desenvolvidas durante o trabalho de natureza colaborativa. O excessivo controlo do discurso parece ter regressado às suas aulas:

Eu estou a cair exatamente no mesmo erro. Ou seja, eu não estou a deixar os miúdos ... É engraçado que eu, aqui na reflexão, digo que isto teria sido interessante se tivesse começado no primeiro ano. (...) Notava mais estes frutos se tivesse começado no primeiro ano. Estou a fazer a mesma asneira. (...) Com o medo que eles não percebam, que os outros não percebam, intervimos sempre, interrompemos quando não deve. (...) Apesar de ter feito este trabalho e sentir evolução, eu sinto-me insegura.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina]

Esta perspectiva de controlo da aprendizagem surge bastante presente em todas as professoras, denotando uma vontade implícita do *fazer de forma correta*, minimizando os erros, regressando às conceções da aprendizagem baseadas no *saber fazer*. Todavia, a exploração dos erros parece ter sido uma das principais conquistas do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido anteriormente – "Eu exploro sempre o erro para chegar ao correto" [2011 julho _ encontro coletivo _ Laura]. As situações dilemáticas de Alexandra perante o erro mantêm-se:

Tenho muito medo, é uma pedra no meu sapato. (...) Agora, atualmente, os miúdos quando fazem ... E o próprio programa [de matemática] ajuda a isso. Fazem as tarefazinhas em grupo, ou dois a dois ou três a três, coloca-se tudo no quadro, o que está bem, o que está mal, explora-se aquilo tudo, eles chegam às conclusões e põem bem e verificam o que têm mal. Mas eu continuo com muito medo. Muito medo que o erro fique. (...) Eu exploro, é verdade, mas é um território onde eu, cá por dentro, estou a tremer. No fim da atividade, volto a ela e eu sintetizo. Tenho necessidade disso. Depois de eles tirarem as conclusões, depois disso tudo, eu tenho necessidade de fazer o resumo no fim: «Atenção meninos que aquilo não era, é isto». Tenho necessidade, pela minha ansiedade em relação ao erro.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra]

Apesar destes medos partilhados pelas docentes, parece existir uma significativa alteração da atitude das professoras e dos alunos perante o erro, assumindo-o também como um dos recursos de aprendizagem:

Eu tive alunos que, ao verem errado o que fizeram, sabem ... Isto no ano que passou [os alunos do trabalho de natureza colaborativa no 4.º ano]. Sabiam identificar logo: «Não posso fazer assim. Porque eu fiz, fui apresentar aos outros, os outros disseram que estava errado e eu realmente verifiquei que estava errado e não posso errar mais». Aprenderam assim: «Errei, já não posso errar mais».

[2011 julho _ encontro coletivo _ Laura]

A valorização do trabalho de natureza colaborativa decorre de um assumir de mudança das práticas de comunicação. As professoras são unânimes em considerar que ocorreu uma mudança nas suas práticas de sala de aula: "Melhoria na minha prática de sala de aula" [2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra]; "Mudança de postura e aprendizagem" [2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina]; "Fui capaz de mudar" [2011 julho _ encontro coletivo _ Laura]. Para esta alteração das práticas parece ter contribuído, de forma significativa, o modelo e a dinâmica dos encontros de natureza colaborativa.

As professoras valorizam o *olhar externo* do formador ou investigador – "Se não houver um trabalho destes, não nos apercebemos do que fazemos na aula" [2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina] – ou parceiro educativo, assumindo que em situação de observação conseguimos equacionar alguns episódios de modo distinto em relação ao professor em ação:

Observador externo, ele estava a ver. Eu acho também quando estou a ver consigo identificar: «Olha, está a fazer assim». (...) Falta alguém que nos diga ... Para nos ajudar nas pistas. Eu ... Há tarefas que faço que depois no fim verifico «Isto não correu bem, isto não é assim, se fizesse desta forma era melhor».

[2011 julho _ encontro coletivo _ Laura]

Da valorização do olhar externo decorre uma total abertura das professoras para processos de supervisão pedagógica que assumem uma atitude colaborativa em vez de avaliativa:

Laura: – Não tenho problema que vá lá alguém à sala ver alguma coisa.

Carolina: – Eu também, eu gosto até que venham.

Laura: – Sim, eu também.

Carolina: – Se ninguém me diz, eu não sei se estou a errar.

Alexandra: – É.

Carolina: – É aquilo que eu digo a eles [alunos]. Por isso é que eu concordo com o erro.

(...)

Alexandra: – Eu já pensei em estabelecer lá uma câmara de vídeo...

Carolina: – Ah, ah.

Alexandra: – É verdade. Numa ou noutra situação, que é para volta e meia nós vermos de fora. Eu acho que é importante, volta e meia ... Nem que seja só para mim. Sentar-me lá na minha sala e ver de fora. Porque ajuda-nos a detetar estes erros, que nós não vemos, é indiscutível.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Nesta perspetiva colaborativa, as professoras valorizaram o meu estilo informal, mas, simultaneamente, conhecedor no papel de parceiro/formador/investigador – "Mas também depende do formador. Tem que ser uma pessoa que saiba ter essa postura" [2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra] – neste trabalho de natureza colaborativa, salientando a não imposição de soluções por parte do investigador:

Carolina: – O António nunca foi uma pessoa que nos dissesse: «Faz assim». Ou seja, nunca nos condicionou, mas dava-nos pistas.

Laura: – Exatamente.

Alexandra: – Cooperou, cooperou.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Este modo de assumir o trabalho de natureza colaborativa com um misto de formação, aconselhamento e descoberta entre todos parece ter resultado na mudança de concepções de Carolina a propósito do sentido das formações de professores:

Quando eu falava aqui que o que eu queria era uma formação que me desse respostas, hoje em dia não encaro isso assim. Encaro ... Realmente somos nós que temos de ir procurar as respostas de acordo com o que nos dizem. (...) O António nunca nos deu as respostas para os nossos problemas. (...) Ele nunca nos deu respostas de forma direta, mas, se calhar, disse-nos sempre de forma indireta. Porque também, se não nos tivesse orientado, nós também, se calhar, não tínhamos feito esta evolução que fizemos.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina]

Neste sentido, a professora idealiza uma formação ao longo do tempo que a fosse ajudando a encontrar soluções para as suas dificuldades e para os seus dilemas profissionais, baseada no tipo de trabalho desenvolvido:

Uma proposta de formação. (...) Um acompanhamento deste tipo. (...) Não é num ano ou dois que nós conseguimos mudar. Porque isto é uma mudança brutal. (...) A proposta que estou a fazer de formação, de ser deste tipo, como fizeste connosco, de mais reflexão, não sei também se toda a gente teria abertura para ... Porque isto mexe connosco, isto mexe com a própria pessoa.

[2011 julho _ encontro coletivo _ Carolina]

A leitura dos textos dos casos originou nas professoras uma reflexão global baseada em episódios relatados, salientando alguma angústia perante os aspetos menos conseguidos – "Onde é que eu estava com a cabeça, eu a pensar que estava a fazer tão bem ... Mas é a realidade" [2011 julho _ encontro coletivo _ Alexandra]. Este reconhecimento de deficiências profissionais é apontado pelas professoras como práticas rotineiras sobre as quais nunca tinham tido oportunidade de refletir, destacando-se, deste modo, o papel das narrativas na formação profissional:

Alexandra: – Custa-nos estar a ler que fizemos, mas fizemos. A questão é essa.

Laura: – E fizemos durante muitos anos.

Alexandra: – Exatamente. E, se calhar, ainda fizemos pior.

Laura: – Sim, sim, sim.

Alexandra: – Pior do que isto. Custa um bocado estar a ler que fomos nós que fizemos. Mas é verdade.

Carolina: – Não sei se foi com o facto de o António estar, eu estabeleci com esta turma uma relação afetiva muito grande, muito grande. Tenho saudades desta turma. (...) Deu-me uma saudade tão grande deles.

[2011 julho _ encontro coletivo]

A *viagem no tempo* efetuada pelas professoras originou um balanço significativo dos seus recuos no controlo do discurso em sala de aula, apesar dos avanços nas conceções e práticas a propósito do papel do erro na aprendizagem. Ao reverem-se nos textos dos casos, as professoras idealizaram um mecanismo de formação com as características do trabalho de natureza colaborativa, baseado na confiança entre todos e no entendimento das perspetivas do outro.

Capítulo 6

Caso Alexandra

No início da sua participação no projeto, em dezembro de 2006, Alexandra tinha 33 anos de idade e doze de serviço docente, sempre no 1.º ciclo e no mesmo estabelecimento de ensino. A sua integração no grupo de trabalho de natureza colaborativa resultou de um convite inicial efetuado por mim, do conhecimento que de mim detinha enquanto minha ex-formanda, no âmbito do curso de complemento da formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico, da disponibilidade para apoiar as investigações ao “participar em algo de novo que nos enriquece pessoalmente e profissionalmente” [2006 dezembro _ entrevista] e da vontade de trabalhar a comunicação escrita. A meu pedido, Alexandra contactou mais duas colegas à sua escolha para integrarem o grupo de trabalho de natureza colaborativa. Neste capítulo, interpreto as conceções e práticas de comunicação matemática de Alexandra, salientando os seus pontos de vista e a evolução das conceções e práticas ao longo do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa.

Conhecimento profissional

Alexandra é bacharel com o curso de professores do 1.º ciclo do ensino básico e licenciada com o curso de complemento da formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico, pela Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve. No início da recolha de dados, Alexandra encontrava-se a realizar um mestrado em supervisão, especialidade 1.º ciclo do ensino básico, igualmente na Escola Supe-

rior de Educação da Universidade do Algarve, o qual foi concluído em dezembro de 2007, e frequentava a formação contínua em matemática para professores do 1.º ciclo do ensino básico e a formação em ensino experimental das ciências no 1.º ciclo. No ano seguinte, a docente frequentou a formação no âmbito do programa nacional de ensino do português.

A caracterização desta professora, na vertente do conhecimento profissional, estrutura-se nas formas paradigmáticas e narrativas e resulta essencialmente de dados obtidos nas entrevistas e em encontros de natureza colaborativa. A forma paradigmática de conhecimento profissional é caracterizada pela professora essencialmente em duas dimensões: conhecimento teórico, desfasado em relação à prática, e conhecimento prático para a prática, essencialmente resultante da formação complementar e de outros momentos formativos, como encontros e leituras profissionais. As formas narrativas de conhecimento profissional decorrem do seu próprio empenho pessoal nas formações académicas e profissionais, desvalorizando a dimensão colaborativa entre professores.

Forma paradigmática de conhecimento profissional. Alexandra considerava, enquanto aluna da formação inicial, a sua formação teórica e prática “*muito boa*”, apesar de baseada também em aulas expositivas em que “o professor ou a professora falava, falava, falava, quem tirava apontamentos tirava, quem não tirava, não tirava” [2006 dezembro _ entrevista], até ao momento em que assumiu *sozinha* a função de professora. Em retrospectiva, a docente caracteriza a sua formação académica inicial, no âmbito do bacharelato, “desfasada da realidade” de sala de aula, em termos teóricos e na vertente prática. Contudo, ressalva que se tratou do “pontapé de saída, em termos mais teóricos do que práticos, forneceu-me aquilo que eu precisava, para depois eu própria ir desenvolvendo à minha maneira, ao longo da carreira” [2006 dezembro _ entrevista]. A formação em matemática também a caracteriza como teórica e “pouco aprofundada”, baseada em “contas” e na utilização de materiais, como os blocos lógicos, “de forma muito simples” [*idem*].

Alexandra destaca a inserção inicial no contexto profissional, após a formação académica, como a fase mais problemática da sua carreira: “Momentos muito difíceis de adaptação, aliás, todos nós sabemos, quando entramos no ativo, normalmente sobram-nos aquelas turmas mais complicadas, em que nós temos que arranjar um bocado de estofos” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta dificuldade de adaptação ao contexto profissional

levou-a a questionar a sua formação inicial: “Os primeiros tempos de adaptação, de ver o que é que daquilo que eu recebi na teoria posso utilizar na prática. Será que aquilo que me disseram funciona? Será que aquilo que eu aprendi vai realmente funcionar da forma como me disseram?” [*idem*].

Após a inserção profissional, a professora licenciou-se com o curso de complemento da formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico. A formação no âmbito deste curso teve igualmente uma componente teórica, associada às áreas da sociologia e do desenvolvimento curricular, e uma componente prática relacionada com as áreas de conteúdo do 1.º ciclo. Alexandra caracteriza a sua formação académica, neste âmbito, como inserida nos contextos profissionais:

Gostei muito, e achei que em termos da forma como o complemento funcionou, achei que foi mais virado para a prática, para nos darem instrumentos, metodologias para nós aplicarmos na prática. Foi muito bom. Mais prático do que teórico. Portanto eu gostei muito da forma como as aulas foram... Havia sempre qualquer coisa que podíamos utilizar na prática, na nossa sala de aula. Refletir, ver como é que corria, como é que não corria, como é que se podia fazer de forma diferente. Portanto, gostei mais dessa parte do que da formação inicial, acho que foi mais virado para a prática.

[2006 dezembro _ entrevista]

A docente tipifica a formação em matemática, no âmbito do complemento de formação, igualmente inserida na sua prática profissional: “Mais prático do que teórico” [2006 dezembro _ entrevista]. As referências ao conhecimento matemático não ocorrem muito no discurso da professora, talvez por ser a “sua área de eleição” [*idem*], denotando segurança e à-vontade na sua lecionação. Contudo, a professora manifesta dúvidas em relação a tópicos matemáticos que carecem da explicitação do significado do conceito matemático. Numa discussão sobre a paridade do zero, a propósito do visionamento de uma aula em que uma aluna afirmava que o zero não é par nem ímpar, a docente refere que neste tipo de situação não sabe “como gerir isso” [2007 outubro _ encontro colaborativo], salientando a dificuldade de algumas noções matemáticas. Alexandra ultrapassa estas situações assumindo uma definição matemática, mesmo com manifestas dúvidas, como foi o caso em que os alunos retomaram “o problema do quadrado” [*idem*] ser ou não retângulo na definição de cubo como prisma quadrangular.

As definições matemáticas, especialmente no âmbito da geometria, parecem surgir de modo vago e algo incompleto, como no caso do retângulo como uma figura com os

lados iguais dois a dois. Quando questionada sobre esta definição incompleta de retângulo, Alexandra manifesta segurança na definição de retângulo como quadrilátero com os quatro ângulos retos, mas acrescenta que a anterior definição “é necessária para eles [alunos]” [2008 janeiro _ encontro]. Parece existir assim uma manutenção das definições visuais dos polígonos ao longo dos quatro anos do 1.º ciclo. Esta visualização é algo forçada pela professora, deste o primeiro ano de escolaridade, ao associar figuras geométricas planas a objetos tridimensionais. Numa das aulas observadas, com alunos do 1.º ano, a docente sintetiza os conhecimentos anteriores dos alunos sobre o triângulo, o quadrado e o círculo, associando a cada figura objetos tridimensionais:

Professora: – A forma do triângulo, nós encontrámos algumas coisinhas.
O quê?

Alunos: – O telhado, o bolo, ...

Professora: – O bolo não.

Alunos: – O telhado.

Professora: – O...

Alunos: – O telhado.

Professora: – O telhado da casa, o... chapéu do palhaço, o chapéu das festas.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

Alexandra idealiza uma formação em matemática com incidência no conhecimento matemático baseada num *fazer matemática* através da exploração de tarefas matemáticas: “O conhecimento de geometria, de estatística, disto, daquilo, trabalhar aquelas coisas que nós não trabalhamos no dia a dia, mas que estão cá por trás” [2008 abril _ encontro].

Para além das formações académicas, a docente cursava um mestrado em supervisão, frequentava a formação contínua em matemática e a formação em ensino experimental das ciências, aquando da realização da entrevista inicial, e o programa nacional de ensino do português no ano letivo de 2007/2008, denotando uma forte valorização da formação académica. No mestrado em supervisão, Alexandra optou por realizar um trabalho de metodologias no âmbito do ensino da matemática, por ser a sua área de conhecimento *de eleição*. A docente associa o tipo de formação na formação contínua em matemática à recebida no âmbito do complemento da formação científica e pedagógica, destacando a dimensão de inserção na prática profissional:

A formação de matemática vai muito na linha do complemento de formação. Portanto, a parte prática, refletir, praticar na sala de aula, implementar metodologias, estratégias de ensino, e depois, em conjunto com os colegas, refletir, ver o que correu bem, o que correu mal, como é que se poderá fazer de forma diferente. Pronto, vai na linha do complemento de formação.

[2006 dezembro _ entrevista]

Contudo, a formação contínua em matemática não teve grande influência nas práticas da docente – “A minha formação não teve [influência nas práticas] e eu tive ocasião de refletir e, no meu portefólio, refleti e disse exatamente isso” [2009 fevereiro _ entrevista] – em comparação com os complementos de formação científica e pedagógica. Para Alexandra, o momento de viragem em relação ao ensino da matemática deu-se no curso de complemento da formação: “Tinha acabado o complemento de formação, que para mim foi ótimo. Aí, acho que dei um pulo qualitativo na parte da matemática” [*idem*]. A inovação das abordagens no âmbito do complemento de formação desencadeou na docente elevadas expectativas em relação à formação contínua em matemática, as quais não foram correspondidas: “A formação foi uma desilusão” [*idem*].

O desenvolvimento do conhecimento profissional a partir de exemplos e propostas parece estar muito presente em Alexandra, ao valorizar as formações recebidas como fator determinante da sua evolução enquanto professora, contrapondo algumas das suas práticas profissionais iniciais com as atuais práticas letivas:

[Eu] obrigava os miúdos a fazer o algoritmo. Obrigava: «Não. Eu quero aí a conta». Era sempre assim, mas agora tenho vindo, com o tempo e com as formações todas (não é por acaso que a gente faz as formações), a abrir um bocado os horizontes.

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo]

A expectativa da docente em relação a este tipo de formações é “conhecer coisas novas, o que se tem feito, como se faz” [2006 dezembro _ entrevista], denotando uma dimensão instrumental das formações. Mesmo as ações de formação menos estruturadas, como os encontros ou congressos, ou as leituras de publicações científicas e profissionais parecem contribuir para a formação e atualização da docente. Alexandra busca nas revistas, nomeadamente na *Educação e Matemática*, “aqueles artigos que são feitos com atividades desenvolvidas com os miúdos” [*idem*], em que se acentua a vertente reflexiva dos mesmos: “A reflexão sobre a forma como decorreu, algumas das respostas que os miúdos dão, gosto muito de ler essas experiências” [*idem*].

A perspectiva de Alexandra sobre a forma paradigmática de conhecimento profissional parece alicerçar-se na teorização de uma vertente prática através de bons exemplos de ensino, conjugados com testemunhos dos alunos e reflexões dos participantes nas práticas educativas. Neste sentido, a professora parece encarar positivamente qualquer programa de formação ou projeto de investigação, com formato académico ou não, e valorizá-lo em função da sua inserção e questionamento da sua prática profissional.

Forma narrativa de conhecimento profissional. Alexandra valoriza a formação no decorrer da prática educativa, salientando o papel da partilha de opiniões entre os professores e entre estes e o formador sobre a implementação das atividades propostas. Nesta interação, destaca os valores da *humildade* e do reconhecimento de que “nem tudo o que fazemos na sala de aula é perfeito” [2006 dezembro _ entrevista]. A partilha profissional não parece, contudo, apresentar uma dimensão colaborativa forte, mas apenas decorrer da narração de situações e episódios com valor formativo. A existência de uma relação colaborativa, mesmo que incipiente, ocorre entre os professores a lecionarem o mesmo ano de escolaridade. O trabalho da professora é individual, apenas matizado por partilhas entre os professores do conselho de ano – especialmente no âmbito cognitivo e disciplinar e na área de estudo do meio:

Em conselho de ano, mas não é sobre tudo, eu acho que se poderia fazer muito mais, mas não é sobretudo o que se faz, às vezes temos situações mais problemáticas, às vezes há uma reflexão, uma conversa, mas é desabafos...

[2006 dezembro _ entrevista]

Alexandra não encara estas reuniões de conselho de ano como muito produtivas em relação às necessidades educativas dos alunos e ao conhecimento profissional do professor:

É lógico que nós tiramos benefícios, aprendemos sempre uns com os outros, aliás até com os miúdos nós aprendemos todos os dias. Mas, a bem dizer assim, se for espremer aquilo que acontece nessas reuniões, nessas reflexões, a gente podia aprofundar mais as coisas, não sai muito sumo.

[2006 dezembro _ entrevista]

Alexandra parece restringir o seu trabalho colaborativo em contexto escolar à troca de experiências e materiais com os docentes a lecionarem o mesmo ano de escolaridade. Ao longo do trabalho desenvolvido, no âmbito deste estudo, a professora foi partilhando

com um outro professor, a lecionar o mesmo ano de escolaridade, algumas das estratégias definidas por nós em contexto colaborativo: “Eu troco mais impressões e falo mais com os meus colegas do quarto ano porque, até geograficamente, eu estou colocada aqui [zona do edifício escolar] junto com os do quarto ano” [2008 abril _ encontro].

A professora tenta relacionar-se com todos os *setenta e tal* docentes da escola, mesmo forçando por vezes uma relação de proximidade:

Eu meto-me (entre aspas) com toda a gente. Eu tento saber mais. Eu digo aquilo que sei. Eu falo. Não me preocupo se sou criticada, ou se acham bem ou se acham mal, ou seja o que for. Portanto, eu consigo relacionar-me bem com toda a gente e comunicar com eles e cooperar com eles ... Mas acho que tem muito a ver com a minha maneira de ser.

[2006 dezembro _ entrevista]

A espontaneidade de Alexandra contrasta com a realidade de outros colegas que, na sua opinião, consideram a existência de défice de cooperação entre os professores na escola. Para a docente, a existência de muitos professores tem “os seus aspetos positivos e os seus aspetos negativos” [2006 dezembro _ entrevista], nomeadamente em relação ao trabalho de colaboração entre os docentes. Alexandra relaciona negativamente a dimensão do estabelecimento de ensino com as dinâmicas colaborativas entre os professores e positivamente com a diversidade de situações educativas:

Se a escola fosse mais pequena, se calhar nós trabalhávamos mais facilmente cooperativamente uns com os outros. Assim é um bocado mais cada um para o seu lado. No entanto, como há uma série de turmas, montes de miúdos diferentes, montes de experiências completamente diferentes, também dá para nós enriquecermos um bocado, porque um diz uma coisa, outro diz outra, um colega tem uma situação qualquer com um aluno mais difícil ou mais fácil ou mais inteligente, a diversidade também enriquece as nossas experiências.

[2006 dezembro _ entrevista]

A valorização da dimensão prática das formações e das publicações parece ser uma constante no discurso de Alexandra, também quando planifica as suas próprias aulas. A professora parte da identificação de um conteúdo a trabalhar e prepara um conjunto de tarefas matemáticas, tendo em atenção o conhecimento que tem dos seus alunos e dos materiais disponíveis, por vezes apoiando-se em tarefas desenvolvidas nos momentos de formação:

Penso naquilo que pretendo transmitir e procuro encontrar a melhor forma de o fazer, procurando através do conhecimento que tenho dos alu-

nos, os materiais que tenho à disposição e vou, às vezes, assim às *cábulas* [materiais de formações] que tenho, encontrar formas novas de fazer.

[2006 dezembro _ entrevista]

Estas planificações são preparadas no final da semana, integrando todas as áreas disciplinares em torno de um tema:

Na preparação, faço globalmente, não compartimento as coisas. Faço globalmente, porque se torna mais fácil depois, para mim, desenvolver aqui as coisas com um certo encadeamento. Começo, por exemplo, por um conteúdo novo da matemática e vou procurar o que poderei fazer na língua portuguesa, o que se coaduna com aquilo no estudo do meio. Portanto, é ali tudo encadeado. Às vezes, lógico que levo mais tempo numa ou noutra área, também dependendo do conteúdo que é, mas não é um tempo definido para, é tudo ao mesmo tempo.

[2006 dezembro _ entrevista]

Existem, contudo, situações em que as planificações semanais são reformuladas quando “descamba daquilo que foi planeado”, mas por norma são “no final da semana, para preparar a semana seguinte” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta reformulação decorre de uma prática reflexiva da professora em relação à sua própria prática educativa com base nos desempenhos dos alunos:

Normalmente, faço apontamentos do que corre melhor e do que corre pior e aponto aqui, daquilo que vejo, o Cristiano ou a Ana nisto, naquilo, falhou não consegui transmitir, para projetar depois o trabalho... É aí que eu digo depois que a meio da semana pode haver uma reestruturação.

[2006 dezembro _ entrevista]

O reajuste decorre também da construção de materiais para a sala de aula, no dia anterior, adaptados à evolução dos alunos – “De acordo com a planificação, ao longo dos dias vou fazendo o que vou trabalhar amanhã. Em termos de fichas são elaboradas por mim no dia anterior (...) Com o que demos hoje, vou dar uma certa sequência amanhã” [2008 abril _ encontro]. Alexandra manifesta muita insegurança em relação às planificações por considerar que estas têm de assegurar uma continuidade de conhecimentos sem falhas: “Tenho muito receio que eles não percebam, que não vão buscar os conhecimentos que têm que ir, que haja lacunas, e que, com os exercícios que eu estou a pôr lá, não aprendam nada de novo” [*idem*].

No caso particular da matemática, estas planificações recorrem a materiais estruturados – blocos lógicos, geoplano, *tangran*, sólidos geométricos – e materiais não estruturados – tirinhas e fitinhas. Alexandra refere que utiliza uma diversidade de tarefas, desde “ati-

vidades investigativas a problemas (...), à construção de materiais ou manipulação de materiais” e “exercícios rotineiros” [2006 dezembro _ entrevista]. A docente defende este tipo de *exercícios rotineiros* para a consolidação das aprendizagens: os “exercícios normais, que para mim devem situar-se no fim, quando eles já têm a ideia” [*idem*] dos conteúdos matemáticos.

O manual escolar é integrado nas atividades de sala de aula, nomeadamente na resolução de algumas das tarefas propostas: “As tarefas do manual fazem-nas aqui comigo, após a apresentação dos conteúdos ou no desenvolvimento de qualquer outra atividade que implique a aplicação desses conteúdos” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta utilização decorre das planificações e não respeita a sequencialidade dos assuntos integrados no manual: “Normalmente eu não sigo a estrutura dos manuais, a organização lógica dos manuais. (...) Eu não sigo a ordem dos conteúdos, eu sigo a ordem natural dos miúdos” [2008 abril _ encontro]. Numa das aulas observadas, Alexandra lembra aos alunos que o tipo de tarefa matemática trabalhada não é inovadora, já foi realizada anteriormente a partir de exercícios do manual: “Este tipo de exercício é novo para nós? [Alunos: – Não.] Não. A única coisa nova que a professora introduziu ali foram as casas decimais, embora vocês já tivessem feito um exercício deste tipo no vosso livro. Lembram-se?” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano]. Nas aulas observadas, Alexandra optou recorrentemente pela realização de exercícios ou problemas sem recurso a materiais manipuláveis ou ao manual de matemática, com exceção de materiais não estruturados no 1.º ano.

A docente refere que tem utilizado muito pouco o *tangran* e a máquina de calcular – “Não, ainda não fiz [com a máquina de calcular] ... quer dizer, há pouco tempo fiz uma, mas foi só para eles se aperceberem. Foi antes de começar com a multiplicação por dez, cem e mil” [2008 abril _ encontro]. As aulas observadas parecem ser representativas das aulas lecionadas pela docente, pois como refere: “Eu não tenho feito nada de especial porque é este dia (...), é o que vem no seguimento” [2007 novembro _ encontro colaborativo]. Nas aulas observadas, Alexandra procura “sempre que sejam situações, problemas ou exercícios que, numa fase posterior, numa fase final propiciem a comunicação” [2008 abril _ encontro]. Neste sentido, Alexandra começou por planificar tarefas de resolução de problemas – “Nós, normalmente, e falo por mim, proporcionamos mais

esse tipo de discussão e não sei quê quando é resolução de problemas” [2008 novembro _ encontro colaborativo] – tendo progredido para todo o tipo de tarefas matemáticas:

Às vezes até um próprio exercício que eles estão a realizar no livro que gere mais confusão ou que lhes faça mais confusão na resolução, às vezes até o ponho no quadro e eles vão fazendo e vão perguntando e falando. Portanto, nem é bem pela tarefa específica, é pelo tempo que se dá para eles discutirem.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Contudo, Alexandra não planifica diariamente a comunicação como uma capacidade a desenvolver, mas apenas aproveita algumas situações de sala de aula para desenvolver a comunicação indo *ao sabor da onda*:

Vou um bocado ao sabor da onda, para onde eles levam, porque às vezes dá para pegar no erro, (...) depende da própria situação. (...) Só se fizer uma atividade mesmo para isso, com esse objetivo [da comunicação], aí, sim, tento planear logo uma estratégia, mas normalmente, quando eu planeio, sai sempre furado. (...) Sai sempre ao contrário, portanto deixo as coisas seguirem.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A docente envolve-se em diferentes projetos, muito numa lógica de valorização do desempenho pessoal, tentando estar sempre atualizada com as orientações curriculares e em relação à legislação em vigor. Neste próprio trabalho de natureza colaborativa, Alexandra pretende aprender “através do estudo, através da reflexão que vamos fazer em conjunto” [2006 dezembro _ entrevista] a trabalhar a comunicação escrita. Esta perspectiva parece ter sido assumida desde sempre por referência à sua professora do 1.º ciclo que “era uma pessoa atualizada, vanguardista, (...) era um pessoa extremamente aberta, criava um clima muito agradável na sala de aula” [*idem*]. Neste sentido, o ambiente de sala de aula para a professora é basicamente familiar, em que ela se assume como *uma irmã mais velha* em quem os alunos podem confiar ao fazerem *todos parte de uma família* durante quatro anos.

A forma narrativa de conhecimento profissional de Alexandra parece constituir-se a partir da sua própria aprendizagem através da formação académica e de encontros e leituras profissionais, os quais têm influenciado positivamente, de acordo com a sua opinião, o seu desempenho profissional. Em qualquer dos casos, existe uma forte dimensão individual e pessoal no seu conhecimento profissional em confronto com as perspetivas colaborativas entre os professores. A docente parece encarar o conhecimen-

to profissional em resultado da conjugação de uma ação pessoal de valorização académica e profissional.

Conceções sobre comunicação matemática

As conceções sobre comunicação matemática estão estruturadas nas vertentes da comunicação e da aprendizagem. As conceções sobre a comunicação parecem decorrer da necessidade de a professora aferir o conhecimento dos alunos através do discurso destes, como resultado da aprendizagem realizada. Estas conceções foram integrando a partilha comunicativa como um dos fatores de aprendizagem. As conceções de aprendizagem consistem no trabalho e na atenção às exposições da professora e dos alunos. Alexandra foi integrando uma atitude de escuta ativa como promotora da aprendizagem.

Conceções sobre comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, as conceções de Alexandra sobre a comunicação matemática centravam-se sobretudo na possibilidade de acesso ao conhecimento dos alunos por parte da professora: “Sem comunicação, nós não sabemos o que vai na cabeça dos miúdos. Se não houver diálogo, se não houver comunicação, se não puxarmos por eles, a gente não sabe o que é que vai lá dentro” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta possibilidade de conhecimento parece ajustar-se ao papel do *feedback* na comunicação, regulando as práticas de sala de aula da professora, pautadas essencialmente pelo uso da comunicação como forma de aceder aos conhecimentos dos alunos.

A comunicação matemática torna-se assim um veículo de partilha e consolidação das aprendizagens entre os alunos e de controlo da professora sobre os conhecimentos adquiridos:

Eu acho que os miúdos acabam por aprender muito mais a conversar uns com os outros, a comunicar, a dizer, a deitar cá para fora aquilo que mentalmente estruturaram, arranjar forma de os outros compreenderem, consolida melhor a ideia que eles têm do que estiveram a trabalhar. E acho que para mim, como forma de saber se estou a chegar a eles, não há nada melhor do que fazê-los explicar.

[2006 dezembro _ entrevista]

Neste sentido, a aprendizagem dos alunos decorre do discurso e empenho profissional da docente, salientando que, pelo facto de ter vinte e cinco alunos, “há dias que eu saio daqui a pensar que realmente consegui chegar a eles todos, neste ou naquele aspeto,

mas, a maior parte dos dias, eu sinto que cada um deles precisava um pouquinho mais de mim” [2006 dezembro _ entrevista], e de uma atitude ativa dos alunos em relação ao ouvir e ler. A propósito de uma resposta desajustada ao solicitado pela docente, Alexandra alerta os alunos para a necessidade de “ouvir e ler com atenção as perguntas que vos fazem” [2007 outubro _ aula – 4.º ano].

A atitude de ouvir, numa perspetiva de ouvir atentamente, parece bastante presente nas conceções da docente sobre a comunicação em sala de aula. Regularmente, a professora relembra aos alunos que, se não estiverem atentos, não conseguem adquirir conhecimentos: “Se vocês aí não estiverem com um olho aqui [no quadro] e com os ouvidos abertos, ficam na mesma” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]. Esta atitude parece também associada às normas de respeito entre os alunos – “Enquanto não estiver toda a gente a ouvir, não vale a pena falares, há colegas teus que não têm respeito pelo teu trabalho” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

A reação de Alexandra em relação a algumas intervenções dos alunos – “Eu não fiz essa pergunta, ouve, ouve, sabes o que é ouvir?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] – parece revelar uma conceção da comunicação como um processo de transmissão e regulação de conhecimentos em que as questões efetuadas pela docente só podem ter um sentido, o qual é necessariamente entendido pelos alunos. Quando tal não acontece, é porque existe uma incompatibilidade de códigos linguísticos – “Eu falo português, mas vocês entendem chinês, o que é que eu hei de fazer” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano] –, reforçando uma conceção tradicional de comunicação.

Um outro aspeto também referido como relacionado com a comunicação matemática em sala de aula é a utilização da linguagem específica desta área de conhecimento, denotando uma importante centralidade do código matemático no discurso: “Os miúdos já deixaram de chamar qualquer nome às coisas, já se aperceberam que para tudo existe um nome próprio, uma forma de falar, de dizer, e já começam a utilizar” [2006 dezembro _ entrevista].

As conceções iniciais sobre a comunicação matemática parecem caracterizar-se pela verbalização do pensamento dos alunos, através de um código linguístico adequado à matemática, a par com a sua (deles) capacidade de ouvir. No decurso do trabalho de natureza colaborativa, Alexandra parece ter integrado nas suas conceções um papel distinto do silêncio em sala de aula e da partilha comunicativa entre os alunos:

Hoje, já dou comigo (...) a deixá-los trabalhar em conjunto e a discutirem, a dar menos valor ao silêncio na sala de aula. Resolvem a situação e podem ir automaticamente chamando a atenção uns dos outros: «Olha que isso não é assim, é assim», deixo-os comunicar mais.

[2009 fevereiro _ entrevista]

As concepções sobre comunicação, reveladas por Alexandra, parecem ter evoluído com a integração da partilha de conhecimentos entre os alunos, para além da exposição de estratégias e soluções. Contudo, o papel do aluno como ouvinte parece estar bastante enraizado nas concepções sobre a comunicação da professora por manifestar um nível elevado de empenho pessoal na aprendizagem.

Concepções sobre aprendizagem. As concepções sobre a aprendizagem manifestadas por Alexandra, no início do trabalho de natureza colaborativa, surgem significativamente associadas ao esforço individual, à capacidade de concentração e às características pessoais dos alunos. A docente aponta, como bons exemplos, os alunos interessados e trabalhadores – “Tenho aqui dois ou três miúdos que se destacam pela positiva e são miúdos que são interessados, são trabalhadores” [2006 dezembro _ entrevista] – e associa os problemas de aprendizagem às dificuldades de concentração e de apoio no trabalho em casa dos alunos – “Dificuldades de concentração, (...) falta de apoio em casa, acompanhamento por parte dos pais” [*idem*].

Alexandra realça que todos os alunos gostam de matemática, em parte por ser a sua “área preferida, talvez sem eu dar conta, sem eu própria dar conta, transmito uma segurança, uma facilidade, um à-vontade...” [2006 dezembro _ entrevista], originando uma predisposição dos alunos para as atividades matemáticas em sala de aula. No desenvolvimento destas atividades há alunos que, por vezes, auxiliam a professora no decorrer das aulas – “São quase sempre a nossa tábua de salvação, porque são miúdos que à partida captam logo tudo, nós nem precisamos de nos esforçar muito” [*idem*] –, por apresentarem vocações pessoais para a matemática.

Esta associação que a professora faz entre aprendizagem e esforço pessoal parece resultar numa constante preocupação da docente em relação aos alunos que manifestam mais dificuldades. Alexandra chama ao quadro ou inquire propositadamente os alunos que não resolveram as atividades propostas, ou que estiveram desatentos, ou que apresentam mais dificuldades a matemática. Este comportamento, por parte da professora, ficou bastante documentado nas aulas observadas, significando porventura uma concepção de

aprendizagem relacionada com o esforço e o trabalho pessoal. Numa das aulas observadas, Alexandra solicita ao aluno Fábio para ir ao quadro:

Professora: – Agora, vais explicar aos colegas como é que fizeste o perímetro do triângulo B.

(...)

Professora: – Ah! Não fizeste?

O aluno Fábio acena negativamente com a cabeça.

Professora: – É uma boa oportunidade para fazeres, para a próxima conversas menos.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

A opção por inquirir este aluno foi intencional por parte da docente, como Alexandra explica, ela “sabia que ele não tinha feito no lugar, por isso mandei-o ao quadro” [2008 janeiro _ encontro]. Esta preocupação da professora parece decorrer da conceção da aprendizagem como resultado do empenho na aula. A capacidade de ouvir facilita a memorização e, conseqüentemente, a aprendizagem: “É sempre com a cabeça na lua. Como é que eu hei de querer que vocês metam alguma coisa lá dentro se a cabeça nunca está cá, nem ouvem aquilo que eu digo” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

A *memorização* como recurso de aprendizagem surgiu muito associada à atenção manifestada pelos alunos na sala de aula. Alexandra recorre a expressões como: “Vocês estão com a cabeça aqui ou estão com a cabeça lá fora, no almoço?” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano] para contrariar intervenções deslocadas das questões em debate. A atenção dos alunos na aula surge como uma condição necessária à aprendizagem – “O João Miguel veio ao quadro explicar porque é que não podia ser seis metros mais seis metros, onde tu estavas, nesse momento? Onde estavas, filho?” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano] – e à compreensão das apresentações das resoluções e estratégias dos alunos – “Assim, meninos, ninguém consegue aprender, nem consegue perceber nada, porque os outros estão a fazer um esforço e vocês não querem saber, não há hipótese assim.” [*idem*].

Quando os alunos apresentam incorreções em relação aos conceitos matemáticos já trabalhados, a professora exalta-se e lamenta-se: “Quantos milhares de vezes já se fez isto?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano]. Esta incompreensão sobre as dificuldades de aprendizagem, conjugada com uma expectativa prévia positiva em relação ao trabalho dos alunos – “Que fácil! Depois dá-me umas doidices, se eles não chegam lá.” [2008 janeiro _ encontro colaborativo] –, foi partilhada, nos encontros de natureza colaborati-

va, comigo e com as colegas, denotando uma concepção de aprendizagem associada à resolução das tarefas matemáticas:

Começa-me a dar as iras... Principalmente quando eles estão a olhar, estão a ver... Esta história dos perímetros já foi feita. Este ano já fizemos, há três semanas que andamos com isto... (...). Ainda não sabem o que é o perímetro, o moço estava ali e não via nada.

[2007 novembro _ encontro colaborativo]

Numa situação de resolução de conflitos entre alunos, Alexandra enumera alguns comportamentos dos seus alunos, que sintetizam as suas concepções sobre a aprendizagem, reforçando as concepções associadas à transmissão de conhecimentos e à memorização:

Quanto mais pequenos vocês são, mais atentos estão naquilo que a gente diz porque querem aprender, estão interessados. Quanto maiores vocês são, vão-se interessando com outras coisas e desligam daqui. Não é a inteligência, porque vocês têm-na lá, é o interesse. É o interesse. Quando vocês estavam aqui no primeiro e segundo ano e até o ano passado, os olhos até brilhavam, chegavam a dar respostas iguaizinhas às palavras que eu tinha dito. Porquê? Porque estavam com atenção ao que eu dizia. Agora eu pergunto alhos, respondem-me bugalhos. Onde está a cabeça? Está em todo o sítio menos aqui.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, Alexandra parece ter integrado a escuta ativa, por parte dos alunos no decorrer da apresentação das soluções e estratégias de resolução, como uma das estratégias de aprendizagem:

Alexandre: – Aqui pintei as duas faixas de cima e a última.

Maria: – Já tinha dito.

Professora: – Mas só aqui a Maria é que está com atenção?

[2008 dezembro _ aula _ 1.º ano]

Esta escuta ativa pressupõe um papel ativo do aluno ouvinte na análise e crítica do trabalho apresentado pelos colegas. Esta atitude é igualmente partilhada pela professora na necessidade de compreender as estratégias dos alunos para além da correção dos resultados:

Tentar compreender porque é que fizeram mal. Tentar compreender, às vezes, porque é que eles os têm mal, não partir logo do princípio de que a cabeça não esteve no lugar ou que não estiveram atentos, mas compreender o raciocínio. Pedir-lhes para eles explicarem porque é que fizeram assim ou porque é que acham que está certo ou porque é que acham que está errado.

[2009 fevereiro _ entrevista]

As eventuais alterações de concepções a propósito da aprendizagem parece resultar da sequência de alteração do entendimento do aluno como conhecedor e da necessidade do professor entender as estratégias e os conhecimentos dos alunos manifestados na resolução das tarefas matemáticas em sala de aula.

Práticas de comunicação em sala de aula

As práticas de comunicação da professora em sala de aula estão estruturadas em torno dos modos e formas de comunicação e da linguagem. Os modos de comunicação estruturam-se em duas dimensões centradas no discurso do professor – *unidirecional* e *contributiva* – e em outras duas dimensões assentes no discurso de sala de aula – *reflexiva* e *instrutiva*. A linguagem refere-se a algumas características da linguagem matemática em sala de aula, particularmente na utilização das linguagens verbal matemática e simbólica e na utilização de expressões em contexto neste ciclo de ensino. As formas de comunicação compreendem a oralidade, a escrita e a leitura matemática.

Modos de comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, Alexandra caracteriza as suas práticas de comunicação baseadas no diálogo entre a professora e os alunos com vista à clarificação das tarefas matemáticas propostas: “À partida, há sempre uma conversa, uma explicação prévia acerca daquilo que se vai fazer. (...) Primeiro há um certo diálogo, depois passa-se à execução, à estratégia” [2006 dezembro _ entrevista]. Alexandra descreve as suas práticas de comunicação baseadas num diálogo inicial dirigido por si com vista à resolução das tarefas matemáticas propostas envolvendo todos os alunos, nomeadamente aqueles que apresentam mais dificuldades em matemática – “*Tento puxar por eles o máximo, pelos mais fracos, às vezes tenho que recorrer aos outros*” [2006 dezembro _ entrevista] –, seguido de um trabalho autónomo dos alunos em grupo e a apresentação ordenada das atividades realizadas:

Eles sabem que há um momento para apresentarem o problema, há um momento para se juntarem dois a dois ou num pequeno grupo, para resolverem o problema, (...) e no fim é que é feita a comunicação. (...) Eles não falam todos ao mesmo tempo, começa-se numa ponta, acaba-se noutra, vai dizendo, vão contrapondo, vão acrescentando por ordem. No fim, quando há o debate, a reflexão final, para se tirar a conclusão, o

sumo de tudo, aí intervém quem está dentro, quem já viu, quem já percebeu, aqueles que estão mais perto da solução.

[2006 dezembro _ entrevista]

Nesta descrição, Alexandra estabelece como momentos principais das atividades em sala de aula: a apresentação das tarefas, o trabalho autónomo dos alunos, a apresentação das estratégias e resultados, e a síntese final das atividades. Nas aulas iniciais, o tempo dedicado à apresentação e debate das atividades desenvolvidas revelou-se muito limitado, em comparação com o tempo destinado ao trabalho autónomo dos alunos.

A apresentação das tarefas foi regularmente centrada na docente com a participação dos alunos. Contudo, as apresentações nas aulas iniciais eram, por vezes, direcionadas para a solução e resolução da tarefa matemática proposta. Numa das aulas observadas, a propósito de um problema que envolvia o conceito de perímetro de um quadrado, a professora interagiu com os alunos, lendo e clarificando alguns aspetos do enunciado. Após a leitura da primeira alínea do problema, um dos alunos exclama: «É fácil!». Alexandra sugere ao aluno a explicação do problema:

Professora: – É fácil! Diz lá!

Aluno: – Temos de fazer os metros do lado vezes quatro, porque o quadrado tem quatro lados. Depois, o resultado que der, multiplicamos por setenta e cinco cêntimos.

Professora (aprova o aluno acenando afirmativamente): – E sabemos o preço.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Esta prática de discussão e validação prévia de uma resolução da tarefa matemática aquando da sua apresentação foi discutida nos encontros de natureza colaborativa e avaliada como desadequada na apresentação das tarefas aos alunos. Alexandra passou a apresentar as tarefas matemáticas, com a participação dos alunos, evitando a verbalização de estratégias de resolução. Na apresentação de um problema, do manual, sobre áreas, a docente questiona os alunos:

Professora (repetindo a leitura da primeira questão, efetuada por uma aluna): – Calcula a área do campo de cada equipa? [um dos alunos com dedo no ar] Diz? Diz, filho.

Aluno: – Já sei isto.

Professora: – Ai, já sabes? Mas não dizes agora. Não convém. Agora, primeiro desafio, toda a gente percebeu o que é pedido?

Alunos: – Sim.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

A apresentação das tarefas matemáticas propostas passou a incidir essencialmente no significado do enunciado, evitando a verbalização de processos de resolução, de modo a garantir a efetiva compreensão, por parte de todos os alunos. Alexandra, por vezes, manifestou algum desapontamento em relação à apresentação das tarefas, ao detetar que, apesar do repisar do enunciado, alguns alunos ainda manifestavam dúvidas sobre a tarefa matemática proposta:

Professora: – Esta última pergunta, toda a gente percebeu o que é que se pretende?

Alunos: – Sim, professora.

Professora: – Percebeste, Margarida? Estás com cara de quem não percebeu? O que é que te pedem aí?

Margarida: – Ah ... [prolongado silêncio]

Professora: – Mas será que adianta de alguma coisa a professora estar a explicar as perguntas? Perguntar se toda a gente percebeu? Se quando vocês não percebem, não dizem? Será que vale a pena?

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

Alexandra manteve-se sempre muito presente nas apresentações das tarefas matemáticas, nomeadamente na sua leitura, mesmo nas situações em que solicitou aos alunos a síntese dos dados do problema – “O que é que nós temos aqui neste problema?” [2008 maio _ aula _ 4.º ano]. Esta prática de explorar o enunciado da tarefa matemática manteve-se com os alunos do primeiro ano de escolaridade, no ano letivo de 2008/2009, condicionada pelo facto de estes ainda não saberem ler.

Nas aulas do primeiro ano, a professora apresentou as tarefas matemáticas aos alunos clarificando alguns aspetos do enunciado e solicitando exemplos de resolução. Numa das aulas observadas, a professora sintetizou o processo de apresentação e início do trabalho autónomo: “Vocês vão fazer esta atividade dois a dois. (...) Vamos explicar bem a atividade, toda a gente vai perceber e a seguir vão fazer” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano]. Na apresentação da tarefa, a docente leu, pausadamente, o enunciado, por vezes sintetizando a informação e solicitando algumas soluções:

Professora: – Problemas com roupa. A Ana... Nós conhecemos a Ana, não conhecemos?

Alunos: – Sim.

(...)

Professora: – Ela abriu o guarda-roupa e encontrou uma... quê?

Alunos (com base no enunciado colado no caderno, com imagens de uma camisola e duas saias): – Saia.

Professora: – Uma...

Alunos: – Camisola.

Professora: – Uma camisola... quê?

Alunos: – Azul.

Professora: – Azul, uma...

Alunos: – Saia.

Professora: – Uma saia de xadrez vermelha e...

Alunos: – Uns calções.

Professora: – E uma saia verde. Portanto, abriu lá o guarda-roupa dela e encontrou estas três peças de roupa: uma blusa azul, uma saia de xadrez vermelha e uma saia verde. Bom, e agora coloca-se um problema: De quantas formas pode a Ana combinar estas roupas? Como é que ela pode combinar estas roupas?

Aluno: – Por exemplo, põe a blusa azul na verde.

Professora: – Na saia verde.

Alunos: – Sim.

Professora: – Sim, e mais? Só?

Outro aluno: – A blusa azul na saia vermelha.

Professora: – Então, já temos aí quantas combinações?

Alunos: – Duas.

Professora: – Duas. Então nós vamos registar as combinações que encontramos, aí no caderno, e vamos ver se existe mais alguma. Se é possível mais alguma.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

O enunciar da solução do problema parece ter constituído um condicionamento dos alunos perante as estratégias de resolução. Contudo, na extensão da situação com outras peças de roupa, a professora não solicitou previamente todas as combinações possíveis:

Professora: – Agora vamos acrescentar às outras quatro peças de roupa as...

Alunos: – Calças de ganga.

Professora: – As calças de ganga.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Neste sentido, parece que as soluções apresentadas pelos alunos constituem exemplos de solução, não condicionando totalmente a resolução do problema. Na tarefa de investigação da pintura das bandeiras, Alexandra explica a função dos dois exemplos de bandeiras pintadas, sem direcionar a resolução da tarefa de investigação:

Professora: – Tenho dois exemplos. O que é que são os exemplos? Para nós observarmos e termos uma ideia daquilo que vamos fazer. Não é? Não é para pintar isto tudo à toa nem como vos apetece. É para tentar fazer, pintando só com uma cor, o maior número de bandeiras diferentes.

(...)

Professora: – São dois exemplos, não é? Vocês vão utilizá-los, vão também pintar igual a isto, mas vão inventar, vão investigar, vão procurar descobrir outras formas de pintar a bandeira. Não podem repetir bandeiras iguais.

[2008 dezembro _ aula _ 1.º ano]

Alexandra avalia de forma bastante positiva as mudanças efetuadas nos momentos de apresentação das tarefas matemáticas: “A clarificação do enunciado facilita a organização das estratégias: Como é que eles vão resolver aquilo? O que é que afinal é pedido? O que é que dali, daquele enunciado, interessa para a resolução? O que é que é pedido?” [2008 abril _ encontro]. Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, Alexandra manteve uma presença constante na apresentação das tarefas matemáticas, regulando as intervenções dos alunos a propósito das soluções e estratégias de resolução.

Na sua opinião, existiu uma significativa diferença na forma como “as tarefas são apresentadas, a preocupação de esclarecer bem o que é que é para fazer, não em termos de estratégia de resolução, mas ver se eles compreenderam bem a tarefa, o que pede para ser feito” [2009 fevereiro _ entrevista]. No caso dos alunos do primeiro ano, esta clarificação parece resultar na exemplificação de uma resolução possível da situação matemática. Esta atitude pode, contudo, ser condicionadora da diversidade de estratégias dos alunos nas resoluções das tarefas matemáticas.

O aumento do tempo dedicado à apresentação da tarefa matemática e das soluções e estratégias de resolução, em grupo turma, originou uma preocupação constante da professora em relação à diminuição do tempo de trabalho autónomo dos alunos. Esta preocupação passou a estar presente nas aulas: “Isto não é para levar a tarde toda. Vai haver

um tempo limite para a resolução do problema, que é para vocês não se perderem no tempo” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

Após a apresentação da tarefa, Alexandra definia com os alunos o tempo limite para o trabalho em grupo – “Não é para demorar o dia todo, às duas e meia parou” [2008 março _ aula _ 4.º ano], por vezes solicitando a minha opinião – “Meia horinha chega?” [2008 abril _ aula _ 4.º ano]. Durante o decorrer das atividades, Alexandra relembra aos alunos o controlo do tempo na resolução das tarefas matemáticas em grupo – “Malta, não é para levar o dia todo” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano] –, apontando, por vezes, o tempo em falta – “Atenção que faltam sete minutos” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

A docente relatou que esta gestão do tempo se tornou constante nas suas aulas – “Comecei a dar mais tempo, mesmo sem ser nas aulas [observadas]. (...) Menos tempo para executar a tarefa, mais tempo para discutir” [2008 junho _ encontro colaborativo]. Na sua perspetiva, a valorização da comunicação matemática entre os alunos também decorre de uma maior autonomia destes na resolução das tarefas em grupo:

Dar-lhes tempo e proporcionar-lhes trabalhos em que eles interagem uns com os outros. Dar-lhes tempo para eles interagirem, para compreenderem, para discutirem as estratégias. Primeiro entre o grupo de trabalho, sem estar constantemente em cima deles, a orientá-los, a... a conduzi-los logo para o que está certo. Dar-lhes tempo, dar-lhes espaço.

[2009 fevereiro _ entrevista]

O trabalho autónomo dos alunos, apesar da limitação temporal, constituiu um importante momento de autonomia destes na definição das soluções e estratégias de resolução dos exercícios e problemas matemáticos. A docente, apesar da colaboração com os alunos no ultrapassar de dificuldades, tentou não induzir soluções e estratégias de resolução das tarefas matemáticas. Com a diminuição do tempo de trabalho autónomo dos alunos, Alexandra pretendeu valorizar os momentos de interação entre estes na apresentação das atividades realizadas. Estas apresentações foram gradualmente estruturadas em diferentes momentos:

Vamos fazer o exercício em grupo. Depois vamos fazer, como normalmente fazemos, a apresentação dos resultados. E quem vai ali ao quadro apresentar os resultados, vai explicar aos colegas como fez. Deixam-no explicar e no fim colocam as perguntas, as dúvidas e pedem esclarecimentos. Já sabem como funciona, não é?

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

No sentido de incentivar as interações entre os alunos, em grupo turma, aquando da apresentação das estratégias de resolução e soluções dos problemas, Alexandra orienta-os na definição de normas de atuação em sala de aula: “Vais explicar o que é que está ali [no quadro] e ouvir as questões dos teus colegas” [2008 maio _ aula _ 4.º ano]. Este questionamento, por parte dos alunos, era igualmente disciplinado, de modo a evitar sucessivas questões sobrepostas – “Quem quiser dizer ou fazer alguma pergunta põe o dedo no ar” [*idem*] –, proporcionando um clima de diálogo e discussão entre os alunos:

Os que não responderam a todas as perguntas, o que vão fazer é acompanhar a explicação dos colegas, colocar as questões que não perceberam bem, já sabem, não sabem? (Alunos: – Sim.) Perguntar aos colegas, lógico com o dedo no ar, e depois deles explicarem o raciocínio. Não interrompam a meio. Deixam o colega explicar ou o grupo explicar, perguntam no fim o que não perceberem. Está entendido, já sabem como é que funciona, não é nada de novo.

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

A dimensão social da interação entre os alunos é alimentada pela docente aludindo regularmente que a apresentação das estratégias e resoluções se destina aos outros alunos e não à professora: “O vosso colega vai falar para vocês, não é para mim porque eu já sei resolver o problema. Não é para mim, é para vocês. Levantem as cabecinhas e oiçam-no, está bem?” [2008 maio _ aula _ 4.º ano]. Paralelamente, Alexandra também estimulou o diálogo direto entre os alunos aquando da apresentação e discussão das soluções e estratégias de resolução: “Fábio, acho que os colegas têm uma dúvida. Pergunta a um deles qual é a dúvida” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano]. De igual modo, tentou estimular os alunos menos participativos a interagirem com os colegas. Decorrente de uma resolução incorreta, em que o aluno não calculou uma divisão inicial, Alexandra interage com os alunos, estimulando a discussão coletiva em torno dos cálculos incorretamente efetuados:

Professora: – O resto dos colegas fizeram todos igual a ele?

Aluno: – Professora, não.

Professora: – Eu não estou a falar de vocês. Vocês têm o dedo no ar. À partida há qualquer coisa para comentar. O resto dos colegas fizeram igual ao João?

Alunos: – Sim.

Professora: – Sim. Vocês não fizeram. Fizeram diferente?

Aluno: – Nós, em vez de uma conta de vezes, fizemos uma conta de dividir.

Outro aluno: – Também eu.

Professora: – De dividir?

Aluno: – Sim, professora.

Professora: – Porquê?... Achas que a conta de dividir tem algum jeito, Vitalina?

Vitalina: – Não.

Professora: – Não. Então não estás interessada em saber porquê? Tenho de ser eu a fazer as perguntas? Vocês ouvem o que se diz e ficam-se? Olha, eu achei estranho e perguntei. É o que vocês têm que fazer. Dividir? Então o colega explicou aquilo direitinho, a conta de vezes, a multiplicação e vocês ouvem dividir e ficam-se?

[2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano]

Neste sentido, o discurso é regulado pelos alunos, como salienta Alexandra com os alunos do primeiro ano de escolaridade – “Diz aos colegas, que os colegas, se estiverem com atenção, veem o que tu dizes bem e o que tu dizes mal” [2008 outubro _ aula _ 1.º ano] –, e partilhado socialmente: “Vamos ver as ideias de todos em conjunto” [2008 dezembro _ aula _ 1.º ano]. Esta interação entre os alunos foi reforçada com as dinâmicas de trabalho em grupo – “A situação de os ter posto em grupo proporcionou isso [interação entre os alunos] porque já não são só dois a falar, são quatro” [2008 abril _ encontro] – e mesmo no trabalho individual – “Mesmo ao fazer individualmente, eu deixo conversarem e um ir lá e dizer...” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] –, originando uma significativa partilha de ideias entre os alunos. A prática de trabalho em grupo parece ter originado uma nova conceção da professora sobre a interação social em resultado de um trabalho continuado de valorização das interações entre os alunos:

Eu acho o máximo. Neste momento, acho o máximo. Aqui há uns anos atrás, se calhar, dava-lhe logo um berro: «Sai daí que ele tem que fazer sozinho». (risos do investigador) É verdade, a realidade é esta. Agora acho um piadão eles ajudarem, até gosto que eles conversem e às vezes ponho-me a ouvir a... «Olha que não é assim. Não vês que ali já está o três e não tem o três, tens de pôr o...». Acho o máximo e deixo-os falar.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A gestão das intervenções começou, contudo, por não atender à relevância dos resultados matemáticos, originando por vezes um insuficiente aproveitamento das resoluções dos alunos. Num problema de construção de números inteiros ou decimais, com uma e duas casas decimais, a partir de três algarismos distintos, a professora geriu a apresentação relegando a relevância de apenas um par de alunos ter considerado os números

inteiros – “A Ariana e o Cristiano só fizeram inteiros, eles pararam nos inteiros, a partir dali já não leram mais nada” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Ao iniciar a apresentação pelos decimais, de todos os outros grupos, acabou por relegar para um segundo plano a solução dos números inteiros, entretanto alterados pelos alunos em decimais:

Eu, que andava aqui às voltas, pensei assim: «Deixa lá, que eu vou começar por aqueles que fizeram só os decimais», que tinham sido os primeiros a acabar o trabalhito. Vamos começar por ali e depois chamo estes, quando for para completar com os inteiros. Então e este tolos, não fazem mais nada, começaram a ver os outros com os números decimais, começaram a pôr vírgulas nos inteiros deles.

[2007 outubro _ encontro colaborativo]

Quando Alexandra pretendeu explorar a solução dos números inteiros – “Olhando para ali, há alguém que tenha feito mais números que sejam diferentes destes? Ou ali estão todas as hipóteses possíveis?” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano] – e conduziu ao quadro o par de alunos que tinham realizado as soluções inteiras, já estes tinham transformado as suas soluções em valores decimais – “Quando eu os chamei, já eles não tinham números inteiros, já só tinham decimais” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Esta situação foi refletida pela professora, salientando que deixou “tempo de mais” apenas às soluções decimais, sem dar “toque nenhum de que faltava mais alguma coisa e eles apagaram” [2008 janeiro _ encontro]. Em algumas das aulas seguintes, a docente optou por gerir a discussão sobre as estratégias de resolução e as soluções das tarefas matemáticas de modo integrado, nomeadamente com o registo simultâneo no quadro das resoluções dos grupos de alunos, originando uma maior confrontação entre as diferentes resoluções e soluções das tarefas matemáticas.

Ao tomar consciência das características dos modos de comunicação, Alexandra refere que pratica nas suas aulas os diferentes modos, com predominância do modo de comunicação *unidirecional*. Nas primeiras aulas observadas, os modos de comunicação existentes parecem essencialmente decorrer do *unidirecional* e do *contributivo*, por vezes assumindo características híbridas entre os dois modos de comunicação. Como refere a professora, não é tão omnipresente no discurso como no modo *unidirecional* – “Também não é bem isso que a malta faz” [2008 janeiro _ encontro colaborativo] – mas espera que os alunos reajam como previra – “É tal e qual, aliás como nós refletimos, vimos que era. E se eles desviavam dali...” [*idem*].

Alexandra intervém sistematicamente nas primeiras aulas observadas, decorrendo tudo em torno do seu discurso, intercalado com pequenas intervenções dos alunos que complementam as da docente. O modo de comunicação *unidirecional* parece estar mais presente no início das atividades, aquando das indicações sobre as tarefas matemáticas propostas, do que no decorrer das aulas. Na aula da construção de *painéis retangulares*, a professora apresentou a tarefa matemática indicando em detalhe o que esperava dos seus alunos, após estes terem passado para o caderno e lido em voz baixa o enunciado da referida tarefa:

Professora: – O desafio que se vos põe não é nada por aí além. É para fazerem vocês, como os meninos do terceiro ano daquela escola, que vão fazer painéis de azulejos todos retangulares. Atenção que são retangulares. Vocês primeiro têm que descobrir todos os painéis que é possível fazer com...

Aluno: – Doze azulejos.

Professora: – Depois vão experimentar todos os painéis...

Aluno: – Com 18.

Professora: – ... com 18 e finalmente vão em grupo experimentar outros números.

Aluna: – À nossa escolha?

Professora: – Imaginem que vocês se lembram de fazer com seis.

Aluno: – Vinte e dois.

Professora: – Pode ser com menos ou com mais. Imaginem que se lembram de fazer com seis ou com oito, o grupo experimenta tudo o que é possível fazer, todos os painéis retangulares que é possível fazer com seis ou com oito. Se decidirem que é maior o número...

Aluno: – Com vinte.

Professora: – Com vinte, experimentam a fazer painéis retangulares com vinte. O máximo que conseguirem fazer. A folhinha, vocês já sabem que não é para utilizar à bandalheira, primeiro fazemos tudo o que há de doze, organizado, tudo o que há de dezoito, organizado. No final, se precisarmos de mais folhas, que não cabem as vossas experiências do seis, do oito, do que vocês se lembrarem, a professora pede mais cópias. Está entendido?

Alunos: – Sim.

Professora: – Não é para porem um de doze, um de dezoito, um de oito, tudo misturado. As coisas organizadas, como vocês sabem que devem ser, não é?

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Em geral, os alunos contribuem no discurso de Alexandra, nomeadamente no decorrer das atividades em grupo, em que a professora insistentemente questiona os alunos, nas apresentações das resoluções e na síntese das atividades realizadas. Apesar da participação dos alunos, as primeiras aulas revelaram um acentuado predomínio da opinião da professora na regulação do discurso e das atividades dos alunos, como no decorrer da realização dos *painéis retangulares*:

Professora: – É mais divertido se cada um de vocês escolher um número diferente para cada um de vocês fazer na vossa folha. O maior número possível de hipóteses e depois mostram uns aos outros o seu número. Tu fazes dez, tu fazes seis, percebes? Cada um escolhe o seu. Digam aos colegas que é para não repetir e cada um faz por si.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

A apresentação das atividades realizadas pelos alunos, nesta mesma aula, foi igualmente marcada pela constante regulação da docente, configurando um modo de comunicação *contributiva* em que os alunos apresentaram os retângulos construídos pautados por um questionamento orientador da professora:

Professora: – Como é que foi fazer a do 12?

Ana: – A do 12 fui ver à tabuada.

Professora: – Traz o teu papelinho, vem aqui para o meio e explicas aos colegas. Quais são os de 12? Primeiro, para eles perceberem. Levanta lá a folhinha, são...

Ana: – Estes aqui [indicando na folha os retângulos com doze quadradinhos].

Professora: – Estes aqui, os que estão por cima. E como é que foi que fizeram isso?

Ana: – Primeiro fomos contando os quadradinhos e vendo a tabuada.

Professora: – Viram logo a tabuada?

Ana: – Não.

Professora: – Ah! Foram contando os quadradinhos e...

Ana: – Depois o António disse assim: «Acham melhor ir à tabuada?». E depois nós fomos e começámos a ver a tabuada.

Professora: – E então?

Ana: – Aqui era doze vezes um que dava doze e então fizemos aqui. Aqui era ... seis vezes dois que dava doze e aqui era três vezes quatro que dava doze.

Professora: – E não fizeram mais?

Ana: – Não havia mais na tabuada.

Professora: – Não havia mais pares de números que multiplicados um pelo outro desse doze. Depois, passaram para...

Ana: – O dezoito.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Nas situações de síntese das atividades, na apresentação e no decorrer da resolução das tarefas matemáticas, Alexandra recorre igualmente a uma comunicação baseada na contribuição dos alunos no seu discurso. Esta interação com os alunos parece conjugar o modo de comunicação *contributiva* com um questionamento baseado na confirmação do entendimento dos alunos sobre as atividades já realizadas. Num problema de maçãs, realizado na primeira aula observada, a docente sintetiza parte da resolução, questionando os alunos sobre os dados já conhecidos:

Professora: – Metade de 7, quanto é?

António: – Três e meia.

Professora: – Deu metade mais meia maçã. Quantas deu?

Alunos: – 4.

[2007 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Parece ser possível afirmar que, no essencial, o modo de comunicação nas primeiras aulas observadas pode ser caracterizado como *contributivo* com uma acentuada participação da professora ao longo de toda a aula, na apresentação das tarefas, no decorrer das atividades e na apresentação das resoluções dos alunos. O domínio do discurso da professora foi intencionalmente limitado por Alexandra nas aulas observadas seguintes, denotando uma vontade expressa de dar mais voz aos alunos e tentar proporcionar uma maior interação verbal entre eles.

Os modos de comunicação *unidirecional* e *contributiva* foram rareando nas interações entre a professora e os alunos, devido a uma maior participação dos alunos e uma maior interação entre estes. Todavia, manteve-se bastante presente uma certa atitude reguladora de algumas intervenções dos alunos, por parte da docente. Esta regulação parece poder ser caracterizada como um modo de comunicação *contributiva* baseado no discurso inicial do aluno, regularmente direcionado pela professora:

Professora: – Vocês podem começar por ler o problema, por exemplo.

Isabel lê o enunciado do problema.

Professora: – Muito bem. Podem começar.

Daniela: – Nós começamos...

Professora: – Não precisa é estar envergonhada. Começaram por onde?

Daniela: – Por somar os lados.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Nesta fase inicial, os alunos retraíam-se nas apresentações, originando uma maior presença da professora. Como Alexandra explica, «o que aconteceu foi que elas não se estavam a conseguir fazer explicar oralmente, então eu, ainda me lembro, disse: "Então é melhor escreverem aí no quadro, fazerem tudo e depois já explicam"» [2008 fevereiro _ encontro colaborativo]. A explicação a partir do registo escrito, no quadro, foi regularmente incentivada pela docente: “Se escreveres, é mais fácil depois explicares aos colegas se tiveres aí as coisas feitas” [2008 março _ aula _ 4.º ano]. Esta regulação de procedimentos foi conjugada com o incentivo de interação entre os alunos como forma de promoção de um modo de comunicação mais reflexivo: “Não há conversa comigo agora, agora não está aqui a professora. Agora, o Diogo é a professora (risos de alunos)” [*idem*]. Alexandra reconheceu que “se calhar oriento-os de mais” [2008 abril _ encontro] nas atividades matemáticas.

A ocorrência do modo de comunicação *contributiva* passou a restringir-se às recontagens relativas ao enunciado das tarefas matemáticas, com uma estrutura mais complexa. Alexandra relembra, com os alunos, o enunciado de um problema, antes da apresentação das resoluções dos diversos grupos:

Professora: – Ora bem, tínhamos um problema onde havia uma macieira que tinha... não sabemos quantas maçãs. Chegou lá o primeiro menino, que foi?

Alunos: – O Ricardo.

Professora: – O Ricardo contou as maçãs e tirou...

Alunos: – A quarta parte.

Professora: – A quarta parte das que lá estavam. Depois desceu e foi comê-las. Não é, Luís? (advertindo um aluno distraído) Entretanto veio... quem?

Alunos: – A Sofia.

Professora: – A Sofia subiu à árvore, viu as maçãs que lá estavam e tirou...

Alunos: – A terça parte.

Professora: – A terça parte. Pegou nelas e foi comê-las. Depois foi...

Alunos: – O Tiago.

Professora: – O Tiago e arrecadou de lá, arrancou de lá metade das que lá...

Aluna: – Estavam.

Professora: – Encontrou, das que lá estavam. E por último, a Rita subiu e só sobravam...

Alunos: – Três.

Professora: – Três. Arrancou-as e foi comer. Ora, o que é que nós sabíamos?

Aluno: – Que a Rita comeu três maçãs.

[2008 junho _ aula _ 4.º ano]

Com o propósito de incentivar os alunos a interagirem entre eles, Alexandra conjugou uma vontade de gerar um modo de comunicação mais reflexivo na sala de aula com a transposição das interações entre a professora e os alunos para as interações entre os alunos. A professora começou por estimular a participação dos alunos fazendo notar a sua *inexistência* de momento, de modo a tentar gerar interação verbal entre os alunos na sala de aula: “Como é que é agora? (Aluna: – Temos...) Eu esqueci-me que eu não estava cá, vocês é que têm de perguntar” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

Este tipo de intervenções da professora gerou pequenas alterações no questionamento dos alunos, tradicionalmente pautado pelo «porquê» dos raciocínios e procedimentos matemáticos. Alexandra passou a recorrer a outro tipo de questões com vista à explicitação dos raciocínios e procedimentos efetuados ou à clarificação das questões emanadas pelos alunos: «Hoje já disse várias vezes isso: "Olha, ainda ninguém percebeu, diz lá outra vez, faz a pergunta outra vez"» [2007 novembro _ encontro colaborativo]. A maior interação entre os alunos gerou um acréscimo na prática de explicação dos raciocínios, através do questionamento dos colegas a propósito das estratégias e soluções utilizadas. No decorrer da resolução de um problema sobre a área de um terreno, limitado por doze cancelas de dois metros cada, a docente desafia os alunos a explicarem as suas resoluções: “Explica lá aos colegas. Vocês estão a perceber o que eles fizeram? (Alunos: – Não.)” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

A participação dos alunos no discurso de sala de aula foi encorajada pela professora nas vertentes de explicação – “Faz favor de explicar as coisas” [2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano] –, por vezes através de questionamento – “Tiago, ajuda lá aqui o teu colega a continuar o raciocínio. Faz lá o meu papel, faz assim umas quantas perguntas para ele

seguir o raciocínio” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] –, com vista à resolução dos problemas propostos através de questões de focalização na resolução. Alexandra acrescentou uma nova vertente de interação entre os alunos com vista ao entendimento, baseada em eventuais dúvidas:

Professora: – Ariana, estás com uma cara desconfiada, o que foi, filha?
Diz lá. Estavas aí a olhar de lado para o problema, não estás a perceber? Diz lá.

Ariana: – Porque é que a Daniela não pôs um vírgula cinco metros vezes quatro?

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

A busca do entendimento, alimentada pela professora, passou a ocorrer com alguma regularidade – “Diogo, percebeste? (...) Não percebeste. Então quais são as dúvidas que tens? Pede para repetir [a explicação]” [2008 maio _ aula _ 4.º ano] – resultando, por vezes, em alguma exasperação da docente – “Só eu é que faço perguntas? O resto da malta está toda esclarecida?” [2008 abril _ aula _ 4.º ano]. A coordenação entre a explicação, o entendimento e a aprendizagem parece ter assumido um papel central nos processos de discussão nos momentos de interação entre os alunos, aquando da apresentação das atividades matemáticas em grupo turma:

Professora: – O Gustavo vai explicar o que fez?

Gustavo (referindo-se à colagem de figuras geométricas): – Isto é uma árvore, isto é uma prenda, isto é uma casa e outra prenda.

Professora: – Mas essa prenda é muito maior. Então diz lá... A Carolina quer saber como é que fizeste esta árvore.

Gustavo: – Usei três círculos e um retângulo.

Professora: – Usou? Usou. Então e o Alexandre quer saber como tu fizeste...

Alexandre: – A prenda.

Professora: – A prenda.

Gustavo: – Qual delas?

Alexandre: – A pequena.

Gustavo: – Usei dois círculos, dois triângulos e quatro quadrados.

Professora: – Muito bem, sim senhor. O que é que a Maria quer saber?
Como é que ele fez o quê?

Maria: – A... a casa.

