

BEATRIZ MARQUES ALVES

**REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 1.º ANO DE
ESCOLARIDADE**



UNIVERSIDADE DO ALGARVE
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO

2024

BEATRIZ MARQUES ALVES

**REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO 1.º ANO DE
ESCOLARIDADE**

**Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e
Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Trabalho efetuado sob a orientação de:
Doutor António Manuel da Conceição Guerreiro**



**UNIVERSIDADE DO ALGARVE
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO
2024**

Representações matemáticas na resolução de problemas no 1.º ano de escolaridade.

Declaração de autoria do trabalho

Declaro ser a autora deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

Copyright

Beatriz Marques Alves

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicitar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito à autora e editora.

Agradecimentos

Ao chegar ao fim do meu percurso académico, reconheço que este foi repleto de desafios e realizações. Os últimos cinco anos, de licenciatura e mestrado, foram cruciais para o meu desenvolvimento pessoal e académico, principalmente nos momentos de contrariedade, em que encontrei em mim a resiliência e a dedicação que me ajudaram a ultrapassá-los e em que descobri com quem pude e poderei contar nos momentos em que mais precisarei. Desta forma, ao terminar esta etapa da minha formação, devo agradecer a quem me ajudou e incentivou a continuar:

Primeiramente, agradeço aos docentes da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve, principalmente àqueles que, com a sua exigência, me fizeram querer ser e fazer melhor, tornando o meu percurso mais enriquecedor.

Agradeço, em particular, ao professor António Guerreiro, que como orientador, me guiou ao longo desta jornada de investigação, ouvindo e aconselhando, dando espaço às minhas sugestões e, conseqüentemente, ao meu desenvolvimento enquanto futura docente.

Aos professores cooperantes, professor Miguel Neves e professora Iva Guerreiro, com quem tive a oportunidade de trabalhar e conviver durante várias semanas que, com a sua paciência, excelência e entrega, me transmitiram conhecimentos e conselhos que carrego comigo diariamente e que influenciaram positivamente o meu futuro enquanto docente. Almejo ter um dia a mesma tenacidade, confiança e orgulho na minha prestação enquanto profissional de educação.

Aos alunos com quem tive a oportunidade de experienciar a docência, que avivaram o meu gosto e interesse por esta área e me fizeram ter a certeza de que estou no caminho certo.

Às minhas colegas de curso, em especial à Sara, à Sílvia e à Joana P., com quem tive a sorte de trabalhar tantas vezes, e dividir momentos de companheirismo e bom humor, mesmo no meio do stress das avaliações.

À minha amiga, Daniela, que foi um elemento crucial para prosseguir este sonho, que me apoiou e acompanhou desde o início e proporcionou momentos de descontração e divertimento, que me ajudaram a ultrapassar momentos menos bons.

À minha família, em especial à minha tia Mita, que sempre me apoiou e agraciou com a sua preocupação e afeto, e que me ensinou a fazer as maravilhosas tortas, que partilhei com os alunos no final de cada estágio e que, se o futuro assim o permitir, continuarei a partilhar com os próximos.

Aos meus pais, que me apoiaram incondicionalmente e que foram o meu porto de abrigo não só durante estes cinco anos, mas durante toda a minha vida. Desde o início que me ampararam com o seu amor, carinho e preocupação tornando este sonho possível. Sem eles eu não estaria, nem seria quem sou hoje.

Ao Marco, que se tornou o meu confidente, melhor amigo e companheiro e com quem dividi os bons e os maus momentos. Ajudou-me a preparar materiais para as aulas, a rever textos e a treinar apresentações, mas acima de tudo, acreditou em mim e no meu potencial, ajudando-me a seguir e a alcançar o meu sonho.

A todos, o meu mais sincero Obrigada!

Resumo

Pressupõe-se que a resolução de problemas, capacidade matemática englobante, envolva a utilização de conhecimentos e técnicas matemáticas formais. Contudo, os alunos nem sempre conseguem solucioná-los da forma pretendida, não conseguindo explicar o seu pensamento. Para resolver problemas matemáticos, podemos recorrer a várias representações que, por sua vez, são uma forma de expressar ideias e conceitos matemáticos através de múltiplas formas, sejam elas operações numéricas ou desenhos. A questão surge ao pensar que se abirmos o leque de possibilidades de representação, os alunos conseguirão mais facilmente explicar e representar o seu pensamento. Neste seguimento, indagou-se quais seriam as representações utilizadas por alunos de 1.º ano de escolaridade que ainda estão no começo do seu percurso escolar e que ainda não têm um aprofundado conhecimento da matemática formal.

A presente investigação foi realizada com uma turma de 1.º ano de escolaridade, pertencente a uma escola em contexto rural, em Loulé – Algarve, no ano letivo 2023/2024. Foram apresentados aos participantes, oito problemas matemáticos, os quais foram resolvidos recorrendo a várias tipologias de representação. De forma a estudar quais as representações que surgiriam, foi deixado ao critério dos alunos que representação utilizar e posteriormente, foram solicitados três alunos em cada aula para apresentar o seu trabalho. As apresentações foram gravadas em vídeo e em áudio e as produções dos alunos recolhidas, servindo estes meios de suporte à apresentação e análise dos dados.

Ao analisar os dados conclui-se que a tipologia de representação mais utilizada foi a representação gráfica, recorrendo a desenhos, enquanto a representação algébrica, relacionada com variáveis que misturam números e letras, demarcou-se como ausente. Por outro lado, a representação verbal teve alguma expressão no início da intervenção educativa, porém foi a representação numérica ou aritmética, relacionada com o uso de operações numéricas, que obteve um maior crescimento no seu aparecimento, começando a ganhar expressão entre as resoluções, à medida que os alunos iam apresentando os seus trabalhos.

Palavras-chave: 1.º ciclo do ensino básico; matemática; representações matemáticas; resolução de problemas.

Abstract

It is assumed that problem solving, an all-encompassing mathematical skill, involves the use of formal mathematical knowledge and techniques. However, students don't always manage to solve them in the way they intended and are unable to explain their thinking. To solve mathematical problems, we can use various representations which, in turn, are a way of expressing mathematical ideas and concepts in multiple ways, be they numerical operations or drawings. The question arises when we think that if we open up the range of representation possibilities, students will be able to explain and represent their thinking more easily. In this context, we wondered what representations are used by first-year students who are still at the beginning of their school career and who do not yet have a deep knowledge of formal maths.

This research was carried out with a 1st year class from a rural school in Loulé - Algarve, in the 2023/2024 school year. The participants were presented with eight mathematical problems, which were solved using various types of representation. In order to study which representations would emerge, it was left to the students' discretion which representation to use and then three students were asked in each class to present their work. The presentations were video and audio recorded, and the students' productions were collected to support the presentation and analysis of the data.

Analysing the data shows that the most used type of representation was graphical, using drawings, while algebraic representation, related to variables that mix numbers and letters, was absent. On the other hand, verbal representation had some expression at the start of the educational intervention, but it was numerical or arithmetical representation, related to the use of numerical operations, that saw the greatest growth in its appearance, beginning to gain expression among the resolutions as the students presented their work.

Keywords: 1st cycle of basic education; mathematics; mathematical representations; problem solving.

Índice

| | |
|---|------|
| Agradecimentos | iv |
| Resumo | vi |
| Abstract..... | vii |
| Índice | viii |
| Índice de figuras | ix |
| Índice de tabelas | xi |
| Introdução..... | 1 |
| Capítulo I – Enquadramento teórico..... | 3 |
| Enquadramento curricular | 3 |
| Resolução de problemas | 5 |
| Representações matemáticas | 7 |
| Representações na aprendizagem da matemática | 11 |
| Capítulo II – Enquadramento metodológico | 13 |
| Natureza do design e questões de investigação | 13 |
| Participantes e contexto educativo | 14 |
| Ensino exploratório da matemática | 15 |
| Intervenção educativa na aula de matemática | 16 |
| Instrumentos de recolha e análise de dados..... | 23 |
| Ética do estudo | 23 |
| Capítulo III – Análise e discussão dos resultados | 25 |
| Representações verbais..... | 25 |
| Representações gráficas..... | 31 |
| Representações algébricas | 42 |
| Representações numéricas ou aritméticas | 42 |
| Representações matemáticas | 57 |
| Considerações finais..... | 59 |
| Referências bibliográficas | 62 |
| Índice de apêndices..... | 64 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 2.1. Primeiro problema | 17 |
| Figura 2.2. Segundo problema | 18 |
| Figura 2.3. Terceiro problema | 18 |
| Figura 2.4. Quarto problema | 19 |
| Figura 2.5. Quinto problema..... | 20 |
| Figura 2.6. Sexto problema | 20 |
| Figura 2.7. Sétimo problema | 21 |
| Figura 2.8. Oitavo problema | 22 |
| Figura 3.1. Resolução da Joana [1.º problema] | 26 |
| Figura 3.2. Resolução do Tiago [1.º problema] | 26 |
| Figura 3.3. Resolução da Carla [1.º problema] | 27 |
| Figura 3.4. Resolução do João [2.º problema] | 28 |
| Figura 3.5. Resolução da Rita [2.º problema] | 28 |
| Figura 3.6. Resolução da Teresa [3.º problema] | 29 |
| Figura 3.7. Resolução da Ana [4.º problema] | 29 |
| Figura 3.8. Resolução do Jorge [5.º problema] | 30 |
| Figura 3.9. Resolução do Pedro [5.º problema] | 30 |
| Figura 3.10. Resolução da Ana [1.º problema] | 32 |
| Figura 3.11. Resolução da Maria [1.º problema] | 32 |
| Figura 3.12. Resolução do Tomás [2.º problema] | 33 |
| Figura 3.13. Resolução do Tiago [2.º problema] | 33 |
| Figura 3.14. Resolução do Dinis [3.º problema] | 34 |
| Figura 3.15. Resolução do Carlos [3.º problema] | 34 |
| Figura 3.16. Resolução da Sara [4.º problema] | 35 |
| Figura 3.17. Resolução da Margarida [4.º problema] | 35 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.18. Resolução do Paulo [5.º problema] | 36 |
| Figura 3.19. Resolução da Ana [5.º problema] | 37 |
| Figura 3.20. Resolução do Igor [5.º problema] | 37 |
| Figura 3.21. Resolução da Sara [6.º problema] | 38 |
| Figura 3.22. Resolução da Ana [7.º problema] | 39 |
| Figura 3.23. Resolução do Lucas [8.º problema] | 41 |
| Figura 3.24. Resolução da Teresa [2.º problema] | 43 |
| Figura 3.25. Resolução do Carlos [2.º problema] | 43 |
| Figura 3.26. Resolução do António [3.º problema] | 44 |
| Figura 3.27. Resolução do Tiago [4.º problema] | 46 |
| Figura 3.28. Resolução da Maria [4.º problema] | 46 |
| Figura 3.29. Resolução da Carla [5.º problema] | 48 |
| Figura 3.30. Resolução do Tobias [6.º problema]..... | 49 |
| Figura 3.31. Resolução do Carlos [6.º problema] | 49 |
| Figura 3.32. Resolução da Sílvia [6.º problema] | 50 |
| Figura 3.33. Resolução da Teresa [7.º problema] | 51 |
| Figura 3.34. Resolução do Tiago [7.º problema] | 52 |
| Figura 3.35. Resolução do Jorge [7.º problema] | 52 |
| Figura 3.36. Resolução do Carlos [7.º problema] | 53 |
| Figura 3.37. Resolução do Mateus [7.º problema] | 54 |
| Figura 3.38. Resolução do Carlos [8.º problema] | 55 |
| Figura 3.39. Resolução da Carla [8.º problema] | 56 |

Índice de tabelas

| | |
|---|----|
| Tabela 1.1. Relação entre representação interna e configuração externa (adaptado de Goldin, 2008, citado em Velez, 2020, p. 13) | 10 |
|---|----|

Lista de abreviaturas

| | |
|-------|--|
| PES | Prática de Ensino Supervisionada |
| PASEO | Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória |
| ME | Ministério da Educação |
| DGE | Direção-Geral de Educação |
| AE | Aprendizagens Essenciais |
| OCEPE | Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar |

Introdução

O relatório de investigação que se apresenta tem como objeto de estudo as representações matemáticas na resolução de problemas no 1.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico, numa escola em contexto rural, no concelho de Loulé, no ano letivo 2023/2024. Esta investigação foi desenvolvida no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES) do Mestrado em Ensino de 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade do Algarve.

O principal objetivo do presente estudo é analisar e refletir acerca das representações utilizadas por alunos do 1.º ano de escolaridade ao solucionarem problemas matemáticos. A temática em estudo surgiu no seguimento da realização de um projeto na unidade curricular de metodologias de investigação em educação, no 1.º ano do referido mestrado, com o intuito de construir e realizar hipoteticamente um relatório de investigação. Neste pressuposto relatório, o objetivo seria analisar se o desenho poderia ser uma estratégia facilitadora na representação do pensamento matemático dos alunos.

Porém, em discussão com o orientador do presente relatório, concluiu-se que este tema era limitador e restringia as possibilidades de representação dos alunos. Como tal, alargou-se a temática, de forma a incluir e analisar todas as representações matemáticas possíveis. Neste seguimento, surgiu o tema deste relatório – representações matemáticas na resolução de problemas no 1.º ano de escolaridade – que une as capacidades de representações matemáticas e a resolução de problemas, capacidades intrínsecas a todo o percurso escolar dos alunos.

A intervenção educativa foi executada em oito momentos, três no 1.º período e cinco no 2.º período do ano letivo 2023/24. Todos eles seguiram a perspetiva do ensino exploratório da matemática, privilegiando a comunicação bidirecional entre a futura professora e investigadora e os alunos, ao longo de todas as fases da aula de matemática.

Em cada uma das intervenções foi proposto um problema matemático ao qual cada aluno solucionou recorrendo a um ou mais tipos de representação matemática. Todos os problemas matemáticos apresentados foram construídos pela investigadora, tendo em conta os conteúdos programáticos previstos para o 1.º ano de escolaridade. No final de

cada intervenção, as produções dos alunos foram recolhidas e serviram de objeto de estudo no capítulo referente à apresentação e análise dos resultados.

Relativamente à estrutura do relatório, este abrange a presente introdução, três capítulos e as considerações finais, complementado com as referências bibliográficas e os apêndices. O primeiro capítulo dedica-se ao enquadramento teórico que sustenta a investigação, onde é feito o enquadramento curricular do estudo e são referidas as várias perspetivas de autores acerca das representações matemáticas e da resolução de problemas. No segundo capítulo é realizado o enquadramento metodológico, onde é descrito em pormenor, toda a intervenção pedagógica realizada, são apresentados os participantes no estudo e é descrita a forma de recolha e análise dos dados. No terceiro capítulo são apresentados e analisados os resultados obtidos através das produções dos alunos e das gravações que relatam as interações nas aulas, e é descrita a reflexão da autora acerca das representações matemáticas presentes nas resoluções dos alunos.

Por fim, para finalizar o relatório, são apresentadas as considerações finais, onde é dada a resposta às questões de investigação, são referidas as dificuldades e limitações que surgiram durante o processo de estudo, são mencionadas alterações, caso se quisesse e fosse possível prosseguir com a investigação, e é mencionada a reflexão da autora acerca, não só da investigação, mas também de todo o percurso na prática de ensino supervisionada.

Capítulo I – Enquadramento teórico

O presente capítulo apresenta a fundamentação teórica, integrando o enquadramento curricular das representações matemáticas e da resolução de problemas, bem como a revisão da literatura sobre a definição de problema, as várias fases de resolução de problemas e os tipos de problemas no contexto da educação matemática. Aborda ainda as representações matemáticas, aprofundando o que são e os tipos de representação utilizados na resolução de problemas matemáticos.

Enquadramento curricular

O currículo que rege o ensino básico e secundário português é assente no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (ME/DGE, 2017) e nas Aprendizagens Essenciais (AE) (ME/DGE, 2021). O primeiro define os princípios, valores e áreas de competência que devem ser atingidos pelos alunos no final da escolaridade obrigatória, enquanto as Aprendizagens Essenciais “são documentos de orientação curricular base na planificação, realização e avaliação do ensino e da aprendizagem, [que] visam promover o desenvolvimento das áreas de competências inscritas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória” (site da DGE). Desta forma, para alcançar o pleno cumprimento do currículo deve ser feita uma correta articulação destes documentos orientadores.

Porém, dado o tema, quando falamos na área da matemática não podemos restringir a fomentação das capacidades a esta área intrínsecas, apenas ao ensino básico e secundário. Desta forma, é necessário referir que as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) (ME/DGE, 2016) também definem competências e capacidades matemáticas estimuladas nas crianças desde a educação pré-escolar.

Segundo as OCEPE, “o desenvolvimento de noções matemáticas inicia-se muito precocemente” (ME/DGE, 2016, p. 74). Face a isto, desde a educação pré-escolar que são apresentadas às crianças “uma diversidade e multiplicidade de oportunidades educativas, que [constituem] uma base afetiva e cognitiva sólida da aprendizagem da matemática” (idem, ibidem), uma vez que “os conceitos matemáticos adquiridos nos primeiros anos vão influenciar positivamente as aprendizagens posteriores e que é nestas idades que a educação matemática pode ter o seu maior impacto” (idem, ibidem). Posteriormente, ao

iniciar a escolaridade, de acordo com Bredekamp (1987, citado em Rosa, 2013) deve ser assegurada a “continuidade dos programas educativos, providenciando um currículo apropriado à criança em termos de desenvolvimento, evitando uma mudança abrupta e as consequentes dificuldades de adaptação” (p. 15).

Como referido, o tema do presente relatório integra a capacidade da resolução de problemas matemáticos. A resolução de problemas é uma de seis capacidades matemáticas que as aprendizagens essenciais estabelecem como objetivo para desenvolver na área da matemática. Acompanham a resolução de problemas, as representações matemáticas, as conexões matemáticas, a comunicação matemática, o raciocínio matemático e o pensamento computacional. Relativamente às aprendizagens essenciais do ensino secundário, estas surgem integradas nos conteúdos programáticos e no decorrer das práticas de aprendizagem.

Centrando apenas na resolução de problemas, esta é uma capacidade matemática que “deve ser uma constante e apoiar tanto a abordagem aos conhecimentos matemáticos como oferecer oportunidades para a sua aplicação” (ME/DGE, 2021, p. 9). Todavia, esta capacidade não deve ser uma novidade para os alunos ao entrar no 1.º ciclo do ensino básico, uma vez que já em idade pré-escolar lhes devem ser propostas “situações problemáticas em que as crianças encontrem as suas próprias soluções e as debatam com as outras [crianças]” (ME/DGE, 2016, p. 74).

Ao longo do seu percurso escolar, os alunos são continuamente expostos a situações problema às quais devem solucionar recorrendo a diversas formas de representação. No ensino básico devem “desenvolver a capacidade de resolver problemas recorrendo aos seus conhecimentos matemáticos, de diversos tipos e em diversos contextos, confiando na sua capacidade de desenvolver estratégias apropriadas e obter soluções válidas” (ME/DGE, 2021, p. 3). Como é expectável, à medida que os alunos vão avançando no seu percurso escolar, a dificuldade é progressivamente ampliada, bem como o seu leque de estratégias de resolução de problemas.

Relativamente ao foco do relatório, como referido, as representações matemáticas são outra das capacidades previstas nas aprendizagens essenciais. Segundo este documento orientador, esta capacidade “é essencial, valorizando-se a expressão verbal das ideias, bem como as representações que envolvem materiais manipuláveis ou elaboração de

diagramas, sem dispensar o investimento progressivo no uso fluente da linguagem simbólica” (ME/DGE, 2021, p. 9).

