

João Pedro Alves Vaz Pinto

**O Impacto da COVID-19 no Índice PSI: Análise da Fronteira  
Eficiente e da Reta do Mercado de Capitais**



**UNIVERSIDADE DO ALGARVE**

FACULDADE DE ECONOMIA

2023

João Pedro Alves Vaz Pinto

**O Impacto da COVID-19 no Índice PSI: Análise da Fronteira  
Eficiente e da Reta do Mercado de Capitais**

**Dissertação de Mestrado em Finanças**

**Trabalho efetuado sob a orientação de:**

Professora Doutora Cristina Maria Pereira Viegas de Oliveira



**UNIVERSIDADE DO ALGARVE**

**FACULDADE DE ECONOMIA**

2023

# **O Impacto da COVID-19 no Índice PSI: Análise da Fronteira Eficiente e da Reta do Mercado de Capitais**

## **Declaração de Autoria do Trabalho**

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

**João Pedro Alves Vaz Pinto**

## **Direitos de cópia ou Copyright**

© **Copyright:** João Pedro Alves Vaz Pinto

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, uma palavra especial de agradecimento à minha orientadora, Professora Doutora Cristina Oliveira, pelo seu empenho, confiança depositada neste projeto e disponibilidade demonstrada ao longo de todo o caminho.

Ao corpo docente da Faculdade de Economia da Universidade do Algarve, expresso o meu sentimento de gratidão, por me terem proporcionado uma formação exemplar ao longo dos últimos 5 anos que certamente levarei para a vida.

À minha família e amigos, em especial aos meus pais e à Ana, agradeço por todas as palavras de apoio, incentivo e compreensão que me ajudaram a melhorar e alcançar os meus objetivos. Estou grato a todos os que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente nesta jornada e tornaram isto possível.

## RESUMO

O problema da seleção de carteiras de ativos é uma questão fundamental para todos os investidores que procuram alternativas que ofereçam as melhores soluções em termos do binómio retorno-risco. Em períodos de maior instabilidade financeira, as escolhas dos ativos podem resultar em perdas ou ganhos significativos para os investidores. Este trabalho explora o impacto da pandemia COVID-19 na construção de carteiras eficientes, utilizando a fronteira eficiente e a reta do mercado de capitais, como instrumentos para a seleção das carteiras.

A metodologia adotada baseia-se na análise da eficiência e otimização da relação entre o retorno e o risco associado às carteiras de investimento, utilizando o método de otimização da teoria da média-variância, desenvolvido por Markowitz.

Em termos empíricos, são calculadas a fronteira eficiente e a reta do mercado de capitais utilizando dados das ações pertencentes ao índice PSI, considerando dois períodos distintos: 2017-2019 e 2020-2022, este último incluindo o período da pandemia COVID-19. Além disso, é considerada uma análise alternativa excluindo o ano de 2020 do segundo período.

Os resultados revelam que as oportunidades de investimento se tornaram menos eficientes, em termos de média e variância, à medida que passamos do primeiro para o segundo período. A pandemia COVID-19 teve um impacto significativo na construção de carteiras, sendo o ano de 2020 o principal responsável pelos resultados negativos alcançados no segundo período de análise.

**Palavras-chave:** Teoria de Markowitz; Teoria da Média-Variância; Fronteira Eficiente; Reta do Mercado de Capitais; COVID-19; PSI.

## **ABSTRACT**

The portfolio selection problem is a fundamental issue for all investors seeking alternatives that offer the best solutions in terms of the risk-return trade-off. During periods of financial instability, asset allocations may lead to significant losses or gains for investors. This work explores the impact of the COVID-19 pandemic on the construction of efficient portfolios, using the efficient frontier and capital market line as tools for portfolio selection.

The methodology adopted is based on the analysis of efficiency and optimization of the risk-return trade-off associated with investment portfolios, using the mean-variance optimization method developed by Markowitz.

Empirically, the efficient frontier and capital market line are calculated using data from stocks belonging to the PSI index, considering two different periods: 2017-2019 and 2020-2022, with the latter including the COVID-19 pandemic period. Additionally, an alternative analysis excluding the year 2020 from the second period is also considered.