Professora: – A casa.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

Através deste processo, a professora foi provocando as interações entre os alunos do primeiro ano, tendo chegado “uma altura em que eles perguntavam sozinhos” [2008 outubro _ encontro colaborativo]. Alexandra refere como principal mudança a possibilidade de os alunos comunicarem entre eles, “em que vão explicar o que fizeram, como fizeram, mas entre eles, sem estar eu a intervir sempre, a orientar” [2009 fevereiro _ entrevista]. Salaria que os alunos que estão a responder aos colegas, ficam mais dependentes da professora, ao invés dos que questionam com maior à-vontade: “Aqueles que estão a fazer as perguntas, direcionam-se mais para eles do que para mim” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo]. A docente faz um grande esforço para levá-los a interagir, adotando “a técnica do sair do centro das atenções, que é lá ao pé do quadro, tenho usado muito frequentemente, sair de lá para eles não recorrerem a mim” [2009 fevereiro _ entrevista].

Em resultado das solicitações da professora, os alunos começaram a interagir entre eles nos momentos de apresentação e discussão das resoluções das tarefas matemáticas, em grupo turma. As primeiras interações entre os alunos incidiram no questionamento a propósito de resoluções incorretas. Após a apresentação de alguns registos incorretos no quadro, a aluna Ariana tenta explicar, incentivada pela professora, aos colegas a sua resolução:

Ariana: – Conte as cancelas e depois comecei a fazer a conta...

Aluno: – A conta de quê? De vezes? De mais? De menos?

Ariana: – A conta de mais.

Outro aluno: – E já agora uma coisinha, porque é que aí está dois metros?

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

As interações entre alunos iniciaram-se também na discussão sobre as resoluções apresentadas, originando uma argumentação sobre o trabalho por eles realizado. Após uma apresentação correta da área de um retângulo limitado por doze cancelas na disposição de cinco cancelas de comprimento por uma cancela de largura, o aluno João Pedro é questionado por um colega:

Cristiano: – São doze, e puseste dez metros e dez metros.

João Pedro: – Porque... Se uma cancela são dois metros, duas cancelas são quatro, mais duas cancelas são oito e mais uma cancela, que são dois metros, são dez. São dez metros porque cada cancela

mede dois metros [referenciando um dos comprimentos do retângulo].

Cristiano: – Sim, mas como tens dez metros em cima, como é que tu fazes isso? Cada cancela são dois metros, não é? Portanto se cinco cancelas são dez metros, tem que ser vinte com mais os outros.

João Pedro: – Não compreendo.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

Neste episódio, o João Pedro tinha calculado a área do cercado e o Cristiano queria calcular o perímetro, daqui a incompreensão das resoluções entre eles. O que pretendo aqui realçar é o início de confrontação de perspetivas em grupo turma a propósito de uma resolução de uma tarefa matemática, suportada pelo pensamento de alunos. As interações entre os alunos também integraram resoluções corretas distintas, realçando uma crescente participação destes, sem substancial intervenção da docente. Na apresentação da resolução de um exercício do cálculo do perímetro de um quadrado, a aluna Ana explica aos colegas, sempre com o incentivo de Alexandra, enquanto resolve no quadro negro:

Professora: – Explicas aos teus colegas como é que fizeste para calcular o perímetro do quadrado A.

Ana: – Primeiro fiz a redução... É para fazer aqui? [referindo ao quadro negro]

Professora: – Pois tens que explicar, eles têm que perceber. Quando não perceberem, façam o favor de perguntar, que é aquilo que eu faço, mas que hoje não vou fazer. Vão ser vocês a fazer. Lógico que não é tudo ao mesmo tempo.

(...)

Ana: – E depois fiz a conta de vezes quatro, porque o quadrado tem quatro lados iguais.

Aluna: – Ó Ana, mas também podia ser de mais.

Ana: – Sim.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

A valorização dos diálogos entre os alunos nas práticas de sala de aula foi originando uma comunicação mais reflexiva, acentuada pela constante presença da professora no incentivo das interações entre os alunos – “Cristiano, tens alguma coisa para dizer à colega? Marina, o colega tem uma questão para te pôr” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano]. Este incentivo resultou numa maior capacidade de interação também entre os alunos do primeiro ano – “O que eu noto é que estes falam muito mais entre eles do que

comigo” [2008 outubro _ encontro colaborativo] –, ajudados pela professora – “Ninguém tem nada a dizer? Toda a gente lhe deu duas combinações? (Aluna: – Não.) Então, e não têm nada a dizer? Concordam que são duas? (Alunos: – Não.) Então, e não dizem nada? Vá, Mafalda, fala lá com eles” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano].

O desenvolvimento do modo de comunicação *reflexivo* surgiu através da crescente responsabilização dos alunos pela sua própria aprendizagem, nomeadamente em relação ao reconhecimento da correção dos resultados. Alexandra passou a apelar à validação das resoluções pelos alunos: “Se toda a gente acha que está bem, elas podem voltar para o lugar. Escreve a resposta, os teus colegas concordaram é porque está bem” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]. Esta responsabilização explicitou-se em algumas aulas observadas, nomeadamente quando os alunos questionavam a professora sobre a correção das soluções ou estratégias apresentadas:

Aluno: – Está bem, professora?

Professora: – Eu não sei, vocês é que têm que saber, não sou eu.

Aluno: – É que deu um resultado diferente.

Professora: – Deu? Então verifica quem é que tem razão, se és tu, se são elas.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Uma outra vertente, que parece configurar um modo de comunicação reflexivo, é o sentido crítico dos alunos em relação às apresentações dos colegas. Alexandra interagiu com os alunos do primeiro ano, tentando desenvolver esse sentido crítico, alertando para a repetição de soluções já enunciadas:

Aluno: – Tenho uma blusa azul e uma saia de xadrez.

Alunos: – Sim.

Professora: – Sim, ninguém acha nada estranho?

Aluna: – Achamos.

Professora: – O quê?

Aluna: – Que essa tu já disseste.

Professora: – Repete lá.

Aluna: – Que essa tu já disseste.

Professora: – A blusa azul e a saia de xadrez já tinhas dito. Vale repetir roupa?

Alunos: – Não.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

A valorização da participação dos alunos, para além da exposição das soluções das tarefas matemáticas, constituiu uma preocupação constante da professora, tendo em vista a valorização da comunicação como partilha de ideias:

Anteriormente, se calhar, dava-lhes tempo para eles dizerem o que tinham feito, colocarem no quadro a resposta certa, possivelmente, a maior parte das vezes, e toda a gente copiava ou tentava compreender aquele processo que foi apresentado e o resultado a que se chegou e ficava por ali, não como troca de ideias, mas sim como exposição da ideia base do problema.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A valorização da comunicação matemática constituiu uma atitude permanente da docente, contrariando a sua postura inicial de gerar momentos de comunicação e reflexão apenas quando era possível:

E no final, há sempre, normalmente quando o tempo permite, porque o tempo não está para grandes extensões, há sempre uma reflexão sobre aquilo que foi feito, o que é que aprenderam, o que é que ficaram a saber melhor.

[2006 dezembro _ entrevista]

Este sentido de reflexão sobre a natureza do trabalho desenvolvido foi para além da síntese dos resultados e estratégias de resolução, constituindo momentos de aprendizagem a propósito da razoabilidade dos resultados – “Vocês também têm que verificar... Que é aquilo que eu também vos chamo à atenção, é a razoabilidade dos resultados” [2008 maio _ aula _ 4.º ano] – e da compreensão sobre a natureza do trabalho matemático desenvolvido em sala de aula. A natureza desta reflexão parece constituir momentos, ainda que incipientes, de comunicação *instrutiva*. Alexandra sintetizou, por vezes, processos de atuação dos alunos no decorrer das atividades em sala de aula, responsabilizando-os pela justificação matemática das suas resoluções:

Vocês têm que mostrar seja o que for e saber aquilo que estão a mostrar. Fiz assim porque... Até pode ser uma grande asneirada, mas saberem porque é que fizeram, saberem explicar porque é que escolheram aquela maneira e não outra.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

E pela incongruência em apresentar uma solução de uma tarefa matemática sem ser convenientemente justificada e compreendida:

Ter o exercício certo é diferente de se perceber aquilo que se fez. Eu não me interessa aqui que vocês tenham as coisas certas porque copiaram pelo colega do lado, o que me interessa a mim é que vocês, mesmo que tenham as coisas erradas, percebam como é que elas se fazem certas.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

A síntese das atividades desenvolvidas em sala de aula também apresentou o reconhecimento das aprendizagens efetuadas em torno da tarefa matemática:

Professora: – Daqui, o que é que vocês acham que aprenderam um bocadinho mais, hoje?

Aluno: – Saber ordenar os números.

Professora: – Saber ordenar o quê? A gente pode ordenar à toa.

Alunos: – Não.

Professora: – Como é que fizeram, por exemplo? Como é que vocês sabem que três vírgula quarenta e seis é mais pequeno do que três vírgula sessenta e quatro?

[2007 outubro _ aula _ 4.º ano]

E em torno das estratégias matemáticas desenvolvidas, mesmo que elementares, gerando uma cultura de sala de aula de reconhecimento de múltiplas vias de resolução:

Professora: – Alguns colegas fizeram como a Maria Beatriz e o Guilherme, que não repetiram. Acharam que não valia a pena estar a repetir as roupas, as combinações que já tinham feito. No fim, foram só juntando: dois, quatro, seis. Portanto, não repetiram. Depois temos aqui os colegas como o Francisco e a Carolina, por exemplo, e alguns de vocês aí também, estou a ver ali o Ricardo que fez isso, aqui acho que o Vladislav e o Leonardo também...

Aluno: – Eu fiz isso também, o mesmo que ela.

Outro aluno: – Eu também fiz isso.

Professora: – Que, para não haver hipótese de se enganarem, foram fazendo todas as hipóteses possíveis em cada um dos problemas.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

A estratégia matemática é salientada pela professora, junto dos alunos do primeiro ano, a propósito da pintura das bandeiras. Alexandra enfatiza a estratégia de uma aluna que pintou ordenadamente as listas das bandeiras:

Professora: – Na primeira fila de bandeiras [com quatro bandeiras de quatro faixas horizontais], a Maria pintou...

Gustavo: – A primeira faixa, a segunda faixa, a terceira faixa e a quarta.

Professora: – E ficou assim... Teve a certeza de que naquela faixa, naquela tira de bandeiras, não tinha quê?

Gustavo: – Nenhuma...

Professora: – Nenhuma...

Gustavo: – Igual.

Professora: – Igual. Muito bem. Foi fazendo de seguida e teve a certeza que ali naquela não havia nenhuma igual.

[2008 dezembro _ aula _ 1.º ano]

As práticas de comunicação matemática sofreram transformação, com avanços e recuos, ao se valorizar a participação dos alunos. Os modos de comunicação unidirecional e contributivo, com relevante controlo da docente, foram assumindo uma maior flexibilidade e um maior envolvimento dos alunos, configurando uma prática mais reflexiva e instrutiva.

Linguagem. A linguagem utilizada nas aulas de Alexandra resulta essencialmente da conjugação das linguagens corrente e verbal matemática. A utilização da simbologia não surge de forma significativa, embora exista uma preocupação constante da professora na correção das notações simbólicas matemáticas utilizadas, nomeadamente em relação às unidades de medida.

Na linguagem verbal matemática, Alexandra corrige regularmente a leitura de números decimais, como parece usual neste ciclo de ensino: “Seis vírgula trinta e quatro ou seis unidades e trinta e quatro centésimas” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano], bem como a ordem dos termos nas expressões numéricas:

Diogo: – Primeiro, tirei nove do dois que é a medida da largura da prisão.

Professora: – Tiraste o nove do dois ou o dois do nove?

Diogo: – O dois do nove.

Aluno: – Oh! Professora, era essa a pergunta que eu ia fazer.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

Da linguagem verbal matemática decorrem também as designações das figuras e formas geométricas, as quais parecem ser regularmente confundidas:

Guilherme: – Três bolas.

A professora evidencia uma expressão de desagrado.

Guilherme: – Três círculos.

Professora: – Ah! Pronto... mas é para eles.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

A utilização da simbologia da matemática resulta da assunção de convenções e expressa-se, por vezes, em *compreensões não ditas mas partilhadas* pela professora e os alunos – “A boca aberta é sempre para o maior” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano]. Esta associação da boca aberta com o sinal de maior que ($>$) é explicitada por Alexandra a propósito da discussão sobre a progressiva utilização da linguagem matemática simbólica pelos alunos: «Eu, às vezes, quando eles não encarrilam com aquilo, digo assim: "Meninos, quando vocês têm muita fome, comem o bolo mais pequeno ou um bolo maior? (...) Abrem a boca para o maior"» [2008 novembro _ encontro colaborativo].

A simbologia das unidades de medida é regularmente utilizada nos problemas e exercícios do cálculo de áreas e perímetros. Alexandra preocupa-se com a correção expressa das respostas aos exercícios ou problemas. No problema do perímetro do quadrado, a aluna Ana apresentou a resposta três mil sem indicação das unidades de medida:

Professora: – O perímetro do quadrado A é... o quê? É...

Aluno: – Três mil metros.

Professora: – Não estou lá a ver três mil metros nenhuns.

Alunos: – Nem eu.

Aluno: – Eu não, só vejo ali três mil.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

A retificação da resposta, com a inclusão da unidade de medida, é assim gerida pela docente, denotando uma constante preocupação com a identificação das unidades padrão de medida: “Nove metros, não são batatas” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]. Contudo, a professora reflete que atualmente é muito menos formal do que era no início da sua prática letiva:

Outra coisa que eu estou a abandonar, que dantes era muito *coquinhas* com isso. Por exemplo, quando eles faziam perímetros, tinham que ter lá «quatro vírgula cinco metros mais quatro vírgula cinco metros... ». Tinham que ter lá se eram metros, se eram isto, se era aquilo. [Atualmente], só no resultado é que eu exijo que eles digam o que é [unidade de medida].

[2008 junho _ encontro colaborativo]

A linguagem utilizada com os alunos parece conjugar a linguagem natural com a verbal matemática, pontuada por alguma simbologia, especialmente nos temas dos números e

operações e da medida, no que concerne à identificação das unidades de medida, mesmo que definida de forma pouco correta:

Quando vão calcular a área, eu digo essa do metro vezes metro, metro ao quadrado, para eles não se esquecerem. Se tem lá dois metros tem que ter lá o dois, se não eles põem-me na resposta só o metro e não metro quadrado.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

A linguagem simbólica da matemática parece ser, neste ciclo de ensino, imposta e, por vezes, definida por associação à formalização da linguagem algébrica ou a situações do dia-a-dia, através de mnemónicas. Todavia, existe uma predominância clara da linguagem natural e verbal matemática, especialmente em torno dos conceitos numéricos e geométricos.

Formas de comunicação. Alexandra identifica-se com a comunicação oral, assumindo dificuldades em relação à comunicação escrita, especialmente em relação à escrita matemática. Segundo a professora, as suas aulas decorrem num registo essencialmente oral: “Eles basicamente falam sempre, sempre que há uma dúvida, sempre que... (...) normalmente não existe um momento de silêncio na sala, tudo aquilo que se faz é falando, conversando, explicando e normalmente procuro que não seja eu a falar” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta aprendizagem através da oralidade é regulada pela professora, porque “há coisas que eles não chegam lá e tenho que ser eu a intervir, a orientar e a dar uma palavrinha, para eles chegarem lá” [*idem*], originando uma participação bastante significativa da docente no discurso de sala de aula.

A oralidade foi uma constante nas aulas observadas, na apresentação das tarefas, na troca de ideias entre os alunos e na apresentação e síntese das atividades. A comunicação oral surge como a forma de comunicação base neste ciclo de ensino, particularmente em relação aos alunos dos primeiros anos, em que a escrita é construída durante o processo de aprendizagem. Nas aulas do primeiro ano, a docente tentava, regularmente, conjugar a oralidade, através da sua fala e da dos alunos, com a observação dos registos icónicos: “Não acham que vale a pena ver e ouvir o que ela tem para dizer?” [2008 outubro _ aula _ 1.º ano]. Alexandra aponta como forma de comunicação mais trabalhada, durante o trabalho de natureza colaborativa, a oralidade em contraponto com a escrita: “Nós não insistimos nessa parte [comunicação escrita], foi mais a oralidade” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo].

Ao contrário da oralidade, a escrita matemática parece bastante ausente na sala de aula para além do registo das atividades. A docente refere que desenvolve “mais a oralidade do que a própria escrita, porque depois os momentos de escrita são muito poucos, comparados com os da oralidade” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta dificuldade manifesta-se na comunicação escrita por ser “muito mais difícil de se conseguir que eles se concentrem e estruturam bem aquilo que oralmente conseguem dizer com facilidade” [idem]. Contudo, existe uma preocupação constante de Alexandra no registo das atividades realizadas. Tudo o que é realizado no quadro é passado para o *cadernão*. O registo tenta retratar exatamente as resoluções corretas dos exercícios ou problemas efetuados pelos alunos no quadro: “Vocês vão passar para a vossa folhinha, tal e qual como está ali [no quadro], as três hipóteses” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano]. A escrita matemática, mesmo restringindo-se ao registo dos cálculos, constituiu uma mais-valia na explicação oral das resoluções dos alunos:

Diogo: – Primeiro dividi... Dezoito metros é o campo todo e eu dividi dezoito, por isso metade de dezoito é nove. Cada equipa e cada prisão mede nove, por isso nós só queremos saber da equipa e por isso tiramos nove de dois e fica sete, depois sete vezes oito dá o resultado. Posso fazer professora?

Professora: – Claro, filho. Aliás é muito mais fácil para ti se escreveres, é mais fácil depois explicares aos colegas se tiveres aí as coisas feitas.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

A reprodução no quadro das condições do problema parece constituir um poderoso auxiliar na explicação oral da resolução, mesmo que o registo tenha a forma de desenho: “Se desenhares, eles percebem melhor” [2008 abril _ aula _ 4.º ano]. A escrita matemática constituiu também uma forma de registo da argumentação oral utilizada na resolução de alguns dos problemas propostos: “Em baixo têm umas linhas, nas quais vão escrever como é que fizeram” [2008 maio _ aula _ 4.º ano]. Os registos escritos dos alunos constituíram uma estratégia utilizada, pela professora, na resolução do problema, na promoção da escrita matemática. Por exemplo, no problema dos apertos de mão, entre quatro amigos, um dos grupos (de quatro alunos) registou, reproduzindo o sentido da estratégia utilizada e dos cálculos efetuados:

Primeiro, como nós éramos 4, fingimos que éramos os aventureiros. Depois, o Ricardo deu à Sofia, à Rita e ao Tiago, a seguir o Tiago deu um aperto de mão à Rita e à Sofia e a Rita deu à Sofia. Então a Sofia não deu a ninguém porque já lhe tinham dado todos. R: Deram 6 apertos de mão.

[Produção escrita de um grupo de alunos _ 4.º ano]

Com este tipo de tarefas, a professora pretendeu trabalhar a comunicação escrita: “Já avancei da comunicação oral para a comunicação escrita, tenho batalhado, primeiro na oralidade e depois, depois de se explicar e batalhar bem na oralidade, agora vamos escrever, passar por escrito, explicar” [2008 junho _ encontro colaborativo]. A comunicação escrita evoluiu assim, para além do registo final das atividades, como registo auxiliar de apoio à oralidade e síntese das estratégias na resolução de problemas.

A leitura, nomeadamente do enunciado das tarefas matemáticas, surge também muito condicionada pela docente, dado que, apesar da leitura individualizada dos alunos em voz baixa, a discussão sobre as propostas matemáticas parece decorrer da leitura efetuada pela docente, quando existe. Alexandra explica que mesmo nas situações em que “transmite menos” costuma “ler o problema, quando não são eles que o leem sozinhos” [2007 outubro _ encontro colaborativo].

Nas primeiras aulas observadas, em geral, os alunos leram o enunciado das tarefas matemáticas, sozinhos em voz baixa, tendo apenas verbalizado oralmente essa leitura aquando da apresentação da resolução das tarefas propostas: “Vão explicar como é que fizeram e quais os números que encontraram. Antes de mais, lê lá o exercício” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano]. As leituras individuais ou em grupo, sem discussão, geravam a necessidade da docente apelar por vezes à compreensão do enunciado, durante a resolução autónoma dos alunos: “Leem bem o problema, vocês não estão a ler o problema” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

Nas aulas observadas seguintes, a professora optou por ler, na maior parte das vezes, o enunciado da tarefa matemática como forma de controlar a exploração deste com os alunos: “Li este, exatamente para não me perder na explicação, no explicar, porque o objetivo era explicar. Então, é melhor ser eu a ler este, devagarinho, e parar onde acho que devo parar” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo]. Esta leitura inicial pela professora foi uma constante nas aulas, no momento de apresentação da tarefa matemática. No caso do primeiro ano, esta decorria após a colagem do enunciado da tarefa no caderno dos alunos: “À partida, já todos vocês colaram a perguntinha, o problema no vosso caderno. E o problema diz assim. Vamos ouvir com atenção” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano].

Em complemento com a leitura inicial da professora, os alunos repetiam a referida leitura, do enunciado da tarefa matemática, imediatamente antes da apresentação da solução e estratégias de resolução: “Vocês podem começar por ler o problema, por exemplo” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]. A leitura não assumiu uma forma de comunicação matemática, para além da verbalização dos enunciados das tarefas matemáticas.

As aulas de Alexandra assentam na oralidade, especialmente nos primeiros anos. A escrita matemática extravasou o registo das resoluções corretas, assumindo-se também como auxiliar da exposição oral e registo das estratégias e soluções das tarefas matemáticas. A leitura manteve-se como verbalização dos exercícios e problemas, não assumindo um significativo papel na comunicação em sala de aula.

Padrões de interação e negociação de significados

Os padrões de interação e negociação de significados reportam-se ao tipo de questionamento, de interações e de negociação de significados entre a professora e os alunos. Salienta-se o papel da validação constante das atividades e da tentativa de *evitar o erro* como uma das causas de ausência de confronto entre os alunos e entre estes e a professora e, conseqüentemente, da restrição dos padrões de interação aos padrões mais fechados e tradicionais, e da negociação de significados à *imposição* de significados.

Questionamento. Nas primeiras aulas observadas, as questões proferidas por Alexandra ocorrem em interação com os alunos durante a realização e apresentação das resoluções das tarefas matemáticas. As perguntas parecem configurar a certificação dos conhecimentos adquiridos – “Já toda a gente percebeu como isto funciona?” [2007 junho _ aula _ 3.º ano] – ou apoiar os alunos na verbalização dos procedimentos e opções tomadas durante a resolução da tarefa proposta – “Depois fizeram o quê?” [*idem*]. Neste sentido, as questões podem ser categorizadas como de *confirmação* de conhecimentos durante a realização das atividades – “Então, porque é que tens aqui só três?” [2007 junho _ aula _ 3.º ano] – e de *focalização* na exposição das atividades realizadas – “E não fizeram mais?” [*idem*].

As questões de *confirmação* em relação aos conhecimentos anteriores dos alunos parecem ser pouco frequentes, ocorrendo esporadicamente nos casos em que a professora tenta encaminhar os alunos na realização das tarefas matemáticas propostas – “Como é

que se calcula a área?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] – ou na validação das resoluções dos alunos – “O que é ordem crescente? (...) Qual é o número menor?” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano] – ou ainda, durante os momentos de apresentação das resoluções, como forma de implicar os alunos mais desatentos – “Aquilo é um retângulo, Gabriel?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano]. Ao longo das aulas observadas, as questões com características de *confirmação* surgiram, essencialmente, na confirmação da compreensão do enunciado da tarefa matemática proposta, na validação das resoluções, na implicação dos alunos desatentos e na síntese das atividades matemáticas. Alexandra utilizou frequentemente, durante a apresentação das tarefas matemáticas, questões de *confirmação* como modo de certificação da compreensão do enunciado da tarefa matemática:

Professora: – O caminho para a escola, qual é?

Alunos: – A tracejado.

Professora: – O regresso é?

Alunos: – A linha reta.

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

Este tipo de questões também ocorreu na validação das soluções dos problemas propostos, nomeadamente no decorrer da apresentação das estratégias de resolução:

Professora: – Afinal de contas, quanto é que gastou a Rita?

Alunos: – Quatro e meio.

Professora: – Quatro e meio. Quatro batatas e meia?

Alunos: – Quatro euros e meio.

Professora: – Ah! Quatro euros e meio a comprar franja.

Aluno: – É a mesma coisa.

Professora: – Quanto é que ela comprou de franja?

Aluno: – Seis metros.

Professora: – Seis metros. Ela para comprar seis metros de franja, que era o que precisava para a toalha, gastou quatro euros e meio.

Alunos: – Quatro euros e meio.

Professora: – Toda a gente concorda com isto?

Alunos: – Sim.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Alexandra também se preocupa constantemente com a participação dos alunos nas atividades de sala de aula. Utiliza, por vezes, questões de confirmação com o intuito de implicar os alunos desatentos:

Professora: – Aqueles nove metros são o quê? São o quê, Fábio? Aqueles nove metros? Ao que é que aquilo corresponde? À distância daqui à casa de banho? À distância da baliza de futebol? O que é que é aquilo? O que são aqueles nove metros? Diz lá, Ariana?

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

A professora questiona, regularmente, os alunos desatentos, os quais geralmente não respondem às questões, originando a transferência da questão para outro aluno. Alexandra utiliza também questões de *confirmação*, não direcionadas, esperando uma participação global dos alunos, espelhando um entendimento generalizado. Por vezes, estas questões de *confirmação* resultam na revelação de incompreensões entre os alunos:

Professora: – A correspondência entre uma unidade para...

Alunos: – Dez passos.

Professora: – Dez passos. Se de quinze para dezassete aumentamos... quantas unidades?

Aluno: – Duas unidades.

Professora: – Duas unidades. Quantos passos?

Aluna: – Mais vinte passos.

Professora: – Quantos passos? ... Puxa, eu tenho vinte e cinco crianças nesta sala, porque é que só uma é que me responde?

Aluno: – São vinte passos.

Professora: – Porque o resto não está a perceber. É isso?

Aluno: – Eu não estou a perceber lá muito bem.

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

Com o desenvolvimento das interações entre os alunos, a docente restringiu as questões de confirmação durante o trabalho autónomo destes e na apresentação das soluções e estratégias de resolução. As questões de *confirmação* surgiram com uma presença assinalável nos momentos de síntese, após a realização e discussão das soluções e estratégias de resolução: “Alguma pergunta? (Alunos: – Não.) Não há perguntas a fazer? Não há dúvidas? Eu posso fazer uma pergunta? Onde é que tu foste buscar os cento e oitenta e dois metros quadrados?” [2008 março _ aula _ 4.º ano]. A intenção da professora ao

fazer este tipo de questões parece ser de certificação do entendimento da resolução da tarefa matemática:

Professora: – A única coisa que eu quero é que isto fique na vossa cabeça e que vocês compreendam porque é que foi com o cento e cinquenta e não com o dezassete, porque foi quarenta centímetros e não quarenta metros, percebem? Toda a gente percebeu o que foi feito ali no quadro?

Alunos: – Sim.

Professora: – Eu já vou ver. Vão lá ao intervalo, que eu já vou ver se perceberam.

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

O questionamento efetuado por Alexandra não parece existir por si, mas resultar da focalização dos alunos na resolução das tarefas matemáticas. Neste sentido, algumas questões que, pelo seu enunciado, poderiam ser consideradas de confirmação, adquirem em contexto um sentido de focalização do aluno numa dada estratégia de resolução dos exercícios e problemas propostos: “O João Pedro já tinha dito qual era o número menor. Qual era, João Pedro? (...) Descobrimo o menor, a partir daqui é cada vez mais fácil” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano].

Esta intenção de guiar os alunos na resolução das tarefas matemáticas através do questionamento é testemunhada por Alexandra, num encontro de natureza colaborativa, ao relatar que questionou os alunos – *Porque é que fizeram assim?* –, “para os fazer chegar ao padrão” [2007 outubro _ encontro colaborativo] combinatório entre os números decimais construídos. A professora também recorre a questões de *focalização*, baseadas nas condições do problema, para validar ou invalidar uma resolução. Na validação dos resultados, a docente questiona os alunos sobre os motivos dessa legitimação:

Professora: – Estes dois [números] que estão aqui, toda a gente encontrou? E estão bem? Açam que estão bem? Porque é que estão bem? (...) Têm duas casas decimais. Era um dos requisitos. E mais? Só por isso é que estão bem? (...) Porque não estão repetidos. E mais? (...) Porque não estão os números nas mesmas posições.

[2007 outubro _ aula _ 4.º ano]

Na invalidação das soluções, a docente utiliza igualmente as condições expressas no enunciado da tarefa:

Aluna: – Seis vírgula sessenta e seis.

Professora: – Seis vírgula sessenta e seis. Lê lá a pergunta, meu amor. Lê a pergunta.

Aluna: – Utilizando os algarismos 6, 4 e 3 e sem os repetir...

Professora: – Ei! ei! Volta lá um bocadinho para trás. E... na primeira linha...

Aluna: – Sem os repetir...

Professora: – Sem os repetir [em uníssonos com a aluna]. O que é que isso quer dizer, amor?

[2007 outubro _ aula _ 4.º ano]

Estas questões que configuram uma conjugação entre a *confirmação* e a *focalização* decorrem da necessidade de validar ou invalidar soluções ou estratégias de resolução. As questões cujo objetivo parece resultar da validação das resoluções tentam, por vezes, auxiliar os alunos na justificação dos procedimentos efetuados – “Porque é que reduziste as gramas a quilograma?” [2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano]. As questões cujo objetivo parecem ser a invalidação de procedimentos apresentam a estrutura de questionamento das resoluções erradas – “Seis cancelas equivalem a seis metros?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] ou das estratégias de resolução apresentadas pelos alunos:

Professora: – Diz lá, Inês, como é que ela pode usar a saia verde?

Inês: – Se tivesse mais uma blusa.

Professora: – Só se tivesse mais uma blusa. Concordam?

Alunos: – Não.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Existem, contudo, questões que parecem genuinamente de *focalização*, as quais se inserem num encaminhamento dos alunos para a resolução da tarefa matemática proposta. Estas questões tanto tentam direcionar – “Quantos metros tem este lado?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] – como antecipar as estratégias dos alunos:

Professora: – Vocês têm que fazer as combinações possíveis. A menina usa as duas saias ao mesmo tempo?

Alunos: – Não.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Alexandra manteve ao longo do trabalho de natureza colaborativa questões de *focalização* que tentavam guiar os alunos no sentido da resolução da tarefa matemática:

Professora: – Tu precisas de um quilo de açúcar?

Aluno: – Não.

Professora: – Precisas?

Aluno: – Não.

Professora: – Quanto é que tu precisas de açúcar?

Alunos: – Trezentas e setenta e cinco gramas.

Professora: – Só?

Aluno: – Não. Quinhentas e setenta e cinco [adicionando duas quantidades]

Professora: – Quinhentas e setenta e cinco. Então podes somar o preço de um quilo? Não ficas lá com açúcar para fazer outra [receita de pudim de ovos]?

[2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano]

O propósito da docente ao focalizar as questões parece resultar da conceção da aprendizagem como um encadeamento de conhecimentos e procedimentos. Alexandra relata que questiona os alunos sucessivamente com o objetivo de garantir a inexistência de incompreensões na construção do conhecimento:

Vou questionando os miúdos a cada passo, para que sejam eles a ir-me dando as respostas. Vou questionando: «Então, se tens tanto o que é que fazes agora?»; «Aí faço assim!»; «Então isso vai dar o quê?»; «Vai dar tanto.»; «E agora, como é que...?» Portanto, aquele questionamento sucessivo para ver se eles vão...

[2008 abril _ encontro]

Existem também, desde as aulas iniciais, com menos frequência, questões que, decorrendo do trabalho dos alunos, extravasam os resultados e equacionam aspetos importantes do conhecimento matemático. A propósito da configuração dos painéis retangulares, Alexandra tenta generalizar algumas soluções questionando os alunos sobre regularidades como a impossibilidade de um painel de duas colunas com um número ímpar de quadrados – “Porque é que o vinte e cinco não dá para fazer duas colunas?” [2007 junho _ aula _ 3.º ano] – e a universalidade do retângulo constituído por uma tira com um quadrado de lado – “Uma forma que é comum a todos os números que estivemos a fazer aqui?” [*idem*].

Este tipo de questões, que classifico como de *inquirição*, por extravasarem a resolução imediata da tarefa matemática proposta, surgiram essencialmente no final da exploração das resoluções das tarefas, por vezes como síntese das atividades – “Em relação ao nosso problema, encontrámos uma forma quadrangular, como é lógico. Encontrámos duas

formas retangulares para o terreno. Será que havia mais alguma forma de colocar [as cancelas]?” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano] – tentando generalizar resultados.

A generalização algébrica de regularidades numéricas surgiu a partir de questões de *inquirição* após a resolução e apresentação da tarefa matemática. Por exemplo, na tarefa da franja das toalhas, em que era possível generalizar a medida do perímetro dos retângulos resultantes da composição de sucessivos quadrados iguais, a professora começou por questionar os alunos: “Como é que teriam que fazer se fossem três toalhas?” [2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]. O sucessivo questionamento dos alunos resultou na descoberta da regularidade numérica existente entre o *número de toalhas* e a medida da franja necessária para debruar a toalha:

Professora: – Então, qual é a regularidade que há aqui?

Aluno: – É só de três em três.

Professora: – É só de três em três. Vai-se sempre acrescentando três. Se, por exemplo, a medida do lado do quadrado não fosse um vírgula cinco mas fosse dois metros, quanto é que se tinha de aumentar?

Aluno: – Quatro.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

A generalização desta situação ocorreu em duas dimensões: na relação entre o número de quadrados na composição do retângulo e a medida do seu perímetro e na relação entre a medida do lado do quadrado e o acréscimo da medida do perímetro. Em ambos os casos, o questionamento dos alunos configura a utilização de questões passíveis de denominarmos de *inquirição*, embora em menor número, na sala de aula.

Alexandra, no decorrer do trabalho de natureza colaborativa, integrou questões de *inquirição*, igualmente após a resolução e apresentação das tarefas matemáticas na sala de aula, na exploração de novas situações a partir dos resultados obtidos. Este tipo de abordagem não tinha ocorrido anteriormente. Decorrente de um problema sobre áreas, a professora utilizou os dados para questionar um grupo de alunos:

Professora: – Agora, para o último grupo, eu vou lançar uma pequena questão. Vocês vão pensar rapidamente. Tomando em conta... Isto é para eles e é para todos. (...) Tomando em conta a área total do recreio desta escola [182 m²] e tomando em conta quanto falta para os mil metros quadrados, quantos recreios é que cabiam, aproximadamente, na diferença de terreno?

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

A exploração dos resultados na concretização de novas questões passou a ocorrer com alguma frequência configurando um acréscimo de questões de *inquirição*. No problema das duas lâmpadas, que piscavam, respetivamente, de três em três segundos e de cinco em cinco segundos, Alexandra, após a discussão da resolução do problema [piscavam simultaneamente de quinze em quinze segundos], elabora uma nova questão: “Qual é a lâmpada que vai fundir-se mais depressa?” [2008 maio _ aula _ 4.º ano].

O questionamento na sala de aula parece ter evoluído ao integrar questões de *inquirição*, decorrentes da solução do problema, que resultaram na descoberta de outras relações entre os valores obtidos. A conjugação de diferentes tipos de questões, nos momentos de síntese e de extensão das tarefas matemáticas, parece ter favorecido uma maior interação entre os alunos e um maior aprofundamento da discussão em torno dos conceitos matemáticos.

Padrões de interação. Na primeira aula observada, Alexandra propôs aos alunos o problema das maçãs que envolve a estratégia de resolução conhecida por «*do fim para o princípio*». Após a leitura, efetuada por Alexandra, e clarificação de alguns aspetos do enunciado do problema «*Queridas maçãs!*»:

A Dulce tinha uma cesta com maçãs e encontrou um amigo a quem deu metade das maçãs que tinha mais meia maçã. Depois encontrou outro amigo a quem deu, igualmente, metade das maçãs que tinha, mais meia maçã. Por fim, encontrou um terceiro amigo e deu-lhe metade das maçãs que restavam e mais meia maçã, ficando sem nenhuma. Consegues descobrir quantas maçãs tinha a Dulce antes de encontrar o primeiro amigo?

[2007 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Na resolução desta tarefa matemática, a docente interagiu constantemente com os alunos, condicionando as estratégias utilizadas por estes:

Aluno: – Uma cesta é capaz de levar 40 maçãs?

Professora: – Não.

Aluna: – Dez.

Professora: – Não há máximo. Comecem a pensar do fim para o princípio, que é o que nós sabemos, que ficou com zero.

[2007 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Esta intervenção da professora parece revelar uma atitude usual de condicionamento das estratégias individuais dos alunos em função das resoluções matemáticas corretas das tarefas propostas. Nesta situação particular, o problema proposto revelou-se demasiado

difícil para os alunos – “Estão a ter muita dificuldade.” [2007 janeiro _ aula _ 3.º ano] –, originando um acompanhamento e condicionamento constante de Alexandra na resolução do problema das maçãs: “Teve de ser um bocado ajudado. Claro. Um bom bocado” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo].

Contudo, mesmo em outras situações mais ajustadas aos conhecimentos dos alunos, Alexandra vai validando as estratégias destes ou rejeitando a resolução proposta, tentando orientá-los para resoluções previamente conhecidas por si. Na aula observada seguinte, no problema dos *painéis retangulares*, a docente reagiu de forma direta a uma solução apresentada com a duplicação de uma das soluções:

Aluno: – Já fizemos quatro.

Professora: – Já fizeram o quê?

Aluno: – Quatro.

Professora: – Quais quatro, quem disse que eram quatro? Quantos são?
Vocês é que têm de descobrir?

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Quando a transcrição deste episódio de sala de aula foi analisada e comentada, Alexandra reagiu com uma sonora gargalhada, imaginando-se no referido episódio, ao perceber o condicionamento das atividades dos alunos. As intervenções da professora também regulam as estratégias e resoluções bem sucedidas – “Exatamente. Olha toma, agora quem descobriu foi ela. Boa. Pode pintar.” [2007 junho _ aula _ 3.º ano] –, denotando uma regulação das atividades dos alunos, através da validação constante das resoluções ao longo do trabalho em grupo – “Fizeste a caneta? Não devias ter feito. Essas coisas não se fazem a caneta ou fazem?” [*idem*].

Estas validações decorrem da prática da professora regular constantemente as atividades dos alunos, mesmo durante o trabalho autónomo destes – “Vamos corrigindo” [2007 outubro _ encontro colaborativo] –, e têm por objetivo motivar os alunos – “Para os motivar” [*idem*] – ao encaminhar para o certo e evitar o erro – “Temos muito medo de os deixar errar pelo seguinte, (...) muitas vezes é o erro que fica” [*idem*]. Alexandra caracteriza a sua prática profissional de condicionamento em função das resoluções corretas:

Tens razão naquilo que dizes. Às vezes eu, como tenho a minha estratégia, se eles fogem dali e estão complicados, se calhar, e têm alguma dificuldade em explicar como é que fizeram, quando eu vou encaminhar,

encaminho para a minha forma. (...) Quando se estão a desviar, em vez de se esperar para ouvir tudo, cortamos logo para encaminhar. (...) Talvez para perder o menos tempo possível e não os deixar criar conceitos errados.

[2008 janeiro _ encontro]

O erro parece estar sempre muito presente como algo a evitar, mesmo nas interações entre os alunos. Alexandra descreve-as como problemáticas devido ao facto de eles serem “um bocadinho maus uns para os outros”, particularmente perante o erro [2006 dezembro _ entrevista]. Nestas situações, o seu papel é socorrer os alunos criticados tentando “não deitar abaixo a afirmação descabida” [*idem*], realçando algum aspeto da afirmação que pode ser valorizado. Em outras situações, a interação entre os alunos “é ótima e uns acabam por puxar pelos outros” [*idem*].

A validação constante das atividades dos alunos foi analisada nos encontros de trabalho de natureza colaborativa e avaliada como não promotora de comunicação matemática em sala de aula. Neste sentido, Alexandra tentou contrariar esta prática nas aulas seguintes restringindo as indicações aos alunos – “Eu não vou dar indicações nenhuma para além daquelas que estão no quadro” [2007 outubro _ aula _ 4.º ano] – e evitando esclarecimentos condicionadores das estratégias destes – “Não sei, a professora, hoje, não sabe nada” [2007 novembro _ aula _ 4.º ano].

Esta atitude foi sentida pela docente como um esforço constante de contrariar uma prática usual na sala de aula: “Eu tive que fazer um grande esforço, fiz e acho que até se notou. Fiz um grande esforço para não dizer, para não encaminhar, para não dizer que estão a ir no caminho certo, no caminho errado” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Esta nova atitude foi progressivamente conseguindo resultados, apesar dos hábitos de validação que os alunos tinham incorporado:

São meus e já são quatro anos, sentem-se mais seguros, eu acho que é uma questão de insegurança da parte deles. A partir do momento em que eles sentem que eu validei, nem que seja pelo olhar ou pela pergunta que eu fiz que os orienta de qualquer forma, eles sentem-se seguros na posição e tudo bem, explicam e vão com a deles até ao fim. Quando sentem que há qualquer coisa que está mal, bloqueiam e calam-se e já não dizem mais nada.

[2008 abril _ encontro]

A exploração do erro foi assumindo características educativas, particularmente durante as discussões das soluções e estratégias de resolução apresentadas pelos alunos, mesmo em torno da validação de estratégias eficientes e resoluções corretas:

Professora: – Então, o que é que vos parece?

Alunos: – Está mal.

Aluno: – Eu acho que está mal.

Alunos: – Está mal.

Professora: – Então e aqui o grupo da Marina, como é que fez? Quantos passos é que deu?

Alunas interrogam-se, mas não respondem.

Professora: – Então, quantos passos é que deu? Vocês fizeram esta parte?

Marina: – Professora, fizemos, mas estava mal.

Professora: – Quem disse que estava mal? Quem é que disse que estava mal? Eu ainda não disse aqui que nada estava mal. Simplesmente chegámos a um resultado lógico. Eu só pedi para explicarem porque é que ele era lógico. Ainda não disse nem que estava bem nem que estava mal. Não foi? E agora estou a perguntar, grupo a grupo, se chegaram ao mesmo resultado, como e porquê. Porque não estamos em consenso, não é?

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

Um dos principais dilemas profissionais de Alexandra, segundo a sua perspetiva, decorre da partilha de conceitos errados entre os alunos, impossibilitando uma aprendizagem expurgada de noções erradas. Neste sentido, a professora declara que está menos à-vontade na sala de aula quando os alunos estão “a explicar uma determinada situação errada e eu vejo os outros, que tinham certo, a estarem a duvidar daquilo que tinham feito, a estarem a apagar, é quando eu me sinto menos à-vontade e, às vezes, mesmo atrapalhada” [2008 abril _ encontro]. Este dilema da docente é reforçado pela ideia de que é “muito complicado desmontar o erro” [2009 fevereiro _ entrevista], especialmente com os seus alunos do quarto ano, pelo facto de estes se encontrarem bastante condicionados pela atitude de validação da docente.

A validação permanente das atividades dos alunos, durante o seu trabalho autónomo, deixou de ocorrer de forma sistemática devido ao trabalho de natureza colaborativa. Contudo, a professora acompanhou sempre os alunos nos seus trabalhos, questionando-os, por vezes, com o intuito de validar ou invalidar alguns dos resultados obtidos: “Quantas combinações são? Quantas combinações fazes? Duas? Olha bem para o pro-

blema. Só fazes destas duas maneiras? Pensa lá bem. São duas combinações?” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano]. A gestão do erro tornou-se mais natural com os alunos do primeiro ano, em parte devido à ausência de hábitos de validação constante e ao reconhecimento, por parte da professora, de que estes alunos “não têm medo de falar, não têm medo de errar, de perguntar” [2009 fevereiro _ entrevista].

As interações entre a professora e os alunos são descritas por Alexandra, desde o início do trabalho de natureza colaborativa, como “muito boa, sempre muito boa” [2006 dezembro _ entrevista]. A docente realça o nível de confiança dos alunos para consigo nos momentos de interação:

Consigno manter uma interação com eles muito boa, eles falam, eles dizem, não têm medo de dizer, não têm medo de errar, porque sabem que no meio do erro há sempre muita coisa que se aproveita. E eu pego sempre em qualquer coisa para seguir para o resto que preciso.

[2006 dezembro _ entrevista]

A relação descrita de interação entre a professora e os alunos, parece pautar-se pela contribuição dos alunos no discurso da professora, configurando os padrões de *funil* e de *focalização*. Nas primeiras aulas observadas, as interações predominantes parecem, contudo, caracterizar-se por padrões de *funil*, quando o objetivo é ultrapassar as dificuldades manifestadas pelos alunos. Perante um retângulo de cinco por cinco quadrados, Alexandra interage com os alunos questionando-os sobre a adequação da figura apresentada:

Professora: – Quantas formas há de fazer painéis retangulares com vinte e cinco?

Aluno: – Dois.

Professora: – Há duas maneiras. Mas eu parece-me que ali aquela azul é outra forma de retângulo.

Aluno: – Não, está mal. Não é um retângulo, é um quadrado.

Outro Aluno: – Tem vinte e cinco quadradinhos mas não é um retângulo.

Professora: – É um quadrado, não é? Então, e o quadrado não é um retângulo?

Aluno: – Não.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Alexandra dialoga com os alunos que não reconhecem num quadrado as propriedades do retângulo utilizando o padrão de *funil* a partir da definição (incompleta) do retângulo como figura geométrica com os lados iguais dois a dois:

Professora: – Não. Não tem os lados iguais dois a dois?

Aluno: – Não.

Outro Aluno: – Tem.

Professora (junto ao desenho): – Este não é igual a este? Este não é igual a este? Então?

Aluno: – Tem os quatro lados todos iguais.

Professora: – E não podem ser iguais dois a dois?

Aluno: – Sim. Sim, podem.

Professora: – Se o de cima é igual ao de baixo e o do lado é igual ao do lado, será que um quadrado não é um retângulo também?

Aluno: – Não.

(...)

Professora: – O lado de cima não é igual ao de baixo?

Alunos: – Sim.

Professora: – O do lado não é igual ao do lado?

Alunos: – Sim.

Professora: – Então não são iguais dois a dois?

Alunos: – Sim.

Professora: – Então não é um retângulo?

Alunos: – Sim.

Professora: – Então o quadrado é um tipo de retângulo. Era aqui que eu queria que vocês chegassem. Se pode ser lado igual, lado igual, dois a dois, é um retângulo.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Os padrões de *funil* e de *focalização* são utilizados pela professora como uma estratégia de ensino: “Eu faço muito isso. É levá-los lá” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. A conjugação entre os padrões de *funil*, de *focalização* e de *recitação* (enquanto método de envolver os alunos na aula e regular a sua atenção) parece constituir parte significativa das interações entre a professora e os alunos. Alexandra utiliza o princípio do padrão de *recitação* para envolver os alunos desatentos na aula, não aprofundando o conhecimento destes. A atitude da professora, de questionar sucessivamente alguns dos seus

alunos, parece decorrer do conhecimento sobre o envolvimento destes na aula, conjugando o nível de atenção com o de compreensão dos conteúdos lecionados:

Professora: – Fábio, quanto é a área do terreno do recreio? [Já calculado e apresentado]

Aluno não responde.

Professora: – Aliça, qual é a área total do terreno do recreio desta escola?

Aluna não responde.

Professora: – Diz lá, António.

António: – Cento e oitenta e dois metros quadrados.

Professora: – Cento e oitenta e dois metros quadrados. Concordas, Fábio?

Aluno não responde.

Professora: – Concordas, Aliça?

Aluna não responde.

Professora: – Quer dizer, vocês são os que estão mais próximos do quadro, mais próximos dos colegas que foram explicar, e estão a milhas do trabalho que estamos a fazer aqui.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

A regulação do comportamento dos alunos através do questionamento destes, a propósito dos assuntos em debate, surge regularmente nas aulas de Alexandra como forma de envolver os alunos desatentos. Esta interação, de acordo com o modelo do padrão de *recitação*, sem aprofundamento dos conhecimentos dos alunos, decorre do silêncio dos alunos inquiridos:

Professora: – Francisco, o que é que achas do que a tua colega disse? O que é que achas? A Maria da Graça disse agora uma coisa, o que é que achas do que ela disse? Ouviste o que ela disse? Então, ela vai repetir para todos ouvirem.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Contudo, as interações entre a professora e os alunos assumiam predominantemente os padrões de *funil*, muito centrado na professora, e de *focalização*, com uma participação mais ativa dos alunos. Os padrões de *funil* foram rareando à medida que os alunos foram interagindo mais com os pares. A professora questiona os alunos com vista à resolução direta da tarefa matemática proposta:

Professora: – A franja agora é... de que forma?

Alunas: – Retangular.

(...)

Professora: – É retangular. Põe lá aí um retângulo.

Alunas desenham um retângulo no quadro negro.

Professora: – E o que é que sabemos mais sobre essa toalha?

(...)

Alunas: – Tem o dobro da área.

Professora: – Tem o dobro da área.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Este padrão de *funil* surgia entre a professora e os alunos que manifestavam mais dificuldades, gerando um diminuto espaço de autonomia:

Professora: – Diz Andry.

Andry: – Eu acho que é cinquenta e seis vezes dezasseis.

Professora: – Cinquenta e seis vezes...

Andry: – Eu acho que é cinquenta e seis vezes dezasseis.

Professora: – Cinquenta e seis vezes...

Andry: – Dezasseis.

Professora: – Porquê, filho? Cinquenta e seis é de quê?

Andry: – É da área do campo B.

Professora: – É a área de cada equipa. Do campo de cada equipa. Quantos campos de equipa tens?

Andry: – Dois.

Professora: – Dois. Então é... Cinquenta e seis...

Andry: – Vezes dois.

Professora: – Vezes dois. E as prisões?

Andry: – Dezasseis vezes dois.

Professora: – E depois no fim?

Andry: – Esta vezes...

Professora: – Vezes?

Aluno: – Não, juntar tudo, professora. Somar.

Professora: – Vezes? Andry, é vezes, será que é vezes?

Andry acena negativamente.

Andry: – Mais.

Professora: – Não é, pois não, é tudo somado.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

O questionamento com vista ao encaminhamento é igualmente incentivado pela professora nas primeiras interações entre os alunos com diferentes níveis de compreensão sobre as tarefas matemáticas:

Professora: – Tiago, ajuda lá aqui o teu colega a continuar o raciocínio. Faz lá o meu papel. Faz assim umas quantas perguntas para ele seguir o raciocínio. Não é dizer o que o colega tem que fazer, é colocarem perguntas para ele chegar lá. Ana?

Ana: – Porque é que estão três cancelas?

Professora: – Isso já lá chegamos, já passamos por aí. Três, seis, nove, doze. São as doze cancelas. Está o terreno quadrangular, agora vamos avançar para o quê? Para o cálculo da...

Aluna: – Área.

Professora: – Da área. Como é que ajudamos o colega a lá chegar? Inês?

Inês: – Quantos metros quadrados são a área?

Professora: – Assim ele não chega lá. Isso é muito complicado. Mete tudo. Diz lá Diogo.

Diogo: – Deviam pôr a conta...

Professora: – Não deviam, faz uma pergunta para ele lá chegar.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

Neste sentido de encaminhamento dos alunos para a resolução das tarefas matemáticas, Alexandra opta por interagir na base do padrão de *focalização*. Este encaminhamento menos direto restringe-se a pequenas indicações que, em geral, não estruturam toda a resolução:

Professora: – Quinhentas e setenta e cinco gramas é um quilo? É?

Aluno acena com a cabeça negativamente.

Professora: – Não. Então podes multiplicar pelo preço?

Aluno acena com a cabeça negativamente.

Professora: – Antes tens que fazer o quê? Gramas é igual a quilo? O que é que tens de fazer?

Aluno acena com a cabeça negativamente e diz algo inaudível.

Professora: – Transformar em...

Aluno: – Quilogramas.

Professora: – Transformar em quilogramas.

[2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano]

O encaminhamento para a resolução é reforçado pela docente quando interage com os alunos com maiores dificuldades em matemática, gerando um significativo condicionamento das estratégias destes alunos: “A maior parte das vezes, para que eles percebam, principalmente os mais fraquinhos, vou assim, nestes passinhos, pim, pim, pim, mas nunca lhes dou a oportunidade de ser a estratégia deles, é a minha” [2008 janeiro _ encontro].

Os padrões de interação dominantes entre a professora e os alunos parecem pautar-se pela prevalência das estratégias da docente, resultante nos padrões de *funil* e de *focalização*. Contudo, o constante *rodopio* nas aulas e, em particular, nas interações verbais entre a professora e os alunos, dificulta a identificação clara de interações sustentadas pelos padrões referidos. Na sala de aula parece ocorrer um significativo conjunto de pequenas interações, entre a professora e os alunos, matizadas por questões de focalização e de confirmação, as quais, por vezes, corporizam diálogos padronizáveis, mas pouco suscetíveis de classificação. Como no caso dos modos de comunicação, parecem surgir interações híbridas entre os padrões de recitação, de funil e de focalização.

Com o aumento da autonomia dos alunos e o surgimento de diferentes estratégias de resolução, as apresentações das atividades assumiram uma maior dinâmica em relação às interações entre os alunos e entre estes e a professora, tendo surgido padrões de *discussão*, baseados no auxílio dos alunos, pela docente, na clarificação das estratégias de resolução. Os alunos começaram por justificar os procedimentos de modo autónomo:

Aluna: – Nós somamos um vírgula cinco metros mais um...

Professora: – Então, podem pôr.

Aluna: – Mas também podíamos fazer uma conta de vezes, multiplicar.

Professora: – Porque...

Aluna: – Porque um vírgula cinco metros vezes quatro é o mesmo que um vírgula cinco, mais um vírgula cinco, mais um vírgula cinco, mais um vírgula cinco.

Professora: – Então vá, podem começar por aí. Até agora, alguma dúvida?

Alunos: – Não.

Professora: – Não. Perfeito!

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

O questionamento realizado por Alexandra, mesmo com questões semelhantes às anteriores, passou a ocorrer após a apresentação das estratégias de resolução e das soluções pelos alunos e a incidir nos resultados obtidos:

Professora: – O que é isso?

Aluna: – É o perímetro da toalha quadrada.

Professora: – E porque é que foram ao perímetro.

Aluna: – Para saber quanto custa...

Professora: – Custa? Quanto custa, diz aí.

Aluna: – Para saber quanto custa! Para saber... Ai... Como é que eu hei de explicar? Porque não podíamos pôr um vírgula cinco metros de lado... Ai... Eu não consigo explicar.

Professora: – O que são estes seis metros? Katy sabes?

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

O padrão de discussão surge muito baseado na clarificação das resoluções, mas não adquire a fluidez necessária à discussão reflexiva sobre o conhecimento. A constante regulação da professora em relação à participação dos alunos nas atividades de sala de aula parece originar um entrecruzar dos padrões de interação e dos modos de comunicação pautados pelo padrão de recitação – se um aluno não responde, questiona-se outro aluno.

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, a autonomia dos alunos foi crescendo na explicação das resoluções, baseada na justificação dos procedimentos:

João Pedro [referindo-se às medidas de esquema geométrico de um percurso desenhado no quadro (em linha)]: – É assim. Aqui esta parte é como se fosse só um. Aqui fosse como um. E aqui era um, dois, três, quatro, isto tudo... E dava quinze. Quinze. Para saber quantos eram a tracejado. Pensávamos que isto era dez [referindo-se a uma unidade de percurso].

Professora: – Dez quê?

João Pedro: – Dez centímetros. Dez passos. Dez passos. Ele deve ter dado dez passos à volta dos quadrados todos. Cada dez, dava ao todo cento e cinquenta. E se fosse... E depois fizéssemos este [desenha novo percurso] que é o que nós temos de saber.

Aluna: – A tracejado.

João Pedro: – Tinha de ser a tracejado. Então, aqui era traços. E esses traços tinham um passo. E cada passo... Era dez em cada quadrado.

Aluno: – Agora já percebi.

João Pedro: – E depois ele foi dando, dando, dando, deu dezassete. Para sabermos os passos que ele deu ao todo tínhamos de fazer dez mais dez à volta de cada quadrado que deu cento e setenta. Ninguém tem perguntas?

Aluno: – Não. Já explicaste tudo.

[2008 abril _ aula _ 4.º ano]

A professora assumiu uma maior autonomia dos alunos na explicação das resoluções das tarefas matemáticas, sem descurar as situações em que estes apresentavam dificuldades de verbalização das estratégias de resolução e de justificação de procedimentos matemáticos: “Eu é que tenho de explicar o que vai na vossa cabeça” [2008 junho _ aula _ 4.º ano]. Esta atitude de alguma autonomia dos alunos, regulada pela professora, surgiu também patente com os alunos do 1.º ano, em torno das apresentações das atividades desenvolvidas:

Professora: – Quantas combinações é que encontraram?

Alunos: – Duas.

Professora: – Duas. Então diz lá, Maria, porque é que fizeste assim?

Maria: – Porque só havia uma blusa e havia duas saias.

Professora: – E?

Maria: – E como não havia mais blusas, meti uma blusa azul e uma blusa vermelha...

Professora: – Uma saia.

Maria: – Uma saia vermelha num conjunto e uma saia verde e uma blusa azul num conjunto.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Nas duas últimas aulas observadas do 4.º ano, Alexandra organizou a turma em cinco grupos de quatro alunos e um grupo de cinco alunos. As tarefas matemáticas foram resolvidas em grupo e as resoluções foram registadas no quadro, pelos seis grupos, em simultâneo. Após o registo das resoluções de todos os grupos, os alunos iniciaram as apresentações, grupo a grupo, das estratégias de resolução e das soluções dos problemas propostos. Esta organização do trabalho parece ter potenciado a conjugação do padrão de *extração* com o de *discussão*, nomeadamente na tentativa de compreensão, por parte da professora e dos colegas, dos conhecimentos individuais dos alunos, que resultaram na e da resolução do problema.

Estas interações não parecem significativas, mas ocorreram num contexto de análise global das resoluções propostas pelos alunos. Alexandra tentou incentivar os alunos dos outros grupos a questionar os colegas, por vezes sintetizando as suas questões ou mesmo questionando-os, tentando extrair os seus conhecimentos, existentes ou não, inerentes à resolução em discussão. Neste sentido, a professora sintetizou algumas das dúvidas e questões dos alunos sobre resoluções e raciocínios incorretos: “Porque é que multiplicaram e depois somaram mais três e mais cinco? Qual foi a razão? Expliquem porquê. A gente só quer perceber” [2008 maio _ aula _ 4.º ano].

A existência de padrões de *extração* e de *discussão* entre os alunos e a professora, no decorrer de momentos de análise e reflexão sobre as resoluções dos grupos de alunos, não surgiu de forma destacada, mas entrecruzada com um conjunto de interações verbais entre os alunos e entre estes e a docente. A validação e síntese das soluções corretas, de entre as analisadas e discutidas, geraram também padrões de interação passíveis de serem categorizados como de *extração* em conjugação com a existência de padrões de *discussão* e de *focalização*:

Professora: – Quando é que se podia abrir a porta?

Marina: – Quando as duas piscavam ao mesmo tempo.

Professora: – E quando é que era?

Marina: – Nos quinze e nos trinta [segundos].

Professora: – De quinze em quinze segundos ou de trinta em trinta segundos?

Aluna: – Não, nos quinze segundos e nos trinta.

Professora: – Então, quanto é que vai de quinze até trinta?

Alunos: – Quinze.

Professora: – Então, quando é que podiam abrir a porta?

Alunos: – De quinze em quinze segundos.

[2008 maio _ aula _ 4.º ano]

As interações existentes entre a professora e os alunos parecem bastante marcadas pela permanente preocupação da docente no envolvimento de todos os alunos na discussão, mesmo quando as questões são direcionada para um aluno em particular. A alternância constante entre questões dirigidas à turma e a alunos específicos possibilitou uma significativa dinâmica discursiva, mas parece ter condicionado o aprofundamento dos conhecimentos dos alunos. As interações entre a professora e cada um dos alunos foram quase

sempre intercaladas com a participação ou o questionamento de outros alunos ou do grupo turma.

Este tipo de padrões de interação em que a participação dos alunos é substancialmente mais significativa também ocorreu nas aulas do 1.º ano, nomeadamente no confronto entre duas estratégias de resolução de um mesmo problema. Inicialmente, os alunos combinaram uma blusa azul com duas saias (vermelha de xadrez e verde), obtendo dois conjuntos. A professora introduziu uma nova peça de roupa – uma blusa amarela – e solicitou aos alunos as combinações de roupa possíveis. Alguns alunos registaram no seu caderno apenas as novas combinações ao contrário de outros que registaram de novo as anteriores com o acrescento das duas novas, totalizando quatro conjuntos de roupa. Alexandra discute com os alunos as duas estratégias, explorando a quantificação do número total de hipóteses:

Leonardo (mostrando o registo no caderno): – Uma blusa amarela e uma saia de frajés...

Professora: – Xadrez, filho.

Leonardo: – Uma blusa azul e uma saia de xadrez,

Maria: – Ainda não acabaste.

Professora: – Depois... Maria, cala-te.

Leonardo: – Uma blusa azul e uma saia verde, uma blusa amarela e uma saia verde.

Professora: – E achas que não há mais hipótese nenhuma? Achas que não. Não consegues fazer outra combinação?

Aluno acena negativamente com a cabeça.

Professora: – Há alguém que consiga? Diogo, consegues? Ou tens igual?

Diogo: – Não.

Professora: – Não tens igual. Então a deles está mal?

Diogo: – Está.

Professora: – Quantas combinações encontraste?

Diogo: – Quatro.

Professora: – Então, mas foram as mesmas que eles encontraram. Quatro.

Diogo: – Sim.

Professora: – Quatro à mesma. Como é que foram as tuas? Mostra lá para os colegas verem.

Diogo mostra o registo no caderno de duas da alínea anterior e do acréscimo de duas com a blusa amarela.

Alunos: – Quatro? Só tem duas.

Aluno: – Duas. Estás a brincar comigo.

Professora: – Então diz lá, Maria.

Maria: – Ali só estão duas.

Professora: – E então, Diogo?

Diogo: – Pois está mal.

Professora: – Eu não disse que estava mal. A colega só te está a perguntar como é que tu dizes que são quatro se só puseste aí duas. Como é que chegaste aí, filho? Ninguém te disse que estava mal. Gonçalo, tu disseste que estavas a perceber, o que é que tu percebeste ali do que ele fez?

Gonçalo: – Percebi as duas.

Professora: – Mas ele não disse que eram duas, disse que eram quatro.

Gonçalo: – Só estão ali duas.

Professora: – E porquê, porque é que só estão ali duas, Diogo?

Gonçalo: – Já sei o que é que baralhou, baralhou as de cima com as de baixo.

Professora: – Ele juntou as duas de cima e só acrescentou quais?

Aluna: – As duas de baixo.

Professora: – As que têm a blusa...

Alunos: – Amarela.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Este episódio caracteriza as interações na sala de aula nas últimas aulas observadas: um forte envolvimento dos alunos, alimentado pela docente, com interações individuais, entre a professora e os alunos, restritas a pequenos diálogos. Deste modo, parece ser possível afirmar que a análise e reflexão sobre as atividades desenvolvidas ocorre na sala de aula com a participação ativa da professora, bem como a avaliação dos conhecimentos dos alunos, características dos padrões de *discussão* e de *extração*, mas os episódios parecem dificilmente padronizáveis devido à permanente alteração dos interlocutores. Os alunos assumiram o discurso em sala de aula, restringindo os padrões de interação mais tradicionais, como os de *recitação*, *funil* e *focalização*, mas a discussão coletiva, por vezes, não apresenta uma consistência significativa em termos discursivos, dificultando uma avaliação mais profunda do pensamento dos alunos.

Negociação de significados. A negociação de significados parecer ocorrer nas aulas de Alexandra sempre que se gera um entendimento entre a professora e os alunos a propó-

sito do significado de conceitos, processos e normas em sala de aula. Contudo, muitas destas negociações parecem restringir-se à regulação dos comportamentos e atitudes dos alunos no decorrer dos trabalhos em grupo ou a pares, ou nas relações entre eles:

Estão aí as regras da sala de aula e são eles próprios que as impõem, eles é que as constroem, eles é que reformulam sempre que aparece uma situação nova que não esteja contemplada ali, que eles achem que deve ser reformulado, vamos colocar ali. Normalmente, eles aguentam-se e esperam pela sua vez para falar. Quando o assunto é muito empolgante, pois fala tudo ao mesmo tempo e ninguém se entende, mas normalmente eles já estão encaminhados para respeitar o outro. Quando o outro termina intervêm, põem o dedinho no ar, ou esperam sem pôr o dedo no ar e, como ninguém falou, falam eles. Portanto, em termos de conversa eles seguem as regras.

[2006 dezembro _ entrevista]

A negociação de conceitos e de processos pela professora surge mais espaçadamente em resultado de dúvidas e incorreções manifestadas pelos alunos em sala de aula. Os conceitos matemáticos surgem associados a significados sociais ou a representações de objetos ou artefactos do contexto social dos alunos.

A representação matemática do conceito “piscam de três em três segundos (ou de cinco em cinco segundos)”, como um instante com dimensão nula intervalado em três segundos (ou cinco segundos), foi negociado com os alunos, após a constatação desse desconhecimento, a partir das resoluções dos alunos de um problema que conjugava duas lâmpadas que piscavam, respetivamente, de três em três segundos e de cinco em cinco segundos. Para os alunos que melhor tinham apreendido o conceito, uma lâmpada piscar de três em três segundo era sinónimo da lâmpada acender durante três segundos e apagar durante três segundos:

Tiago: – Primeiro, desenhámos sessenta traços, cada traço é um segundo. Sessenta segundos são um minuto.

Professora: – Pronto.

Tiago (com referência a esquema pictórico): – Deste lado é a porta [associada à lâmpada] dos três segundos. E aqui é o dos cinco em cinco. Primeiro, estes três segundos, acende a primeira luz. Estes aqui, cinco segundos acende. Estes, aqui até aqui, mais três, apaga. Destes cinco, mais cinco, está apagada.

[2008 maio _ aula _ 4.º ano]

O aluno continua a explicação concluindo (corretamente com uma representação incorreta) que estão as duas lâmpadas acesas aos quinze segundos. Alexandra questiona os alunos do grupo:

Professora: – Vocês mostram que os primeiros três segundos, e pelo que o colega explicou, a luz estava acesa. Ela está acesa três segundos? Ela acende no três. Ela acende passados mais três, ela acende. Não está acesa, apagada, acesa, apagada.

[2008 maio _ aula _ 4.º ano]

O conceito de piscar de três em três segundos (ou de cinco em cinco segundos) foi suficientemente negociado após a identificação desta incompreensão por parte dos alunos: “Acender de cinco em cinco não é equivalente a estar aceso cinco segundos. Piscar de cinco em cinco não é estar aceso cinco segundos” [2008 maio _ aula _ 4.º ano]. A professora retomou, por diversas vezes, a diferença entre os conceitos, com exemplos, de modo a tentar garantir a compreensão integral do problema. Na síntese da resolução do problema, a docente questionou novamente os alunos sobre o conceito de pisca-pisca em contexto social: “Vocês vêm cá para a escola de carro e não sabem o que é o pisca-pisca! [Alunos: – Eu sei.] A luz a piscar! Por amor de Deus!” [*idem*]. Este episódio foi comentado nos encontros de natureza colaborativa, tendo originado uma partilha entre todos desta negociação de significados: “Piscar de três em três segundos era acender e estar três segundos aceso” [2008 junho _ encontro colaborativo].

A negociação de conceitos, muitas das vezes sob a forma de imposição, ocorre frequentemente nas aulas, com os alunos do 1.º ano, especialmente na construção de vocabulário. Do mesmo modo, surge alguma negociação em torno de conceitos matemáticos associados às formas geométricas e a noções de número. Os alunos parecem construir muitos dos significados das palavras por representação figurativa. Na primeira aula observada, os alunos do 1.º ano fizeram colagens livres de figuras geométricas. Na apresentação das atividades ao grupo turma, a docente apoiou os alunos nas interações com a turma, questionando-os a propósito das imagens construídas:

Guilherme: – Eu fiz uma árvore.

Professora (em surdina): – E para fazer a árvore...

Guilherme: – Três círculos e um triângulo.

Professora: – Um quê?

Guilherme: – Três círculos e um retângulo.

Professora: – Ah! E para fazer a árvore, isto era o que ele ia dizer, para fazer a árvore, eu utilizei: para o tronco...

Guilherme: – Um retângulo.

Professora: – Um retângulo. E para fazer a copa, (diz em surdina).

Guilherme (referindo-se à copa): – O que é que é isso?

Professora (contornando com o dedo a copa da árvore): – É isto.

Guilherme: – Três bolas.

A professora apresenta uma expressão de desagrado.

Guilherme: – Três círculos.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

O conceito de copa da árvore é negociado através de uma representação figurativa baseada numa composição de círculos. De modo similar, os telhados das casas representadas apresentam a forma triangular ou trapezoidal (por composição de triângulos). Um dos alunos finalizou o telhado com um quadrado (um trapézio por composição de três triângulos e um quadrado), sugerindo uma chaminé, mas tenta descrever a sua representação como um telhado em forma triangular:

Professora: – Esse quadrado é o quê?

(...)

Hugo: – É um bico.

Aluno: – Chaminé.

Hugo: – Não, é o bico do fim.

Professora: – É o bico do fim? Então, e o quadrado tem um bico para ficar igual ao bico do telhado?

Hugo: – Não.

Professora: – É um quadrado que tu tinhas que pôr aí?

Hugo: – Não.

Aluno: – Era um triângulo e um retângulo. Um retângulo para cima.

Professora: – Um retângulo para cima? Então o retângulo também tem um bico para acompanhar o telhado da casa?

Alunos: – Não.

Professora: – Tem que ser o quê?

Alunos: – Triângulo.

Professora: – Vai lá pôr o triângulo. Estava toda a gente a pensar que isso era uma chaminé.

Hugo: – E é mesmo.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

A negociação de conceitos matemáticos parece também estender-se, com os alunos do 1.º ano, ao rigor com que estes executam o seu trabalho, particularmente no recorte de figuras geométricas de modo a, dentro das possibilidades, estas manterem as propriedades originais:

O Vladislav corta aquilo tudo direitinho, tão direitinho que até fica, na figura geométrica, o risco preto. A maior parte de vocês estão a cortar tudo à toa e depois já não são nem quadrados, nem círculos, nem retângulos, nem triângulos. São umas formas assim à toa. Ele não, está a cortar direitinho pelo risco. Com muito cuidado.

[2008 outubro _ aula _ 1.º ano]

A negociação de conceitos surge em geometria em torno de composições de figuras geométricas, mas também ocorre a propósito de conceitos numéricos. O conceito de número associado aos artigos definidos e indefinidos – “Uma blusa ou a blusa?” [2008 novembro _ aula _ 1.º ano] – e o conceito de par em vestuário:

Aluna: – Quatro pares de roupa.

Professora: – Quatro pares de roupa?

Aluno: – Quatro combinações.

Professora: – Tem quatro roupas.

[2008 novembro _ aula _ 1.º ano]

Em algumas das aulas observadas, a docente tentou negociar as regularidades numéricas existentes nas respostas dos alunos. As representações algébricas foram negociadas, sem sucesso, no problema da identificação dos números inteiros e decimais pela composição de três algarismos distintos. Os alunos utilizam regularmente o método de tentativa e erro em vez de outros processos matemáticos padronizáveis:

Professora: – Vocês descobriram só estes números com uma casa decimal. Qual foi a estratégia que utilizaram?

(...)

Professora: – Como é que trocaram os números? João Miguel, tu ias dizer, se calhar não o que eles fizeram, mas como tu fizeste, diz lá.

João Miguel: – Eu tentei todas as maneiras possíveis para conseguir os números decimais de um algarismo. Fui juntando, fui juntando.

Professora: – Juntando como? À toa?

João Miguel: – Não.

Professora: – Então, é isso que precisamos de descobrir. Não foi à toa, com certeza não fizeram ao calhas.

João Miguel: – Tentei todas as formas possíveis com aqueles três números.

[2007 outubro _ aula _ 4.º ano]

O insucesso da negociação da padronização foi partilhado pela docente nos encontros de trabalho de natureza colaborativa – “Foi isso que eu quis puxar, mas eles não iam lá. Ainda falei no padrão, ainda falei na estratégia, mas não foram lá” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Neste mesmo sentido, de identificação de uma regularidade decorrente de um cálculo ou procedimento, Alexandra partilhou comigo que utilizou a máquina de calcular para “eles se aperceberem”, antes “de começar com a multiplicação por dez, cem e mil” [Encontro _ Alexandra], das regras decorrentes destas multiplicações, com o intuito de negociar *o acréscimo dos zeros*.