Segundo Amado (2022), as novas aprendizagens essenciais de matemática destacam “a importância da avaliação formativa”, sendo esta “um processo que envolve a recolha de informação sobre as aprendizagens dos alunos” (p. 5). Desta forma, as representações matemáticas criadas pelos alunos permitem ao docente interpretar o raciocínio destes, “permitindo-lhe dar feedback aos alunos, no sentido de os ajudar a regular a sua aprendizagem” (p. 5), indo assim ao encontro do objetivo da avaliação formativa ou da avaliação para a aprendizagem.

Resolução de problemas

A matemática tem sido alvo de várias discussões e reformulações ao longo dos anos. As aprendizagens essenciais são o resultado de uma discussão que teve como objetivo “contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da matemática e, conseqüentemente, para o sucesso dos nossos alunos ao longo da escolaridade obrigatória” (Amado, 2022, p. 3). Com este novo documento orientador, surgiram novos parâmetros que regem o processo de ensino e de aprendizagem na área da matemática. Referindo o que foi mencionado anteriormente, constam nas AE de matemática não só os conteúdos e conhecimentos a ser apreendidos, mas também seis capacidades matemáticas que orientam o processo de ensino e de aprendizagem.

A resolução de problemas é uma das capacidades matemáticas, destacando-se por ser fundamental no estudo da área da matemática. De acordo com Piedade e Reis (2019), esta é uma “capacidade transversal essencial para o desenvolvimento de ideias matemáticas por parte dos alunos, colocando-os a pensar e a desenvolver o seu raciocínio matemático” (p. 180). A abordagem sistemática a esta capacidade, estimula não só o pensamento lógico, mas também o seu raciocínio crítico e a comunicação, incidindo noutras capacidades matemáticas como o raciocínio matemático, o pensamento computacional e a comunicação matemática. Uma vez que os problemas matemáticos podem envolver qualquer um dos domínios de conteúdo e a resolução dos mesmos é sempre apresentada recorrendo a uma forma de representação, também as capacidades de conexões e representações matemáticas podem e devem ser estimuladas com a resolução de problemas.

Reiterando o enquadramento curricular, atualmente, as aprendizagens essenciais (ME/DGE, 2021) incitam ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas ao longo de todo o ensino obrigatório, explicitando a relevância desta capacidade matemática para o desenvolvimento escolar e pessoal dos alunos.

De forma a explicar a capacidade matemática de resolução de problemas há que esclarecer o termo “problema” na área da matemática. Define-se “problema como uma situação que envolve o aluno em atividade, mas para a qual não conhece à partida, ou não é óbvio, um caminho para chegar à solução” (Vale, Pimentel & Barbosa, 2015, p.41). Assim, conhecendo a situação a solucionar, o aluno deve delinear uma ou várias estratégias que o levem a chegar a uma solução. Segundo Machado (2014, citado em Varela, 2020), uma estratégia de resolução é “uma ferramenta segundo a qual se consegue aceder ao raciocínio que um aluno evidencia quando resolve um problema” (p. 6). A partir desta, quem observa, consegue compreender a forma de pensar do aluno para solucionar o problema proposto.

Fases de resolução de problemas. Ao resolver um problema matemático, todos os alunos devem ter em conta as várias fases de resolução. Segundo Pólya (1995, citado em Varela, 2020) “a resolução de problemas matemáticos desenvolve-se seguindo um processo composto por quatro fases fundamentais, em que cada uma delas envolve processos cognitivos, ou capacidades de pensamento” (p. 5).

A primeira fase, denominada por compreensão do problema, refere-se ao reconhecimento da informação no enunciado e conseqüente interpretação. Os alunos devem compreender a informação e distinguir os dados desnecessários dos indispensáveis à resolução do problema. Cumprida esta fase, os alunos partem para a elaboração de um plano, onde elaboram uma possível estratégia de resolução. Na terceira fase, a execução do plano, os alunos devem efetuar a estratégia que delinearão e caso não consigam chegar à solução, recuam à segunda fase para elaborar uma nova estratégia, repetindo, posteriormente, a terceira fase até obterem a solução. Por fim, após conseguirem chegar à solução, os alunos devem verificar e interpretar os resultados obtidos, finalizando a resolução do problema.

Tipos de problemas matemáticos. Um problema matemático pode ser classificado em diversos tipos. De acordo com Charles e Lester (1986, citados em Piedade & Reis, 2019), os problemas matemáticos

podem ser classificados em cinco tipos: problemas de um passo, que podem ser resolvidos com recurso a uma operação aritmética; problemas de dois ou mais passos, com recurso a duas ou mais operações aritméticas; problemas de processo, cuja resolução mobiliza o recurso a uma ou mais estratégias; problemas de aplicação, nos quais é necessário recolher dados e tomar decisões, envolvendo mais do que uma operação e/ou estratégia; e problemas tipo puzzle, que têm o potencial de levar o aluno a «olhar» para os problemas sob diversos pontos de vista (p. 185).

Numa outra perspetiva, mais recentemente, Boavida et al. (2008, referidos em Piedade & Reis, 2019) distinguiram os diferentes tipos de problemas tendo em conta o enunciado e o processo de resolução, apresentando três tipos: problemas de cálculo, quando se utiliza apenas uma ou mais operações, problemas de processo, não existe uma única estratégia para obter soluções, sendo assim necessário o recurso a estratégias mais criativas, e por fim, problemas abertos ou investigações, em que pode existir mais do que uma estratégia para chegar à solução e mais do que uma solução.

Diaz e Poblete (2001, citados em Piedade & Reis, 2019) referem que “um problema matemático é uma situação para a qual existe uma meta a ser obtida” (p. 184). Independentemente do grau de dificuldade do problema, das estratégias delineadas ou do número de tentativas para o solucionar, o problema poderá representar sempre um obstáculo, mas é necessário superá-lo para, não só atingir o objetivo na perspetiva da matemática, mas também para crescer a nível pessoal, desenvolvendo aptidões necessárias à vida em sociedade. Através da resolução de problemas, o desempenho dos alunos é potencializado, proporcionando-lhes desafios intelectuais que os estimulam a ser criativos, críticos e flexíveis, articulando o ensino de conceitos com a fomentação de competências.

Representações matemáticas

Debruçando agora sobre o foco do relatório que se apresenta, de acordo com Velez (2020) para compreender as representações matemáticas é crucial perceber “o que são, como se

caracterizam, que tipos de representações existem e como se organizam em sistemas de representações” (p. 9).

Tripathi (2008, citado em Velez, 2020) “carateriza uma representação como uma construção mental ou física que descreve aspetos da estrutura de um conceito” (p. 9). Posteriormente, Mainali (2021, citado em Amado, 2022) especifica a definição e interpreta representações matemáticas “como um símbolo ou conjunto de símbolos, diagramas, objetos, imagens ou gráficos, que podem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem” (p. 3). Seguindo esta perspetiva ““representar” constitui um importante mecanismo para a autoconsciência e também uma ferramenta para comunicar o nosso raciocínio aos que nos rodeiam, evidenciando o percurso que seguimos na resolução de uma determinada questão matemática” (Stylianou, 2011, citado em Velez, 2020, pp. 9-10). Desta forma, a representação matemática permite interpretar o raciocínio dos alunos durante a realização de tarefas.

Sistemas de representação. Para Velez (2020), “uma representação matemática não pode ser interpretada isoladamente, só fazendo sentido no quadro de um determinado sistema de representação com regras, significados e normas globalmente aceites” (p. 10). Segundo Goldin (2008, citado em Velez, 2020), todas as representações estão enquadradas

em sistemas de representações mais amplos com uma estrutura interna própria. Ou seja, estes sistemas são compostos por elementos combinados entre si de diferentes formas, possuindo uma estrutura complexa e elaborada e, ao mesmo tempo, aberta e em constante mudança. Por sua vez, as regras e normas que definem cada sistema de representação permitem que através da “manipulação de símbolos, regras de álgebra ou cálculo já existentes nos seja possível obter novas fórmulas, ou transformar e resolver equações (p. 10).

Goldin (2008, citado em Velez, 2020) também identifica dois tipos de sistemas de representação:

os sistemas de representações externas, também referidas como semióticas, que existem no mundo físico como elementos e materiais estruturados (numeração algébrica, equações, funções, derivadas, linguagem Logo, retas numéricas, gráficos cartesianos, diagramas, fractais e outros) e os sistemas de representações internas que (...) são o espelho das representações externas com que cada um se depara (p. 11).

Nesta perspectiva, as representações externas são facilmente observáveis, enquanto as representações internas são mais difíceis de caracterizar e compreender. As representações internas não são possíveis de observar diretamente, pois estão dependentes do significado que cada aluno atribui às representações externas. Segundo Amado (2022), as representações internas estão relacionadas com possíveis “configurações mentais, determinantes nos processos de raciocínio (...) a construção destas configurações mentais só é possível se o aluno compreender e atribuir significado às ideias e aos conceitos estudados” (pp. 2-3).

Numa outra perspectiva, para Whitacre, Hohensee e Nemirovsky (2009, citado em Velez, 2020), “as representações internas e externas mesclam-se de forma complexa, comparando este processo ao que acontece com as tintas que um pintor usa ao pintar um quadro” (p. 11). Para estes autores, representações internas e externas não estão claramente demarcadas e “a relação entre significante e significado pode ser fluída e invertida em relação ao que se poderia esperar” (Velez, 2020, p. 11).

Tipos de representação. Independentemente do sistema de representação a que pertence, cada representação insere-se numa determinada tipologia. Bruner (1999, citado em Velez, 2020) distingue entre representações ativas, icônicas e simbólicas:

A minha sugestão é que os seres humanos têm provavelmente três maneiras diferentes de realizarem esta proeza. A primeira é através da ação. Conhecemos muitas coisas para as quais não há imagética nem palavras e é muito difícil ensiná-la através de palavras, diagramas ou imagens (...). Há um segundo sistema de representação que depende da organização visual ou outra organização sensória e

do recurso a imagens de resumo (...). A primeira forma de representação veio a ser designada como ativa e a segunda como icónica (...). Por fim, há a representação por palavras ou linguagem. O seu traço distintivo é ser simbólica por natureza (p. 12).

Além das três referidas, Ponte e Serrazina (2000, citado em Velez, 2020) acrescentam a linguagem oral e escrita.

Posteriormente, Goldin (2008, citado em Velez, 2020) distinguiu representações internas de representações externas e criou subsistemas das representações internas e conectou-as com o seu produto em representações externas (ver tabela 1.1).

Tabela 2.1. Relação entre representação interna e configuração externa (adaptado de Goldin, 2008, citado em Velez, 2020, p. 13).

| Sistema de representação interno | Configuração externa |
|---|---|
| <u>Verbal/Sintático</u> – corresponde à utilização da linguagem e ao significado das palavras, incluindo as componentes gramaticais e sintáticas. | Linguagem falada e escrita. |
| <u>Sensorial</u> – diz respeito à percepção visual, tátil e auditiva do que nos rodeia. | Gesto icónico (iconi gesture), desenho, representação pictórica, produções musicais e rítmicas. |
| <u>Registos formais</u> – corresponde às representações internas de símbolos e notações matemáticas que aprendemos anteriormente. | Fórmulas e equações matemáticas. |
| <u>Planeamento e execução cognitivo</u> – inclui o raciocínio matemático e estratégico na resolução de problemas, bem como a capacidade de consciencializar, analisar e avaliar o próprio pensamento. | Estabelecimento de metas, intenções, planeamento, estruturas de decisão. |

| | |
|---|---|
| <u>Afetivo/emocional</u> (crenças e atitudes, sentimentos). | Contato visual, expressões faciais, linguagem corporal, contato físico, lágrimas e risos, e exclamações que transmitem emoções. |
|---|---|

Mais recentemente, Amado (2022) reconhece “quatro modos de representação: i) verbal, ii) gráfico, iii) algébrico e iv) numérico, que podem ser utilizados isoladamente ou em interação entre si” (p. 3). Seguindo esta tipologia, Varela (2020) diz-nos que:

a estratégia de representação gráfica está relacionada com a utilização de um desenho, esquema, diagrama, tabela ou gráfico como forma de explicitar o raciocínio matemático utilizado (...) a estratégia aritmética baseia-se na utilização das quatro operações elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão, [por fim] a estratégia algébrica está relacionada com a utilização de expressões algébricas, de relações, de padrões e funções, (...) (p. 7).

Pressupõe-se que a estratégia verbal está associada à utilização de palavras e frases, através da escrita ou oralmente para comunicar a informação.

Representações na aprendizagem da matemática

Segundo Amado (2022), as representações “permitem múltiplas concretizações de um conceito” (p. 3), o que auxilia na compreensão dos alunos, uma vez que “a utilização de múltiplas representações de um mesmo conceito permite aos alunos extrair e apreender determinadas propriedades” (p. 3). Apresentar a mesma ideia sob a forma de várias representações, permite aprofundar o conhecimento, oferecendo vários olhares sobre o mesmo assunto. Simultaneamente, as representações permitem ainda “tornar a matemática mais atraente e interessante”, cativando o interesse dos alunos e motivando-os para a área da matemática.

Segundo a mesma autora, “vários autores defendem que os alunos devem, desde os primeiros anos de escolaridade, contactar com representações múltiplas e estabelecer conexões entre elas” (Amado, 2022, p. 3). Para tal, é necessário que os alunos sejam “envolvidos na construção e interpretação de diferentes modos de representação” (idem,

ibidem) desde o início do seu percurso escolar, permitindo não só uma melhor compreensão da matemática, como também munir os alunos de múltiplas formas de comunicar as suas ideias matemáticas. Ao planificar as suas aulas, o docente também deve “ter em conta quais as representações mais adequadas para alcançar os objetivos a que se propõe, pois, cada tipo de representação tem as suas vantagens e desvantagens” (idem, ibidem). Além disso, “é necessário que os alunos tenham conhecimento de quais as representações mais adequadas em cada tarefa” (idem, ibidem).

Resumidamente, as representações matemáticas não só fomentam as capacidades de resolução de problemas, comunicação e raciocínio matemático, como também desenvolvem determinados “aspectos afetivos, tais como a motivação e o gosto dos alunos para a aprendizagem da matemática” (Amado, 2022, p. 4). As representações devem ser utilizadas como uma forma de envolver os alunos nas tarefas, estruturando a sua compreensão dos conceitos. “Além disso, durante a aula, as interações entre professor e alunos, ancoradas nas representações, constituem uma oportunidade para aprimorar, corrigir e elaborar conceitos matemáticos” (Amado, 2022, p. 6).

Desta forma, pode-se afirmar que as representações são ferramentas cruciais no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, uma vez que permitem aos alunos demonstrarem o seu pensamento e as suas ideias da forma que se sentem mais familiarizados e confortáveis. Ao alargar o leque de representações, os alunos estarão a compreender cada vez mais aprofundadamente a área da matemática e a atribuir outros sentidos aos conceitos e ideias nesta área do conhecimento.

Capítulo II – Enquadramento metodológico

Neste capítulo apresenta-se o enquadramento metodológico em que a presente investigação se baseia, inclusive, a sua natureza e as questões base, bem como o contexto educativo e os participantes que colaboraram na investigação. Juntamente são caracterizadas as tarefas que foram propostas aos alunos e os métodos de recolha de informação.

Natureza do design e questões de investigação

De acordo com Hamido e Azevedo (2013), a investigação tem contribuído para problematizar e compreender as situações educativas, mas também para enquadrar e caracterizar a área da educação. Investigar em educação envolve o estudo e, posterior, compreensão aprofundada de um ou vários aspetos do processo de ensino e de aprendizagem, o que permite construir um maior saber educativo e melhorar a qualidade deste processo.

Seguindo este pensamento, a investigação em apresentação dedica-se ao estudo das representações matemáticas utilizadas por alunos de 1.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos com o objetivo de compreender, em profundidade, o raciocínio dos alunos e perceber se estes já tinham algum nível de escolarização aquando da participação no estudo de investigação.

Este estudo segue a metodologia qualitativa, uma vez que “os dados recolhidos são (...) ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 16). Neste caso, contará com uma descrição detalhada do trabalho escrito e oral realizado pelos alunos quando confrontados com uma série de problemas matemáticos. Além da descrição detalhada, segundo os mesmos autores, esta metodologia também se caracteriza pela inserção da investigadora no contexto onde está a ser feito o estudo, ocorrendo observação participante, sucedendo-se questões planeadas ou não planeadas aos alunos e um registo das respostas e do que foi observado.

Avançando para a interpretação dos resultados da observação seguindo a abordagem qualitativa, a perspetiva de Gonçalves (2010, citado em Alves & Azevedo, 2010) diz-nos que esta deve assentar numa “perspetiva compreensiva, [permitindo] a descrição, interpretação e análise crítica ou reflexiva sobre os fenómenos estudados” (p. 48).

O estudo da investigação teve como ponto de partida as seguintes questões:

Quais as representações matemáticas utilizadas por alunos de 1.º ano de escolaridade ao resolverem problemas matemáticos?

As representações matemáticas dos alunos de 1.º ano de escolaridade refletem uma possível escolarização na educação pré-escolar?

Além de terem sido o ponto de partida do estudo, através destas questões, também será delineado o processo de análise crítica e reflexiva após a recolha dos dados, na tentativa de responder o mais detalhadamente possível às indagações iniciais.

Participantes e contexto educativo

A presente investigação contou com a colaboração de uma turma de 1.º ano de escolaridade. Esta insere-se numa escola em contexto rural, pertencente ao agrupamento de escolas Eng. Duarte Pacheco, no concelho de Loulé, no Algarve. Além desta, o agrupamento inclui outras dez escolas, alcançando uma população escolar de cerca de 2100 alunos, desde a educação pré-escolar até ao 3.º ciclo do ensino básico.

A escola colaborante possui quatro turmas de 1.º ciclo do ensino básico, uma de cada ano de escolaridade, e um grupo de pré-escolar, totalizando pouco mais de uma centena de alunos. A escola encontra-se dividida em dois polos, o polo principal onde se encontram as quatro salas de aula e duas salas mais pequenas de apoio, e o polo anexo onde se encontra a sala de educação pré-escolar. No redor dos polos, encontra-se o espaço de recreio, composto por um campo de futebol, espaços verdes e uma área de recreação.

Relativamente à turma participante, esta possui vinte e quatro alunos, nove meninas e quinze meninos, com idades compreendidas entre os cinco e os sete anos. Um dos alunos detém transtorno do espectro do autismo, porém como não possui uma grande disparidade dos demais em termos de escrita e de cognição, realizou as mesmas tarefas que os colegas, usufruindo de um maior apoio do docente titular e da investigadora e também de suporte de vários materiais para auxiliar na sua compreensão. No decorrer das intervenções nem sempre foi possível contar com todos os alunos, uma vez que não se encontravam presentes. Porém, todas as intervenções foram implementadas com um mínimo de vinte alunos.

Por se tratar de uma turma de 1.º ano, esta destaca-se pela instabilidade comportamental dos alunos, espectável dada a faixa etária destes. No decorrer das intervenções ocorreram alguns momentos de desordem, porém cumpriu-se sempre com as várias fases de trabalho.

Ensino exploratório da matemática

Segundo Ponte et al. (2008), citado em Patrício (2022), o ensino exploratório pressupõe que o aluno seja o centro do trabalho, valorizando o diálogo e a descoberta em substituição da exposição de conteúdos. Além disso, o ensino exploratório da matemática defende, “que os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas” (Canavarro, 2011, citado em Patrício, 2022, pp. 27-28).