The results show that investment opportunities became less efficient, in terms of mean and variance, as we moved from the first to the second period. The COVID-19 pandemic had a significant impact on portfolio construction, with the year 2020 being the main driver of the negative outcomes observed in the second analysis period.

**Keywords:** Markowitz Portfolio Theory; Mean-variance theory; Efficient Frontier; Capital Market Line; COVID-19; PSI.

# ÍNDICE GERAL

Página

ÍNDICE DE FIGURAS .....	ix
ÍNDICE DE TABELAS .....	x
LISTA DE ABREVIATURAS .....	xi
Capítulo 1: INTRODUÇÃO .....	1
Capítulo 2: ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	3
2.1. Mercados acionistas globais e a pandemia COVID-19.....	3
2.2. Mercado bolsista português.....	6
2.3. Problemas da seleção de carteiras .....	9
2.4. Teoria moderna de carteiras .....	9
2.4.1. Teoria da Média-Variância.....	11
2.4.2. Extensões da teoria de Markowitz.....	12
2.5. Desafios da Teoria da Média-Variância na seleção de carteiras.....	14
Capítulo 3: METODOLOGIA .....	17
3.1. Base de dados .....	17
3.2. Métodos.....	18
Capítulo 4: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	21
4.1. Análise da Fronteira Eficiente .....	21
4.1.1. Análise comparativa das fronteiras eficientes .....	26
4.2. Introdução do ativo isento de risco .....	27
Capítulo 5: CONCLUSÃO .....	32
5.1. Conclusões gerais.....	32
5.2. Investigação futura .....	33
5.3. Limitações .....	34
Referências bibliográficas.....	35
Apêndice 1 – Matrizes de Variância-Covariância (2017-2019 e 2020-22).....	38

Apêndice 2 – Matriz de Variância-Covariância (2021-2022).....	39
---	----

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Índice de volatilidade CBOE.....	5
Figura 2 – Evolução dos principais índices bolsistas globais.....	6
Figura 3 – Número de empresas por tipo de indústria.....	7
Figura 4 – Evolução do índice PSI.....	8
Figura 5 – Volume de negociação do índice PSI.....	8
Figura 6 – O efeito do número de títulos no risco da carteira.....	10
Figura 7 – Distribuição de artigos com base no tipo de PSC.....	12
Figura 8 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017 a 2019).....	22
Figura 9 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2020 a 2022).....	24
Figura 10 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2021 a 2022).....	25
Figura 11 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017-2019 e 2020-2022).....	26
Figura 12 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017-2019, 2020-2022 e 2021-2022).....	27
Figura 13 – FE e RMC (Período de 2017-2019 e 2020-2022).....	28
Figura 14 – FE e RMC (Período de 2020-2022 e 2021-2022).....	30
Figura 15 – FE e RMC (Período de 2017-2019 e 2021-2022).....	30

## **ÍNDICE DE TABELAS**

Tabela 1 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2017-2019) .....	21
Tabela 2 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2020-2022) .....	23
Tabela 3 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2021-2022) .....	24

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

CBOE – *Chicago Board Options Exchange*

COVID-19 – *Coronavirus Disease 2019*

CVaR – *Conditional Value at Risk*

DAX – *Deutscher Aktienindex*

EUA – Estados Unidos da América

FE – Fronteira Eficiente

FTSE 100 – *Financial Times Stock Exchange 100*

OMS – Organização Mundial de Saúde

PIB – Produto Interno Bruto

PSC – Problema da Seleção de Carteiras

PSI – *Portuguese Stock Index*

RMC – Reta do Mercado de Capitais

S&P 500 – *Standard & Poor's 500*

TMV – Teoria da Média-Variância

UE – União Europeia

VaR – *Value at Risk*

VIX – *CBOE Volatility Index*

## **Capítulo 1: INTRODUÇÃO**

De acordo com o pressuposto da racionalidade económica, os investidores procuram selecionar as carteiras de investimento mais eficientes, optando assim por alternativas que oferecem as melhores soluções em termos do binómio risco-retorno. Desta forma, os investidores escolhem investir numa carteira que, para um determinado nível de risco, maximiza o retorno ou, para o mesmo nível de retorno, minimiza o risco (Garcia e Borrego, 2018).