Para além dos conceitos matemáticos, Alexandra tenta negociar com os alunos algumas estratégias de resolução, eventualmente facilitadoras da aprendizagem, nomeadamente a utilização do desenho na resolução de problemas:

Na minha opinião, uma coisa que facilitava muito, que tinha facilitado muito o vosso trabalho (...) era vocês deixarem de complicar as coisas e em vez de terem feito um quadrado, lá porque lá dizia quadrangular, podiam ter ido pelo mais simples, que era o que qualquer menino ou menina do primeiro ano fazia, que era desenhar as cancelas.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

A negociação de processos matemáticos ocorreu com maior regularidade nas aulas observadas do 4.º ano, particularmente em torno dos processos de cálculo algorítmico (multiplicação e divisão com números decimais) e de arredondamento dos números decimais no contexto social da unidade monetária dos euros. A obrigatoriedade ou não do alinhamento dos números decimais pela casa das unidades, na operação da multiplicação, foi um dos processos renegociados entre a professora e os alunos, em resultado do questionamento de um dos alunos:

Aluno: – A vírgula não está debaixo da vírgula.

Professora: – Vírgula debaixo de vírgula. É necessário colocar vírgula debaixo de vírgula?

Aluno: – Não, às vezes não é preciso.

Professora: – Quando é que temos de pôr...?

Alunos: – Nas contas de mais. Nas contas de menos.

Professora: – Adições e subtrações é que se tem de ter o cuidado de pôr vírgula debaixo de vírgula. Na multiplicação, não. E porquê?

Aluna: – Porque acrescenta-se no fim.

Professora: – Diz lá, Luís.

Luís: – Contamos as casas decimais e mete-se no fim.

Professora: – No fim, só no produto é que vão aparecer as casas decimais que resultam...

Aluno: – Número de casas decimais que o resultado vai ter.

Professora: – Que o multiplicando e que o multiplicador têm. Somam-se e põe-se no resultado.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Este tipo de negociação de processos matemáticos foi recorrente, especialmente em relação às regras algorítmicas da multiplicação e divisão com números decimais. No episódio seguinte, o aluno Diogo questiona-se pelo facto de a multiplicação, apresentada pelas colegas, não apresentar as parcelas parciais do algoritmo da multiplicação (As alunas efetuaram a multiplicação de setenta e cinco centésimas por nove e o Diogo efetuou o produto de nove por setenta e cinco centésimas), denotando uma associação significativa entre o procedimento e a representação figurativa do algoritmo da multiplicação:

Diogo: – Na nossa conta, os resultados ali da conta... Tipo o setenta e cinco e o nove estão ao contrário.

Professora: – E isso faz o resultado ser diferente?

Diogo: – Não. Sim, mas também faz...

Professora: – Faz ser diferente?

Diogo: – Não, mas falta uma coisa. É que elas, na conta de multiplicar, ainda têm de somar.

Professora: – Somar o quê, filho?

Diogo: – Tipo multiplicar o cinco pelo nove, depois o sete e somar tudo.

Professora: – Desculpa. Vai lá dizer o que é que elas têm que somar que eu não estou a perceber.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Na negociação de processos matemáticos, Alexandra utiliza algumas associações – “Somar para saber o total” [2008 março _ aula _ 4.º ano] – ou conceitos chave – “Não é para fazer conta. Que eu saiba, a palavra aproximadamente ... [Alunos: – É uma estimativa] [*idem*] – para ajudar os alunos na resolução das tarefas matemáticas. A adequa-

ção dos resultados ao contexto do problema parece ser uma das situações em que, por vezes, os alunos apresentam mais dificuldades na manifestação de um sentido crítico em relação aos resultados obtidos pelas operações efetuadas.

No problema da franja de uma toalha quadrangular, os alunos tinham de calcular o custo da referida franja, sabendo o preço unitário (setenta e cinco cêntimos o metro). Os alunos calcularam a medida de franja (seis metros) e o produto de seis por setenta e cinco centésimas, obtendo quatro unidades e quinhentas milésimas (4,500):

Daniela: – Quatro mil e quinhentos euros.

Professora: – Então, afinal de contas chegaram à conclusão que a Rita gastou...

Daniela: – Quatro mil e quinhentos euros.

Professora: – Quatro mil e quinhentos euros?

Aluno: – Quatro euros e quinhentos cêntimos.

(...)

Professora: – Vocês por acaso têm a noção do que são quatro mil e quinhentos euros.

Aluno: – É muito dinheiro.

Professora: – Quatro mil e quinhentos euros, vocês sabem...Então, a Rita gastou quatro mil e quinhentos euros numa franja?

Alunos: – Não. Quatro euros e cinquenta.

Professora: – Alguma vez podia ser, pensem lá.

[2008 janeiro _ aula _ 4.º ano]

Alexandra negocia a leitura do valor obtido pela multiplicação, em euros, através da não razoabilidade do valor proposto pela aluna Daniela. Em torno deste e de outros problemas com valores monetários, a professora também negociou a desadequação da leitura dos cêntimos, atendendo ao número de casa decimais, explorando o processo de arredondamento dos valores:

Professora: – O colega chegou a este resultado. Devo dizer-vos que a conta está certa, está bem feita. Portanto, o resultado é mesmo este. Agora, perante este resultado, o colega disse [incorretamente] que a água necessária para o pudim custa cento e oito cêntimos [referindo-se a 0,108 €].

Luís: – Temos de arredondar o oito para cima.

Professora: – Ora bem. Porquê, Luís?

Luís: – Porque não pode ter três casas decimais.

Professora: – Não há três casas decimais no euro, só há duas.

[2008 fevereiro _ aula _ 4.º ano]

A negociação de processos matemáticos parece ocorrer essencialmente em torno dos procedimentos algorítmicos e de estratégias de resolução de problemas ou execução de tarefas. Para além da negociação de conceitos e processos matemáticos parece existir uma negociação permanente de comportamentos sociais em sala de aula. Esta negociação parece incidir nas normas sociais de trabalho de grupo ou a pares, no registo das atividades no caderno do aluno e no comportamento disciplinar.

A negociação de normas de trabalho a pares e do registo das resoluções esteve bastante presente desde as primeiras aulas observadas:

Professora: – Vão trabalhar dois a dois e vão fazer o trabalho numa única folha. Numa das partes da folha, têm umas linhas que é para explicar tudo tintim por tintim.

[2007 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Esta negociação do trabalho em grupo apresenta uma dimensão social da aprendizagem e da entreaajuda entre os alunos:

Professora: – Ora bem, vocês estão sentadinhos em grupo que é para utilizarem as ideias de todos. Não é para entrarem em conflito, não é para discutirem, não é para uns quererem mandar nos outros. É para explicarem uns aos outros os raciocínios que vocês querem seguir. Perceberam? Não é para andarem aqui à batatada que um quer, o outro quer e o outro não quer. (Tem sido diário, uns com os outros, uma coisa impressionante.) Então, o desafio que se vos põe não é nada por aí além. É para fazerem vocês como os meninos do terceiro ano daquela escola que vão fazer painéis de azulejos todos retangulares.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano]

Alexandra valoriza o trabalho autónomo como forma de garantir um envolvimento ativo de cada um dos alunos:

Professora: – Não fiquem a olhar, trabalhem.

Aluno: – Eu já passei o que eles fizeram no quadro, agora estou à espera.

Professora: – Ai, eles estão a fazer para tu passares. Olha que finesse! Então, e se estiver mal? Se estiver mal, apagas, é? É melhor é pores a tua cabeça a funcionar. A preguiça é uma coisa tão feia.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

O trabalho autónomo dos alunos, mesmo quando inseridos em grupos, é recorrentemente negociado tendo em vista a compreensão efetiva dos conteúdos. Neste sentido, Alexandra tenta negociar com os alunos que apresentam mais dificuldades uma atitude de questionamento:

Professora: – A conta estava certa, mas não tem valor nenhum. Porque não sabem porque é que a fizeram, como a fizeram, porque razão. É à toa. O que eu quero aqui é que vocês percebam aquilo que estão a fazer. Quando não percebem, agradeço que perguntem, que digam. Quando estão a trabalhar em grupo, eu não digo: «Bom, um elemento do grupo faz e os outros copiam». É isto que a professora diz? (Risos) Não, a professora diz para vocês conversarem uns com os outros. E isto quer dizer o quê? Por exemplo, ali no caso do Nuno, o Nuno fazia e o Cristiano se não percebia, só tinha era que obrigar o Nuno a explicar-lhe porquê. É para isso que trabalham em grupo. Se a Ariana não percebeu porque é que fez aquela conta, tem que pedir aos colegas porquê.

[2008 março _ aula _ 4.º ano]

O trabalho individual de cada aluno inclui o registo das atividades e das resoluções corretas e completas no caderno. A professora partilhou com o grupo de trabalho de natureza colaborativa que impôs uma ida ao quadro do aluno António, que não queria registar todas as combinações possíveis de números com três algarismos no caderno – António: – Pensei que não era para fazer mais. [2007 outubro _ aula _ 4.º ano] –, para o obrigar a registar todas as combinações possíveis duas vezes, no quadro e no caderno:

E qual foi a solução que eu dei ao caso? Ai, não tens que passar? Vais fazer a outra, passas duas vezes. Mas não lhe disse. Disse: «Então o António agora vai ao quadro». Fez no quadro e depois teve de fazer no lugar. Fez duas vezes.

[2007 outubro _ encontro colaborativo]

A negociação de comportamentos apresenta uma vertente disciplinadora e reguladora do trabalho dos alunos, a par das regras de trabalho em grupo, nomeadamente na dimensão da participação individual de cada um dos alunos no trabalho coletivo. A negociação de significados matemáticos parece incidir em três vertentes principais: os conceitos e os processos matemáticos e as normas com vista à aprendizagem da matemática.

Colaboração, reflexão e prática

A participação de Alexandra no trabalho de natureza colaborativa decorreu sempre num ambiente de grande envolvimento e autenticidade, conjugando as suas opiniões com o relato de experiências profissionais anteriores. Apesar do manifesto esforço em contrariar alguns hábitos enraizados, Alexandra assumiu sempre um grande empenho na consecução das estratégias de comunicação e na análise dos episódios de sala de aula no grupo de trabalho de natureza colaborativa. A professora manifestou mudanças significativas na sua atitude perante a comunicação e o ensino e aprendizagem da matemática.

Investigador e trabalho colaborativo. Alexandra manifestou sempre grande abertura, disponibilidade e confiança no trabalho de natureza colaborativa comigo e com as colegas. Na sua perspetiva, as minhas eventuais (escassas) participações em sala de aula, junto dos alunos, foram sempre de grande oportunidade e ajudaram-na no prosseguimento da aula:

A intervenção que tiveste ali no..., em relação a perguntar «Porque se esgotaram?», ir um bocado mais fundo, foi boa porque, às vezes, a gente para ver se eles não perdem a ideia, que aquilo já está a encarrilar, se não perdem, a gente não vai por outro lado. E foi importante.

[2007 outubro _ encontro colaborativo]

Em contrapartida, esperava, o que na sua perspetiva aconteceu, um elevado nível de confiança e à-vontade entre nós (professoras e investigador) na partilha e discussão das situações de sala de aula, com alguém exterior:

O caminho será cada vez as coisas abrirem mais e eles [os alunos] conversarem mais, exatamente porque nós aqui também conversamos e vamos ao ponto. Falhei nisto, devia ter feito assim, com uma visão que é exterior, que é a tua. Tu vês de fora, vês muito mais claramente do que qualquer uma de nós.

[2007 outubro _ encontro colaborativo]

O nível de segurança e à-vontade foi extensível aos alunos – “Eles gostam de ter lá gente dentro da sala” [2008 janeiro _ encontro]. Contudo, a reação inicial da professora, após a discussão das primeiras aulas e a definição das estratégias iniciais de promoção da comunicação em sala de aula, esteve pautada por alguma ansiedade em relação ao desempenho dos alunos:

Professora: – Está muito difícil de sair isto, hoje. Eu não percebo porquê. É de ser três e pouco [da tarde], vou pedir ao professor António para começar a vir de manhã, que é para ver se vê outra visão dos meus alunos, porque esta, sinceramente, se eu fosse ele, já não voltava cá, porque realmente... Olha, dá-me vontade atirar-me daqui da janela.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano]

A conjugação da ansiedade em relação ao desempenho dos alunos com a vontade de alterar as práticas de sala de aula gerou na docente uma busca de soluções, junto do investigador, para adequar as suas intervenções às necessidades dos alunos – “Para este caso, o tipo de pergunta que resulta ...” [2007 novembro _ encontro colaborativo]. Esta perspetiva de desenvolvimento profissional diluiu-se ao longo do trabalho de natureza colaborativa levando a professora a assumir que “o fundamental foi a nossa mudança de atitude” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo].

O trabalho de natureza colaborativa “assentou na análise e na reflexão daquilo que era feito, daquilo que nós desenvolvíamos, das coisas que nós víamos que tinham corrido bem ou que tinham corrido mal” [2009 fevereiro _ entrevista]. Neste sentido, para Alexandra, o trabalho desenvolvido foi “uma construção daquilo que era feito” [*idem*], em que o investigador assumiu, na sua (dela) perspetiva, o papel especial de alguém exterior que tem uma visão diferente e menos condicionada pelo dia-a-dia escolar:

É um olhar exterior, que vê de fora, não está dentro. Não está implicado. Toca nos aspetos e nos pontos que tem que haver uma mudança, que devem ser tocados, que devem ser mudados, que, se calhar, se fôssemos nós sozinhas, não conseguíamos sequer nos aperceber. Tem que haver também algum conhecimento para nós nos apercebermos de certos detalhes e, se calhar, nós sozinhas não conseguíamos.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, Alexandra envolveu pessoalmente o colega da sala ao lado, relatando alguns dos avanços e recuos deste trabalho e partilhando com ele conhecimentos e estratégias de promoção da comunicação. A professora relatou alguns resultados do seu colega, com a mágoa da sua turma não ir tão longe, na sua perspetiva: “Os resultados nele têm sido mais visíveis do que propriamente na minha sala” [2008 abril _ encontro]. A professora sintetiza a sua participação neste trabalho realçando o papel exterior do investigador e a significativa relação de confiança entre os intervenientes.

Reflexão e mudança. A reflexão foi assumida por Alexandra como uma atividade importante na sua ação enquanto professora, desde os primeiros encontros de natureza colaborativa, nomeadamente pela valorização do visionamento das aulas como forma de autorreconhecimento das atitudes dos alunos – “Eu gostava de ver [as filmagens das aulas] com eles [alunos], com eles. A dar ali e eles a verem” [2007 outubro _ encontro colaborativo] – e da professora: “Chocou-me ver assim de fora. Ao ver a gravação, eu apercebi-me das vezes que dizia as coisas, das vezes que dirigia, da forma como olhava, como dizia, foi ao ver” [2008 outubro _ encontro colaborativo]. Esta atitude de auto-questionamento foi gerando reflexões sobre o papel da professora em sala de aula e sobre as suas atitudes, desde as primeiras aulas observadas:

Eu, no outro dia, fui para casa a pensar naquela rapidez toda. Ainda comentei com a Carolina, será que não sou eu com tanto tum, tum, tum, os moços perdem-se a meio. O que é certo é que eles chegam ao fim, mas se calhar perdem o processo.

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo]

Alexandra questionou-se sobre as atitudes de condicionamento dos alunos, nomeadamente em relação à falta de autonomia destes nas atividades de sala de aula – “Os meus miúdos são muito dependentes de mim” [2008 abril _ encontro] –, propondo-se trabalhar mais com vista ao desenvolvimento da autonomia dos alunos – “Tenho que trabalhar mais a autonomia deles” [2008 abril _ encontro]. Para a professora, parte deste comportamento dos alunos resultou da sua própria atitude de imposição de processos matemáticos e comportamentos na sala de aula:

Eu acho que, se calhar, sou eu que os faço assim. Ao querer orientar, ao querer estruturar as formas de pensar, não é bem de pensar, a estruturação de conhecimento na cabeça deles para que não fique buraco nenhum aberto, não falte lá situação nenhuma, conhecimento nenhum que os vá impossibilitar de chegar a um conhecimento mais alto. Portanto, as coisas são de tal forma faseadas por mim, e organizadas e orientadas, que, se calhar, chega ao terceiro e quarto ano e eles já não se conseguem libertar disso.

[2008 abril _ encontro]

Alexandra, ao longo do trabalho de natureza colaborativa, assumiu uma *luta constante com os seus medos*, como forma de melhorar as suas práticas. O *medo* dos seus alunos não aprenderem ou de aprenderem conteúdos errados:

Eu acho que o primeiro aspeto a ultrapassar é o meu medo, porque a minha atitude é de quem tem medo. Eu não me considero uma pessoa

medrosa nem que tenha medo, seja do que for. Mas tenho muito medo que eles não aprendam. Tenho muito medo que eles não compreendam. Tenho muito medo.

[2008 abril _ encontro]

Alexandra realça a sua mudança de atitude ao *encarar o erro* como uma possibilidade de aprendizagem: “A partir do momento que nós encaramos o erro como uma possibilidade de aprendizagem, tudo se torna mais fácil” [2009 fevereiro _ entrevista]. As mudanças parecem ter ocorrido em diferentes vertentes, nomeadamente em relação ao tipo de tarefas matemáticas, à organização e gestão dos grupos de alunos, aos momentos de comunicação em grupo turma e ao conhecimento e desenvolvimento profissional da professora.

O entendimento sobre a natureza das tarefas matemáticas promotoras de comunicação foi mudando dos problemas e outras tarefas mais abertas para todo o tipo de tarefas, valorizando o papel promotor do professor em relação ao discurso de sala de aula:

Aqui há um ano atrás, se calhar, pensaria que sim [conteúdos mais apropriados ao desenvolvimento da comunicação]. Qualquer conteúdo dá para, não só da matemática, mas também das outras áreas. Qualquer conteúdo dá para que eles comuniquem. (...) Até num exercício de treino, de repetição, de tudo... (...) Qualquer exercício dá para conversar desde que seja propício, desde que seja necessário, que eles peçam. Eles têm necessidade (e muito regularmente) de exprimir as ideias deles. Nesse aspeto, estou mais aberta a isso, acho que eles constroem melhor os conceitos assim.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A organização e gestão dos pares e grupos de alunos foi mudando ao longo das aulas para evitar o sucessivo emparelhamento de alunos com níveis de dificuldades comuns sobre os mesmos assuntos:

Acho que o trabalho a pares é sempre mais frutífero do que o trabalho em grupo. Mas chegou a uma altura em que eu percebi que tinha que distribuir os miúdos, porque eles próprios procuravam os colegas que tivessem ao nível deles. (...) Havia ali miúdos que eram constantemente postos de parte, constantemente ficavam sozinhos. E o que é que acontecia? Como não há muitos lugares vagos na sala, os que estavam sozinhos, eu tinha-os que juntar e eram sempre os mais fracos. (...) Quando se fez o clique na minha cabeça, (...) misturei-os (...) de forma a ficar, mais ou menos, heterogéneos.

[2008 abril _ encontro]

Alexandra salienta que as mudanças ocorrem a partir da vontade individual dos professores – “Fundamentalmente é a nossa mudança de atitude. Deixarmos espaço aberto para que eles interajam à-vontade, para que eles não tenham medo de errar, para que eles não tenham medo de falar. Somos nós.” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] – com o contributo do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido – “Foi o trabalho que fomos desenvolvendo que me abriu os olhos e que me fez pensar, que me fez experimentar e ver que realmente era melhor.” [2009 fevereiro _ entrevista] – gerando uma atitude diferente da professora em relação à relevância da comunicação matemática em sala de aula:

Eu não estava tão alertada para, por exemplo, a situação, como nós verificámos, que no princípio, quando demos início ao nosso trabalho, o tempo de execução da tarefa era maior do que o tempo de comunicação e, neste momento, é exatamente ao contrário. Há mais interação verbal e a tarefa tem que ser realizada num determinado tempo.

[2008 abril _ encontro]

Todas estas alterações geraram uma *nova professora* – “Eu já me sinto uma nova mulher” [2008 outubro _ encontro colaborativo] – que se questiona e que reconhece alterações significativas na sua prática profissional – “Em mim, foi uma evolução muito grande” [2009 fevereiro _ entrevista]. Para Alexandra, o seu esforço pessoal e profissional foi mais significativo do que o esforço desenvolvido pelas suas colegas de grupo de natureza colaborativa, por se considerar uma professora mais tradicional:

O meu esforço foi maior porque o meu degrau... Elas já estavam numa onda mais acima do que a minha. Eu para chegar lá ainda tenho (não estou lá), ainda tenho que galgar. Mas o que é certo é que vejo que... Partindo as três de pontos distintos, porque estávamos as três a níveis distintos, é notório, agora que analiso a situação, é notório que estávamos em níveis diferentes, conseguimos as três evoluir, melhorar, avançar, cada uma ao seu ritmo.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Alexandra combateu os seus *medos* e empenhou-se em melhorar as suas práticas de comunicação matemática através de sucessivas pequenas mudanças. Para a professora, existe ainda um longo caminho a percorrer, mas o trabalho de natureza colaborativa desenvolvido entre nós contribuiu de modo significativo para reforçar o seu conhecimento e desenvolvimento profissional.

Dois anos e meio depois, Alexandra reconheceu a autenticidade da escrita do caso, testemunhando que realizou uma viagem no tempo e que refletiu sobre o trabalho desenvolvido:

Isto foi uma viagem no tempo. Voltámos atrás. Eu, ao estar a ler isto, voltei atrás, lembrei a turma do quarto ano, lembrei os alunos, os problemas que tive, as situações, as aulas observadas e vi, vi que era eu. Realmente, no princípio a orientar tudo, a condicionar os miúdos de uma forma brutal, a condicioná-los à minha forma de gerir a situação e de resolver os problemas. Depois, ao longo do tempo, em todos os aspetos, quer na interação com eles, o tipo de interação que estabelecia com eles, quer a comunicação, os momentos de comunicação, os momentos de tarefa, de desenvolvimento da tarefa, a evolução que teve, em termos qualitativos, reví-me completamente. Sou eu mesmo.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Este reconhecimento integrou também as facetas mais críticas do seu desempenho profissional, salientando que o texto integra os aspetos positivos e negativos:

Está dentro daquilo que se passou. (...) Corresponde à realidade, por mais que nos custe ou que nos possa ... Ó pá, eu fiz isto! Mas fizemos, a realidade é essa. E o que é criticado (entre aspas), porque é uma crítica construtiva. (...) É uma crítica construtiva e que naquele momento serviu para nós evoluirmos.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Estes desempenhos menos conseguidos não resultaram da falta de dedicação profissional, mas, por vezes, de um profundo desconhecimento, sempre pautado pelo empenho na aprendizagem dos alunos: "Onde é que eu estava com a cabeça, eu a pensar que estava a fazer tão bem ... Mas é a realidade" [2011 julho _ encontro coletivo]. Alexandra continua a valorizar a sua significativa evolução, apesar da diferença existente, na sua perspetiva, entre si e as outras professoras – "Foi um processo muito bom. Eu aprendi muito, se calhar eu, das três, foi quem aprendeu mais" [*idem*].

A professora valoriza a comunicação matemática – "Valorizo mais essa parte [comunicação matemática] agora do que dantes valorizava" [2011 julho _ encontro coletivo] – e mantém a organização da aula de modo a valorizar as interações entre os alunos e os momentos de partilha e discussão das estratégias de resolução e soluções:

Agora, atualmente, os miúdos quando fazem ... E o próprio programa [de matemática] ajuda a isso. Fazem as *tarefazinhas* em grupo, ou dois a dois ou três a três, coloca-se tudo no quadro, o que está bem, o que está mal, explora-se aquilo tudo, eles chegam às conclusões e põem bem e verificam o que têm mal.

[2011 julho _ encontro coletivo]

A professora reassume o seu medo de os alunos não aprenderem ou *aprenderem* conteúdos errados, salientando a sua dificuldade em trabalhar o erro como um processo de aprendizagem:

Eu continuo com muito medo. Muito medo que o erro fique. (...) Eu exploro. É verdade, mas é um território onde eu, cá por dentro, estou a tremer. No fim da atividade, volto a ela e eu sintetizo. Tenho necessidade disso. Depois de eles tirarem as conclusões, depois disso tudo, eu tenho necessidade de fazer o resumo no fim. Atenção, meninos, que aquilo não era, é isto. Tenho necessidade, pela minha ansiedade em relação ao erro.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Alexandra destaca o empenho que continua a dedicar à comunicação, salientando, contudo, os seus medos em relação ao erro e às aprendizagens baseadas em noções erradas. Realça também a significativa importância do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido, reconhecendo-se integralmente na escrita do caso.

Capítulo 7

Caso Carolina

No início da sua participação no projeto, em dezembro de 2006, Carolina tinha 33 anos de idade e doze de serviço docente exercido em diversas escolas do 1.º ciclo do ensino básico. A professora começou a lecionar na escola onde ocorreu a recolha de dados em setembro de 2006. A sua integração no grupo de trabalho de natureza colaborativa resultou de um convite, a meu pedido, por escolha e sugestão de Alexandra, por ser sua colega de mestrado. Carolina mostrou total disponibilidade em integrar o grupo de trabalho por ter sido convidada pela colega, por entender que continua “a falhar em termos da comunicação matemática” [2006 dezembro _ entrevista], por considerar que este trabalho pode “ser produtivo para mim [si] e para a turma” [*idem*] e por pretender “enriquecer a minha [sua] prática para melhorar a nível profissional” [*idem*]. Neste capítulo, interpreto as conceções e práticas de comunicação matemática de Carolina, salientando os seus pontos de vista e a evolução das conceções e práticas ao longo do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa.

Conhecimento profissional

Carolina é bacharel com o curso de professores do 1.º ciclo do ensino básico, pela Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve, e licenciada em supervisão pedagógica e formação de formadores, pelo Instituto Superior de Ciências Educativas, em Odivelas. No início da recolha de dados, Carolina encontrava-se a realizar um mestrado em supervisão, especialidade 1.º ciclo do ensino básico, na Escola Superior de Educa-

ção da Universidade do Algarve, o qual foi concluído em março de 2008. A professora tinha frequentado a formação contínua em matemática para professores do 1.º ciclo do ensino básico no ano letivo de 2005/2006 e, nos anos letivos seguintes, frequentou a formação em ensino experimental das ciências no 1.º ciclo e a formação no âmbito do programa nacional de ensino do português.

A caracterização desta professora, na vertente do conhecimento profissional, estrutura-se nas formas paradigmáticas e narrativas e resulta de dados obtidos nas entrevistas e em encontros de natureza colaborativa. A forma paradigmática de conhecimento profissional é caracterizada pela professora em função da sua adequação à prática profissional. A forma narrativa de conhecimento profissional decorre da sua dedicação pessoal aos alunos e dos momentos de partilha profissional com os outros professores.

Forma paradigmática de conhecimento profissional. Na sua análise sobre a formação inicial, Carolina incide na insuficiência de situações de prática nas unidades curriculares e em contexto profissional. Considera que as “disciplinas poderiam ser mais práticas” [2006 dezembro _ entrevista], preparando os futuros professores para contextos de prática e uma prática profissional mais ajustada à realidade – “No estágio levamos muita coisa bonita e muita coisa feita e às vezes, na prática, as coisas não podem acontecer assim” [*idem*] –, incidindo no ano inicial do 1.º ciclo – “todos deviam fazer estágio no primeiro ano” [*idem*].

Carolina atribui *suficiente* à sua formação inicial de professores, salientando a existência de unidades curriculares desfasadas da sua prática profissional e a realização de práticas, em contexto de estágio, desajustadas da realidade das escolas. Reafirma que as tarefas realizadas em estágio não são transferíveis para o dia-a-dia escolar, ressaltando que atualmente também considera que os materiais devem ser construídos pelos alunos e não pelo professor – “Acho que não devo ser eu a fazer, mas colocar os alunos a fazer, acho que é assim que eles aprendem. Antes, não [pensava assim], eu é que fazia os cartazes, aquelas coisas muito bonitas” [2006 dezembro _ entrevista].

Na sua perspetiva, a formação em matemática também careceu desse sentido prático porque “era muito a nível de nono ano” [2006 dezembro _ entrevista], não contemplando conhecimentos básicos. Neste sentido, a docente considera que as aulas não se ajustavam às necessidades práticas do dia-a-dia profissional. Carolina exemplifica o desa-

juste dos conhecimentos adquiridos no respeitante à sua prática profissional, questionando a natureza dos conteúdos lecionados:

Outro exemplo: a tabuada. Eu, na altura, quando andei no ensino primário, aprendi a tabuada de uma maneira. Hoje em dia, ensino aos miúdos de outra. Tenho de saber o porquê, de onde é que aquilo aparece. No estágio, nunca me foi falado nisso. Na formação inicial, nunca foi falado nisso. Tinha sido importante numa disciplina de matemática salientar esses pontos.

[2006 dezembro _ entrevista]

Para além da formação inicial, Carolina concluiu um curso de licenciatura, na especialidade de supervisão pedagógica e formação de formadores, e realizou um curso de mestrado na especialidade de supervisão pedagógica. Em ambos os casos, a área de matemática esteve ausente dos planos curriculares destes cursos de habilitação profissional e graduação académica.

A rutura com o ensino mais tradicional da matemática ocorreu na sequência da realização, pelos alunos, das primeiras provas de aferição de matemática no 4.º ano de escolaridade:

Desde que nós vimos uma prova aferida, vimos que realmente a forma como trabalhávamos... Não quer dizer que não trabalhássemos com os alunos, mas a forma como trabalhávamos não ia ao encontro das provas aferidas, das questões que colocavam nas provas aferidas. Eu acho que isso, só aí, sem a ação de formação, alertou-nos logo para a necessidade de... de apresentar coisas novas aos miúdos. Novas, sem ser novas. Porque, no fundo, o que é que acontece? Muitas vezes os problemas ou situações que colocamos aos miúdos são situações do dia-a-dia, mas que não se para para pensar. Eles não estão habituados a parar para pensar. Aí, mudei logo a minha atitude. O tipo de exercícios era tudo muito certinho, não é? Agora acho que já começa a ser diferente. Acho? Não. Faço mesmo coisas diferentes com eles.

[2006 dezembro _ entrevista]

Esta mudança ocorreu também em função de ações de formação no âmbito do ensino da matemática. Carolina separa o sentido profissional da formadora dos ganhos que obteve com a formação contínua em matemática. Para a professora, "a formadora foi excelente" [2006 dezembro _ entrevista], mas a formação parece ter ficado aquém das expectativas da docente, nomeadamente no tema da comunicação matemática. Em confronto com o trabalho de natureza colaborativa desenvolvido no âmbito deste estudo, Carolina desvaloriza a formação contínua em matemática, salientando por diversas vezes que "a for-

mação de matemática devia ser neste sentido" [2008 maio _ encontro], acrescentando que "a forma como eu tenho explorado a comunicação dos miúdos, agora sim" [*idem*].

Para além destas formações de natureza académica, a professora não tem participado com muita assiduidade em encontros de natureza profissional, nomeadamente por imperativos de atenção e presença junto dos seus filhos e alunos. Contudo, quando tal acontecia, "as expetativas eram muitas e as desilusões também" [2006 dezembro _ entrevista], porque ia sempre "à espera de respostas" [*idem*] para os problemas profissionais. Hoje reconhece que isto não é possível, "nós é que temos de procurar a resposta" [*idem*].

O mestrado em supervisão parece ter contribuído de forma significativa para o desenvolvimento profissional de Carolina, particularmente na reflexão sobre as suas práticas de ensino – "O mestrado ajudou-me bastante a refletir. (...) Tenho mudado muito a minha maneira de ser ao nível de sala de aula, a minha maneira de estar, tudo, tudo, tudo tem sido mudado" [2009 fevereiro _ entrevista].

A professora valoriza a formação, em diversas modalidades, mas interroga-se sobre os efeitos desta, quando se pretende formar numa significativa amplitude de conhecimentos académicos, como foi o caso do programa nacional do ensino do português, interrogando-se: "Quantas pessoas, no ano seguinte, aplicam o que é dito este ano? É só isto que eu pergunto" [2009 fevereiro _ entrevista].

O conhecimento matemático da professora não surge no discurso de Carolina, contudo parecem existir algumas insuficiências na geometria e medida, particularmente nos conceitos de retângulo e na denominação de vértices em figuras planas. O desconhecimento do significado das unidades de medida de área, em resultado da falsa transformação algébrica das unidades de comprimento, foi assumido com naturalidade pela docente, revelando uma atitude de aprendente em relação aos conteúdos matemáticos: "Mas não é lado vezes lado?" [2008 junho _ encontro colaborativo]. Este insuficiente conhecimento matemático revela-se, por vezes, em pequenas hesitações e incorreções na resolução de problemas, especialmente quando fica pressionada com o tempo.

A perspetiva de Carolina sobre a forma paradigmática de conhecimento profissional parece alicerçar-se na resolução de problemas da prática através de formações parcelares de conteúdos disciplinares ou capacidades transversais. Neste sentido, valoriza as formações, mesmo que tenham uma natureza teórica, que decorram a um ritmo adequa-

do à capacidade de reflexão e análise dos professores, rejeitando a lecionação de muitos conteúdos num curto espaço de tempo.

Forma narrativa de conhecimento profissional. Carolina reconhece que a sua aprendizagem profissional extravasa as formas paradigmáticas, desde o início do trabalho de natureza colaborativa – "Não é só em ações, mesmo na prática aprendemos" [2006 dezembro _ entrevista]. Esta aprendizagem parece resultar das relações que mantém com os alunos, com os colegas, com os pais e com a comunidade educativa em geral. A professora amplia as relações com os pais e a comunidade em geral, em parte devido à existência de agitação social em torno das condições de exercício profissional e da avaliação docente no ensino básico e secundário, particularmente dos docentes do 1.º ciclo, com cinco horas diárias de atividade letiva: "Cinco horas ali, tau, tau, tau" [2008 outubro _ encontro colaborativo].

Na sua perspetiva, as representações sociais sobre os professores têm sofrido transformações – "Quando decidi ser professora, ainda havia aquela imagem: era o professor e o padre, como eu costumo dizer, as duas pessoas mais importantes da sociedade" [2006 dezembro _ entrevista] – e dificultado as suas relações com os pais – "Sinto-me, neste momento, desiludida com a profissão, muito desiludida com a profissão, triste, não com os miúdos... (...) O que desmotiva é realmente os pais" [*idem*] –, por influência da comunicação social na desvalorização da profissão docente – "A comunicação social também contribuiu para isso, a imagem do professor neste momento... O professor neste momento é visto como aquele... para entreter crianças, é triste, mas é assim" [*idem*].

Carolina defende a participação dos pais na escola – "Eu acho que é importante os pais participarem, eu gosto que os pais participem" [2006 dezembro _ entrevista] –, mas considera que os professores não têm sido devidamente considerados – "O professor não tem credibilização nenhuma" [*idem*]. Esta sua desilusão com a profissão não é extensível aos alunos, mesmo quando exerceu funções numa escola muito carenciada dos Açores: "A que me marcou mesmo muito foi nos Açores, que é uma realidade completamente diferente do continente. Apesar de haver famílias desestruturadas [como em Peniche ou Quarteira], mesmo a nível de aquisição de conhecimentos deve ser completamente diferente" [*idem*].

A passagem pelos Açores foi um marco na sua carreira profissional – "A nível profissional foi mesmo muito importante, aprendi muito nesse ano, aprendi muito com os

miúdos, os miúdos comigo. Estamos sempre a aprender, não é?" [2006 dezembro _ entrevista] –, particularmente na definição de estratégias para interagir com os alunos – "Foi a primeira vez que eu senti necessidade para conquistar os miúdos, tive que jogar à bola, por exemplo. (...) Tinha de brincar com eles, tinha que estar com eles. E foi assim que os conquistei" [*idem*]. Apesar da existência de outros anos de atividade profissional marcantes pela afetividade dos alunos, o ano em que esteve nos Açores foi fundamental no seu crescimento profissional: "Os Açores marcou porque foi tudo, foi conquistas atrás de conquistas que tive de fazer a nível profissional" [*idem*].

A imagem que tem dos alunos não corresponde aos estereótipos dos alunos de outros tempos, responsáveis e dedicados ou punidos – "Os miúdos já não são o que eram. (...) Hoje em dia (...), eles não têm qualquer penalização se trabalharem ou não trabalharem, eles sabem que não lhes acontece nada" [2006 dezembro _ entrevista] –, criticando um certo facilitismo social – "Não precisam fazer um grande esforço para ter as coisas" [*idem*] –, e a negação social da escola – «Eu vejo pais a dizer "Se estudar, estuda. Se não estudar... Olhe, o que é que quer"» [*idem*].

Foi neste enquadramento social de discussão da avaliação docente que Carolina descreveu a natureza do seu trabalho colaborativo com os colegas, numa escola nova, pautado por momentos formais de coordenação de ano e de entreaajuda entre colegas. A professora diferencia dois modos de colaboração entre docentes: colaboração num mesmo espaço de sala de aula (com duas docentes e duas turmas) e colaboração baseada na coordenação do ano escolar.

Carolina destaca o trabalho desenvolvido na sua anterior escola pela existência de "grande cooperação entre colegas" [2006 dezembro _ entrevista]. O facto de ser uma *escola de zona aberta* (duas salas de aula num único espaço arquitetónico) originou um intenso trabalho entre si e a colega que partilhava o mesmo espaço: "Nós planificávamos juntas, nós orientávamos juntas, nós chegávamos a juntar as duas turmas" [*idem*]. Nesta partilha com colegas, a professora salienta que aprendeu "imenso" [2009 fevereiro _ entrevista], mesmo com uma colega mais nova. Em contraponto, na escola atual, estilo plano centenário (salas de aula individualizadas) – "Sala fechada, não é? Eu costume dizer que é sala fechada. Já isso, pelo facto de ser sala fechada, já fecha um bocadinho" [2006 dezembro _ entrevista inicial] –, a docente não encontra uma significativa partilha entre os professores.

A professora continua a partilhar porque "adquiriu esse tipo de cultura" [2006 dezembro _ entrevista], mesmo não sentindo o mesmo tipo de receptividade dos colegas. Essencialmente partilha materiais com os colegas e tem "as reuniões de ano onde fazemos as planificações" [*idem*] anuais e mensais. Ao contrário do ano anterior, nesta escola, a professora sente-se sozinha na execução das atividades profissionais: "Neste momento, estou sozinha. Às vezes, tenho ideias, mas estou com dificuldades de pô-las em prática porque estou sozinha, não me consigo orientar em tudo" [*idem*]. Carolina salienta que parece que os professores "têm medo de falar, parece que querem guardar as coisas numa caixa fechada" [*idem*], evitam a partilha das dificuldades e dos sucessos, já perpetuando uma futura competição entre si aquando da avaliação docente – "Se não mudam a avaliação, uma pessoa dá em maluca" [2008 _ outubro _ aula _ 4.º ano].

Carolina planifica as aulas semanalmente, a partir dos planos anuais e mensais definidos pela escola – "Todas as semanas, normalmente é à sexta-feira, ao fim de semana" [2006 dezembro _ entrevista] –, de acordo com o horário de aulas estipulado para a semana seguinte – "Temos a planificação mensal, não é? E depois vou ver à planificação mensal e, naquela semana, oriento. Por exemplo, segunda-feira, faço isto; terça, faço aquilo para a matemática; quarta-feira, faço outra coisa para a matemática ou para a língua portuguesa" [*idem*]. Usualmente, as planificações semanais são reestruturadas em funções da reflexão pessoal informal que a professora faz sobre as aulas diariamente, por vezes partilhada com colegas com quem tem afinidades:

Quando acaba a aula, não é preciso sair [da sala], pensamos sempre: «Olha, hoje correu bem, hoje... » Aliás, por isso é que muitas vezes, a planificação semanal que nós fazemos (...) é alterada durante a semana, por causa exatamente dessa reflexão. Não correu bem, tenho que insistir mais nisto ou tenho que fazer aquilo, pronto. Costumo fazer, mas nada escrito.

[2006 dezembro _ entrevista]

A professora planifica dois tipos de tarefas a matemática – exercícios e problemas:

Continuo a fazer, costumo dizer, aquele tipo de exercícios estruturados, certinhos, não é? Porque às vezes eles também devem vivenciar os dois tipos de situação, como aqueles diferentes... Nós costumamos dizer engraçados, aqui na sala, não é? Engraçados, diferentes, que não são difíceis, mas eles não estão habituados a ver coisas novas e a pensar. Quando é tudo muito certinho, aquilo já se sabe como é que é. É dados, resolução e operação, está feito.

[2006 dezembro _ entrevista]

Os problemas são planificados semanalmente – "Nós, todas as semanas, fazemos o tal problema engraçado" [2006 dezembro _ entrevista] – como um momento particular das atividades semanais. Carolina aproveitou a minha presença, nas suas aulas, para planificar este momento de resolução de problemas para um dia específico da semana – "Vir cá ou não vir cá é igual" [2008 maio _ encontro] –, gerando uma rotina habitual de resolução de problemas e trabalho de grupo, independentemente da observação das aulas:

Aluna: – Professora, vamos ter que resolver os problemas de matemática em grupo?

Professora: – Não sabes como é à terça-feira?

Aluna: – Sei.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Carolina defende a planificação destes momentos de comunicação pelo menos uma vez por semana – "Há sempre um dia que eu destino para a comunicação" [2009 fevereiro _ entrevista] –, mesmo sem preparar intervenções ou questões – "Preparo o tipo de trabalho, mas não preparo a minha intervenção" [*idem*]. A professora passou a ir "na onda deles" [*idem*], acompanhando o discurso em sala de aula. Esta prática foi ampliada a outro tipo de tarefas, revelando uma extensão desta metodologia de ensino da matemática:

Professora: – A rotina diária é esta, mas não quer dizer que seja sempre problemas. (...) Não quer dizer que nos outros dias não faça comunicação, mas insisto mais na comunicação à terça-feira. Mantenho a rotina.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

Esta incidência na resolução de problemas, em quase todas as aulas observadas, independentemente dos conteúdos trabalhados semanalmente, foi questionada por mim, gerando na docente um apontamento de reflexão sobre a circularidade, em espiral, dos conteúdos matemáticos no 1.º ciclo do ensino básico:

A única coisa que achei que era tipo chamada de atenção, posso interpretar assim, foi aquilo que nós conversámos, que às vezes o que eu faço não tem a ver com os conteúdos que trabalhamos. Mas, muitas vezes, muitos exercícios que são dados não... A nível de numeração estão sempre a dar, não é? Com operações estamos sempre a dar. Não significa que, ao escolher aqueles problemas, não tenha dado já aqueles conteúdos.

[2008 maio _ encontro]

Na seleção dos problemas, Carolina recorre "às provas [de aferição] já feitas e a outras do mesmo tipo, aos manuais escolares, à internet" [2008 maio _ encontro], adaptando, por vezes, os problemas originais a contextos da turma. A preparação dos alunos para a resolução de problemas-tipo das provas de aferição surge muito presente na professora e no seu discurso em sala de aula – "Isto aparece às vezes nas provas" [2007 junho _ aula _ 2.º ano]. As tarefas promotoras de comunicação, na perspetiva da docente, foram abrangendo, para além da resolução de problemas, um conjunto vasto de outro tipo de tarefas:

Antigamente, só fazia problemas, aquele tipo de problemas, era aquilo que eu colocava. Neste momento, já não, é problemas ou um tipo de exercícios quaisquer matemáticos. Seja uma simples operação, seja uma simples decomposição de números, seja o que for. E tento que esteja relacionado com os conteúdos que estamos a trabalhar. Foram essas duas coisas que as nossas reflexões contribuíram bastante.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Na planificação em geral, a professora utiliza materiais estruturados no ensino da matemática – "[Recorro] ao material *cuisenaire*, que está além ainda, aos sólidos geométricos, que já os devolvi, *tangrams*" [2006 dezembro _ entrevista] –, produzindo pontualmente outros materiais como unidades padrão de medida – "Metro, quando é as medidas. Agora assim produzir, não" [*idem*] – ou materiais não estruturados – "Eles [os alunos] trocam muito é as arestas e os vértices. Agora, com a história das palhinhas e da plasticina, parece que ficou" [2007 outubro _ encontro colaborativo].

A professora não utiliza, por norma, o manual adotado – "Eu não me oriento pelo livro" [2006 dezembro _ entrevista] – como referência nas suas aulas. A docente salienta que se orienta "pelos objetivos que têm de ser atingidos" e "pela turma em si" [*idem*], revelando uma gestão curricular para além da estrutura dos manuais. A utilização de algumas das tarefas do manual escolar adotado foi valorizada pela professora numa das aulas observadas, assumindo uma mudança de atitude – "Isto era outra coisa que eu fazia, nunca recorria ao manual para ir buscar exercícios" [2009 fevereiro _ entrevista] –, em parte devido à mudança de conceção dos próprios manuais:

Professora: – Vocês têm exercícios e problemas no vosso livro muito interessantes. Não vale a pena estar... (...) Não acho necessário estar a tirar fotocópias, quando vocês têm um livro que tem propostas de trabalho bastante boas para trabalhar exatamente em grupo.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

A tónica no trabalho em grupo foi uma constante nas preocupações de Carolina, com base nas aulas observadas. A professora começou por manifestar que os seus alunos não conseguiam trabalhar em grupo. Por minha sugestão, a docente começou por organizar os alunos em grupos de dois – "Já fiz grupos de dois" [2007 fevereiro _ encontro colaborativo] –, refletindo sobre o tipo de trabalho desenvolvido – "Conseguí detetar realmente melhor quem é que ainda não trabalha bem em grupo, quem realmente já sabe trabalhar em grupo e comecei a encontrar estratégias para quem não sabe trabalhar em grupo começar a trabalhar em grupo" [idem].

Nas aulas observadas, Carolina alertava os alunos, com alguma regularidade, para comportamentos desajustados ao trabalho de grupo, nomeadamente aquando das apresentações do grupo à turma:

Professora: – Ó Bia, isso não está a ser trabalho de grupo, está a ser trabalho individual. Não estou a gostar de ver.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

A organização dos grupos seguiu estruturas diferentes em função do número de alunos – "Hoje vamos fazer grupos de três para ver se começa a funcionar melhor juntando mais meninos" [2008 abril _ aula _ 3.º ano] –, por vezes com geometrias diferentes – "Pus aquela a trabalhar sozinha porque é para ver se ela pensa também, porque é muito dependente" [2008 janeiro _ aula _ 3.º ano] –, do seu empenho na resolução das tarefas – "A Mariana e o João trabalham em conjunto porque foi o que eu disse no último dia, que é para ver realmente se hoje trabalham" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] – e da forma de registo – "Exatamente para haver trabalho de grupo, desta vez fiz de propósito: é uma folha por grupo" [2008 janeiro _ aula _ 3.º ano].

O trabalho de grupo foi, ao longo do trabalho de natureza colaborativa, ganhando consistência em relação ao número de três alunos, não fixos, e ao tipo de entreajuda entre os alunos:

Professora: – Bom trabalho, meus amores. Carolina para a Patrícia. Não se esqueçam daquilo que eu vos disse: «Trabalho de grupo é trabalho de grupo». José trabalhar com a Carolina e com a Patrícia. Vá, meninos, toca a mexer! Beatriz, vem trabalhar com a Jessica e com o Dennis. Beatriz?

Beatriz: – Sim, professora.

Professora: – Não vais pensar por eles, vais puxar pelo pensamento deles, ouviste? A Sara trabalha com o João Miguel e o André. A Mariana trabalha com o Nuno e com o Fábio.

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]

A intensidade do trabalho em grupo expandiu-se para as outras áreas de conhecimento disciplinar: "Faço mais trabalho de grupo, coisa que eu não fazia. Fazia, mas nunca fiz como faço agora. Seja a língua portuguesa, seja na comunicação... [matemática]" [2009 fevereiro _ entrevista]. Carolina reflete sobre as estratégias desenvolvidas em relação ao trabalho de grupo salientando que estes alunos aprenderam a trabalhar em grupo – "Esta turma a nível do trabalho em grupo, eles trabalham em grupo" [2008 maio _ encontro] –, apesar de serem algo barulhentos a discutir entre si e existirem alguns alunos "que se encostam aos outros" [*idem*].

A tentativa de juntar alunos com mais dificuldades e menos participativos não originou significativos avanços – "Pouco evoluíram" [2008 maio _ encontro] – porque os alunos em causa "pouco faziam ou nada faziam" [*idem*] quando ficavam parceiros num único grupo. Deste modo, a professora passou a incentivar os alunos com menos dificuldades a colaborar na aprendizagem dos outros alunos através do questionamento destes: "Quem tem um raciocínio consegue logo lá chegar, não deve dizer logo a resposta, deve ajudar os meninos que têm dificuldades a chegar lá, fazendo perguntas" [2008 novembro _ aula _ 4.º ano]. Esta alteração foi assumida pela docente como relevante na aprendizagem – "Em trabalho de grupo, eu tento que aqueles que já consigam puxem por aqueles que ainda têm dificuldades" [2009 fevereiro _ entrevista] –, por basear-se no questionamento entre alunos, como exemplifica: «O grupo da Sara: "Então, mas, João, porque é que tu achas que é triângulo, João? Mas porquê?"» [*idem*].

A forma narrativa de conhecimento profissional de Carolina parece resultar da resolução de problemas profissionais relacionados com a aprendizagem dos alunos. Particularmente, a professora ensaiou diferentes estratégias em relação ao trabalho de grupo entre alunos, gerando uma significativa aprendizagem profissional. Existe uma significativa dimensão individual de reflexão sobre as práticas e determinação de estratégias definidoras de novas formas de atuação em sala de aula, originando uma busca constante de novas práticas. O conhecimento profissional parece resultar da composição de conhecimentos teóricos orientados para a prática e conhecimentos práticos oriundos da prática profissional da própria docente.

Concepções sobre comunicação matemática

As concepções sobre comunicação matemática estão estruturadas nas vertentes da comunicação e da aprendizagem. As concepções sobre a comunicação parecem estruturar-se em torno do saber ouvir. Para a professora, a comunicação passou a significar o momento de partilha entre os alunos em grupo turma. As concepções de aprendizagem parecem alicerçar-se no desenvolvimento das atitudes dos alunos perante a aprendizagem e no reconhecimento da existência de diferentes caminhos para consecução de um mesmo objetivo. Paralelamente, parece existir uma valorização dos conhecimentos particulares e inatos dos alunos.

Concepções sobre comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, as concepções de Carolina sobre a comunicação matemática centravam-se sobretudo na explicação, num código reconhecido pelos intervenientes – "Acabei de dizer, Bia. Mas então, estou a falar o quê? Romeno? Deve ser romeno porque o Dennis está a perceber" [2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]. A explicação surge associada à apresentação das resoluções das tarefas realizadas pelos alunos, realçando dificuldades na exposição do pensamento e das estratégias utilizadas: "Eles a explicarem, às vezes, também têm dificuldade em se expressarem" [2006 dezembro _ entrevista]. Contudo, por vezes, a docente parece recorrer aos alunos para ajustar os códigos linguísticos utilizados nas partilhas comunicativas: «Vai lá tu explicar. Pode ser que, explicando tu, eles percebam melhor do que sendo a professora» [*idem*].

Todavia, o aspeto central das concepções de Carolina sobre a comunicação emerge do ouvir, do saber ouvir, realçando o papel do ouvinte. Na sua perspetiva, os alunos não sabem ouvir – "Mais que saber falar, acho que há saber ouvir. E é aí, na comunicação, que eu acho que ainda continuo a falhar. Os miúdos continuam a ter uma imensa dificuldade em saber ouvir" [2006 dezembro _ entrevista] –, mas querem falar – "Querem falar, querem apresentar o seu trabalho, apresentando, acabou. O dos outros já não interessa, têm dificuldade em saber ouvir" [*idem*] –, assumindo um papel isolado de emissor.

As concepções sobre a importância do ouvir, de uma escuta ativa, originam na professora uma especial incomodidade com os momentos de falta de atenção, espelhados pelo barulho em sala de aula. Constantemente, a docente salienta a existência de barulho,

particularmente nas situações de partilha e interação entre todos – "Eu não sei trabalhar com este barulho" [2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano] –, e de falta de atenção em relação ao trabalho desenvolvido pelos outros alunos: – "Se tu estivesses estado com atenção há bocadinho, tinhas ouvido a Bia, tinhas ouvido o que a Bia tinha dito" [2008 março _ aula _ 3.º ano].

Esta insatisfação com o barulho foi partilhada por Carolina nos encontros de trabalho de natureza colaborativa, aquando do visionamento de extratos das suas aulas, associando este comportamento à falta de atenção ou à vontade de participar – "Como ficam muito ansiosos, ficam muito... Pronto, aquela ansiedade de fazer, de realizar... Aquilo depois acaba por ser uma barulheira, uma confusão" [2008 janeiro _ encontro] –, originando uma forte perturbação na sua prática em sala de aula: "É uma coisa que eu me faz confusão, é estar a explicar e ver um que não esteja com atenção, já não consigo" [2008 fevereiro _ encontro colaborativo].

Apesar das conceções da professora a propósito da comunicação parecerem resistentes à mudança, a verbalização destas parece ter assumido uma natureza mais coletiva e menos pessoal em relação ao papel do discurso da professora – "Estou a falar, meninos, não repararam ainda!" [2008 novembro _ aula _ 4.º ano] – e da relevância do ouvir – "Não sei como é que se faz a comunicação com este barulho. É a tal história do saber ouvir" [2008 dezembro _ aula _ 4.º ano].

Ao longo de todo o trabalho desenvolvido, a docente assumiu o termo comunicação como sinónimo dos momentos de interação em grupo turma, realçando a especificidade daquela parte da aula: "Agora não vai pintar mais nada! Vamos à comunicação!" [2008 outubro _ aula _ 4.º ano]. Esta significação originou, por vezes, alguma dificuldade na compreensão dos pontos de vista de Carolina sobre a comunicação descentrada dos momentos de interação em grupo turma. É com este significado que a professora considera que a comunicação matemática é "indispensável" [2009 fevereiro _ entrevista] para "a aprendizagem" e para "a vida em sociedade" [*idem*].

A sua idealização de comunicação em sala de aula não se alterou, mas, ao longo do trabalho de natureza colaborativa, a professora conquistou a possibilidade de a concretizar – "A minha ideia era esta, só que achava quase impossível a prática disto" [2009 fevereiro _ entrevista]. Carolina parece assumir uma atitude mais reflexiva na relação entre a

comunicação e a aprendizagem, denotando uma outra perspectiva sobre o seu ensino, nomeadamente pela defesa do reforço das interações sociais entre todos:

Se não houver, seja em formações, seja na escola, seja onde for... Se não houver troca de saberes e conhecimentos, nós não aprendemos. Tem que haver aquela troca, aquelas intervenções, tem que haver aquele diálogo, para que realmente nós, a pessoa que está a ouvir também, tenha sentido. (...) Eles estão na sala. Se eu vou pôr-me a dar uma matéria e eles simplesmente a ouvir, eu fico a perguntar: «O que é que eles aprenderam daquilo?»

[2009 fevereiro _ entrevista]

As conceções sobre comunicação, referidas por Carolina, parecem integrar uma significativa partilha de conhecimentos entre os alunos e entre si e os alunos, conjugando a comunicação com a aprendizagem. Os aspetos revelados desde o início do trabalho de natureza colaborativa, como o saber ouvir, mantiveram-se, mas enformaram uma carga menos rígida em relação ao diálogo ruidoso entre os alunos.

Conceções sobre aprendizagem. As conceções sobre a aprendizagem manifestadas por Carolina parecem constituir-se em torno de vertentes relacionadas com o contexto social do sujeito, com a natureza das atividades matemáticas dos alunos e as aptidões pessoais de cada indivíduo. As conceções sobre as dificuldades na aprendizagem dos alunos incluem componentes de natureza social relacionadas com a responsabilidade individual – "Falta de responsabilidade de encarar a escola como algo importante" [2006 dezembro _ entrevista] – e com os contextos sociais e biológicos do indivíduo:

Eu acredito que o que se passa na nossa vida quotidiana influencia a nossa aprendizagem, o nosso crescimento, a nossa maturidade. Estes miúdos são muito imaturos, não só a nível de escola, a nível pessoal são imaturos. E isso reflete-se na aprendizagem.

[2008 maio _ encontro]

Nesta perspectiva, a aprendizagem dos alunos depende também das experiências vivenciadas na sala de aula. Carolina salienta que os seus alunos não traziam hábitos do primeiro ano de escolaridade, com outra professora, de realização de tarefas matemáticas mais abertas:

É uma turma que estava habituada a tudo muito certinho, a tal coisa do certinho. Sempre assim direitinho, os tais problemas, sempre direitinho. E então veio a professora com coisas novas. Isto no início foi muito complicado, porque ninguém fazia nada. Ninguém sabia a resposta mais simples que até parecia uma coisa, um problema do dia-a-dia, ali do recreio. Não conseguiam responder a uma simples pergunta.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Todavia, testemunha a progressiva capacidade dos seus alunos na resolução de problemas contextualizados na realidade social:

O que eu noto neste grupo, em relação a outros grupos que já tive, é que têm plena noção... Têm plena noção que se nós pusermos coelhos e galinhas, eles vão logo: coelhos têm quatro [patas] e galinhas têm duas [patas]. É automático.

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo]

Esta relação dos problemas com os contextos foi evidente desde a primeira aula observada, em que a professora propôs um problema, similar ao dos coelhos e das galinhas, com bicicletas e triciclos. Os alunos rapidamente contextualizaram a situação:

Alunos: – As bicicletas têm duas [rodas] e os triciclos três.

Professora: – Como é que sabes?

Aluno: – Porque já vi.

Professora: – As bicicletas têm duas rodas e os triciclos têm três rodas.

[2007 janeiro _ aula _ 2.º ano]

O resultado do trabalho de resolução de problemas matemáticos, desenvolvido ao longo do segundo ano e do primeiro período do terceiro ano de escolaridade, é relatado por Carolina, salientando as mudanças conseguidas nas atitudes dos alunos em relação à aprendizagem, no contexto da resolução de problemas:

Hoje fiquei muito contente. Fiz outra vez problemas, comunicámos e depois havia um [aluno] que disse assim: «Professora, já estou muito mais segura, tenho tido os problemas todos certos». (...) Estão muito mais seguros, eles próprios. O que noto... A evolução é que eles ... Enquanto no ano passado eles nem sequer sabiam como deviam começar aquilo, nem sequer sabiam: «E eu não sei fazer. E eu não sei fazer». Arriscam, agora já arriscam. Mesmo que façam mal, tentam.

[2008 janeiro _ encontro colaborativo]

A resolução de problemas constituiu uma metodologia usual nas aulas observadas, em consonância com as conceções iniciais da professora sobre as tarefas matemáticas promotoras do desenvolvimento da comunicação e da aprendizagem. Neste contexto, Carolina foi evidenciando conceções sobre a natureza da matemática relacionadas com a diversidade de estratégias e de soluções dos problemas matemáticos. Nas estratégias de resolução dos problemas, a professora incentivava os alunos a utilizarem também estratégias figurativas – "Lembram-se daquilo que eu vos disse? Façam contas, façam dese-

nhos, façam como vocês entenderem, façam bem" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] – em complemento ou alternativa com as estratégias numéricas: "O que eu acho engraçado nestes problemas é que houve pessoas que, por exemplo, na primeira pergunta fizeram conta, nas outras já fizeram... desenharam bonecos. Houve outras que começaram a distribuir por bonecos e depois fizeram conta" [2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]. Esta diversidade de estratégias é recorrentemente salientada por Carolina na síntese das resoluções das tarefas matemáticas:

Professora: – Então podíamos fazer das duas formas: ou através de ...

Aluna: – Conta.

Professora: – Desenho ou através de ...

Alunos: – Conta.

Professora: – Não é aquilo que eu vos digo?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Para além da diversidade de estratégias, a docente realçava a possibilidade de existência de diferentes soluções para um mesmo problema: "O primeiro grupo que vier resolver faz a este canto [do quadro], porque se houver mais do que uma solução, temos espaço para fazer" [2008 abril _ aula _ 3.º ano].

Paralelamente, Carolina destaca pela positiva as aptidões para a matemática de alguns alunos, particularmente de um aluno com grande agilidade em cálculo mental – "Ele, a matemática, é um ás" [2008 outubro _ aula _ 4.º ano] –, questionando-se sobre a incongruência entre o conhecimento do aluno e os resultados nos momentos avaliativos: "Porque é que tu, quando vais às fichas de avaliação, não fazes essas coisas todas bem?" [*idem*]. Numa situação de cálculo mental sobre a diferença entre cento e trinta e cinco centímetros e dois metros, o aluno referido explica aos colegas a sua forma de obter o valor procurado:

Filipe: – Com mais quinze já dava cinquenta, com o raciocínio mental, cinquenta mais quinze, deu sessenta e cinco.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

O desempenho dos alunos *medido* pelos instrumentos de avaliação também parece ter evoluído positivamente, na perspetiva da docente:

Aqui parece que resolvem melhor e depois chegavam às fichas, a coisa já não corria bem. É assim, nem todos, mas noto que este trabalho feito há dois anos, pelo menos para uns quantos miúdos, depois sozinhos numa

ficha, já resolvem, já pensam de outra maneira, já vão conseguindo resolver os problemas.

[2008 outubro _ encontro colaborativo]

Em congruência, Carolina incentiva os alunos com maiores dificuldades a agirem de modo distinto perante a aprendizagem: "Não é dizer que está bem e não perceberes nada. Percebes, Mariana? E depois chegas às fichas e continuas igual. Fazer sozinha, não sabes" [2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]. A presença constante da avaliação surge como modo de certificação da aprendizagem, denotando uma forte associação entre a aprendizagem e certificação desta através dos resultados obtidos nos momentos de avaliação formal. As concepções de Carolina sobre a aprendizagem, baseadas nas condições sociais de contexto, na natureza das tarefas e na aptidão pessoal dos alunos, parecem difusas e sem significativas alterações. Contudo, a mudança das práticas gerou na professora uma outra atitude perante os conhecimentos dos alunos, valorizando a sua autonomia na aprendizagem.

Práticas de comunicação em sala de aula

As práticas de comunicação da professora em sala de aula estão estruturadas em torno dos modos e formas de comunicação e da linguagem. Os modos de comunicação estruturam-se em duas dimensões centradas no discurso da professora – *unidirecional* e *contributiva* – e outras duas dimensões assentes no discurso de sala de aula – *reflexiva* e *instrutiva*. A linguagem refere-se a algumas características da linguagem matemática, particularmente na utilização das linguagens verbal matemática e simbólica. As formas de comunicação compreendem a oralidade, a escrita e a leitura matemática.

Modos de comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, Carolina caracteriza as suas práticas de comunicação baseadas na sua *omnipresença* no discurso em sala de aula: "Não consigo estar parada a ver e a ouvir, costumo sempre dar a minha achega" [2006 dezembro _ entrevista]. Esta atitude da professora resulta, na sua perspectiva, da necessidade de apoio constante aos seus alunos: "Tenho sempre receio que haja algum que não perceba, que não esteja a entender" [*idem*]. Neste sentido, a docente contribui nas explicações das soluções das tarefas matemáticas – "Ajudar o aluno a explicar" [*idem*] –, de modo a explicitar as resoluções dos alunos.

O modo de comunicação *contributiva* parece ajustar-se a esta prática, com a inversão das centralidades: a professora *contribui*, substituindo-se e validando o discurso dos alunos. O controlo do discurso de sala de aula pela docente ocorre através da assunção de um papel de complemento em relação às intervenções dos alunos: “Quem foi comunicar não conseguiu explicar. Não conseguiu, é natural, que podia ter várias soluções, não é? E aí, lá meto eu o meu bedelho, como eu costume dizer” [2006 dezembro _ entrevista]. Fundamentalmente, Carolina assume que os alunos apresentam as suas resoluções, mas dependem de si na explicação das ideias e resultados matemáticos: “Eles são capazes de chegar às coisas, sim, mas explicar porque é que não há mais [soluções], não sei se conseguiam” [2008 janeiro _ encontro colaborativo].

A comunicação em sala de aula, no início do trabalho de natureza colaborativa, baseava-se numa significativa regulação das atividades dos alunos – “Eu continuo a achar que dirijo muito” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo] –, assente na validação e orientação das resoluções das tarefas matemáticas:

Professora: – Pode haver várias maneiras de fazer um retângulo. Fazem um retângulo com esses doze quadrados, apontam no caderno de matemática como é que ficou. Fazem outra maneira, apontam outra maneira e representam no caderno de matemática como é que fizeram. Está bem?

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

Na construção de *painéis retangulares* com um qualquer número de quadrados, Carolina rejeita automaticamente a hipótese, aventada por duas alunas, de *impossibilidade* de construção de um painel retangular com um número ímpar de quadrados, direcionando as atividades das alunas:

Aluna: – Professora, é ímpar, não dá [para construir painel].

Professora: – O que é que isso quer dizer, com ímpar não dá? Porquê? Quem disse que não dá? Dá sim, senhora.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

Este posicionamento em relação à resolução correta parece condicionar o confronto de perspetivas ao se assumir que existe uma resolução única e válida para todos os alunos: “Vão ouvir para ver se têm certo. Se tiverem certo, podem pôr certo” [2007 junho _ aula _ 2.º ano]. Nas primeiras aulas observadas, Carolina fazia incidir a análise das resoluções dos alunos na dicotomia do certo ou errado, sem manifestar especial atenção para o sentido matemático das estratégias erradas:

Professora: – Vamos ouvir o João e a Mariana para ver se realmente o pensamento deles está certo.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Esta centralidade dos resultados parece dificultar a demonstração e argumentação sobre as estratégias e resoluções. Carolina salientava que os seus alunos relatavam os resultados obtidos e apresentavam muitas dificuldades na explicação das estratégias de resolução utilizadas: “Eles fazem os problemas e acham realmente aquilo tão lógico que têm dificuldade em explicar como é que chegaram lá” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo]. O modo de comunicação usual, durante as primeiras aulas observadas, alicerça-se, portanto, numa partilha do discurso entre a professora e os alunos, pautado pelo conhecimento da docente. Apesar da inversão de sentidos comunicativos, a regulação das atividades discursivas mantinha-se sob o domínio estrito da professora:

Professora: – Eu, pelo que vi, vi duas maneiras diferentes de resolver este exercício, por isso vou dividir o quadro em dois.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

As apresentações dos grupos ao grupo turma caracterizavam-se pelo *monólogo* dos alunos complementado com a explicação e síntese da docente:

Primeiro, têm que eleger um elemento do grupo para poder ir explicar. Todos ao mesmo tempo não dá. Costumam ir lá todos à frente, mas só um é que explica. Depois, enquanto um está a explicar, os outros colegas, todos que estão a assistir, devem estar calados.

[2006 dezembro _ entrevista]

Estas apresentações eram sistematizadas por Carolina como forma de garantir o entendimento da turma sobre a resolução efetuada pelos alunos:

Professora: – Fizeram vinte grandes e alternadamente fizeram as...

Alunos (no quadro): – Pequeninas.

Professora: – Que deu quantas?

Aluna (conta com apoio no registo icónico no quadro): – Um, dois, três, quatro, cinco, (...), dezanove.

Professora: – Resposta!

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

As práticas de comunicação decorriam em torno do conhecimento da professora, através de uma sistemática intervenção desta na aula, ajustando o discurso dos alunos. Todavia, Carolina integra, após o início do trabalho de natureza colaborativa, uma componente

reflexiva, gerando um modo de comunicação híbrido entre a contribuição e a reflexão. No seguimento do episódio anterior, a professora começa por tentar refletir com os alunos sobre a veracidade da solução:

Professora: – Quem é que disse que estava certo?

Alunos: – Ninguém.

Professora: – Está certo?

Aluno: – Sei lá.

Professora: – Porque é que está certo?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Para demonstrar a correção da solução, Carolina apoia-se nas condições do enunciado da tarefa como modo de certificação dos resultados, com a contribuição dos alunos:

Professora: – Primeiro, começa com uma pérola grande e acaba numa pérola grande. Primeira condição, certo. A seguir?

Aluna: – Tem vinte pérolas.

Professora: – Tem vinte pérolas grandes. Respeita ou não respeita. Está alternadamente, está ou não está. Está correto ou não está correto?

Aluno: – Está.

Professora: – Está.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O modo de comunicação *contributivo* passou a ocorrer com menos regularidade, mantendo-se presente ocasionalmente em situações de explicitação das resoluções dos alunos com manifestas dificuldades em matemática e em circunstâncias de escassez de tempo. Carolina apoiava os alunos com maiores dificuldades na apresentação dos seus raciocínios, facilitando a comunicação:

Professora (após desenhar cinco sandes [elipses] no quadro): – Quanto é que dividia cada sandes, Mariana?

Mariana: – Quatro partes.

Professora: – Porquê em quatro e não em cinco?

Mariana: – Então, porque era quatro meninos.

Professora (dividindo as elipses em quatro partes): – Uma, duas, três, quatro. E depois, Mariana?

Mariana: – Depois metia os nomes, os primeiros nomes.

Professora (assinalando as divisórias): – Jota, pê, efe e o á.

Mariana (em uníssono com a professora) : – Jota, pê, efe e o á. Depois voltava...

Professora: – Jota, pê, efe e o á. E era assim... Jota, pê, efe e o á. Uma coisa que eu já gostei é que já chegaste lá.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Em situações de carência de tempo, antes da paragem para o recreio – "Daqui a pouco são dez e meia e ainda não explicaram" [2008 maio _ aula _ 3.º ano] –, e de cansaço dos alunos – "Vamos despachar que vocês já estão a ficar cansados" [2007 novembro _ aula _ 3.º ano] –, a professora assumia um maior controlo das atividades em aula – "Vocês é que deviam estar a fazer as perguntas, não era eu!" [2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano] –, acelerando e orientando as apresentações das resoluções das tarefas matemáticas, substituindo aos alunos:

Professora: – Isto está a demorar um bocadinho, eu vou num instantinho ... A Patrícia vai ... O vosso grupo vai explicar e eu vou pôr aqui [no quadro], está bem? Digam lá o que é que fizeram.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

O prolongar de algumas tarefas originava, por vezes, um espaço diminuto de conclusão dos trabalhos ou de apresentação de uma segunda tarefa, previamente proposta aos alunos. Nestas situações, a professora assumia uma maior direção na apresentação das soluções do problema e no discurso em sala de aula, caracterizado pelo modo de comunicação contributiva. Na resolução de um problema do manual escolar, baseado nos dados de uma tabela de horários de comboios, Carolina dirigiu todo o discurso de sala de aula, controlando o tempo existente antes da paragem da manhã:

Professora (lendo o enunciado do manual): – A Susana apanhou o comboio às oito e ... Oito horas e trinta e oito minutos.

Aluna: – Foi em Santarém.

Professora (intercalando o discurso com a leitura): – Este comboio cumpriu o horário estabelecido. Ou seja, chegou a ... horas. É ou não é? Cumpriu o horário estabelecido quer dizer que chegou a horas, não se atrasou.

Alunos: – Atrasou.

Professora (lendo e questionando): – Em que cidade terá a Susana apanhado o comboio, Fábio e João?

Fábio e João (em uníssono): – Santarém.

Professora: – Porquê Santarém?

Fábio: – Porque estava ali a dizer.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A professora substitui-se aos alunos na justificação do procedimento relativo à identificação da localidade de início da viagem:

Professora (com base na tabela dos horários): – Tinham de ir à procura do oito e trinta e oito. Onde estava o oito e trinta e oito era Santarém.

Alunos: – Santarém.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

E questiona a existência de outras soluções, encerrando a discussão sobre a questão proposta:

Professora: – Quem é que não pôs Santarém? Toda a gente percebeu esta, não percebeu?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A centralidade do discurso na professora com a contribuição dos alunos passou a ocorrer quase exclusivamente em situações de incorreções não passíveis de fácil argumentação por parte dos restantes alunos. Num problema proposto de composição de quatro quadrados (cada um com dois centímetros de lado) de modo que o perímetro da figura resultante fosse vinte centímetros, um dos grupos de alunos representou uma figura com vinte centímetros de perímetro (quadrado de lado cinco centímetros) sem respeitar a composição dos quatro quadrados referidos. Os alunos que argumentavam pela incorreção da solução não conseguiram explicar o seu raciocínio aos colegas:

Sara: – Cada quadradinho destes tem quatro quadrinhos pequeninos e tu não usaste esses quatro quadradinhos pequeninos, usaste mais, estás a perceber? Cada quadradinho destes ...

Professora: – Vai explicar na figura para eles visualizarem.

(...)

Sara (no quadro apoiada no desenho de um quadrado em quadriculado):
– Este aqui tem quatro quadradinhos, uma figura daquelas tem quatro quadradinhos pequeninos e tu usaste mais.

[2008 maio _ aula _ 3.º ano]

Nestas situações, Carolina assumia a explicitação dos argumentos dos alunos, com a contribuição destes, seguindo o modo de comunicação contributivo:

Professora: – O que é que aconteceu? Começaste um (redesenha quadrado com quatro quadrados de área), usaram ou não?

Alunos: – Sim.

Professora: – Está certo, não está?

Alunos: – Sim.

Professora: – Dois (redesenha novo quadrado com quatro quadrados de área). Está certo ou não está?

Alunos: – Sim.

Professora: – Está. Três (redesenha terceiro quadrado com quatro quadrados de área). Está certo ou não está?

Aluno: – Patrícia, sai lá da frente, se faz favor.

Professora: – Já temos aqui quantos?

Alunos: – Três.

Professora: – Três. (Redesenha quarto quadrado com quatro quadrados de área formando um quadrado).

Alunos: – Quatro.