Neste sentido, foram apresentados à turma participante, oito problemas matemáticos, distribuídos por oito tarefas com o objetivo de não só recolher informação para responder às questões da investigação, mas também para introduzir e fomentar a capacidade de resolução de problemas, uma vez que, até ao início das intervenções, os alunos nunca tinham sido expostos a este tipo de tarefa, tornando assim o estudo mais significativo para ambas as partes envolvidas.

Conhecendo os conteúdos programáticos da área da matemática abordados entre o 1.º e o 2.º períodos do 1.º ano de escolaridade e após consultar os manuais e cadernos de apoio ao estudo em vigor, a investigadora elaborou e ilustrou todas os problema de forma a ir ao encontro do previsto a abordar aquando das intervenções. As ilustrações surgiram com o objetivo de manter a autenticidade do estudo e auxiliar a compreensão dos alunos através do desenho de cada situação em análise.

No que diz respeito ao conteúdo dos problemas matemáticos, quatro destes envolviam a adição, um envolvia a subtração, um envolvia a ordenação de números, um envolvia a divisão e por fim, o cálculo combinatório. Todos os problemas criados, como referido, enquadram-se nos conteúdos programáticos para o ano de escolaridade em que foi realizado o estudo, todavia também foram discutidos com o orientador da presente investigação e com o docente titular da turma participante para certificar a sua pertinência.

Quanto à organização das intervenções, todas elas seguiram a mesma tipologia: apresentação da tarefa onde a investigadora também procedia à leitura do problema, resolução da tarefa pelos alunos, apresentação dos resultados e síntese do trabalho desenvolvido, seguindo assim a sequência definida por Guerreiro et al. (2015) (ver Apêndice 2). Todas as aulas tiveram uma duração de noventa minutos, porém foi apenas solicitado a três alunos que apresentassem em cada aula, uma vez que o trabalho autónomo e as apresentações ocupavam uma grande porção de tempo. A sequência das apresentações teve em atenção a tipologia de representação, privilegiando as representações diferentes entre si e começando por aquelas que não estavam corretas de forma a não constranger os alunos que iam apresentar.

Relativamente à organização dos alunos, estes realizaram todo o trabalho individualmente, uma vez que se pretendia analisar as representações matemáticas de cada um, sem a influência dos colegas, compreender o seu raciocínio e perceber se tinham ou não passado por algum tipo de escolarização mais formal na educação pré-escolar.

Na primeira aula verificou-se que os alunos, mesmo com a ilustração, tinham alguma dificuldade em compreender o problema. Como tal, houve necessidade de repensar as intervenções e aplicar nas seguintes aulas algumas estratégias que não foram idealizadas inicialmente. Dada a faixa etária, foi necessário segmentar a leitura dos problemas, para certificar que os alunos acompanhavam a informação que ia sendo proferida, simplificar o vocabulário e questionar se havia alguma palavra que desconheciam o significado e utilizar materiais para exemplificar ao vivo os problemas, ex.: a investigadora levou palitos para mostrar em aula como criar as figuras geométricas como referido no segundo problema. Após a exemplificação inicial com os materiais, estes serviram para explicar individualmente ao aluno com transtorno de espectro do autismo cada problema e auxiliá-lo na sua resolução.

Intervenção educativa na aula de matemática

Reiterando o tópico anterior, a intervenção educativa abrangeu a aplicação de oito problemas matemáticos (ver Apêndice 3). A quantidade de problemas desenvolvida e aplicada deveu-se à crença de que quanto mais evidências fossem recolhidas, mais justificados seriam os resultados. A implementação dos problemas seguiu uma determinada ordem de apresentação, partindo do conteúdo conhecido dos alunos,

números ordinais e adição, até ao conteúdo que ainda não tinha sido abordado, cálculo combinatório.

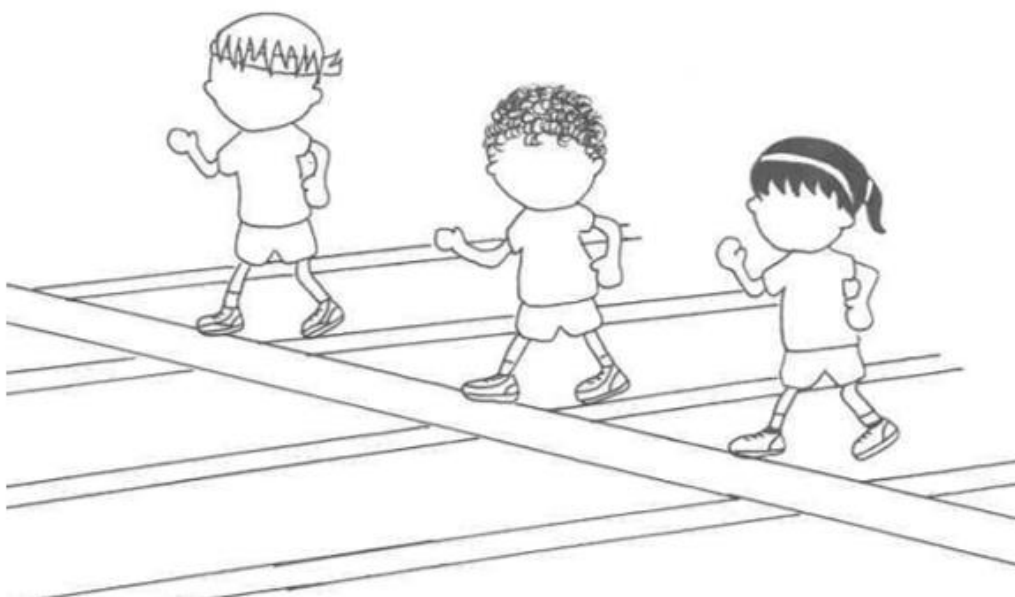
O primeiro problema (ver figura 2.1) relacionava-se com números ordinais. Foram apresentadas três personagens, a Ana, o Paulo e o João, que disputaram uma corrida. Questionou-se os alunos qual personagem que terminou a corrida em primeiro e em segundo lugares, sabendo que o João chegou depois da Ana e a Ana não chegou em primeiro lugar. Partindo destas informações, os alunos deveriam dizer que o Paulo chegou em primeiro lugar e a Ana em segundo.

Figura 2.1. Primeiro problema.

A Ana, o Paulo e o João disputaram uma corrida.

O João chegou depois da Ana. A Ana não chegou em primeiro lugar.

Quem chegou em primeiro lugar? E em segundo?

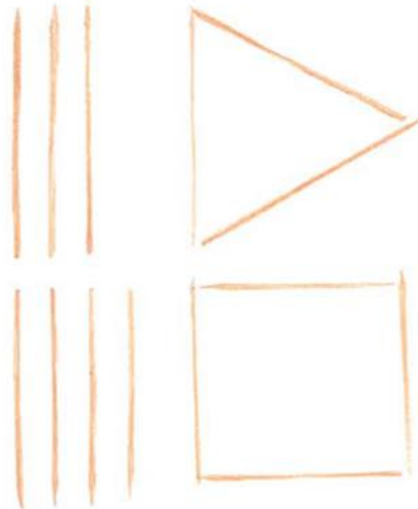


Continuando a abordar conteúdo com o qual os alunos estavam familiarizados, introduziu-se o segundo problema, desta vez relacionado com a adição (ver figura 2.2). Neste problema introduziu-se uma nova personagem, a Fátima, que queria construir três figuras geométricas com palitos, articulando também o domínio da geometria. Sabendo que para construir um triângulo eram precisos três palitos e para o quadrado, quatro, questionou-se os alunos acerca da quantidade de palitos necessária para construir dois triângulos e um quadrado. Seguindo as informações referidas, os alunos deveriam dizer que eram precisos dez palitos, seis para os dois triângulos e quatro para o quadrado.

Figura 2.2. Segundo problema.

A Fátima quer construir figuras geométricas com palitos. Para construir um quadrado precisa de quatro palitos e para construir um triângulo precisa de três.

Quantos palitos precisa para construir dois triângulos e um quadrado?



Avançando para o terceiro problema, este continuava a abordar a adição (ver figura 2.3), porém de uma forma não tão direta.

Figura 2.3. Terceiro problema.

O Mário, a Gabriela e a Teresa vão enviar, cada um, um postal ao pai natal. Cada um vai colorir o seu postal e, para que fiquem mais bonitos, vão colocar um selo com a imagem de duas renas em cada postal.

Quantas renas aparecerão na totalidade dos postais?



Neste problema apresentava-se três personagens, o Mário, a Gabriela e a Teresa, acrescentando que cada um queria escrever um postal ao pai natal, com um selo com duas

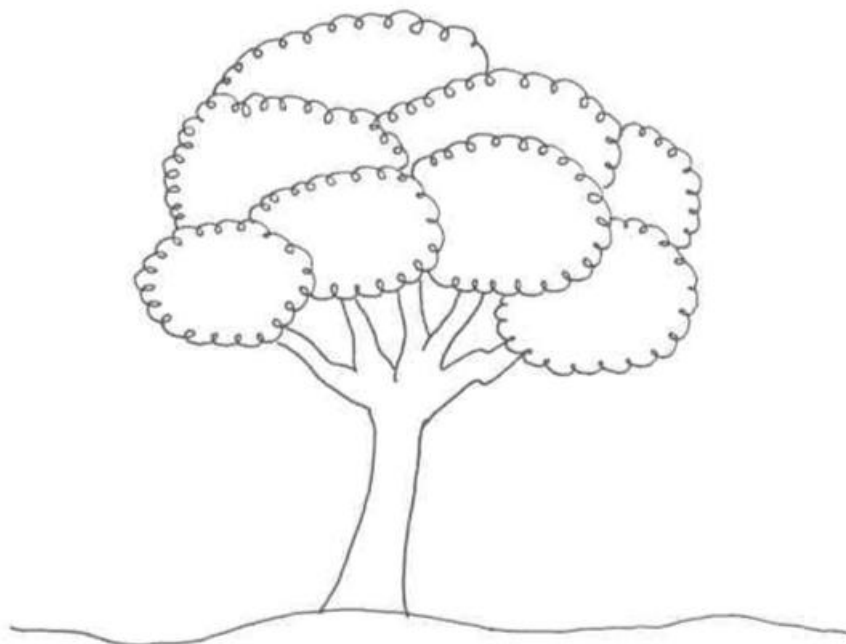
renas, em cada postal. Por fim, questionou-se quantas renas iriam aparecer na totalidade dos postais. Para resolverem este problema os alunos tinham de compreender que seriam escritos três postais, mas que cada um conteria duas renas. Seguindo este pensamento, chegariam a seis renas na totalidade dos postais.

Ainda abordando a adição, o quarto problema era o mais exigente dentro deste subtópico (ver figura 2.4). O problema referia que o Paulo queria plantar alfarrobeiras na sua quinta durante quatro dias, começando por plantar uma no primeiro dia, sempre acrescentando mais uma alfarrobeira que no dia anterior. No final questionou-se os alunos quantas alfarrobeiras teriam sido plantadas no final dos quatro dias. De forma a resolver este problema, os alunos tinham de perceber quantas alfarrobeiras seriam plantadas em cada dia e no fim somar as quantidades diárias. Se no primeiro dia seria plantada uma alfarrobeira, no segundo dia, duas, ao terceiro, sabendo que seria mais uma que no dia anterior, seriam plantadas três e no quarto dia, quatro. Partindo destes resultados, deveriam somar as quantidades diárias, resultando no número dez.

Figura 2.4. Quarto problema.

O Paulo quer plantar alfarrobeiras na sua quinta durante quatro dias. Vai começar por plantar uma alfarrobeira no primeiro dia, duas no segundo, sempre plantando mais uma que no dia anterior.

Quantas alfarrobeiras terá plantado ao fim dos quatro dias?

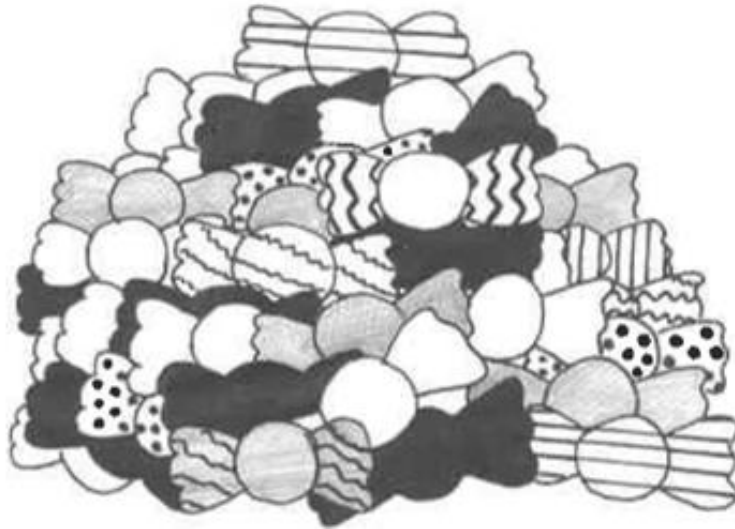


O quinto problema introduziu um novo subtópico, a divisão (ver figura 2.5). Apesar de não ser referido nas aprendizagens essenciais este subtópico, é referida a decomposição

de números naturais, nomeadamente em fatores iguais, que é o pretendido com este problema (ME/DGE, 2021). Nesta situação problema é referido que a Maria quer distribuir nove rebuçados de forma igual pelos seus três filhos. No final, questionou-se quantos rebuçados cada um receberá. Os alunos deveriam decompor o número nove em três fatores iguais, dando o número três.

Figura. 2.5. Quinto problema.

A Maria comprou nove rebuçados e quer dá-los aos seus três filhos. Sabendo que ela vai dar o mesmo número de rebuçados a cada filho, quantos rebuçados cada um vai receber?

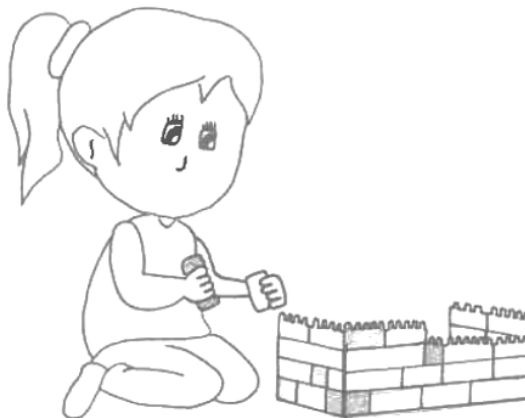


A adição voltou a ser abordada no sexto problema (ver figura 2.6), porém o problema exigia uma maior capacidade de interpretação das informações no enunciado.

Figura. 2.6. Sexto problema.

O pai da Sofia pediu-lhe que arrumasse os seus Lego dentro da caixa para o quarto dela ficar mais arrumado. Passado uma hora estavam sete peças dentro da caixa, quatro no chão e duas em cima da cama.

Quantas peças faltavam arrumar?



Foi referido que o pai da Sofia queria que ela arrumasse os seus Lego, mas passado uma hora, sete peças estavam dentro da caixa, quatro no chão e duas em cima da cama. Os alunos tinham de compreender o lugar correto dos Lego e perceber que aqueles que não estavam dentro da caixa, não estavam arrumados. Assim, deveriam somar a quantidade que estava no chão, mais a quantidade que estava em cima da cama e dizer que seis peças ainda estavam por arrumar.

O penúltimo problema articulava a adição com a subtração (ver figura 2.7). O problema introduzia uma nova personagem, o João, e referia que este tinha requisitado na biblioteca nove livros para ler no fim de semana. Contudo, apenas tinha lido três no sábado e dois no domingo, ficando alguns por ler. A questão do problema era quantos livros ficaram por ler. Para responder a esta questão, os alunos tinham de calcular quantos livros foram lidos, cinco, e subtrair do valor total esse valor. Desta forma, chegariam ao número quatro.

Figura 2.7. Sétimo problema.

O João requisitou nove livros na biblioteca da sua escola para ler em casa durante o fim de semana. No sábado leu três livros e no domingo conseguiu ler mais dois.

Quantos livros ficaram por ler?



Por fim, o oitavo problema envolvia o cálculo combinatório (ver figura 2.8). Neste problema, questionou-se os alunos acerca do número de formas que um ramo de flores poderia adquirir, sabendo que teria quatro flores e poderia ter só rosas, só margaridas ou rosas e margaridas. Para resolver este problema, os alunos deveriam testar possibilidades

e procurar erros nas combinações, indo assim ao encontro do referido nas AE (ME/DGE, 2021). No final, não repetindo combinações, encontrariam cinco combinações diferentes. Este problema era o mais exigente, como tal, foi apresentando em último lugar para que os alunos já tivessem algum conhecimento acerca das fases de resolução de um problema e percebessem que deveriam testar resoluções.

Figura 2.8. Oitavo problema.

A Bruna quer compor um ramo de flores para oferecer à sua tia no seu aniversário. Ela quer que o ramo tenha quatro flores. Pode escolher utilizar só rosas, rosas e margaridas, ou só margaridas.

De quantas formas pode ficar o ramo de flores?



Seguindo a tipologia apresentada por Boavida et al (2008, citados por Piedade & Reis, 2019), podemos designar os problemas criados por problemas de cálculo (primeiros sete problemas), uma vez que necessitam da utilização de uma ou mais operações para a sua resolução, e problemas de processo (oitavo problema), visto não existir uma única estratégia para chegar ao resultado.

As intervenções decorreram, como referido, entre o 1.º e o 2.º períodos do ano letivo de 2023/24, os três primeiros problemas foram apresentados em novembro de 2023 e os restantes cinco foram implementados em janeiro de 2024. O intervalo de tempo entre as intervenções deveu-se a compromissos externos à investigação, porém não representou nenhum problema na resolução dos alunos na segunda parte das intervenções. A apresentação dos problemas, tanto na primeira como na segunda parte das intervenções, foi sistematizada, isto é, deu-se pouco tempo de intervalo entre cada intervenção para criar uma rotina de trabalho.

Instrumentos de recolha e análise de dados

De forma a acompanhar o cariz qualitativo da investigação, o estudo foi realizado através da observação participante, porém esta surge como uma técnica complementar à recolha das produções dos alunos e gravação áudio e vídeo das apresentações (Minayo & Costa, 2018). Cada problema foi entregue numa folha A4, individualmente, com espaço em branco para que os alunos pudessem fazer todas as representações que considerassem necessárias para a resolução do problema. No final de cada intervenção, as folhas foram recolhidas e foram sujeitas a uma análise detalhada para caracterizar as representações utilizadas. Além destes instrumentos, no decorrer das intervenções encontrava-se um gravador na sala para captar as interações entre os participantes. Também durante as apresentações, foi feita uma gravação em vídeo para complementar as informações dos restantes instrumentos.

Relativamente à análise dos dados, esta foi feita tendo em conta a tipologia de representações apresentada por Amaro (2022), distinguindo-as em representações verbais, gráficas, algébricas e numéricas. As representações numéricas também podem ser designadas por aritméticas, segundo Varela (2020), como tal, serão utilizadas as duas designações. A análise dos dados teve como foco, não só as produções dos alunos, mas também os diálogos gravados entre os participantes e a futura professora e investigadora. Os vídeos das apresentações foram o recurso mais utilizado para justificar as produções dos alunos, enquanto os áudios foram utilizados pontualmente, apenas como forma de esclarecimento quando surgiam dúvidas quanto à gravação de vídeo.

Ética do estudo

O presente estudo seguiu todos os princípios éticos intrínsecos a qualquer investigação. Dada a necessidade de captar o áudio e a imagem dos alunos, começou-se por informar todos os encarregados de educação da presença da investigadora previamente, solicitando o preenchimento da declaração de consentimento informado, onde se comunicou todos os detalhes relevantes relativos à investigação (ver Apêndice 1). Além disso, também os alunos foram informados previamente, tomando conhecimento não só da presença da investigadora, mas também dos métodos de recolha de dados. Também foi garantido o anonimato de todos os participantes, uma vez que se recorreu a nomes fictícios, os nomes que constavam nos registos recolhidos foram apagados e as imagens captadas dos alunos

foram utilizadas apenas para fins investigativos e nunca compartilhadas, protegendo a integridade dos alunos.

Capítulo III – Análise e discussão dos resultados

O terceiro capítulo do presente relatório remete à análise das produções e das interações entre os participantes. Como referido, esta análise distingue as representações dos alunos em representações verbais, gráficas, algébricas e numéricas (ou aritméticas).

Reiterando o que foi referido no capítulo anterior, cada intervenção iniciou-se com a apresentação da tarefa, onde se incluiu a revisão das várias etapas de resolução referidas por Pólya (1995, citado em Varela, 2020). A apresentação da tarefa envolveu muitas vezes comunicação bidirecional, uma vez que os alunos questionavam o significado de determinadas palavras e colocavam dúvidas acerca do que podiam fazer para resolver o problema, uma vez que ainda não fazia parte da rotina solucionar problemas. A futura professora e investigadora tentou sempre sugerir várias representações, sem nunca direcionar a estratégia dos alunos, resultando assim em várias representações para resolver o mesmo problema. Também como referido, ao seleccionar os alunos para apresentar, foi tido em consideração a diferenciação de representações.

Representações verbais

As representações verbais pressupõem a utilização de palavras e/ou frases, quer seja de forma oral ou escrita. Também a utilização de números, por si, considerou-se como representação verbal, dado tratar-se de uma designação. Uma vez que os participantes se encontravam no início do processo de aquisição da leitura e da escrita, era espectável que esta representação fosse pouco utilizada. Contudo, a natureza de alguns problemas apresentados, convidou a que os alunos optassem por esta representação.

O primeiro problema, relacionado com números ordinais, foi solucionado pela maioria dos alunos através da representação verbal. Através as informações proferidas no enunciado, os alunos tinham de responder qual personagem chegou em primeiro lugar e qual chegou em segundo lugar na corrida. Uma das alunas explicou o que fez na sua apresentação, resultando no seguinte diálogo:

Investigadora/professora: – O que é que fizeste, Joana?

Joana: – Eu fiz os nomes.

Investigadora: – Muito bem, escreveste os nomes. Por baixo dos nomes escreveste alguma coisa, não foi?

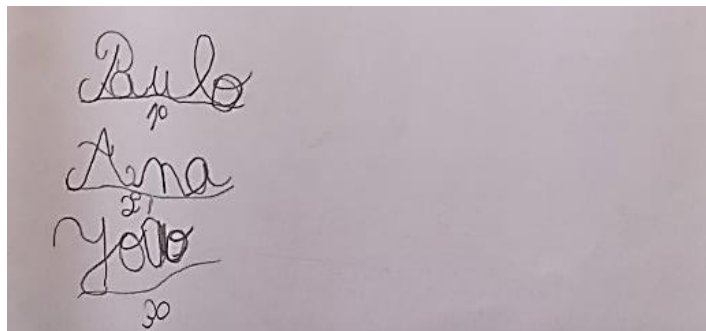
Joana: – Sim.

Investigadora: – O quê?

Joana: – Escrevi primeiro, segundo e terceiro (1.º, 2.º e 3.º).

Através deste diálogo conseguimos compreender que a aluna considerou que a melhor forma para representar o seu raciocínio seria através da escrita e que depende algum conhecimento acerca dos números ordinais. Começou por escrever o nome das personagens integrantes da situação problema e os números ordinais que correspondiam à posição de cada uma no final da corrida (ver figura 3.1).

Figura 3.1. Resolução da Joana [1.º problema].



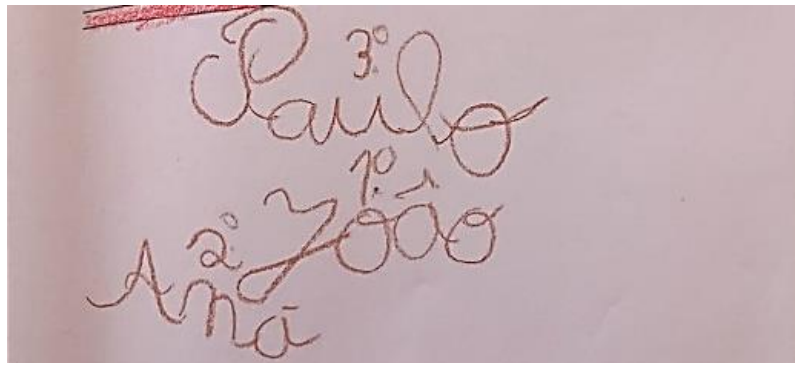
Assim como esta aluna, a maioria dos alunos solucionou o primeiro problema recorrendo à representação verbal, sendo que em alguns casos representaram o nome apenas pela letra inicial e escreveram o número ordinal correspondente (ver figura 3.2).

Figura 3.2. Resolução do Tiago [1.º problema].



De realçar, que a partir da resolução da Carla, conseguimos perceber que esta não compreendeu corretamente o sentido da frase “O João chegou depois da Ana” (ver figura 3.3).

Figura 3.3. Resolução da Carla [1.º problema].



Assim como ela, outros alunos colocaram o João primeiro que a Ana, o que demonstra que ainda não compreendem o significado temporal da palavra “depois”. Contudo, esta informação não restringiu a tipologia de representação, apenas alterou o seu resultado.

Avançando para o segundo problema, este envolvia a adição. Na situação problema apresentada, questionou-se os alunos quantos palitos seriam necessários para construir dois triângulos e um quadrado, sabendo que são precisos três para construir um triângulo e quatro para construir um quadrado. Apesar de não representarem a maioria da turma, alguns alunos optaram por escrever os números, como podemos comprovar através do seguinte excerto:

Investigadora: – O que é que fizeste, João?

João: – Em cima dos triângulos fiz o número da quantidade de palitos.

Investigadora: – Quantos palitos é que eram necessários?

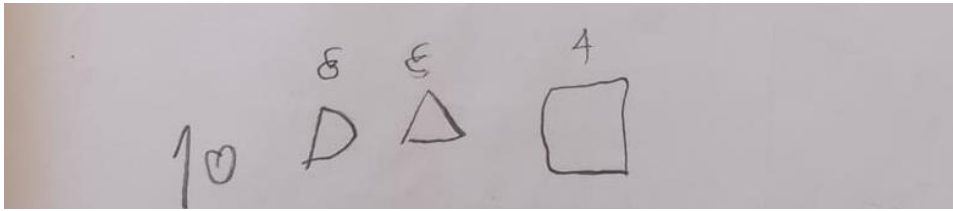
João: – Um tem três e o outro tem três (apontando para os triângulos). O quadrado tem quatro.

Manuela (colega): – Qual é o total?

João: – Dez (apontando para o 10).

Apesar de conjugar a representação gráfica (desenhos das figuras geométricas) com a representação verbal (ver figura 3.4), o que nos indica o resultado é a representação verbal, tornando-a a representação mais relevante a referir.

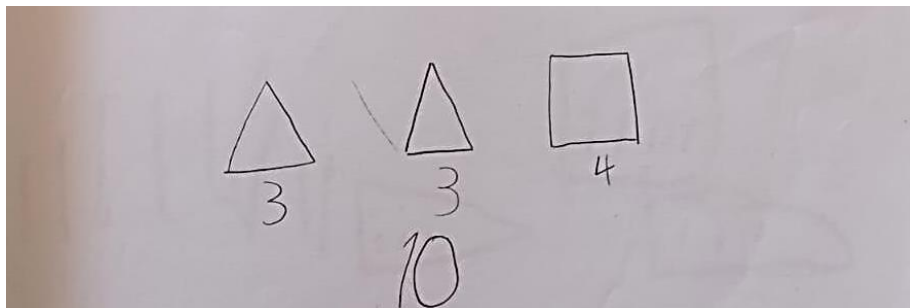
Figura 3.4. Resolução do João [2.º problema].



O João começou por desenhar as figuras geométricas e depois considerou que a melhor forma a proceder, era designando a quantidade de palitos necessária para construir cada uma, indicando a quantidade total do lado esquerdo. De realçar, que o João, ao contrário de alguns colegas, indicou o total do lado esquerdo, enquanto alguns colegas, por saberem que se escreve da esquerda para a direita, indicaram a totalidade mais à direita ou por baixo, respeitando a regra de escrita formal.

Assim como o anterior aluno, a Rita também optou por representar verbalmente a quantidade de palitos necessária para construir cada uma das figuras e na sua totalidade (ver figura 3.5). Pressupõe-se que os alunos que optaram por esta representação tenham calculado mentalmente a soma, apesar de não o terem representado.

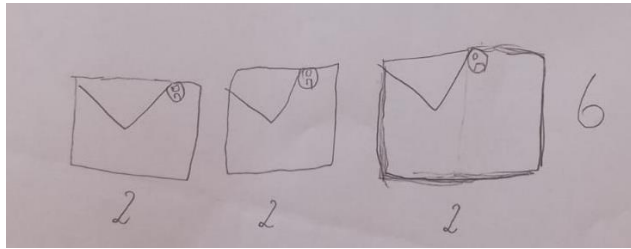
Figura 3.5. Resolução da Rita [2.º problema].



Relativamente ao terceiro problema, uma vez que também envolvia a adição, a grande maioria dos alunos não utilizou a representação verbal para solucionar o problema. Apenas uma aluna optou por esta representação, porém quando solicitada para apresentar a sua resolução, não o quis fazer. Como tal, a análise é feita, exclusivamente a partir da sua produção.

No terceiro problema, solicitava-se aos alunos que indicassem o número de renas que apareceriam na totalidade de três postais, sabendo que cada um teria um selo com duas renas. A aluna Teresa optou por escrever o número de renas contido em cada postal e no final, escreveu o número total (ver figura 3.6).

Figura 3.6. Resolução da Teresa [3.º problema].



Novamente, verifica-se que a representação verbal foi articulada com a representação gráfica (desenho), complementando-se. Presume-se que a aluna tenha recorrido ao cálculo mental para realizar a adição, todavia não o demonstrou, colocando apenas os números como designação de uma quantidade.

Avançando para o quarto problema, este também envolvia a adição. Porém, ao solucionar esta situação problema nenhum aluno optou pela representação verbal, exclusivamente. A aluna Ana optou por representar o seu pensamento de forma gráfica, através do desenho das árvores, e de forma verbal, escrevendo a designação do número dez (ver figura 3.7).

Figura 3.7. Resolução da Ana [4.º problema].



O quinto problema, diferentes dos anteriores, estava relacionado com a divisão. No enunciado introduzia-se uma nova personagem, que queria repartir, de forma igual, nove rebuçados pelos seus três filhos. Ao solucionar este problema alguns alunos optaram por registar o número de rebuçados que cada filho iria receber, articulando, mais uma vez, a representação verbal com a representação gráfica. Na sua apresentação, um dos alunos referiu o seguinte:

Investigadora: – Quando quiseres podes começar a apresentar o teu trabalho.

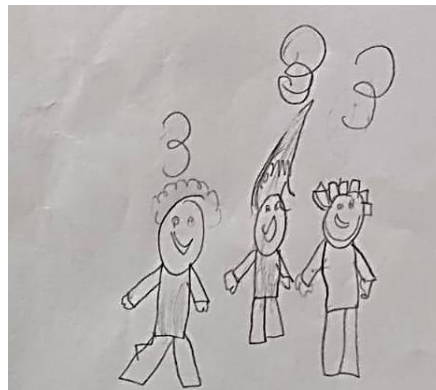
Jorge: – Eu fiz o número três para cada um dos meninos (apontando para os números e para cada boneco desenhado).

Investigadora: – E o que é que fizeste mais?

Jorge: – Desenhei três meninos e cada um tinha três rebuçados.

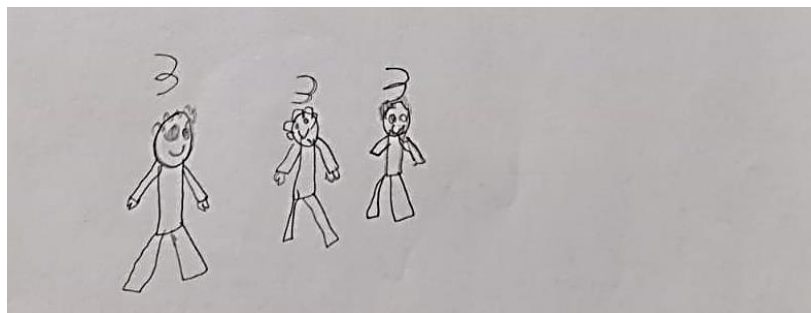
Novamente, pressupõe-se que o aluno tenha descomposto o total, mentalmente, mas optou por representar a sua resolução articulando a escrita e o desenho (ver figura 3.8).

Figura 3.8. Resolução do Jorge [5.º problema].



Como o mesmo disse, o aluno começou por desenhar cada um dos filhos e repartiu a totalidade pelos três, designando o número por cima de cada um deles. O mesmo se verificou com outro colega que também optou por articular o desenho com a escrita (ver figura 3.9).

Figura 3.9. Resolução do Pedro [5.º problema].



O sexto, sétimo e oitavo problema envolviam a subtração, subtração e adição e cálculo combinatório, respetivamente. Apesar de estes terem sido realizados no segundo período, numa altura em que alguns alunos já adquiriram alguma competência de escrita, em nenhuma das resoluções dos últimos três problemas se obteve representação verbal.

Reiterando o que foi dito no início do capítulo, os alunos estavam no início do processo de aquisição da leitura e da escrita, como tal, era espectável que a representação verbal não surgisse tão usualmente. Porém, concluiu-se que a natureza de alguns problemas, nomeadamente do primeiro que envolvia a categorização, levou os alunos a optar por esta tipologia de representação, demonstrando que a natureza do problema pode direccionar a estratégia de resolução dos alunos.

Representações gráficas

A representação gráfica presume a utilização de desenhos, esquemas, tabelas, gráficos ou diagramas para representar o pensamento matemático. Uma vez que a representação simbólica, com recurso ao desenho e à pintura, é trabalhada inúmeras vezes na educação pré-escolar, era espectável que a representação gráfica fosse a representação mais usual por entre as resoluções dos alunos. Em todas as intervenções resultaram resoluções conectadas à representação gráfica, mais exactamente, sob a forma de desenhos.

Como referido, as resoluções do primeiro problema demonstraram uma maior tendência para a representação verbal. Porém, alguns alunos articularam a representação verbal com a representação gráfica, apresentando a sua resposta recorrendo a ambas. A aluna Ana foi um dos exemplos, como referiu no seguinte diálogo:

Investigadora: – Mostra-nos o teu trabalho, pode ser?

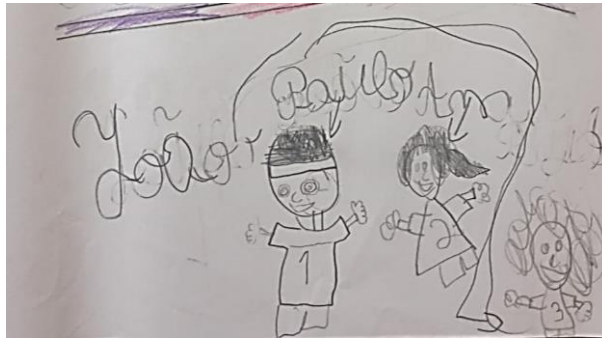
Ana: (vira a folha para a investigadora e para a turma)

Investigadora: – O que é que fizeste?

Ana: – Desenhei os bonecos e depois pus uma seta (apontando para a seta que ligava cada um dos bonecos ao nome).

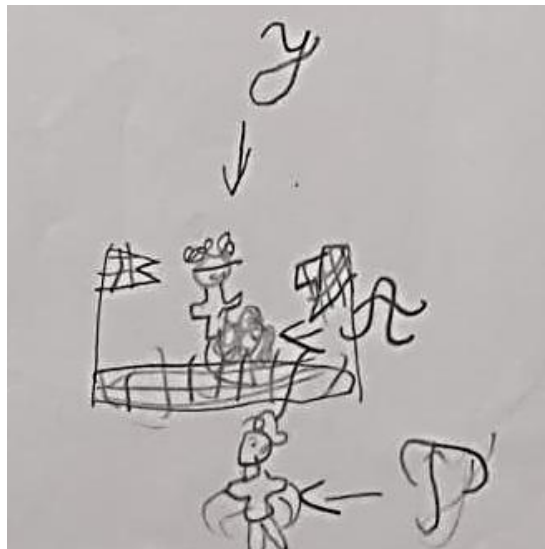
Através das palavras da Ana conseguimos perceber que esta optou por uma forma de representação gráfica, desenhando os bonecos tendo em conta a ordem de chegada que ela considerava correcta, desenhando o Paulo em primeiro, a Ana em segundo e o João em terceiro, horizontalmente (ver figura 3.10).

Figura 3.10. Resolução da Ana [1.º problema].



Assim como a Ana, a Maria também recorreu à representação gráfica para apresentar a sua resolução (ver figura 3.11).

Figura 3.11. Resolução da Maria [1.º problema].



Apesar de recorrer às mesmas representações que a Ana, a Maria optou por desenhar os bonecos na ordem que considerava correta, porém na vertical e mais pormenorizadamente, acrescentando a linha da meta. Apesar de não ter sido uma das alunas a apresentar o seu trabalho, quando questionada acerca do resultado, referiu que o Paulo chegou em primeiro lugar, o que significa que representou a ordem de chegada de cima para baixo.

Avançando para o segundo problema, a maioria dos alunos optou por apresentar o seu resultado sob a forma de desenhos. Um dos alunos que optou por esta tipologia de representação referiu o seguinte, em diálogo com a investigadora:

Investigadora: – Quando quiseres, podes começar.

Tomás: (mostra o trabalho na horizontal porque foi assim que o fez)

Tomás: – Eu fiz... Eu acho que fiz bem, mas... para a próxima já faço bem.

Investigadora: – Mas o que é que fizeste, Tomás?

Tomás: – Fiz três palitos e três palitos. Juntamos três com três, dá seis palitos.

Investigadora: – Sim...

Tomás: – Depois fiz o quadrado e quatro palitos.

Investigadora: – E na totalidade quantos palitos são?

Tomás: – São seis para os triângulos e para o quadrado são quatro. Seis mais quatro são dez.

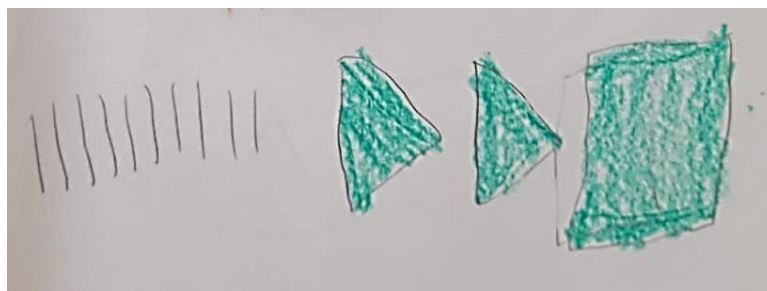
O Tomás optou por desenhar as figuras geométricas, dois triângulos e um quadrado, e desenhar ao lado de cada um, o número de palitos necessário para o construir (ver figura 3.12). Este aluno preferiu representar todo o seu pensamento de forma gráfica, não articulando com nenhuma outra tipologia de representação.