Professora: – Quatro. E depois ainda tens mais quadradinhos aqui (assinala restantes pequenos quadrados representados pelos alunos). Estás a entender? Estás a entender? Não! Estão a entender? Então, o que é que aconteceu aqui?

Sara: – Eu sei, professora. Eles usaram mais quadrados do que deviam.

Professora: – E o perímetro estava errado?

Alunos: – Não.

Professora: – O perímetro não estava errado.

[2008 maio _ aula _ 3.º ano]

De igual modo, quando as apresentações dos alunos confundiam conceitos, como a área e o perímetro, particularmente em situações de escassez de tempo – “As últimas comunicações era tudo ao desbarato” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] –, a professora intervinha de modo a clarificar a distinção entre os conceitos envolvidos. Na construção de retângulos com o mesmo perímetro de uma figura dada (doze centímetros), o aluno utilizou o conceito de área para construir um retângulo, originando uma sistemática intervenção da docente na clarificação entre os diferentes conceitos:

Dennis : – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze e deu-nos doze (calculando a medida do perímetro de uma figura geométrica). Então, eu fui pensar: «doze, há na tabuada do seis». E então ...

Professora: – Oh! ... Espera aí que eu não ouvi essa agora. Diz lá outra vez.

Dennis : – O doze estava na tabuada do seis.

Professora: – Diz lá.

Dennis : – O doze estava na tabuada do seis. E era dois vezes seis. Então fizemos a figura (aponta para retângulo), dois (refere largura), depois fizemos seis (refere comprimento).

Alunos: – Professora, nós fizemos de outra maneira.

Aluna (do mesmo grupo): – Mas seis mais seis já dá doze, treze, catorze, quinze, dezasseis (indicando a soma dos lados do retângulo).

Professora: – Ah! Então, espera lá aí. O que é que ele fez? Dois vezes o seis, o raciocínio ... Vamos lá tomar atenção para o que ele pensou. Estão a ouvir? Ele viu que o perímetro da outra figura era doze, depois pensou na tabuada dos seis que desse doze, era o dois vezes o seis. Agora, digam-me uma coisa: O que é que ele fez? Dois vezes o seis, fez a ... (deslocando o braço na vertical e horizontal)

Aluno: – Largura vezes o comprimento.

Professora: – E isso é o quê?

Aluna: – É achar a área.

Professora: – Entendeste, Dennis?

[2008 maio _ aula _ 3.º ano]

O acréscimo da participação dos alunos no diálogo em sala de aula e o incremento da professora na apresentação de diversificadas resoluções – "Quando uma pessoa tem um problema, mesmo em casa, pode resolvê-lo de várias maneiras, ou não?" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] –, desencadeou uma progressiva discussão em torno das resoluções incorretas de início inadvertidamente. Num problema de ordenação de flores coloridas, em função do número de pétalas, um dos pares interpretou deficientemente o enunciado, originando uma ordenação distinta:

Professora: – Ela [a flor amarela] tem menos pétalas que a flor vermelha.

Sara: – A azul?

Alunos: – Não, a amarela.

Professora: – Não, era a amarela que tem menos pétalas que a flor vermelha!

Sara: – Ah! Pensava que era a azul.

Professora: – Mas entendeste? Entendeste, Filipe? Então a vossa solução estava correta?

Alunos: – Não.

Professora: – Podem apagar para não levar em erro.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Este episódio foi partilhado por Carolina nos encontros de trabalho de natureza colaborativa, assumindo que não tinha detetado a interpretação incorreta dos alunos, quando os mandou ao quadro: "Eu, por acaso, não sabia que aquele segundo grupo que foi fazer tinha a resposta errada. E estava convencida que eles tinham a resposta bem" [2007 outubro _ encontro colaborativo]. O acréscimo da exploração das resoluções corretas e incorretas originou a responsabilização dos alunos perante a validação das atividades dos colegas: "Ó Filipe, queres ver se está certo? É que vocês é que vão ver se está certo, não sou eu!" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano].

As práticas de comunicação foram sendo assim ajustadas, tendo em vista a exploração do erro e um maior conhecimento, por parte da professora, das ideias, estratégias e conceções erradas dos alunos – "Devia ter começado pelo erro. Não! Eu comecei pelo certo" [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Com este propósito, a mudança de prática em relação à ordem de apresentação das resoluções dos grupos de alunos assumiu diferentes fases, até uma escolha quase aleatória, por valorização da diversidade de resoluções:

Ao calhas ou então vou procurar ver aqueles que não têm o exercício feito de forma completa ou que está errado, para não mandar logo o que está certo. (...) Se vou ver, pessoalmente acho que também não devemos mandar sempre os que têm o exercício errado, porque senão eles [os alunos] já se habituariam: os primeiros que vão têm o exercício errado. (...) A mudança de atitude da minha parte é que antigamente ia sempre... Isso era sempre: o que estava certo é que ia ao quadro explicar e nem dava oportunidade aos outros que tinham feito mal. Esta é a verdade.

[2008 maio _ encontro]

Esta mudança de atitude da professora em relação à apresentação das estratégias e resoluções dos alunos passou a ser regularmente assumida pela docente, destacando a possibilidade de todos os grupos apresentarem as suas resoluções, independentemente da correção ou incorreção destas:

Vai ser ao calhas. Eu sei que todos querem ir ali contar. Como não dá para ir todos, não dá para ir todos ou começar todos ao mesmo tempo, não é? Vou começar por um grupo ao calhas. Já sabem como é que é. Não é de propósito, é ao calhas.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

A participação dos grupos de alunos ficava assim condicionada pela apresentação de diferentes estratégias ou soluções não previamente identificadas, gerando uma ação por

parte destes na identificação das diferentes resoluções: "Já sabem que a gente vai dividir [o quadro]. Não significa, podemos utilizar ou não, não é?" [2008 dezembro _ aula _ 4.º ano].

O incentivo à comunicação entre os alunos ocorreu imediatamente após as primeiras aulas e a caracterização inicial das práticas de comunicação da professora, facilitado pelo prolongamento do tempo destinado aos momentos de apresentação e discussão das resoluções dos pares de alunos, com a redução do tempo dedicado ao seu trabalho autônomo: "Olha, meus amores, nove e meia. Meia hora é mais do que suficiente para fazerem dois problemas" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano]. O tempo de trabalho em grupo passou a ser regulado – "Já vos disse que têm vinte minutos, já só faltam quinze" [2008 junho _ aula _ 3.º ano] –, mas não excessivamente controlado, com o objetivo de privilegiar os momentos de apresentação e discussão das resoluções e a interação entre os alunos: "Não posso dar muito mais tempo, dois minutos porque já temos três grupos que terminaram" [2007 novembro _ aula _ 3.º ano]. Carolina passou a gerir o tempo de trabalho autônomo em função do desempenho dos grupos – "Só mais cinco minutos para dar oportunidade aos outros grupos terminarem" [2008 outubro _ aula _ 3.º ano] –, sem deixar arrastar as resoluções: "Já o tempo de resolução acho que foi reduzido. Assim que a maior parte já tinha feito, comecei ...[a apresentação das estratégias e resoluções pelos alunos]" [2007 outubro _ encontro colaborativo].

A gestão do tempo resultou da valorização do momento de interação entre os alunos na apresentação das resoluções das tarefas matemáticas: "A gente vai ter que terminar, vamos ter que começar a fazer a comunicação" [2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]. No sentido de fomentar a comunicação e a aprendizagem, a docente foi também confrontada com a incompreensão por parte dos alunos do enunciado das tarefas matemáticas – "Tem sido, até há pouco tempo, muito mais mecânico" [2008 janeiro _ encontro] –, originando um momento explícito de apresentação e discussão da tarefa proposta – "Isto de clarificar os enunciados, eu já tinha pensado trabalhar um bocadinho" [*idem*] – imediatamente antes do trabalho autônomo dos alunos. Apesar da preocupação da professora, desde o início do trabalho de natureza colaborativa, em clarificar os enunciados das tarefas através de questões – "Eu faço mais os porquês para ver se realmente eles perceberam o enunciado" [2007 fevereiro _ encontro colaborativo] –, Carolina assumiu um maior protagonismo e intencionalidade no momento de apresentação da tarefa matemá-

tica: “Estou a tentar que vocês percebam bem o problema” [2008 março _ aula _ 3.º ano]. Num problema de divisão equitativa de sandes, a docente ajuda os alunos na compreensão integral do enunciado da tarefa:

Professora: – Eu vou explicar. Posso explicar? Obrigado. Isto é a história dos lanches. (lendo o enunciado da tarefa) Os alunos da turma da Maria foram passear até ao jardim da cidade. Para o lanche, a Maria e mais três amigas... Eram quantas?

Alunos: – Quatro.

Professora: – Exatamente, são quatro. Decidiram levar duas sandes grandes para partilharem igualmente entre elas. Partilharem igualmente, o que é que isto quer dizer?

Alunos: – É partilharem igual, cada uma igual.

Professora: – Cada uma vai comer a mesma...

Alunos: – Quantidade.

Professora: – Quantidade. Que porção... O que é isto «porção»?

Alunos: – Que quantidade.

Professora: – Pronto, é isso que eu quero saber por causa do vocabulário. Que porção de sandes coube a cada uma das quatro crianças?

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

No reconhecimento da estrutura de um horário escolar de um professor do 2.º ciclo do ensino básico, Carolina apoia os alunos, tentando garantir a compreensão da sua organização em matriz, apoiando-se numa das questões:

Professora: – A que horas inicia a aula da turma do 8.º A, na quinta-feira? Vocês têm que ir a que dia?

Alunos: – Quinta-feira.

Professora: – À quinta-feira. Procurar que turma?

Alunos: – O 8.º A.

Professora: – Perceberam?

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

A clarificação dos enunciados das tarefas matemáticas passou a ocorrer com maior regularidade, também como forma de trabalhar a língua portuguesa – “Pegar em enunciados e trabalhar a língua portuguesa” – [2008 janeiro _ encontro], normalmente a partir de uma leitura realizada pela docente. Todavia, em algumas das aulas, Carolina optou por partilhar a leitura com alunos com manifestas dificuldades, centrando-se na explicitação de alguns termos ou conceitos:

Professora: – Mariana, lê lá o problema, se faz favor.

Mariana: – O senhor António precisou de setenta e seis metros de rede para vedar o seu quintal.

Professora: – Sabem o que é vedar?

Alunos: – Sei.

Professora: – O que é vedar, Mariana?

Miguel: – É meter a rede à volta.

Mariana: – É meter à volta ...

Professora: – Vedar é para fechar.

Aluno: – Chamas-te Mariana, Miguel?

Professora: – E ...

Mariana: – A base ...

Professora: – Espera lá aí, setenta e seis metros para vedar o seu quintal. Então, Mariana, isso foi o que ele gastou de rede ao todo ou foi o que ele gastou em cada lado?

Mariana: – Foi o que ele gastou ao todo.

Professora: – Agora já podemos ler o resto.

Mariana: – A base do quintal é quadrada.

Professora: – O que é que isso quer dizer: «A base do quintal é quadrada»? É a Mariana...

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Para evitar a dispersão de alguns grupos de alunos após a realização de tarefas matemáticas e antes da sua apresentação ao grupo turma, a professora, por vezes, propunha uma nova tarefa a esses grupos, sem explorar o seu enunciado. A ausência de clarificação do enunciado gerou, ocasionalmente, interpretações que originaram resoluções incorretas – "Olha, eu não expliquei bem esse problema, o segundo. Tomem atenção que aí a situação bê não são cinco euros [Alunos: – São cinco cêntimos.], são cinco cêntimos" [2008 janeiro _ aula _ 3.º ano] –, reforçando a importância da compreensão integral da tarefa matemática – "Como não expliquei, não houve ali uma clarificação" [2008 fevereiro _ encontro colaborativo].

Esta dificuldade de compreensão integral da situação foi evidente num problema com subidas e descidas num elevador que foi proposto aos alunos sem discussão inicial. Aquando da apresentação das resoluções, as estratégias e soluções dos alunos denotaram muitas incompreensões, nomeadamente de interpretação do enunciado:

Professora: – Desceram dois andares e depois quatro, não subiram quatro. Se desceram dois e depois ...

Alunos: – Quatro.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Apesar do reconhecimento da relevância da clarificação dos enunciados das tarefas – "Parece que a explicação foi essencial para a resolução disto num instantinho" [2008 abril _ aula _ 3.º ano] – e dos progressos dos alunos na resolução dos problemas e na comunicação – “O trabalho que temos estado a fazer, ao nível da matemática, tem-nos ajudado muito” [2008 janeiro _ encontro] –, este processo de esclarecimento originou uma atitude interrogativa, por parte de Carolina, em relação a eventual dependência dos alunos no que concerne à clarificação dos enunciados pela docente, gerando uma diminuição da sua autonomia:

A minha preocupação é... Acho que tem resultado [a clarificação dos enunciados]. Só pergunto se não facilito de mais. (...) Quando a gente faz oral, tudo bem. Mas será que depois são capazes de pegar num enunciado e realmente, sem a gente dizer nada, conseguem chegar lá?

[2008 maio _ encontro]

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, Carolina assumiu um ponto de equilíbrio entre a clarificação dos enunciados e a autonomia de interpretação por parte dos alunos. Apesar de ainda manifestar desconforto em relação à clarificação dos enunciados – “A única falha que eu ainda tenho é a nível dos enunciados, trabalho pouco os enunciados” [2009 fevereiro _ entrevista] –, a professora tentou conjugar a discussão do enunciado com a interpretação, individual ou em grupo, dos alunos:

Professora: – Este tipo de trabalho que estamos a fazer e que estamos a fazer em língua portuguesa, aquela história de eu já não ler antes, vocês fazerem primeiro a interpretação e só depois é que fazemos a correção, é exatamente para vocês aprenderem a ler. Está bem? Não é porque eu não quero ter trabalho.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

Carolina motivou regularmente a participação dos alunos no confronto de perspetivas e na compreensão das resoluções apresentadas: "Se tiverem dúvidas, faz favor de dizer, não sou eu que vou dizer" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano]. Esta atitude da docente foi gerando uma progressiva autonomia dos alunos na apresentação das suas resoluções e no questionamento entre si, por vezes com o suporte da professora:

Aluna: – A tia vivia no oitavo andar. O oitavo andar é o último.

Outra aluna: – Tenho uma dúvida, professora.

Professora: – Diga lá.

Outra aluna: – Como é que vocês conseguiram descobrir que era no oitavo e não no quarto?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

O modo de comunicação *reflexivo* passou a ocorrer com regularidade nas aulas observadas. Os alunos assumiram a responsabilidade de justificar as operações efetuadas ao longo das apresentações no quadro ao grupo turma:

Aluno: – Ela desceu seis para ver o Nuno. Isso é uma conta de menos.

Professora: – Ouviram o que ele está a dizer? Ele explicou muito bem.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O desenvolvimento de uma atitude reflexiva resultou também numa significativa abertura em relação às resoluções eventualmente incorretas – "Então, vamos ver. Se calhar, até somos nós a enganarmos-nos, fizemos ali mal as contas. Vamos ver, não é?" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] –, mesmo por parte dos alunos:

Aluna: – Porque é que foram juntar o número de pernas que ele utilizou mais o número de pernas que ele utilizava nos bancos e o número de pernas que ele utilizava nas mesas? Não, não estou a dizer que está mal. Porque é que fizeram essa conta? Eu não estou a dizer que está mal. Porque é que fizeram essa conta?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

As interações entre os alunos começaram por decorrer com alguma *anarquia* baseada no questionamento constante desde o início da sua apresentação das resoluções:

Mariana: – Nós fizemos uma conta de dez mais dez.

Sara: – Porquê?

Professora: – Olha, a Sara já perguntou porquê. Depois tens de explicar.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A interrupção constante das apresentações originava desconcentração nos alunos e dificuldade no refazer da explicação – "Aquela baralhação toda foi porque os miúdos foram interrompidos várias vezes" [2008 janeiro _ encontro]. Por vezes, era a própria professora – "Na terça-feira, estavam a analisar um horário, eu é que interrompi, não deixei que os moços..." [2008 janeiro _ encontro].

Carolina manifestava também alguma dificuldade em deixar os alunos apresentarem as suas resoluções sem interferir nessa exposição:

Professora: – Agora pergunto eu, Carolina [aluna], antes de continuar, que eu sou muito curiosa, tenho logo de perguntar, não consigo estar calada. Devia estar, mas não consigo. Foram fazer pérola grande, pérola pequena, pérola grande, pérola pequena, alternadamente, não é? Mas foram fazer até lhes apetecer?

Carolina: – Não.

Professora: – Então?

Carolina: – A gente fomos fazer até ter as vinte pérolas grandes.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Para regular as interações, a professora foi progressivamente solicitando aos alunos uma explicação mais argumentativa – “Mariana, com calma, mas muita calma, vocês vão explicar passo a passo o que é que fizeram, que é para a gente perceber, principalmente os teus colegas” [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] –, através da justificação dos procedimentos – “Porque é que fizeram a subtração? Que resultado foi esse que vos deu? E o que é que fazem a seguir e porquê? Faz favor de explicar” [*idem*] –, e estabelecendo regras em relação ao momento de apresentação das resoluções das tarefas e de inquirição dos alunos: “Primeiro, vamos ouvir a explicação até ao fim, depois é que fazemos as perguntas” [2007 novembro _ aula _ 3.º ano]. Esta regulação foi delegada pela professora: “Vocês, neste momento, são os três os professores. Se alguém não estiver com atenção, são vocês que têm de chamar à atenção, não sou eu” [2008 abril _ aula _ 3.º ano], e assumida pelos alunos:

Sara: – Eu gostaria que vocês estivessem com atenção!

Beatriz: – E eu também gostaria de ouvir o que é que as colegas vão ...
(palavra incompreensível)

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

E progressivamente aceite por todos, valorizando a atenção dispensada pelo grupo turma aos momentos de exposição das estratégias e resoluções:

Carolina: – Podemos começar ou não?

Alunos: – Sim, nós estamos a ouvir.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

O questionamento, por parte dos alunos e da professora, foi progressivamente transferido para o final da apresentação da resolução da tarefa matemática, mesmo quando os alunos colocavam o dedo no ar logo no início desta: “Fazes a pergunta no fim, está bem, Mariana?” [2008 outubro _ aula _ 4.º ano]. Carolina incentivava os alunos a acompa-

nharem toda a explicação, de modo a, eventualmente, ultrapassarem as dúvidas iniciais: "João, as perguntas fazem-se no fim. Tomem atenção, pode ser que depois, entretanto, tirem logo a dúvida conforme vão explicando" [*idem*]. A professora salienta, aquando do visionamento de aulas, que nota evolução na gestão das intervenções: "Isto é uma coisa que eu noto: evolução (...) Enquanto os outros estão a apresentar, não estão a intervir, nem eu tenho de estar sempre [a regular]" [2009 fevereiro _ entrevista].

Os modos de comunicação matemática em sala de aula passaram a assumir uma forte vertente reflexiva com intervenções pontuais com características instrutivas:

Professora: – Nós sabemos que uma multiplicação são várias ...

Alunos: – Somas.

Professora: – Assim como a divisão ...

Alunos: – São várias subtrações.

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Carolina valorizava o desempenho de todos os alunos, explicitando que, à partida, não validara nenhuma das resoluções das tarefas matemáticas – "Isto é ao calhas, eu não vi quem fez bem nem quem não fez bem" [2007 novembro _ aula _ 3.º ano] – e dinamizava o processo de discussão, incentivando um maior questionamento por parte dos alunos – "Alguém tem alguma pergunta a fazer?" [*idem*]. Por vezes, apoiava-se nas resoluções destes para salientar estratégias de resolução com potencialidades de sucesso: "A estratégia dela também não estava errada, de ir pintando a cores" [*idem*].

Os alunos assumiram com naturalidade a fase de explicação das resoluções, reforçando a argumentação inicial em relação às resoluções apresentadas. No problema de divisão equitativa de sandes, um grupo de alunos apresentou a situação de cinco sandes para quatro meninos, intercalando a leitura do enunciado do problema com a explicação da resolução:

Aluno: – O Joaquim, o Pedro, o Filipe e o André distribuíram igualmente entre eles cinco sandes.

Beatriz: – OK, para. Então, já estavam lá desenhadas cinco sandes. Um, dois, três, quatro, cinco (desenhando as sandes).

Aluno: – Que porção de sandes coube a cada uma das quatro crianças?

Beatriz: – Então, eles eram quatro. (recorre à resolução) Distribuiu já um xis, esta era a sandes do Joaquim (representa no interior de uma sandes x J); um xis, a sandes do Pedro (representa x P); um xis, a sandes do Filipe (representa x F); um xis, a sandes do André

(representa x A). Mas, como ainda sobrava uma sandes e eles eram quatro, dividimos isto em quatro partes (divide sandes em quatro na vertical) e depois ficou (preenchendo as partes com as mesmas notações) mais um quarto para o Joaquim, mais um quarto para o Pedro, mais um quarto para o Filipe e mais um quarto para o André. E depois deu-nos ... O resultado foi que cada criança ficou com uma sandes e um quarto.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

O aparecimento da argumentação inicial foi gerando um reforço do questionamento, inicialmente baseado em questões simples entre os alunos, sem a intervenção da docente:

Aluna: – Ó Miguel, posso perguntar uma coisinha?

Miguel: – Sim.

Aluna: – Porque é que fizeste um sobre quatro e não fizeste um sobre três?

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

As apresentações e as questões foram assumindo uma significativa sofisticação em relação à argumentação das explicações e à formulação das questões: “Uma coisa que me surpreende neles é que o tipo de questão não são aquelas questões fáceis e sem sentido” [2007 novembro _ encontro colaborativo]. O debate da incongruência das afirmações de uma aluna em relação às condições do problema ilustra a evolução das interações entre os alunos, assumindo uma vertente reflexiva e instrutiva:

Patrícia: – [A] tia vivia no oitavo andar e o oitavo andar é o último.

(...)

Beatriz: – Se aí diz que o prédio tem quinze andares, como é que o oito é o mais alto?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A manipulação pelos alunos dos dados sem sentido ficou sujeita a fortes críticas por parte dos restantes. Num problema em que se pretendia saber o menor número de blusas (com quatro botões cada), de modo a não sobrarem botões em caixas de seis botões, um dos grupos manipulou os dados apresentando o produto de seis por quatro:

Fábio: – Nós fomos buscar que era preciso quatro botões e depois em cada caixa tinha seis botões e depois fizemos seis vezes quatro.

Beatriz: – Porquê de vezes? Porque é que não fizeram nem de mais, nem de menos, nem dividir?

Alunos do grupo riem sem saber explicar.

Dennis: – Foi ao calhas?

Beatriz: – Não, não se comecem a rir, eu estou a fazer uma pergunta!

Dennis: – Porquê? Porque vos deu na veneta, foi?

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]

Carolina identifica o tipo de questões de Beatriz com o seu próprio estilo no início do trabalho de natureza colaborativa: “Ela está sempre do contra porque aprendeu comigo no início. O que é que eu fazia? (...) Eu fazia estas perguntas: «Porque é que fizeste assim e não fizeste assim?»” [2009 fevereiro _ entrevista]. Num problema em que se conhecia a medida do perímetro de um quadrado e se pretendia calcular a medida de cada um dos lados, um dos pares de alunos apresentou a sua resolução com sucessivas divisões por dois. Esta resolução originou um momento de confronto entre alunos a propósito do processo de resolução e de eficácia matemática:

Jessica (lendo o enunciado): – O senhor António precisou de setenta e seis metros de rede para vedar o seu quintal (não concluiu a leitura).

Dennis: – Nós fizemos uma conta de dividir por dois. (Registando no quadro o algoritmo tradicional da divisão) Setenta e seis a dividir por dois, para ver quanto é que dá metade (O aluno efetua os cálculos com recurso aos seus apontamentos). E depois fizemos trinta e oito a dividir por dois para saber a metade de trinta e oito, para que nos diga a resposta (O aluno efetua os novos cálculos). E depois para ver se dá correto, se nos dá dezanove, fizemos (consulta apontamentos) dezanove vezes quatro (registra uma adição com parcelas iguais). E deu-nos setenta e seis. Logo, vimos que deu a conta certa.

Beatriz: – Porque é que não fizeste logo setenta e seis a dividir por quatro?

Professora: – A tua colega está a colocar uma questão!

Dennis: – Queria... queria a metade disto.

Beatriz: – A metade? Mas, se o quadrado tem quatro lados, eu acho que em vez de estares a fazer setenta e seis a dividir por dois... Pronto, podias logo fazer setenta e seis a dividir por quatro, porque o quadrado tem quatro lados.

Dennis: – Nós fizemos assim...

Beatriz: – Fizeram por parte?

Dennis: – Dividimos por dois, depois daqueles dois descobríamos os outros.

Beatriz: – Sim, eu sei. Tu fizeste por partes, não foi?

Dennis: – Sim.

Beatriz: – Só que podias ter feito tudo junto. Em vez de trinta e oito a dividir por dois, podias ter logo feito setenta e seis a dividir por quatro. Mas, pronto, fizeste por partes, está bem na mesma.

Dennis: – Mais perguntas?

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Os alunos confrontavam também os colegas em relação às resoluções incorretas, como foi o caso em que dois alunos, para comentar a frase «O Raul disse que metade das pessoas que assistiram à peça de teatro eram alunos», se limitaram a calcular a metade do número de alunos (registados num pictograma):

Sara: – (referindo-se ao enunciado do problema) Aqui diz que metade das pessoas... Não é metade dos alunos. Já viram? Não é metade dos alunos. Espera, que ainda não acabei...

Professora: – Ó André!

Sara: – (retomando a leitura do enunciado) Que assistiram à peça de teatro eram alunos. Pronto, vocês fizeram conta, mas eu fiz de outra maneira...

Professora: – Não digas o que fizeste, pergunta lá o que estavas a dizer.

Sara: – A pergunta era: Porque é que vocês dividiram os alunos em vez de dividir isso tudo? Porque pessoas não é só alunos, também podia ser os pais, os professores ou os funcionários. Porque é que vocês só dividiram os alunos?

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

O diálogo também ocorreu na defesa de diferentes perspetivas sobre a veracidade da *afirmação do Raul*. Os dados do problema (registados em pictograma) indicavam que noventa alunos, vinte pais e quarenta professores e funcionários tinham assistido à peça de teatro, num total de cento e cinquenta pessoas. Um grupo de alunos calculou a metade de cento e cinquenta e obteve setenta e cinco, concluindo que o Raul tinha razão. Contudo, a resposta não foi aceite por outros alunos que argumentavam, que nesse caso, os alunos só podiam ser setenta e cinco, originando uma argumentação e contra-argumentação entre os alunos:

Sara: – Setenta e cinco alunos assistiram à peça de teatro.

Professora: – Qual era a resposta? Sim ou não?

Sara: – Sim.

Os outros alunos, de braço no ar, pretendem questionar os colegas.

Professora: – Espera, agora vão vocês fazer as perguntas. Sim, porquê?

Sara escreve no quadro a seguinte resposta: Sim. Porque 150:2 dava 75 e foram 75 alunos assistir à peça.

Fábio: – Aqui está a dizer: «O Raul disse que metade das pessoas que assistiram à peça de teatro eram alunos»

Aluna: – Era os alunos.

Professora: – Espera, e agora, qual é a tua questão?

Fábio: – Metade das pessoas.

Sara: – Então, eu fui dividir...

Professora: – Espera Sara, que ele está a fazer a questão. Calma.

Fábio: – Metade das pessoas eram alunos e são noventa alunos. Metade das pessoas tinham de ser noventa.

Sara: – Hum!

Professora: – Torna a fazer, toma atenção ao que ele está a dizer. Torna a fazer. Torna a dizer, vai ali [ao quadro], até para explicares a ela o que estás a dizer.

(...)

Fábio (junto ao quadro): – É assim: a metade das pessoas ia dar o número de alunos. Quantos alunos são?

Sara: – São noventa.

Fábio: – Mas metade das pessoas dá setenta e cinco. Metade das pessoas... e tinha que dar noventa.

Beatriz: – Eu consigo explicar.

Professora: – Explica lá, Bia.

Sara: – Explica lá, Bia, que eu não percebo.

Beatriz: – Então, o Raul disse que metade das pessoas que assistiram à peça eram alunos. Os alunos são noventa, mas metade que deu foi setenta e cinco, não foi noventa.

Sara: – Sim...

Beatriz: – E os alunos são noventa. Como o que deu não foi noventa, o Raul não tem razão.

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

Este problema, extraído de uma das provas de aferição de matemática do 4.º ano, admite as duas soluções, dependendo da interpretação de metade das pessoas serem os alunos ou alunos. A argumentação e contra-argumentação entre os alunos gerou também o reconhecimento de resoluções incorretas, atendendo ao enunciado da tarefa matemática proposta. No cálculo das distâncias percorridas por três atletas, sabendo a distância per-

corrida por um deles e o acréscimo e o decréscimo dos outros dois em relação ao primeiro, um dos grupos calculou a distância percorrida pelo segundo atleta corretamente, mas incorretamente a distância percorrida pelo terceiro atleta por basear-se no resultado anteriormente obtido com o segundo atleta:

Carolina (aluna): – Eu não estou a perceber porque é que tu foste fazer menos no dois mil cento e vinte e não mil setecentos e oitenta metros? Porque é que foste fazer com aquele em vez de fazeres com o outro?

Mariana: – Então, porque aqui estava a dizer que (lendo o enunciado da tarefa) o Raul correu mais trezentos e quarenta metros ...

Professora: – Está ... Continua.

Mariana: – Do que o João, e que a Sara correu menos cento e setenta e cinco metros do que o João.

Carolina (aluna): – Do que o João, não do que o Raul.

Mariana fica perplexa.

Carolina (aluna): – E tu estás a meter o resultado do Raul, não do João, Mariana.

Sara: – Pronto, já está borrada!

Professora: – Já perceberam?

Mariana: – Já.

Professora: – Perceberam onde é que erraram?

Sara: – Já está borrada!

Professora: – Se estivesse lá «tinha corrido menos do que o Raul», realmente o vosso estava correto. Mas tinha corrido menos do que o ...

Mariana: – João.

Professora: – O João não foram dois mil cento e vinte metros, foram ...

Mariana: – Mil setecentos e oitenta.

Professora: – Não há problema, é assim que a gente aprende.

Aluna: – É errando.

Professora: – É errando. Perceberam?

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

Carolina valoriza a argumentação e a contra-argumentação, realçando a relevância do erro na construção do conhecimento. As interações entre os alunos foram *dispensando* o

papel mediador da professora, originando longos momentos de interação entre eles sem a intervenção da docente:

Sara: – Porque é que vocês fizeram oito menos dois e não fizeram oito menos quatro?

André: – Então ...

Dennis: – Então, porque estava aqui... porque oito e desceram dois andares.

André: – E deu seis.

Sara: – E porque é que fizeram seis mais quatro?

Dennis: – Para ver o resultado que dava.

Sara: – Mas lá não dizia seis.

Dennis: – Não, mas o resultado da outra conta deu-nos seis.

Sara: – E que conta é essa? Aonde é que vocês foram buscar isso?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Contudo, apesar da professora não intervir regularmente – “Só no fim é que tento intervir” [2009 fevereiro _ entrevista] –, não esteve ausente, assumindo a regulação da possibilidade e necessidade de participação coletiva e individual de todos os alunos nos momentos de interação entre eles: "Eu tenho estado a apontar, todas as semanas, quem faz as perguntas, porque há pessoas que nunca têm perguntas para fazer" [2008 outubro _ aula _ 4.º ano].

As argumentações também assumiram uma vertente de comunicação instrutiva, ao focar-se na justificação matemática dos procedimentos, mesmo quando incorretos: “Mesmo estando errado, fundamentam” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo]. Num problema de determinação de uma parcela, conhecida a outra parcela e a soma da adição – A soma de dois números é 76. Um deles é 28. Qual é o outro? –, uma aluna apresentou a sua resolução, argumentando com a utilização da operação inversa da adição, apesar da indicação expressa da expressão soma:

Aluna: – Deu quarenta e oito. Fizemos uma conta de menos, apesar de aqui dizer soma (refere-se ao enunciado), que era para ver a diferença de um número, para ver se dava os quarenta e oito mais vinte e oito, setenta e seis.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O modo de comunicação instrutivo também parece estar presente nas situações em que os alunos resolveram incorretamente, em grupo, a tarefa matemática proposta, mas con-

seguem reformular a sua resolução, aquando da apresentação no quadro, eliminando as incongruências e obtendo uma resolução correta:

Sara: – Agora dá-nos certo, mas aqui dava-nos muitas caixas.

Professora: – Porque aqui, se calhar, enganaram-se, não é?

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]

O modo de comunicação instrutiva surge da valorização que Carolina faz aos alunos a propósito destes refazerem as resoluções como estratégia de correção dos procedimentos:

Professora: – Isto é que é interessante! Estão a ver? Isto está a ser muito giro! Eu gosto de ver isto assim! Quando vocês estão a apresentar as situações, ela e os colegas, ela percebeu que o dela, que tinha feito inicialmente, ela e os colegas devem também ter percebido, não tinha dado correto, mas afinal também foram capazes de fazer.

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]

Carolina realça esta autonomia dos alunos – “Comunicam muito entre eles. Eu não existo. Há momentos que eu não existo lá dentro da sala” [2008 junho _ encontro colaborativo] –, destacando a qualidade e relevância das suas intervenções: “Não é só falar, comunicam mesmo” [2008 novembro _ encontro colaborativo]. Inclusive alguns dos questionamento entre os alunos têm gerado situações de reconhecimento da incorreção da resolução, denotando uma significativa prática de autonomia na aprendizagem:

Houve uma [aluna] que, assim que começou a comunicar, viu logo que tinha o problema errado. Uma do elemento do grupo. E depois as questões, que eu não fiz questões nenhuma, deixo sempre para o fim a minha parte, as questões que uma colega foi colocando levou a que os restantes elementos do grupo compreendessem que realmente o exercício não estava correto.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

As práticas de comunicação matemática sofreram significativas transformações com a ausência da validação prévia dos resultados e com a valorização do conhecimento matemático dos alunos nos momentos de interação entre estes. Carolina sintetiza as mudanças dos alunos, salientando o tipo de tarefas matemáticas, as oportunidades de comunicação e a valorização do conhecimento dos alunos:

Porque é que, se calhar, mudaram de comportamento? Porque, se calhar, também o tipo de atividades são diferentes, o tipo de oportunidades que a gente lhes dá de intervir, de revelar aquilo que sabem também é diferen-

te, não é? A gente não os fecha, a gente deixa-os falar, deixa ... Também poderá ter a ver com isso, porque eles melhoraram muito a nível de comportamento.

[2009 fevereiro _ entrevista]

O modo de comunicação contributivo passou a ocorrer apenas em situações de manifesta dificuldade ou escassez de tempo, existindo um significativo envolvimento dos alunos, configurando uma prática mais reflexiva e instrutiva.

Linguagem. A linguagem utilizada nas aulas de Carolina resulta essencialmente da conjugação das linguagens corrente e verbal matemática. A utilização da simbologia, para além dos números e operações, não surge de forma significativa. Contudo, as representações numéricas assumiram por vezes alguma relevância. O símbolo maior que ($>$) foi utilizado na ordenação de alturas por ordem decrescente.

Na linguagem verbal matemática, Carolina corrige a leitura de números ordinais, das operações aritméticas e de alguns conceitos na área da geometria. Os alunos confundem a terminologia dos números ordinais com a dos números cardinais:

Aluno: – Em quantas [pérolas] grandes é que vais?

Carolina: – Vou na quinze.

Professora: – Décima quinta.

Carolina: – Décima quinta.

Professora: – Não se diz «Vou na quinze».

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A designação das operações aritméticas é também uma das situações recorrentes no discurso dos alunos, particularmente na designação das operações pela denominação dos operadores:

Alunos: – Uma conta de menos.

Professora: – Não, uma subtração.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Na área da geometria, as correções verbais da professora também ocorrem com alguma regularidade, especialmente em relação às formas geométricas:

Professora: – Primeiro, o que são pérolas? Qual é o formato de uma pérola?

Alunos: – Redondas. Quadradas.

Professora: – Eu não gosto de ouvir redonda.

Alunos: – É esférica. É uma esfera.

Professora: – É uma esfera.

(...)

Professora: – É uma esfera que vocês representam aí com um ...

Alunos: – Círculo.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Estas correções vão gerando uma maior precisão na linguagem verbal matemática dos alunos: “Vocabulário mais adequado” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo]. Contudo, a verbalização matemática utilizada no tema da medida é, por vezes, incorreta ou insuficiente, podendo gerar alguma dificuldade na compreensão dos conceitos: “Ocupa doze quadradinhos de área, de espaço” [2007 junho _ aula _ 2.º ano]. Para além da linguagem verbal matemática, Carolina também retifica incorreções relacionadas com a designação de representações matemáticas como gráficos e tabelas:

Alunos: – O gráfico.

Professora: – Isto é um gráfico?

Alunos: – Não, uma tabela.

Professora: – Uma tabela.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A utilização da simbologia relativa aos números racionais não negativos ocorreu conjugando denominações verbais da língua portuguesa:

Professora: – Metade de uma sandes para cada criança. Quem é que pôs de maneira diferente?

Aluno: – Eu pus meia sandes.

Professora (escreve no quadro «meia sandes»): – Metade ou meia sandes. Está bem ou está errado?

Alunos: – Está bem.

Professora: – É ou não é a mesma coisa?

Alunos: – É.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Com a simbologia dos números fracionários:

Professora: – Quem é que pôs ainda diferente? Como é que eu posso representar metade de uma sandes ou meia sandes?

Aluno (de dedo no ar): – Um sobre um.

Professora: – Um sobre um?

Outro aluno: – Um sobre dois.

Professora (escreve no quadro $\frac{1}{2}$): – Um sobre dois.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

E decimais:

Professora: – Como é que se faz metade de uma sandes em números decimais?

Aluno: – Zero vírgula cinco.

Professora (escreve no quadro 0,5): – Nem mais. Zero vírgula cinco.

[2008 janeiro _ aula _ 3.º ano]

Carolina assume a importância da linguagem verbal matemática, fazendo notar que discorda da utilização abusiva de expressões cientificamente não corretas nos primeiros anos de escolaridade. A utilização de uma linguagem matematicamente correta é valorizada pela professora, tendo em atenção que os alunos têm grande capacidade de aprendizagem:

Aquela história de ter de adequar a linguagem aos meninos, acabamos de fazer os meninos muito bebezados e não os deixamos crescer. O tipo de terminologia que usamos, porque não usar os termos corretos e porque eles ... Se há idade em que eles têm facilidade de aprender, é esta idade, captam com muita facilidade. (...) A linguagem, noto uma evolução neles. Eu já uso muito vocabulário que uso com adultos e eles percebem.

[2008 _ maio _ encontro]

A linguagem matemática predominante neste ciclo de ensino parece ser a verbal, com a utilização da linguagem simbólica nos números e operações e nas relações de ordem.

Formas de comunicação. Carolina aborda a comunicação predominantemente na forma oral, particularmente nos momentos de interação entre os alunos em grupo turma: "Apresentou o trabalho aos colegas e depois faz perguntas aos colegas e os colegas respondem, (...) Há comunicação oral e escrita" [2006 dezembro _ entrevista]. A professora privilegiava a oralidade, sem registo escrito, na apresentação das respostas mais imediatas e em que não existiam dúvidas sobre a sua veracidade:

Professora: – Quantos alunos assistiram à peça de teatro (contagem de dados num pictograma)? O grupo da Carolina e do Dennis. Não é preciso levantar, deem logo a resposta.

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

A comunicação escrita é entendida como a redação de um trabalho escrito, por exemplo na área do estudo do meio, originando uma expressiva interrogação por parte da professora: "Como é que é a comunicação escrita a matemática?" [2006 dezembro _ entrevista]. Este desconhecimento da docente em relação à comunicação escrita em matemática resultou num desafio em relação ao trabalho de natureza colaborativa comigo e com as colegas: "Por exemplo, ao nível escrito nunca tinha pensado, agora fui alertada para essa situação, eu tinha sempre pensado na comunicação oral" [*idem*]. A escrita assumiu, ao longo das aulas observadas, uma característica de registo das resoluções numéricas e figurativas:

Professora: – Quem tem a operação faz a das escadas. Quem tem as escadas faz a operação. Eu quero as duas formas de fazer o problema, ai. (...) E quem não fez nenhuma (...) faz as duas.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A escrita matemática não assumiu um relevante papel ao longo do trabalho de natureza colaborativa. Contudo, a professora propôs aos alunos – "Tenho trabalhado com eles [a comunicação escrita]" [2008 maio _ encontro] – algumas tarefas matemáticas tradicionalmente associadas à escrita matemática, como no caso dos percursos:

No início do ano, dei-lhes aquele problema que saiu numa prova [de aferição] que era para fazer um percurso de uma menina não sei aonde e tinham de explicar o percurso. Portanto, era a comunicação escrita. Na altura, eles tiveram muita dificuldade e foi no início deste ano. Agora, que estou a dar-lhes os itinerários, eu procuro muito descer à realidade deles, (...) Quase todos disseram vira à direita, vira à esquerda, vai em frente, enquanto, no início do terceiro ano, em que eu pus aquele problema, nunca falaram no vira à direita, vira à esquerda nem ir em frente.

[2008 maio _ encontro]

Carolina propôs aos alunos uma tarefa matemática que resultava da conjugação da representação de um símbolo com figuras geométricas, com a sua descrição:

Professora: – Desenha um símbolo com duas ou três figuras geométricas.

(...)

Professora: – Descreve esse símbolo de modo ... Ó filho, «de» é uma coisa, «modo» é outra, isso é tudo junto? Ainda não sabes? De modo a que os teus colegas consigam ... am, con si gam (soletrando) ... descobri-lo (...) e desenhá-lo.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

Os grupos de alunos, após a idealização do símbolo, descreveram-no por escrito e enunciaram-no para os outros colegas. A redação escrita matemática ilustrou uma significativa dificuldade dos alunos na precisão das descrições. Dos menos precisos:

João (lê): – No lado direito é vermelho, no lado esquerdo é verde e no meio é o amarelo.

Alunos: – Não percebemos nada, professora.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

Passando pelos figurativos:

Aluno (lê): – É parecido com a cara de um tigre.

(...)

Dennis (lê): – É uma casa alta, é lá que algumas pessoas moram.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

Até ao mais restritos às figuras geométricas:

Beatriz (lê): – É um triângulo vermelho com dois pequenos círculos, um laranja e outro azul, nas extremidades de baixo do triângulo, nas pontas, nos bicos de baixo do triângulo.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

Os alunos revelaram uma significativa dificuldade na descrição matemática precisa, ilustrando um eventual conhecimento da geometria baseada num conhecimento figurativo:

Sara (lê): – Um retângulo. No centro do retângulo, desenha um triângulo. Dentro do triângulo, desenha um círculo pequeno.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

Ao longo desta aula, alguns conceitos e propriedades geométricas foram sendo abordados pela professora a propósito das descrições dos alunos, como o círculo inscrito e o circunscrito:

Mariana (lê): – É um quadrado com um círculo. E os lados do círculo a tocarem nas extremidades do quadrado.

[2008 junho outubro _ aula _ 3.º ano]

O desenvolvimento da escrita matemática foi assumido para além do registo das resoluções dos problemas. Todavia, os alunos manifestam muita dificuldade na construção escrita do pensamento matemático.

A leitura matemática decorre da apresentação inicial do enunciado das tarefas matemáticas, regularmente assumida por Carolina, com as características de ditado, mesmo sem ser intencional – "São coisas que a gente faz e não se apercebe (...) Ser nós a ler em vez de serem eles a ler" [2008 fevereiro _ encontro colaborativo] –, e da releitura dos mesmos enunciados pelos alunos, aquando da apresentação das resoluções das tarefas matemáticas. Em geral, a professora não distribuía pelos alunos o enunciado da tarefa proposta nem escrevia-o no quadro, originando a necessidade de o ler em voz alta na forma de ditado. Após ou durante a leitura e registo escrito realizados pelos alunos, a docente clarificava algumas palavras ou conceitos matemáticos envolvidos no enunciado, tentando contextualizar a expressão com o dia-a-dia dos alunos:

Aluna: – Ó professora, o que é alternadamente?

(...)

Professora: – Alternadamente. Vejam lá se não será isto: pérola grande, pérola pequena, pérola grande, pérola pequena, é ou não é alternadamente?

Alunos: – É.

Professora: – Vocês fazem colares, eu, pelo menos as meninas, já vi fazerem colares.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A leitura inicial do enunciado dos problemas apresentava uma estrutura de ditado com vista ao registo no caderno diário, assumindo-se uma conjugação do ensino da matemática com o ensino da língua portuguesa, nomeadamente na escrita de algumas palavras, através da repetição de sons característicos das letras utilizadas, e nas regras de pontuação:

Professora: – A soma de dois números é setenta e seis ... e seis, ponto final. Um deles...

Aluna: – É sempre em frente?

Professora: – Sim. Um deles é vinte e oito.

Outra aluna: – Qual é o outro?

Professora: – Um deles é vinte e oito, ponto final. Qual ... qua, qua, qua ...

Aluna: – É sempre em frente?

Professora: – Qual é o outro, ponto de interrogação.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A ligação entre o ensino da matemática e da língua portuguesa esteve bastante presente nas aulas de Carolina, por vezes de forma explícita – "Vamos ver se há alguma dúvida ao nível do vocabulário" [2008 abril _ aula _ 3.º ano] –, assumindo que os problemas de significação de palavras ou conceitos – "Não tem nenhuma palavra aí que vocês não saibam o que quer dizer, pois não?" [2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano] – eram transversais com o ensino da língua:

Professora: – Desceram dois andares e depois quatro, não subiram quatro. Se desceram dois e depois ...

Alunos: – Quatro.

Professora: – Isto é uma questão de português, não é matemática.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Aquando da utilização do manual, o registo não era necessário. Todavia, a professora assumia igualmente a primeira leitura do enunciado da tarefa matemática, aproveitando para ir discutindo com os alunos alguns significados de palavras ou conceitos:

Professora: – Para fazer uma viagem de comboio com destino a Espinho ... Destino quer dizer o quê?

Aluna: – Para onde ela vai.

Professora: – Que ela ia chegar a Espinho.

Outra aluna: – Ela quem, a Susana?

Professora: – A Susana consultou o horário dos Alfa Pendular, Intercidades da linha Lisboa - Porto. O que é isto?

Sara: – Posso dizer, professora? É um comboio que anda muito rápido.

Professora: – É um comboio. Ela ia de ...

Alunos: – Comboio.

Professora: – Até onde?

Alunos: – Até Espinho.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Os alunos reliam o enunciado da tarefa matemática aquando da apresentação das estratégias e soluções encontradas. Esta leitura também servia para ir testando a solução em relação às condições do problema:

Professora: – Vamos ver se está correto. Vamos lá ler isso, o problema, para ver se está certo.

Aluna (lê a partir do seu caderno diário): – Desenha e pinta as flores de acordo com as indicações: A flor amarela tem mais pétalas do que a flor azul.

Professora: – Está certo ou não?

Aluna: – Está.

Professora: – (Sobrepondo-se à tentativa de explicação) Explica, explica, desculpa, eu não devia ter interrompido.

Aluna (contando as pétalas das flores): – Uma, duas, três, quatro, cinco (amarela). Uma, duas, três, quatro (azul). Tem mais pétalas que a flor azul.

Professora: – Tem ou não tem?

Alunos: – Tem.

Professora: – Tem. Continua.

Aluna: – (Retoma leitura) Mas menos pétalas do que a flor vermelha. A flor amarela tem menos que a vermelha. (Contando as pétalas da flor vermelha) Um, dois, três, quatro, cinco, seis. (Recontando as pétalas da flor amarela) Um, dois, três, quatro, cinco. Está certo.

Professora: – Então, quem é que tinha mais pétalas?

Aluna: – Era a vermelha.

Professora: – Era a vermelha. Está correto ou não está?

Alunos: – Está.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A releitura do enunciado do problema pelos alunos apoiava a apresentação das estratégias e resoluções, mesmo incorretas ou incompletas. Por norma, todos os pares de alunos definiam os seus papéis na apresentação dos resultados: um aluno lia e o outro registava em simultâneo, no quadro, a resolução encontrada pelo grupo:

Aluna: – O Paulo e a Paula foram visitar a tia Anita, que mora num prédio de quinze andares. Quando entraram no elevador, já o elevador estava quase cheio. A Paula carregou no botão do andar onde mora a tia, mas a viagem não foi direta porque o elevador tinha a memória avariada. Subiram do rés-do-chão até ao oitavo andar, desceram dois andares ...

Patrícia (parceira de grupo): – Calma ... (escreve no quadro 8º)

Aluna: – Patrícia, aqui... Até ao oitavo andar, oitavo andar (Patrícia circunscrive o 8º num círculo). Desceram dois andares (Patrícia escreve «2º O» dentro de outro círculo) e depois quatro (Patrícia escreve 4 num terceiro círculo com um S exterior ao círculo), voltaram a subir um andar e, por fim, sete andares. Estavam finalmente no andar onde mora a tia (Patrícia escreve 7 dentro de um novo círculo). Qual é esse andar?

Patrícia: – O andar é o oitavo por causa que a ... (consulta caderno) tia vivia no oitavo andar e o oitavo andar é o último.

Aluna (exterior ao grupo): – Tenho uma dúvida, professora.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Em complemento com a leitura inicial da professora, os alunos repetiam a referida leitura do enunciado da tarefa matemática durante a apresentação da solução e estratégias de resolução, como forma de ir validando a resolução com o enunciar das condições do problema. A leitura não assumiu outra forma de comunicação matemática para além da verbalização dos enunciados das tarefas matemáticas.

O reforço da oralidade, conjugando a verbalização do discurso com o pensamento matemático, parece ter ocorrido durante a realização do trabalho de natureza colaborativa, a par da extensão da escrita matemática em resultado da descrição de representações figurativas e da leitura no apoio à argumentação justificativa das estratégias de resolução e soluções das tarefas matemáticas.

Padrões de interação e negociação de significados

Os padrões de interação e negociação de significados reportam-se ao tipo de questionamento, de interações e de negociação de significados entre a professora e os alunos. O questionamento parece restringir-se à focalização na resolução das tarefas matemáticas, pontualmente conjugado com questões de inquirição sobre novas situações decorrentes dos dados dos problemas. A autonomia dos alunos minimizou a existência de padrões de interação tradicionais entre a professora e os alunos e possibilitou a valorização dos conhecimentos matemáticos construídos em interação social. A negociação de significados parece incidir na cultura escolar e na regulação dos comportamentos com vista à aprendizagem da matemática.

Questionamento. Nas primeiras aulas observadas, as questões aos alunos, proferidas por Carolina, ocorrem durante a realização e apresentação das resoluções das tarefas matemáticas. Na construção dos painéis retangulares, as perguntas parecem direcionar os alunos para a resolução das tarefas – “Conseguiste com doze [quadrados], não consegues com dezoito?” [2007 junho _ aula _ 2.º ano] – e para a obtenção de resultados – “Qual é que falta aqui com doze [quadrados]?” [2007 junho _ aula _ 2.º ano] –, configurando uma focalização em procedimentos e resultados.

As questões de focalização surgem de forma regular ao longo das aulas, traduzindo um encaminhamento para os procedimentos matemáticos com vista à realização das tarefas matemáticas. As questões de confirmação são menos regulares, mas ocorrem também como auxiliadoras dos processos de resolução das tarefas matemáticas, conjugadas com questões de focalização:

Professora: – Quanto é que o Vítor mede?

Aluno: – O Vítor mede cento e vinte e três ...

Professora: – Centímetros. Para chegar aos dois metros, aos duzentos centímetros, ainda falta ...

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

Este tipo de questões de confirmação, conjugadas com a focalização na resolução das tarefas matemáticas, apela para o conhecimento de conceitos, tendo em vista a resolução dos problemas propostos:

Professora: – A soma de dois números é setenta e seis, o que é que isso significa? É uma parcela ou é o resultado?

(...)

Professora: – Qual é a operação inversa da soma?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Desde o início do trabalho de natureza colaborativa, na apresentação das resoluções da tarefa dos painéis, que a professora tenta ensaiar um outro tipo de questionamento através de questões-síntese com um objetivo inquiridor de estratégias e procedimentos. Contudo, a própria docente reconhece o papel redutor das primeiras perguntas realizadas:

Professora: – Porque é que são só seis [painéis]?

Alunos: – Porque não há mais nenhuma [maneira].

Professora: – Porque não há menos de seis? Perguntas óbvias, não é?

Alunos: – Porque nós conseguimos fazer seis.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

Nesta tentativa de inquirir os alunos, Carolina questiona-os testando os seus conhecimentos em novas situações, explorando a área dos painéis retangulares com doze quadrados:

Professora: – Qual é a área destes retângulos?

Aluna: – Ao todo?

Alunos: – Doze.

Professora: – Doze. Doze quê?

Alunos: – Quadrados.

(...)

Professora: – Vamos ver se vocês sabem! Se alguém consegue pensar!
Daqueles retângulos que estão no quadro, qual é o maior? Se há algum que é maior ou menor? Qual é o maior?

(...)

Aluno: – Professora, não há nenhum.

Aluna: – Há sim.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

Apesar das questões configurarem uma tentativa de genuína inquirição, a sua amplitude é demasiado reduzida, originando uma certificação de conhecimentos, característica das questões de confirmação. Carolina privilegia a aquisição de conhecimentos em detrimento da exploração do erro, ao valorizar e validar as respostas corretas, confinando as respostas incorretas para um segundo plano:

Professora: – Todos têm a mesma área. O que é a área?

Aluna: – É o espaço que ocupa (o espaço é utilizado como sinónimo de superfície).

Professora: – É o espaço que ocupa. Então quem é que tinha dito que não? Tu tinhas dito que não? Que havia um maior?

Aluna: – Eu disse que não havia nenhum.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

O questionamento dos alunos também acontece durante a apresentação das tarefas matemáticas, originando um contexto em que predomina a focalização em relação às estratégias de resolução dos problemas:

Professora: – Para facilitar o que é que devem fazer?

Alunos: – Um quadrado.

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Após a apresentação das resoluções e soluções dos problemas, Carolina, por vezes, questionava os alunos com perguntas que podem configurar inquirição, dada a sua natureza de extensão das questões originais das tarefas matemáticas. No seguimento da determinação da medida do lado de um quadrado, conhecido o seu perímetro, a profes-

sora questiona os alunos, confrontando-os com a irregularidade da medida dos pares de lados de um retângulo:

Professora: – Se fosse um terreno em forma de retângulo, será que podia dividir por quatro?

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

O questionamento na sala de aula surge em contextos de interação, originando um especial foco na resolução das tarefas. Neste sentido e atendendo à crescente autonomia dos alunos, o questionamento isolado das interações é diminuto e, quando ocorre, assume uma perspectiva de focalização nas resoluções das tarefas.

Padrões de interação. Nas primeiras aulas observadas, Carolina validava as resoluções dos alunos, durante o trabalho em grupo, com pequenas expressões de confirmação sobre a correção da resolução efetuada. Durante a construção dos retângulos com diversos números de quadrados, a professora validava as soluções – “Exatamente” [2007 junho _ aula _ 2.º ano] –, incentivando a descoberta de outras hipóteses – “Essa é uma maneira, vais experimentar fazer de outra forma” [*Idem*] – ou invalidava as soluções incorretas no decorrer e na síntese das atividades:

Aluno: – Nós experimentámos com o dez e só conseguimos fazer cinco.

Professora: – Cinco?!

Aluno: – Sim.

Professora: – Conseguiste fazer cinco maneiras com dez?!

Aluno: – Sim.

Professora (confirmando os registos dos alunos): – Duas, quatro, seis, oito, dez. Dez, dez, dez. Afinal, esta é igual a esta. Ah, eu agora estava a achar estranho.

[2007 junho _ aula _ 2.º ano]

Na reflexão sobre a adequação da validação constante das atividades dos alunos, Carolina reconhece que o erro é também um recurso de aprendizagem: “Isso também é verdade, só com o erro é que nós aprendemos” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. A validação das atividades durante o trabalho autónomo dos alunos foi rareando, mas ocorria baseada em estímulos positivos de valorização dos desempenhos destes: “Boa” [2007 outubro _ aula _ 3.º ano].

Carolina começou por contrariar a validação prévia das atividades dos alunos, apesar de, por vezes, o fazer sem intenção – “Não me apercebi e disse-lhe logo a resposta” [2008

novembro _ aula _ 4.º ano] –, assumindo desconhecer os resultados pretendidos – "Ainda não fiz os problemas, não sei quanto é que isso dá" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] – bem como a diversidade de resoluções dos grupos de alunos: "Apaguem o quadro, dividem o quadro mais ou menos em três, porque se houver mais do que uma solução, se houver mais do que uma maneira de fazer ..." [2008 outubro _ aula _ 3.º ano]. Esta atitude de reconhecimento das resoluções corretas e incorretas gerou nos alunos (e na professora) uma nova perspectiva sobre o erro. O erro passou a ser assumido como um dos processos naturais de aprendizagem, desde que tenhamos capacidade de o reconhecer:

Professora: – É com os erros que nós ...

Alunos: – Aprendemos.

Professora: – Aprendemos. Mas também não saber onde nós errámos, não serve de nada, não é?

[2008 abril _ aula _ 3.º ano]

Este reconhecimento do erro, com vista à reconstrução da resolução, é apontada por Carolina como a atitude mais adequada para os alunos, salientando a sua autonomia na identificação do errado – "Hoje, já não preciso dizer [se está certo ou errado]" [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] – e a importância da compreensão do erro como estratégia para evitar a repetição do mesmo erro:

Professora: – Perceber onde é que errámos é o mais importante, porque errar, errámos todos, mas se a gente não percebe onde é que errámos, a professora pode pôr o mesmo problema e continuamos a fazer a mesma asneira.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

O foco inicial no certo parece originar uma direção excessiva da atividade dos alunos com vista às resoluções corretas. Neste sentido, perante dificuldades destes, a professora encaminha-os para o resolução correta, utilizando o padrão de interação de funil ou de focalização: "Estou, ainda estou muito no funil a nível da língua portuguesa" [2008 janeiro _ encontro colaborativo]. No problema da ordenação das flores coloridas, a professora apoia uma aluna com dificuldade de interpretação lógica das condições do problema, utilizando o padrão de funil, limitando a aluna a concluir a frase da professora:

Professora: – A flor amarela tem mais pétalas que a flor azul. Toma atenção. A flor amarela tem mais pétalas que a flor az...

Aluna: – Azul.

Professora: – Azul. Tem mais. Mas a flor amarela tem menos pétalas que a flor ver....

Aluna: – Vermelha.

Professora: – Então, quem é que tem mais pétalas?

Aluna: – É a azul.

Aluno (risos): – A vermelha.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Perante a resposta incorreta, Carolina adota o mesmo tipo de padrão refazendo as questões em consonância com a resolução do problema:

Professora: – Vamos ver se está certo o que ela disse. A flor amarela tem mais pétalas do que a azul. Quer dizer que a azul tem...

Aluna: – Menos.

Professora: – Então, se tem menos, como é que pode ter mais?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Todavia, os padrões de interação mais frequentes entre a professora e os alunos, nas primeiras aulas observadas, podem ser caracterizados pela focalização nas estratégias – “A professora não disse que têm de fazer uma conta” [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] –, nos dados do problema – “Então, são quantas grandes?” [*idem*] – e nas resoluções das tarefas – “Trinta e cinco para quarenta são quantos?” [2008 novembro _ aula _ 4.º ano]. A focalização nas estratégias de resolução apresenta uma forte componente figurativa, denotando uma efetiva orientação da professora para a utilização de desenhos na resolução dos problemas:

Professora: – Para facilitar o que é que devem fazer?

Alunos: – Um quadrado.

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

O apoio figurativo surge como recurso significativo na resolução de problemas de medida. A professora apoia o cálculo do perímetro de uma figura focalizando os alunos na identificação dos lados da figura geométrica:

Professora: – Marca lá o lado de cada figura! Marca os lados!

[2008 maio _ aula _ 3.º ano]

A conjugação dos padrões de focalização e de extração parece ocorrer quando a professora pretende encaminhar os alunos, assegurando uma significativa margem de liberdade na resolução da tarefa. No problema da partilha das sandes, no caso de quatro sandes

para oito amigos, Carolina tenta fazer com que os alunos compreendam que o resultado não pode ser inteiro, pois existem amigos a mais em relação ao número de sandes:

Professora: – Tu dizes que comeram oito sandes? Estás a ver oito (exibindo oito dedos), mas só existem ... (exibindo quatro dedos)

Aluno: – Quatro.

Professora: – Então, as outras são como? Existem?

Miguel (do mesmo grupo): – Não.

Professora: – Então, como é que podem comer oito?

Miguel: – É para dividir.

Professora: – Não sei.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O acréscimo da participação dos alunos, inclusive na apresentação das estratégias e resoluções incompletas e incorretas, originou um nível superior de argumentação por partes destes em defesa dos seus procedimentos. Carolina acompanhava as explicações dos alunos, por vezes questionando-os como modo de obter indicações sobre o seu pensamento e as suas estratégias e ideias matemáticas. Nesta perspetiva, a professora tentava compreender as estratégias dos alunos, utilizando o padrão de extração, ou clarificar as ideias destes junto dos restantes alunos, mobilizando o padrão de discussão. O questionamento extrativo produziu, por vezes, um conhecimento sobre o pensamento dos alunos aquém da resolução, como foi o caso da obtenção da parcela em falta no seguinte problema: A soma de dois números é 76. Um deles é 28. Qual é o outro?

Os alunos efetuam corretamente (numa conta em pé) a diferença entre setenta e seis e vinte e oito, mas a explicação do procedimento revelou uma significativa incompreensão das operações adição e subtração, resultando num procedimento correto com um raciocínio incorreto:

Miguel: – A soma é uma conta de menos.

Professora: – A soma é uma conta de menos?

Aluno (exterior ao grupo): – É de mais.

Miguel: – A soma ...

Professora: – Ai! Então espera lá aí. Vocês fizeram isso...

Aluna: – A totoloto.

Professora: – O que é a soma?

Alunos (incluindo do grupo): – É uma conta de mais.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O desenvolvimento da comunicação gerou assim um profundo conhecimento dos erros e incompreensões dos alunos para além dos resultados dos problemas propostos:

Professora: – Porque é que fizeram uma subtração se diz aí uma soma?
Não estou a dizer que isso está mal. Só quero saber porque é que fizeram isso?

Miguel: – Porque a gente pensámos que a soma é uma conta de menos.

Professora: – Ai, foi por isso que pensaram que a soma era uma conta de menos. Foi, Mariana? Porque é que fizeram uma subtração? Porque pensavam que a soma era uma conta de menos?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

O padrão de extração também surgiu para compreender resoluções alternativas. No problema da determinação do lado de um quadrado sabendo o valor do seu perímetro, um dos grupos de alunos optou por dividir sucessivamente por dois de modo a obter a quarta parte do valor dado, como descrito anteriormente. Carolina tenta perceber o pensamento do aluno, utilizando o padrão de extração:

Dennis: – Mais alguém quer alguma pergunta? Diga.

Professora: – Eu. Eu ouvi o que explicaste à Bia. A Bia acabou por explicar, acabou por dizer, colocar a tua explicação, mas eu quero saber porque é que vocês se lembraram de dividir setenta e seis por dois.

Dennis: – Para descobrir a metade.

Professora: – Uma pergunta: metade do quê?

Dennis: – Metade de setenta e seis.

Professora: – Porquê?

Dennis: – Para depois saber a metade ...

Professora: – E essa metade de setenta e seis é o quê? É metade do quê?

Dennis: – Aonde, professora?

Professora: – Eu não estou a dizer que está mal, toma atenção, Dennis. A professora disse que estava mal?

Dennis: – Não.

Professora: – Não. Eu só quero saber é ... Tentar perceber o que é que vocês pensaram.

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

O questionamento parece inconclusivo, o que nos alerta para a dificuldade de conhecer o pensamento do outro, mesmo através de um questionamento com base no padrão extrativo. Carolina também parece conjugar os padrões de extração e de discussão, dado que, simultaneamente, pretende compreender o raciocínio dos alunos e clarificar os resultados anteriormente expressos. Num problema com dinossauros, a professora questiona os alunos com o objetivo de compreender a utilização do raciocínio lógico de exclusão das partes:

Professora: – Como é que vocês sabem que o Braquiossauro era herbívoro?

Aluno: – Eu sei, professora.

Sara: – Explica.

Aluno: – Era assim ... Então dizia ... Vamos ver às duas espécies carnívoras, não é, professora? Então, as duas espécies carnívoras eram o Tiranossauro e o Oviráptor ...

Sara: – Deixa-me lá intervir agora.

Professora: – Então, se eram esses dois ...

Sara: – O resto era herbívoro.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

A diferença entre os conceitos de área e perímetro também são explicitados por Carolina ao questionar sobre a construção de um retângulo com o mesmo perímetro e de diferente área de uma dada figura. A tarefa matemática solicitava a construção de dois retângulos com o mesmo perímetro da figura:

Professora: – Eu quero saber porque é que desenharam retângulos, não desenharam quadrados.

Beatriz: – Estava lá a dizer «Desenha no quadriculado dois retângulos ...»

Professora: – Ah! Então, tinha de ser retângulos? Explica-me uma coisa: além, tem sete quadradinhos (figura original de perímetro doze). E porque é que na figura que tu fizeste só aparece cinco?

Beatriz: – Porque a ...

Professora: – Quem é que sabe esta resposta?

Alunos colocam dedo no ar.

Professora: – Ali estão sete.

Beatriz: – Porque o que conta não é a área, é o perímetro.

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Neste episódio, podemos referir a incidência no conhecimento figurativo das formas geométricas, atendendo que parece existir, por parte do aluno, um desconhecimento do quadrado como um caso particular do retângulo. Carolina apoiava, por vezes, os alunos nos questionamentos como forma de explicitar as estratégias apresentadas, configurando um padrão de discussão entre a professora e os alunos, apesar do protagonismo dos alunos:

Mariana: – Quem correu mais foi o Raul, por isso o Raul tinha de ir em primeiro, não o João.

Professora: – E ela quer saber porque é que vocês puseram o João em primeiro lugar.

Carolina: – Porque estava aqui na imagem, Mariana.

Professora: – Espera, e como é que sabem na imagem que o João é aquele aluno?

Mariana: – Exato.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

A apresentação de estratégias menos assumidas como conhecidas gerou uma necessidade acrescida de explicação a todos os alunos. No problema da viagem de comboio, um grupo de alunos, para calcularem o tempo de viagem da *Susana* de Santarém (8:38) até Espinho (10:58), usou o algoritmo tradicional da adição com a hora de partida na primeira parcela – adicionando (8:38), a segunda parcela – adicionador, em branco, e a hora de chegada na soma das parcelas (10:58):

Fábio (preenchendo a segunda parcela): – Nós pensámos: Oito para chegar a oito, foi zero; três para chegar a cinco, dois; oito para chegar a dez, dois.

Alunos: – Hein!?

Professora: – Então, qual era a resposta?

Fábio: – Duas e vinte. Duas horas e vinte minutos que ele [ela] demorou.

Professora: – Vocês perceberam o que ele fez? Não têm dúvidas?

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Tento em vista a explicação do método aditivo utilizado por um aluno para obter a diferença entre dois valores respeitantes a horários, a professora interage com os alunos tipificando o padrão de discussão, em que se pretende ajudar os alunos na apresentação do seu raciocínio ao grupo turma.

Fábio: – Oito para chegar a oito ...

Professora: – Mas porquê é que puseste oito para chegar a oito, é isso que eles querem saber. Puseste oito do quê? Foi a hora do quê?

Fábio: – Foi a hora que começou a viagem.

Professora: – Foi a hora que começou a viagem. E aonde é que foste buscar esses dez e cinquenta e oito?

Fábio: – Ao Espinho.

Professora: – Ao Espinho. Foi a Espinho, vejam lá se não está aí Espinho!

Alunos: – Sim.

Professora: – E o que é que diz em Espinho?

Alunos: – Dez horas e cinquenta e oito.

(...)

Mariana: – Aqui está mais e ele está a fazer oito para oito.

(...)

Professora: – O que é que ele fez? Ele fez a operação inversa. Qual é a operação inversa da soma?

Alunos: – A subtração.

Professora: – A subtração. Para descobrir... Vocês repararam como é que ele pôs a conta? Ele quando pôs a conta, ele fez isto (apaga segunda parcela): pôs que abalou às oito e trinta e oito (indicando primeira parcela) e chegou às (indicando a soma) ...

Alunos: – Dez e cinquenta e oito.

Professora: – Tinha esta parcela (indicando segunda parcela)?

Alunos: – Não.

Professora: – Para descobrir esta parcela, a operação inversa da ...

Aluna: – Soma é a subtração.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Estes episódios caracterizam as interações na sala de aula e ilustram a significativa relevância dada ao conhecimento dos alunos para além dos resultados das tarefas matemáticas. Os alunos assumiram o discurso em sala de aula, manifestando uma autonomia significativa, restringindo o papel do professor e, conseqüentemente, a ocorrência de interações significativas exclusivas entre a professora e os alunos.

Negociação de significados. A negociação de significados matemáticos é ilustrado por Carolina ao relatar, num dos encontros de natureza colaborativa, a ocorrência de desa-

cordo entre si e uma das suas alunas sobre o conceito de par (de calças). A tarefa matemática em causa envolvia o produto cartesiano de duas variáveis:

Era um palhaço, tinha três blusas e três pares de calças. A moça faz aquilo, foram dois ou três que fizeram isto, não mais. A moça foi logo a primeira que mostrou e eu: «O quê? Dezoito maneiras? *Má atão* [Mas então], onde é que tu foste buscar isto? Onde é que tu foste buscar isto? Dezoito maneiras?».

[Encontro colaborativo _ Carolina]

Perante a interrogação de Carolina, a aluna negociou com a docente o seu significado de par:

«Então, professora, três pares de calças... A professora já disse que um par são dois».

[Encontro colaborativo _ Carolina]

A confrontação entre o significado social de um par de calças e o significado matemático de par, adotado pela aluna, parece resultar da ambiguidade entre conceitos sociais e matemáticos com denominação comum. A negociação de significados sociais tem por vezes relevância matemática, devido à natureza da sua representação. Num problema que envolvia degraus (conceito em parte definido pela professora):

Aluno: – O que são degraus?

Alunos: – Eh!

Professora: – Os degraus formam uma escada em cada ... [lance].

Outro aluno: – Piso.

Professora: – Não, piso é outra coisa. Mas vocês não têm dicionário?

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Um dos grupos de alunos acabou por representar treze degrau por não ter assumido que o piso superior da escada era o último degrau. Essa negociação é realizada pela professora com a colaboração dos alunos:

Professora: – Estão ali doze degraus, estão mais ou menos?

Nuno: – Estão treze, professora.

Professora: – Ah! Então e é preciso eu dizer? Vai lá explicar aos teus colegas porque é que estão treze além. Vai explicar, Nuno.

Nuno: – Estão treze porque o dez ...

Professora: – Explica além! Só eu é que tenho de reparar nestas coisas.

(...)

Professora: – Isto é um degrau, o último, mas é degrau.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

A necessidade de negociar as exceções ocorreu de novo no conceito de andar e piso. A existência do rés do chão originou uma negociação sobre a localização deste piso e dos restantes andares:

Professora: – Se tem quinze andares, e fala aí o quê? ... Que subiram do rés-do-chão. O debaixo,

Alunos: – É o rés-do-chão. É o da porta.

Professora: – O debaixo é o ...

Alunos: – Rés-do-chão.

(...)

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A existência do rés-do-chão não foi contabilizada matematicamente, originando soluções desadequadas do contexto do prédio que figurava no enunciado do problema:

Professora: – Ela desenhou quinze andares e o que é que desenhou mais?

Alunos: – O rés-do-chão.

Professora: – O rés-do-chão não é um andar?

Alunos: – É.

Professora: – E vocês contaram com o rés-do-chão?

Alunos: – Não.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

A localização do rés-do-chão como piso zero ajudou a professora a negociar a diferença entre subir oito pisos e subir até ao oitavo piso:

Professora: – O rés-do-chão é um?

Alunos: – Não.

Professora: – O rés-do-chão como é que se chama?

Alunos: – Zero.

Professora: – Eles não dizem que subiram oito andares, dizem que eles subiram até ao oitavo andar. Tomem atenção que é diferente. Se subirem oito andares, realmente contam quantos?

Alunos: – Oito.

Professora: – Oito. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito (contando os andares do esquema do prédio representado pelos alunos no quadro). Mas eles não subiram oito, subiram até onde?

Alunos: – Até ao oitavo.

Professora: – Até ao oitavo. Rés-do-chão, primeiro, ...

Aluna: – Segundo, terceiro, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo.

Professora: – Então, tomem atenção, são coisas diferentes.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

O significado e representação de conceitos matemáticos relativos às medidas em unidades de tempo também esteve presente nas aulas de Carolina:

Sara: – A viagem da Susana demorou dez e cinquenta e oito.

(...)