Figura 3.12. Resolução do Tomás [2.º problema].



O mesmo foi feito pelo colega Tiago, mas este desenhou os palitos todos juntos (ver figura 3.13), não conectando nenhuma quantidade a nenhuma figura em específico, apresentando apenas a quantidade total.

Figura 3.13. Resolução do Tiago [2.º problema].



Relativamente ao terceiro problema, como referido, este também envolvia a adição. Assim como no problema anterior, alguns alunos optaram por utilizar, exclusivamente, a representação gráfica, recorrendo ao desenho para demonstrar o seu pensamento. Um dos alunos referiu o seguinte:

Investigadora: – Podes mostrar o que fizeste?

Dinis: – Eu fiz as seis renas.

Investigadora: – Fizeste mais qualquer coisa, não foi?

Dinis: – Fiz os postais com os selos.

O Dinis representou todo o seu raciocínio através de desenhos (ver figura 3.14). Desenhou os três postais, acrescentando um selo em cada um e desenhou duas renas por cima de cada postal, resultando em seis renas.

Figura 3.14. Resolução do Dinis [3.º problema].



Assim como o Dinis, o Carlos também optou por fazer uma representação gráfica, porém mais pormenorizada, apresentando as duas renas dentro do selo (ver figura 3.15), demonstrando ter compreendido todas as informações do enunciado.

Figura 3.15. Resolução do Carlos [3.º problema].



No quarto problema, relacionado também com a adição, poucos alunos utilizaram, exclusivamente, a representação gráfica. Esta representação surgiu muitas vezes

articulada com a representação verbal ou com a representação aritmética. Uma das alunas, ao apresentar, referiu o seguinte:

Investigadora: – O que é que fizeste?

Sara: – Eu fiz as árvores.

Investigadora: – Desenhaste as árvores?

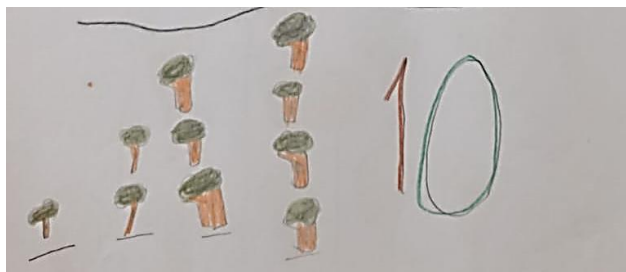
Sara: (abana a cabeça em confirmação).

Investigadora: – Muito bem. No total, quantas árvores é que foram plantadas? O que é que tu escreveste na tua folha?

Sara: – Dez.

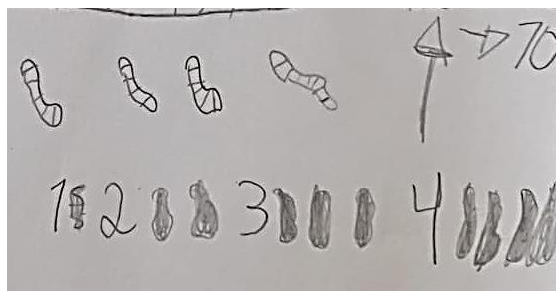
Esta aluna optou por desenhar a quantidade de árvores plantadas em cada dia, e no final escreveu o número total de árvores plantadas (ver figura 3.16), articulando a representação gráfica (desenho), com a representação verbal (número dez).

Figura 3.16. Resolução da Sara [4.º problema].



A aluna Margarida também optou pela mesma articulação (ver figura 3.17), porém não desenhou as árvores, preferiu desenhar figuras para representar as árvores, despendendo menos tempo na resolução do problema.

Figura 3.17. Resolução da Margarida [4.º problema].



Avançando para o quinto problema, este relacionava-se com a divisão ou decomposição de números naturais em fatores iguais. Ao analisar as resoluções deste problema, é possível constatar que a representação gráfica surge de forma isolada e articulada com outras representações.

A resolução do Paulo exemplifica a articulação entre a representação gráfica e a representação verbal. Na sua apresentação o aluno referiu o seguinte:

Investigadora: – Podes explicar o que fizeste?

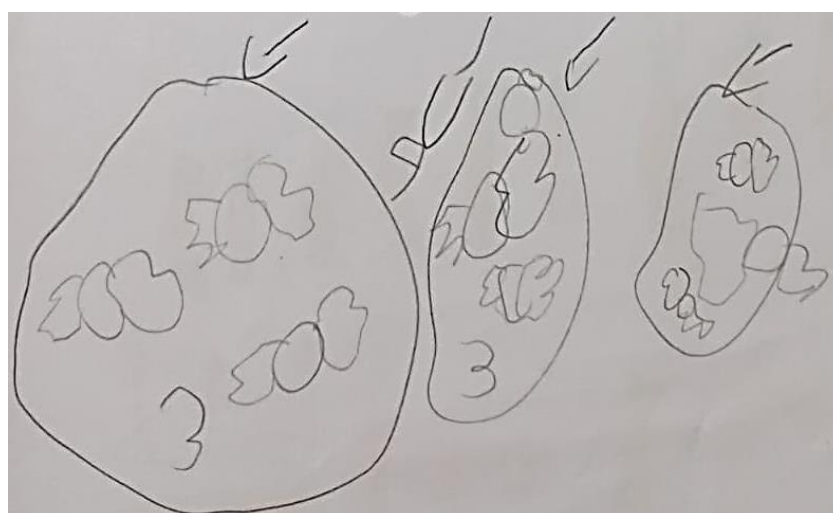
Paulo: – Fiz três bolinhas e fiz três rebuçados em cada bolinha.

Investigadora: – Então quantos rebuçados cada um dos filhos vai receber?

Paulo: – Três.

O aluno optou por desenhar três bolinhas, em que cada uma representa o que cada filho iria receber, e dividiu a quantidade total por três, desenhando três rebuçados em cada bolinha (ver figura 3.18). Além disso, também escreveu o número três dentro de duas bolinhas. Provavelmente, o aluno esqueceu-se de escrever na terceira bolinha o número três, mas consegue-se perceber o resultado na mesma.

Figura 3.18. Resolução do Paulo [5.º problema].



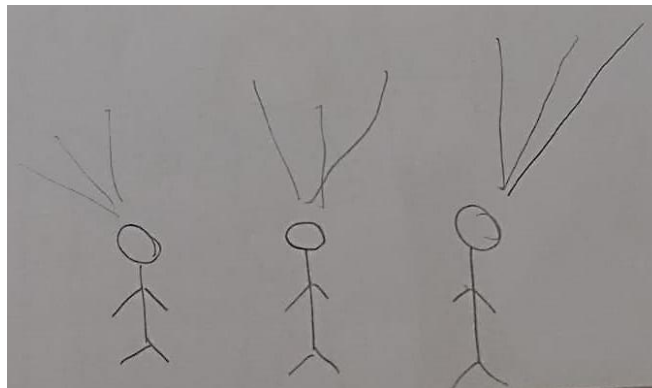
Diferente da maioria, a Ana optou por recorrer apenas à representação gráfica (ver figura 3.19). Esta aluna desenhou os três filhos e três rebuçados por cima de cada um deles, finalizando a sua resolução.

Figura 3.19. Resolução da Ana [5.º problema].



De forma semelhante, o Igor, aluno com transtorno do espectro do autismo, com a explicação da investigadora e com o auxílio do docente titular, solucionou o quinto problema recorrendo exclusivamente à representação gráfica (ver figura 3.20).

Figura 3.20. Resolução do Igor [5.º problema].



O aluno também desenhou os três filhos e acrescentou três traços representativos da quantidade de rebuçados que iam receber, chegando ao mesmo resultado que os colegas.

Relativamente ao sexto problema, as suas resoluções apresentaram uma maior tendência para a representação gráfica, conjugada ou não com a representação verbal ou numérica. Uma das alunas solicitada para apresentar, articulou a representação gráfica, a verbal e a numérica, resultando o seguinte diálogo:

Sara: – A Sofia tinha duas peças e quatro peças para pôr dentro da caixa
(apontando para o desenho das peças e da caixa, respetivamente). Pus dois
mais quatro que dá nove.

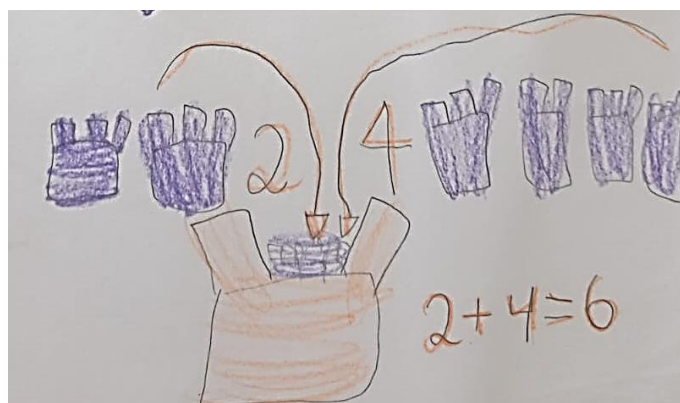
Investigadora: – Nove?

Sara: (a aluna olha para a folha).

Sara: – É seis.

Através da apresentação da aluna conseguimos perceber que a própria reconhece que fez várias representações (ver figura 3.21) e, quando a investigadora salientou o resultado, a aluna rapidamente percebeu o seu erro e corrigiu-se, sem grande ajuda.

Figura 3.21. Resolução da Sara [6.º problema].



A Sara começou por desenhar as peças que estavam fora da caixa, escrevendo o número correspondente ao lado. De seguida, procedeu à adição dessas peças. Na sua apresentação, inicialmente, a aluna respondeu que o total dava nove peças, corrigindo posteriormente para seis. Uma vez que a aluna estava a apresentar o seu trabalho, a sua folha estava voltada para a turma, o que fez com que visse o número seis ao contrário, assemelhando-se a um nove. Quando questionada se a soma entre dois e quatro dá nove, a aluna conferiu a sua resolução e corrigiu para seis.

Avançando para o sétimo problema, este envolvia a adição e subtração e levou muitos alunos a recorrerem a diferentes representações gráficas. Ana fez uma representação gráfica, mas não conseguiu justificar a sua resolução, como se pode perceber a partir do seguinte diálogo:

Investigadora: – O que é que fizeste, Ana?

Ana: – Eu desenhei quatro livros.

Investigadora: – Porque é que desenhaste quatro livros?

Ana: (olha para a sua folha e não responde).

Investigadora: – Ana, como é que chegaste ao quatro?

Ana: – Porque três mais dois é quatro.

Investigadora: – Três mais dois é quatro?

Ana: – Sim.

Ana: (olha para a sua folha)

Ana: – Sobraram quatro.

Investigadora: – Sobraram quatro, mas voltando atrás, de onde é que surgiu o três e o dois? O que é que esses números representam?

Ana: (encolhe os ombros e abana a cabeça de um lado para o outro como a dizer que não)

Investigadora: – Não sabes de onde é que vieram?

Ana: – Não.

A Ana chegou ao resultado esperado, mas não soube justificar como é que fez (ver figura 3.22).

Figura 3.22. Resolução da Ana [7.º problema].



A Ana não produziu mais nenhuma evidência que auxilie na análise da sua representação. Como tal, não é possível certificar que a aluna pensou de forma a chegar ao resultado representado ou se copiou de algum colega que estivesse por perto.

Por fim, o oitavo problema suscitou algumas dúvidas nos alunos, mas muitos arriscaram na representação gráfica para tentar solucionar. Apesar de poucos alunos terem apresentado todas as formas possíveis de fazer o ramo de flores, todos colocaram várias hipóteses e alguns recorreram ao desenho para as exemplificar. O aluno que esteve mais perto do resultado correto, recorrendo à representação gráfica, referiu o seguinte na sua apresentação:

Lucas: – Eu fiz as flores e pintei. Aqui fiz dois mais dois, aqui três mais um...

Investigadora: – O que é que esses números representam?

Lucas: (olha para a folha, mas não responde)

Investigadora: – Desenhaste as flores, não foi?

Lucas: – Sim.

Investigadora: – Essas flores representam as várias formas de como podemos fazer o ramo, certo?

Lucas: – Sim.

Investigadora: – Então fala-nos do primeiro conjunto que fizeste.

Lucas: – Duas rosas e duas margaridas.

Investigadora: – É uma forma, muito bem. Qual é a próxima?

Lucas: – Aqui fiz um e três.

Investigadora: – Que flores são essas? Três...

Lucas: – Rosas e uma margarida.

Investigadora: – Muito bem. É outra forma.

Lucas: – Aqui é quatro margaridas e aqui quatro rosas.

Investigadora: – Então de quantas formas podemos fazer o ramo de flores?

Lucas: – Cinco.

Investigadora: – E tens aí as cinco formas?

Lucas: – Não.

Investigadora: – O que é que faltou?

Lucas: (olha para a folha, mas não responde).

Investigadora: – Sabes qual é que faltou?

Lucas: – Não.

O Lucas preferiu desenhar as várias hipóteses de como poderia organizar o ramo de flores, porém perdeu-se nas suas hipóteses e escapou-lhe uma (ver figura 3.23). Porém, posteriormente, a investigadora reveriu as várias formas com o aluno e questionou se o ramo com três rosas e uma margarida não poderia ser arranjado de forma inversa. Ao que o aluno concordou e afirmou que podia tratar-se de outra forma de organização.

Figura 3.23. Resolução do Lucas [8.º problema].



Assim como o Lucas, outros alunos optaram pela representação gráfica, recorrendo ao desenho para representar algumas formas de organizar o ramo de flores, porém muitos acabaram por perder-se e deixar escapar alguma hipótese.

De forma geral, a representação gráfica foi a tipologia de representação mais utilizada e, diferente da representação verbal, surgiu maioritariamente isolada, sem ser conjugada com outro tipo de representação. Este acontecimento pode dever-se ao facto dos alunos se sentirem mais confortáveis com este tipo de representação, uma vez que alguns ainda não possuem um amplo conhecimento verbal ou aritmético, ou por considerarem que a

melhor forma de solucionar os problemas apresentados seria através da representação gráfica, permitindo-lhes serem mais criativos, podendo fazer desenhos e/ ou esquemas.

A representação gráfica revelou ser a estratégia de resolução com o surgimento mais coerente, isto é, desde o início da intervenção pedagógica que esta tipologia de representação foi muito utilizada pelos alunos, de forma geral. Este facto, pode dever-se à familiaridade que os alunos sentem com o desenho, estratégia integrada neste tipo de representação.

Representações algébricas

As representações algébricas, tal como o nome indica, abrangem as resoluções com expressões algébricas, ou seja, a combinação de letras e números. Dado o ano de escolaridade dos participantes, era espectável que este tipo de representação não fosse utilizado. Os problemas criados também não convidavam à utilização desta tipologia de representação e, tal como esperado, esta não surgiu entre as várias resoluções dos alunos.

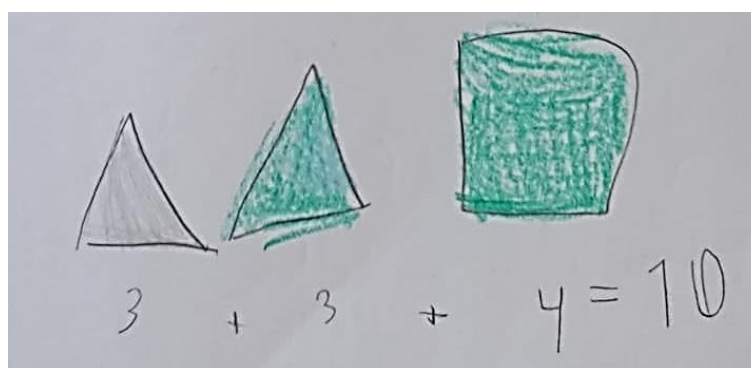
Representações numéricas ou aritméticas

As representações numéricas ou aritméticas pressupõem a utilização de uma ou mais operações numéricas, nomeadamente a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Uma vez que os participantes se encontravam no primeiro ano, não se esperava que esta tipologia de representação fosse muito utilizada, principalmente nas intervenções realizadas no 1.º período, a menos que os alunos já tivessem tido contacto com estas operações noutra contexto, por exemplo: na educação pré-escolar ou em casa.

A primeira intervenção, como já foi referido, foi maioritariamente solucionada através da representação verbal e, algumas vezes, surgiu conjugada com a representação gráfica. Como tal, a representação numérica não foi utilizada, comprovando o que era espectável.

Avançando para o segundo problema, visto que este envolvia a adição, a representação numérica surgiu em algumas resoluções dos alunos, porém apenas numa reduzida minoria. Assim como se sucedeu posteriormente, a aluna Teresa não quis apresentar o seu trabalho quando solicitada. Contudo, através da sua produção, é possível compreender como é que esta solucionou o segundo problema (ver figura 3.24).

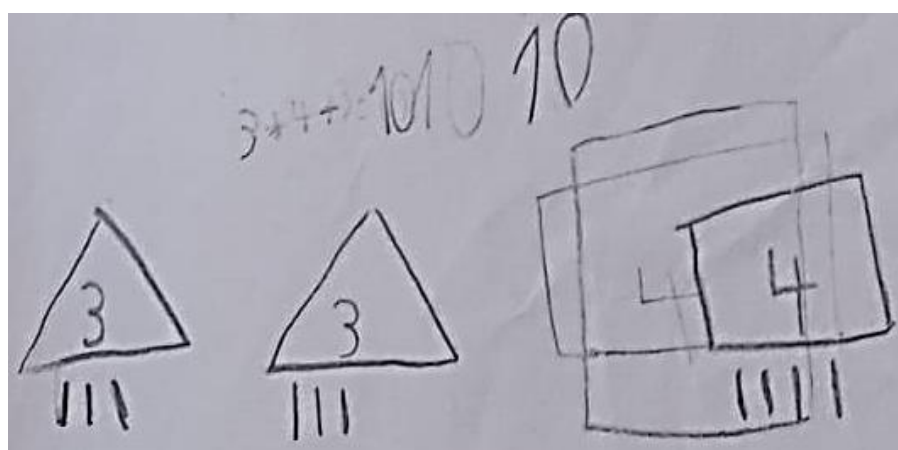
Figura 3.24. Resolução da Teresa [2.º problema].



A Teresa optou por conjugar a representação numérica com a representação gráfica. Na imagem, conseguimos ver que desenhou as figuras geométricas que tinham de ser construídas, dois triângulos e um quadrado, e por baixo colocou a quantidade de palitos necessária para construir cada figura, colocando um três por baixo de cada triângulo e um quatro por baixo do quadrado. Por fim, somou os três valores e igualou a dez, finalizando a sua resolução.

Assim como a Teresa, o Carlos também arriscou em fazer a mesma operação numérica, todavia apagou-a e optou por representar apenas graficamente (ver figura 3.25).

Figura 3.25. Resolução do Carlos [2.º problema].



Apesar de o aluno ter tentado apagar a operação, ainda é possível observar no cimo da imagem a operação “ $3+4+3=10$ ”, porém este aluno preferiu apostar na representação gráfica, terminando e entregando a sua resolução com o desenho das figuras geométricas e com a designação dos números três e quatro dentro das figuras geométricas correspondentes e o número dez por cima, representando o resultado da adição.

Assim como no segundo problema, o problema três, levou pouquíssimos alunos a optar pela representação numérica. Um dos alunos que preferiu esta tipologia de representação, referiu o seguinte na sua apresentação:

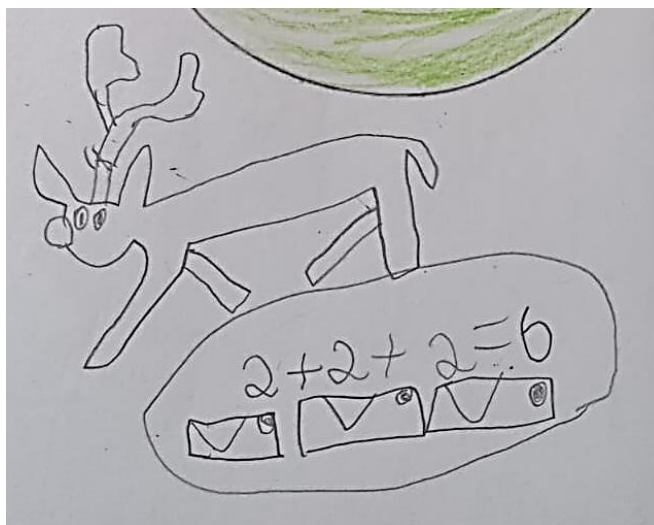
António: – Eu pintei, fiz as renas, fiz as cartas e eu disse que era dois, mais dois, mais dois, mais dois que dá seis (apontando para a operação “ $2+2+2=6$ ”).

Investigadora: – Porquê somar dois, mais dois, mais dois?

António: – Porque são duas renas, mais duas renas, mais duas renas.

Partindo do que foi referido na sua apresentação, é possível afirmar que o António optou por articular a representação gráfica com a representação numérica, começando por desenhar as cartas e as renas, para depois realizar a soma da quantidade de renas de cada postal (ver figura 3.26).

Figura 3.26. Resolução do António [3.º problema].



Apesar de ter iniciado a sua resolução com a representação gráfica, este aluno arriscou a representação numérica, pois considerou que era a melhor forma de calcular e apresentar o seu resultado.

Semelhante ao ocorrido no terceiro problema, ao resolverem o problema quatro, no 2.º período letivo, poucos alunos optaram pela representação estritamente numérica. Contudo, aqueles que utilizaram, não sentiram necessidade de utilizar outra tipologia de representação, recorrendo apenas a uma operação numérica. Um dos alunos que utilizou exclusivamente a representação numérica ou aritmética referiu o seguinte:

Investigadora: – O que é que fizeste?

Tiago: – Fiz uma conta.

Investigadora: – Fizeste uma conta...

Tiago: – Fiz uma conta e pintei o desenho.

Investigadora: – E pintaste o desenho. Mas porque é que fizeste essa conta?

Porque é que utilizaste esses números?

Tiago: (olha para a folha, mas não responde).

Investigadora: – Que números é que escreveste?

Tiago: – O um, o dois, o três, o quatro e o dez.

Investigadora: – Então quantas árvores foram plantadas ao todo?

Tiago: – Dez.

Investigadora: – Muito bem. E os outros números, o que é que representam?

Tiago: – Quanto é que vai dar.

Investigadora: – Mas o um, o que é que representa?

Tiago: – Uma árvore.

Investigadora: – Que foi plantada...

Tiago: – No dia 1.

Investigadora: – E no dia 2?

Tiago: – Duas árvores.

Investigadora: – E no dia 3?

Tiago: – Três árvores.

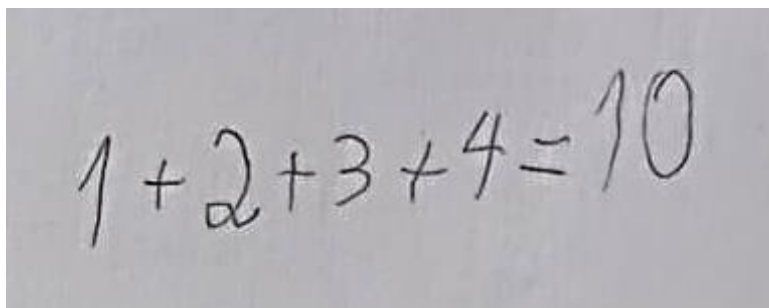
Investigadora: – E no dia 4?

Tiago: – Quatro árvores.

Apesar de inicialmente não conseguir explicar o porquê de ter feito uma conta ou o porquê de utilizar os números um, dois, três e quatro, à medida que ia respondendo às questões

da investigadora, o Tiago foi demonstrando reconhecer os passos dados para solucionar o problema, além de que reconheceu que utilizou uma operação para resolver a situação problema (ver figura 3.27).

Figura 3.27. Resolução do Tiago [4.º problema].

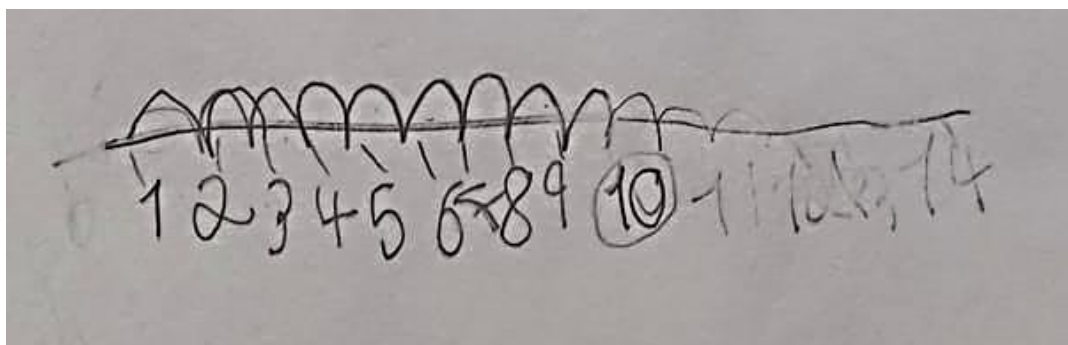
A photograph of a piece of paper with the handwritten equation $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ written in black ink.

Como se pode ver na imagem, o Tiago optou, exclusivamente, pela representação numérica, diferenciando-se do que tinha acontecido até à quarta intervenção, onde esta surgia sempre articulada com outra tipologia de representação.

Como referido, este problema foi implementado no 2.º período, logo os alunos já tinham um conhecimento mais aprofundado acerca da resolução de problemas e de representações. Por esta razão, alguns alunos optaram por representações que ainda não tinham sido utilizadas até aqui, nomeadamente a reta numérica. Considera-se a reta numérica como uma forma de representação numérica ou aritmética, dada a sua natureza aditiva, apresentando os números naturais inteiros por ordem crescente, da esquerda para a direita.

A Maria recorreu à reta numérica para chegar ao valor total de árvores plantadas (ver figura 3.28), dando “saltos” de um em um.

Figura 3.28. Resolução da Maria [4.º problema].



Pela sua resolução, podemos compreender que a aluna começou por traçar a reta até ao número catorze, porém ao solucionar apenas chegou ao número dez, apagando os números que não precisava.

Como referido, o problema cinco envolvia a divisão ou decomposição de um número natural em fatores iguais. Como tal, como os alunos ainda não sabiam como fazer o algoritmo da divisão para solucionar o problema, a representação aritmética ou numérica, surgiu como forma de verificação do resultado, recorrendo à soma.

Os poucos alunos que representaram aritmeticamente, optaram por utilizar a soma para solucionar o problema, como se pode constatar a partir do seguinte diálogo:

Investigadora: – Diz-nos o que fizeste.

Carla: – Deu nove.

Investigadora: – Quantos rebuçados cada filho vai receber?

Carla: – Três rebuçados.

Investigadora: – E o que é que fizeste para chegar a esse valor?

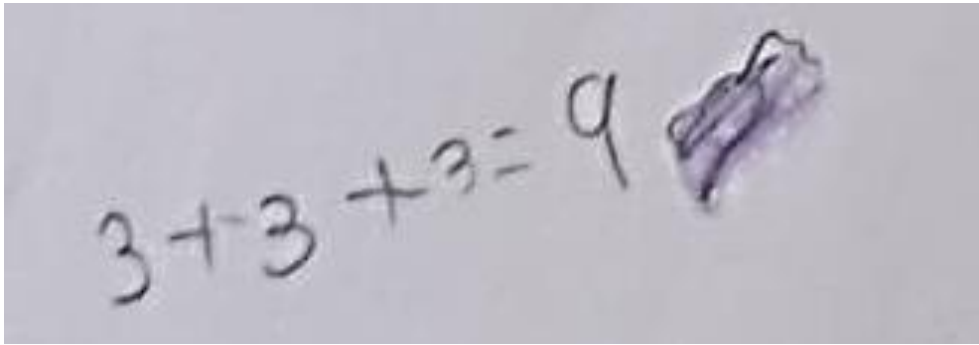
Carla: – Eu... (não prossegue e fica a olhar para a turma)

Investigadora: – Podes olhar para a tua folha. O que é que fizeste?

Carla – Eu distribuí três para cada um e depois fiz três, mais três, mais três que deu nove.

A Carla reconheceu que fez uma operação de adição para verificar que três, mais três, mais três, deu nove. Presume-se que a aluna tenha calculado mentalmente a decomposição do número nove e que depois tenha feito a operação para verificar o seu resultado e apresentá-lo (ver figura 3.29). Esta representação pode estar relacionada com a tipologia de exercícios a que os alunos estão habituados a resolver acerca da decomposição de números naturais, uma vez que apresentam a decomposição sempre sob a forma de uma soma.

Figura 3.29. Resolução da Carla [5.º problema].



A photograph of a white surface with a handwritten equation $3+3+3=9$ in black ink. To the right of the equation is a small, purple, rectangular object, possibly a piece of paper or a small toy, which is slightly out of focus.

Assim como esta aluna, outros alunos também apresentaram a adição como resolução do problema, observando-se um aumento do número de alunos a recorrer a esta tipologia de representação, mas continuaram a representar apenas a minoria da turma.

Relativamente ao sexto problema, este, como já foi referido, envolvia a adição, porém exigia dos alunos uma maior capacidade de descodificação das informações do enunciado. Embora alguns alunos não tenham compreendido o enunciado, alguns daqueles que compreenderam, optaram pela representação numérica, nomeadamente o Tobias que referiu o seguinte, na sua apresentação:

Investigadora: – Quando quiseres podes começar.

Tobias: – Eu fiz contas para apresentar o trabalho. Fiz ela (apontando para o desenho da personagem Sofia) e pintei os legos.

Investigadora: – E o que é que fizeste aqui em baixo? (apontando para o desenho).

Tobias: – Fiz os legos.

Investigadora: – Muito bem. E ao lado?

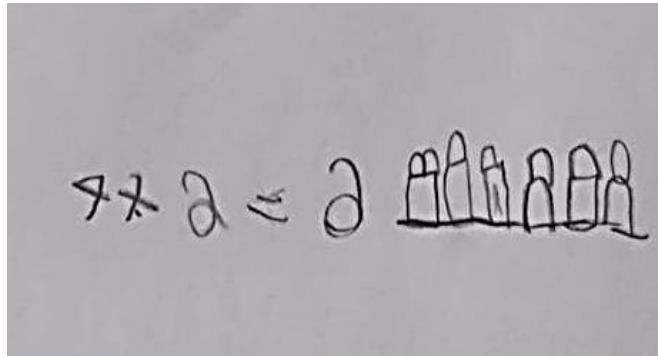
Tobias: – Fiz uma conta.

Investigadora: – E quanto é que deu essa conta?

Tobias: – Seis. Faltam seis blocos para arrumar.

Conjugando a representação gráfica, com a representação aritmética, o Tobias apresentou o resultado do problema através de uma soma (ver figura 3.30), referindo que faltavam arrumar seis blocos.

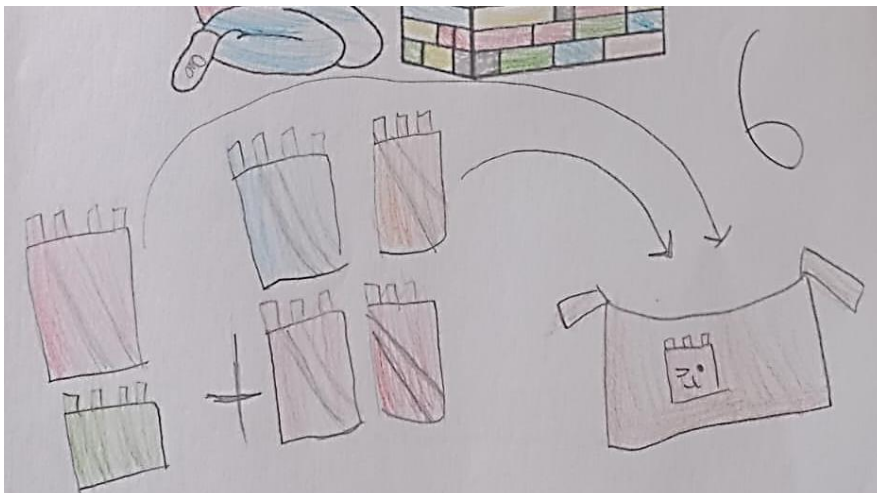
Figura 3.30. Resolução do Tobias [6.º problema].



O resultado foi obtido através da soma das quatro peças que estavam no chão, com as duas peças que estavam em cima da cama. De realçar, que o número seis está escrito em “espelho”, podendo isto significar que o aluno começou recentemente a utilizar a representação numérica e a designação dos números, não demonstrando tanta proficiência como os anteriores colegas.

Outro aluno, incluiu a representação gráfica, na representação numérica, mas de uma forma mais conectada. A maioria das articulações apresentadas e analisadas até ao momento, demonstrava uma tendência para a separação das representações. Ao resolver o problema seis, o Carlos optou por misturar as representações, apresentando uma representação em que uma representação depende da outra (ver figura 3.31).

Figura 3.31. Resolução do Carlos [6.º problema].



Na sua apresentação, o Carlos referiu o seguinte:

Carlos: – Eu fiz uma caixa, os legos e depois fiz setas a apontar para a caixa.

Investigadora: – E o que é que fizeste mais? Consegues explicar?

Carlos: (observa o seu trabalho) – Depois fiz o seis para finalizar a conta.

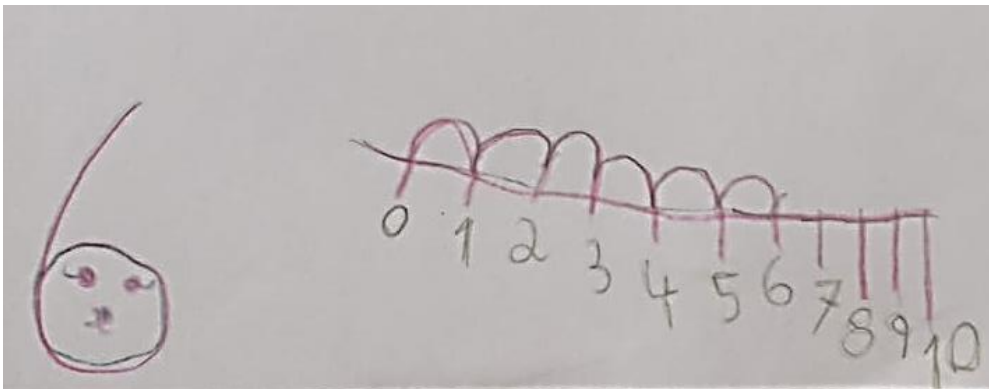
Investigadora: – Então quantos Lego é que faltavam arrumar?

Carlos: – Seis.

O Carlos começou por desenhar os Lego que estavam em falta dentro da caixa, colocou o sinal “+” entre a quantidade que estava em cima da cama e a que estava no chão, finalizando a conta, apresentando o número seis. Este aluno construiu a operação, substituindo a designação das parcelas pelo desenho da respetiva quantidade.

Também a reta numérica surgiu, novamente, como estratégia de resolução. Outra aluna optou por esta representação numérica ou aritmética para solucionar a situação problema (ver figura 3.32), dando “saltos” com os valores das peças em falta, resultando no número seis.

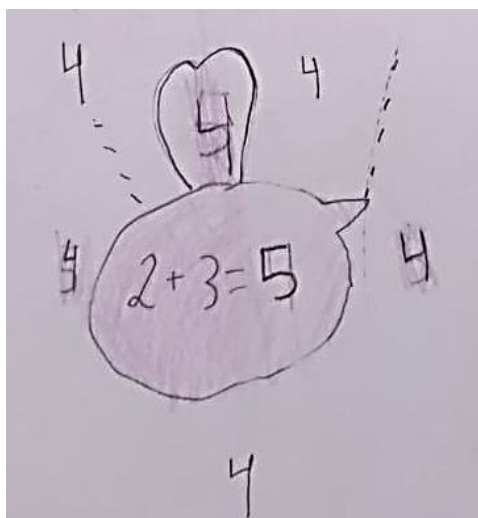
Figura 3.32. Resolução da Sílvia [6.º problema].



À medida que as intervenções se iam sucedendo, a representação numérica foi sendo cada vez mais procurada e utilizada pelos alunos, não só pelo avanço no percurso escolar, mas também pelas apresentações daqueles que já conheciam esta tipologia de representação e a apresentavam aos colegas.

Nas resoluções do sétimo problema, este aumento da utilização da representação aritmética, foi notável. Apesar de muitos não terem completado a sua resolução, optaram por esta tipologia de representação para apresentar aquilo que sabiam fazer. A Teresa foi, novamente, umas das alunas que optou por este tipo de representação (ver figura 3.33).

Figura 3.33. Resolução da Teresa [7.º problema].



Começou por somar as quantidades de livros lidos, resultando no número cinco e depois apresentou a designação do número quatro. Porém, não demonstrou como chegou ao número quatro. Presume-se que a aluna tenha calculado, mentalmente, a diferença entre nove e cinco, mas não conseguiu transpor esse cálculo para o papel.

Assim como ela, outros alunos também procederam apenas à soma das quantidades de livros lidas. Por outro lado, alguns alunos demonstraram a diferença entre a quantidade total e a quantidade de livros lida, mas não demonstraram esta adição. Tanto o Tiago, como o Jorge procederam à subtração, mas não demonstraram a adição.

Em diálogo com a investigadora, o Tiago referiu o seguinte:

Tiago: – Menos... Eu fiz nove menos cinco, é igual a quatro.

Investigadora: – E porque é que fizeste nove menos cinco?

Tiago: – Porque é igual a quatro. A quantidade que o menino não leu.

Investigadora: – Muito bem, mas de onde é que veio o nove?

Tiago: – São os livros todos.

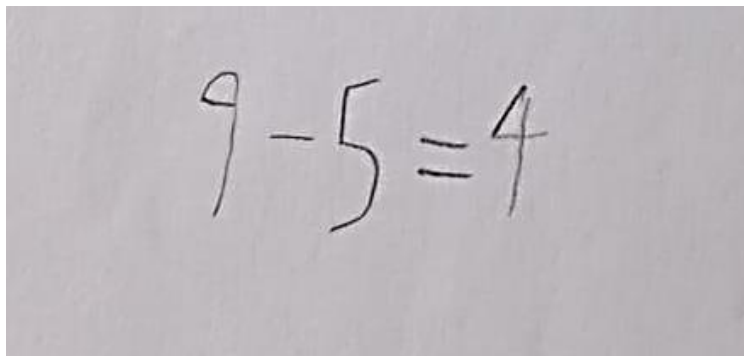
Investigadora: – E o cinco?

Tiago: – São os livros que o menino leu.

Através deste diálogo, é possível perceber que o aluno compreendeu que deveria fazer a diferença entre a quantidade total de livros e a quantidade de livros lida, para chegar à

quantidade livros que ficaram por ler (ver figura 3.34). Porém, pressupõe-se que o aluno tenha feito a adição das quantidades lidas mentalmente, e não considerou necessário colocar no papel.