Professora: – Os dez e cinquenta e oito não são quanto tempo demorou a viagem, dez e cinquenta e oito é a chegada.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Para a professora, este tipo de dificuldade na significação entre o horário de chegada e o tempo de viagem é usual e de difícil compreensão: “Chegaram às dez e tal, era dez horas e tal de viagem” [Encontro colaborativo _ Carolina]. A temática da medida do tempo com o cálculo horário de percursos parece incluir também a negociação de processos matemáticos. Carolina refere que a conversão de horas em minutos e vice-versa é uma dificuldade para os alunos, provavelmente, por também se tratar de uma exceção de cálculo em relação à usual base decimal. Carolina interage com os alunos alertando para a dificuldade na conversão de horas em minutos ou vice-versa:

Professora: – Está tudo em horas. Até não tem muitas dúvidas. Quando está em horas e está em minutos, a coisa já começa a ...

Alunos: – A dificultar.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

Parece existir uma redução dos métodos de conversão de horas em minutos baseada nos múltiplos de sessenta por adoção de procedimentos ritualizados pela matemática escolar. Um aluno tenta negociar com a professora que cem minutos são uma hora e quarenta minutos (correto), mas obtém uma desvalorização desta afirmação por parecer não se enquadrar no saber escolar:

Nuno: – Cem minutos é uma hora e quarenta. Com mais trinta minutos, mais trinta e seis minutos ...

Professora: – Vocês concordam com isto?

Alunos: – Não.

Aluna: – Porque sessenta mais sessenta dá cento e vinte. Duas horas são cento e vinte minutos.

Aluno: – Sessenta minutos ...

Professora: – Sessenta minutos ...

Alunos: – É uma hora.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

Esta rejeição de uma outra maneira de converter horas em minutos, em favor da relação sessenta minutos igual a uma hora, parece estar marcadamente presente na sala de aula. Mesmo a integração dos dois sistemas de numeração – decimal e sexagesimal – na determinação dos minutos sobranes para além das duas horas parece ser dificilmente negociada pela professora:

Sara: – Cento e trinta e seis são quantas horas? São duas horas e ...
Temos que fazer trinta e seis menos vinte.

Aluna: – Porquê menos? Porquê menos vinte?

Sara: – Aqui já sabemos que cento e vinte é uma hora.

Professora: – São duas horas.

Sara: – São duas horas.

Professora: – Enganaste-te, sim.

(...)

Professora: – E o que é que são esses vinte?

Sara: – São dos cento e vinte.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano]

A utilização de processos sociais em confronto com processos matemáticos ocorreu também durante uma das aulas de Carolina em torno da leitura da informação acerca dos horários de comboios. Na tentativa de identificação de um comboio para efetuar uma viagem cujo destino ocorre antes das treze horas, num sábado de janeiro, a professora, em parceria com os alunos, procedia à análise de comboio a comboio atendendo ao tempo de chegada:

Professora: – Pode ser qual?

Patrícia: – Cento e vinte e três [refere número do comboio].

Professora: – Já temos o cento e vinte e três e o quinhentos e vinte e um [refere número dos comboios].

(...)

Professora: – Quinhentos e trinta e um [refere número do comboio].

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Entretanto, um dos alunos alertou a turma para a incorreção das interpretações matemáticas sem atender às observações com características sociais existentes no folheto:

Fábio: – Não, professora, vocês não repararam nas observações.

Professora: – Vamos ouvir o Fábio. Diz.

Fábio: – Vocês não repararam nas observações.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Este acontecimento redirecionou a resolução da tarefa, originando uma valorização da interpretação social dos horários para além da estruturação matemática dos dados existentes:

Professora: – Em janeiro, o comboio três está a circular?

Alunos: – Não.

(...)

Professora: – Podia ir no quinhentos e vinte e um?

Alunos: – Não.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

O contexto escolar específico é valorizado mesmo em situações com contexto social, originando uma valorização dos processos matemáticos na sala de aula:

Professora: – Eu também não reparei... E ainda bem que alguém dentro da sala... nas observações. E estava a fazer o mesmo erro que vocês.

[2007 novembro _ aula _ 3.º ano]

Uma outra situação em que não foi valorizado o contexto social e apenas aceite a negociação matemática do processo decorreu a propósito de dinossáurios, particularmente do Tiranossauro. A identificação de duas espécies de dinossáurios carnívoros decorria, matematicamente, da conjugação de um conjunto de informações dados, entre as quais as que viviam na Ásia:

Aluno: – Destas espécies apenas duas eram carnívoras, alimentavam-se de carne e viviam na Ásia. Descobre quais são.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

Uma das indicações em relação ao Tiranossauro é que vivia na Ásia e, por exclusão de partes, tinha de ser carnívoro:

Dennis: – Tiranossauro viveu na América do Norte e na Ásia.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

Contudo, os alunos utilizaram o seu conhecimento social para resolverem este problema:

Aluno: – O Tiranossauros viveu na América do Norte e na Ásia e depois nós soubemos logo que o Tiranossauro também era carnívoro.

Dennis: – Porque já o conhecemos por livros.

Outro Aluno: – Por livros ou por aquele ali?

Dennis: – Não, não foi por aquele ali, já conhecíamos.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

O não recurso ao conhecimento matemático originou uma desvalorização da resposta dada pelos alunos:

Sara: – Como é que vocês ficaram logo a conhecer?

Dennis: – Então, porque já sabíamos dele há muito tempo.

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

Este episódio revelou também uma negociação de processos matemáticos pela professora, em confronto com os processos sociais:

Dennis: – Eu já sabia dele porque já tinha lido muitos livros.

Professora: – De quem, já sabias de quem?

Dennis: – Do Tiranossauro. Há muito tempo, porque às vezes vou à biblioteca e pesquiso livros ... sobre o Tiranossauro.

Professora: – Então e quem não sabia, como é que soube?

Beatriz: – Se tu não soubesses, como é que sabias?

[2008 novembro _ aula _ 4.º ano]

Os processos algorítmicos também são regularmente negociados ou renegociados pelos alunos e pela professora:

Professora: – Nas operações de somar não interessa a posição da parcela, está bem? Na de subtrair é que o de cima tem que ser ma ...

Alunos: – Maior.

[2007 outubro _ aula _ 3.º ano]

Esta negociação decorre dos processos utilizados na transposição da adição de parcelas iguais numa multiplicação, entre alunas, mas com a presença da professora no discurso:

Beatriz: – Porque é que tu, em vez de fazeres três mais três, quatro mais quatro, foste fazer três vezes dois e quatro vezes dois e depois somar.

Sara: – É que a professora diz que, quando é os números assim iguais, muitas vezes mais vale fazer uma conta de vezes, já devias saber isso!

Beatriz: – Sim, mas como não era só para fazer uma conta, era para ... Fazeres três vezes dois, quatro vezes dois e depois somar, podias ter somado logo tudo.

[2008 abril _ aula _ 3.º ano]

Por vezes, a negociação de processos restringe-se a aspetos particulares dos algoritmos, denotando um conhecimento baseado na representação e, eventualmente, longe da signi-ficação, processo que a professora tenta renegociar:

Dennis: – Donde é que foram buscar o trinta e seis se o vosso resultado deu dezanove (refere-se ao algoritmo tradicional da divisão de 76 por 4, em que 36 aparece como dividendo auxiliar)?

Aluna: – Atão [Então], o trinta e seis ...

Professora: – Espera lá aí.

Aluna: – O trinta e seis é da conta.

Professora: – Ó Dennis, o trinta e seis é da operação. Espera aí que isto é uma dúvida que ele tem, que ele ainda não percebeu. Quando nós aprendemos a fazer o algoritmo da divisão, aprendemos que a divisão eram várias ...

Alunos: – Subtrações.

Professora: – Íamos retirando, íamos dando, foi ou não foi? (...) Claro que a professora disse que quem já tivesse dado o salto e não precisasse de ir fazendo as subtrações não fazia, foi ou não foi? Mas a Carolina, ou o grupo da Carolina, ainda precisa de fazer a subtração, entendido?

[2008 março _ aula _ 3.º ano]

Paralelamente com a negociação dos processos algorítmicos ocorre a negociação do significado de dobro e de metade baseado nos procedimentos de multiplicar por dois ou dividir por dois:

Professora: – Que metade ... O que é a metade?

Aluno: – É a dividir.

Aluna: – É cinco pessoas (refere-se a metade do valor de um ícone num pictograma).

Professora: – Quanto é metade de dez?

Alunos: – Cinco.

Professora: – Quanto é metade de vinte?

Alunos: – Dez.

Professora: – Quanto é metade de doze?

Alunos: – Seis.

Professora: – Quanto é metade de trinta?

Alunos: – Quinze.

Professora: – Entenderam bem o que é a metade?

Alunos: – Sim.

Professora: – E o que é o dobro de vinte?

Alunos: – Quarenta.

[2008 fevereiro _ aula _ 3.º ano]

A negociação de processos matemáticos parece incidir na valorização ou desvalorização dos conhecimentos sociais e abranger os processos algorítmicos e o cálculo de múltiplos e divisores. A negociação de normas sociais e sociomatemáticas na sala de aula de Carolina parece incidir na compreensão, no trabalho em parceria e na utilização de estratégias figurativas. A negociação das normas sociais valoriza a compreensão dos alunos – "Perceberam? Eu preciso é que vocês percebam" [2007 outubro _ aula _ 3.º ano] – e o trabalho em grupo – "Então, não usa a cabeça? Têm de trabalhar os três para perceber " [2008 maio _ aula _ 3.º ano].

A negociação de normas sociomatemáticas surge em relação à resolução dos problemas com o apoio figurativo, em complemento com o numérico:

Professora: – Como é que podem resolver as situações?

Alunos: – Desenho.

Professora: – Desenho.

Alunos: – Contas ou palavras.

Professora: – Contas ou palavras.

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano]

O incremento da participação dos alunos parece ter produzido um aumento de negociação de significados, particularmente em torno de conceitos não matemáticos. Carolina realça o seu novo posicionamento que parece facilitador da negociação de significados: "Tive um debate com a Beatriz, que é uma aluna, que foi interessantíssimo. Eu e ela parecíamos da mesma idade. (...) Eu argumentava a minha e ela argumentava outra vez" [2009 fevereiro _ entrevista]. Esta nova atitude resulta do saber que todos podemos negociar significados sem imposições nem exercícios de poder: "A nossa atitude de

também reconhecer, perante os alunos, que nós não somos aqueles que sabemos tudo, que também podemos aprender muito com eles” [2009 fevereiro _ entrevista]. A negociação de significados matemáticos parece incidir em três vertentes principais: os conceitos e os processos matemáticos e as normas com vista à aprendizagem da matemática e à realização do trabalho em grupo.

Colaboração, reflexão e prática

A participação de Carolina no trabalho de natureza colaborativa decorreu sempre num ambiente de grande envolvimento e autenticidade. A professora manifestou mudanças significativas na sua atitude perante a comunicação e o ensino e aprendizagem da matemática.

Investigador e trabalho colaborativo. Carolina manifestou sempre grande expectativa em relação ao trabalho de natureza colaborativa comigo e com as colegas. Nas reflexões iniciais, achava interessante poder ler as transcrições das aulas observadas – “É giro a gente ler o que é que diz” [2007 outubro _ encontro colaborativo] – como forma de se ver retratada. A sua entrega foi natural, não agindo condicionada pela presença da máquina de filmar: “Eu esqueci-me completamente que estava a filmar” [2007 outubro _ encontro colaborativo].

Nas primeiras aulas observadas, Carolina ganhou alguma ansiedade, dado que “Queria que eles [os alunos] falassem, mas eles não falavam” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo]. Não conhecia o investigador – “Nós não nos conhecíamos” [2009 fevereiro _ entrevista] –, para si era uma pessoa desconhecida – “Quando o António começou a entrar na minha sala era uma pessoa, entre aspas, desconhecida para mim também” [2009 fevereiro _ entrevista]. Contudo, a sua abertura foi total e a sua insistência em trabalhar com os alunos a comunicação foi originando resultados distintos de situações anteriores em que tentava sem orientação e incentivo – “Eu nunca cheguei à fase de ver resultados, porque nunca deixava” [2008 maio _ encontro].

Neste sentido, testemunha que “o trabalho que temos estado a fazer, ao nível da matemática, tem-nos [alunos] ajudado muito” [2008 janeiro _ encontro], gerando uma significativa mudança no trabalho em grupo e na interação entre os alunos – “Agora, não tem nada a ver” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo]. Ao contrário das anteriores situa-

ções, em que tentara promover a comunicação sem resultados significativos, obteve resultados consistentes pela continuidade do trabalho de natureza colaborativa e pela sua insistência junto dos alunos: "Agora não, agora vejo porque fomos insistindo, fomos fazendo, fomos fazendo, até que chegou o dia em que realmente aquilo começou" [2008 maio _ encontro].

Destaca o papel do investigador – «Tive o apoio, o apoio do professor também foi importante, o incentivo, o refletirmos. "Olha, podemos fazer assim, podemos ..." Também tem ... O facto de termos um apoio por trás tem muito a ver, dá-nos mais segurança, não é?» [2009 fevereiro _ entrevista] –, realçando o meu incentivo no desenvolvimento do estudo – “Perdia-se um bocadinho se fosse só entre as três. Tem de haver muita força de vontade para ser assim só entre as três, percebes?” [2009 fevereiro _ entrevista] – e a minha visão exterior – “Está fora, consegue ver melhor” [2009 fevereiro _ entrevista], que extravasa a natureza de um trabalho colaborativo entre colegas do 1.º ciclo.

Carolina assumiu, desde do início do trabalho de natureza colaborativa, alguma incomodidade em relação à comunicação na sala de aula. Questionava-se sobre os motivos que levavam os alunos a não comunicarem entre si e com a professora. Após o trabalho de natureza colaborativa, a professora realça o valor do trabalho desenvolvido e as causas que parecem estar associadas aos insucessos anteriores:

Isto tem sido muito rico para mim. (...) Eu sempre dizia assim: «Mas eles nunca conseguem dizer o que é que pensam, mas porquê?» E eu achava que era que aquilo era tão óbvio para eles que não conseguiam explicar, mas afinal eu é que numa tinha trabalhado aquilo como deve ser. (...) Aquilo no início gerava uma confusão tremenda, eles não conseguiam explicar, eu acabava por me enervar um bocado e não sei quê e aquilo não dava nada. Eu nunca insistia, como aquilo não dava, desistia. Nunca via resultados.

[2008 maio _ encontro]

Nesta aprendizagem – “Eu tenho aprendido bastante com este trabalho que temos estado a fazer” [2009 fevereiro _ entrevista] –, destaca o contributo das reflexões – “As nossas reflexões ... foi fundamental” [2009 fevereiro _ entrevista] – e da partilha de saberes, práticas e conhecimentos – “A partilha de saberes, a partilha de práticas, a partilha de conhecimentos para mim é fundamental no nosso crescimento profissional” [2009 feve-

reiro _ entrevista]. Os resultados nos alunos da comunicação e da interação entre eles decorreu do desenvolvimento do seu próprio conhecimento pessoal e profissional:

Eles, como tiveram a oportunidade da professora poder fazer este tipo de trabalho, a professora cresceu muito nesse sentido. E uma das potencialidades que eu acho que os miúdos têm é realmente a comunicação, não só matemática, pois a matemática ajudou para as outras áreas, noto muita diferença, já não é aquela, como era no início, mas porque é que fizeste? Fiz porque fiz.

[2008 outubro _ encontro colaborativo]

O "trabalho de quase três anos [letivos]" (...) "acabou por refletir-se na comunicação nas outras áreas" [2009 fevereiro _ entrevista], em resultado do empenho da professora e do reconhecimento da importância da comunicação como interação em todas as áreas de conhecimento. Carolina realça a relevância do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido nas outras áreas de saber e no seu próprio desenvolvimento profissional:

O trabalho que temos desenvolvido, para mim, tem sido fundamental até nas outras áreas (...) Todas aquelas reflexões que nós fizemos em grupo sobre as sessões, para mim foi, digo a si e tenho dito a várias colegas aqui, tem sido bastante positivo a nível profissional, tem feito crescer muito, porque não só ao nível da matemática, mas também nas outras áreas.

[2008 maio _ encontro]

Todavia, a professora assume a natureza pessoal do seu desenvolvimento profissional, conjugando-a com os momentos de trabalho colaborativo. Carolina não age em função do trabalho dos outros, mas assume a partilha como uma mais-valia profissional, geralmente não praticada por escassez de tempo: "A maneira como elas agem dentro ... Elas, as minhas colegas, agem dentro da sala não me tem feito mudar muito a minha atitude, sinceramente. (...) É pena a gente não ter mais tempo [para o TC] [2008 maio _ encontro]. O reconhecimento da aprendizagem como um processo contínuo é assumido por Carolina ao destacar que está sempre a aprender e pode ir sempre mais longe na sua aprendizagem:

Em relação à minha postura, eu acho que nós, professores, estamos sempre a aprender, pronto, sempre a aprender. Mesmo que nós já façamos algum bocadinho daquilo, podemos aprender outras estratégias, podemos melhorar aquelas que já utilizamos e, nesse sentido, acho que foi um contributo, que eu já tinha dito o ano passado também, tem sido um contributo muito grande para mim.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

Carolina destaca o papel de apoio e de incentivo do investigador, realçando a importância da partilha de saberes, práticas e conhecimentos.

Reflexão e mudança. Carolina interroga-se sobre os motivos que originaram a mudança significativa de atitude dos alunos – "Eu não sei como é que consegui!" [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] –, realçando sempre o papel do professor nesta alteração de práticas de comunicação – "Que raio de atitude é que eu tive para estes moços terem conseguido o que conseguiram?" [2009 fevereiro _ encontro colaborativo]. Um dos eixos centrais da sua ação foi o desenvolvimento do trabalho em grupo. Carolina reflete sobre a relevância dos alunos trabalharem em grupo desde os primeiros anos de escolaridade:

Eles estão habituados a trabalhar em grupo. Acho que não é só do facto de estarmos no final do terceiro ano, porque, se calhar, se tivessem sido logo no início ... Se tivessem começado logo a trabalhar em grupo no primeiro ano, se calhar, o ano passado, não se notava aquela grande diferença. Mas como eles nunca tinham trabalhado em grupo, pois notou-se uma grande diferença.

[2008 maio _ encontro]

Esta conquista profissional resultou do ultrapassar de medos e concepções sobre a interação entre os alunos, através da insistência numa prática:

Eu fazia pouco trabalho de grupo porque é a tal história ... Porque é que eu fazia pouco trabalho de grupo? Os moços levavam [mais] o tempo a discutir do que [a] fazer o trabalho. Exatamente como neste grupo, só que neste grupo eu insisti mais. E agora vou fazer outra, e agora vou fazer outra ... Insisti mais. Claro que, se calhar, eu chegava ali e, quando eles já começavam a querer, já desistia.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

Carolina destaca a componente de avaliação do trabalho em grupo como um fator determinante no progresso e desenvolvimento deste próprio trabalho entre os alunos: "Sempre que eles fazem um trabalho de grupo, eles autoavaliam. Autoavaliam-se a eles, o grupo faz a avaliação dos colegas, eu faço a minha. Eu acho que isso também ajudou muito. Muito, mesmo" [2009 fevereiro _ encontro colaborativo].

As práticas de comunicação assumiram mudanças significativas, desde logo na apresentação das tarefas matemáticas propostas aos alunos. Carolina interroga-se sobre as difi-

culdades de interpretação dos enunciados, que parecem ainda exceder o conhecimento ao nível de interpretação no âmbito da língua portuguesa:

A grande dificuldade realmente dos alunos é na interpretação e continua a ser. E há uma coisa que me faz confusão, porque eles, a língua portuguesa, mesmo enunciados de forma indireta, eles até chegam lá, a maior parte deles, há sempre exceções, não é? Mas chega à matemática, não chegam lá. E aquilo faz-me confusão. (...) Há dois anos que já trabalho com eles, não estive no primeiro ano, há dois anos que trabalho com eles, já há dois anos que temos este tipo de metodologia [trabalho de grupo]. Fazemos este tipo de exercícios, eu, para um conteúdo, faço exercícios sempre diferentes para depois não chegarem, verem e não saberem o que é que é, tento usar sempre uma linguagem mais ... (...) avançada (...) e mesmo assim, sozinhos, nas fichas de avaliação, não fazem.

[2008 maio _ encontro]

A validação prévia das soluções, originando um conjunto de resoluções certas e, na sua essência, iguais, parece ser um fator de desmotivação em relação à relevância das apresentações ao grupo turma. Um dos aspetos centrais da mudança das práticas de comunicação foi a minimização da validação e o reconhecimento dos saberes pessoais dos alunos:

Ai [Em relação à validação], eu acho que fiz uma grande evolução. (...) Claro que, às vezes, eu digo logo assim: «Não me consigo calar», não é? (...) Mas acho que fiz uma grande evolução nesse sentido. Evito ir aos grupos, porque realmente há coisas que, se a gente vai, a gente não consegue estar calados. (...) A gente não consegue estar calados. Portanto, evite ir. É preferível não ir do que ir e depois falar de mais, prefiro não ir.

[2008 maio _ encontro]

Esta mudança de atitude originou uma substancial alteração do papel do erro na aprendizagem. Os alunos começaram por assumir o erro com naturalidade, revelando, por vezes, ideias e conceções erradas, mas também processos com significado pessoal – "Eles até fazem um problema errado, mas aquilo até tem algum sentido" [2008 maio _ encontro]. A alteração das conceções a propósito do erro originou uma maior diversidade de estratégias e resoluções dos problemas, extravasando, por vezes, as resoluções previstas pela professora:

Eles não têm medo de ir fazer errado, porque eles já perceberam que há problemas que podem ser feitos de várias formas. Foi uma coisa que eu já percebi nesta turma, é que eles já perceberam que, apesar de resolverem diferente daquele grupo, não significa que o deles esteja errado. (...) A minha atitude mudou muito e influenciou este tipo de comportamento neles também.

[2008 maio _ encontro]

O assumir de uma variedade de estratégias e soluções na resolução das tarefas matemáticas e a valorização do erro como um recurso de aprendizagem no desfazer de concepções erradas e ideias matemáticas falsas resultou numa progressiva valorização do momento de apresentação e discussão das atividades realizadas pelos alunos em grupo turma:

O que eu noto na mudança de atitude é que eu antes ainda podia mandar [os alunos ao quadro com exercícios certos] o certo e perguntar quem tinha feito de maneira diferente, mas ali estava certo, estava certo, já não deixava mais ninguém, eu própria não deixava mais ninguém ir comunicar nada. Agora não, a minha atitude já é diferente, mesmo que mande os que têm certo, pergunto sempre se alguém fez diferente. E mesmo ao ver que o exercício está errado, eu deixo vir comunicar ao quadro, para nós seguirmos o raciocínio e ver onde é que erraram, para então poder explicar. Acho que houve uma grande mudança também.

[2008 maio _ encontro]

A abertura da professora em relação às resoluções diferentes e aos conhecimentos pessoais dos alunos parece ter originado uma diferenciação entre apresentações baseadas nos resultados – "Chegavam aqui, punham a resolução, e a partir daqui não conseguiam dizer mais nada. (...) Eu, na altura, queria muito os porquês" [2008 maio _ encontro] – e fundadas na liberdade comunicativa dos intervenientes – "Eu evoluí, porque, se eu não der oportunidade aos miúdos de comunicarem, eles também nunca poderão evoluir nesse aspeto, foi o que me aconteceu em anos anteriores. Eu não dava, não passava dali" [2009 fevereiro _ entrevista].

Carolina aponta como fatores de promoção das interações entre os alunos a sua deslocalização em relação ao quadro – "colocar atrás" [2009 fevereiro _ entrevista] –, a minimização de interferência nas discussões entre os alunos – "Quando eles comunicavam, tentar estar caladinha e esperar primeiro que eles comunicassem" [*idem*] –, deixando os alunos concluir as suas argumentações – "Enquanto eles estão a comunicar, eu não me meto, (...) deixo comunicar, deixo falar até ao fim" [*idem*] –, e a aleatoriedade na escolha da ordem das apresentações – "Já não escolho quem vai apresentar" [*idem*] –, evitando "escolher [apenas] aqueles [alunos] que tinham o exercício correto" [*idem*]. Carolina destaca, desde cedo, algumas destas mudanças como uma conquista pessoal com relevância para si e para os alunos:

Eu, a nível da comunicação, fiquei satisfeita porque acho que eles fizeram uma evolução. Eu e eles. Eu, porque tentei realmente colocar aqueles que fizeram os exercícios de forma errada, tentar ver porque é que estava errado e depois só ir mostrar a forma certa. Realmente houve ali, no início, uns que estavam a fazer aquilo bem e eu: «Vão no bom caminho». Quer dizer, não me consegui conter. Eu virei-me para o ... professor e disse «Já fiz asneira», porque não consegui. É uma coisa que está cá dentro de nós, temos de nos controlar. (...) Eles, a nível de comunicação, e eu, depois da reflexão que tivemos, acho que já tentei adequar melhor a minha atitude. Em relação a eles, pois noto uma evolução tanto a nível de aprendizagem ...

[2007 outubro _ encontro colaborativo]

A professora alerta para a necessidade de desenvolver a comunicação como interação desde o primeiro ano de escolaridade – “No primeiro ano, é fundamental começar logo com isto, porque, se a gente não começar logo com isto, a gente já os fecha” [2009 fevereiro _ entrevista]. As práticas de comunicação também parecem depender de forma significativa da natureza e quantidade das tarefas matemáticas propostas aos alunos: “Eu selecionei poucos exercícios, então, como selecionei, não havia a pressão do tempo. Eu também notei isso. Foi uma das coisas que eu notei” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo].

Carolina destaca, em todo o processo de mudança, o seu papel no conhecimento dos alunos ao nível da aprendizagem matemática – “Eu também tenho que perceber ... Às vezes vejo a ficha e está mal, mas porque é que errou se ele já sabe isto? Que raciocínio é que teve?” [2008 maio _ encontro] – e na ampliação das capacidades comunicativas dos alunos. A professora reconhece significativas mudanças nas suas atitudes – “A minha atitude é que mudou” [2009 fevereiro _ entrevista] –, ao longo dos últimos catorze anos, como profissional – “As minhas atitudes, nestes catorze anos, mudaram muito” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo] – e uma humildade própria de uma aprendente – “Tenho muito a melhorar” [2009 fevereiro _ entrevista] –, em partilha com os seus alunos – “Eu estou a aprender com eles, e eles sabem isso” [2009 fevereiro _ entrevista].

Carolina insistiu num trabalho diferenciado de comunicação, obtendo mudanças significativas nas suas práticas de comunicação matemática. Para a professora, existe ainda um longo caminho a percorrer, mas o trabalho de natureza colaborativa desenvolvido entre nós contribuiu de modo significativo para reforçar o seu conhecimento e desenvolvimento profissional.

Dois anos e meio depois, Carolina reconheceu a veracidade da escrita do caso, realçando as suas mudanças de atitude ao longo do trabalho de natureza colaborativa:

Reconheci-me. No início, vi que realmente tinha de estar sempre a meter o bedelho, sempre, sempre, sempre. Eu é que fazia as conclusões, acabava por condicionar a comunicação deles. Eles começavam a comunicar, mas eu é que tinha de continuar, nunca deixava os miúdos irem até ao fim. (...) No fim, praticamente só há diálogo entre eles, praticamente, não é?

[2011 julho _ encontro coletivo]

Classifica o trabalho desenvolvido como excelente – "Para mim, foi excelente" [2011 julho _ encontro coletivo] –, projetando algumas preocupações atuais em relação à transferência de conhecimento entre as áreas de saber:

Porque é que eles [alunos], na língua portuguesa, mesmo textos, às vezes, que transmitem informação de forma não direta, eles conseguem ir buscar a informação e, na matemática, eles não conseguem?

[2011 julho _ encontro coletivo]

Esta preocupação profissional parece revelar uma forte existência de processos escolares conjugados com um ensino-aprendizagem da matemática baseado no conhecimento do professor. Carolina testemunha que, apesar da relevância do trabalho desenvolvido, a sua atitude atual é de restrição da comunicação em sala de aula pautada pela homogeneização da aprendizagem dos alunos:

Eles começam a comunicar, mas, como eu acho que os outros não estão a perceber, o que é que acontece? A Carolina mete o bedelho, não os deixa terminar. (...) Tive esta experiência maravilhosa, vi resultados. E agora, estou a ter exatamente a mesma atitude que tinha com este grupo no início.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Carolina destaca o trabalho desenvolvido, mas alerta para o retrocesso de algumas das suas atitudes relacionadas com o enraizamento das conceções sobre a aprendizagem da matemática.

Capítulo 8

Caso Laura

No início da sua participação no projeto, em dezembro de 2006, Laura tinha 39 anos de idade e dezassete de serviço docente, sempre no 1.º ciclo do ensino básico. A sua integração no grupo de trabalho de natureza colaborativa resultou do convite efetuado pela sua colega Alexandra, do conhecimento que de mim detinha enquanto minha ex-formanda, no âmbito do curso de complemento da formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico, e da vontade de “aprender um pouco mais”, de criar uma “dinâmica (...) diferente com os pequenos” [2006 dezembro _ entrevista] ao nível da comunicação matemática. Neste capítulo, interpreto as conceções e práticas de comunicação matemática de Laura, salientando os seus pontos de vista e a evolução dessas mesmas conceções e práticas ao longo do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa.

Conhecimento profissional

Laura é bacharel com o curso do Magistério Primário, pela Escola do Magistério Primário em Torres Novas, e licenciada com o curso de complemento da formação científica e pedagógica para professores do 1.º ciclo do ensino básico, pela Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve. A professora frequentou a formação contínua em matemática para professores do 1.º ciclo do ensino básico, no ano letivo de 2005/2006,

e a formação no âmbito do programa nacional de ensino do português no ano letivo de 2007/2008.

A caracterização desta professora, na vertente do conhecimento profissional, estrutura-se nas formas paradigmáticas e narrativas e resulta essencialmente de dados obtidos nas entrevistas e em encontros de natureza colaborativa. A forma paradigmática de conhecimento profissional é questionada pela professora ao desvalorizar a dimensão teórica, onde se incluiu um conhecimento matemático abrangente, e enaltecer o conhecimento para a prática, resultante da formação inicial, complementar e contínua. A forma narrativa de conhecimento profissional decorre da regulação do desempenho dos alunos e da partilha de experiências e materiais entre os professores.

Forma paradigmática de conhecimento profissional. Laura caracteriza a sua formação académica teórica, baseada em “aulas muito expositivas”, em que “ditavam para nós escrevermos” [2006 dezembro _ entrevista], como desadequada para a prática profissional dos professores do 1.º ciclo. Na sua perspetiva, os conhecimentos teóricos adquiridos durante a formação inicial não a habilitaram para a prática profissional: “Eu acho que aquilo não tinha nada a ver com o que a gente depois aprende mais tarde e o que tem que fazer mais tarde” [*idem*].

Classifica igualmente o conhecimento matemático, resultante da formação inicial, como totalmente desajustado das necessidades de formação e da prática futura nos primeiros anos de escolaridade: “Nós normalmente vamos dar coisas mais básicas e havia lá colegas que não sabiam fazer contas de dividir, nós estávamos a dar matéria muito mais difícil” [2006 dezembro _ entrevista]. Para minimizar este tipo de desadequação, os próprios alunos tomaram a iniciativa de redirecionar algumas aulas para os procedimentos matemáticos diretamente relacionados com o ensino no 1.º ciclo: «Chegou a uma altura e dissemos: "Mas a gente não sabemos isto, não sabemos fazer aquilo"; mesmo coisas que esquecemos, que são básicas agora, mas que nós tínhamos que ensinar aos miúdos» [2006 dezembro _ entrevista].

Contudo, diferencia, de forma significativa, a dimensão do conhecimento para a prática, resultante do papel das práticas pedagógicas integradas na formação e dos respetivos professores orientadores dessas práticas: “O melhor era o que tínhamos nas aulas, onde se falava com os professores orientadores, aí é que nós aprendíamos mais qualquer coisa” [2006 dezembro _ entrevista]. Laura considera a sua formação inicial muito teórica

e pouco associada à sua atividade profissional, com a exceção dos momentos de prática profissional, centrando assim as formas paradigmáticas de conhecimento profissional no desempenho do professor em prática de sala de aula.

O seu conhecimento matemático parece resultar da experiência de lecionação dos conteúdos matemáticos do 1.º ciclo. Numa das aulas em que dois alunos discutiam, entre si, sobre a igualdade entre oito mais doze e doze mais oito, Laura aproveitou a minha presença para me questionar a propósito da propriedade da comutação das parcelas: “É a propriedade que é comutativa, não é?” Esta questão, conjugada com a referência à turma de que o aluno, conhecedor desta propriedade da adição, “já pode ir para o 5.º ano” [2007 novembro _ aula _ 2.º ano], parece significar alguma restrição dos conhecimentos matemáticos da professora aos conteúdos programáticos deste ciclo de ensino.

Em relação aos outros momentos de formação académica, como a formação complementar e contínua, a professora salienta a sua maior adequação à prática profissional. Em relação à formação complementar, refere que “aprendeu-se qualquer coisa, e o que aprendemos tem sido bom e tiramos frutos disso agora” [2006 dezembro _ entrevista]. No contexto da formação contínua em matemática, Laura valoriza a dimensão formativa, salientando as “formas de trabalhar diferente” e o modo como “explorar os conteúdos” [*idem*]. A propósito do trabalho desenvolvido no âmbito da relação colaborativa, Laura defende uma formação direcionada para novas práticas: “Se não formos chamados à atenção para... se não fizermos assim umas reciclagens, de vez em quando, e se as coisas não forem... modificadas... Temos mesmo de modificar!” [2009 fevereiro _ entrevista].

A professora assumiu de forma crescente alguma incomodidade em relação ao seu conhecimento matemático, especialmente na exploração matemática das intervenções dos alunos:

Se eu não percebo, como é que posso explicar? Se eu não entendo... (...)
O meu receio ainda continua a ser... Aquilo [o discurso matemático dos alunos] até tem qualquer coisa interessante, será que eu estou a ver o que lá está, para além daquilo? É isso que eu acho que me falta às vezes...

[2008 abril _ encontro]

Esta situação de insegurança em relação ao conhecimento matemático abrange também a atitude da docente em relação às interrogações dos alunos no âmbito das atividades matemáticas: “Eles [os alunos], quando fazem certas perguntas, eu receio que a pergun-

ta até pode ter qualquer coisa que eu não saiba ver o que está para além daquilo e ajudá-los a clarificar e a esclarecer certas dúvidas que tenham” [2008 abril _ encontro]. Laura tenta “remediar” estas situações com “aquilo que minimamente estou a perceber” ou recorrendo aos alunos, porque “às vezes eles conseguem perceber melhor e explicar melhor aos colegas do que nós. Estão a entender de outra maneira” [2008 abril _ encontro]. A professora tem adquirido um maior gosto pela matemática, em resultado das formações e do decorrer deste trabalho de natureza colaborativa. Como refere, para além dos alunos, “eu também ando a gostar mais, tento gostar mais” [2009 fevereiro _ entrevista] da matemática, apesar de ser o seu *calcanhar de Aquiles* desde criança.

Após o desenvolvimento de práticas de sala de aula com uma crescente participação dos alunos, as interrogações da professora revelam uma tomada de consciência que vai para além da perspetiva defendida inicialmente sobre as necessidades de formação matemática relacionadas estritamente com os conteúdos lecionados no 1.º ciclo. Esta mudança de visão parece ser motivada por uma maior abertura em relação à formação no âmbito do conhecimento matemático como forma de reforçar o sentido matemático nas interações com os alunos.

Forma narrativa de conhecimento profissional. Laura enquadra os contextos de formação, complementar e contínua, numa importante dimensão colaborativa gerada na partilha de experiências entre os professores e o formador. A docente valoriza as formações referidas por decorrerem em contexto profissional, em que os formandos se encontram em plena atividade profissional com a sua turma: “Já tínhamos os nossos alunos e a nossa turma, que também dava para experimentar...” [2006 dezembro _ entrevista].

Esta conjugação de fatores favoreceu as formas narrativas de conhecimento profissional, através da possibilidade de transferência de conhecimento pela partilha de experiência profissionais. Laura salienta essa dimensão narrativa de partilha dos saberes profissionais, valorizando as dinâmicas de trabalho entre os professores no âmbito da sua formação complementar e contínua: “Havia também muito a discussão entre nós. [formação complementar] Nós conversamos uns com os outros, tiramos dúvidas, damos ideias. (...) O grupo que nós tínhamos era muito dinâmico, falávamos e dávamos ideias [formação contínua]” [2006 dezembro _ entrevista].

Neste mesmo sentido, Laura valoriza o trabalho em escolas com muitos professores, onde é possível trocar experiências e conhecimentos, por vezes específicos em relação a

alguma área disciplinar: “Às vezes tiramos uma ou outra dúvida com colegas que sejam de português ou de matemática, uma coisa ou outra que se precise de ajuda, ou ir pedir ideias” [2006 dezembro _ entrevista]. Nesta perspectiva, a professora valoriza a existência de docentes do 1.º ciclo com formação específica nas diversas áreas de conhecimento. A valorização da partilha de experiências reflete-se no seu dia-a-dia profissional, nomeadamente nos trabalhos de parceria com os professores que lecionam o mesmo ano de escolaridade, através da troca de materiais: “O nosso grupo de ano aqui (...) é um grupo que se dá muito bem, (...) tentamos sempre ajudar uns aos outros, (...) partilha-se um ou outro trabalho” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta vertente colaborativa parece bastante significativa nas aprendizagens profissionais da professora e dos outros professores: “Há coisas que fico a saber que não sabia, com os outros colegas é a mesma coisa, com esta partilha e o tirar dúvidas uns com os outros” [*idem*].

Nos nossos encontros de natureza colaborativa, Laura valoriza especialmente as trocas orais de experiências, em contraponto com o estudo de documentos, por possibilitar um maior envolvimento pessoal: “Nós tiramos mais dúvidas, nós damos mais os nossos pontos de vista, tiramos também as nossas dúvidas de angústia, os receios, as inseguranças” [2008 abril _ encontro]. Neste âmbito, a docente considera que, se todas as professoras estivessem a lecionar o mesmo ano de escolaridade, a colaboração podia ser ainda mais vantajosa: “Havia, se calhar, mais uma entreajuda entre colegas do mesmo ano, se fizéssemos este tipo de atividades” [2009 fevereiro _ entrevista].

Nesta perspectiva, a dimensão de colaboração entre docentes parece estruturar parte significativa da forma narrativa de conhecimento profissional da professora. Este conhecimento estrutura-se fundamentalmente através da ação prática e da partilha de práticas bem sucedidas ou não entre docentes, particularmente a lecionarem o mesmo ano de escolaridade. A apropriação pessoal das práticas docentes e a sua narração aos outros professores consubstancia um conhecimento construído e partilhado, resultante de uma prática e, conseqüentemente, de um conhecimento profissional. Laura reestrutura as suas práticas enquanto as narra aos colegas, realçando uma dimensão reflexiva sobre a sua prática docente:

Isto correu assim na minha turma, mas, quando for na tua, tu faz, mas não faças assim como eu. Eu já vi, depois de a aplicar, que a coisa não deve ser assim, que deve ser feita de outra forma.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Para além da componente de partilha de conhecimentos e de experiências profissionais entre os professores, existe uma apropriação por parte da professora em relação à sua prática letiva que reflete uma forma de conhecimento narrativo relativo à planificação das tarefas e atividades. Laura planifica as suas aulas diariamente com vista à regulação sistemática dos desempenhos dos alunos. A planificação diária das aulas parece refletir uma preocupação constante com a aferição dos desempenhos dos alunos e a programação do dia seguinte em função desses mesmos desempenhos:

Prefiro [planificar] diariamente, porque o que se faz, às vezes não se consegue cumprir, (...) às vezes a gente planifica (...) e não corre nada daquilo como se planificou, tem que se alterar tudo e fazer de outra maneira noutra dia...

[2006 dezembro _ entrevista]

Laura recorre a diferentes fontes para planificar as tarefas para a sala de aula, nomeadamente à *Internet* e a diversos manuais:

Gosto mesmo de ir aos *sites*, mesmo ao da APM, (...) para ir buscar material para trabalhar. (...) Eu não uso muito o manual, gosto de ir buscar daqui e dali, tenho vários em casa, para ir buscar às vezes ideias diferentes e coisas mais criativas, porque às vezes os manuais são muito limitados.

[2006 dezembro _ entrevista]

Nas aulas observadas no âmbito do trabalho de natureza colaborativa, Laura optou recorrentemente pela realização de problemas ou tarefas abertas, tendo em vista o desenvolvimento da comunicação. A professora optou mais pelos problemas porque “ajuda-os [os alunos] a raciocinar” e por tarefas que “tenham assim um aspeto mais bonito, que veja que dê ali qualquer luta, que dê para conversar” [2008 abril _ encontro], valorizando a dimensão comunicativa. Contudo, segundo Laura, as aulas observadas foram *normalmente* semelhantes às outras: “Normalmente tenho a mesma forma de fazer, a mesma dinâmica” [2008 abril _ encontro]. Provavelmente, porque a professora gosta de apresentar, aos seus alunos, “sempre coisas novas, porque eles já veem tantas coisas diferentes” [2009 fevereiro _ entrevista] e tenta andar “uns passos à frente” [*idem*].

Como resultado da sua participação no trabalho de natureza colaborativa desenvolvido por nós, Laura defende a realização de menos tarefas matemáticas, de modo a dar mais espaço para promover a discussão e os momentos de partilha entre os alunos e o profes-

sor: “Temos aquela tendência para darmos muitas atividades (...) Eu já cheguei à conclusão que é darmos uma coisa e trabalharmos mais profundamente” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Para além da escolha das tarefas, Laura não planifica as suas intervenções orais, estas decorrem da própria ação:

Não preparo nada, vou pensando. Às vezes, quando estou a planificar a atividade penso: «isto é giro, pode dar isto, deixa ver o que é que eles...» Realmente a partir daquilo que eles forem dizendo é que faço, não é uma coisa já preestabelecida.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A ênfase do ensino no desempenho dos alunos remete-nos também para uma prática reguladora, baseada na execução dos procedimentos corretos, também matemáticos, pelos alunos: “Ando sempre em cima, para ver se corre tudo bem, dentro ou fora da sala de aula” [2006 _ dezembro _ entrevista]. Este enfoque parece resultar numa reflexão sobre a prática decorrente e centrada no desempenho dos alunos, com reflexos no desempenho da professora: “Porque é que falhou, vamos lá ver, e se eu agora experimentar de outra forma, amanhã experimento assim, para ver se dá de outra forma” [*idem*]. No decorrer do trabalho de natureza colaborativa, os alunos foram ganhando mais autonomia e a professora foi limitando a sua *omnipresença*: “Deixei que eles fossem mais autónomos” [2009 fevereiro _ entrevista].

Laura centra a sua prática profissional em duas vertentes: no seu desempenho e no dos alunos. A formação académica sustenta-se na aprendizagem dos procedimentos do professor para a prática docente e a experiência profissional decorre da regulação dos desempenhos dos alunos, mediada pelas partilhas profissionais com os outros docentes. Nesta perspetiva, o conhecimento profissional resulta de uma componente teórica orientada para a prática profissional e de uma componente prática baseada na reformulação sistemática do desempenho do professor em função dos desempenhos dos alunos.

Conceções sobre comunicação matemática

As conceções sobre comunicação matemática estão estruturadas nas vertentes da comunicação e da aprendizagem. As conceções de Laura sobre comunicação parecem sustentar-se na qualidade do seu discurso e nas práticas de emissão e receção entre a professora e os alunos no processo de ensino-aprendizagem da matemática. No decorrer do trabalho de natureza colaborativa, a professora assumiu a partilha de ideias e conhecimen-

tos matemáticos como uma forte componente da comunicação matemática. As concepções manifestadas sobre a aprendizagem, as quais surgem por vezes de modo explícito, parecem influir significativamente nas práticas de comunicação matemática, perspetivando-se assim uma forte ligação entre as concepções sobre a aprendizagem e a comunicação.

Concepções sobre comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, as concepções sobre a comunicação matemática centraram-se sobretudo no discurso da professora através da transmissão de informações – “Eles são pequenos e nós estamos a transmitir muitas coisas” [2006 dezembro _ entrevista], numa linguagem adequada ao nível etário dos alunos – “É importante também sabermos comunicar e saber o que estamos a dizer” [*idem*]. Laura manifesta dificuldade na adequação da sua linguagem ao nível dos alunos do primeiro ano – “A dificuldade às vezes de descermos ao nível deles e então ao nível mais pequeno, ainda custa mais...” [*idem*] –, revelando alguma centralidade do seu discurso na sala de aula.

A eficácia da comunicação matemática parece depender do discurso da professora, “se não for bem exposto, se eles não entenderem bem, se não esclarecermos como deve ser, eles nunca vão conseguir fazer bem” [2006 dezembro _ entrevista], pautado pelos momentos de *feedback*, oriundos da resolução de exercícios com caráter avaliativo: «Quando me vem uma ficha ou um exercício: "Mas, então, isto está tudo errado, não perceberam nada disto"» [*idem*]. A deteção desta *não aprendizagem* origina um refazer da prática e do discurso da professora com vista à eficácia comunicativa: “Planifico aquilo muito bem e depois tenho que voltar atrás e tentar fazer de outra forma, tentar fazer de uma maneira que eles todos entendam” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta sequência de emissão, *feedback* e reforço de emissão, parece associada ao modelo de comunicação como transmissão de informações, em que o reforço de emissão tenta garantir a efetiva transmissão dos conhecimentos e procedimentos matemáticos.

Na interação do professor com os alunos e entre os alunos, as concepções de Laura parecem refletir uma associação do papel do aluno com a atitude de recetor ativo: “Há miúdos que têm um raciocínio muito bom, muito rápido, eles apanham logo tudo, relacionam tudo logo muito bem” [2006 dezembro _ entrevista]. Em relação ao discurso dos alunos, no decorrer das atividades em sala de aula, Laura salienta a relevância das intervenções de alguns alunos: “Há miúdos que já se destacam (...) na maneira como falam,

como participam, na maneira como percebem os conteúdos, as matérias” [idem]. A valorização da emissão e recepção do discurso, na interação entre a professora e os alunos, parece igualmente associada à conceção da comunicação como auxiliar na transmissão de conhecimentos.

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, o discurso da professora ampliou-se numa busca de entendimento comunicativo para além da proximidade linguística com os alunos. Apesar de o discurso manter um papel relevante na ação da professora, “para explicitar melhor, para esclarecer melhor as dificuldades, as dúvidas que tenham” [2009 fevereiro _ entrevista], o aumento das interações entre os alunos e entre estes e a docente originou um crescente uso da linguagem: “Não me preocupava tanto com os vocabulários mais difíceis, agora já tenho noção. Mesmo eles, agora, estão mais despertos” [idem]. Laura passou a pedir-lhes que: «Quando não entendem qualquer coisa, por favor perguntem, tirem sempre essa dúvida, nunca fiquem com a dúvida» [idem], originando algum automatismo dos alunos na busca do entendimento.

As práticas de comunicação passaram assim a incidir numa maior interação entre os alunos e entre estes e a professora. Este objetivo parece ter sido assumido pela docente ao privilegiar a interação comunicativa entre os seus alunos. Laura reconhece que tenta “que eles tentem comunicar entre eles” [2008 abril _ encontro]. Neste sentido, procura que todos os alunos tenham hipótese de dar a sua opinião. Como destacou, numa aula, em relação à justificação dos procedimentos matemáticos por uma aluna à turma: “Ela também tem direito de se defender, ou não? Justificar aquilo que fez! Então, temos de lhe dar oportunidade (...) Vamos deixar os outros também terem oportunidade” [2008 janeiro _ aula _ 2.º ano].

O reforço das interações entre todos os alunos foi manifestamente positivo. Contudo, a professora refere que “aqueles que falam e que gostam, e que entendem muito, falam sempre (...), os que são tímidos (...) não abrem a boca” [2008 junho _ encontro colaborativo]. Esta conceção sobre a participação dos alunos na sala de aula, em função das suas características pessoais, parece ser reforçada inadvertidamente por Laura ao proteger da exposição pública os alunos que apresentam mais dificuldades: “Tenho muito medo que eles sintam... não saibam explicar muito bem, que se sintam muito diminuídos em relação aos comentários dos colegas” [2008 abril _ encontro].

Apesar da interação entre os alunos, na perspetiva da docente, ainda não “criar conhecimento” [2008 abril _ encontro], o aumento da sua participação na sala de aula foi geral e envolveu todos “na comunicação, na transmissão, na partilha” [*idem*]. Laura associa o acréscimo da participação dos alunos ao reforço da sua autonomia: “Eles participam muito mais, falam muito mais, são mais interventivos, não precisam tanto de mim, já se nota uma autonomia maior” [*idem*]. Mesmo os estudantes com manifestas dificuldades participam mais nas discussões quando conseguem “realmente defender aquela ideia deles” [*idem*], perante todos os outros alunos.

Esta mudança de conceção associada ao uso da palavra *partilha*, a par de *comunicação* e *transmissão*, parece indiciar uma conceção diferente de comunicação, agora como suporte da construção do conhecimento. Nesta perspetiva, Laura entende que o desenvolvimento da comunicação matemática decorre da gestão do tempo em sala de aula, como forma de aumentar os espaços de partilha entre os alunos: “Dar mais espaço e tempo aos miúdos para dizerem a sua forma de raciocinar, a forma de resolver situações, sejam elas numéricas ou não, pode ser geometria, pode ser qualquer coisa, estatística ou probabilidades, qualquer conteúdo da área” [2009 fevereiro _ entrevista].

A comunicação matemática adquire assim uma dimensão de interação, baseada numa partilha entre a professora e os alunos. Da sua parte, “é explicitar melhor, por exemplo os enunciados, é explicar bem as tarefas que eles têm de fazer” [2009 fevereiro _ entrevista] e “em troca”, da parte dos alunos, é “participarem mais e partilharem mais entre eles a forma como fizeram os raciocínios” [*idem*]. A professora passou a associar a comunicação matemática também à partilha de conhecimentos e a valorizar a participação de todos os alunos. Mesmo os alunos com maiores dificuldades de aprendizagem têm, aos poucos, participado mais nas discussões em sala de aula:

Há miúdos que não abriam a boca e agora estão muito à-vontade a falar. Não digo todos já, mas há miúdos que já se nota, mesmo miúdos, que não têm assim aquela grande facilidade na área da matemática (...), não têm grande problema em participar, mesmo que aquilo esteja errado.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, Laura optou, na generalidade das aulas, por propor aos alunos a resolução das tarefas em grupos de quatro ou, nas últimas aulas observadas, de dois alunos. Esta estratégia foi pensada pela professora como forma de incentivar a partilha – “Deixo-os partilhar muito.” [2009 fevereiro _ entrevista] – e a

participação dos alunos com maiores dificuldades na aprendizagem matemática. Deste modo, os alunos “que são mais fracos” sentem-se “mais apoiados” e não têm “problemas em se expor” [*idem*], porque a sua prestação resulta do trabalho do grupo.

As concepções de Laura sobre a comunicação parecem ter evoluído da centralidade do discurso da professora para as dinâmicas de interação entre os alunos e entre estes e a professora. O discurso e a linguagem da professora e dos alunos passaram a assumir uma dimensão interativa integrando-os na comunicação como componentes da interação social entre todos.

Concepções sobre aprendizagem. As concepções sobre a aprendizagem manifestadas por Laura, no início do trabalho de natureza colaborativa, surgem significativamente relacionadas com a percepção dos alunos sobre o conteúdo do discurso do professor e dos próprios alunos. A relação entre a receção ativa e a aprendizagem é salientada por Laura ao refletir sobre o desempenho dos seus alunos na descoberta de regularidades na decomposição do número nove em três parcelas:

Tinham que ver mesmo o que já estava feito, o que é que faltava para decompor aquele número. (...) Eles tinham que se orientar, como é que fariam. Eles nisso, mais ou menos. Há sempre um mais atento: «não, mas isso já está feito».

[2007 fevereiro _ encontro colaborativo]

A aprendizagem matemática parecer resultar da capacidade de memorização e esforço, consubstanciado na ação de pensar. Laura atribui as deficiências atuais dos conhecimentos dos alunos ao seu “poder de memória e de guardar lá dentro muito curto, esquecem-se muito facilmente das coisas” [2008 abril _ encontro], a par da *dificuldade* que eles têm de pensar. Neste sentido, associa a não resolução das tarefas matemáticas pelos alunos à ausência de atenção e esforço: “Estes brincam (...) eles estão cada vez piores, pensar é mentira” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano].

Esta concepção que associa a aprendizagem à retenção e memorização parece muito enraizada em Laura. Em diferentes ocasiões, a professora manifestou desagrado pela falta de atenção de alguns dos seus alunos, nomeadamente durante os momentos de discussão entre os grupos – “Aquele grupo não está a ouvir nada!” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano] – ou acerca das explicações da professora – “Não têm capacidade de ouvir!” [2008 março _ aula _ 2.º ano]. Contudo, o reforço do nível de participação dos alunos parece ter mudado “um bocadinho” a atitude de ouvinte dos estudantes, “estão mais

atentos, estão mais de olho..." [2008 abril _ encontro] e, conseqüentemente, a sua atitude perante o conhecimento. A atenção surge ligada à memorização organizada dos conteúdos. Laura salienta, perante os restantes alunos, a capacidade de memorização de uma das suas alunas, explicando metaforicamente a utilização do cérebro:

Professora: – Eu, no outro dia, quando estava a falar-vos dos problemas, disse que os problemas eram o quê? Eram como se fossem o quê?

Mónica: – Era uma história.

Professora: – Eu já sabia que esta sabia. Já sabia que a dona Mónica, pimba, apanha tudo o que eu digo e fica, assim é que é. Tem um belo sótão [colocando a mão na cabeça], um belo sótão arrumadinho onde guarda tudo, tudo, tudo.

(...)

Professora: – Ela tem um sótão muito arrumadinho, tudo em arquivos. E, quando precisa da informação, vai lá ao arquivo e tira.

(...)

Professora: – Tu achas que tens um cérebro para quê?

Alunos: – Para pensar.

Professora: – Para pensar, relacionar, guardar... e para quê? Para usares mais tarde.

[2008 junho _ aula _ 2.º ano]

A aprendizagem surge também associada à partilha de conhecimentos e à entreaajuda entre os alunos – “Quando se manda fazer a dois, é para se ajudarem” [2008 maio _ aula _ 2.º ano]. Laura parece ter integrado a interação entre os alunos em grupo turma como um dos fatores promotores da aprendizagem matemática, reforçando a sua convicção das vantagens do trabalho de grupo entre os alunos em torno de tarefas matemáticas mais abertas: “Eu prefiro sempre certas atividades, mesmo os problemas, gosto de fazer sempre em grupo, em grande grupo, para eles discutirem, gosto mesmo de fazer” [2008 janeiro _ encontro]. No decorrer do trabalho de natureza colaborativa, Laura parece ter expandido o seu entendimento sobre a aprendizagem matemática: “[Eu] já vi que eles também aprendem a saber fazer, é o tal saber fazer que eles querem que os miúdos aprendam. Realmente, eles aprendem a saber falar matemática sem estarmos sempre a fazer aquelas mesmas tarefas rotineiras” [2009 fevereiro _ entrevista].

A atitude dos alunos também mudou, na perspetiva da professora, eles agora “procuram saber e esclarecem-se e gostam de esclarecer os outros” [2009 fevereiro _ entrevista],

assumem uma atitude de aprendente e valorizam o discurso. A professora passou a valorizar mais os conhecimentos prévios e as estratégias de resolução dos alunos ao aperceber-se de que “eles também sabem outras coisas que, às vezes, até nós não vemos” [*idem*], que também sabem ensinar e aprender autonomamente: “Também sabem explicar, também sabem ensinar, também sabem ver de outra maneira, também sabem ir buscar outras ideias que eu, se calhar, não me lembrava, o que torna as aulas mais ricas e também ajuda os outros” [2009 fevereiro _ entrevista].

Laura mantém a conceção sobre a dificuldade de acesso às formas de pensamento de uma criança, por parte de um adulto, ao referir que “eles sabem explicar melhor aos outros (...) do que eu. (...) São crianças, sabem melhor como é na cabeça dos outros” [2009 fevereiro _ entrevista]. As conceções de Laura a propósito da aprendizagem matemática parecem ter evoluído da perspetiva de recetor ativo para aprendente na busca de um entendimento comum entre todos – alunos e professora. Contudo, apesar da valorização da entreaajuda entre os alunos, a conceção enraizada sobre a aprendizagem parece ainda resultar da capacidade de memorização e esforço dos alunos individualmente.

Práticas de comunicação em sala de aula

As práticas de comunicação da professora estão estruturadas em torno da linguagem e dos modos e formas de comunicação. Os modos de comunicação estruturam-se em duas dimensões centradas no discurso do professor – *unidirecional* e *contributiva* – e outras duas dimensões assentes no discurso de sala de aula – *reflexiva* e *instrutiva*. A linguagem refere-se a algumas características da linguagem matemática em sala de aula, particularmente na utilização das linguagens verbal matemática e simbólica, e na utilização de expressões categorizadas como *compreensões não ditas mas partilhadas* e *quasi matemáticas*, correntes neste ciclo de ensino. As formas de comunicação compreendem a oralidade, a escrita e a leitura matemática.

Modos de comunicação. No início do trabalho de natureza colaborativa, as práticas de comunicação de Laura parecem marcadas pela presença central da professora na sala de aula. Como refere, refletindo sobre a sua própria prática, não deixa os alunos “tomar a rédea” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo], assume sempre o papel de “mediador e acabou” [2007 outubro _ encontro colaborativo], como sinónimo de regulador dos dis-

cursos dos alunos. Ao tomar consciência das características do modo de comunicação *unidirecional*, Laura revê-se no propósito de conhecer de antemão as respostas às suas questões e de esperar que os alunos adivinhem o que ela tem em mente. Neste sentido, a professora “acha que partimos todos daqui [do modo de comunicação *unidirecional*]” [2008 janeiro _ encontro colaborativo] nas práticas de comunicação em sala de aula. Numa das aulas observadas, Laura verbaliza este sentimento de esperar dos alunos uma dada resposta, a propósito da resolução multiplicativa de um problema: “Eu já vi que têm, mas vocês não estão a dizer” [2007 novembro _ aula _ 2.º ano].

Contudo, muito raramente podemos associar o seu modo de comunicação ao *unidirecional*, modelo este que rejeita mesmo entre os alunos, refletindo sobre o modo como os alunos interagem uns com os outros. Laura critica uma prática diretiva e unidirecional, refletindo que os “miúdos com mais dificuldade, ajudam-se muito uns aos outros, (...) conseguem superar [as dificuldades] e chegar lá” [2007 outubro _ encontro colaborativo], ao contrário dos melhores alunos que, quando se propõem ajudar os colegas – «Ó professora, posso ir ajudar?» –, em vez de ajudar dizem tudo: «Aqui é assim, aqui é assado» [*idem*]. Laura manifesta discordância com este último tipo de interação entre os alunos: “Não é isso que eu quero” [*idem*].

As práticas de sala de aula não apresentam um modo de comunicação *unidirecional*, baseado no discurso único do professor, mas decorrem dos apelos repetidos de Laura à participação dos alunos na construção do seu próprio discurso:

Professora: – Hoje vamos fazer uma atividade que tem a ver com as figuras geométricas. Vocês lembram-se, nós já falámos de quê? Os quadrados, mais

Alunos: – Triângulos, retângulos ...

Professora: – Quadrados, triângulos, retângulos e ...

Alunos: – Círculos.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano]

Este episódio caracteriza o modo de comunicação *contributiva* muito presente nas primeiras aulas observadas, o qual foi rareando devido à crescente participação autónoma dos alunos. As práticas de comunicação iniciais da docente baseavam-se na valorização da contribuição dos alunos com intervenções curtas que servem para o professor aferir o conhecimento destes. Este modo de comunicação surge regularmente na apresentação de novos conceitos matemáticos e na síntese das atividades. Ao iniciar a apresentação

do conceito de área de uma figura plana comparando as superfícies de dois quadrados distintos, Laura utiliza a comunicação *contributiva* como forma de integrar os conhecimentos anteriores dos alunos no seu discurso. Após a apresentação de um dos quadrados, a professora exhibe um outro quadrado com diferente área:

Professora: – E aqui, o que é este?

Alunos: – Um quadrado.

Tomás: – Mais pequeno.

Professora: – É. Como é que sabes que é mais pequeno? Porque dizes que é mais pequeno?

Aluna: – Porque o outro é grande e o outro é pequeno.

Professora: – Como é que farias para comparar o tamanho dos dois? Anda cá (solicitando a participação, no quadro, do Tomás).

Aluna: – Punha um em cima do outro.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

O modo de comunicação *contributiva* passou a ocorrer quase exclusivamente na apresentação das tarefas matemáticas e na síntese das atividades desenvolvidas em sala de aula, como forma de sumariar as resoluções das tarefas matemáticas. Um exemplo do modo de comunicação *contributiva* na síntese de uma atividade, neste caso de estatística, baseada na leitura de um pictograma sobre preferência de instrumentos musicais, ocorreu numa das últimas aulas observadas:

Professora: – Cada bola valia dois alunos. No piano, tínhamos quantas bolas?

Aluna: – Três.

Professora: – Três bolas. Então queria dizer que eram quantos alunos?

Aluna: – Seis.

Professora: – Mas já sabíamos da informação anterior que...

Aluna: – Havia duas raparigas.

Professora: – Se havia duas raparigas que queriam...

Aluna: – Tocar piano... Tínhamos que ir juntar as outras duas bolinhas para sabermos o resultado que nos faltava.

Professora: – As outras bolas que sobravam, eram os quê?

Alunos: – Os rapazes.

Professora: – E se cada bola valia...

Alunos: – Dois. Dois mais dois são quatro.

Professora: – Eram quantos rapazes?

Alunos: – Quatro.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

A valorização da comunicação entre os alunos como objeto de reflexão foi referida por Laura, na entrevista inicial, para manifestar uma certa incomodidade com o prolongar dos momentos de discussão das estratégias e resultados dos alunos, no ano anterior, no âmbito da formação contínua em matemática:

No ano passado, fizemos atividades com geometria. Figuras com ângulos no *geoplano*. (...) Eles orientaram-se muito bem, tentaram, mexeram, experimentaram, fizeram, e depois foi o partilhar, aquilo demorou muito tempo, eu estava já aborrecidíssima com aquilo, mas eles não. (...) Eu já não podia com aquilo, mas eles estavam muito encantados.

[2006 dezembro _ entrevista]

No início do trabalho de natureza colaborativa, Laura reconhece a *mais-valia*, para os alunos, do modo de comunicação *reflexiva*, sem o adotar como procedimento corrente nas suas aulas devido ao *excessivo* tempo requerido para a comunicação entre os alunos. Contudo, ao longo do trabalho desenvolvido, Laura reconhece que a valorização da comunicação e do discurso dos alunos em sala de aula é uma das causas de valorização do processo de ensino-aprendizagem da matemática. Em anos anteriores, os seus alunos “não estavam tão participativos” [2008 abril _ encontro] porque “continuavam a fazer aquela... o seguro” [*idem*]. Os atuais alunos apresentam “outro traquejo, outra facilidade mesmo, e sem receio, engraçado... sem receio de dizer” [*idem*]. Os alunos são mais independentes e “trabalha-se mais a fundo, (...) trabalha-se mais a fundo porque há mais discussão” [*idem*].

A maior preocupação de Laura é não conseguir acompanhar matematicamente o pensamento dos seus alunos, nomeadamente quando apresentam perspectivas diferentes das suas conhecidas: “Estou sempre de pé atrás. Gosto pouco que eles fujam para as *oblíquas*, mas, se fugirem, estou sempre ali com receio” [2008 abril _ encontro]. A metáfora das *oblíquas* surge em contraponto com a ideia inicial da vontade da professora de conduzir os seus alunos *linearmente em frente*.

As intervenções de Laura, apesar de direcionadas para os conteúdos escolares, começam por apresentar características diferentes, em relação ao testar do conhecimento dos alunos, ao valorizarem a comunicação como objeto de construção do conhecimento mate-

mático. A exploração do enunciado das tarefas passou gradualmente a ser debatida entre a professora e os alunos, em contraponto com algumas das situações iniciais, como se exemplifica:

Professora: – Deixa ouvir aqui a Mónica. Diz lá, Mónica.

Mónica (lê enunciado de tarefa): – Observa a imagem com atenção e calcula o número de botões.

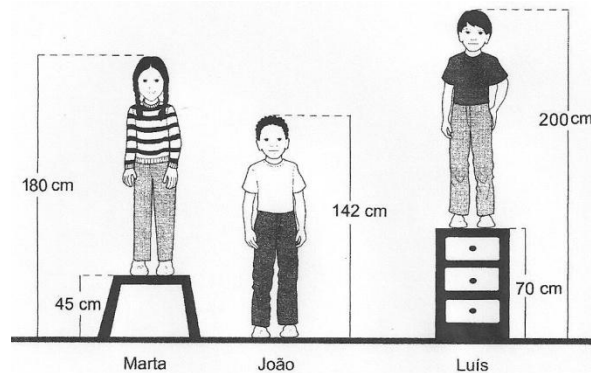


Professora: – Vocês têm de calcular o número de botões que têm os três casacos. Tem de aparecer aí qualquer coisita e depois põem a resposta.

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano]

A exploração dos enunciados das tarefas matemáticas passou a constituir um dos momentos importantes de interação entre a professora e os alunos, em grupo turma. Numa das aulas, a professora propôs aos alunos a seguinte tarefa da prova de aferição de matemática do 4.º ano, em 2001, com todos os valores em cm:

O Luís e os seus dois amigos andaram a brincar às alturas, como podes observar na figura. Os três amigos têm alturas diferentes.



Tendo em conta apenas as medidas indicadas na figura, escreve o nome dos três amigos, do mais baixo para o mais alto.

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

Durante a leitura do enunciado da tarefa, Laura explora com os alunos a compreensão do texto e da imagem. Após a leitura, a professora questiona:

Professora: – O que é que temos que ir saber?

Alunos: – É ...

Professora: – Um de cada vez. Quem quer falar põe o braço no ar, porque isto está um bocadinho para a anarquia.

André: – Temos que ir adivinhar quem é o mais alto e depois o médio e o mais pequenino.

Aluna: – Do mais pequeno para o maior...

Aluno: – Não ouviste, é por ordem crescente.

Professora: – Diga.

Aluno: – Ordem crescente.

Professora: – Crescente, porquê?

Aluno: – Porque aqui diz que é do mais baixo para o mais alto.

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

A clarificação dos enunciados das tarefas passou a ocorrer nas aulas com mais regularidade sem desvirtuar a sua resolução, geralmente a partir das interpretações iniciais dos alunos. Nesta mesma aula, a professora envolveu os alunos numa prolongada discussão sobre o enunciado da tarefa matemática com vista à sua integral compreensão:

Professora: – Eu podia já pô-los por ordem de nomes?

Alunos: – Não.

Professora: – Do mais baixo para o mais alto?

Alunos: – Não.

Caracol: – Esta menina tem 180, este menino tem 142 e este menino tem 200... metros.

Professora: – Duzentos centímetros.

Aluno: – Não, não, está errado. Estás a dizer mal, Caracol. Duzentos centímetros é da cabeça do menino até ao chão.

Aluna: – Aquela mesa-de-cabeceira também conta.

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

A propósito da exploração dos enunciados, Laura explica que «outra coisa que eu tenho tentado é eles interpretarem os enunciados sem irem logo para aquela coisa: "É menos ou é mais, é vezes". Explicarem sem estarem explicitamente a dizer é aquela operação ou outra» [2008 junho _ encontro colaborativo]. A par da discussão sobre as tarefas, as atividades matemáticas também passaram a usufruir de mais tempo para apresentação e debate das ideias e estratégias dos alunos. A professora deixou de limitar a apresentação da resolução das tarefas à verificação e registo das estratégias corretas, incentivando o

debate e/ou a clarificação dos procedimentos matemáticos. O episódio seguinte é demonstrativo da extensão da reflexão sobre as atividades realizadas, para além da sua resolução. Um dos alunos foi chamado ao quadro e começou por ler o enunciado do problema, o qual tinha duas alíneas:

Pinto (lê): – A tia Luísa deu ao Nuno oito chupa-chupas e o tio Bruno deu-lhe o dobro dos que a tia lhe tinha dado.

Professora: – Primeira pergunta.

Pinto (lê): – Quantos chupa-chupas deu o tio Bruno ao Nuno?

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano]

Após a resolução correta do problema, no quadro, Laura questiona os alunos, em grupo turma:

Professora: – Está correto o que ele fez?

Alunos: – Sim.

Professora: – Porquê?

Caracol: – Porque o dobro é juntar sempre o mesmo número que está, para fazer o dobro.

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano]

A discussão prolongou-se na exploração do conceito de dobro e na sua associação ao produto por dois. A alteração verificada nas práticas de sala de aula decorre da extensão da comunicação para além da resolução correta, contrariando a sua prática anterior. Como reflete Laura, no início *chegava à resposta certa e* “está feito, é assim, está tudo bem. Não há mais discussão” [2007 novembro _ encontro colaborativo].

Ao contrariar esta atitude, Laura passou a incentivar constantemente a participação dos alunos, nomeadamente em termos discursivos, nas atividades de sala de aula e no confronto de perspetivas. O modo de comunicação *reflexiva* ocorreu com outra regularidade nas aulas, em parte por manifesta intencionalidade da professora. Laura começou por encorajar os alunos a interagirem entre si, no seguimento da apresentação no quadro das atividades matemáticas de cada grupo de alunos. Com este objetivo, a professora utilizou expressões como: “Ninguém tem nada a dizer?” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano]; “Ali, há uns dedos no ar”; “Têm alguma coisa a acrescentar?” [2007 novembro _ aula _ 2.º ano]; “Vocês podem fazer perguntas àqueles que estão no quadro” [2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano].

Na apresentação das resoluções do problema da travessia do rio, num bote com um cão de caça, um coelho e uma couve – cada um destes elementos é levado isoladamente pelo *Joãozinho* e não podem permanecer na mesma margem, sem vigilância humana, o cão e o coelho ou o coelho e a couve –, a professora suscita o confronto de opiniões entre os alunos. A aluna Mónica apresenta uma resolução incorreta do seu grupo, escrevendo: «O Joãozinho leva o coelho no bote. O Joãozinho leva a couve ao colo e o cão ao lado, e seguiram caminho». Enquanto a aluna escreve no quadro, Laura estimula os alunos a confrontar a sua opinião com a resolução apresentada pela Mónica:

Professora: – Acho bem que olhem para o quadro e vão lendo o que se está lá a passar.

[2008 março _ aula _ 2.º ano]

Alguns dos alunos de outros grupos esperam de dedo no ar, como sinal de que querem questionar a colega. A professora volta a suscitar a discussão entre a aluna Mónica e os restantes alunos:

Professora: – Há braços no ar.

[2008 março _ aula _ 2.º ano]

A aluna escolhe um dos colegas para a questionar, iniciando assim uma discussão entre os alunos a propósito da resolução apresentada. Ainda nesta aula, no seguimento da conclusão sobre a impossibilidade de mais de dois *passageiros* no bote e a incorreção da resolução apresentada, um dos elementos do mesmo grupo apresentou uma nova proposta de solução, escrevendo: «Primeiro vai o cão. Segundo vai a couve. Em último vai o coelho». Perante a crítica dos alunos de outros grupos à nova resolução apresentada, Laura desencadeia novamente um importante momento de discussão, ao incentivar a argumentação e a contra-argumentação:

Gonçalo: – Eu já sei o que está mal.

Professora: – Então vai lá, Gonçalo. Vai para o quadro dizer o que está mal. Vai o Gonçalo. Tiago, ficas aí para te defenderes.

[2008 março _ aula _ 2.º ano]

A exploração das resoluções incompletas e erradas por parte da professora foi uma das alterações decorrentes do trabalho de natureza colaborativa, a qual possibilitou uma comunicação mais reflexiva entre os alunos e entre estes e a professora. Usualmente, Laura, perante este tipo de resoluções, diria: «Isto está mal. Tu achas que sim, o que é que dizia lá?» [2008 abril _ encontro]. A crescente participação dos alunos originou

também uma partilha entre a professora e os alunos no papel de validação matemática. Os alunos, por vezes, até assumiram o papel de *professor* associado ao ensino e à validação dos resultados das resoluções das tarefas matemáticas propostas. Laura passou a incitar os alunos na validação e confirmação do desempenho dos colegas:

Professora: – Olha, eu não sei. Vocês é que estão a corrigir aquilo.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

A integração das ideias dos alunos através de processos de comunicação é salientada pela professora ao referir que vai “buscar outras formas que às vezes até não esteja a ver e que eles estejam a ver” [2008 abril _ encontro]. A discussão dos resultados e das estratégias e ideias matemáticas dos alunos contribuiu para diminuir a *omnipresença* da professora e aumentar a participação dos alunos no discurso de sala de aula. Estes momentos comunicativos são caracterizáveis como modos de comunicação *reflexiva*, atendendo à relevância assumida do discurso. Na análise do significado das barras de um gráfico, respeitante a programas televisivos, os alunos validam entre si possíveis soluções da questão proposta:

Mónica (lê questão): – Que tipo de programa foi escolhido por mais alunos?

Professora: – Ora bem, que tipo de programa... O que é que vocês responderam?

Mónica: – O tipo de programa mais escolhido pelos alunos é a Música.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Alguns alunos querem participar apresentando o modo como escreveram, apesar de todos concordarem com a resposta da colega. É neste contexto que os alunos, após a interrogação da professora sobre a possibilidade de respostas distintas, assumem a definição dos critérios de validação das respostas:

Professora: – Disseste outro programa?

Alunos: – Eu não.

Aluna: – Quem tem Música, tem bem.

Aluno: – Só basta pormos o mesmo programa e está tudo igual.

Outra aluna: – Desde que a frase tenha sentido.

Aluna: – E tenha a dizer Música.

Aluno: – Está tudo bem. Se tivermos outro programa é que está mal.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

A consciência dos alunos sobre a validação das tarefas foi crescente. Como refere Laura: “Eles sentiram que também eles sabem resolver aquilo sem estar sempre alguém a...” [2009 fevereiro _ entrevista]. A validação assumiu mesmo relevância no discurso oral para além da apresentação escrita das respostas aos problemas e outras tarefas matemáticas, sustentando a importância das ideias expressas pelos alunos. Nesta mesma aula, a propósito de uma outra questão e de uma resposta incompleta, os alunos discutiram entre eles a validade da retificação oral de uma resposta escrita. A aluna Inês começou por referir que «A barra A tem 3 alunos». Após algumas intervenções dos alunos, a Inês completou oralmente a sua resposta: «Três alunos votaram para o Filme de Aventuras». Os alunos ficaram expectantes. Apesar de concordar com a colega, a aluna Daniela questiona sobre a validade da reformulação oral:

Daniela: – Ela agora tem escrito só quantos alunos tem a barra A. E aqui diz: «Escreve uma frase que traduza a informação representada pela barra A».

Professora: – O que é que a barra A representa? [alunos agitam-se] É um de cada vez a falar.

Daniela: – É os Filmes de Aventuras que a barra A representa.

Aluno: – Ó Daniela, mas ela acabou de dizer, não ouviste ela a dizer?

Daniela: – Mas eu disse: «Agora ela tem escrito na ficha que só tem 3 alunos».

Aluno: – Mas depois ela disse outra vez e já tinha o nome [outros alunos apoiam esta posição].

Daniela: – Sim, mas ela ainda não corrigiu, ela está a ouvir e depois é que vai corrigir.

Aluno: – Daniela, já acabou de corrigir. Disse logo para nós todos.

Daniela: – Sim, mas ela agora tem escrito mal.

Alunos: – Não tem, porque ela já corrigiu.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

A validade do discurso oral assumido pelos alunos, em retificação do discurso escrito, parece denotar alguma valorização da oralidade nos processos de *justificação* da validade das afirmações e dos resultados, bem como uma significativa prática de confronto de opiniões em torno da correção das resoluções. Laura salienta que, na avaliação do trabalho dos colegas, os alunos “são mais críticos do que eu, são mais de andar ali em marcação cerrada uns com os outros” [2009 fevereiro _ entrevista]. Todavia, os alunos também assumiram a valorização das ideias e desempenhos dos colegas e mudaram algu-

mas características do seu discurso. O *está bem* ou *está errado* foi substituído, por vezes, pelo concordo, denotando um maior respeito pela opinião dos outros alunos:

André (lê): – Tenho seis faces, todas planas. As faces têm todas a forma retangular. Têm doze arestas e oito vértices. Sou... Posso dizer? Paralelepípedo.

Aluno: – Está certo.

Outro Aluno: – Concordo.

Alunos: – Concordo.

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

Laura caracteriza os seus alunos mais comunicativos como resultado deste trabalho de natureza colaborativa, salientando a vertente oral:

Eles estão mais desenvolvidos na maneira de estar na sala, de falar e mais atentos. Já não prestam só atenção ao erro no quadro, agora já tomam atenção aos erros que os outros dizem oralmente. Já estão mais despertos para esse tipo de situações. E depois contrapõem sempre.

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo]

Apesar da dificuldade em identificar episódios relevantes do modo de comunicação *instrutiva*, a integração no discurso das ideias dos alunos é manifestamente mais frequente na sala de aula. A partir da pavimentação do tampo de duas mesas iguais, com quadrados iguais mas diferentes entre as mesas, Laura questiona os alunos:

Professora: – O que é que vocês acham em relação a estas duas mesas?

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

Após intervenções dispersas e complementares de alguns alunos, uma das alunas sintetiza o raciocínio dos colegas do seguinte modo:

Márcia: – Os maiores ocupam mais e os menores ocupam menos.

Professora: – Alto lá, o que é que tu disseste?

Márcia: – Os maiores ocupam mais e os pequenos ocupam menos. Os maiores usam-se menos e os pequenos usam-se mais.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

O aparecimento dos modos de comunicação *reflexiva* e *instrutiva* resultou da valorização da participação e dos conhecimentos dos alunos. Esta perspetiva desencadeou também uma crescente reflexão da professora, durante a própria ação, sobre a condução das aulas. Numa situação em que os alunos tinham que comparar o peso de seis laranjas, de 150 gramas cada, com oito maçãs, de 100 gramas cada, Laura reflete durante a aula

sobre a sua ação, nomeadamente em relação ao não questionamento dos alunos a propósito dos pesos dos conjuntos das laranjas e das maçãs, antes da realização dos cálculos:

Professora: – Eu fiz mal, foi não ter feito logo a pergunta antes de vocês começarem a resolver. Foi assim: vocês têm oito maçãs, têm seis laranjas, quais são mais pesadas? E vocês iriam dizer o quê? Se é oito, aquele é mais pesado. Então vamos lá verificar! Fiz a asneira, fiz a asneira.

[2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]

A integração das ideias e estratégias matemáticas dos alunos passou a ocorrer com maior regularidade. A participação dos alunos, nas discussões de sala de aula, extravasou as rotinas do modo de comunicação contributiva, decorrente da tomada de consciência por parte da professora do seu controlo discursivo na sala de aula e da importância da participação autónoma dos alunos na construção do conhecimento matemático. Esta participação manifestou-se também na análise e reflexão sobre a natureza das tarefas matemáticas propostas pela professora. Laura refletiu com os alunos sobre a resolução do problema da travessia do rio, após a sua compreensão:

Professora: – Foi fácil?

Alunos: – Não.

Professora: – Foi difícil, não foi?

Alunos: – Sim.

Professora: – Só se chegou lá com alguma ajudita, não foi?

Caracol: – A professora ajudou-me, mas a maior parte de tudo fui eu, neste grupo. Disse assim: «Vai levar o coelho, nham... nham...». Consegui chegar lá.

Professora: – Chegaste lá, como chegou aquele grupo, assim que eu disse: «Mas eles podem andar também para trás, voltar para trás». Foi aí que a Leonor disse: «Então, assim o coelho volta para trás e fica lá a couve e volta o outro para trás».

[2008 março _ aula _ 2.º ano]

A intencionalidade comunicativa da professora extravasou igualmente a resolução dos problemas e inseriu-se na discussão dos procedimentos, caracterizando uma prática comunicativa *instrutiva*. Após a construção das planificações do cubo, por tentativa e erro, Laura discute com os alunos a dificuldade crescente de encontrar novas planificações:

Professora: – Qual foi a [planificação] que vos custou mais a fazer? Foi ao princípio ou mais para a frente?

(...)

Aluno: – Ó Professora, a gente lá mais para a frente... «deixa lá ver se esta dá», íamos pensando e a gente não conseguia chegar lá muito bem.

[2008 outubro _ aula _ 3.º ano]

Nas últimas aulas observadas, apesar da diminuição do discurso da professora, acentuou-se a sua presença visual na sala de aula. Os alunos, mesmo quando interagiam entre eles, dirigiam o discurso para a professora. Laura reflete sobre este aspeto, ao visionar filmagens das aulas: “Pois, é a tal coisa, eles falam mas sempre virados para mim, não entre eles. Mas estão a explicar” [2008 outubro _ encontro colaborativo]. Globalmente, apesar de a professora não parecer tão ativa na promoção da comunicação, eventualmente condicionada pela *extensão* do programa do 3.º ano de escolaridade, os alunos adquiriram uma autonomia comunicativa com características reflexivas, impondo um nível de discussão e de debate das atividades com relevância matemática.

Linguagem. A linguagem utilizada nas aulas de Laura resulta essencialmente da conjugação das linguagens corrente e verbal matemática, próprias desta área de conhecimento. A par da linguagem corrente, a linguagem verbal matemática é regularmente utilizada, nomeadamente na designação de quantidades numéricas, de objetos geométricos e de medidas tradicionais. A professora, por vezes, induz os alunos a utilizarem algumas das antigas medidas tradicionais, como foi o caso numa das aulas em que os alunos tinham de construir o enunciado de um problema com os valores 136 e 25. Um dos alunos apresenta o enunciado do problema construído pelo seu grupo:

Tiago (lê): – O Tiago, no sábado, foi à Praça Municipal de Portimão comprar sardinhas. Na bancada havia 136 sardinhas e comprou um quarteirão de sardinhas. Quantas sardinhas ficaram na banca do peixeiro por vender?

[2008 junho _ aula _ 2.º ano]

Após a discussão, em grupo turma, sobre a operação aritmética a utilizar na resolução deste problema, Laura interage com os alunos na exploração da definição de *quarteirão*:

Professora: – Eu é que lhes sugeri, dei-lhes ali um *empurrãozito*. A Lara disse assim: «O que é o vinte e cinco?». Ela disse assim: «O vinte e cinco é a quarta parte de cem». Se é a quarta parte de cem...

Alunos: – É um quarteirão.

[2008 junho _ aula _ 2.º ano]

A partir desta relação, Laura aproveita para explorar outras unidades de medida tradicionais:

Professora: – Se for doze, podemos dizer o quê? O doze.

Lara: – Uma dúzia.

Professora: – Se tivesse o seis, podia-se pôr o quê?

Alunos: – Meia dúzia.

Professora: – E se tivesse dezoito?

Mónica: – Dúzia e meia.

[2008 junho _ aula _ 2.º ano]

A discussão em torno da denominação de quantidades numéricas é uma das atividades com alguma relevância na utilização da linguagem verbal matemática, nas aulas da professora. A linguagem simbólica é frequentemente utilizada na notação dos números e operações, mas praticamente ausente nos conteúdos de geometria e de estatística. A professora utilizou notações simbólicas matemáticas para representar a decomposição do número nove em três parcelas, no 1.º ano de escolaridade, como “ $9 = 4 + _ + _$ ” [2007 janeiro _ aula _ 1.º ano], e representações visuais – cinco segmentos paralelos ordenados de modo crescente para representar as alturas de cinco amigos – [*idem*]. A utilização das representações visuais descritas foi um eficiente recurso na resolução de um problema de ordenação de alturas. Os alunos “andavam ali um bocado perdidos” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo], com a representação visual, eles “orientaram-se a partir dali” [*idem*], como salienta a professora. As representações visuais por iniciativa dos alunos não surgiram de modo relevante nas aulas observadas, para além da utilização de setas para associar dois nomes num problema de cumprimentos.

As notações simbólicas incidem essencialmente nos números e nas operações aritméticas elementares, com especial foco nas operações e na discussão em torno da diferença de verbalização e significado decorrente da ordem dos fatores na multiplicação. Na resolução do problema dos botões, referido anteriormente, a professora questiona os alunos com vista à clarificação de significados entre 4×3 e 3×4 :

Professora: – Pode ser quatro vezes três? Porquê?

(...)

Diogo: – Pode ser três vezes quatro.

Professora: – É, porquê? Vai lá ao quadro dizer porquê.

Diogo: – Porque há três camisas e quatro botões.

Professora: – Em...

Diogo: – Em cada camisa.

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano]

Este domínio da linguagem verbal matemática e simbólica, por parte da professora, não parece extensível a alguns domínios relacionados com os ciclos de ensino seguintes, nomeadamente aos números racionais, reforçando a ideia do seu conhecimento matemático contextualizado ao 1.º ciclo do ensino básico. Laura, num dos encontros comigo, a propósito de uma questão colocada por uma colega, assumiu desconhecimento sobre a leitura de $4 \times \frac{1}{2}$, reconhecendo que $\frac{1}{2} \times 4$ é *metade de quatro*:

Investigador: – Uma é metade de quatro e a outra é quatro metades.

Professora: – Quatro metades...

Investigador: – Que dá dois na mesma. Quatro metades. Não sei se estás a ver?

Professora: – Um, mais um, mais um..., quatro metades, não estou a perceber, cá está...

Investigador: – Quatro metades. Isto aqui vai dar dois, não é? O resultado.

Professora: – Sim.

Investigador: – Quatro metades. Tenho uma metade, mais uma metade, mais uma metade, mais uma metade. Se eu juntar isto tudo, dá quanto?

Professora: – Dá quatro.

Investigador: – Quatro metades. Mas, em unidades.

Professora (após refletir alguns segundos): – Dá duas unidades. Se juntar duas metades mais duas metades, dá duas unidades.

Investigador: – Exato. Quatro metades.

Professora: – Isto é muito filosófico para mim.

[2008 abril _ encontro]

O uso e adequação da linguagem matemática dos alunos parecem ser uma das preocupações da professora, apesar da utilização de expressões pouco convencionais que podem ser categorizadas como *compreensões não ditas mas partilhadas*. Na primeira aula observada, ocorreu uma dessas situações a propósito da utilização do material *cuisenaire*:

Professora: – De que cor é o nove?

Alunos: – A cor do nove é o azul-escuro.

[2007 janeiro _ aula _ 1.º ano]

Laura utiliza expressões como “*quem manda*” com sentido matemático, ao mesmo tempo que adequa a linguagem dos alunos à linguagem matemática, como aconteceu numa aula em que trabalhou os números pares e ímpares e a sua relação com o valor das unidades do número. Na classificação do número cinquenta em par ou ímpar, motivada pela interrogação de um aluno:

Caracol: – O 50 está mal [colocado no grupo dos pares] porque o cinco é ímpar.

Professora: – E o zero?

Lara: – O zero não vale nada. O zero não é ímpar nem par.

Professora: – E se tivermos dez?

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

A discussão estendeu-se à turma. A professora recorreu ao dez, agrupando dez pauzinhos, dois a dois, concluindo ser par. Depois utilizou a mesma estratégia de agrupar dois a dois para o cinquenta. Após o agrupamento dos 50 pauzinhos:

Aluno: – Dá par.

Professora: – Dá par, não dá?

Aluno: – Dá.

Professora: – Então, qual é o que manda?

Aluno: – O cinco.

Professora: – É o cinco ou é o zero que manda?

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

A utilização de *quem manda* foi compreendida pelos alunos. Todavia, nesta mesma aula, a professora também transformou o *dá* e o *não dá* da linguagem de um aluno em *par* e *ímpar*:

Aluno: – É assim: um não dá, dois dá, três não dá, quatro dá, cinco não dá, seis dá, é assim.

Professora: – Diz lá outra vez.

Aluno: – O um não dá, dois dá...

Professora: – O dois dá o quê?

Aluno: – Par.

Professora: – O dois dá par, mais!

Aluno: – O três não dá.

Professora: – Não dá. Então o três é o quê?

Aluno: – É ímpar.

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

Para além destes tipos de linguagens, a professora e os alunos utilizam expressões *quasi matemáticas* que ocorrem com alguma regularidade no 1.º ciclo. No âmbito da geometria, uma das designações muito repetida e geralmente aceite para vértice, neste nível de ensino, é bico:

Aluna: – Tem um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito bicos [identificando os vértices do cubo]

(...)

Professora: – Ela já disse que tem oito bicos. Contaste oito bicos.

Aluna: – Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.

Professora: – São os vértices.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

Esta expressão para designação de vértice parece ser assumida com naturalidade por Laura: “É triângulo. Tem os três ângulos. Tem os três biquinhos, como eles dizem agora” [2009 fevereiro _ entrevista], o que denota o uso regular de diferentes tipos de designações, por vezes com o mesmo significado. O uso de uma linguagem informal parece estar mais presente no âmbito da geometria, podendo resultar de uma maior deficiência do conhecimento dos professores e, conseqüentemente, dos alunos, deste conteúdo matemático. Numa das aulas, dois alunos, ao compararem imagens de uma mesma planificação do cubo, utilizaram a expressão “está ao contrário” [2008 outubro _ aula _ 3.º ano] para caracterizar a reflexão entre as duas imagens.

De modo global, parece possível referir que a linguagem utilizada nas aulas de Laura é, na sua essência, corrente e verbal matemática, em que as notações simbólicas ocorrem quase exclusivamente na numeração e nas operações aritméticas elementares, e as expressões categorizadas como *compreensões não ditas mas partilhadas* e *quasi matemáticas* ocorrem com alguma regularidade, denotando por vezes algum desconhecimento matemático.

Formas de Comunicação. Laura privilegia a comunicação oral em relação à comunicação escrita, especialmente com os alunos mais novos. Para a professora, a oralidade tem a vantagem de poder envolver todos os alunos na construção do conhecimento matemá-

tico, através da partilha de conhecimentos entre os alunos: “Gosto mais da comunicação oral, porque é ali para todos. (...) Gosto mais da oral, porque na escrita eles não veem o que os outros fizeram” [2006 dezembro _ entrevista].

A comunicação matemática escrita é desenvolvida em outro tipo de atividades, nomeadamente no registo das resoluções das tarefas, especialmente com os alunos dos últimos anos de escolaridade do 1.º ciclo: “Se fosse os mais velhos, eles já são chamados a dizer o porquê, já conseguem escrever e pronto, (...) enquanto que com os pequenos é mais oral” [2006 dezembro _ entrevista]. Esta comunicação escrita tem como principal objetivo o registo das atividades dos alunos, incluindo as diferentes estratégias ou soluções encontradas pelo grupo turma: “Gosto que seja oral, para todos verem e começarem a perceber; no entanto, toda a gente depois regista” [2006 dezembro _ entrevista]. Nas primeiras aulas observadas, a professora solicitou regularmente aos alunos que efetuassem os registos das resoluções diversificadas das atividades dos alunos – “Não é a primeira vez que a gente faz isto. Quando há hipóteses diferentes, vocês copiam” [2007 novembro _ aula _ 2.º ano].

No final do ano letivo, em que os alunos estavam no 2.º ano, Laura propôs uma tarefa da prova de aferição de matemática do 4.º ano, de 2003, que requeria a explicação escrita da resolução icónica do problema. Após as resoluções e explicações dos alunos, escritas com o apoio da professora, Laura avaliou o desempenho destes do seguinte modo: “Acho que eles têm mais facilidade a desenhar, até lá chegavam, mas a explicar, era mais difícil” [2008 maio _ aula _ 2.º ano].

No final deste mesmo ano, Laura, confortável com o desempenho oral dos seus alunos, procurou realizar tarefas relacionadas com a comunicação matemática escrita. Neste sentido, numa das aulas, a professora propôs aos alunos a resolução de duas tarefas matemáticas que consistiam na construção de problemas com os dados de 136 e 25 (primeira tarefa) e com a expressão 24×3 (segunda tarefa). Em relação à primeira tarefa, os grupos de alunos inventaram enunciados associados à adição (um enunciado), subtração com resto (quatro enunciados) e subtração com diferença (um enunciado). Transcreve-se o enunciado da última situação:

O Ricardo tinha 136 rebuçados e a sua irmã Rita tinha 25 rebuçados.
Quantos rebuçados faltam à Rita ter para chegar aos rebuçados do irmão?
[2008 junho _ aula _ 2.º ano]

Em relação à segunda tarefa, o enunciado previa a operação de multiplicação. Três dos grupos associaram o número três ao triplo. Estes enunciados, construídos pelos alunos, revelam alguma diversidade de abordagens e um entendimento do sentido das operações, nomeadamente ao associarem o número três ao triplo e a três vezes mais.

No ano letivo seguinte, a professora utilizou a escrita, para além do registo das resoluções, na explicação dos cálculos efetuados – “Já explicaram em baixo como é que chegaram à vossa conclusão?” [2008 novembro _ aula _ 3.º ano] – e numa atividade de estatística em que solicitava aos alunos que «escrevessem uma frase que traduzisse a informação representada pela barra que corresponde à letra A». Laura, na própria aula, realçava aos alunos a novidade deste tipo de abordagem:

Nunca vos tinham pedido para escrever uma frase para um dos dados do gráfico. Às vezes pede-se para vocês fazerem o quê? O que é que já fizemos aqui? (...) Outra pergunta para o gráfico. Agora não se pedia uma pergunta, pois não?

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Ao nível da leitura matemática, Laura atribui limitações aos alunos do 1.º ano, tal como na escrita, auxiliando-os, sempre que necessário, na leitura das tarefas matemáticas propostas, nomeadamente na resolução de problemas com enunciado escrito: “Há aquela barreira do ler, eles ainda não sabem, temos que estar sempre a ler e a lembrar” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo]. A leitura matemática passou a ter uma presença constante nas aulas, em parte pelo crescente desempenho dos alunos a ler. Nas aulas observadas, os alunos passaram a ler, em voz alta, para a turma, o enunciado das tarefas matemáticas propostas: “Os meus leem bem, querem ler” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo]. A leitura dos enunciados das tarefas propostas ocorreu regularmente, conjugada por vezes com a leitura das respostas dadas pelos alunos. Gradualmente, existiu um reforço da autonomia dos alunos na compreensão do enunciado da tarefa matemática proposta. Laura, após a leitura pelos alunos do enunciado da tarefa, questiona-os salientando que “Eu só quero saber se há aqui alguma palavra que não percebam?” [2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Na última aula observada, a identificação de sólidos geométricos a partir das suas características, enunciadas num conjunto de frases, implicou uma leitura matemática das frases e a identificação e representação icónica de sólidos geométricos. Na apresentação das atividades realizadas, os alunos leram as frases, identificaram o sólido geométrico e

desenharam-no em perspectiva, salientando a sua compreensão matemática da leitura das frases:

Miguel (lê): – Tenho as faces todas planas. A minha base é um quadrado.
Tenho quatro faces triangulares, cinco vértices e oito arestas.

Professora: – Vocês começaram por onde, Teresa?

Teresa: – Começámos pela base.

Professora: – Porquê?

Teresa: – Por causa que... Como sabemos que a base é um quadrado, quadrada... fomos ver se havia algum com a base quadrada [refere-se aos sólidos existentes na secretária da professora]. Depois lemos que tinha quatro faces triangulares...

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

Laura foi interagindo com os alunos ao longo de cada uma das apresentações, explorando o modo como cada par de alunos organizou o seu raciocínio a partir da leitura das frases. Laura valorizou a comunicação matemática oral no dia-a-dia e utilizou a comunicação matemática escrita, primeiro como forma de registo das atividades dos alunos e depois como resultado da resolução de tarefas específicas de comunicação matemática escrita na sala de aula. Para Laura, a escrita e a leitura dependem da capacidade dos alunos de escrever e ler, sendo limitada a sua utilização a nível do primeiro ano.

Padrões de interação e negociação de significados

Os padrões de interação e negociação de significados reportam-se ao tipo de questionamento, de interações e de negociação de significados entre a professora e os alunos. Salienta-se o papel da validação constante das atividades e da tentativa de *evitar o erro* como uma das causas de ausência de confronto entre os alunos e entre estes e a professora e, conseqüentemente, da restrição dos padrões de interação aos padrões mais fechados e tradicionais e da negociação de significados à *imposição* de significados.

Questionamento. A centralidade do conhecimento na docente parece originar a redução das questões por si emanadas às de *focalização*, na perspectiva de encaminhar o aluno para a resposta pretendida, e às de *confirmação*, com o efeito de certificação das aprendizagens adquiridas. Laura encaminha, desde as primeiras aulas observadas, os alunos para a resolução da tarefa proposta utilizando perguntas que focalizam a atenção dos alunos em aspetos centrais da resolução pretendida. No episódio seguinte, a tarefa

matemática proposta pela professora consistia na decomposição do número nove em três parcelas, com o apoio do material *cuisenaire*. A aluna Daniela junta a barra do um com a do três, colocando-as sobre a barra do nove:

Professora: – Já tens aqui $1 + 3$, quanto é?

Alunos: – 4.

Professora: – Quanto falta para chegar ao 9?

Daniela: – 5, 6, 7, 8 e 9 (contando pelos dedos).

[2007 janeiro _ aula – 1.º ano]

Laura, apesar da utilização de material estruturado, reduz a tarefa proposta a um problema de contagem. Ao questionar a aluna (Quanto falta para chegar ao 9?), a professora focaliza a atenção desta para a contagem de quatro até nove, limitando outro tipo de abordagens ou estratégias. As questões de focalização estão também presentes quando a professora tenta encaminhar os alunos para um dado procedimento matemático. Numa tarefa em que se pedia o número total de cadeiras existentes em quatro filas de cinco cadeiras cada, Laura utiliza questões de focalização para encaminhar um grupo de alunos a usar a multiplicação na resolução da tarefa:

Professora: – Como é que se chega lá sem contar isso tudo? Sem contar um, dois, três... Como é que se pode fazer?

Aluno: – Podemos contar de cinco em cinco.

Professora: – De cinco em cinco. Mais!

Aluno: – De quatro em quatro.

Aluna: – De três em três.

Professora: – Isso já não é muito fácil.

Outro Aluno: – Cinco vezes quatro.

Professora: – Diga. Cinco vezes quatro. Está à espera do quê para fazer?

[2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]

Esta focalização para a multiplicação é comentada pela professora, a sorrir: “Mais nada, têm que lá ir (...) para não demorarem muito tempo” [2008 fevereiro _ encontro colaborativo]. As questões de focalização estão também presentes quando a professora tenta levar um aluno a ultrapassar alguma situação ou dificuldade matemática. Na resolução de exercícios numéricos, Laura auxilia uma aluna, focalizando a estratégia:

Professora: – O algarismo das unidades é o 9. E vale quantas unidades?
São quantas unidades?

Aluna: – Nove.

Professora: – Nove.

(...)

Professora: – O algarismo das dezenas é o um. E é uma unidade?

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

As questões de focalização ocorrem predominantemente nas situações em que a professora tenta encaminhar os alunos para a solução, denotando uma forte presença das concepções sobre a aprendizagem relacionadas com a execução de procedimentos matemáticos preestabelecidos. Na aula de identificação dos sólidos, Laura interage com um dos grupos, estabelecendo o caminho previamente previsto pela docente:

Professora: – Esta ficha diz tudo. Tem quantas faces?

Alunos: – Seis.

Professora: – As fases têm todas a forma retangular. Qual é o sólido com as faces todas retangulares? Tem as faces todas, todas retangulares. Só pode ser um.

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

As questões de *confirmação* estão igualmente bastante presentes nas aulas de Laura, especialmente na apresentação das tarefas e na referência a conhecimentos anteriores. Parte significativa das questões de confirmação está associada à compreensão do enunciado das tarefas matemáticas, particularmente após a sua leitura. A professora utiliza estas questões tendo em vista a confirmação da compreensão da tarefa proposta aos alunos:

Francisco (lê): – Uma maçã pesa 100 gramas e uma laranja pesa 150 gramas. Quais são mais pesadas, oito maçãs ou seis laranjas?

Professora: – O que é que nós queremos saber aí?

Aluno: – Qual é mais pesada?

Professora: – O quê?

Alunos: – As laranjas ou as maçãs?

Professora: – Quantas são as laranjas?

Alunos: – Oito.

Professora: – E as maçãs?

Alunos: – Seis.

Professora: – Ah é?

Alunos: – Não, oito maçãs e seis laranjas.

Professora: – E nós já sabemos o quê?

Aluno: – Que uma maçã pesa 100 gramas e uma laranja pesa 150 gramas.

[2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]

Por vezes as questões relacionadas com as apresentações das tarefas surgem de modo mais aberto, apelando ao recontar da situação problemática, complementadas com questões de *confirmação*. No problema da travessia do rio, anteriormente descrito, a professora foi intercalando a leitura do enunciado com a solicitação aos alunos de o recontar de modo a garantir a sua compreensão:

Professora: – Alguém tem dúvidas sobre o que se leu?

Aluno: – Não.

Professora: – Então quem é que sabe recontar o que aqui se leu?

(...)

Professora: – Então, agora o que é que aconteceu?

Aluno: – O Joãozinho tem que atravessar com o cão, o coelho e a couve um rio.

Professora: – Têm que atravessar os quatro um rio. Certo?

Alunos: – Sim.

[2008 março _ aula _ 2.º ano]

As questões de confirmação surgem associadas à compreensão dos enunciados, bem como à clarificação das propostas de trabalho. Laura utiliza também este tipo de questões para se certificar dos conhecimentos sobre os conteúdos matemáticos anteriormente trabalhados, relacionados com as tarefas propostas. Numa das aulas em que se construiu as diferentes planificações do cubo, Laura começou por explorar algumas das características deste sólido geométrico:

Professora: – Tem quantos vértices?

Alunos: – Oito.

Professora: – E viram as arestas...

Aluno: – Tem doze.

[2008 outubro _ aula _ 3.º ano]

Por vezes as questões de confirmação são utilizadas no decorrer da apresentação da resolução de uma tarefa matemática, fazendo apelo a conhecimentos gerais que não resultam da resolução do exercício ou problema proposto. Numa das aulas observadas, a

professora, por associação, questionou os alunos sobre as diferentes designações do número doze, utilizando questões de confirmação:

Professora: – Já agora que outra maneira têm de chamar ao número doze?

Alunos: – Uma dezena e duas unidades.

Professora: – Uma dezena e duas unidades. E outra maneira ainda?

Alunos: – Uma dúzia.

Professora: – Uma dúzia. Muito bem.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano]

Perante dificuldades dos alunos associadas a conteúdos matemáticos lecionados, Laura utiliza questões de *confirmação*, tendo em vista o ultrapassar das dúvidas manifestadas como resposta às solicitações dos alunos:

Professora: – Como é que se calcula o dobro de qualquer coisa?

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

Este tipo de questões também está presente nas sínteses das atividades realizadas. Na aula em que foi trabalhado o conceito de área, a professora sintetiza:

Professora: – O que é que aprenderam hoje? Que...

Lara: – Que o lado maior... Que uma coisa maior ocupa mais espaço que...

Alunos: – Pequena.

Lara: – Que uma coisa mais pequena ocupa menos espaço.

Professora: – Espaço ou... Qual foi a medida que aprendemos hoje?

Alunos: – Área.

Professora: – A área. Ocupam áreas diferentes.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

Esta situação é recorrente e surge sempre que a intenção da professora é a certificação dos conhecimentos dos alunos sobre os conteúdos anteriormente lecionados. Na última aula observada, em que se identificaram sólidos geométricos a partir de algumas das suas *caraterísticas*, Laura começou por relembrar a designação das *famílias* de sólidos:

Professora: – Quais são as caraterísticas que nós conhecemos dos sólidos? Eles têm o quê?

Alunos: – As faces...

Professora: – As faces, as arestas, os vértices.

Alunos (em uníssono com a professora): – Faces, arestas, vértices.

Professora: – E as faces podem ser... (utiliza movimento gestual com as mãos para significar curva e plana)

Alunos: – Curvas ou planas.

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

Laura rege-se essencialmente por questões de confirmação na compreensão das tarefas propostas e na certificação dos conhecimentos dos alunos. As questões de confirmação mantiveram-se permanentemente presentes, intercaladas por vezes com algumas questões de focalização e uma ou outra questão que poderá ser considerada de inquirição. Algumas questões parecem indicar uma tentativa de inquirição dos alunos para além da focalização nas resoluções das tarefas e da confirmação ou verificação dos conhecimentos. Laura começa por ensaiar um tipo de perguntas menos direcionadas, mas espera dos alunos uma resposta direta, interrompendo a proposta da aluna que ia apresentar a metodologia usada na investigação da identificação dos números em pares e ímpares:

Professora: Como é que chegaram à conclusão que era ímpar? Porque é que era ímpar?

Aluna: Nós fizemos assim...

Professora: (aumentando o tom de voz) Porque é que era ímpar?

Os alunos ficam em silêncio.

[2007 _ outubro _ aula _ 2.º ano]

A tentativa de incentivar os alunos na apresentação das ideias e estratégias matemáticas *deslocou* algumas questões para além da resolução das tarefas propostas. As questões de *inquirição* ocorreram na exploração de extensões, não programadas, da resolução das tarefas, como no caso do problema dos pesos das maçãs e das laranjas. Os alunos parecem terem reagido ao novo tipo de questão com um «*Oh*»:

Professora: – Duas laranjas fazem quantas maçãs?

Alunos: – Oh...

Professora: – Duas laranjas fazem quantas maçãs?

Aluno: – Três.

Professora: – Diga.

Aluno: – Três.

[2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]

Por vezes, algumas questões tentaram comparar estratégias e levar os alunos a refletir sobre as propostas apresentadas. No problema das alturas, da prova de aferição, anteriormente apresentado, a professora inicia a discussão sobre a altura de um dos amigos:

Professora: – Como é que se faz para calcular a medida do Luís?

Alunos: – Eu sei.

Professora: – Diz lá, Tiago Alexandre. Como é que se faz agora para calcular a medida do Luís?

Tiago: – Tira-se o armário. Vai-se aos duzentos tirar setenta.

Professora: – Sim, Francisco.

Francisco: – Vamos tirar os centímetros do armário aos centímetros do Luís e do armário juntos.

Professora: – É diferente daquilo que o Tiago disse ou é igual?

(Os alunos não responderam a esta questão, nem foi retomada)

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

O questionamento em sala de aula parece caracterizar-se em função das perspetivas da professora sobre o conhecimento dos alunos. Ao pretender encaminhar os alunos para a resposta idealizada pela professora, as questões são de focalização como modo de obter a resolução previamente assumida pela docente. Ao considerar que os alunos adquiriram os conhecimentos matemáticos anteriormente lecionados, as questões são de confirmação tendo em vista a certificação desses conhecimentos. As questões de inquirição que ocorreram, resultaram da extensão da tarefa proposta, assumindo o questionamento alguma informalidade, apelando ao conhecimento dos alunos segundo uma perspetiva pessoal, menos condicionada pela cultura escolar.

Padrões de interação. Um dos aspetos centrais das primeiras aulas observadas de Laura decorre da tentativa da professora *evitar o erro* e encaminhar os alunos para a resolução correta previamente assumida por si. No seguinte episódio, Laura, a propósito da caracterização do retângulo, tenta evitar que os alunos digam que o retângulo tem dois lados iguais e dois diferentes:

Professora: – Como é que o retângulo é? Como é que é essa figura geométrica?

Alunos: – Tem dois lados iguais e dois dif...

Professora: – Tem quantos lados?

Alunos: – Quatro.

Aluno: – Dois iguais e ...

Professora: – Quatro lados.

Aluno: – Diferentes.

Professora: – Então?

Outro Aluno: – Então, dois lados iguais e outros dois lados iguais.

[2007 junho _ aula – 1.º ano]

Quando confrontada com este tipo de situações, a professora reconhece que tenta orientar os alunos para a solução pensada por si. Como refere: “sempre para dar a coisa certa” [2007 outubro _ encontro colaborativo], dado que “nós gostamos tanto, quando eles acertam logo” [*idem*]. Esta orientação para a resolução predeterminada origina também uma constante validação e encaminhamento das atividades matemáticas dos alunos. A ação de Laura na aula determina também as estratégias de resolução dos alunos: “vai-se logo dando (...) a solução” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo].

Esta presença da professora também ocorre ao nível da sistemática validação das atividades matemáticas dos alunos, durante o trabalho autónomo destes em grupo, mesmo que seja quase inconsciente. Esta validação foi particularmente visível durante a realização da tarefa matemática de construção de um painel retangular com doze quadrados coloridos. Ao longo do trabalho autónomo dos grupos de alunos, a professora foi constantemente validando as soluções através da autorização ou não de colagem dos doze quadrados na folha de papel A3: “Ninguém mandou colar ainda. Primeiro, quero aqui um retângulo”; “Quem é que os mandou colar? Eu disse para vocês primeiro montarem um diferente deste, só depois é que colam”; “Muito bem, podem colar”; “É diferente e é um retângulo. Podem colar” [2007 junho _ aula – 1.º ano].

A vontade de *forçar* um bom desempenho por parte dos alunos, aliada à validação das atividades destes durante a sua realização, implica uma diminuição significativa dos processos de interação comunicativa, por prevalecer sempre a palavra e a validação da professora como reguladoras das aprendizagens matemáticas. Com o aumento das interações entre os alunos e entre estes e a professora, as validações prévias foram rareando, ocorrendo, por vezes, sem intencionalidade aparente da docente.

Laura partilhou que tinha tentado não validar os resultados: «Bem tentei, mas houve vezes que eu disse: "Já está! Já disse que está certo"» [2007 _ outubro _ encontro colaborativo]. Apesar de ainda existir uma preocupação com o certo – “Já eles estão na pintura. E se estiver mal? Não é para pintar nada” [2008 janeiro _ aula _ 2.º ano] –, o papel

do erro foi progressivamente assumido pela professora e pelos alunos, denotando uma crescente consciência sobre o processo de tentativa e erro inerente à aprendizagem. Após a realização de uma atividade de investigação de descoberta da totalidade das planificações do cubo, a professora questionou os alunos sobre o processo de construção, fazendo notar que o *erro* fez parte do caminho:

Professora: – Tivemos que...

Pinto: – Errar muitas vezes...

Professora: – Errar muitas vezes...

Pinto: – Para aprender.

Professora: – Para ir buscar as [planificações] corretas, certo? Corretas e mais, diferentes das outras. Que é o mais difícil.

[2008 outubro _ aula _ 3.º ano]

A transformação do *erro* num recurso de aprendizagem foi um dos aspetos mais relevantes deste trabalho de natureza colaborativa. Entre a situação inicial de *evitar o erro* e a final de *explorar o erro* existe um percurso de consciência da professora sobre a importância do papel do erro e de desmitificação do fazer errado como um dos procedimentos a *evitar a todo o custo*.

Nas primeiras aulas observadas, as interações predominantes, apesar da dificuldade de classificação pela existência diminuta da participação dos alunos em situações de interação significativa com a professora, parecem restringir-se aos padrões de *recitação* e de *funil*, no sentido em que a professora se substituiu aos alunos na resolução das tarefas matemáticas, sem abrir espaço significativo para a discussão das apresentações. Esta perspetiva parece contrariar, em parte, a opinião de Laura que assume, desde a primeira hora, o seu papel de dinamizadora das interações entre os alunos em conjugação com a regulação das aprendizagens: “Eu ali estou mais como dinamizadora, ouvir e às vezes mandar umas achazitas para a fogueira, e às vezes até dizemos uns disparates, para ver se eles percebem e se estão a entrar ou não naquilo” [2006 dezembro _ entrevista].

Estas interações seguem, contudo, uma estrutura de exposição passiva das estratégias e resultados: “Normalmente a explicar como é que fizeram as coisas, os raciocínios, os cálculos, mais em relação aos problemas” [2006 dezembro _ entrevista]. A exposição das resoluções parece resultar numa confrontação das diferentes estratégias sem confronto de opiniões: “Há os que falam primeiro, dizem aquilo que fizeram, o que acham, e depois os outros dizem se concordam, (...), depois há os outros que partilham, nor-

malmente é assim por partes...” [idem]. O padrão de *recitação* ou tradicional ocorre associado às questões de confirmação, dirigidas ao grupo turma. As respostas coletivas dos alunos são validadas pela professora com a repetição da resposta:

Professora: – Porque é que tu dizes que é um quadrado?

Alunos: – Tem os quatro lados iguais.

Professora: – Tem os quatro lados iguais.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano]

Na apresentação da atividade de construção de diferentes retângulos com doze quadrados coloridos, Laura dirigiu sistematicamente as apresentações de todos os grupos, tendo, por diversas vezes, desempenhado o papel de comunicante destinado aos alunos:

Professora: – Ah, e o último, como é que foi? Tu, há bocado, disseste-me assim: «Temos que fazer três, três, três...», eu disse: «não, já tens aqui três, três, três ...», «ah, pois há. Então temos de fazer quatro, quatro, quatro ...». Mas vocês já têm aqui, «ah, pois há, então temos de fazer dois». Mas vocês já têm aqui. O que é que me disseste depois?

Aluna: – Podemos fazer de um em um.

Professora: – Já só faltava um, um, um ...Estão a ver como é que eles fizeram.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano]

Esta estratégia frequentemente utilizada pela professora, tendo em vista o ultrapassar das dificuldades dos alunos, também resulta na formulação de questões mais diretas e fáceis, caracterizáveis como padrão de *funil*.

Professora: – Um retângulo. Tem quantos quadrados de área?

Alunos: – Três...

Professora: – Quantos quadrados é que estão aqui? Aqui estão quantos? (indicando na vertical)

Alunos: – Dois.

Professora: – E em cada linha? (indicando na horizontal)

Alunos: – Quatro.

Professora: – Então como é que se faz?

Alunos: – Dois vezes quatro, oito.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano]

Decorrendo também da manifesta limitação dos alunos na definição de conceitos:

Professora: – Achas que a tua árvore é o dobro da outra?

Tiago: – ...

Professora: – O que é isso do dobro? É duas vezes...

Tiago: – Mais.

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

Quando os alunos assumem o *papel de professores*, apresentam uma forma de intervenção bastante próxima dos padrões de *recitação* e de *funil*, manifestando uma cultura escolar existente baseada na definição das estratégias de resolução e na imposição de uma relação pergunta – resposta - avaliação. Numa das aulas observadas, Nuno tenta ajudar a sua colega Daniela na resolução de uma situação de representação numérica de expressões escritas em língua materna, utilizando igualmente o padrão de *funil*:

Professora: – Ó Daniela, quanto é uma dezena e meia?

Daniela: – Uma dezena e meia...

(...)

Nuno: – Daniela, junta uma dezena com meia dezena.

Daniela: – ...

Nuno: – Quanto é uma dezena?

Daniela: – Dez.

Nuno: – Quanto é meia dezena?

Daniela: – Cinco.

Nuno: – Então junta esses dois. Quanto é que dá?

Daniela: – Quinze.

Nuno: – Então, quanto é que é uma dezena e meia?

Daniela: – Quinze.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

Laura manifesta alguma ausência de conhecimento e *criatividade* para encaminhar os alunos de outro modo para a resolução dos problemas:

Muitas vezes, quando estamos a tentar ajudá-los, já estou a dar a resposta sem querer. (...) Falta-me também, às vezes, certa imaginação e criatividade para ir buscar outros exemplos, para ir buscar outros caminhos.

[2008 abril _ encontro]

Esta falta de *imaginação* e *criatividade*, aliada a um conhecimento matemático pouco aprofundado, pode justificar um certo recurso aos padrões de interação mais fechados e tradicionais baseados no conhecimento da professora, não sendo, contudo, opção educa-

cional de Laura: “Nós pomos-nos naquela ideia que tem que ser assim... isto faz-se assim, assim... deixa ver... Se não for assim... Se desvia, é um problema para nós” [2008 janeiro _ encontro colaborativo].

Nas aulas seguintes, os padrões de interação mais presentes na sala de aula passaram a incluir os de *focalização*, de *discussão* e de *extração*, nas situações em que a professora incentivou uma maior participação dos alunos. Em diferentes momentos das aulas, Laura recorre ao padrão de *focalização* parcialmente conjugado com o padrão de *funil*, no seguimento de soluções erradas apresentadas pelos estudantes. Os alunos tinham de escrever os números *vizinhos* (inteiros consecutivos), a partir de um valor dado. O aluno Miguel foi ao quadro preencher o antecedente e o conseqüente do número inteiro trezentos. Miguel começa por escrever o número 301 e de seguida escreve 210, na casa anterior ao 300. Após a admiração dos seus colegas, apaga o 210. Laura intervém:

Professora: – Miguel, 210 foi o número que puseste? E não há nenhum número maior de 210 que se aproxime de 300.

O aluno fica em silêncio.

Professora: – Basta ver o 211 já é maior que o 210. É ou não?

Miguel acena com a cabeça concordando.

Professora: – Qual será antes desse? É 300?

Miguel: – Não.

Professora: – É qual? Qual é a ordem que começa? É quê?

Aluno retoma o silêncio

Professora: – O número que vem antes desse também é trezentos e qual-quer coisa? É?

Miguel: – Não.

Professora: – Então é quê? Se não é trezentos, qual é a centena antes de trezentos?

Aluno em silêncio

Professora: – Miguel, qual é a centena antes do três?

Miguel: – Dois.

Professora: – Então esse outro número tem que começar por...

Miguel: – Duzentos.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

Através de sucessivas questões da professora, Miguel escreve 299, dígito a dígito. Apesar da resolução, não é clara a compreensão do sentido do número pelo aluno. Nas

situações em que a professora tenta encaminhar os alunos para um dado procedimento ou resolução, todo o encadeamento de questões e intervenções segue essencialmente os padrões de *funil* ou de *focalização*, denotando um forte enfoque nos procedimentos e conhecimentos escolares. Na tarefa da identificação dos sólidos a partir das suas características, Laura ajuda uma aluna a identificar um prisma triangular:

Professora (segura no sólido que estava na mão da aluna): – Tem cinco faces. Uma, duas, três, quatro, cinco [contando e identificando cada face do sólido]. (lê) Dessas, duas são as bases que têm forma de triângulo. Um, dois [identifica]. (lê em uníssono com a aluna) Tem seis vértices.

Aluna (acompanhando a identificação dos vértices pela professora): – Um, dois, três, quatro, cinco e seis.

Professora (lê): – Nove arestas.

Aluna (acompanhando a identificação das arestas pela professora): – Um, dois, três...

Professora (passa o sólido para a mão da aluna): – Quatro...

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

Como a aluna não consegue identificar as arestas, Laura recupera o sólido e explica, assumindo uma interação mais direta, eventualmente caracterizável como padrão de *funil* e, na fase final, de *focalização*:

Professora: – Aqui tem quantas? [referindo-se a uma das bases]

Aluna: – Três.

Professora: – Então, se aqui tem três, aqui tem quantas? [referindo-se à outra base]

Aluna: – Três.

Professora: – Três e três, seis. Falta marcar quais?

Aluna: – Sete, oito e nove [identificando no sólido as arestas das faces laterais]

[2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]

Com a crescente participação dos alunos no discurso da aula, começaram a emergir episódios de interação caracterizáveis como padrões de *extração* e de *discussão*. As interações entre a professora e os alunos passaram a incluir a justificação dos procedimentos matemáticos realizados por estes, como foi no caso da resolução do problema dos chupa-chupas, através da extração dos conhecimentos dos alunos:

Professora: – Tiveram de fazer o quê? Para saber os chupa-chupas que ele recebeu... Leonor, tu há bocado explicaste muito bem. Ela também explicou no lugar, mas agora quer fazer a conta. Estão preocupados é com a conta, não é com a maneira como lá se chega.

Alunos: – Eu sei.

Leonor: – Ao nosso grupo expliquei: «a tia deu oito e o tio deu o dobro que é dezasseis. E depois dezasseis mais oito dá qualquer coisa».

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano]

Os alunos foram assumindo um crescente protagonismo no discurso e uma crescente capacidade de justificar os conhecimentos matemáticos adquiridos e os processos de construção do conhecimento. No problema das alturas dos amigos, Laura, após a apresentação correta dos cálculos referentes à altura da rapariga, questiona os alunos que apresentam a resolução com vista à clarificação dos procedimentos e identificação do raciocínio utilizado:

Miguel: – O 180 é a altura dela com o banco e o 45... E a gente, agora, fez o 180 menos 45.

Professora: – Que é?

Miguel: – Que é a altura dela em cima do banco.

Professora: – O 45?

Miguel: – Não, o 180.

Professora: – Então, o que é o 45?

Miguel: – É o que mede o banco.

Professora: – Então, o que é que temos de saber para saber só a medida dela?

Miguel: – Temos de fazer 180 menos 45.

[2008 maio _ aula – 2.º ano]

Nas situações em que os alunos apresentam procedimentos corretos, o padrão que foi ganhando forma pode ser caracterizável de *discussão*, enquanto partilha dos conhecimentos manifestados. Na tarefa de análise de dados, os alunos apresentaram diferentes estratégias para o cálculo do total de participantes no gráfico de barras apresentado. A professora começou por solicitar a uma aluna a leitura da segunda questão: «Todos os alunos votaram. Quantos alunos tem a turma?». Os pares de alunos colocaram o dedo no ar com o objetivo de apresentarem as suas soluções. Laura decide chamar um dos pares ao quadro, para explicar como resolveu a questão:

Leonor: – Fizemos a conta. Fomos até ao gráfico, fizemos com a régua uns tracinhos para ver o que é que dava. Fomos ao seis, fizemos um traço, era um. O cinco era um. O quatro era três. O três era dois. O dois não havia e o um era um [identificação da frequência absoluta de cada um dos dados representados pelas barras do gráfico].

Aluna: – Está mal, professora.

Diogo: – Não está, não.

Aluna: – Está.

Alunos: – Não está, não.

Professora: – Deixa lá o Diogo explicar.

Diogo (dirige-se à aluna com a resolução na mão): – Estás a ver aqui o seis? Só tem uma barra, fui contar com os tracinhos quantas barras havia. Aqui, (indicando no enunciado) no cinco há uma, no seis há uma.

Aluna: – A gente fez a conta.

Professora: – Diogo, diz lá como é que vocês fizeram. Diogo e Leonor, vá, digam lá.

Leonor (no quadro): – Depois fomos juntar um, mais três, mais três, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais cinco, mais seis. Fomos juntar e depois... fomos fazer assim...

Professora: – Diz lá como é que fizeram, exatamente.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

A professora contribui na explicação dos alunos através de um conjunto de questões de modo a que as soluções dos alunos sejam validadas e aceites por toda a turma. A resolução por algoritmo foi contraposta a uma estratégia de cálculo mental com registos de apoio ao cálculo. Laura solicita aos alunos a demonstração dessa resolução:

Teresa: – Nós fizemos: juntámos seis com cinco, que é o B com o E, seis com cinco que deu onze. Depois fomos juntar quatro com quatro, ficou oito, deu dezanove.

Miguel: – Começámos primeiro pelos números maiores.

Teresa: – Depois fomos juntar mais quatro, deu 23. Depois juntámos três com três, fica seis, vinte e três, vinte e nove, e depois com um, fica trinta.

Professora: – Alguma dúvida?

Alunos: – Não.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Perante as diferentes resoluções, Laura assume o papel de questionadora com vista à clarificação dos procedimentos, conjugando a extração de conhecimentos com a partilha e discussão de estratégias de resolução entre os alunos:

Professora: – Como é que fizeram para não se perderem?

Miguel: – Metemos uma cruzinha nos que já tínhamos juntado.

Teresa: – Juntámos o E com o B que deu 11, e depois fizemos uns tracinhos, um X, para saber (escreve no quadro enquanto fala).

Miguel: – Sim.

Teresa: – Fomos juntar o G, o F e o C (escreve no quadro enquanto fala).

Professora: – Porque esses têm quantos?

Teresa: – Quatro.

Professora: – Cada um.

Miguel: – E nós fizemos pelos maiores.

Teresa: – Juntámos o G com o F, fica oito, mais... (acompanha as letras com o giz) doze (escreve 12).

Professora: – Então e agora têm quantos?

Teresa: – Já temos 23. Depois fomos juntar o H com o A. São três, fica seis. Vinte e três com seis, ficam 29 (vai escrevendo os resultados parciais). Depois fizemos os tracinhos e fomos juntar mais um...

Professora: – Que era a barra que faltava.

Teresa: – E ficámos com 30.

Miguel: – das Notícias.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

O assumir do professor como conhecedor perante alunos desconhecedores, cujo papel é transmitir o seu conhecimento e aferir essa transmissão, traduz-se em padrões de recitação, de funil e de focalização. Em contrapartida, a assunção do aluno conhecedor para além dos conteúdos lecionados parece resultar em padrões de extração e discussão, em que o discurso do professor auxilia a clarificação de conceitos, estratégias e ideias matemáticas dos alunos.

Negociação de significados. A negociação de significados parecer ocorrer com regularidade nas aulas de Laura, atendendo ao constante entendimento que é gerado entre a professora e os alunos no respeitante ao significado de conceitos, processos e normas em sala de aula. A professora utiliza regularmente, na indicação do propósito de algumas tarefas, expressões como “Estão a perceber o que eu estou a dizer?” [2008 outubro

_ aula _ 3.º ano] para se certificar do entendimento dos alunos em relação ao significado das indicações expressas.

A negociação de significados matemáticos entre a professora e os alunos parece assim ocorrer sempre que existe conflito entre as idealizações da professora e as dos alunos sobre o significado dos conceitos e processos matemáticos. Laura atribui parte das dificuldades dos alunos, e dos cidadãos em geral, em relação à matemática a um ensino baseado na *imposição* de significados. Como refere, logo na entrevista inicial:

Há tanta gente que não gosta da matemática, porque dizem que é assim e apresenta-se assim, e depois não há uma partilha, não há uma discussão, e as pessoas ficam sem saber realmente, «Ah, é assim? Então, *tá* bem». Se não perceberam assim, ninguém lhes apresenta outra forma diferente, que, se calhar, eles percebiam de outra maneira e podiam lá ir, isso é muito importante, essa partilha.

[2006 dezembro _ entrevista]

Apesar da defesa do princípio da partilha e negociação de significados em confronto com a sua *imposição*, as aulas parecem decorrer sob um misto de *imposição* e negociação de conceitos e processos matemáticos. Laura *impõe* o conceito de retângulo como uma figura geométrica com os lados *iguais dois a dois* (definição insuficiente para retângulo), revelando uma negociação de conceitos matemáticos pautada pela *imposição* de significados em torno de uma definição tida por válida. A proposta do aluno de fazer corresponder *retângulo* a uma figura com dois lados iguais e dois diferentes é evitada pela professora e substituída pela figura com os lados iguais dois a dois:

Professora: – Como é que o retângulo é? Como é que é essa figura geométrica?

Alunos: – Tem dois lados iguais e dois di...

Professora: – Tem quantos lados?

Alunos: – Quatro.

Aluno: – Dois iguais e ...

Professora: – Quatro lados.

Aluno: – Diferentes.

Professora: – Então?

Aluno: – Então dois lados iguais e outros dois lados iguais.

Aluna: – Uns são mais gordos e outros são mais compridos.

Professora: – Então como é que é? Tem os lados iguais ... quantos é que estão aqui [retângulo desenhado no quadro]?

Alunos: – Dois.

Professora: – Dois a ...

Alunos: – Dois.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano]

Após as aulas iniciais e os primeiros encontros de natureza colaborativa, Laura apresenta uma significativa vontade de dar voz aos alunos e interpretar as suas intervenções e o seu pensamento, tentando mesmo uma metodologia baseada na descoberta de relações matemáticas. Laura idealiza levar os alunos à definição de par e ímpar por identificação do algarismo das unidades de um número, trabalhando com os alunos em *linha reta* - “Nós gostamos de ir em linha reta” [2008 janeiro _ encontro]. Laura reconhece que os alunos “não são linha reta” e que “infelizmente ou felizmente, não somos iguais nem temos de ser” [*idem*].

Com este objetivo, a professora planificou uma tarefa de exploração em que os alunos agruparam pequenos objetos (materiais não estruturados) dois a dois, resultando na classificação em par ou ímpar dos números naturais inferiores ou iguais a 50. Os alunos classificaram cada um dos números em par ou ímpar, registando-os, desordenadamente, no quadro, em duas linhas distintas de números – pares e ímpares. Por indicação da docente, os alunos, em conjunto, leem em voz alta os números colocados na linha dos pares. Após esta leitura, a professora questiona: “Perceberam se acontecia ali alguma coisa?” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano] Diante da ausência de resposta, a professora propõe a leitura dos números colocados na linha dos ímpares. No seguimento desta leitura, a docente volta a questionar os alunos: “Não veem ali nada?” [*idem*] Diante dos desvaneios dos alunos sobre alguns dos números registados, Laura insiste: “Não conseguem encontrar, por exemplo nos pares, parecença nenhuma ou semelhança nenhuma entre os números? Entre os ímpares também parecenças entre eles?” [*idem*] Diante da ausência de resposta por parte dos alunos, Laura dirige-se a mim, dizendo: “Não estão a ver nada!” [*idem*].

Esta tentativa de negociação de conceitos matemáticos, apesar da função instrumental da definição de paridade na relação com o valor das unidades, revela numa nova atitude da professora, denotando uma vontade de negociar relações matemáticas. Laura insiste, utilizando a identificação da paridade de alguns números e fazendo notar que os números terminados em zero são pares. A docente solicita aos alunos que sublinhem o algarismo das unidades de cada um dos números registados no quadro, de modo a dar uma

maior visibilidade às regularidades, tendo em vista a identificação da paridade: “Ainda não se aperceberam aqui de nada, mesmo depois de sublinhar e depois de dizermos?” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano]. Laura testemunha, no encontro de natureza colaborativa em que se visionou esta aula, que os alunos “não viam nada” e que a docente “já não [lhe] me apetecia que eles vissem” [2007 outubro _ encontro colaborativo]. Contudo, a definição de paridade de um número natural parece ter sido assumida pelos alunos. Numa aula posterior, a aluna Teresa apresenta a definição de paridade de um número natural através da paridade do algarismo das unidades: “Todos os números que acabam em 1, 3, 5, 7 e 9 são ímpares. Todos os números que acabam em 0, 2, 4, 6 e 8 são pares” [2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano].

A forma inicial de negociação de conceitos matemáticos, por parte da professora, pode caracterizar-se pela insistência na questão sem desvendar a solução nem ensaiar outras abordagens. Num problema relacionado com o tempo gasto em viagens de casa à escola, durante uma semana de aulas, os alunos apenas consideravam o tempo gasto na ida para a escola, não contabilizando o retorno a casa, em parte devido à formulação do problema: «Para chegar à escola, o João demora 1 hora. O João só tem aulas de manhã. Quanto tempo gasta, em viagens, durante uma semana de aulas?» Perante a dificuldade dos alunos interpretarem o conceito de viagens (ida e volta), Laura tenta negociar com eles repetindo sucessivamente a questão:

Professora: – Muito bem, é uma hora que ele gasta para quê?

Caracol: – Para ir para a escola.

Professora: – Para ir para a escola. Mas aqui diz: «Quanto tempo gasta, em viagens (ênfatizando «em viagens»)?»

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

O desenlace deste conflito de interpretações é iniciado por Laura ao questionar os alunos: “Ele só faz aquela viagem de ir para a escola?” [2007 outubro _ aula _ 2.º ano] O impasse é assim ultrapassado quando a professora abandona a questão inicial, utilizando uma nova questão, e remete os alunos para as suas vivências do dia-a-dia, como modo de negociar o conceito de viagens como sinónimo de ida e volta.

A leitura e representação de números também parecem ser uma das atividades de sala de aula em que a professora recorre mais à negociação de conceitos no confronto entre as diferentes designações de uma mesma quantidade. Numa das aulas observadas, Laura propôs aos alunos um conjunto de tarefas matemáticas referentes à leitura e representa-

ção de números, as quais foram significativamente exploradas pela docente durante a apresentação e correção dos exercícios:

Aluna (lê): – Quatro centenas.

Francisca (escreve no quadro): 400.

Professora: – Está certo?

Alunos: – Está.

Professora: – Porquê?

Francisca: – Quatro centenas é...

Professora: – O que é que quer dizer quatro centenas?

Alunos: – Eu sei.

[O aluno Reis está de dedo no ar]

Professora: – Diz lá, Reis.

Reis: – É juntar cem mais cem mais cem mais cem.

Professora: – Então quatro centenas são...

Aluno: – É o dobro de duzentos.

Professora: – Então quatro centenas são...

Aluno: – É o dobro de duzentos.

Professora: – É o dobro de duzentos.

Aluna: – É o quádruplo de cem.

Professora: – É o quádruplo de cem.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

Com o desenvolvimento das interações entre os alunos, em grupo turma, surgiu uma negociação de conceitos decorrente da expressão *três vezes mais* como sinónimo de triplo, na apresentação dos problemas propostos por estes, a partir da expressão 24×3 . Após a primeira leitura do enunciado do problema, André manifesta não o ter compreendido e a professora solícita à aluna, que se encontrava no quadro, que o torne a ler. André não compreende o significado de *três vezes mais* como sinónimo de *três vezes*:

Alice (lê): – A sua prima comprou três vezes mais gomas do que a Carlotta.

André: – É aqui que eu não estou a perceber bem. Três vezes mais e depois vai fazer a conta diferente de três vezes mais.

Aluna: – Sim, três vezes mais, três vezes.

Aluno: – É três vezes, três vezes mais.

Aluna: – Pois, o triplo é três vezes mais.

Aluno: – Três vezes mais as gomas. Pode-se dizer três vezes.

André: – Eu não estou a perceber, em vez de três vezes mais, pode-se dizer de outra maneira.

Alunos: – É igual.

André: – Sim, eu sei que é o triplo, mas...

Aluna: – Então, porque não estás a perceber?

Aluno: – Pois...

Aluna: – Sabes que é o triplo, porque não estás a perceber?

André (sorri): – Três vezes mais, nunca ouvi num problema três vezes.

[2008 junho _ aula – 2.º ano]

Uma outra confrontação de significados entre os alunos, em grupo turma, ocorreu no seguimento das respostas a uma questão sobre as diferenças entre os resultados numéricos de duas barras de um gráfico no problema dos programas de televisão mais visionados – «Qual é a diferença entre o programa que os alunos gostam mais e o programa de que gostem menos? Explica como fizeste». Os alunos identificaram a diferença nas preferências em cinco alunos (seis de música contra um de notícias). Contudo, um dos grupos de dois alunos refere que a diferença é “entre as barras”, identificando-as sem associação numérica. Esta perspetiva diferente gerou uma negociação de significados sobre os conceitos representados na situação. Um dos alunos tentou sintetizar as duas perspetivas:

Pinto: – O André e a Márcia estão a dizer de alunos e a Daniela está a dizer de barras.

Aluno: – Mas é a mesma coisa, Pinto, vai dar o mesmo resultado.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Perante o impasse nas interpretações, Laura tenta negociar o significado das barras em relação ao número de alunos, questionando a aluna Daniela:

Professora: – As barras representam o quê, Daniela?

Daniela: – O número de alunos.

Alunos: – Atão!

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Os alunos levaram os colegas a reconhecer que ambos estavam a referir-se ao mesmo, apesar de falarem em alunos ou em barras. Nesta situação, os alunos associaram a questão à diferença numérica, mas o enunciado pode eventualmente ser entendido, como o

foi por um dos grupos, em relação ao que difere na representação gráfica entre os programas mais e menos preferidos. A negociação de significados entre os alunos com a presença da professora passou a ocorrer com maior frequência devido ao acréscimo de interações entre eles. Muitas das situações decorreram da correção das resoluções das tarefas e da confrontação entre os alunos a propósito do significado dos conceitos enunciados por estes. Numa situação de estatística com um pictograma, um dos alunos confundiu o conceito de rapazes com alunos (rapazes e raparigas):

Pinto: – Fui aos seis rapazes tirar dois e ficou quatro.

Aluna: – Não eram seis rapazes, eram duas raparigas e quatro rapazes, não eram seis rapazes.

Professora: – Eram seis quê?

Aluna: – Alunos.

Professora: – Ah! Então o que é que ele tem ali mal?

Aluna: – Tem que ir apagar rapazes e pôr alunos.

(...)

Pinto: – Eu fui aos seis alunos tirar dois e ficou quatro.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

A negociação de conceitos matemáticos parece estar bastante presente nas aulas de Laura, se caracterizarmos como negociação as pequenas intervenções da professora a propósito de conceitos matemáticos, como por exemplo a associação da esfera à inexistência de superfícies planas num sólido geométrico: “Há ali alguma parte plana? É toda completamente curva” [2008 dezembro _ aula _ 3.º ano]. Os conceitos matemáticos incluem também o significado da notação escolhida. Num problema de cumprimentos entre raparigas (concretizados com um beijo), Laura negocia com os alunos o sentido das setas que ligam o nome das meninas:

Professora: – Para contar os beijos, têm que fazer o quê?

Alunos: – Contar as setas.

[2007 outubro _ aula _ 2.º ano]

A notação usualmente utilizada nos pictogramas também foi negociada pela professora, a propósito da existência de *meia bola*:

Professora: – A Marta disse-me que há por aí bolinhas cortadas ao meio. Querem dizer?

Alunos: – Que valem um.

Professora: – Um. Porquê?

Alunos: – Porque uma bola vale dois.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano]

Alguns conceitos matemáticos transformam-se em processos matemáticos baseados no cálculo. Numa das aulas observadas, uma aluna questiona a professora sobre o que é o dobro, originando uma negociação de processos matemáticos. A docente responde à aluna remetendo-a para o processo de determinação do dobro:

Professora: – O que é o dobro? Não tens aí um grupo para o saber? Não levaram já para casa para calcular o dobro? Como é que tu calculaste o dobro? Como é que se calcula o dobro de qualquer coisa?

Pinto: – Eu sei, posso dizer?

Outro aluno: – Multiplicar por dois.

Professora: – Então, mas ela... Nós não escrevemos? Nós não fizemos? Nós não desenhámos?

[2007 novembro _ aula _ 2.º ano 2008]

A questão do dobro, acrescida da adição de uma quantidade com o seu dobro, no problema dos chupa-chupas, foi retomada nos encontros de natureza colaborativa, a propósito da manifesta dificuldade dos alunos na associação entre o processo matemático e os procedimentos matemáticos. Os alunos explicavam o processo de juntar duas quantidades, em que uma delas era o dobro da outra, mas depois não concretizavam os procedimentos de cálculo respetivo. Laura comenta que os alunos “explicavam tão bem [o processo], mas não conseguiam [efetuar os cálculos]”. A professora questionava-os: «Mas não estão a ver?» Os alunos explicavam “perfeitamente que era assim que se fazia, mas não conseguiam depois passar para o resto” [2007 novembro _ encontro colaborativo].

As operações numéricas parecem estar bastante presentes nas aulas de Laura, particularmente pela utilização recorrente dos algoritmos no cálculo. Numa das aulas em que os alunos ainda não dominavam a multiplicação com transporte, a docente recorreu à explicação do algoritmo tradicional (150 vezes 6), assumindo como único processo de resolução o cálculo algorítmico:

Professora: – Seis vezes zero, zero, certo? A gente já fez, mas vocês têm um bocadinho de dificuldade aqui. Seis vezes cinco quanto é que é?

Caracol: – Trinta.

Professora: – Trinta. E quando é assim o que é que se faz? Fica o zero aí nas dezenas e agora aqui ao lado põe-se o três, é as dezenas. Seis vezes um?

Alunos: – Seis.

Professora: – E agora vamos buscar...

Caracol: – O três.

Professora: – Seis mais três?

Caracol (contando com o auxílio dos dedos): – Sete, oito, nove. Nove.

[2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]

Ainda no âmbito das operações numéricas e dos respetivos algoritmos, Laura negocia com os alunos o conceito de subtração associando-o aos procedimentos algorítmicos, a propósito do problema das alturas dos alunos, anteriormente referido. Perante a dificuldade de um aluno em determinar a altura da menina, a professora questiona: “Como é que sabemos a medida só da menina? Sabemos a medida dela e do banco e sabemos a medida do banco, o que é que a gente tem que ir fazer?” [2008 maio _ aula _ 2.º ano].

Parece existir nestes casos uma pressão para os processos de cálculos operacionalizados nos procedimentos algorítmicos. Na mesma aula, Laura ajuda os alunos a realizarem uma subtração com transporte, negociando *por imposição* os processos de cálculo algorítmico (180 – 45):

Professora (no quadro): – A gente não pode ir ao zero tirar cinco, pois não?

Alunos: – Não.

Professora: – Então temos de ir fazer o quê? Temos que ir... pedir uma dezena emprestada...

Alunos: – Emprestada ao outro.

Professora (corta o oito): – Quantas dezenas aqui estão?

Alunos: – Oito.

Professora (coloca 1 nas unidades perfazendo 10 e 7 nas dezenas): – Oito. Se eu vou pedir uma emprestada que fica aqui do lado das unidades e aqui ficam sete. Que número é que fica aqui nas unidades?

Alunos: – Dez.

Professora: – Agora como é que se diz: «Cinco para dez».

Alunos (em uníssono com a professora): – Cinco para dez.

Professora: – Quanto é que é?

Alunos: – Cinco.

Professora (regista 5): – E agora pode-se dizer quatro para quantos?

Alunos: – Sete.

Professora: – Quanto é que é?

Alunos: – Três.

Professora (regista 3): – Ficam?

Aluna: – Três.

Professora: – E agora está aqui alguma coisa?

Alunos: – Não.

Aluno: – Fica um.

Professora regista 1.

Aluna: – Cento e trinta e cinco.

[2008 maio _ aula _ 2.º ano]

Laura descreve o modo como trabalha com os alunos orientando-os para alguns processos:

Se aquilo não corre bem e se eles me estragam o trabalho, porque eu quero que seja assim e não corre bem, aquilo é um desassossego, comigo é assim um bocado, mas eles aceitam e percebem que está ali alguém sempre a puxar por eles.

[2006 dezembro _ entrevista]

A estrutura dos enunciados das tarefas matemáticas, relativamente ao número de questões, parecer ser também negociada com os alunos, alertando-os para a existência de duas alíneas num mesmo problema: “O terceiro problema tem duas perguntas. Logo, vocês têm que resolver primeiro a primeira, com atenção, e arrumar e dar a resposta. E depois passar para a segunda” [2007 novembro _ aula _ 2.º ano]. O acréscimo das interações entre os alunos parece igualmente ter originado também uma negociação de processos matemáticos entre eles. Na tarefa dos números vizinhos, já referida, Miguel começa por escrever o número conseqüente 301. O aluno Caracol questiona o colega:

Caracol: – Porque é que começaste por aí?

Professora: – Miguel, responde lá ao Caracol.

Miguel: – (responde impercetível).

Professora: – Não ouvi.

Miguel: – Por ser mais fácil.

Professora: – E mais fácil escrever o número que vem...

Miguel: – A seguir.

Professora: – Do que o que vem...

Miguel: – Antes.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano]

Por vezes surgiam processos informais em que os alunos tiveram necessidade de ir negociar com a professora a validade do processo adotado. No problema das alturas dos meninos, um dos grupos ordenou-os apenas comparando as suas alturas através da medição, tomando um lápis como instrumento de medida do desenho dos meninos no enunciado da tarefa. Um dos alunos de um grupo de dois explicou à professora que, com o apoio de um lápis, comparou as medidas dos meninos, ordenando-os. Outros alunos reagiram a este processo apelidando-o de fraudulento.

A negociação de processos extravasou os procedimentos numéricos e assumiu uma negociação de estratégias a propósito da identificação dos hexaminós que são planificações do cubo. Laura questionou os alunos sobre o processo a utilizar nessa identificação. A maioria dos alunos, apoiados pela docente, optou, no seguimento da atividade desenvolvida, por defender a *montagem* da planificação. Contudo, o aluno André argumentou de modo distinto que conseguia identificar os hexaminós que são planificações do cubo sem os *montar*:

Professora: – Achas que vias logo, André? Antes de experimentares, tu vias?

André: – Não. Mas, às vezes, nós não precisamos montar, vemos logo. Esta, fazemos assim, esta vira... (gesticulando com os braços sobre a planificação projetada na tela de projeção).

Professora: – Oíçam lá o André. Ele diz que não precisava de montar.

(...)

André: – Este virava assim, mas não era preciso fazer, víamos logo.

Professora: – Achas que era fácil ver logo?

Alunos: – Não.

[2008 outubro _ aula _ 3.º ano]

Para além dos conceitos e processos matemáticos, parece existir também negociação de significados decorrentes das normas sociais e sociomatemáticas de sala de aula, ao regular atitudes e comportamentos. Laura, num encontro individual comigo, relatou que fizera o problema das patas dos animais e que obteve várias soluções. Os alunos questionaram a professora sobre a necessidade de registar todas as soluções, o que foi rea-

firmado pela docente: «“Temos de passar estas maneiras todas? Claro.” (...) É o mínimo possível» [2008 janeiro _ encontro].

Ao longo do trabalho de natureza colaborativa, acentuaram-se duas atitudes que podem ser classificadas como normas sociais de sala de aula que resultaram de processos prolongados de negociação de significados estimulados pela docente. A necessidade de entendimento e de partilha de opiniões entre todos gerou um acréscimo de participação dos alunos na explicitação das ideias e estratégias matemáticas. Laura destaca a assídua participação nas discussões de dois dos alunos: «Eles gostam desta parte: "Posso explicar como é que fiz?". Gostam muito. "Eu posso dizer como é que eu fiz?" O Caracol é terrível para isso e o André: "Mas eu fiz de outra maneira, posso dizer?"» [2009 fevereiro _ entrevista]. A negociação das normas sociais surgiu também a propósito da leitura dos enunciados das tarefas matemáticas. Um dos alunos começa a ler bastante acelerado. A professora interrompe: “Hei, hei... Quando se lê, lê-se como? Acelerado? Devagarinho, com calma” [2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]. A negociação de significados matemáticos parece estruturar-se em diferentes vertentes, como conceitos e processos matemáticos e normas sociais sociomatemáticas, e diferentes níveis caracterizados pela imposição e pela partilha de significados.

Colaboração, reflexão e prática

A participação de Laura no trabalho de natureza colaborativa decorreu sempre num ambiente de grande abertura e autenticidade, apesar do seu acanhamento nos primeiros encontros. Laura assumiu algumas das estratégias de comunicação ensaiadas nas aulas como válidas, generalizando-as mesmo para as outras áreas de conhecimento.