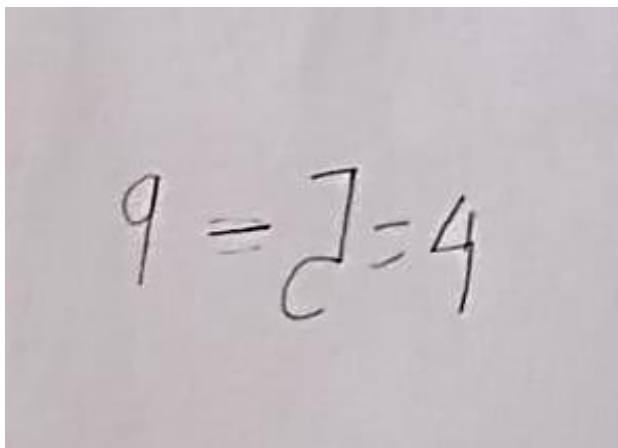
Figura 3.34. Resolução do Tiago [7.º problema].



A photograph of a piece of paper with the handwritten equation $9 - 5 = 4$ written in black ink.

Assim como o Tiago, o Jorge também procedeu à mesma subtração e não demonstrou a adição das quantidades de livros que já tinham sido lidos (ver figura 3.35).

Figura 3.35. Resolução do Jorge [7.º problema].

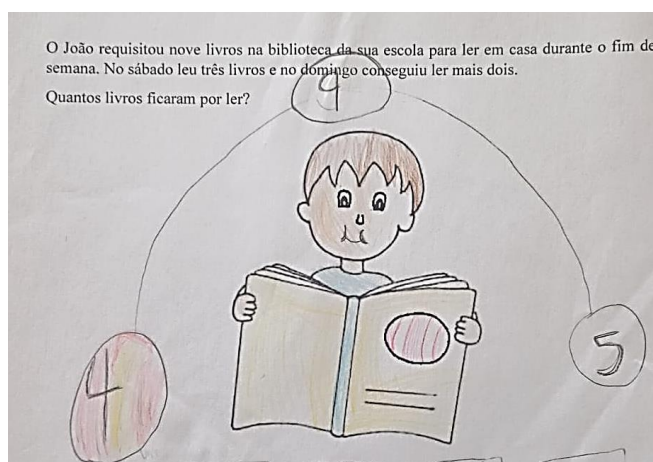


A photograph of a piece of paper with the handwritten equation $9 = 5 = 4$ written in black ink. The number 5 is written in a mirrored, 'backwards' style.

Salienta-se que, apesar de terem representações idênticas, há uma diferença entre a resolução do Jorge e do Tiago. O Jorge designou o número cinco “em espelho”, demonstrando que ainda não está no mesmo nível de proficiência que o Tiago, mas mesmo assim arriscou a fazer a representação numérica.

Envolvendo também um raciocínio aritmético, o Carlos optou pela representação numérica, mas em formato de esquema (ver figura 3.36).

Figura 3.36. Resolução do Carlos [7.º problema].



Este aluno optou por desenhar três círculos à volta da personagem, um do lado direito, outro do lado esquerdo e outro por cima. Colocou dentro do círculo da esquerda o número quatro, e dentro do círculo da direita o número cinco. No círculo de cima, colocou o número nove, interligando-o com os outros dois. Pressupõe-se que o cinco representa o número de livros lidos e o quatro o número de livros que ficaram por ler, uma vez que o círculo onde está o quatro está colorido, apresentando-se como a resposta do aluno ao problema.

Um dos alunos que apresentou o trabalho optou pela representação na reta numérica, referindo o seguinte:

Mateus: – Eu fiz uma reta numérica e depois saltei três vezes e deu quatro. Depois rodeei o quatro e coloquei um certinho.

Investigadora: – Usaste a reta numérica e deste quantos saltinhos?

Mateus: – Três.

Investigadora: – Porquê três?

Mateus: – Porque o quatro vem a seguir ao três.

Investigadora: – Mas como é que chegaste ao quatro?

Mateus: – Usando a cabeça.

Investigadora: – Mas eu queria perceber como é que pensaste. Percebi que usaste uma reta numérica.

Mateus: – Eu podia usar contas.

Investigadora: – Em que contas é que pensaste?

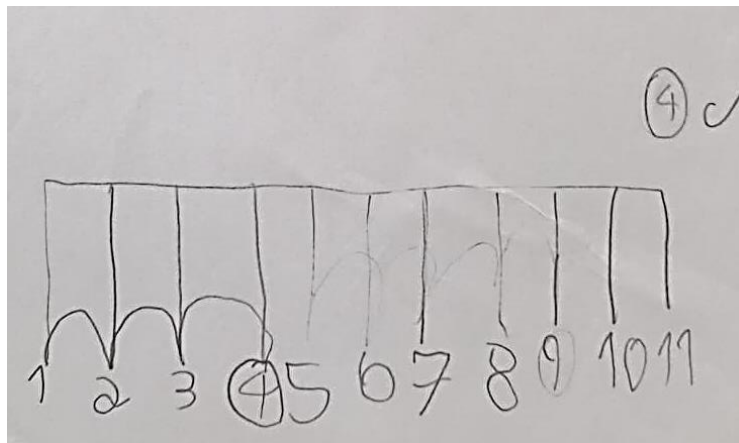
Mateus: – Três mais um que dá quatro.

Investigadora: – E porquê três mais um?

Mateus: – Porque eu quis.

Através do diálogo apresentado, é possível afirmar que o Mateus não sabia justificar o seu resultado, nem explicar como pensou. Porém, ao analisar a produção deste aluno, é possível constatar que este tinha dado “saltos” na reta numérica até ao número nove, mas depois apagou, voltando ao quatro (ver figura 3.37).

Figura 3.37. Resolução do Mateus [7.º problema].



É possível que o aluno tenha dado os “saltos” necessários até chegar ao número total de livros requisitados e depois tenha apagado a quantidade que foi lida, primeiro três livros e depois outros dois, regressando ao número quatro, como se pode ver na sua resolução. Contudo, uma vez que o aluno não conseguiu justificar o seu trabalho, não se pode afirmar com certeza que tenha sido esta a sua forma de resolver o problema.

Para terminar as intervenções, foi implementado o oitavo problema que, como referido, instigou dificuldades nos alunos. Como o problema envolvia cálculo combinatório, muitos optaram, como referido, pela representação gráfica. Porém, houve quem arriscasse em representar numericamente e chegasse a todas as hipóteses possíveis, como o caso do Carlos, que referiu o seguinte:

Carlos: – Eu fiz as formas.

Investigadora: – Mas como é que as fizeste?

Carlos: – Fiz cinco rosas.

Investigadora: – Cinco rosas?

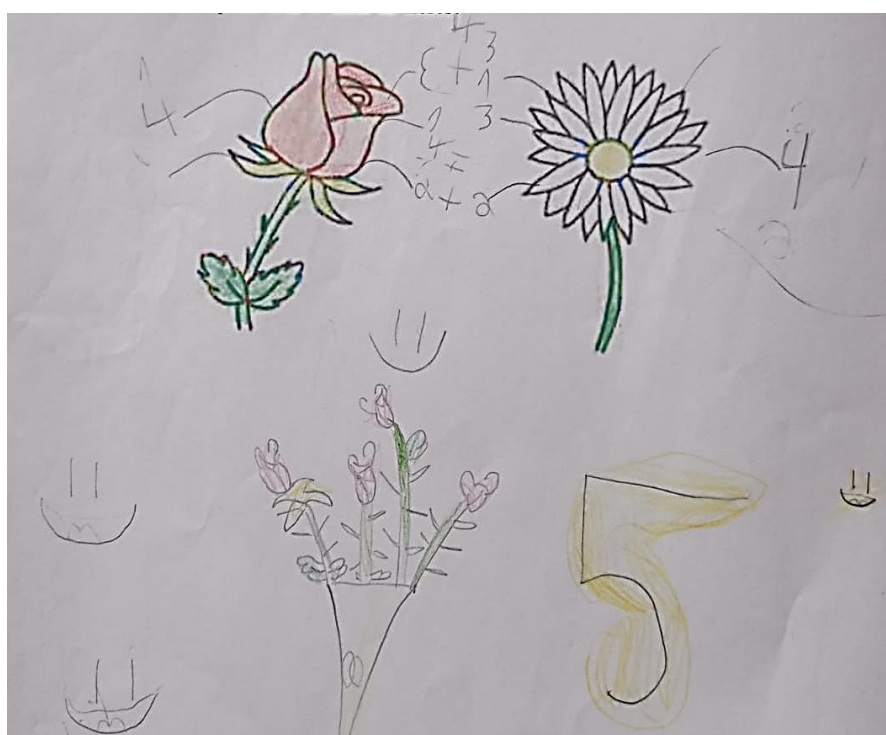
Carlos: – Não, quatro rosas e depois fiz três mais um e um mais três.

Investigadora: – Então de quantas formas conseguimos compor o nosso ramo?

Carlos: – Cinco.

Através do diálogo apresentado, é possível perceber que o Carlos conseguiu chegar a todas as combinações possíveis, conseguindo representá-las aritmeticamente (ver figura 3.38).

Figura 3.38. Resolução do Carlos [8.º problema].



O Carlos foi traçando ligações entre as flores do enunciado e realizou as operações “3+1” e “2+2” representando cada parcela, a quantidade de um tipo de flor. As restantes formas foram representadas de forma verbal, escrevendo a designação do número quatro, ao lado de cada flor, representando respetivamente $4 + 0$ e $0 + 4$.

A resolução da Carla foi semelhante, a aluna também optou pela representação numérica e conseguiu representar todas as hipóteses possíveis. Em diálogo com a investigadora, referiu o seguinte:

Carla: – Eu fiz duas rosas e duas margaridas.

Investigadora: – Fizeste como?

Carla: – Fiz contas.

Investigadora: – E que outras contas é que fizeste?

Carla: – Fiz três rosas e uma margarida e depois fiz três margaridas e uma rosa.

Investigadora: – Ou seja, inverteste as flores. E mais?

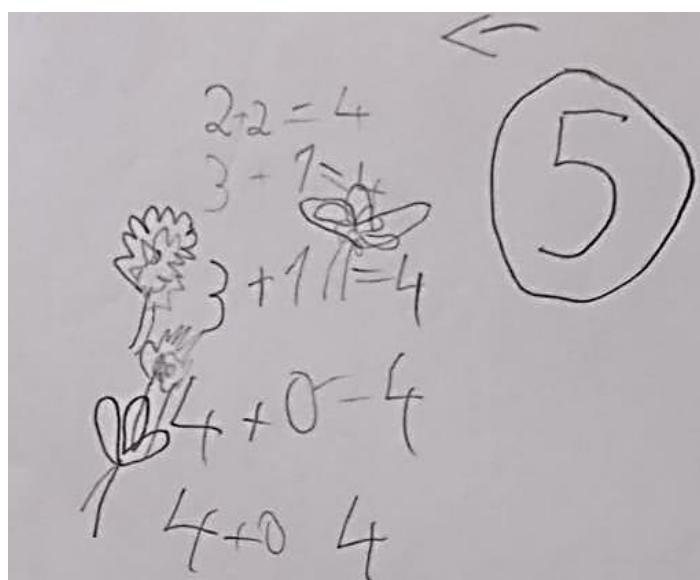
Carla: – Depois fiz quatro rosas e depois fiz quatro margaridas.

Investigadora: – Então de quantas formas é que podemos fazer o nosso ramo?

Carla: – Cinco.

Esta aluna, assim como o Carlos, construiu adições, em que cada um dos fatores representa a quantidade de uma determinada flor (ver figura 3.39).

Figura 3.39. Resolução da Carla [8.º problema].



Diferente do colega, a Carla conseguiu representar em adição as combinações possíveis e igualar as somas a quatro, finalizando as operações.

À medida que as intervenções se foram sucedendo, a representação numérica foi sendo cada vez mais utilizada. Determinados alunos, demonstraram uma maior tendência para este tipo de representação, o que pode significar que tiveram mais contacto com a aritmética, que os restantes colegas, quer tenha sido na educação pré-escolar, ou em casa. Contudo, nas últimas intervenções, mais alunos apostaram nas operações numéricas, mais exatamente na adição, o que pode representar uma consequência das apresentações daqueles alunos que já detinham algum conhecimento acerca desta tipologia de representação.

A partilha das resoluções de vários alunos, com recurso a várias tipologias de representação, alargou o leque de estratégias de resolução de todos os alunos. Para aqueles que não conheciam a representação numérica, a intervenção educativa foi mais benéfica, munindo-os de mais formas de solucionar problemas matemáticos.

Representações matemáticas

O cruzamento entre as produções dos alunos e os diálogos entre os participantes e a investigadora, permitiu concluir e esclarecer vários aspetos relacionados com as estratégias de resolução de problemas dos alunos de 1.º ano de escolaridade. A representação gráfica foi a tipologia mais recorrente entre as resoluções dos alunos, todavia, este acontecimento era expectável, uma vez que na educação pré-escolar, como referido, a representação simbólica é enriquecida e alargada partindo dos hábitos dos alunos, como desenhar, colorir, etc. Como tal, esta tipologia de representação surge como a maior aliada dos alunos, desta faixa etária, ao solucionarem problemas matemáticos.

Por outro lado, apesar de se esperar a ausência de representações algébricas e verbais no decorrer da intervenção educativa, a segunda tipologia acabou por surgir na resolução de determinados problemas. O primeiro problema, nomeadamente, aparenta ter levado a que os alunos optassem pela representação verbal, uma vez que apenas envolvia a ordenação, testemunhando que a natureza dos problemas matemáticos pode influenciar a escolha dos alunos acerca do tipo de representação a utilizar. Além disso, embora se esperasse que os alunos não tivessem competência de escrita, uma vez que estavam no início do processo de aquisição desta, alguns demonstraram possuir alguma capacidade de registo formal, contrariando as expectativas e conseguindo escrever algumas palavras, letras ou números relacionados com os problemas.

Por fim, a representação numérica ou aritmética, surgiu como a maior novidade e na qual os alunos apresentaram o maior desenvolvimento, pois apesar de se esperar que alguns alunos tivessem conhecimento de determinadas operações aritméticas, nomeadamente a adição, surgiram outras representações relacionadas com estas operações, que demonstraram que certos participantes já possuíam algum conhecimento acerca do ramo da aritmética. Outros participantes foram criando e fortalecendo o seu conhecimento numérico, aumentando o número de vezes em que esta tipologia de representação surgiu entre as produções dos alunos e aumentando a variedade de criações relacionadas com esta tipologia de representação.

Face a esta apreciações, é possível afirmar que, de forma geral, os participantes já tinham desenvolvidas noções matemáticas, corroborando com o referido no documento orientador das OCEPE (ME/DGE, 2016), quando menciona que estas são desenvolvidas desde a educação pré-escolar, uma vez que foi notória a detenção de certos conceitos matemáticos por parte de alguns alunos. Por outro lado, a capacidade de resolução de problemas, apesar de, obviamente, não ter sido introduzida de forma formal, também se demonstrou presente em alguns alunos, o que influenciou positivamente o seu desempenho durante a resolução das atividades propostas.

Concordando com o referido por Stylianou (2011, citado em Velez, 2020), as representações utilizadas, permitiram compreender aprofundadamente o raciocínio dos alunos, dado que, conseguiu-se compreender a forma de pensar mesmo dos alunos que não apresentaram o seu trabalho ou não conseguiram explicar o seu raciocínio. Em alguns casos, os próprios alunos, ao observar as suas representações, conseguiram corrigir-se e avivar a sua memória, lembrando o seu raciocínio. Desta forma, comprova-se que as representações fomentam a autocompreensão e permitem comunicar o raciocínio matemático.

Para terminar, com base na variedade de representações e no desenvolvimento evidente das estratégias de resolução de problemas fomentado nos alunos, afirma-se que a intervenção educativa foi relevante na trajetória dos participantes, demonstrando-lhes a importância de conhecer várias tipologias de representação, permitindo-lhes, consequentemente, compreender mais aprofundadamente a área da matemática.

Considerações finais

O último segmento do presente relatório engloba as respostas às questões de investigação, as limitações e dificuldades sentidas durante o processo de construção e algumas sugestões de melhoria para o caso de prosseguir com o estudo. Por fim, será apresentada a apreciação da investigadora, não só relativamente à presente investigação, mas também acerca do seu percurso na Prática de Ensino Supervisionada.

Reiterando o referido, as questões de investigação incidiam sobre o tipo de representações matemáticas, utilizadas por alunos de 1.º ano de escolaridade ao resolverem problemas matemáticos, e se estas refletem uma possível escolarização na educação pré-escolar. Respondendo à primeira questão, partindo do que foi obtido na análise dos dados, os participantes recorreram, maioritariamente, à representação gráfica para solucionar os problemas propostos. Por outro lado, a representação algébrica foi inexistente no decorrer da intervenção educativa, mas apesar de se considerar que o mesmo se verificaria com a representação verbal, esta surgiu, principalmente, nas resoluções do primeiro problema. Como referido, este facto pode dever-se à natureza do problema que convida os alunos a recorrer a esta tipologia de representação. A representação numérica ou aritmética foi padecendo de um aumento de aplicações no decorrer da recolha de dados, notando-se um aumento dos participantes que a esta tipologia recorriam, todavia, alguns elementos da turma utilizaram desde o início, transparecendo um conhecimento superior acerca de algumas operações básicas.

Através desta análise da tipologia de representações matemáticas, é possível inferir que em determinados participantes, nomeadamente naqueles que demonstraram desde o início, algum conhecimento acerca das operações numéricas, tenham passado por momentos de escolarização anteriores à sua entrada no 1.º ano de escolaridade. Contudo, apesar de se supor que estes tenham ocorrido no período de educação pré-escolar e sabendo que em determinados jardins de infância ocorrem conjunturas idênticas às observadas na escolarização, na verdade não se pode afirmar com certeza, que tenha sido o caso nestes participantes. Em diálogo com o docente titular, foi possível compreender que os alunos possuem trajetórias diferentes, vindo de jardins de infância e de contextos familiares distintos, como seria expectável. Deste modo, é possível afirmar que ocorreram momentos de escolarização no percurso pré-escolar de alguns participantes, mas não se pode declarar que tenham ocorrido em contexto de jardim de infância.

Relativamente às limitações e dificuldades sentidas no decorrer da investigação, estas referem-se, essencialmente, ao processo de recolha de dados. Ao proceder às várias intervenções, foi notória a irregularidade na assiduidade de alguns alunos, o que fez com que não fosse possível aplicar todos os problemas com todos, não observando assim como seria o seu desempenho em todas as implementações. Porém, uma vez que foram construídos oito problemas, esta limitação foi colmatada, em parte, pois obtiveram-se mais resultados, mesmo dos alunos que não participaram em todas as aulas da intervenção educativa. Além disso, também os hábitos de apresentação dos alunos foram uma dificuldade, mas era espectável dada a faixa etária dos participantes. Alguns alunos, não quiseram apresentar, mesmo tendo sido dada a oportunidade de o fazerem apenas para a investigadora e para o docente titular, todavia a timidez e o desconforto prevaleceram e houve a necessidade de escolher outros alunos para apresentar. Por fim, estava idealizado dedicar mais tempo ao aluno com transtorno do espectro do autismo, porém, visto tratar-se de uma turma de 1.º ano de escolaridade, todos os alunos requerem mais tempo e atenção, não sobrando tanto tempo quanto se gostaria para acompanhar este aluno com necessidades educativas específicas. Como tal, a presença e cooperação do docente titular foi indispensável à realização e sucesso da intervenção educativa.