Investigador e trabalho colaborativo. Nas primeiras aulas e encontros de natureza colaborativa, a principal preocupação da professora foi fazer *bem feito*, o que gerou uma enorme ansiedade e expectativa em relação ao desempenho dos seus alunos. Laura reflete sobre uma das primeiras aulas dizendo que “hoje estava num dia não” [2007 outubro _ encontro colaborativo] para justificar o fraco nível de participação dos seus alunos. Esta ansiedade foi realçada nos encontros – “É a nossa ansiedade, é o que a gente quer de repente” [2008 janeiro _ encontro] – e nas próprias aulas: “Isto hoje está a correr mal!” [2008 janeiro _ aula _ 2.º ano]. Ao ultrapassar esta primeira fase, em que a professora manifestou vontade de desistir do trabalho de natureza colaborativa, Laura começou por

valorizar o trabalho dos alunos, reconhecendo a sua quota-parte de responsabilidade no comportamento dos alunos e na ausência de participação destes no discurso na sala de aula.

Ao visionar algumas aulas em que a professora está constantemente a restringir e interromper a comunicação dos alunos, Laura manifesta surpresa pela persistência destes: “A sorte é que eles não desanimam muito” [2008 janeiro _ encontro]. A docente começa pouco a pouco a diferenciar as falhas e as ações manifestamente positivas da sua prática letiva: “Vá lá, não está muito mal!” [*idem*]. O acréscimo da participação dos alunos na comunicação em sala de aula gerou uma insegurança ao nível do conhecimento matemático – «O meu receio é esse, chegar ao dia em que eu diga assim: "E agora, pego nisto de que forma?". Como é que faço?» [2007 novembro _ encontro colaborativo] –, ocasionando por vezes esclarecimentos comigo sobre a validade matemática das intervenções dos alunos – “Pode ser assim?” [2008 junho _ aula _ 2.º ano].

O conhecimento matemático passou a constituir uma preocupação crescente da professora em relação à possibilidade ou impossibilidade de valorizar as intervenções dos alunos. O trabalho de natureza colaborativa desenvolvido gerou mais dúvidas em Laura em relação ao seu conhecimento matemático: “Não sei se me põe mais dúvidas?” [2009 fevereiro _ entrevista]. Para contrariar esta insegurança, a professora passou a preparar-se melhor, a ter mais cuidado na planificação das aulas, para estar mais segura no decorrer destas:

Gosto muito de me informar bem antes, para estar mais segura, para não os sentir... Depois, ao transmitir os conhecimentos ou mesmo na partilha entre eles, que eu não deixe escapar ali um aspeto que possa ser essencial, importante, e que os ajude no conhecimento.

[2009 fevereiro _ entrevista]

O trabalho de natureza colaborativa originou assim um crescente conhecimento da professora em relação a si própria e às suas dificuldades na comunicação e nas aulas de matemática. Para Laura, a colaboração com as colegas foi mínima por serem de anos diferentes – “As três cá, são anos diferentes, tudo diferente, talvez não haja assim muita relação” [2008 abril _ encontro] –, particularmente no dia-a-dia da escola. Porém, nos encontros de natureza colaborativa, o visionamento das filmagens – “Importante isto das filmagens porque nós vemos que realmente é verdade” [*idem*] – e a participação de alguém exterior – “Alguém de fora, externo, está com mais atenção, mais atento” [*idem*]

–, foram mais-valias na mudança das suas práticas. Os encontros de natureza colaborativa ajudaram a docente a refletir mais em relação às suas práticas, mesmo para além das aulas observadas:

Eu este ano tenho noção, coisa que eu jamais pensaria, tenho noção de que, se calhar, não tem havido tanta comunicação porque tem sido mais naquela de transmitir mais, e que aquilo fique minimamente, talvez para o ano já seja diferente porque há uma maior consolidação. Mas tenho noção.

[2009 fevereiro _ entrevista]

A diminuição dos momentos de comunicação decorre da lecionação do 3.º ano de escolaridade que a professora considera um ano difícil para os alunos – “Há uma grande matéria a dar, são conteúdos mais difíceis e também demoro mais tempo a dá-los” [2009 fevereiro _ entrevista]. Os encontros também contribuíram para Laura mudar algumas atitudes:

Estava habituada a fazer aquelas mesmas atividades, sempre a explorar daquela maneira e agora já não, vamos um bocadinho mais além. Mesmo que façamos as mesmas atividades, o mesmo tipo de trabalho, vai-se sempre um bocadinho mais além, porque alguém nos chamou à atenção. (...) Quem está de fora analisa de uma forma diferente.

[2009 fevereiro _ entrevista]

Laura valoriza o trabalho de natureza colaborativa destacando o papel do elemento exterior com um outro olhar sobre a realidade das salas de aula do 1.º ciclo e do ensino da matemática. A temática da comunicação favoreceu a transferência das alterações também para outras áreas disciplinares, como o português, por ser comum às várias áreas. Laura acha que este trabalho lhe abriu “os olhos para além do veuzinho, o que se pode ver, o que se pode fazer, as possibilidades que há e que nós às vezes não vemos. É isso que eu gosto” [2009 fevereiro _ entrevista].

Reflexão e mudança. A reflexão foi sempre assumida por Laura como uma atividade importante na sua ação enquanto professora, especialmente a partir da prática: “E reflette-se mais. É o que tu dizes. Uma reflexão sobre o trabalho feito” [2007 fevereiro _ encontro colaborativo]. Esta reflexão decorre das aulas, particularmente do desempenho dos alunos e da professora na resolução das tarefas propostas: “Eu pensei, depois lá em casa, há bocado estava a pensar assim: então em vez de eu sublinhar, eles sublinharam muito bem os algarismos, se tivesse escrito por cima a cor, será que corria melhor?” [2007 outubro _ encontro colaborativo].

A preocupação constante com o desempenho dos alunos originou uma valorização das aprendizagens colaborativas em torno das tarefas e da comunicação entre os alunos. Laura assumiu uma nova atitude em relação à exploração das tarefas em sala de aula. Para a docente, as tarefas devem ser menos e menos extensas e trabalhadas profundamente. Relata que antes fazia muitas tarefas sem exploração, o que questiona hoje: “Será que perceberam o que estiveram a fazer?” [2008 abril _ encontro]. Defende que para os alunos com mais dificuldades devemos começar por tarefas com um *enunciado pequeno*, com *linguagem clara e familiar* e com *contexto*, de modo que faça *sentido*, para que os alunos *sintam confiança* na realização das atividades. Laura deixou de entregar aos alunos um conjunto de tarefas para fazer e passou a gerir as tarefas matemáticas uma a uma: “Da experiência que eu tenho tido, é preferível dar menos, dar um [exercício/tarefa], se houver tempo... Se eles não estão ainda muito cansados, dá-se outro, senão, não” [2009 fevereiro _ entrevista].

A comunicação entre os alunos foi também um dos aspetos assumidos como uma nova prática. Laura ao planificar as aulas passou a, nas “várias áreas do currículo, deixar sempre espaço para eles” [2009 fevereiro _ entrevista], para que os alunos tenham possibilidade de *argumentar*. A comunicação entre os alunos foi substancialmente desenvolvida apesar de estes continuarem a virar-se para a professora quando intervêm: “Virados para trás, agora vim cá para trás” [2008 novembro _ aula _ 3.º ano]. Nas aulas, a professora acha-se mais calma – “tenho mais calma” [2009 fevereiro _ entrevista] e reflete mais sobre as suas práticas de comunicação.

A mudança principal nas práticas de Laura parece decorrer da gestão das tarefas e da planificação dos espaços temporais da aula para a comunicação e a interação entre os alunos em grupo turma, a par do reforço na preparação das aulas na perspetiva do conhecimento matemático. Laura realça o papel do investigador e do trabalho de natureza colaborativa na identificação de práticas rotineiras e desadequadas em função das orientações curriculares.

Dois anos e meio depois, Laura autentifica – “Corresponde à realidade” [2011 julho _ encontro coletivo] – e revê-se na escrita do caso, salientando a sua omnipresença na sala de aula a par da insegurança em relação ao conhecimento matemático:

Eu revi-me, mas revi-me nesta parte, mas continuo a achar que ainda dou pouco espaço para eles. Acabo de chegar a esta conclusão quando leio do princípio até ao fim e que se mantêm aquelas sensações que eu tenho,

claro. Sempre a questionar-me: Será que aquilo está bem? Será que eles vão dizer mais qualquer coisa? Será que eu consigo chegar? Será que eu consigo chegar ali, pegar naquilo e ver que está ali mais qualquer coisa para além daquilo? Muita insegurança.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Na sua perspetiva, continua a dar pouco espaço de interação entre os alunos – "A interação entre eles? Às vezes esqueço-me" [2011 julho _ encontro coletivo] –, em parte devido à sua reconhecida insegurança em relação ao conhecimento matemático:

Se aquilo descamba ali um bocadinho mais para outro lado... E agora, como é que eu me desenrasco? Acho que eu tenho uma falta de segurança nesse aspeto. Preciso muito da matemática.

[2011 julho _ encontro coletivo]

Laura focaliza a sua presença em sala de aula em torno do conhecimento matemático, neste caso, centrado nos conhecimentos do professor e nos conteúdos tradicionais do 1.º ciclo. Este foco resulta da falta de segurança científica da professora no reconhecimento e compreensão de eventuais estratégias matemáticas não usuais por parte dos alunos.

Capítulo 9

Em busca do entendimento: comunicação matemática

A sustentação pública de uma proposição origina um olhar para além dos dados e da interpretação dos intervenientes, configurando uma busca do entendimento a propósito da temática em estudo. É com este sentido de distanciamento dos casos particulares que tento sintetizar a análise e interpretação dos dados, conjugando-a com as ideias centrais oriundas dos conhecimentos teóricos revistos, referentes às conceções e práticas de comunicação matemática na sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico. Nesta ótica, a análise global dos casos assume uma perspetiva interpretativa do investigador na tentativa de recriação da significação da ação dos professores no âmbito da comunicação matemática.

Conhecimento profissional do professor de matemática

O conhecimento profissional do professor de matemática é retratado aqui a partir das visões sobre a formação inicial, complementar e contínua de professores e da valorização de um conhecimento oriundo da prática profissional. As conceções sobre a comunicação matemática e a aprendizagem complementam um entendimento mais globalizante da visão educativa e profissional dos professores do 1.º ciclo, tomando os casos particulares como representativos de uma comunidade social.

Conhecimento profissional. A tónica central do discurso das docentes, a propósito da formação académica para a atividade profissional dos professores, resulta na censura à

divisão entre teoria e prática. Para as professoras, a sua formação acadêmica inicial revelou-se desfasada das práticas profissionais, mesmo na iniciação à prática profissional em sala de aula, configurando um desajuste significativo entre a produção teórica e abstrata do conhecimento e a prática profissional dos professores. Esta perspectiva reafirma a pertinência da crítica à visão da ciência positivista sobre a formação de professores (Goodson, 2008; Pérez, 1997), mas assume a existência de uma componente teórica na formação que traduza um *real* conhecimento sobre a prática profissional docente.

As professoras advogam uma formação direcionada para as necessidades profissionais, conjugando os processos formativos e experiências, como é defendido por Ponte (1998, 2000), ao caracterizarem os modelos de formação complementar e contínua, em contexto profissional, como momentos de formação em que equacionaram as suas práticas letivas e geraram mudanças na sua atividade profissional. A existência de reflexão em torno da atividade docente com base no relato e nas produções matemáticas dos seus alunos, no âmbito da formação complementar, parece ter constituído uma primeira rutura com os anteriores modelos de formação, pautados pela divisão entre conhecimento teórico e supervisão pedagógica.

Estas transformações da prática profissional parecem resultar de processos formativos com incidência na reflexão sobre a prática profissional dos formandos ou em consequência da existência de fatores externos como as provas de aferição de conhecimentos. Carolina aponta a existência das provas de aferição para o 4.º ano de escolaridade como o detonador de mudanças significativas das suas práticas profissionais, para além das formações complementares e contínuas e do importante papel do mestrado na reflexão sobre as suas práticas. A formação contínua em matemática parece não ter gerado significativas mudanças, apesar da valorização atribuída pelas docentes à componente prática e reflexiva, presumivelmente pela continuidade das alterações profissionais resultantes da formação complementar e da introdução das provas de aferição.

A valorização dos contextos de prática nos processos de formação evidencia a relevância da dimensão prática na construção do conhecimento profissional dos professores, como sublinha Elbaz (1983), sem, contudo, restringir os processos formativos ao contexto da prática profissional em sala de aula. O envolvimento das docentes, em ações de formação contínuas e pós-graduações, é demonstrativo da valorização das formações académicas e profissionais para a docência, revelando a relevância da formação institu-

cionalizada na mudança de práticas e na construção de novas ideias, como é apontado por Kennedy (2002).

A formação matemática nos cursos de formação inicial não surge de modo muito explícito para além da caracterização global de uma matemática escolar com incidência em conteúdos específicos, particularmente associados às operações numéricas. Para as professoras, com especial incidência em Laura, a formação matemática ficou aquém das suas necessidades profissionais. No âmbito das formações complementares e contínuas, as professoras, particularmente Alexandra e Laura, encararam o conhecimento matemático de modo distinto, por resultar dos conteúdos curriculares do programa de matemática dos primeiros anos de escolaridade e configurar um acréscimo no repertório de tarefas matemáticas para a sala de aula.

Com base nos dados recolhidos, parece existir um significativo défice de conhecimento matemático no âmbito da geometria e medida e, provavelmente, em outros temas menos tradicionais da matemática no 1.º ciclo, como os padrões e regularidades. Por vezes, o ensino da geometria decorre sob o signo da visualização, sem atender às propriedades das figuras e sólidos geométricos, originando informalidades e deficientes definições dos *entes* geométricos. Este *desconhecimento* parece resultar de insuficiências no conhecimento *de* e *sobre* matemática (Ball, Hill & Bass, 2005; Hill, Rowan & Ball, 2005), particularmente na correção matemática e na construção de múltiplas representações de conceitos matemáticos. O tema matemático em que as professoras assumem um conhecimento mais seguro é o dos números e operações, entendidos na forma clássica da aritmética dos números inteiros, por associação à sua própria escolarização e em resultado de um vasto repertório de rotinas de ensino (no sentido apontado por Silver, 2005), reconhecidas pela comunidade escolar, desenvolvido ao longo da sua prática profissional.

Em resultado de repetidas ações de formação e do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido neste estudo, Laura assume uma maior consciencialização das suas dificuldades em relação ao conhecimento *sobre* a matemática, o que levou a uma mudança de atitude pessoal e profissional em relação ao sentido matemático das interações e produções dos alunos. O reconhecimento de um conhecimento *de* matemática restrito aos conteúdos matemáticos lecionados aos alunos, originando uma focalização significativa nos procedimentos matemáticos, aponta para um défice de formação no conhecimento

matemático, particularmente no conhecimento *sobre* matemática. Alexandra defende uma formação matemática que extravase a lógica da simples resolução de tarefas matemáticas, em que os formandos *fizessem* matemática, numa perspectiva muito semelhante à defendida por Ma (2009), relacionada com os conteúdos escolares do 1.º ciclo do ensino básico. Deste modo, o reforço do conhecimento *de* e *sobre* matemática poderá resultar de um *fazer* matemática, excedendo a resolução das tarefas matemáticas, individualmente, com os alunos, com os colegas e em momentos formativos, ao longo da atividade profissional.

As professoras valorizam de modo significativo as formações focadas na resolução de problemas ou desafios da prática, com uma componente reflexiva, em resultado do desempenho dos alunos e das dúvidas e dos dilemas profissionais do professor a propósito das atividades educativas em sala de aula. Neste sentido, os modelos formativos de formação inicial e contínua de professores devem conjugar o conhecimento e a inovação das investigações educacionais com o saber pessoal e profissional dos intervenientes, numa prática de análise e reflexão crítica dos desempenhos matemáticos dos alunos e professores em sala de aula. Esta interdependência entre a investigação, a formação e a prática, na construção do conhecimento profissional dos professores, apontada por Ruthven e Goodchild (2008), constitui um significativo desafio aos investigadores em educação matemática e aos professores de matemática na edificação de uma ação comum de interação entre os conhecimentos académicos e profissionais.

O conhecimento narrativo das professoras parece centrar-se no reconhecimento educacional e social dos conhecimentos dos seus alunos, assumindo uma importante vertente relacionada com o contexto escolar e social, referenciada por Elbaz (1983) e Fennema e Franke (1992), com especial relevo em Carolina e Laura. Nesta ótica, as professoras encaram o trabalho colaborativo entre professores como uma partilha de conhecimentos e experiências profissionais, por vezes restrita a pares ou pequenos grupos, através da permuta de *boas* tarefas e materiais, e da *clarificação científica* de aspetos específicos do conhecimento disciplinar, com uma dimensão mais paradigmática, atendendo à monodocência e à diversidade de formações dos professores do 1.º ciclo. Fundamentalmente, a partilha colaborativa entre professores surge pautada pela narração e reconhecimento de experiências profissionais e *boas* práticas (Dolk & Hertog, 2008; Shulman, 1986), em resultado da permuta narrativa de significativos desempenhos dos alunos.

Este foco na partilha de *boas* tarefas e materiais para a sala de aula parece resultar de uma prática de *planificação*, expressa na planificação diária ou semanal, com correções diárias, baseada na seleção de tarefas matemáticas, por vezes enquadrada numa temática global, como refere Alexandra, e de *ação*, assente na constante avaliação e regulação dos desempenho dos alunos, como ressalta Laura. Nesta ótica, a *reflexão sobre a ação* (Schön, 1998, 2008) origina uma reprogramação das aulas, em função dos conhecimentos não demonstrados pelos alunos, baseada na realização de *novas* tarefas matemáticas, similares ou não, sobre as mesmas temáticas, com vista à plenitude de conhecimentos baseados no *saber fazer*. A relação *planificação, ação e reflexão* resulta da seleção de tarefas matemáticas, da atividade dos alunos em torno das referidas tarefas e do seu reforço continuado sobre o mesmo tópico, como é evidenciado por Alexandra a propósito do ensino da determinação do perímetro de uma figura geométrica, configurando um repensar da *ação* sem reflexão crítica e questionadora da prática educativa.

As tarefas matemáticas são escolhidas em diversos manuais escolares, na *internet* e em outros recursos educativos que se constituem como *fontes do conhecimento profissional* (Azcárate, 1999). Isso acontece em função dos conteúdos abordados, por vezes sem atender ao percurso de aprendizagem proposto pelo programa ou pelos manuais, como assume Alexandra, não configurando o *domínio* do manual escolar adotado pelo estabelecimento de ensino nem o exaustivo cumprimento das orientações curriculares. As tarefas matemáticas, realizadas na sala de aula, oscilam entre exercícios de consolidação e certificação de conhecimentos e problemas e atividades de investigação, neste caso particular tendo em vista a valorização da comunicação, gerando uma dicotomia clássica entre exercícios e problemas, como é referido especialmente por Carolina.

A inclusão de exercícios e outro tipo de tarefas, para além dos problemas, na promoção das interações comunicativas em sala de aula, assumida por todas as professoras, através da valorização do tempo e do espaço comunicativo, parece indiciar a possibilidade de deslocação do foco da aprendizagem centrada nos conteúdos, com ênfase na execução das tarefas matemáticas, como orientação para o ensino da matemática (Thompson, 1992), para a aprendizagem centrada nos conteúdos, com ênfase nos processos de comunicação matemática, originando uma significativa valorização da interação social no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Todavia, o foco parece manter-se na atividade momentânea dos alunos, sem planificação significativa dos momentos da aula, das intervenções das docentes e dos alunos, nomeadamente em termos comunicativos, das hipotéticas resoluções dos alunos e da sistematização dos conhecimentos. Deste modo, parece essencial dar mais atenção formativa à planificação das componentes de uma sequência de aulas, excedendo a planificação de uma sequência de tarefas matemáticas, favorecendo a comunicação e outras capacidades transversais, nomeadamente através da valorização das interações entre os alunos e da representação diversificada das ideias matemáticas, advogada por diversos investigadores em educação matemática (Baroody, 1993; Cramer & Karnowski, 1995).

Em resultado do trabalho de natureza colaborativa desenvolvido nesta investigação, as professoras assumiram uma maior consciencialização dos momentos da aula, da gestão do trabalho autónomo dos alunos e das dinâmicas de interação entre os alunos e entre estes e a professora na discussão, em grupo turma, das estratégias e ideias matemáticas daqueles, mesmo que confusas, incompletas ou incorretas. Particularmente, no caso de Carolina, o desenvolvimento deste trabalho foi fundamental na mudança de conceções e práticas em torno do trabalho de grupo dos alunos. A centralidade da aprendizagem dos alunos nos conteúdos matemáticos, traduzida no *saber fazer* das tarefas matemáticas, parece ser uma tónica constante das perspetivas das professoras a propósito das formações e da partilha colaborativa entre os colegas. A introdução da temática da comunicação como interação gerou uma valorização do discurso e da argumentação, para além da resolução eficiente das tarefas matemáticas em sala de aula, no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Conceções sobre comunicação matemática. As conceções sobre comunicação matemática remetem-nos para a qualidade do discurso e da receção, a par da utilização dos códigos adequados aos conhecimentos e à compreensão dos alunos, numa linguagem progressivamente formalizada própria da matemática. Para as professoras, a comunicação está relacionada com a verbalização da ação, num código comum, centrada no ato de explicar os conteúdos disciplinares, por parte destas, e com a receção e decodificação das mensagens dos emissores e dos próprios desempenhos escolares, por parte dos alunos. Esta conceção é apontada por Thompson (1984) como reveladora de um posicionamento tradicional em relação ao ensino da matemática, em que o foco está no discurso dos docentes e na capacidade de receção dos alunos. Para Alexandra, as interven-

ções comunicativas dos alunos assumem um papel relevante na certificação dos seus conhecimentos, originando um processo de ação e reação entre os alunos e a professora, configurando o modelo tradicional de comunicação como transmissão de informações e conhecimentos.

As concepções idealizadas, pelas professoras, dos alunos como ouvintes atentos e passivos, configurando uma instrução tradicional (como caracteriza Brendefur & Frykholm, 2000), motivaram a centralidade do discurso dos alunos em si próprios. A rutura, com o *monólogo* comunicativo, gerou nas docentes um questionamento constante sobre a possibilidade do ensino e aprendizagem da matemática em contextos educativos norteados por múltiplas intervenções, por divergir da sua experiência profissional (como realça Azcárate, 1999). O resultante *caos* comunicativo foi progressivamente assumindo uma natureza reflexiva e de partilha de conhecimentos entre os alunos, originando nas professoras uma gradativa adesão à comunicação como partilha de conhecimentos entre os intervenientes, com vista ao entendimento comum, como é notório em Laura.

Particularmente, Carolina assumiu a comunicação como um tempo e espaço constituinte da aula de matemática, originando uma concepção da comunicação matemática como uma componente da aula em paralelo com a capacidade comunicativa dos alunos. A autonomia dos alunos no discurso de sala de aula gerou em Laura um acréscimo na proteção dos alunos com manifestas dificuldades em matemática, minimizando, na sua perspetiva, as dificuldades comunicativas destes. As professoras assumiram a partilha comunicativa como alicerce das práticas de sala de aula, nomeadamente no trabalho em grupo e na discussão em turma, germinando uma concepção de aprendizagem subordinada aos processos de comunicação matemática.

As concepções sobre comunicação matemática surgem associadas às concepções sobre aprendizagem da matemática, as quais parecem ser influenciadas pelas perceções das características específicas dos alunos, como defende Ponte (1992), nomeadamente pelas concepções das professoras sobre as aptidões pessoais dos alunos para a matemática. Todavia, a existência de alunos com significativa *vocação* para a matemática é assumida pelas professoras como uma *dádiva*, resultando no reconhecimento do valor das suas capacidades matemáticas independentemente do processo de ensino-aprendizagem, em consonância com o próprio passado escolar de alguns professores, aqui representados pela *vocação pessoal* de Alexandra na aprendizagem da matemática.

Nesta ótica, o processo educativo dirige-se essencialmente aos restantes alunos com conhecimentos medianos ou reduzidos, garantindo socialmente uma aprendizagem da matemática para todos, através do *esforço continuado* na sala de aula e em casa dos alunos. Deste modo, o reconhecido objetivo de uma matemática de qualidade para todos pode ser *iludido* por uma matemática ao *alcance* de todos, baseada na transmissão, receção e memorização dos procedimentos matemáticos com vista à eficaz resolução das tarefas rotineiras da matemática. Assim, é necessário proporcionar um conhecimento *de e sobre* matemática de qualidade, nos cursos de formação inicial e contínua de professores, de modo a garantir segurança e sentido crítico em relação ao ensino da matemática no ensino básico e secundário.

Para além dos contextos pessoais, existe a pressão social dos pais (e da sociedade), eventualmente mais relevante no 1.º ciclo do ensino básico, ao influírem nos modelos de aprendizagem, por referência à sua própria experiência educativa enquanto alunos deste nível de ensino. Deste modo, parece existir uma significativa reprodução cultural como garantia de reconhecimento social das aprendizagens dos alunos nos primeiros anos de escolaridade. Esta ligação entre as aprendizagens das sucessivas gerações parece induzir uma prática tradicional, nomeadamente nos procedimentos algorítmicos, como sustentação do reconhecimento social da escola.

As professoras extravasam estes processos geracionais ao enaltecerem as tarefas matemáticas mais abertas, como os problemas, conjugadas com a valorização da diversidade de estratégias numéricas e figurativas e da assunção de múltiplas soluções num mesmo problema, e o trabalho em grupo como partilha dos conhecimentos individuais, especialmente notório em Carolina, configurando uma valorização da expressão e das ideias dos alunos. O desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa gerou nas professoras o reconhecimento de um conhecimento particular e pessoal dos alunos, transformando-os em sujeitos aprendentes com ideias e estratégias específicas e individualizadas. Decorrente deste reconhecimento, as professoras assumiram uma nova atitude no entendimento das estratégias e soluções dos alunos, mesmo que confusas, incompletas ou incorretas, apesar da forte associação entre o desempenho *eficiente* dos procedimentos matemáticos e a aprendizagem da matemática.

As conceções iniciais sobre comunicação e aprendizagem remetem-nos para um ensino centrado no discurso do professor e no papel dos alunos como recetores atentos desse

mesmo discurso. As ténues alterações das concepções das professoras sobre comunicação e aprendizagem da matemática resultam da integração da partilha comunicativa na aprendizagem e do papel ativo de conhecedor e aprendente dos alunos. O processo de ensino-aprendizagem da matemática surge assim muito dependente de uma concepção de aprendizagem centrada na execução *correta* das tarefas matemáticas por todos os alunos, baseada na memorização de conceitos e procedimentos matemáticos, originando uma uniformidade de ações e resoluções na sala de aula. A valorização dos conhecimentos e processos pessoais e individuais dos alunos na partilha das ideias matemáticas e na construção do pensamento matemático, através da comunicação como interação social, pode suavizar esta centralidade nos conteúdos, com ênfase na execução das tarefas matemáticas, e promover uma aprendizagem da matemática com sustentação nas práticas de comunicação em sala de aula.

Práticas de comunicação em sala de aula de matemática

As práticas de comunicação matemática resultam da análise dos modos e formas de comunicação e do tipo de linguagem predominante em sala de aula. A demonstração da rutura com os modos de comunicação unidirecional e contributivo, baseados no conhecimento do professor, parece favorecer uma aprendizagem matemática alicerçada nas interações comunicativas entre os alunos e entre estes e o professor. Esta valorização do conhecimento dos alunos reforça o papel da linguagem e das formas de comunicação, transformando a oralidade, a escrita e a leitura em formas de evidenciar o pensamento matemático dos alunos.

Modos de comunicação. As práticas de comunicação usuais das professoras parecem resultar da concepção dos papéis do aluno e do professor como executores de uma matemática estruturada e acabada, baseada na resolução de tarefas matemáticas rotineiras. Nesta perspetiva, os alunos participam no discurso das professoras revelando os seus conhecimentos, adquiridos anteriormente ou nesse mesmo momento, caracterizando o modo de *comunicação contributiva* (Brendefur & Frykholm, 2000), através da inclusão de exemplos, estratégias de resolução e soluções corretas de exercícios e problemas matemáticos.

A *omnipresença* das professoras na comunicação acentua-se, conjugando características unidirecionais e contributivas, na apresentação de novos conceitos e na resolução e sín-

tese das tarefas matemáticas, especialmente em situações de manifesta dificuldade dos alunos e de escassez de tempo em função do trabalho a desenvolver na sala de aula. Neste sentido, a representação social de extensão dos conteúdos do programa de matemática, por parte das docentes, resulta numa constante falta de tempo, originando o reforço da comunicação unidirecional e contributiva e do controlo da participação comunicativa dos alunos, orientados para a resolução das tarefas matemáticas, idealizada pelas professoras.

Neste contexto, a participação dos alunos, em grupo turma, é pautada por *monólogos* explicativos, previamente assumidos e validados, sem espaço nem tempo para perspetivas dissonantes nem confrontos argumentativos. Em alguns casos de maior participação dos alunos, no discurso de sala de aula, parece existir um modo de comunicação contributiva com inversão de sentidos, como surge nas aulas de Carolina, em que o discurso parece dirigido pelos alunos, mas assenta em direções previamente definidas pela docente. Esta inversão de sentidos pode originar uma maior participação dos alunos sem, contudo, deslocar o discurso da sala de aula do conhecimento e pensamento do professor.

As professoras assumiram um relativo desconforto no contrariar destas práticas de controlo educacional e comunicativo, revelando um esforço significativo para não condicionar o trabalho autónomo dos alunos e aceitar resoluções alternativas e divergentes, possibilitando o confronto e a partilha de diferentes resoluções das tarefas matemáticas, mesmo que confusas, incompletas ou incorretas (como é defendido por Cruz & Martín, 1998). Em conjugação com a autonomia dos alunos no trabalho em grupo ou a pares, as professoras reforçaram o seu papel na exploração e clarificação inicial das tarefas matemáticas propostas e no incentivo à interação comunicativa entre os alunos aquando da apresentação, discussão e síntese das estratégias de resolução e soluções dos problemas (como apontado por Godino & Llinares, 2000).

A crescente participação dos alunos no discurso de sala de aula, através da valorização temporal dos momentos de interação comunicativa em grupo turma, conduziu a uma significativa autonomia destes no processo de aprendizagem e o desenvolvimento do modo de comunicação reflexivo. O *caos* comunicativo assumiu características reflexivas, no confronto de perspetivas em torno da resolução das tarefas matemáticas, ao incluir significativos momentos de argumentação e contra-argumentação entre os alunos

sobre a adequação das ideias, estratégias de resolução e das soluções matemáticas, através da responsabilização destes pela sua aprendizagem. A valorização dos conhecimentos pessoais de cada um dos alunos, por parte das docentes, desencadeou um reforço significativo na partilha de conhecimentos entre todos e no reconhecimento do valor dos saberes dos outros. Esta mudança possibilitou um acréscimo significativo do sentido crítico e da responsabilização dos alunos na autonomia da validação das resoluções e soluções das tarefas matemáticas, como característica da *comunicação reflexiva* (Brendefur & Frykholm, 2000; Cobb, Boufi, McClain & Whitenack, 1997; Menezes, 2004, 2005), originando o reforço da partilha de ideias e estratégias matemáticas, ao invés da exposição das resoluções das tarefas matemáticas.

A autonomia crítica dos alunos passou a constituir uma preocupação das professoras, nomeadamente conjugando a importância da exploração oral, entre a professora e os alunos, sobre os propósitos de cada uma das tarefas matemáticas com a capacidade dos alunos interpretarem e resolverem sozinhos ou em grupo as tarefas matemáticas. As apresentações das estratégias e soluções passaram a incluir esquemas figurativos e registos numéricos de apoio à oralidade na explicação do processo de resolução, exceto a apresentação das soluções das tarefas matemáticas. A argumentação e contra-argumentação oral assumiu uma natureza reflexiva, constituindo momentos de significativa construção de conhecimento matemático e de debate entre diferentes estratégias de resolução, especialmente entre os alunos de Laura e de Carolina.

A inclusão do erro no processo de aprendizagem, apesar da resistência das professoras, com especial destaque de Alexandra, alimentou também os modos de comunicação reflexivo e instrutivo, em parte resultante da discussão em torno dos processos de instrução e das dificuldades dos alunos na resolução de algumas tarefas, como é ilustrado em Laura. A dimensão instrutiva da comunicação decorreu das discussões a propósito da razoabilidade dos resultados, em Alexandra, da reformulação das resoluções incorretas, em Carolina, do processo de construção dos conhecimentos originados pela resolução de tarefas matemáticas e do reconhecimento das aprendizagens realizadas pelos alunos. Estas ocorrências são caracterizadas por uma dimensão metacognitiva de reflexão sobre a própria ação, valorizando e integrando os conhecimentos dos alunos, como referem Brendefur e Frykholm (2000). A assunção da singularidade dos conhecimentos pessoais e específicos de cada um dos alunos, pelas professoras, originou o desenvolvi-

mento de uma comunicação reflexiva e instrutiva e o aumento da autonomia dos alunos no processo de ensino e aprendizagem. O reconhecimento e validação matemática das resoluções dos alunos passou a ser partilhado entre a professora e os próprios alunos, que assumiram um sentido crítico em relação às resoluções incoerentes, desadequadas e erradas das tarefas matemáticas.

Linguagem. A linguagem corrente e verbal matemática predomina nas aulas deste nível de ensino. A linguagem simbólica matemática, para além dos números inteiros e racionais, das operações fundamentais, da ordenação numérica e da medida, é praticamente inexistente, revelando uma centralidade da linguagem matemática verbal e simbólica no tema dos números e operações e na medida. Em contrapartida, a linguagem matemática verbal utilizada no tema da geometria e medida é pouco formalizada, assumindo regularmente expressões *quasi matemáticas* (Pirie, 1998). As representações visuais são esporádicas, para além do apoio visual aos objetos geométricos e aos enunciados das tarefas matemáticas, e as representações simbólicas não formais são praticamente inexistentes, revelando um ensino tendencialmente formalizado da matemática escolar.

A formalidade da linguagem verbal matemática nas temáticas dos números e da medida surge em torno das designações tradicionais de algumas medidas, bem patentes nas aulas de Laura, na diferenciação entre números cardinais e ordinais e na designação de números racionais não negativos, presente nas aulas de Carolina, e na designação de números decimais e unidades medida padrão, nas aulas de Alexandra, acompanhando os conteúdos matemáticos do 1.º ciclo e uma progressiva formalização da linguagem matemática. A correção da designação das operações aritméticas pelas professoras em resultado da designação dos operadores pelos alunos foi recorrente ao longo dos anos letivos em todas as salas de aula, revelando um esforço permanente das docentes na adequação da linguagem dos alunos à linguagem matemática.

Existe uma informalidade *consciente* nas designações de conceitos geométricos, denotando uma simplificação da linguagem ou uma insuficiência no conhecimento das professoras. Esta informalidade na geometria parece gerar regulares trocas de designações, pelos alunos, entre sólidos e figuras geométricas, em resultado do reconhecimento visual dos objetos, e dificultar a definição de conceitos geométricos. As dificuldades manifestadas no campo da geometria são acentuadas quando um mesmo objeto pode

assumir designações distintas, como quadrado e retângulo ou cubo e prisma retangular, ilustrado em Alexandra.

As aulas neste nível de ensino parecem ser pautadas pelas linguagens corrente e verbal matemática, sem presença significativa da linguagem simbólica matemática para além das representações dos números e operações numéricas, com um forte pendor da matemática escolar formalizada. As representações figurativas, especialmente no âmbito da geometria, não apresentam um significativo rigor na sua construção, originando definições incompletas ou pouco precisas na caracterização das figuras e sólidos geométricos, o que parece resultar de um insuficiente conhecimento matemático das docentes.

Formas de comunicação. A forma de comunicação predominante no 1.º ciclo é a oralidade, na enunciação das tarefas, na partilha de ideias e na apresentação e síntese das resoluções matemáticas, com suporte figurativo no 1.º ano de escolaridade. Neste nível de ensino, é reforçado o conhecimento da linguagem oral e iniciada a escrita e a leitura, originando uma natural vantagem da oralidade em relação à escrita e à leitura. A oralidade assumiu um sentido matemático para além do ato de fala, como defendem Amos (2007) e Buschman (1995), reconhecido por todas as docentes, ao longo do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa, no confronto de argumentos e na validação das resoluções das tarefas matemáticas. O desenvolvimento do sentido matemático da oralidade ocorreu na partilha de ideias e argumentos e no confronto dos alunos com a correção ou incorreção das suas resoluções matemáticas. O crescente papel da oralidade ficou bem patente entre os alunos de Laura, aquando da discussão sobre a validade da correção oral de um registo escrito, originando o assumir da oralidade pelos alunos como uma forma de expressão do conhecimento matemático.

A redução da escrita matemática ao registo das resoluções e soluções numéricas ou figurativas parece ser uma marca distintiva deste nível de ensino. As práticas docentes parecem incluir, pontualmente, a escrita descritiva, apesar das dificuldades manifestadas pelos alunos, das estratégias e resoluções numéricas ou figurativas dos problemas, sem assumirem contudo uma componente argumentativa da escrita matemática (Wilde, 1991). Carolina assumiu, desde o início do trabalho de natureza colaborativa, um significativo desconhecimento do significado da escrita matemática, por restringir a escrita à redação textual. As professoras assumiram, para além do registo escrito das soluções dos problemas e do apoio à exposição oral das estratégias e resoluções das tarefas

matemáticas, a concretização de tarefas de escrita matemática que resultaram na explicitação escrita das estratégias de resolução e soluções matemáticas (referidas em Smole, 2001), no caso de Alexandra; na interpretação escrita do pensamento matemático (defendida por Powell & Bairral, 2006), através da construção de problemas a partir de uma expressão numérica, ilustrada em Laura; ou através da descrição de uma construção de composições figurativas matemáticas criada pelos alunos, ocorrida nas aulas de Carolina; ou ainda da interpretação matemática de uma representação gráfica no âmbito da estatística, presente em Laura.

A leitura matemática excedeu a verbalização dos enunciados das tarefas matemáticas ao assumir uma importante componente interpretativa e de construção do texto. As docentes Alexandra e Carolina tomaram a seu cargo, com alguma regularidade, a leitura inicial e a interpretação das tarefas matemáticas, ao contrário de Laura que, por norma, deixou os alunos responsabilizarem-se pela leitura inicial e pela interpretação das referidas tarefas. Em todos os casos, os alunos reliam os enunciados no início da explicação e na exposição das resoluções e soluções encontradas. Os alunos de Carolina utilizaram regularmente a releitura dos enunciados das tarefas matemáticas como auxílio na exposição das estratégias e resoluções dos problemas e na validação das soluções através da justificação da validade das condições do problema, imitando as práticas usuais da docente na justificação matemática das soluções. A leitura extravasou deste modo o sentido da enunciação do problema, assumindo-se como um recurso à justificação argumentativa das soluções das tarefas matemáticas.

A oralidade matemática domina as práticas de ensino no 1.º ciclo, assumindo a escrita matemática um papel de registo, não criativo nem interpretativo, e a leitura uma verbalização das tarefas matemáticas. Ao longo do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa, centrado na valorização da comunicação matemática em sala de aula, a oralidade assumiu uma maior relevância nas práticas argumentativas entre os alunos, a escrita extravasou o registo, assumindo uma função descritiva e interpretativa do pensamento matemático, e a leitura e releitura dos enunciados das tarefas matemáticas apoiaram a justificação e validação das estratégias de resolução e soluções dos problemas matemáticos.

A valorização dos conhecimentos, estratégias e ideias matemáticas pessoais dos alunos originou uma prática reflexiva, pautada pelo confronto de opiniões através da argumen-

tação e contra-argumentação matemática, numa linguagem matemática verbal mais precisa, favorecida pela oralidade e pelo recurso à escrita e à releitura como processo de validação das estratégias de resolução e das soluções das tarefas matemáticas. Neste sentido, a valorização, por parte dos docentes, dos conhecimentos pessoais e individuais dos alunos pode favorecer uma prática de sala de aula pautada pela comunicação reflexiva e instrutiva, assumindo a linguagem, através da oralidade, da escrita e da leitura um papel relevante na construção do conhecimento matemático.

Padrões de interação e negociação de significados

Os padrões de interação entre as professoras e os alunos parecem ajudar a caracterizar o nível de autonomia dos alunos em sala de aula na construção do conhecimento matemático. A existência de um questionamento baseado na certificação de conhecimentos e na focalização de aspetos específicos, vistos pelas professoras, parece gerar padrões de interação tradicionais, pautados pelo seu conhecimento, e uma significativa *imposição* de significados. Uma *genuína* negociação de significados requer a partilha de saberes, através de verdadeiras questões, e decorre das interações pautadas pelo reconhecimento dos conhecimentos dos alunos.

Questionamento. O questionamento nas aulas das professoras parece decorrer em função da resolução correta das tarefas matemáticas propostas em sala de aula. Neste sentido, as docentes elaboram questões de confirmação sobre os pré-requisitos necessários à sua resolução, complementam com questões de focalização tendo em vista as resoluções preestabelecidas por si e retomam as questões de confirmação na certificação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos durante a realização das tarefas matemáticas.

As questões de confirmação, no sentido apontado por Mason (1998, 2000), surgem como certificação do entendimento da tarefa matemática proposta aos alunos e dos conhecimentos matemáticos adquiridos, como é ilustrado em Alexandra e Laura, e como regulação da atenção e comportamento dos alunos, especialmente em Alexandra. As questões de confirmação sobre os conhecimentos matemáticos estão essencialmente presentes na apresentação das tarefas matemáticas, como certificação dos pré-requisitos matemáticos, e na síntese das resoluções e soluções, como certificação do reconhecimento da resolução, da compreensão dos processos matemáticos utilizados na resolução

e dos conhecimentos matemáticos adquiridos pelos alunos, assumindo-se como um processo sistemático de avaliação.

As questões de focalização, caracterizadas por Mason (1998, 2000), encaminham a resolução das tarefas matemáticas, por vezes através de afirmações negativas, presente em Laura, e orientam a exposição descritiva dos procedimentos matemáticos utilizados na resolução das tarefas propostas, ilustrado em Alexandra. As professoras utilizam questões de focalização para antecipar estratégias, encaminhar ou questionar resoluções e ultrapassar dificuldades manifestadas pelos alunos. As questões de focalização, por vezes conjugadas com questões de confirmação e de inquirição, surgem, com expressivo significado, nas aulas de Carolina, também entre os alunos, como orientadoras dos procedimentos matemáticos, tendo em vista a resolução das tarefas matemáticas.

As questões de inquirição extravasam a resolução imediata das tarefas matemáticas propostas, surgindo em contextos de extensão das tarefas ou de análise do processo de resolução das tarefas matemáticas, mesmo sem assumirem a genuinidade defendida por Mason (1998, 2000). As professoras questionam os alunos com questões potencialmente inquiridoras em resultado dos dados obtidos, na resolução das tarefas matemáticas, configurando um genuíno propósito de desenvolver o pensamento e as estratégias matemáticas dos alunos. Estas questões decorrem de situações de generalização de dados, presente em Alexandra, de relações entre os dados, ilustrado por todas as professoras, e de análise e avaliação de procedimentos, presente em Laura.

O questionamento na sala de aula, assente em questões de confirmação e focalização, em função do conhecimento das professoras, decorre da tentativa de ensinar aos alunos os conteúdos e procedimentos matemáticos, expressos na resolução das tarefas matemáticas, originando uma constante função de focalização no conhecimento matemático preestabelecido e estruturado em manuais escolares e outros recursos educativos. Em rutura, a construção do conhecimento matemático suscita a existência de questões de inquirição que equacionem as relações e promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos para além dos conhecimentos e procedimentos matemáticos escolares do professor.

Neste sentido, cabe ao professor integrar nas suas aulas verdadeiras questões, em busca de real informação, sobre os conhecimentos dos alunos e os processos de aprendizagem, bem como centrar as questões de focalização no olhar dos alunos, evidenciando as suas

descobertas, como sugere Mason (1998, 2000). A natureza, a qualidade e o uso das tarefas matemáticas, propostas aos alunos, pode ser questionada tendo em conta o tipo de questões explícitas e implícitas e a sua relação com a construção do conhecimento matemático pelos alunos.

Padrões de interação. A permanente validação das resoluções dos alunos, durante o trabalho autónomo destes, parece resultar numa uniformidade de estratégias e soluções, expurgadas de erros, ajustadas ao conhecimento das professoras. Esta atitude das professoras decorre de uma aprendizagem centrada na resolução das tarefas matemáticas, sem imprecisões nem ambiguidades, num curto espaço de tempo. Este caminhar orientado para o certo, evitando o erro, descreve as práticas iniciais de interação das professoras com os alunos, segundo os padrões de interação de recitação, de funil ou de focalização (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004, 2005; Wood, 1994, 1998). O assumir do erro e da sua compreensão, como um recurso de aprendizagem, originou a valorização dos conhecimentos pessoais e individuais dos alunos, desencadeando o surgimento dos padrões de interação de extração e de discussão (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004, 2005). As interações entre as professoras e os alunos e entre os próprios alunos pautaram-se pelo reconhecimento da validade das estratégias e soluções alternativas, mesmo que confusas ou incompletas, construídas pelos alunos, espelhando a mudança nas expectativas das professoras em relação aos conhecimentos matemáticos dos alunos.

O padrão de recitação surge ocasionalmente associado à certificação de conhecimentos, através de questões de confirmação, mas não parece pretender ultrapassar dificuldades dos alunos, ilustrado em Laura. Alexandra parece utilizar o padrão de recitação na regulação da atenção e comportamento dos alunos, através de um questionamento sucessivo a diferentes alunos sem esperar qualquer resposta. Neste sentido, a utilização do padrão de recitação resulta na regulação do comportamento em sala de aula, assumindo a resolução de dificuldades de aprendizagem através da focalização da atenção dos alunos no discurso do professor.

As professoras, perante situações de dificuldade ou impasse dos alunos, utilizam, com alguma regularidade, padrões de funil e de focalização, em que se substituem aos alunos na resolução das tarefas matemáticas. No padrão de funil, a participação dos alunos é bastante reduzida e consubstancia-se em expressões afirmativas perante as intervenções

da docente, representado em Alexandra. Nas interações caracterizáveis com o padrão de funil, as professoras ultrapassam as dificuldades dos alunos em relação aos conceitos fazendo alusão aos procedimentos, como surge em Alexandra e Laura, previamente pensados pelas professoras, encaminhando-os para as resoluções *corretas*. As interações entre os alunos de Laura iniciaram-se pelos padrões de recitação e de funil entre os alunos conhecedores e os alunos desconhecedores, manifestando uma forte cultura escolar de condicionamento dos alunos. O conhecimento matemático pouco aprofundado parece condicionar as professoras a padrões de interação mais fechados, como o padrão de funil, em que se salienta um conhecimento *de* matemática restrito à descrição da resolução das tarefas matemáticas.

Nas aulas de Carolina parece existir um padrão de interação híbrido entre funil e focalização, tornando as interações num misto de condicionamento e encaminhamento, com um foco intenso na resolução das tarefas matemáticas. A focalização surge em relação às estratégias de resolução, figurativas ou outras, aos dados do exercício ou problema e às próprias resoluções. Nas interações entre as professoras e os alunos, o padrão de focalização parece bastante presente, através de questões que desvendem as resoluções sem as explicitar. Este padrão é igualmente assumido por Alexandra como uma estratégia de ensino, sem deixar azo à existência de falhas e incompreensões, ao incentivar os seus alunos a interagirem segundo o mesmo modelo: o questionamento com vista ao encaminhamento para a resolução da tarefa matemática.

O assumir do erro como recurso de aprendizagem conjugado com a valorização das interações entre os alunos e a deslocalização das professoras em sala de aula desencadeou o aumento da autonomia dos alunos e, conseqüentemente, a existência de estratégias de resolução e soluções singulares, mesmo que confusas ou incompletas, por parte dos grupos de alunos. As interações das professoras com os alunos assumiram uma nova dimensão, baseada na compreensão e partilha dos conhecimentos ímpares manifestados pelos alunos, caracterizadas pelos padrões de extração e de discussão (Godino & Llinares, 2000; Menezes, 2004, 2005; Wood, 1998).

A existência destes padrões revela a valorização do pensamento individual dos alunos pela comunidade de aprendizagem. O padrão de extração resulta da valorização de resoluções distintas e potencialmente incompreensíveis aos outros alunos e à própria professora, originando um padrão de questionamento em que se pretende reconhecer a valida-

de das ideias, estratégias de resolução ou soluções apresentadas pelos alunos, ilustrado essencialmente em Carolina. Similarmente, o padrão de discussão manifesta-se no auxílio da docente na publicitação e explicitação de diferentes raciocínios, estratégias de resolução ou soluções apresentadas pelos alunos em grupo turma, presente nos três casos. A revelação destes padrões resulta do assumir, por parte das professoras, da existência de estratégias matemáticas singulares por parte dos alunos, ao invés da normalização do conhecimento matemático pautado pelo conhecimento do professor.

O papel de autoridade matemática assumido pelas professoras leva a que os padrões de funil e de focalização sejam o modo de ultrapassar dificuldades dos alunos na resolução das tarefas. O reconhecimento, por parte das professoras, que é possível fazer uma exploração positiva do erro e que os alunos possuem conhecimentos pessoais originou uma partilha, entre todos, dos conhecimentos singulares, pautada por padrões de extração e de discussão. Estes diferentes padrões de interação refletem diferentes perspetivas sobre a natureza da matemática, do seu ensino e da sua aprendizagem e do relacionamento entre o professor e os alunos (indo ao encontro do que refere Wood, 1998).

Negociação de significados. A conjugação entre questões de confirmação e focalização e padrões de interação, inscritos nos conhecimentos das professoras, e um ensino baseado na exigência do *certo* expurgado de incorreções gera uma deficiente negociação de significados pautada pela *imposição* de significados. O acréscimo das interações entre os alunos e a partilha e valorização dos seus conhecimentos originou o desenvolvimento de *genuínas* negociações de significados (Bishop & Goffree, 1986; Ponte & Serrazina, 2000; Wood, Merkel & Uerkwitz, 1996), ainda que com algumas marcas impositivas, de conceitos e processos matemáticos e normas sociais e sociomatemáticas.

A negociação de conceitos matemáticos resulta no confronto entre conceitos e representações matemáticas e sociais, ilustradas por quantificações e representações geométricas e algébricas. A quantificação e localização, presente em Carolina, a representação de acontecimentos de dimensão nula, ilustrada em Alexandra, o conceito de viagens como sinónimo de ida e volta, evidenciado em Laura, e a representação geométrica de objetos sociais, visível em Alexandra, surgem como exemplos de confronto entre conceitos sociais e representações matemáticas desses mesmos conceitos. A negociação de conceitos matemáticos parece extravasar os conceitos sociais ao incluir a negociação da significação matemática das representações matemáticas, como o significado das repre-

representações gráficas, ilustrado em Laura, ou das regularidades e generalizações, presente em Alexandra e Laura, para além das notações informais utilizadas pelos alunos e pelas professoras.

A ligação entre negociação de conceitos e processos matemáticos, particularmente processos algorítmicos, surge presente em conceitos relativos aos múltiplos e divisores, especialmente em Carolina e Laura, salientando a forte influência dos procedimentos de cálculo neste ciclo de ensino. A negociação de processos matemáticos assume uma dimensão social de confronto entre processos matemáticos e processos sociais, presente em Carolina e em Alexandra, matizados pelas informações sociais e procedimentos matemáticos. Para além dos contextos sociais, a negociação de processos matemáticos assume uma significativa vertente relacionada com o cálculo algorítmico e mental, nomeadamente em torno das regras de procedimento das operações aritméticas com números inteiros, presente em Laura, e decimais, presente em Alexandra. O recurso à ilustração parece ser também um processo de resolução matemática negociado pelas professoras na sala de aula, especialmente em Alexandra e Carolina, bem como outras estratégias visuais, ilustrado em Laura.

A negociação de normas sociais e sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996) é pautada pelo controlo e poder das professoras em relação aos alunos (como referem Bishop & Goffree, 1986), na imposição ou negociação de normas e comportamentos. A negociação de normas sociais decorre do comportamento individual e coletivo, baseado nas dinâmicas de trabalho autónomo e partilhado em contexto de trabalho de grupo. A negociação de normas sociomatemáticas assenta no registo das atividades, presente em Alexandra e Laura, e da construção e partilha de conhecimentos matemáticos.

A negociação de significados matemáticos parece ocorrer na esfera social, como refere Meira (1996), no confronto dos conceitos e processos matemáticos com conceitos e processos sociais. Ocorre também na esfera da matemática escolar, como advogam Pinto e Fiorentini (1997), em que a negociação de conceitos, processos e normas sociais e sociomatemáticas assume uma circularidade em torno dos conceitos, representações e processos matemáticos. A rápida tradução de conceitos matemáticos, como os múltiplos ou divisores, em processos matemáticos, baseados no cálculo, revela uma importante focalização no *saber fazer* matemática para além da compreensão dos conceitos matemáticos, originando uma atitude impositiva em relação aos procedimentos matemáticos.

A genuína negociação de significados parece assim depender do diálogo simétrico entre professor e alunos, na sala de aula (como defendem Bishop & Goffree, 1986), como fator predominante na troca de informações, assentes em questões de inquirição, e de conhecimentos, pautada por padrões de extração e de discussão, por garantir o reconhecimento e valorização do saber individual de cada um dos alunos e professor, causando uma interdependência entre questões, padrões de interação e negociação de significados.

A predominância de um ensino centrado nos conteúdos, com ênfase na execução das tarefas matemáticas, parece originar uma sucessiva validação das atividades dos alunos, através de questões de confirmação e focalização e de padrões de interação assentes no conhecimento preestabelecido da matemática e do professor, não abrindo espaço para uma genuína negociação de significados matemáticos. O respeito pela identidade e valorização dos conhecimentos pessoais e individuais dos alunos pode originar uma autêntica vontade de recolher informações, por parte do professor, através de questões de inquirição e de padrões de extração e discussão sobre os conhecimentos matemáticos dos alunos, e negociar genuinamente os significados matemáticos na sala de aula.

Colaboração, reflexão e prática

A colaboração, reflexão e prática decorre das análises reflexivas do desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa, do papel do investigador e das mudanças das práticas profissionais reconhecidas e justificadas pelas professoras. Assumo o reconhecimento da veracidade dos relatos dos casos tendo presente a sustentabilidade das mudanças nas práticas profissionais aquando do trabalho de natureza colaborativa.

Investigador e trabalho colaborativo. O trabalho de natureza colaborativa, desenvolvido entre nós, apresenta como eixos fundamentais a confiança (como sublinham Boavida & Ponte, 2002), e a valorização da análise crítica do investigador e dos colegas, como observadores exteriores (indicado em Saraiva & Ponte, 2003). A confiança e o à-vontade entre as professoras e com o investigador surge como aspeto central do desenvolvimento de todo o trabalho de natureza colaborativa, nomeadamente no confronto das professoras com as suas próprias práticas em sala de aula, evidenciado pelo visionamento de extratos das aulas, salientado por Alexandra. Esta prática de análise crítica, baseada numa relação de confiança e numa visão exterior *qualificada*, é assumida como um modelo de formação adequado ao desenvolvimento profissional dos professores,

especialmente por Carolina, nomeadamente por se centrar nas práticas e resultar numa reflexão partilhada entre todos, questionadora das práticas de sala de aula, como defende Hargreaves (1998).

A predisposição para o questionamento e a análise crítica das práticas originou, numa fase inicial, um significativo nível de ansiedade nas professoras em relação à qualidade dos desempenhos dos seus alunos, especialmente presente em Alexandra e Laura, e, conseqüentemente, em relação à qualidade do seu próprio ensino. Neste sentido, o desempenho dos alunos foi assumido como uma montra, perante mim, como investigador, do conhecimento e desempenho profissional das professoras. A correção dos caminhos trilhados e o desbravar de novas vias, por parte das professoras, com vista à aprendizagem da matemática, por parte dos alunos, resultou assim do reconhecimento distanciado das suas atitudes no condicionamento dos alunos e das aprendizagens em sala de aula.

O aconselhamento a propósito do trabalho de grupo entre os alunos assumiu uma significativa dimensão, em Carolina, originando o desenvolvimento deste tipo de metodologia educativa e o adotar pela professora das suas próprias estratégias de desenvolvimento e consolidação do trabalho de grupo entre os alunos. A gestão das tarefas matemáticas propostas aos alunos, em relação à sua natureza e número, foi equacionada, gerando uma reflexão, por parte das professoras, e o aceitar do aprofundamento das potencialidades de construção do conhecimento matemático, em cada uma das tarefas, desfocando o propósito do *saber fazer* instrumental da tarefa matemática e valorizando o objetivo do desenvolvimento do pensamento matemático nos alunos. O reconhecimento das singularidades dos conhecimentos dos alunos espoletou, especialmente em Laura, o reconhecimento de insuficiências no conhecimento *de e sobre* matemática, gerando o aprofundamento do conhecimento de si e da sua própria prática. A postura de parceiro na aprendizagem alimentada por mim, suavizando as reais diferenças de objetivos e propósitos na investigação sobre a comunicação matemática em sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico, parece ter contribuído para um significativo nível de confiança e à vontade entre todos e a valorização dos meus conhecimentos, por serem exteriores ao contexto das práticas das professoras e assentarem num conhecimento especializado em educação matemática.

Reflexão e mudança. O dispositivo metodológico de gravação e visionamento das aulas exerceu um papel central na análise dos desempenhos profissionais das professoras, especialmente valorizado por Alexandra. Este autoconhecimento das práticas letivas, através do visionamento e da reflexão crítica, dinamizada por mim enquanto observador exterior, gerou mudanças reconhecidas, pelas docentes, no âmbito do trabalho de grupo, na apresentação das tarefas matemáticas, no reconhecimento do erro como um recurso educativo, na promoção das interações comunicativas entre os alunos e entre estes e as professoras e no reconhecimento das singularidades do conhecimento matemático dos alunos.

As mudanças no trabalho de grupo entre os alunos, retratadas por Carolina, exemplificam uma atitude profissional de experimentação e regulação das práticas de sala de aula em função do reconhecido objetivo educacional de partilha dos conhecimentos matemáticos entre os alunos. A valorização do papel da comunicação na aprendizagem da matemática gerou um reconhecimento acrescido e uma alteração significativa nos momentos da aula e na criação de espaços de interação comunicativa entre os alunos e entre estes e as professoras, com especial relevo na apresentação das tarefas matemáticas e na discussão, em grupo turma, das estratégias de resolução e soluções dos exercícios e problemas.

A transformação do erro em recurso de aprendizagem resultou numa significativa mudança no entendimento da aprendizagem da matemática e no reconhecimento das ideias e estratégias matemáticas pessoais e individuais dos alunos. Este olhar sobre as ideias matemáticas dos alunos, dos outros, justificou uma vontade crescente de formação com vista ao aprofundamento do conhecimento *de* e *sobre* matemática, especialmente em Laura. As mudanças assumidas pelas professoras resultam do reconhecimento dos conhecimentos singulares dos alunos e apontam para uma efetiva valorização da aprendizagem ao perspectivarem o aluno como aprendente autónomo em contextos de partilha comunicativa, pautada pela negociação de significados matemáticos.

Dois anos e meio depois, a valorização das práticas de interação comunicativa entre todos, em contraponto com o ensino transmissivo, parece ser um princípio central assumido pelas professoras, não obstante o reforço significativo da presença das docentes no discurso de sala de aula. A partilha comunicativa em grupo turma e o papel do erro na aprendizagem constituem duas vertentes nas práticas docentes, apesar da manu-

tenção dos *medos* da prevalência do erro, em Alexandra, e da dificuldade no reconhecimento da qualidade matemática das produções dos alunos, em Laura.

O papel de aconselhamento do investigador externo, num contexto de descoberta e partilha coletiva, constituiu o motor das mudanças operadas nas práticas a partir do trabalho de natureza colaborativa, acentuado por Carolina. Nesta ótica, saliento o reconhecimento do dispositivo metodológico de trabalho de natureza colaborativa na alteração e manutenção de práticas de comunicação em sala de aula, baseadas na interação comunicativa entre os alunos e no reconhecimento do conhecimento particular destes.

Capítulo 10

Conclusões

O presente capítulo aponta as linhas de força desta investigação, tendo em conta a minha perspetiva pessoal sobre a investigação, matizada pelo meu percurso pessoal e profissional enquanto investigador e autor desta dissertação. Além disso, retrato o desafio teórico e metodológico deste estudo, tento responder às questões de pesquisa, contextualizando-as nas temáticas centrais do enquadramento teórico, e indico sugestões para futuros estudos. Finalmente, revejo o meu percurso pessoal e profissional, identificando os caminhos percorridos e vislumbrando os trilhos a percorrer.

Síntese do estudo

O reconhecimento da valorização curricular da comunicação matemática como interação social pelas entidades educativas nacionais e internacionais (ME, 2007; NCTM, 2007) e o conhecimento do predomínio de práticas de comunicação transmissivas em salas de aula do 1.º ciclo do ensino básico desencadearam em mim um questionamento sobre as causas do desajuste entre as orientações curriculares e as práticas docentes neste nível ensino. Este suposto conflito entre uma teoria interacionista e uma prática transmissiva causou a vontade de questionar a natureza das conceções e práticas de comunicação dos professores dos primeiros anos de escolaridade. Neste sentido, delineei um estudo de caracterização das conceções e práticas de comunicação matemática dos professores do 1.º ciclo, e sua evolução, ao longo do desenvolvimento de um trabalho de natureza colaborativa, fundado na reflexão sobre as práticas de comunicação

matemática, tendo por objetivo a concretização dos princípios da comunicação enquanto interação social na sala de aula.

O desafio teórico de esboçar uma prática de comunicação matemática, segundo os princípios da comunicação enquanto interação social, resultou na construção progressiva de um processo de comunicação baseado no reconhecimento do saber singular do outro e de si próprio numa ação de complementaridade e reconhecimento mútuo. Esta edificação incorporou os meus conhecimentos teóricos sobre a temática nos saberes práticos e de contexto das professoras participantes neste estudo. A perspectiva de reconhecimento pessoal enquanto processo de conhecimento do outro incorpora a ideia de uma *ação comunicativa* orientada para o entendimento mútuo numa *comunidade de comunicação*, no sentido defendido por Habermas (2002, 2004). Nesta ótica, as práticas de comunicação matemática instruíram-se no conhecimento e reconhecimento das ideias matemáticas dos alunos e do professor, tendo por princípio a singularidade e complementaridade do conhecimento de cada um na construção do conhecimento matemático da comunidade educativa. Esta arquitetura resultou de uma natural busca de entendimento, num *pensar com palavras* com os outros, como perspectiva Sierpinska (1998), pautado por uma genuína negociação de significados matemáticos, com um professor preocupado na coordenação de ações e conhecimentos na sala de aula.

O desafio metodológico de colaborar com docentes do 1.º ciclo na reflexão sobre as práticas de comunicação matemática em sala de aula, tendo por princípio uma similaridade de papéis, resultou numa partilha de conhecimentos, dilemas e medos, norteadas pela confiança, o à-vontade e o reconhecimento da valorização de um olhar exterior e detentor de um conhecimento particular sobre a comunicação enquanto temática de investigação em educação matemática. Nesta ação colaborativa, os intervenientes assumiram as práticas de comunicação matemática em sala de aula, de cada uma das docentes, como objetos de reflexão, resultantes de profissionais experientes, autónomos e dedicados, em progressiva experimentação e mudança, tendo em vista a valorização das trocas comunicativas entre os alunos e entre estes e a professora e a aprendizagem significativa da matemática. Os progressivos desafios, inerentes à construção de um conhecimento coletivo, geraram uma forte relação de confiança no confronto de ideias e na construção de novas compreensões sobre a comunicação matemática, reafirmando a perspectiva de trabalho colaborativo defendida por Boavida e Ponte (2002).

Na evolução das práticas de comunicação em sala de aula ressalta o confronto entre uma prática profissional transmissiva baseada no ensino de conteúdos matemáticos, com ênfase na resolução de tarefas matemáticas, pautada pela uniformidade de estratégias e resultados, e uma prática profissional de valorização e inquirição dos conhecimentos pessoais e individuais dos alunos, mesmo que confusos, incompletos ou incorretos, norteada pela interação comunicativa entre todos. Nesta ótica, as práticas usuais na sala de aula do 1.º ciclo parecem decorrer do ensino de uma matemática estruturada e imutável, por redução ao condicionamento e encaminhamento dos alunos na transmissão de ideias matemáticas e execução de procedimentos matemáticos decorrentes dos conteúdos programáticos. Neste contexto, o conhecimento profissional do professor resulta na padronização das práticas que geram o reconhecimento social dos desempenhos matemáticos dos alunos.

Em contraponto, as práticas de comunicação em sala de aula, resultantes da experimentação em resultado da reflexão nos encontros de natureza colaborativa, apresentaram evidências da efetiva possibilidade de valorizar os conhecimentos dos alunos, gerando uma comunicação reflexiva e instrutiva, a par de um questionamento e uma interação social que buscam real informação e uma genuína partilha e negociação de significados matemáticos. Nesta conformidade, as concepções pedagógicas adquirem uma importante dimensão comunicativa e de reconhecimento da singularidade do conhecimento matemático dos alunos, originando um especial questionamento sobre a natureza do conhecimento matemático dos professores (na abordagem defendida por Ball, Hill & Bass, 2005).

Não obstante a existência de práticas de comunicação matemática enquanto interação social, estas parecem ser permeáveis às concepções dos professores a propósito da aprendizagem fundamentada na efetiva execução de procedimentos matemáticos, condicionada pela extensão programática da matemática no 1.º ciclo. Nesta perspectiva, o desenvolvimento de trabalho de natureza colaborativa, tendo em vista o desenvolvimento da comunicação num contexto de aprendizagem significativa da matemática, questiona igualmente as concepções sobre a aprendizagem, centradas nos conteúdos, com ênfase na execução de tarefas, em paralelo com as concepções e práticas de comunicação matemática em sala de aula.

Conclusões do estudo

Ao reequacionar o problema do estudo, que consiste em saber como evoluem as concepções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo, no decorrer de um trabalho de natureza colaborativa focado na reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula, pretendo reafirmar o caminho traçado entre concepções e práticas de comunicação com características transmissivas, centradas no conhecimento das professoras, e concepções e práticas de comunicação enquanto interação social, resultantes da valorização dos conhecimentos singulares dos alunos. Este percurso evolutivo é representado pelo confronto entre as perspectivas e práticas iniciais das professoras e as visões e ações que os intervenientes foram assumindo no decorrer do trabalho de natureza colaborativa, desenvolvido nesta investigação.

1. Como evoluem as concepções do professor a propósito da comunicação matemática na sala de aula?

As concepções referentes à comunicação matemática na sala de aula das professoras assumiram uma forte resistência à mudança, mantendo-se como suporte a comunicação como transmissão de informação e conhecimentos num código reconhecido por todos, configurando a manutenção de um ensino tradicional firmado num corpo de conhecimentos estáticos baseado em regras e procedimentos matemáticos (como referem Brendefur & Frykholm, 2000). O desenvolvimento de práticas de comunicação enquanto interação social adicionou a estas concepções o reconhecimento da partilha como uma vertente do processo comunicativo, integrando elementos caracterizadores da comunicação enquanto interação social. A inclusão da partilha comunicativa espoletou uma concepção de aprendizagem sustentada em práticas de comunicação matemática (reafirmando a perspectiva da comunicação como interação social referida em Sierpinska, 1998), em resultado das interações entre os alunos, a professora e o conhecimento matemático. As concepções sobre comunicação matemática parecem inter-relacionadas com as concepções sobre aprendizagem matemática decorrentes da natureza do conhecimento matemático e das características dos alunos e dos contextos educativos e sociais. As concepções sobre a genialidade matemática dos alunos parecem resultar do assumir de vocações pessoais e não decorrer do processo de ensino-aprendizagem da matemática, originando uma prática profissional dos professores, orientada pelo reconhecimento

educativo e social dos desempenhos matemáticos dos seus alunos, alicerçados na reprodução de rotinas e procedimentos matemáticos reconhecíveis e reconhecidos pelos pais, pela comunidade educativa e pela sociedade. Esta perspetiva acentua a valorização da inter-relação entre as conceções dos professores, pais, comunidade educativa e sociedade em geral, a propósito da aprendizagem matemática dos alunos.

2. *Como evoluem as práticas de comunicação do professor em sala de aula com vista à valorização da aquisição do conhecimento matemático pelos alunos?*

A centralidade da aprendizagem nos conteúdos, com ênfase na execução predefinida das tarefas matemáticas, sustenta a *omnipresença* do professor na sala de aula como regulador e estruturador dos conhecimentos dos alunos, através de um ensino da matemática focado na transmissão de conceitos e reprodução de procedimentos e numa prática de comunicação centrada no discurso e no conhecimento do docente. Esta centralidade da aprendizagem na reprodução do conhecimento do professor determina uma forte dependência dos alunos em relação à aquisição e validação do seu conhecimento matemático, entendido como um repertório de conteúdos e procedimentos matemáticos constituintes da matemática escolar. A integração da singularidade das ideias e processos matemáticos dos alunos originou uma crescente comunicação reflexiva e instrutiva e uma partilha de responsabilidades no reconhecimento do conhecimento matemático construído na sala de aula. A prática de comunicação matemática excedeu assim a transmissão de conhecimentos predefinidos e assumiu uma ação intencional do professor na valorização da comunicação reflexiva e instrutiva como meio de aprendizagem da matemática (em consonância com as ideias defendidas por Cobb, Boufi, McClain & Whitenack, 1997). A prática comunicativa integrou uma valoração da linguagem e o reconhecimento da oralidade como uma forma de comunicação argumentativa, excedendo o ato de fala, da escrita como um recurso à expressão do pensamento matemático, para além do registo escrito das atividades de sala de aula, e da leitura como um recurso no apoio à efetiva compreensão das tarefas matemáticas e à demonstração da validade das estratégias e soluções. Neste sentido, o conhecimento matemático dos alunos incorporou a oralidade, a escrita e a leitura como meios de conhecimento (na perspetiva defendida por Powell & Bairral, 2006, em relação à escrita), superando a visão das formas de comunicação como recursos declarativos do conhecimento matemático.

3. *Como se relacionam os padrões de interação entre o professor e os alunos com a negociação dos significados matemáticos?*

O condicionamento dos conhecimentos matemáticos dos alunos na tentativa de evitar o erro, através de padrões de interação focalizados no conhecimento do professor, origina uma uniformidade de estratégias e soluções baseadas na *imposição* de significados matemáticos. A certificação dos conhecimentos matemáticos dos alunos, tendo por base um questionamento alicerçado no conhecimento matemático do professor, não carece de verdadeira informação sobre os conhecimentos pessoais e individuais dos alunos nem aprova a negociação de significados matemáticos com simetria de papéis entre professor e alunos. Esta relação assimétrica parece depender do *controle* e *poder* do professor em relação aos alunos (como sugerem Bishop & Goffree, 1986), reforçando uma prática de ensino centrada nos conteúdos e procedimentos matemáticos e na regulação dos comportamentos em sala de aula. A assunção do erro como recurso de aprendizagem, nomeadamente pelo reconhecimento dos conhecimentos singulares dos alunos, pode suscitar verdadeiras questões de inquirição que buscam *real* informação, através de padrões de interação centrados nos conhecimentos dos alunos. A compreensão mútua das ideias e estratégias matemáticas dos alunos decorre da sustentação dos conhecimentos e saberes de cada um dos intervenientes da comunidade educativa, através de uma genuína negociação de significados matemáticos. A assunção de ideias e estratégias matemáticas originais, confusas, incompletas ou incorretas dos alunos pelo professor pode desencadear processos de confrontação de saberes, alimentados por questões de inquirição, por padrões de interação centrados nos conhecimentos dos alunos, e pela negociação de significados matemáticos em sala de aula, integrando o significado sobre as ações resultantes das interações sociais, como refere Meira (1996).

4. *Que relação existe entre a reflexão sobre as práticas de comunicação do professor em sala de aula e a evolução dessas práticas?*

O confronto das professoras com as suas próprias práticas de comunicação gerou uma significativa ansiedade inicial decorrente da diferença entre a idealização e a realidade dos comportamentos dos seus alunos, nomeadamente pela ausência de momentos significativos de comunicação na sala de aula. Esta idealização das professoras parece notar-se por concepções a propósito do reconhecimento social do investigador sobre o seu desempenho profissional, gerando uma fase inicial de desconforto e de indecisão em

relação ao trabalho de natureza colaborativa. Em contraponto, a relação de confiança e à-vontade entre todos, gerada no decorrer deste trabalho, assumiu um significativo papel na concretização de críticas sobre o desempenho das professoras em sala de aula e no reconhecimento da valorização dos saberes do investigador como elemento externo conhecedor da temática em estudo. O autoconhecimento das práticas de comunicação pelas professoras, alimentadas pelo visionamento de episódios e pelo meu sentido crítico, enquanto parceiro, gerou uma mudança de práticas baseadas na valoração das interações entre os alunos e entre estes e a professora, no reconhecimento do erro como um recurso de aprendizagem e no reconhecimento da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos. O reconhecimento sobre esta singularidade desencadeou um questionamento sobre o conhecimento *de e sobre* matemática das professoras, reequacionando a necessidade formativa nesta vertente do conhecimento profissional do professor. O desenvolvimento do trabalho de natureza colaborativa assumiu, após a fase inicial de indecisão por parte das docentes, uma relação de trabalho voluntário, orientado para o desenvolvimento profissional, como advoga Hargreaves (1998).

Reflexão final e sugestões para futuras investigações

O meu percurso académico apresenta como traço comum a educação matemática, decorrente da licenciatura em matemática – ramo educacional –, do mestrado em supervisão – especialidade matemática – e do doutoramento em educação, no ramo da didática da matemática, sem assumir, contudo, uma linearidade em relação às temáticas de investigação. No âmbito da licenciatura, realizei uma monografia sobre a axiomática dos números reais, segundo a matriz da ciência matemática. Na esfera do mestrado, defendi uma tese sobre as representações sociais dos futuros professores de matemática a propósito da pessoa do supervisor e do processo de supervisão, conjugando perspetivas psicológicas, sociológicas e de supervisão pedagógica. A temática da comunicação matemática desta dissertação surge, portanto, como uma primeira abordagem em didática da matemática no 1.º ciclo, em resultado do meu percurso pessoal, profissional e académico. A investigação sobre as conceções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo assumiu assim uma visão panorâmica, não condicionada por outros trabalhos académicos anteriormente realizados por mim, conjugando conceitos

da revisão da literatura com uma visão interpretativa, tendo por princípio a adoção da comunicação matemática enquanto interação social.

O meu percurso pessoal e profissional, durante a realização deste estudo, decorreu sob o signo do aprofundamento do conhecimento em educação matemática, nomeadamente através da realização deste estudo e da integração na comissão de acompanhamento do programa de formação contínua em matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos, e da internacionalização, através da participação em congressos e encontros de investigação em educação matemática. Ao longo dos últimos anos, divulguei em encontros de investigação, nacionais e internacionais, dados preliminares deste estudo, focando-me na valoração da comunicação enquanto interação social.

As primeiras intervenções decorreram durante a recolha de dados e evidenciaram a diferenciação de perspetivas da comunicação enquanto influência e enquanto negociação. Esta abordagem foi progressivamente sustentada pelo significativo contraste entre a comunicação matemática centrada no conhecimento do professor e a centrada nos conhecimentos dos alunos e do professor, constituintes da comunidade de aprendizagem. A recolha de dados e a sua análise permanente, apesar de parcial, influiu no meu dia-a-dia profissional, nomeadamente enquanto formador de professores do 1.º e 2.º ciclos e parceiro em projetos de investigação. Por diversas vezes aludi a episódios registados no âmbito deste estudo para ilustrar e debater, com formandos do 1.º e 2.º ciclos e com parceiros investigadores em educação matemática, ideias sobre a comunicação matemática na sala de aula do 1.º ciclo.

Após a recolha global dos dados, incidi na análise e interpretação de dados provenientes do caso Laura, na produção de comunicações e artigos de divulgação da investigação em curso, em encontros nacionais e internacionais, retratando diferentes dimensões da problemática em estudo. A opção por esta professora pode ter resultado, em parte, pelo facto de acompanhar os seus alunos desde o 1.º ano de escolaridade. Os resultados destes alunos nas provas de aferição do 4.º ano, em matemática, no ano seguinte à recolha de dados, foram globalmente excelentes, resultando na classificação de todos os alunos com os níveis A ou B. Fruto da análise e escrita interpretativa de todos os casos, as comunicações e publicações seguintes incidiram globalmente nas conceções e práticas de comunicação matemática e particularmente na negociação de significados matemáti-

cos, tendo por referência casos singulares ou a totalidade dos dados recolhidos, analisados e referenciados no registo dos casos.

Em resultado das conclusões desta investigação, emerge como futuro problema de estudo a análise da compreensão mútua entre o professor e os alunos no processo de ensino-aprendizagem da matemática, através da comunicação. Decorrente desta busca de entendimento mútuo pode emergir uma linha de investigação que focalize a atenção no conhecimento do professor a propósito dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Com este propósito, o investigador pode delinear uma intervenção centrada em vertentes do conhecimento profissional do professor, nomeadamente: (i) no conhecimento *de* e *sobre* matemática do professor manifestado na análise de ideias matemáticas originais, confusas, incompletas ou incorretas produzidas pelos alunos; (ii) na planificação de um tópico matemático, atendendo ao conhecimento matemático dos alunos e ao desenvolvimento da comunicação matemática na sala de aula; (iii) na ação do professor na sala de aula, tendo por referência a aprendizagem matemática e a valorização das interações comunicativas entre os alunos e entre estes e o professor; (iv) na reflexão do professor em relação à aprendizagem significativa da matemática pelos alunos; e (v) nas conceções do professor a propósito de uma aprendizagem matemática de qualidade para todos os alunos. Nesta perspetiva, vislumbro um interesse crescente sobre o conhecimento do professor a propósito dos conhecimentos matemáticos singulares dos alunos, inclusive dos alunos com manifestas necessidades educativas especiais.

Em paralelo com esta investigação, enveredei pelo estudo de estratégias de cálculo com calculadora e de práticas de organização e tratamento de dados no 1.º ciclo, com a parceria de docentes deste nível de ensino, e pelo estudo do conhecimento algébrico no âmbito da formação inicial de professores, investigando o desempenho dos meus próprios alunos, particularmente no estudo algébrico de padrões em contextos figurativos.

O meu envolvimento profissional na gestão da instituição de ensino superior onde trabalho, na análise crítica do meu desempenho enquanto formador e professor e na vertente investigativa em projetos em parceria, mesclado por um gosto expresso pela escrita e pela fotografia, tem originado uma multiplicidade de funções e desempenhos que decorrem, segundo o seu próprio ritmo, na busca do sucessivo aperfeiçoamento, sendo que existe sempre um momento em que se assume a completude de um trabalho e se inscreve nele um ponto final.

Referências

- Abrantes, P., Serrazina, I. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.
- Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação*. Porto: ASA.
- Almeida, M. (2007). *A Comunicação na Aula de Matemática: Dois estudos de caso com futuros professores* (Tese de Mestrado, Universidade do Minho).
- Almiro, J. (1997). *O discurso na aula de Matemática e o desenvolvimento profissional do professor* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Amos, S. (2007). Talking Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 14 (2), 68-73.
- Antão, J. (2001). *Comunicação na Sala de Aula*. Porto: Edições Asa.
- Arlo, H. & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Azcárate, P. (1999). El conocimiento profesional: Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, Vol. 8, 111-138.
- Azcárate, P. & Castro, L. (2006). La evolución de las ideas profesionales y la reflexión: Un binomio necesario. *Cuadrante*, Vol. XV, Nº 1 e 2, 33-64.
- Ball, D. (2003). What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics? Paper presented at the U.S. Department of Education, Secretary's Mathematics Summit, Washington, DC., February 6, 2003 (Ficheiro PDF)
- Ball, D. & Bass, H. (2003). Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In Davis, B. & Simmt, E. (Eds.) *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14) Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.
- Ball, D., Hill, H. & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who knows Mathematics Well Enough to Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, Fall 2005, 14-17, 20-22, 43-46.

- Ball, R. (1973). *Pedagogia da Comunicação*. Mem Martins: Publicações Europa-América.
- Baroody, A. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Baroody, A. (2002). Incentivar a Aprendizagem Matemática das Crianças. In Spodek, B. (Org.) *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian (Edição original publicado em 1993).
- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, Construction, and Knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In D. Grouws, T. Cooney & D. Jones (Eds) *Perspetives on Research on Effective Mathematics Teaching* (Volume 1), (pp. 27-46). Reston, VA: NCTM.
- Barth, B-M. (1993). *A aprendizagem da abstração*. Lisboa: Instituto Piaget. (Edição original em francês, 1987)
- Barth, B-M. (1996). *O saber em construção. Para uma pedagogia da compreensão*. Lisboa: Instituto Piaget. (Edição original em francês, 1993).
- Barthes, R. (1997). *Elementos de Semiologia*. Lisboa: Edições 70. (Edição original em francês, 1964)
- Beaudichon, J. (2001). *A Comunicação. Processos, formas e aplicações*. Porto: Porto Editora.
- Belchior, F. (2003). Pedagogia, comunicação e existência. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, ano 37, nº 3, 197-230.
- Berlo, D. (2003). *O Processo de Comunicação. Introdução à Teoria e à Prática*. São Paulo: Martins Fontes. (Edição original em inglês, 1960)
- Bishop, A. (2005). *Aproximación Sociocultural a la Educación Matemática*. Colombia: Universidade del Valle.
- Bishop, A. & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspetives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

- Buschman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 1 (6), 324-329.
- Bitti P. & Zani, B. (1997). *A Comunicação como Processo Social*. Lisboa: Editorial Estampa. (Edição original em italiano, 1983).
- Boavida, A. & Ponte, J. (2002). Investigação Colaborativa: Potencialidades e problemas. GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Orgs) *Refletir e Investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Bordenave, J. (1995). Comunicação e desenvolvimento social: o novo paradigma. In Neiva, M. & Rector, E. (Orgs.) *Comunicação na Era Pós-Moderna*. (pp. 229-237). Petrópolis, RJ: Editora Vozes.
- Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Brown, S., Cooney, T., & Jones, D. (1990). Mathematics teacher education. In R. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 639-656). New York:Macmillan.
- Buschman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 1 (6), 324-329.
- Canavarro, A. P., & Abrantes, P. (1995). Desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Uma experiência num contexto de formação. In Mourão, A. P.; Rocha, I.; Fernandes, J. A.; Fernandes, J. & Almeida, L. S. (Eds.). *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 283-295). Lisboa: APM.
- Cândido, P. (2001). Comunicação em Matemática. In Smole, K. & Diniz, M. (Orgs.) *Ler, escrever e resolver problemas* (pp. 15-28). Porto Alegre: Artmed Editora.

- Carreira, S. (1998). Do triângulo ao trapézio semiótico: Uma análise do pensamento metafórico em problemas de aplicação da matemática. *Quadrante*, Vol. 7, Nº 1, 33-54.
- Carrillo, J. (2000). Aportaciones desde la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional. *Quadrante*, Vol. 9, 27-54.
- Carter, K. (1992) Creating Cases for the development of Teacher Knowledge. In Russell, T. & Munby, H. (Ed.) *Teachers and Teaching: From Classroom to Reflection*. (pp. 109 – 123). London, New York, Philadelphia: The Falmer Press
- Carvalho, C. (2005). Comunicações e interações sociais nas aulas de Matemática. In Nacarato, A. & Lopes, C. (Orgs) *Escritas e Leituras na Educação Matemática* (pp. 15-34). Belo Horizonte: Autêntica.
- Carvalho, D. L. (2001). Diálogo Cultural, Negociação de Sentidos e Produção de Significados Matemáticos por Jovens e Adultos. *Zetetiké* (Vol. 9, nº 15/16, pp. 43-76). Campinas: UNICAMP – FE/CEMPEM.
- Carvalho, J. (2005). Notas Sobre pedagogia em Matemática. *Gazeta de Matemática*, 148, 28-31.
- Cavalcanti, C. (2001). Diferentes Formas de Resolver Problemas. In Smole, K. & Diniz, M. (Orgs.) *Ler, escrever e resolver problemas* (pp. 121-149). Porto Alegre: Artmed Editora.
- Chomsky, N. (1995). A linguagem e a Mente. In Mellor, D. (Org.) *Formas de Comunicação* (pp. 59-82). Lisboa: Teorema.
- Climent, Nuria y Carrillo, José (2003) El dominio compartido de la investigación y el desarrollo profesional. Una experiencia en matemáticas con maestras. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (3), 387–404
- Cobb, P.; Boufi, A.; McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 28, Nº. 3, 258–277
- Corrêa, R. (2005). Linguagem matemática, meios de comunicação e Educação Matemática. In Nacarato, A. & Lopes, C. (Orgs) *Escritas e Leituras na Educação Matemática* (pp. 93-100). Belo Horizonte: Autêntica.

- Costa, A. F. (2005). A Pesquisa de Terreno em Sociologia In Silva, A. S. & Pinto, J. M. (Orgs.) *Metodologia das ciências Sociais*. (pp. 129 – 148). Porto: Edições Afrontamento. (1.º Edição de 1986)
- Coutinho, M. (2005). Intersubjectividade, racionalidade comunicativa e educação – a perspective de Jürgen Habermas. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, ano 39, nº 1, 113-154.
- Cramer, K. & Karnowski, L. (1995). The Importance of Informal Language in Representing Mathematical Ideas. *Teaching Children Mathematics*, 1 (6), 332-335.
- Cruz, G. & Martínón, A. (1998). Interacción y construcción significativa del conocimiento: notas teóricas y una práctica educativa. *UNO. Revista de didáctica de las Matemáticas*, nº 16, 85-100 (documento PDF, 1-13).
- Day, C. (2001) *Desenvolvimento Profissional de Professores. Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto: Porto Editora (Edição original em inglês, 1999)
- D' Amore, B. (2005). Pipas, caballos, triângulos y significados. Contribución a una teoría problemática del significado conceptual, de Frege y Magritte, hasta nuestros días. *Números*, 61, 3-18 (documento PDF, 1-15).
- Denzin, N. & Lincoln, Y. S. (2005). Introduction. The Discipline and Practice of Qualitative Research In Denzin, N. & Lincoln, Y. S. (Eds.) *The Sage Handbook of Qualitative Research (Third edition)* (3.ª ed.). Thousand Oaks: SAGE.
- Departamento de Educação Básica (2002). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação (Edição original publicado em 1997).
- Departamento de Educação Básica (2004). *Organização Curricular e Programas – 1.º Ciclo – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação (Edição original publicado em 1990).
- Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (2004). *Relatório Nacional das Provas de Aferição do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

- Dolbec, A. (2003). A investigação-ação. In Gauthier, B. (Dir.). *Investigação Social. Da problemática à colheita de dados*. (pp. 483-512). Loures: Lusociência.
- Dolk, M. & Hertog, J. (2008). Narratives in teacher education. *Interactive Learning Environments*, 16 (3), 215-229
- Duval, R. (2003). Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In Machado, S. (Org.) *Aprendizagem em Matemática, Registros de Representação Semiótica* (pp. 11-33). Campinas: Papirus.
- Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *Relime, Número Especial*, 45 – 81.
- Eco, U. (1997). *O Signo*. Lisboa: Editorial Presença. (Edição original em italiano, 1973).
- Eco, U. (2001). *Semiótica e Filosofia da Linguagem*. Lisboa: Instituto Piaget. (Edição original em italiano, 1984).
- Eco, U. (2002). *Tratado Geral de Semiótica*. São Paulo: Perspetiva. (Edição original em italiano, 1976).
- Elbaz, F. (1983). *Teacher Thinking. A Study of Practical Knowledge*. New York, NY: Nichols Publishing Company.
- Erickson, F. (1989). Metodos Cualitativos de Investigacion sobre la Enseñanza. In Wittrock, M. *La investigación de la enseñanza, II. Métodos cualitativos y de observación*. (pp. 195-301). Barcelona: Ediciones Paidós.
- Estrela, A. (1994). *Teoria e Prática de Observação de Classes. Uma Estratégia de Formação de Professores*. Porto: Porto Editora. (1.º Edição de 1984).
- Fennema, E., & Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its Impact. In Grouws, D. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp. 147-164). New York, NY: Macmillan.
- Ferin, I. (2002). *Comunicação e culturas do quotidiano*. Lisboa: Quimera.
- Ferreira, G. (2003). *Linguagem e Modernidade. Comunicação e experiência nas sociedades mediatizadas*. Lisboa: livros Horizonte.

- Ferreira, R. (2005). *Portuguese Mathematics Student Teachers' Evolving Teaching Modes: A modified teacher development experiment* (Tese de Doutorado, Illinois State University).
- Fidalgo, A. & Ponte, J. (2004). Conceções, práticas e reflexão de futuros professores do 1º Ciclo do ensino básico sobre o ensino da Matemática. *Quadrante*, Vol. 13 Nº 1, 5-29.
- Fiorentini, D. (2006). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In Borba, M. & Araújo, J. (Orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. (pp. 49-78). Belo Horizonte: Autêntica.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática. Percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Fiske, J. (2005). *Introdução ao Estudo da Comunicação*. Porto: Edições Asa. (Edição original em inglês, 1990).
- Flick, U. (2005). *Métodos Qualitativos na Investigação Científica*. Lisboa: Monitor. (Edição original em alemão, 2002).
- Flores, M., Simão, A., Rajada, R. & Tornberg, A. (2009). Possibilidades e desafios da aprendizagem em contexto de trabalho: Um estudo internacional. Flores, M. & Simão, A. (Org.) *Aprendizagem e desenvolvimento profissional de professores: Contextos e Perspetivas*. Mangualde: Edições pedagogo. (pp. 119 – 151).
- Fonseca, H. (2000). *Os Processos Matemáticos e o Discurso em Atividades de Investigação na Sala de Aula* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Franke, M., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics Teaching and Classroom Practice. In F. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 225 - 256). Reston, VA: NCTM.
- Freixo, M. (2006). *Teorias e Modelos de Comunicação*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Frid, S. & Malone, J. (1995). Negotiation of Meaning in Mathematics Classrooms: A Study of Two Year 5 Classes. *Mathematics Education Research Journal*, 7(2), 132-147.

- Gabinete de Avaliação Educacional – Ministério da Educação (2008). *Relatório sobre a Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo de 2008*. Lisboa: Ministério da Educação.
- García, M. (2006). La psicología social como fuente teórica de la comunicología. Breves reflexiones para explorar un espacio conceptual común. *Andamios*, Vol. 3, nº 5, 163-184
- García, M. & Llinares, S. (1999). Procesos interpretativos y conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Reflexiones desde la perspectiva de la enseñanza como diseño. *Cuadrante*, Vol. 8, 61-84.
- Gauthier, B. (2003). Introdução. In Gauthier, B. (Dir.). *Investigação Social. Da problemática à colheita de dados*. (pp. 15-32). Loures: Lusociência.
- Gil Cuadra, F., Rico Romero, L. & Castro Martínez, E. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria andaluz sobre enseñanza-aprendizaje y evaluación en matemáticas. *Cuadrante*, Vol. 12 Nº 1, 75-101.
- Gingras, F.-P.. (2003). A sociologia do conhecimento. In Gauthier, B. (Dir.). *Investigação Social. Da problemática à colheita de dados*. (pp. 33-62). Loures: Lusociência.
- Godino, J. (2002). Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 22, nº 2,3, 237-284.
- Godino, J., & Llinares, S. (2000). El Interaccionismo Simbólico en Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, Vol. 12, nº 1, 70-92.
- Goetz, J. & LeCompte, M (1984). Analysis and Interpretation of Data. *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research*. (pp. 164-207). Orlando: Academic Press, Inc.
- Goodson, I. (2008). *Conhecimento e Vida Profissional. Estudos sobre Educação e mudança*. Porto: Porto Editora. (Edição original em inglês, 2003)
- Granger, G. (1992). Método. In R. Romano (dir.), *Enciclopédia Einaudi*, (vol. 21, pp. 55-71). Lisboa: Imprensa Nacional - Casa da Moeda.

- Grossman, P. (1995). Teachers' Knowledge. In Anderson, L. (Ed.) *International Encyclopedia of Teaching and Teacher Education* (Second Edition, pp. 20-24). London: Pergamon.
- Groth, R. (2007). Toward a Conceptualization of Statistical Knowledge for Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 38, No. 5, 427-437
- Guerreiro, A. (2008a) Comunicar é influenciar ou negociar? O papel do aluno no 1.º ciclo do ensino básico in Luengo González, R., Gomez Alfonso, B., Camacho Machín, M. & Blanco Nieto, L. J. (Coord.) *Investigación en educación Matemática XII* (pp. 629-638). Badajoz: SEIEM.
- Guerreiro, A. (2008b). Comunicação: da Transmissão à Interação. Desafio colaborativo no 1.º ciclo do ensino básico. *Atas do XVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (CD). Lisboa: APM.
- Guerreiro, A. (2009a). Práticas Comunicativas e Conhecimento Matemático. *Atas do VI Congresso Iberoamericano de Educação Matemática* (CD). Chile (Puerto Montt): FISEM.
- Guerreiro, A. (2009b). Comunicação Matemática no 1.º ciclo do ensino básico. Conceções de uma professora. *Atas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (CD). Lisboa: APM.
- Guerreiro, A. (2010a). O papel do outro (aluno) na comunicação matemática, práticas de uma professora do 1.º ciclo. *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2010* (CD). Lisboa: FCT Universidade Nova.
- Guerreiro, A. (2010b). Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática. Práticas no 1.º ciclo do ensino básico in *I Fórum de Jovens Investigadores do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*. Lisboa: IE Universidade de Lisboa.
- Guerreiro, A. (2010c). Gostamos tanto, quando eles acertam logo. Comunicação Matemática no 1.º ciclo. *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (CD). Lisboa: GTI APM.
- Guerreiro, A. (2010d). Concepções e práticas de comunicação matemática. *Atas do I Encontro Nacional de Jovens Investigadores em Educação*. Aveiro: UA.

- Guerreiro, A. (2011a). Concepções e práticas de comunicação matemática. *Indagatio Didactica* [Online], Volume 3 Número 1, Março 2011, p. 25-40. [Acesso em <http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/viewArticle/912>]
- Guerreiro, A. (2011b). Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática. Práticas no 1.º ciclo do ensino básico in *II Fórum de Jovens Investigadores do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*. Lisboa: IE Universidade de Lisboa.
- Guerreiro, A. (2011c). Negociação de significados na sala de aula de matemática: práticas entre professoras e alunos do 1.º ciclo. *Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: APM.
- Guerreiro, A. & Serrazina, L. (2009). Communication as social interaction. Primary School Teachers Practices. *Atas da Sixth Conference of European Research in Mathematics Education*. France (Lyon): ERME.
- Guerreiro, A. & Serrazina, L. (2011). Conceptions and Practices of Mathematical Communication. *Atas do Seventh Congress of European Research in Mathematics Education*. Poland (Rzeszów): ERME.
- Guimarães, F. (1999). O conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras de Matemática. *Quadrante*, Vol. 8, 5-32.
- Guimarães, F. (2006). Como se pensa hoje o desenvolvimento do professor? *Quadrante*, Vol. XV, Nº 1 e 2, 169-192.
- Guimarães, H. (2003). *Concepções sobre a Matemática e a atividade matemática: Um estudo com matemáticos e professores do Ensino Básico e Secundário*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Guimarães, H. (2004). Matemáticos, Professores de Matemática: Um estudo sobre concepções. *Atas do XV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 37-64). Lisboa: APM.
- Guimarães, H. (2008). Perspetivas sobre o Conhecimento do Professor. *Revista Dialogo Educacional*, V. 8, nº 25 (pp. 819-839). Curitiba, PR: PUCP.
- Guiraud, P. (1993). *A Semiologia*. Lisboa: Editorial Presença.

- Habermas, J. (1998). *O Discurso Filosófico da Modernidade*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Habermas, J. (2002). *Racionalidade e Comunicação*. Lisboa: Edições 70.
- Habermas, J. (2004). *Pensamento Pós-Metafísico*. Coimbra: Almedina.
- Habermas, J. (2006). *Técnica e Ciência como “Ideologia”*. Lisboa: Edições 70. (Edição original em alemão, 1968)
- Hargreaves, A. (1998). *Os Professores em Tempos de Mudança*. Lisboa: Mc Graw-Hill. (Edição original em inglês, 1994).
- Hill, H., Rowan, B. & Ball, D. (2005). Effects of Teachers’ Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, Vol. 42, N° 2, 371-406.
- Januário, C. (1996). *Do pensamento do professor à sala de aula*. Coimbra: Livraria Almedina.
- Joly, M. (2005). *A Imagem e os Signos*. Lisboa: Edições 70. (Edição original em francês, 2000).
- Kelchtermans, C. (2009). O comprometimento profissional para além do contrato: Autocompreensão, vulnerabilidade e reflexão dos professores. Flores, M. & Simão, A. (Org.) *Aprendizagem e desenvolvimento profissional de professores: Contextos e Perspetivas*. Mangualde: Edições pedagogo. (pp. 61 – 98).
- Kennedy, M. (2002). Knowledge and Teaching. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, Vol. 8, nº 3/4, 355-370
- Korthagen, F. (2009). A prática, a teoria e a pessoa na aprendizagem profissional ao longo da vida. Flores, M. & Simão, A. (Org.) *Aprendizagem e desenvolvimento profissional de professores: Contextos e Perspetivas*. Mangualde: Edições pedagogo. (pp. 39 – 60).
- Krantz, S. (2000). *Como Ensinar Matemática, uma perspetiva pessoal*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática.
- Laperrière, A. (2003). A observação direta. In Gauthier, B. (Dir.). *Investigação Social. Da problemática à colheita de dados*. (pp. 257-278). Loures: Lusociência.

- Lasswell, H. (2009). A Estrutura e a Função da Comunicação na Sociedade. In Esteves J. (Org.) *Comunicação e Sociedade* (pp. 51-62). Lisboa: Livros Horizonte.
- Llinares, S. (1998). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*. Nº 17 (julio), 51 – 63.
- Llinares, S. (1999). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas in Ponte, J. P. & Serrazina, L. (Org.) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália – Atas da Escola de verão* (pp. 109-132). Lisboa: SEM/SPCE.
- Llinares, S. (2005). Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje. *Atas do V CIBEM – Conferências* (pp. 155-169). Porto: APM.
- Lopes, C. & Jorge, M (2005). Interacionismo simbólico e a possibilidade para o cuidar interativo em enfermagem. *Revista da Escola de Enfermagem da USP*, Vol. 39, nº 1, 103-108.
- Luhmann N. (2001). *A improbabilidade da comunicação*. Lisboa: Veja.
- Ma, L. (2009). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: SPM/Gradiva.
- Martinho, H. (2007). *A Comunicação na Sala de Aula de Matemática: Um projeto colaborativo com três professoras do ensino básico* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Martinho, H. & Ponte, J. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática. Práticas e reflexão de uma professora de Matemática. *Atas do XVI Seminário de Investigaçao em Educação Matemática* (pp. 273-293). Setúbal: Associação de Professores de Matemática.
- Mason, J. (1998). Asking mathematical questions mathematically. *Proceedings of Actes du Colloque DIDIREM, Réussites et/ou apprentissages Nouvelles technologies; Les mathématiques en premier cycle universitaire, où en est-on?*. Université de Versailles. [disponível em <http://www.math.jussieu.fr/~jarraud/colloque/mason.pdf>]
- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International journal of mathematical Education in Science and Technology*, 31,1, 97-111.

- Matos, J. & Serrazina, M. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Mattelart, A. & Mattelart, M. (1997). *História das Teorias da Comunicação*. Porto: Campo das Letras.
- McQuail, D. (1984). *Communication*. London and New York: Longman.
- McQuail, D. e Windahl, S. (2003) *Modelos de Comunicação para o estudo da comunicação de massas*. Lisboa: Editorial Notícias.
- Mead, G. (1992). *Mind, Self & Society from the standpoint of a social behaviorist*. Chicago and London: The University of Chicago Press. (Edição original em ingles, 1934).
- Meira, L. L. (1996): Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula, *in*: Mira, M.; Brito, M. (Org) *Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica* (Vol. 5, pp. 95-112). Rio de Janeiro: ANPEPP.
- Menezes, L. (1995). *Conceções e praticas de professores de matemática: Contributos para o estudo da pergunta* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Menezes, L. (2005). Desenvolvimento da comunicação matemática em professores do 1º ciclo no contexto de um projeto de investigação colaborativa. *Atas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 349-364). Setúbal: Associação de Professores de Matemática.
- Ministério da Educação – ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Morris, A., Hiebert, J. & Spitzer, S. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 40, Nº 5, 491-529.

- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional (Edição original em inglês, 1989).
- NCTM (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional (Edição original em inglês, 1991).
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Edição original em inglês, 2000).
- Nóvoa, A. (1997). Formação de Professores e Profissão Docente in Nóvoa, A. (Coord.) *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional. (pp. 13-33).
- Oliveira, H., & Ponte, J. P. (1997). Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. *Atas do VII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 3-23), Lisboa: APM.
- Pacheco, J. (1995). *O Pensamento e a Ação do Professor*. Porto: Porto Editora.
- Park, S. & Oliver, J. (2008). Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Research in Science Education*, Volume 38, Number 3, 261-284.
- Pedro, E. (1982). *O Discurso na Aula, Uma análise sociolinguística da prática escolar em Portugal*. Lisboa: Edições Rolim.
- Pedrosa, M. (2000). A Comunicação na Sala de Aula: As Perguntas como Elementos Estruturadores da Interação didáctica. In Monteiro, C.; Tavares, F.; Almiro, J.; Ponte, J.; Matos, J. & Menezes, L. (Orgs) *Interações na aula de Matemática* (pp. 149-161). Viseu: SEM/SPCE.
- Pereira, E., Gago, L. & Guerreiro, A. (2008). Primeiros Passos no Pensamento Combinatório. Uma experiência na sala de aula do 1.º ano de escolaridade. *Atas do ProfMat 2008* (CD). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pereira, E., Gago, L. & Guerreiro, A. (2010). Primeiros passos no pensamento combinatório. Uma experiência na sala de aula do 1.º ano de escolaridade. *Educação e Matemática*, 106, 3-6.

- Perez, G. (1999). Formação de Professores de Matemática sob a Perspetiva do Desenvolvimento Profissional. Bicudo, M. (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: Conceções & Perspetivas* (pp. 263-282). São Paulo: Editora
- Pérez Gómez, A. (1997). O Pensamento Prático do Professor: A Formação do Professor como Profissional Reflexivo in Nóvoa, A. (Coord.) *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional. (pp. 93-114).
- Perrenoud, P. (1997). *Práticas Pedagógicas. Profissão Docente e Formação. Perspetivas Sociológicas*. Lisboa: Publicações Dom Quixote e Instituto de Inovação Educacional. (Primeira edição, 1993).
- Pinho, L. (1993). Humanizar a Escola. Comunicação, representações sociais e sucesso escolar. *Cadernos CIDInE 6 – Dimensões do desenvolvimento Humano*. Aveiro: CIDInE.
- Pinto, R. A. & Fiorentini, D. (1997). Cenas de uma aula de álgebra: produzindo e negociando significados para a “coisa”. *Zetetiké* (Vol. 5, n.º 8, pp. 45-71). Campinas: UNICAMP – FE/CEMPEM.
- Piñuel, J. & Lozano, C. (2006). *Ensayo general sobre la comunicación*. Barcelona: Paidós.
- Pires, M. (2006). A Construção do Conhecimento Profissional: Um estudo com três professores. *Atas do XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (CD). Lisboa: APM.
- Pirie, S. (1998). Crossing the Gulf between Thought and Symbol: Language as (Slippery) Stepping-Stones. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 7-29). Reston, VA: NCTM.
- Polaino, A. (2009). *Aprender a Escutar. A necessidade vital de comunicarmos*. Lisboa: Diel.
- Ponte, J. P. (1992). Conceções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In *Educação Matemática: Temas de Investigação* (pp. 185-239). Lisboa: IIE.

- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. *Atas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2000). A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas. Conferência *I SIPEM Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (documento word).
- Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. In Giménez, J.; Santos, L. & Ponte, J. P. (coords.), *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Paulo Abrantes* (pp. 25-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. (2005a). O interaccionismo simbólico e a pesquisa sobre a nossa própria prática. *Revista Pesquisa Qualitativa, I*, 107-134 (ficheiro Word, 1-23).
- Ponte, J. (2005b). A formação do professor de Matemática: Passado, presente e futuro. *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas. Atas do Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes* (pp. 267-284). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J., Boavida, A., Graça, M. & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática: matemática – ensino secundário*. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P. & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense.
- Ponte, J., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J., Veia, L. & Viseu, F. (2007). A comunicação nas peráticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, Vol. 20, Nº 2, 39 – 74.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M. & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70.

- Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas letivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-33.
- Ponte, J. & Serrazina, M. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. & Serrazina, M. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*. Vol. 13, Nº 2, 51- 74.
- Powell, A. & Bairral, M. (2006). *A escrita e o pensamento matemático*. São Paulo: Papyrus.
- Radford, L. (2006). Introducción. Semiótica y Educación Matemática. *Relime, Número Especial*, 7 – 21.
- Ramalho, G. (2006). Matemática no Ensino Básico: Algumas reflexões sobre as dificuldades encontradas pelos nossos alunos. *Noesis*. Nº 65 – abril/junho, 48-55.
- Reia-Batista, V. (2002). *A Pedagogia dos Media. A Dimensão Pedagógica dos Media na Pedagogia da Comunicação: O caso do Cinema e das Linguagens Fílmicas* (Tese de Doutoramento, Universidade do Algarve).
- Ribeiro, D. (2005). *A resolução de problemas e o desenvolvimento da comunicação matemática: Um estudo no 4.º ano de escolaridade* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa)
- Ricoeur, P. (1987). *Teoria de Interpretação*. Lisboa: Edições 70. (Edição original em francês, 1976).
- Rodrigues, A. (1990). *Estratégias da Comunicação. Questão Comunicacional e Formas de Sociabilidade*. Lisboa: Editorial Presença.
- Rodrigues, M. (2000). Interações sociais na aprendizagem da Matemática. *Quadrante*, Vol. 9 Nº 1, 3-47.
- Romão, M. (1998). *O papel da comunicação na aprendizagem da Matemática: um estudo realizado com quatro professores no contexto das aulas de apoio de Matemática* (Tese de Mestrado, Universidade do Algarve). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Rüdiger, F. (2004). *Introdução à Teoria da Comunicação*. São Paulo: Edicon.

- Ruthven, K. & Goodchild, S. (2008). Linking researching with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowledge. In L. English (Ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Second Edition (pp. 565-592) New York, NY: Routledge.
- Santos, B. (1989). *Introdução a uma Ciência Pós-Moderna* (4ª Edição-1995). Porto: Edições Afrontamento.
- Santos, B. (2003). *Um discurso sobre as ciências*. Porto: Edições Afrontamento (1.ª edição, 1987).
- Santos, J. (2007). A aprendizagem da Matemática. *Gazeta de Matemática*, 152, 4-8.
- Santos, L. (2000). *A prática letiva como atividade de resolução de problemas: um estudo de três professoras do ensino secundário* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Santos, V. (2005). Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In Nacarato, A. & Lopes, C. (Org.) *Escritas e Leituras na Educação Matemática* (pp. 117-125). Belo Horizonte: Autêntica.
- Saraiva, M. & Ponte, J. (2005). Das tarefas à negociação de significados matemáticos. *Atas do ProfMat 2003* (CD) (pp. 305-311). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Savoie-Zajc, L. (2003). A entrevista semidirigida. In Gauthier, B. (Dir.). *Investigação Social. Da problemática à colheita de dados*. (pp. 279-301). Loures: Lusociência.
- Schön, D. (1997). Formar Professores como Profissionais Reflexivos in Nóvoa, A. (Coord.) *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional. (pp. 77-91).
- Schön, D. (1998). *El profesional reflexivo. Cómo piensan los profesionales cuando actúan*. Barcelona: PAIDÓS. (Edição original em inglês, 1983).
- Schön, D. (2008). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: PAIDÓS/MEC. (Edição original em inglês, 1987).

- Serrazina, L.(1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in a primary mathematics education in Portugal colaborativo* (Tese de Doutoramento, Universidade de Londres).
- Serrazina, L. (2005). A formação para o ensino da Matemática nos primeiros anos: que perspetivas? *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas. Atas do Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes* (pp. 305-316). Lisboa: APM.
- Sfez, L. (1991). *A Comunicação*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Shannon, C. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*, Vol. 27, 379-423, 623-656, July, October.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, Vol. 15, Nº 2, 4-14.
- Silva, A. (2006). *A Informação. Da compreensão do fenómeno e construção do objeto científico*. Porto: Edições Afrontamento.
- Silver, E. (2005). Educating teachers of Mathematics: some promising directions. *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas. Atas do Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes* (pp. 249-265). Lisboa: APM.
- Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi, & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 30-62). Reston, VA: NCTM.
- Silva, A. & Menezes, L. (2003). Pais, filhos, professor e comunicação matemática. *Atas do V CIBEM – Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática* (CD) – (Comunicações Orais, pp. 1-14). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Smole, K. (2001). Textos em Matemática: Por Que Não? In Smole, K. & Diniz, M. (Orgs.) *Ler, escrever e resolver problemas* (pp. 29-68). Porto Alegre: Artmed Editora.

- Smole, K. & Diniz, M. (2001). Ler e Aprender Matemática. In Smole, K. & Diniz, M. (Orgs.) *Ler, escrever e resolver problemas* (pp. 69-86). Porto Alegre: Artmed Editora.
- Stake, R. (1994). Case studies. In. Dezin, N. & Lincoln, Y. (Eds.) *Handbook of qualitative research*. (pp. 236-247). Londres: Sage Publications.
- Stake, R. (2000). Case studies. In. Dezin, N. & Lincoln, Y. (Eds.) *Handbook of qualitative research. Second Edition*. (pp. 435-454). Londres: Sage Pu
- Sturman, A. (1997). Case Study Methods. In Keeves, J. (Ed.) *Educational Research, Methodology, And Measurement: An International Handbook. Second Edition*. (pp. 61-66). Cambridge: Pergamon.
- Taleb, N. (2008). *O Cisne Negro. O impacto do altamente improvável*. Lisboa: Dom Quixote (3ª Edição)
- Tanner, H. & Jones, S. (2007). How interactive is your whiteboard? *Mathematics Teaching Incorporating Micromath*, 200, 37-41
- Thompson, A. (1984). The Relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. *Educational Studies in Mathematics*, 5(2) 105-127.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, pp. 127-146.
- Tom, A. & Valli, L. (1990). Professional Knowledge for Teachers. In W. Houston (Ed.), *Handbook of Research on Teacher Education* (pp.373-392). New York: Macmillan.
- Tornero, J. (2007). A nova competência comunicativa num contexto mediático. In Tornero, J. (coord.) *Comunicação e Educação na Sociedade da Informação. Novas linguagens e consciência crítica*. (pp. 69-82). Porto: Porto Editora.
- Tropea, F. (2007). O bit e a formiga. Especificidades e interferências entre o interpessoal e o mediático na comunicação. In Tornero, J. (coord.) *Comunicação e Educação na Sociedade da Informação. Novas linguagens e consciência crítica*. (pp. 85-106). Porto: Porto Editora.

- Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a Language. In M. Kenney & P. Elliott (Eds.), *Communication in Mathematics K – 12 and Beyond* (pp. 231-243). Reston, VA: NCTM.
- Veia, L. (1996) *A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação no primeiro ciclo do ensino básico. Três estudos de caso* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Vieira, H. (2000). *A Comunicação na Sala de Aula*. Lisboa: Editorial Presença.
- Wilde, S. (1991) Learning to Write about Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 38-43.
- Wood, T. (1994). Patterns of Interaction and The Culture of Mathematics Classrooms in S.. Lerman (Ed.). *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom* (pp. 149-168). Dordrecht: KAP.
- Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? in H. Steinbring, M. Bussi & A. Sierpiska (Eds.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (pp. 167-178). Reston, V. A.: NCTM.
- Wood, T., Merkel, G. & Uerkwitz, J. (1996). Criar um ambiente na aula para falar sobre a matemática. *Educação e Matemática*, 40, 39-43.
- Yackel, E. (2000). *Creating a Mathematics Classroom Environment that Fosters the Development of Mathematical Argumentation*. [disponível em <http://www.nku.edu/~sheffield/eyackel.html>].
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.
- Yin, R. (1989). *Case study research: Design and methods*. Londres: Sage Publications.

Anexos

Anexo 1- Guião da entrevista inicial aos professores

Nome adotado:

Idade:

Estado civil:

Anos de serviço:

Formação inicial, complementar e contínua

1) Formação inicial

- a) Onde realizou a sua formação inicial?
- b) Qual o seu curso de formação inicial?
- c) Que imagem tem da formação inicial que recebeu?
- d) O que recorda da formação inicial no que se refere à matemática e à sua didática?
- e) Foi semelhante ou diferente da formação noutras áreas? Em que aspetos?
- f) Como avalia a preparação que lhe deu?
- g) O que acha dos métodos de ensino utilizados nessa formação?

2) Formação complementar

- a) Posteriormente à sua formação inicial realizou algum curso de licenciatura ou mestrado?
 - i) Que disciplinas ou módulos de matemática ou de educação matemática faziam parte desses cursos?
 - ii) Como avalia a formação em matemática e no seu ensino que lhe foi proporcionada nesses cursos?

3) Formação contínua

- a) Ao longo da sua carreira profissional tem frequentado ações de formação contínua? Sobre que temáticas?
- b) Frequentou alguma ação de formação contínua no âmbito da matemática ou da sua didática?
- c) Se sim, que benefícios tirou da frequência dessa ação de formação?

4) Outras formações

- a) Possui outro tipo de valorizações/formações académicas ou profissionais que queira referir? Quais?

Percurso e atividade profissional

1) Percurso profissional

- a) Ao longo da sua atividade docente lecionou sempre no 1.º ciclo do ensino básico?
 - i) Se sim, quando optou por ser professor do 1.º ciclo do ensino básico? Porquê?
 - ii) Se não, onde lecionou? Como avalia essa experiência? Porque está a lecionar, atualmente, no 1.º ciclo do ensino básico?
- b) Em que tipo de escolas tem lecionado?
- c) Como caracteriza os alunos que tem tido?
- d) Como pensa que os alunos o(a) veem como professor(a)?
- e) Como descreve o ambiente profissional das escolas por onde tem passado? Como descreve a sua intervenção nesse ambiente profissional? Como pensa que os seus colegas o(a) veem como professor(a)?
- f) Distingue no seu percurso profissional alguns momentos importantes? Quais e porquê?

2) Atividade profissional

- a) Costuma frequentar encontros de natureza profissional no âmbito da matemática? Quando se inscreve nesses encontros, o que espera obter? De um modo geral, as suas expectativas são correspondidas ou já tem tido casos em que regressa frustrado(a) dos encontros?
- b) Costuma fazer leituras de natureza profissional? Algumas dessas leituras são no âmbito do ensino-aprendizagem da matemática?
- c) Como costuma preparar habitualmente as suas aulas? Faz isso diariamente ou dedica em especial um dia na semana para esse efeito? Dedicar um tempo particular a cada área disciplinar?
- d) No caso da matemática, a que materiais recorre? Produz materiais para os alunos usarem nas aulas? Assinala tarefas do manual para eles fazerem?...
- e) Costuma trabalhar com outros professores do 1.º ciclo? Se sim,
 - i) Quem são esses professores (ex-colegas de curso, professores da sua escola...)?
 - ii) Quais os objetivos que para si tem esse trabalho? Como se desenvolve esse trabalho?
 - iii) Que benefícios tem tirado desse trabalho?
- f) Desde que está a lecionar já participou em algum projeto de natureza curricular (na sua escola ou fora dela)? Algum desses projetos foi no âmbito da matemática?

Alunos e comunicação no ensino-aprendizagem da matemática

1) Alunos

- a) Como caracteriza a escola onde leciona neste ano letivo?
- b) Que ano ou anos leciona este ano letivo?
- c) Quantos alunos tem neste ano letivo? Como caracteriza a turma que tem neste ano letivo?
- d) Existem alunos que se destaquem, positivamente ou negativamente, em relação ao grupo turma? Se sim, que características têm esses alunos?
- e) Como caracteriza os seus alunos no ponto de vista da aprendizagem da matemática? Quer destacar, pela positiva ou pela negativa, a situação de alguns alunos em particular? Como costuma trabalhar com esses alunos? Pode exemplificar com situações de sala de aula.

2) Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática

- a) Considera que a comunicação tem um papel importante nas suas aulas do 1.º ciclo? (muito... pouco... assim-assim?) Porquê?
- b) Em que áreas disciplinares a comunicação assume um papel mais importante nas suas aulas?
- c) Considera que no trabalho em matemática nas suas aulas se comunica matematicamente? Dê exemplos ilustrativos de situações de comunicação na sala de aula.
- d) Acha que os programas portugueses (Currículo nacional do ensino básico, programas de 1990 do ensino básico) valorizam a comunicação matemática na sala de aula? Porquê?
- e) Que tipos de situações de aprendizagem procura pôr em prática na sua sala de aula para desenvolver a comunicação matemática?
- f) Na sua atividade como professor de matemática que papel atribui à comunicação oral na sala de aula? Porquê? Pode dar um exemplo recente da sua aula?
- g) Na sua atividade como professor de matemática que papel atribui à comunicação escrita na sala de aula? Porquê? Pode dar um exemplo recente da sua aula?
- h) Na sua atividade como professor de matemática valoriza mais a linguagem oral ou escrita? Porquê?
- i) Dê exemplos de tarefas que tenha proposto recentemente aos seus alunos. Acha que essas tarefas contribuem para o desenvolvimento da comunicação matemática? De que maneira?
- j) Que tipo de momentos de interação entre o professor e os alunos acontecem na sua sala de aula? Durante os momentos de interação entre o professor e os alunos, como é a atuação do professor?
- k) Que tipo de momentos de interação entre os alunos acontecem na sua sala de aula? Durante os momentos de interação entre os alunos qual é a atuação do professor?

- l) Que tipo de regras de atuação estabelece com os alunos em relação ao trabalho diário na sua sala de aula? Pode exemplificar com uma situação frequente.
- m) Que tipo de regras de atuação estabelece com os alunos em relação ao trabalho na área da matemática na sua sala de aula? Pode exemplificar com uma situação recente.
- n) O tipo de tarefas que propõe e que têm uma forte vertente de comunicação dependem da unidade (números, geometria, medidas, estatística, ...) que está a trabalhar?
 - i) Se sim, é capaz de exemplificar duas ou mais situações diferentes no âmbito da comunicação em relação a dois ou mais temas diferentes?
 - ii) Se não, é capaz de exemplificar uma situação no âmbito da comunicação em relação a dois ou mais temas diferentes?
- o) Que balanço faz sobre os processos de comunicação que ocorrem na sua sala de aula? Depois da aula, costuma equacionar o que correu bem e o que não correu bem nessa aula? Se sim, como costuma fazer? Pode exemplificar.
- p) Tem alunos pouco comunicativos? Se sim, encontra motivos para esse comportamento? Como costuma lidar com esse tipo de alunos?
- q) Tem alunos que considere excessivamente comunicativos? Se sim, encontra motivos para esse comportamento? Como costuma lidar com esse tipo de alunos?

O estudo da comunicação no ensino-aprendizagem da matemática

- a) Porque aceitou participar neste estudo?
- b) O que espera que lhe possa proporcionar em termos profissionais?

Anexo 2 - Guião da entrevista final aos professores

Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática

- a) Como é que hoje concebe a comunicação no ensino-aprendizagem da matemática? Essa conceção apresenta aspetos novos em relação às suas ideias anteriores? Pode exemplificar com ideias ou situações em concreto?
- b) Que estratégias utiliza para desenvolver a comunicação matemática na sala de aula? Prepara tarefas matemáticas específicas? Prepara de alguma forma as intervenções/questões efetuadas pela professora na sala de aula ou aposta sobretudo na dinâmica que se gera espontaneamente? O trabalho desenvolvido no âmbito da matemática alterou de alguma forma as suas rotinas de preparação das aulas?
- c) Nas aulas onde trabalha a comunicação matemática, tenta desenvolver algum tipo de atitudes específicas por parte dos alunos? Encontra algumas mudanças na forma de caracterizar a sua (deles) aprendizagem da matemática? Encontra algumas mudanças relacionadas com uma outra forma de olhar a aprendizagem dos seus alunos?
- d) Ao longo destes últimos dois anos, alterou algum aspeto relacionado com as regras de atuação dos alunos no respeitante ao trabalho diário na sala de aula? Que tipo de regras? E com a atuação do professor? Acha que essas alterações originaram uma maior aprendizagem da matemática?
- e) Que aspetos da aprendizagem matemática considera estar relacionados com o desenvolvimento da comunicação? E com uma maior interação entre os alunos e entre estes e a professora? Que estratégias utiliza para desenvolver uma maior interação entre os alunos na sala de aula? E entre os alunos e a professora? Exemplifique com situações de sala de aula.
- f) Acha que alguns dos conteúdos matemáticos se adequam mais ao desenvolvimento da comunicação do que outros? Quais? Porquê?

Grupo de Trabalho Colaborativo

- b) O trabalho desenvolvido pelo grupo colaborativo no âmbito da matemática alterou algum ou alguns aspetos do seu dia a dia profissional? Na sala de aula? Na relação com os alunos? Nas atitudes da professora em relação aos alunos? Nas atitudes da professora em relação à matemática? Exemplifique com situações ocorridas.
- c) Acha que o trabalho desenvolvido pelo grupo colaborativo no âmbito deste projeto contribuiu para o desenvolvimento do seu conhecimento profissional? Encontra algumas vantagens/desvantagens para a sua atividade profissional no trabalhar em colaboração com um investigador em educação matemática?
- d) Em que aspetos gostaria de investir mais no aprofundamento do seu conhecimento profissional? Ao longo destes últimos anos realizou algumas ações de

formação contínua? Quais? Em que medida é que a formação contínua em matemática teve influência no ensino da matemática? E a formação contínua nas outras áreas teve alguma influência no ensino da matemática? Encontra algumas vantagens/desvantagens para a sua atividade profissional ao trabalhar em colaboração com outros colegas do 1.º ciclo?

Anexo 3 - Linhas gerais para encontro

Carolina

Alunos do 2.º Ano (2006/2007) e 3.º Ano (2007/2008)

Tarefas/Atividade

- 1) A professora tem optado por situações problemáticas relacionadas com conteúdos variados. Não parece existir uma relação direta entre os problemas propostos aos alunos (à terça-feira) e os conteúdos matemáticos lecionados nessa semana. Normalmente a professora pensou em duas tarefas ou mais, por vezes com mais do que uma questão. Na maior parte das vezes, só a primeira tarefa é realizada durante os 90 minutos previstos para as atividades de matemática. Por vezes, alguns grupos iniciam a resolução da segunda tarefa antes da apresentação/discussão da primeira. Nas vezes em que os alunos resolvem os dois problemas e só após é que apresentaram as soluções, a apresentação da resolução do segundo problema fica aquém da exploração anterior e é muito mais dirigida pela professora.
- 2) A organização é em grupo de dois alunos, com apresentação e discussão final entre os grupos (com a participação da professora). No início a professora tinha grupos de 3 ou 4, mas queixava-se que os alunos não sabiam trabalhar em grupo. O investigador sugeriu que se mudasse o trabalho de grupo para pares. Nas últimas aulas observadas alguns dos grupos têm 3 elementos. Na generalidade dos pares, os alunos trabalham em cooperação, apesar de existir um dos alunos que tem mais iniciativa que o outro, nomeadamente no quadro. A professora foi adequando a forma dos alunos trabalharem em função dos resultados destes alunos, nomeadamente isolando alguns alunos. Nesta adequação, numa das vezes, a professora entregou a cada grupo uma única folha com o enunciado e destinada à resolução da tarefa.
- 3) Geralmente, a professora escreve no quadro ou dita o enunciado da tarefa a partir de manuais escolares ou outros recursos. Por vezes este processo é bastante moroso. Os alunos resolvem as tarefas no seu caderno, no espaço seguinte ao enunciado. O tempo dedicado a cada tarefa tem sido variável, dependendo da maior ou menor dificuldade dos alunos na sua resolução e nos processos de comunicação ao grupo turma, mas tem sido dado bastante mais tempo à comunicação do que no início do estudo. Alguns dos grupos mais rápidos, quando a apresentação fica mais diferida, começam por entreter-se com outras atividades, como por exemplo leitura de livros ou outros materiais.

Papel do professor

- 1) A professora sempre assumiu a explicação da tarefa matemática proposta, contudo tem reforçado substancialmente o seu papel na clarificação inicial dos enunciados das tarefas matemáticas. No início do estudo, a professora pedia aos alunos para explicarem o porquê de certa resolução, também com o objetivo de avaliar a compreensão do enunciado do problema. A professora pensa que a exploração mais cuidada do enunciado tem facilitado a resolução da tarefa. Numa das vezes a professora distribuiu os enunciados dos dois problemas sem os ler, depois foi clarificando junto de alguns alunos um ou outro aspeto. Nesta ocasião, a resolução dos problemas

revelou aspetos que não tinham sido clarificados e que influenciavam essa resolução.

- 2) No início do estudo, a professora dirigia o trabalho dos alunos com o objetivo de regular o seu comportamento. No seu discurso, a professora vai validando as soluções junto de cada um dos pares de alunos. Nestas interações a professora vai também alertando para situações incompletas. Depois a professora começou a validar menos e só a alertar, enquanto os alunos trabalham, para algum aspeto menos percebido do enunciado da tarefa, para evitar erros e impasses.
- 3) No início do estudo a professora tinha muitas dificuldades em explorar o erro, nesse sentido evitava a explicitação dos erros dos alunos como forma de controlar essas situações. Para evitar o erro, a professora não deixava os alunos que tinham errado justificar as suas resoluções. Também nestas ocasiões a professora transportava para o seu discurso algumas ideias matemáticas passíveis de serem extraídas da tarefa junto dos alunos, de modo a que estes se apercebessem destas ideias matemáticas. Posteriormente, a professora deixava passar o erro e depois corrigia. Atualmente, a professora deixa que os alunos confrontem as situações e que identifiquem os erros.
- 4) A professora por vezes auxilia os alunos na organização do registo no quadro. Neste sentido também divide o quadro em partes para obrigar os alunos a restringirem a utilização do quadro e a ser visíveis as diferentes resoluções em simultâneo. A professora na apresentação e discussão da atividade realizada começa por mandar ir ao quadro os grupos que apresentam soluções erradas ou incompletas e, em algumas vezes, explora o erro com eles. Perante algumas dificuldades dos alunos, em grupo ou nas apresentações, ou para validar as soluções a professora recupera as condições do enunciado da tarefa. Progressivamente os alunos utilizam a mesma estratégia para justificar as suas soluções. Quando por algum motivo a professora não está visualmente atenta à explicação dos alunos, os colegas ficam distraídos da explicação.
- 5) A professora dá bastante relevo à adequação da linguagem dos alunos à linguagem matemática. A professora aproveita algumas situações para completar as resoluções dos alunos, apresentando outras estratégias, para alertar para erros cometidos e para questionar os alunos sobre extensões à tarefa inicial.

Papel dos alunos

- 1) No início do estudo, alguns alunos revelam pouca persistência no trabalho, a qual era contrariada pela professora incentivando-os a continuar e a não desistir da atividade. A professora apresenta geralmente uma grande satisfação em relação ao progresso e às descobertas dos alunos. As expectativas da professora em relação ao trabalho dos alunos têm ao longo deste estudo crescido substancialmente.
- 2) No início os alunos apresentavam as suas estratégias no quadro, totalmente direcionadas para a professora. No início a professora achava que os alunos tinham muita dificuldade em explicar as suas resoluções por acharem óbvias e sem explicação possível. Os alunos revelam mais autonomia na resolução das tarefas propostas e começam a justificar procedimentos para além do resultado. No trabalho em grupo os alunos respeitam-se e ouvem-se uns aos outros.
- 3) No início do estudo, os alunos orientam o seu discurso em função da validação da professora sobre as suas atividades. Os alunos têm apresentado menos dificuldade em explicar as resoluções e a questionar diretamente os colegas. A professora orga-

niza as intervenções de modo a que os alunos progressivamente vão respeitando a apresentação dos colegas sem interferir e esperando pela sua vez para apresentarem as dúvidas. Nesta primeira fase, os alunos reproduziam o tipo de questões da professora, salientando os erros dos colegas ou questionando sobre os procedimentos. Na fase seguinte, os alunos vão ganhando autonomia e fazendo questões para tentarem perceber as estratégias dos colegas.

- 4) A professora incentiva os alunos a partilharem as soluções diferentes com os colegas. Nestas ocasiões os alunos, por recomendação da professora, colocam o dedo no ar e esperam a sua vez de apresentar a sua estratégia ou solução. No início a professora controlava mais as participações dos alunos, especialmente quando sabia que as «maneiras diferentes» dos alunos já estavam contempladas. A norma de registo das diferentes resoluções nos seus cadernos é regularmente lembrada pela professora.

Trabalho com investigador e professores

- 1) A professora valoriza o trabalho colaborativo com os colegas da escola num clima de grande confiança e à-vontade, nomeadamente na análise comum das situações de sala de aula. Uma das estratégias definidas pelas professoras, para tentar facilitar a comunicação entre os alunos, consiste na colocação da professora em zona da sala oposta à parede do quadro, durante as apresentações dos alunos.
- 2) O investigador tem refletido com as professoras sobre as suas práticas dando-lhes algumas sugestões de ação e fazendo referência a alguns estudos e situações. O investigador tem ao longo deste estudo sugerido, entre outros, os seguintes aspetos: clarificar juntamente com os alunos o enunciado da tarefa; dar mais tempo aos alunos para comunicarem ao grande grupo as suas estratégias e para dialogarem entre si; clarificar com os alunos as regras de apresentação da atividade aos colegas e de troca de questões entre os alunos; e tentar interpretar mais o discurso dos alunos, por parte do professor, tentando perceber as suas ideias matemáticas.

Perguntas para encontro

Carolina

- 1) Como planifica as aulas em que eu participo? Como prepara as tarefas que vai propor aos alunos? É de modo diferente em relação aos outros dias?
- 2) Tem organizado o trabalho dos alunos inicialmente em grupos de quatro e depois em grupos de dois e ultimamente em grupos de dois, três, quatro, com que vantagens? Como caracteriza o trabalho desses grupos de alunos?
- 3) Que dificuldades tem tido na elaboração, apresentação e exploração do enunciado da tarefa? É capaz de identificar vantagens e inconvenientes desta maior clarificação do enunciado da tarefa, por parte da professora? (É benéfica ou reduz a autonomia dos alunos?)
- 4) Tem-se notado uma preocupação da sua parte em não interferir ou validar imediatamente as respostas dos alunos quando estão a realizar as atividades correspondentes a uma dada tarefa. Como é que tem conseguido fazer isso? Que consequências para a comunicação entre os alunos?
- 5) Como escolhe os alunos que vão ao quadro apresentar as suas estratégias? Quando um aluno tem dificuldades na compreensão de um assunto ou na resolução de uma tarefa como pensa ser a melhor maneira de o ajudar?
- 6) De que modo os alunos lhe têm surpreendido nas atividades? Como caracteriza as intervenções verbais dos alunos com a professora no decorrer da atividade? E a interação verbal de uns alunos com os outros?
- 7) Quais são os momentos ou situações da aula de matemática em que está menos à vontade ou mesmo com algumas dificuldades? Como caracteriza as aprendizagens matemáticas destes alunos?
- 8) Como é que o trabalho colaborativo entre nós os quatro tem influenciado a sua prática letiva no dia-a-dia? Quando eu não estou presente trocam entre as três algumas ideias em relação à comunicação matemática?

Anexo 4 - Datação global do trabalho de campo

2006/2007	dezembro			janeiro		fevereiro	março	abril	maio	junho	
	12	15	19	19	26	8			31	6	13
Encontros						EC			EC		
Alexandra	EI				A						A
Carolina		EI		A						A	
Laura			EI	A						A	

2007/2008	outubro			novembro		dezembro	janeiro					fevereiro		março	
	2	16	30	2	27		8	9	10	15	29	14	19	11	14
Encontros	EC	EC			EC					EC		EC			
Alexandra		A		A	A				E		A		A	A	
Carolina		A	A		A			E			A		A		A
Laura		A	A		A		E				A		A	A	

2007/2008	abril				maio		junho		
	3	15	16	17	2	6	3	5	6
Encontros							EC		
Alexandra		A		E		A		A	
Carolina			A		E	A		A	
Laura	E	A				A			A

2008/2009	outubro		novembro			dezembro	janeiro	fevereiro			
	14	24	20	26	27	9		12	16	17	18
Encontros		EC	EC					EC			
Alexandra	A				A	A			EF		
Carolina	A			A		A					EF
Laura	A			A		A				EF	

2010/2011	julho
	21
Encontros	Encontro Coletivo
Alexandra	
Carolina	
Laura	

EI _ Entrevista Inicial; A _ Aula; EC _ Encontro Colaborativo; E _ Encontro Individual; EF _ Entrevista Final.

Anexo 5 - Exemplos de organização dos dados

Entrevista

Intervenientes:	Investigador Professora Laura
Data:	19 de dezembro de 2006
Gravação:	Áudio
Assunto:	Entrevista

Tempo	Assunto/Temática	Comentários	Questões de Pesquisa	Categorias	Tempo
00.00	Dados pessoais	Idade, anos de serviço			
00.27	Formação inicial	Local, representações, teórica, desajustada à prática profissional.	Conhecimento profissional	Forma paradigmática	0.48 1.15 1.50 4.00
04.22	Formação complementar	Complemento de formação (natureza prática no caso da matemática). Importância do contexto profissional.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	5.00 6.20
				Forma paradigmática	5.30
06.49	Formação contínua	Expressões; psicologia; NEE; formação a matemática no último ano.	Conhecimento profissional	Forma paradigmática	7.50
				Forma narrativa	8.18
11.20	Prática profissional	Opção pelo 1.º ciclo. geográfica – Escola de formação e ideia de criança. Escolas urbanas e grandes.			
12.50	Alunos	Características dos alunos – turmas homogêneas. A pro-	Questão de pesquisa 3	Negociação de significados	13.50

		fessora na perspetiva dos alunos, dedicada aos alunos.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	14.00
14.17	Trabalho colaborativo na Escola	Professores de escolas pequenas mais isolados e de escolas grandes mais colaborativos. Partilha com os professores de ano.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	14.40 16.14
17.47	Percurso profissional	A relação com os miúdos. Anos dos complementos de formação mais difíceis.			
19.28	Conhecimento profissional	Não participa em Encontros de natureza profissional. No seminário da FCM não levava expectativas.			
21.05		Leituras de natureza profissional – Internet, sites profissionais.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	
21.52		Planificação de tarefas matemáticas e outras áreas – ligação entre as áreas. Diariamente para ajustar às aulas anteriores. Recurso a materiais.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	21.37 22.44
24.50		Utilização de recursos e materiais. Manual escolar.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	
26.00	Trabalho colaborativo na Escola	Trabalho com outros profes-	Conhecimento profissional	Forma narrativa	26.11

		res da escola. Planificação, partilha e reflexão com professores do mesmo ano e horário.			
27.40	Conhecimento profissional	Partilha ligada às aprendizagens do professor.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	27.40
28.28	Alunos	Classe média. Turmas da manhã melhores. Aspetos cognitivos, relacionais e afetivos. Gestão de turmas grandes (24 alunos).			
30.08	Ensino-aprendizagem da matemática	Rapazes melhores que raparigas a matemática. Aprendizagem da matemática com utilização de materiais. Síntese e reflexão sobre maturidade, comportamento e aprendizagem.	Questão de pesquisa 1	Conceções comunicação	30.35 31.00
33.47	Comunicação	O papel do professor na comunicação – Transmitir, expor, explicar. Linguagem matemática. Retorno nas avaliações e falhas de comunicação. Problemas e histórias. Falta de intencionalidade da professora em relação à	Questão de pesquisa 1	Conceções comunicação	33.55 34.05 34.30 35.05 35.16 35.23

		comunicação.			
38.15		Comunicação oral – apresentação. Comunicação escrita – registo das atividades.	Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação	38.28 39.00 39.26
39.36	Interação professora/aluno	Normas sociais. Regras de sala de aula. Controlar e incentivar.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	39.36 40.00
41.36	Interação aluno/aluno	Apresentação das atividades.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	41.39
43.25	Ensino da matemática	Problemas e atividades geométricas.			
44.30	Interação aluno/aluno	Gestão do tempo de apresentação.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	44.30
47.17	Comunicação matemática	Papel da comunicação nos modelos de aprendizagem.	Questão de pesquisa 3	Negociação de significados	47.30
47.54	Reflexão	Sobre as aulas e os resultados da sua própria prática.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	48.20
48.42		Momentos de reflexão no âmbito da FCM.	Conhecimento profissional	Forma narrativa	
49.30		Reflexão individual e aferição dos seus planos.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	
49.50	Comunicação matemática	Alunos excessivamente participativos e não participativos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
52.10	Trabalho colaborativo	Aprender e melhorar a nível da comunicação.	Conhecimento profissional		52.27
53.17	Fim da gravação				

Aula

Intervenientes:	Professora Alexandra Alunos do 4.º Ano
Data:	6 de maio de 2008
Gravação:	Áudio e vídeo
Assunto:	Múltiplos - Resolução de problema

Tempo	Assunto/Temática	Comentários	Questões de pesquisa	Categorias	Tempo
00.00	Tarefa matemática	Apresentação oral da tarefa matemática pela professora. Professora lê o enunciado do problema.	Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação	
2.34		Os alunos recontam o enunciado (existente em papel) do problema com o apoio da professora.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	2.40
5.06		Os alunos salientam a necessidade de fazer contas para resolver o problema.	Questão de pesquisa 1	Conceções aprendizagem	
5.50		Professora solicita cálculos ou desenhos e o registo escrito da estratégia de resolução.	Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação	5.54
6.45		Atividade matemática	Definição do tempo de resolução e indicação da divisão do quadro para o registo de todas as resoluções dos grupos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação
7.00	Os alunos em grupo resolvem autonomamente				

		o problema matemático.			
18.30		Professora alerta para o tempo de resolução e para a necessidade de registo escrito da estratégia.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
				Formas de comunicação	
18.45		Os alunos continuam a resolver o problema.			
26.30	Apresentação das atividades	Os grupos registam as suas resoluções no quadro. A professora gere a escolha do aluno que fazer o registo.			
34.32		A professora sugere a observação das resoluções para pensarem nas questões a fazer.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
34.50		Os grupos registam as resoluções.			
38.15		A professora solicita a verificação por cada grupo da validade do registo no quadro.			
38.37		Professora retoma a questão do problema. Aluno lê.	Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação	
39.15		Primeiro grupo inicia a apresentação da resolução. A professora alerta para a necessidade de explicação de toda a resolução e responder às questões dos	Questão de Pesquisa 2	Modos de comunicação	39.20

		colegas.			
42.00	Interação aluno/aluno	Professora incentiva os alunos a questionarem os colegas. Os alunos interagem.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
44.14	Interação professora/alunos	Professora tenta clarificar questão de aluno.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	45.34
45.51	Apresentação das atividades	Professora incentiva grupo a ajudar colega na resposta às questões.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
49.51		Professora alerta os alunos para a incongruência da resolução apresentada e a sua inadequação em diálogo com os alunos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
51.27		Segundo grupo inicia apresentação da sua resolução. A professora chama a atenção aos alunos para a explicação do colega.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	51.27
55.37	Interação professora/alunos	A professora interage com os alunos sobre o funcionamento das lâmpadas.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	
59.00	Apresentação das atividades	Professora alerta para a razoabilidade dos resultados apresentados e reflete sobre a resolução incorreta dos alunos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	59.02
1.02.17	Interação professora/alunos	Professora negocia significado de piscapisca.	Questão de pesquisa 3	Negociação de significados	

1.02.57	Apresentação das atividades	Professora critica a passividade dos alunos perante resultados sem nexos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
1.03.47		Terceiro grupo inicia a explicação da resolução. Professora ajuda a clarificar a explicação do aluno e incentiva interação entre alunos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	1.08.36
1.08.39	Interação professora/alunos	Professora interage com os alunos na clarificação da resolução apresentada pelo grupo.	Questão de pesquisa 3	Padrões de interação	1.09.17
1.09.59		Professora questiona os alunos na tentativa de certificar a compreensão dos resultados apresentados. Professora questiona vários alunos e gere distrações.	Questão de pesquisa 3	Questionamento Padrões de interação	
1.14.07	Apresentação das atividades Interação professora/alunos	Quarto grupo inicia apresentação. Aluno negoceia significado de pisca de 3 em 3 segundos e de 5 em 5 segundos. Professora negoceia com os alunos o significado de piscar.	Questão de Pesquisa 3	Negociação de significados	1.14.40 1.16.51 1.18.52
1.19.37	Interação professora/alunos	Professora questiona os alunos tendo em atenção a solução do problema.	Questão de pesquisa 3	Questionamento Padrões de interação	

1.22.17	Apresentação das atividades	Quinto grupo apresenta a sua resolução. Professora questiona os alunos sobre a resolução apresentada.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
1.25.07		Sexto grupo apresenta a sua resolução. Professora ironiza com os alunos a solução desadequada.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
1.27.07		Professora sintetiza resultado correto teatralizando situação das duas lâmpadas com os alunos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
1.31.03		Professora salienta diferentes modos de resolução do problema para além dos cálculos.	Questão de pesquisa 1	Concepções aprendizagem	
1.32.25		Interação professora/alunos	A professora retoma a negociação de significados de piscapisca.	Questão de pesquisa 3	Negociação de significados
1.33.19	Apresentação das atividades	Professora sintetiza resoluções salientando as estratégias corretas.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	
1.35.54		Professora questiona os alunos para além dos resultados do problema.	Questão de pesquisa 3	Questionamento	1.35.54
1.37.04		Professora relembra resultado correto e identifica soluções incorretas.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	

1.38.24	Gestão da sala de aula	A professor gere conflito entre alunos.			
1.39.34	Apresentação das atividades	A professora solicita aos alunos o registo de uma das duas soluções corretas.	Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação	
1.40.21	Final da gravação				

Encontro Colaborativo

Intervenientes:	Investigador Professoras Laura, Carolina e Alexandra
Data:	8 de fevereiro de 2007
Gravação:	Áudio
Assunto:	Reflexão sobre o conjunto das aulas das professoras.

Tempo	Assunto/Temática	Comentários	Questões de pesquisa	Categorias	Tempo
00.00	Informalidades	Conversa informal.			
00.23	Comunicação matemática	Papel do professor muito diretivo. Linguagem matemática. Dificuldades de verbalização pelos alunos.	Questão de pesquisa 1	Conceções de comunicação	1.19
			Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	0.44
				Linguagem	0.53
					1.48 1.10
02.39	Tarefa matemática	Complexidade de tarefa matemática.			
03.54	Conhecimento matemático	Complexidade do conceito metade mais meia.			
05.24		Estratégia de resolução de problemas do final para o início.			
05.56	Alunos	Problemas de dificuldades de expressão.			
07.07	Trabalho colaborativo	Papel do investigador na sala de aula.			
07.30	Comunicação matemática	Dificuldades dos alunos em justificarem procedimentos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	7.30
					7.40
08.30	Conhecimento profissional	Gestão do currículo – Multiplicação.	Questão de pesquisa 1	Conceções de aprendizagem	8.53
			Questão de pesquisa 3		Negociação de significados
12.25	Conhecimento matemático	Algoritmo da multiplicação.			
13.12	Conhecimento	Gestão do currículo			

	profissional	lo – multiplicação por 10, 100 e 1000.			
13.59		Gestão do currículo – Multiplicação.	Conhecimento profissional	Forma paradigmática [Alexandra]	14.25
15.10	Interação professora/aluno	Dificuldade dos alunos em justificar procedimentos.	Questão de pesquisa 3	Questionamento	15.20
15.50	Comunicação matemática	Excesso de protagonismo do professor. Padrões de interação.	Questão de pesquisa 4	Reflexão e mudança [Alexandra]	15.50
			Questão de pesquisa 3	Padrões de interação [Laura]	16.20
			Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	16.27 16.55
18.21	Interação professora/aluno	Compreensão do enunciado da tarefa.	Questão de pesquisa 3	Questionamento	18.21
			Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação [Carolina]	
19.13	Gestão de sala de aula	Regulação da participação.			
19.42		Trabalho de grupo.			
21.15	Comunicação matemática	Monólogo dos alunos	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	21.22
21.51	Gestão de sala de aula.	Trabalho de grupo. Normas sociomatemáticas.			
25.01	Conhecimento matemático	Planificação das tarefas e conhecimento matemático do professor e dos alunos.	Questão de pesquisa 2	Modos de comunicação	28.00
28.18		Padrões e argumentação.	Questão de pesquisa 1	Concepções aprendizagem [Laura]	28.40
			Questão de pesquisa 2	Formas de comunicação [Laura]	29.50
30.00		Dificuldades na abstração. Atitudes dos alunos.	Questão de pesquisa 2	Linguagem [Laura]	30.00 30.51

32.30	Conhecimento profissional	Mudança na gestão de grupos.	Questão de pesquisa 4	Investigador e TNC	33.00
33.50		Valorização do conhecimento dos alunos.	Questão de pesquisa 2		Modos de comunicação
34.10		Adequação das tarefas aos alunos.	Questão de pesquisa 4	Reflexão e mudança [Laura]	34.10 34.15
35.42	Interação professora/aluno	Questionamentos Padrões de interação.			
38.40	Comunicação matemática	Linguagem e raciocínio.	Questão de pesquisa 1	Conceções comunicação	38.50 39.15
39.24	Conhecimento matemático	Conhecimento matemático dos alunos.	Questão de pesquisa 1	Conceções aprendizagem [Carolina]	43.00
44.29	Fim da gravação				