Apesar das dificuldades sentidas, a investigação promoveu um maior conhecimento e compreensão acerca das estratégias de resolução dos alunos no início da escolaridade e levantou algumas questões que poderiam ser respondidas, mediante alterações e acrescentos na investigação. A presente investigação levantou a dúvida se a natureza dos problemas matemáticos influencia a escolha de representação dos alunos ao solucioná-los. Como tal, caso se prosseguisse com a investigação, apresentar-se-ia mais problemas de origem qualitativa, como o primeiro problema, ao longo da intervenção educativa e em diferentes momentos, para verificar se a maioria dos alunos recorreria ou não à representação verbal, como aconteceu com a turma participante. Além disso, apesar de se verificar que ocorreram momentos de escolarização no período pré-escolar de alguns alunos, não se comprovou que estes ocorreram na educação pré-escolar. Posto isto, despende-se mais tempo, antes de avançar para a recolha dos dados, para compreender a experiência antecedente dos alunos, consolidando a fase de diagnóstico. Esta envolveria entrevistas individuais aos participantes, focadas não só no contexto familiar dos alunos, mas também nas práticas e hábitos criados e desenvolvidos na educação pré-escolar.

Desta forma, tornar-se-á possível fundamentar a perspetiva acerca da escolarização prévia à entrada dos alunos no 1.º ano de escolaridade.

Como referido, a presente investigação promoveu um conhecimento aprofundado acerca da temática em estudo e permitiu compreender a perspetiva dos alunos acerca da resolução de problemas. Deve ser dada liberdade aos alunos para poderem resolver os problemas, mediante os seus conhecimentos e decisões, solucionando-os da forma com que se sentirem mais confortáveis. Cada aluno tem a sua forma de ser, como tal tem a sua forma de explicar e apresentar os resultados. Assim, não se pode exigir que todos os alunos aprendam, compreendam e resolvam ao mesmo ritmo, muitos menos, do mesmo modo. Além disso, no decorrer da intervenção educativa, tornou-se evidente o benefício da partilha e discussão das resoluções, em grande grupo. Principalmente, com uma turma de primeiro ano de escolaridade, em que não só foram apreendidos novos conhecimentos e, neste caso, tipologias de representação, mas também foi fomentada a comunicação oral, capacidade indispensável no decorrer do percurso escolar dos alunos.

Antes de terminar, é imprescindível referir como, não só a investigação, mas também toda a prática de ensino supervisionada, foram cruciais no desenvolvimento de competências essenciais à docência. Todas as aulas pensadas, planeadas e concretizadas foram uma pequena amostra fundamental do que o futuro aguarda e evidenciaram-se como a parte mais marcante e enriquecedora do percurso da futura profissional de educação. Todo o tempo dedicado à prática de ensino, foi tempo investido no futuro, fomentando a adaptabilidade, a flexibilidade e a tolerância necessárias ao correto desempenho da função de docente.

Referências bibliográficas

- Amado, N. (2022). Representações múltiplas no ensino e aprendizagem da matemática. *Educação e Matemática*, 166, 2-6.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora, 1999.
- Direção-Geral da Educação (s.d.). Aprendizagens Essenciais. (website).
- Gonçalves, T. N. R. (2010). Investigar em educação: Fundamentos e dimensões da investigação qualitativa. In M. Alves, & N. Azevedo (Eds.). *Investigar em educação: Desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado* (pp. 39-63). UIED.
- Guerreiro, A., Tomás Ferreira, R., Menezes, L. & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23 (44), 279 – 295.
- Hamido, G. & Azevedo, N. (2013). Investigar em educação: reflexões e perspetivas multidisciplinares. *Interações*, 27, 1-12.
- Minayo, M., & Costa, A. (2018). Fundamentos Teóricos das Técnicas de Investigação Qualitativa. *Revista Lusófona de Educação*, 40, 139-153.
- ME/DGE (2021). *Aprendizagens essenciais – 1.º ciclo do ensino básico – matemática*. Editorial do Ministério da Educação – Direção-Geral da Educação.
- ME/DGE (2021). *Aprendizagens essenciais – 2.º ciclo do ensino básico – matemática*. Editorial do Ministério da Educação – Direção-Geral da Educação.
- ME/DGE (2021). *Aprendizagens essenciais – 3.º ciclo do ensino básico – matemática*. Editorial do Ministério da Educação – Direção-Geral da Educação.
- ME/DGE (2016). *Orientações curriculares para a educação pré-escolar*. Editorial do Ministério da Educação – Direção-Geral da Educação.
- ME/DGE (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Editorial do Ministério da Educação – Direção Geral da Educação.

- Patrício, R. (2022). *O impacto do ensino exploratório na aprendizagem de relações e regularidades em matemática: Uma experiência no 2.º ciclo*. [Relatório de Prática de Ensino Supervisionada, Instituto Politécnico de Lisboa]. Repositório do Instituto Politécnico de Lisboa.
- Piedade, B. & Reis, S. (2019). O que é um problema matemático? – Conceções de alunos do 4.º ano de escolaridade. *Interações*, 50, 180-196.
- Rosa, M. C. M. F. (2013). *A matemática na transição do pré-escolar para o primeiro ciclo: Importância e dificuldades percebidas pelos professores e educadores*. [Dissertação de mestrado, ISPA - Instituto Universitário]. Repositório do Instituto Universitário.
- Vale, I, Pimentel, T. & Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, 14(2), 39–60.
- Varela, E. (2020). *A importância da resolução de problemas no desenvolvimento do raciocínio matemático no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Instituto Superior de Educação e Ciências, Lisboa, Portugal.
- Velez, I. M. P. (2020). *Tarefas na sala de aula: prática letiva de professores do 3.º ano com representações matemáticas*. [Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa.

Índice de apêndices

| | |
|--|----|
| Apêndice 1 – Declaração de Consentimento Informado..... | 65 |
| Apêndice 2 – Plano de Intervenção Educativa | 66 |
| Apêndice 3 – Problemas matemáticos ordenados por ordem de implementação..... | 67 |

Apêndice 1 – Declaração de Consentimento Informado



Declaração de Consentimento Informado

Eu, Encarregado de Educação do/a aluno/a _____, nº ____, do 1.º ano da Escola Básica Vale de Silves, autorizo o meu educando a participar num estudo académico sobre as representações matemáticas na resolução de problemas, através da captação de imagem e áudio do meu educando no âmbito deste estudo.

Esta recolha de dados faz parte de um projeto de investigação com vista à elaboração do relatório da prática de ensino supervisionada, sobre Representações matemáticas na resolução de problemas no 1.º ano de escolaridade, orientado pelo professor António Guerreiro da Universidade do Algarve. Toda a informação recolhida será anónima e destina-se exclusivamente para fins académicos.

Muito obrigada pela sua colaboração.

A investigadora,

Beatriz Marques Alves

Loulé, ____ de _____ de 2023

O Encarregado de Educação

Plano de Intervenção Educativa

Área curricular: Matemática.

Turma: 1.º ano do 1.º ciclo de ensino básico (5-7 anos).

Duração: 90 minutos (noventa minutos).

Tópico: Resolução de problemas.

Data: 22, 23 e 29 de novembro de 2023 e 8, 9, 10,11 e 17 de janeiro de 2024.

Intencionalidade Pedagógica

O plano de intervenção educativa que se apresenta tem em vista a execução de oito momentos de intervenção no âmbito do estudo da investigação, com o objetivo de analisar as representações matemáticas de alunos de 1.º ano ao solucionar uma série de problemas matemáticos. Como referido, este plano prevê oito intervenções, em cada uma delas será apresentada uma situação-problema diferente, à qual os alunos terão de dar resposta recorrendo a uma ou várias representações.

O trabalho realizado é proposto individualmente, ou seja, cada aluno fará a(s) sua(s) representação(ões) o que fornecerá informação relativa ao raciocínio de cada um.

Caracterização da turma

A turma participante frequenta o 1.º ano de escolaridade do 1.º CEB e é composta por vinte e quatro alunos, nove meninas e quinze meninos, com idades compreendidas entre os cinco e os sete anos. Por se tratar de uma turma de 1.ºano, nenhum aluno detém quaisquer medidas de apoio à aprendizagem e à inclusão, porém está integrado um aluno com transtorno do espectro do autismo. Apesar da sua condição, este aluno acompanha o trabalho dos colegas e como tal, está previsto que participe no estudo.

Objetivos da intervenção educativa

Conteúdos de aprendizagem

1. “Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas” (Aprendizagens essenciais de matemática - 1º ano, 2021, p.13).
2. “Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas” (Aprendizagens essenciais de matemática - 1º ano, 2021, p.14).
3. “Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema” (Aprendizagens essenciais de matemática - 1º ano, 2021, p.14).

Competências e valores previstos no PASEO

1. “Aspirar ao trabalho bem feito, ao rigor e à superação; ser perseverante perante as dificuldades; ter consciência de si e dos outros; ter sensibilidade e ser solidário para com os outros.” (Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, 2017, p. 17)
2. “Desenvolver o pensamento reflexivo, crítico e criativo; procurar novas soluções e aplicações.” (Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, 2017, p. 17)

Material

- Folha de registos com o enunciado;
- Material de escrita;
- Quadro interativo;
- Palitos (na 2ª intervenção);
- Bonecos (na 3ª e 5ª intervenções);
- Rebuçados (na 4ª intervenção);
- Peças de Lego (na 6ª intervenção);
- Livros para a infância (na 7ª intervenção);
- Flores artificiais (na 8ª intervenção).

Fases da intervenção educativa

1º fase: Apresentação da atividade (20 minutos)

Cada intervenção, dada a faixa etária dos participantes, é iniciada com a revisão das várias etapas de resolução de um problema: compreensão do problema, identificação dos dados necessários para o solucionar, delineação da estratégia e execução da mesma. De seguida, é procedida a leitura faseada do enunciado pela investigadora, através da projeção no quadro interativo e recorrendo a materiais para exemplificar, e, no final, dada a voz aos alunos caso necessitem de ver esclarecido o significado de alguma palavra. Por fim, é reiterado o que deve ser feito na folha e entregue uma ficha por aluno.

2ª fase: Trabalho autónomo (35 minutos)

Após terem o material necessário, cada aluno procede à resolução da situação problema, individualmente. Ao longo deste período, a investigadora vai circulando pela sala para auxiliar, caso existam dúvidas, e para selecionar os alunos que vão apresentar com base

nas representações utilizadas. Após resolverem o problema, é dado um tempo para colorirem a ilustração.

3ª fase: Apresentação dos resultados em grande grupo (25 minutos)

Solucionado o problema, é solicitado a três alunos que apresentem ao grande grupo a sua resolução. À medida que vão apresentando, a investigadora procede ao questionamento acerca de alguns aspetos do trabalho, com o intuito de compreender o raciocínio dos alunos e a sua representação.

4º fase: Síntese acerca do trabalho realizado (10 minutos)

No final das apresentações é solucionada, em grande grupo, a situação-problema e feita uma síntese acerca do trabalho realizado.

Apêndice 3 – Problemas matemáticos ordenados por ordem de implementação

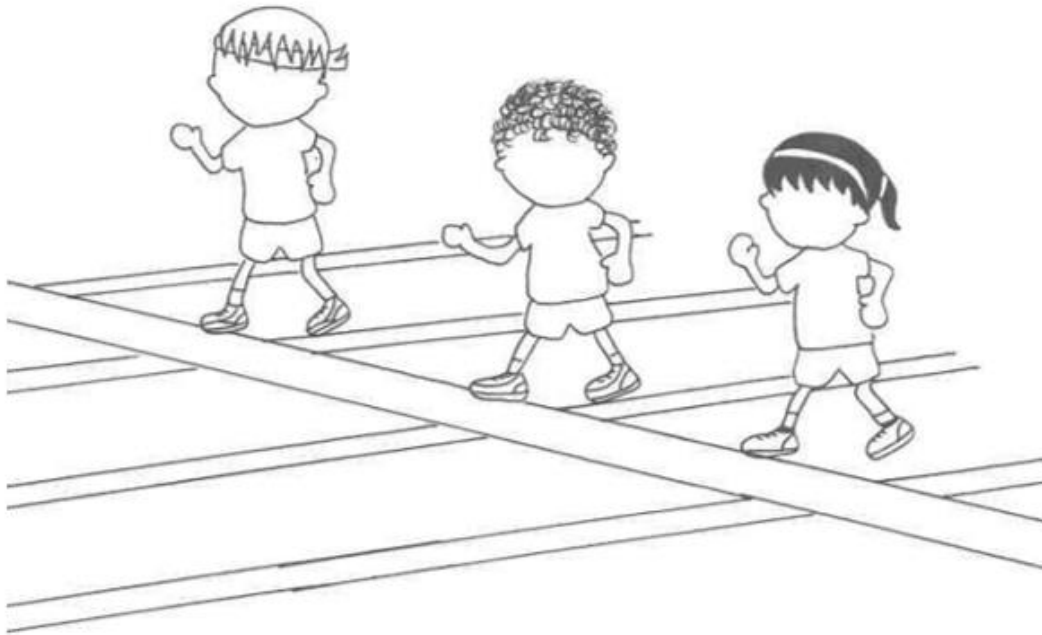
Ano letivo 2023/2024
1.º ano

Nome: _____

A Ana, o Paulo e o João disputaram uma corrida.

O João chegou depois da Ana. A Ana não chegou em primeiro lugar.

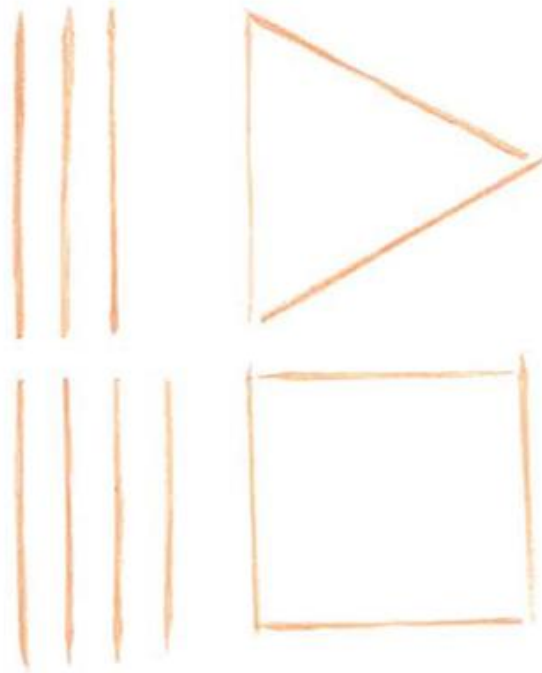
Quem chegou em primeiro lugar? E em segundo?



Nome: _____

A Fátima quer construir figuras geométricas com palitos. Para construir um quadrado precisa de quatro palitos e para construir um triângulo precisa de três.

Quantos palitos precisa para construir dois triângulos e um quadrado?



Nome: _____

O Mário, a Gabriela e a Teresa vão enviar, cada um, um postal ao pai natal. Cada um vai colorir o seu postal e, para que fiquem mais bonitos, vão colocar um selo com a imagem de duas renas em cada postal.

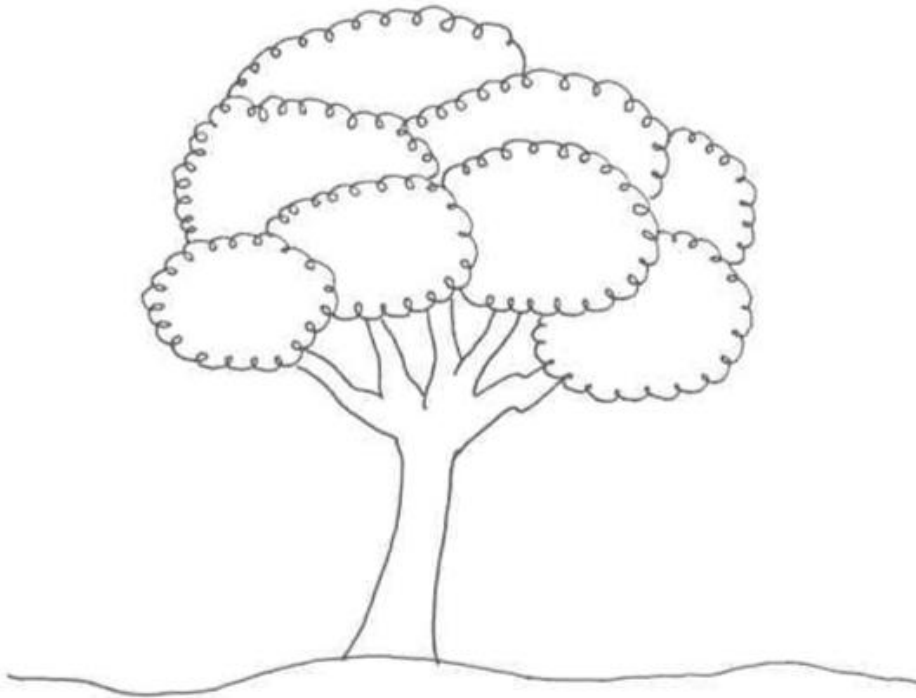
Quantas renas aparecerão na totalidade dos postais?



Nome: _____

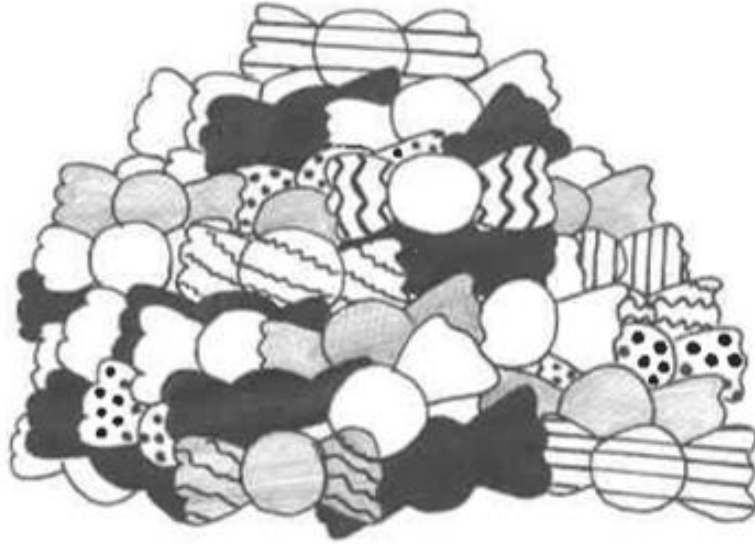
O Paulo quer plantar alfarrobeiras na sua quinta durante quatro dias. Vai começar por plantar uma alfarrobeira no primeiro dia, duas no segundo, sempre plantando mais uma que no dia anterior.

Quantas alfarrobeiras terá plantado ao fim dos quatro dias?



Nome: _____

A Maria comprou nove rebuçados e quer dá-los aos seus três filhos. Sabendo que ela vai dar o mesmo número de rebuçados a cada filho, quantos rebuçados cada um vai receber?



Nome: _____

O pai da Sofia pediu-lhe que arrumasse os seus Lego dentro da caixa para o quarto dela ficar mais arrumado. Passado uma hora estavam sete peças dentro da caixa, quatro no chão e duas em cima da cama.

Quantas peças faltavam arrumar?



Nome: _____

O João requisitou nove livros na biblioteca da sua escola para ler em casa durante o fim de semana. No sábado leu três livros e no domingo conseguiu ler mais dois.

Quantos livros ficaram por ler?



Nome: _____

A Bruna quer compor um ramo de flores para oferecer à sua tia no seu aniversário. Ela quer que o ramo tenha quatro flores. Pode escolher utilizar só rosas, rosas e margaridas, ou só margaridas.

De quantas formas pode ficar o ramo de flores?