Esta abordagem encontra a sua base no trabalho pioneiro de Markowitz (1952), que demonstrou a possibilidade de otimizar a alocação de ativos em carteiras, tendo em consideração a relação entre o risco e retorno. Assim, os investidores podem construir carteiras que proporcionem um equilíbrio entre o risco e o retorno, seguindo o princípio da racionalidade económica.

Com a crescente importância e preocupação em otimizar a relação entre risco e rentabilidade, surgiram várias questões relacionadas com a melhor estratégia de alocação entre diferentes ativos, com as medidas utilizadas para quantificar o risco e com os métodos para calcular o retorno. Assim, a disponibilidade crescente de ferramentas de otimização personalizadas e a procura constante por novos indicadores de avaliação de desempenho de portfólios são preocupações constantes tanto na investigação quanto na prática da gestão de aplicação de capitais (Ghahtarani, Saif e Ghasemi, 2022).

Os contributos de Markowitz (1952, 1959) deram origem à elaboração de diversos estudos e a um relevante modelo de seleção de carteiras, delineando a combinação de títulos que permite obter o maior retorno possível, levando em consideração o perfil e o nível de risco do investidor. Segundo esta Teoria da Média-Variância (TMV) proposta por Markowitz, é possível identificar um conjunto de carteiras de investimento eficientes situadas na Fronteira Eficiente (FE), representando assim o conjunto ótimo de oportunidades de investimento.

A teoria do mercado de capitais, que inclui o investimento em ativos isentos de risco, expressa no trabalho de Tobin (1958) e de Sharpe (1964), surge como uma extensão e aperfeiçoamento dos trabalhos de Markowitz. Esta teoria originou a representação da Reta do Mercado de Capitais (RMC), revelando um avanço significativo na gestão de carteiras de investimento.

Em períodos de crises económicas globais ou recessões, as escolhas de ativos poderão levar a perdas ou ganhos consideráveis para os investidores, tornando cada vez mais relevante compreender como reagir a outros tipos de imprevistos que possam ocorrer no futuro.

De facto, a pandemia da COVID-19 causou um impacto substancial nos mercados financeiros globais, resultando num período de extrema volatilidade. As medidas de contenção e distanciamento social, juntamente com o sentimento generalizado de incerteza e pânico entre os investidores, desencadearam quedas acentuadas e sem precedentes nos mercados acionistas. Vários índices de ações atingiram mínimos históricos num curto espaço de tempo, refletindo o impacto considerável da crise sanitária global nos mercados financeiros.

Este estudo explora o impacto da pandemia COVID-19 na construção de carteiras eficientes, utilizando a FE e a RMC, como instrumentos para a seleção das carteiras.

A metodologia adotada baseia-se na análise da eficiência e otimização da relação entre o retorno e o risco associado às carteiras de investimento, utilizando o método de otimização da TMV, desenvolvido por Markowitz.

Em termos empíricos, são calculadas a FE e a RMC utilizando dados das ações pertencentes ao índice de referência português *Portuguese Stock Index* (PSI), considerando dois períodos distintos: 2017-2019 e 2020-2022, este último incluindo o período da pandemia COVID-19. Além disso, é considerada uma análise alternativa excluindo o ano de 2020 do segundo período.

A presente dissertação encontra-se estruturada em cinco capítulos. Além deste capítulo introdutório, o capítulo 2 faz um enquadramento teórico do tema em questão, abordando a teoria moderna de carteiras desenvolvida por Markowitz. Em seguida, o capítulo 3 descreve a metodologia utilizada, incluindo o processo de recolha e tratamento dos dados. O capítulo 4 analisa e discute os resultados obtidos para ambos os períodos, destacando o impacto da COVID-19 no comportamento das carteiras de títulos que fazem parte do PSI. Por fim, o último capítulo apresenta as principais conclusões do estudo, bem como eventuais limitações e sugestões para futuros desenvolvimentos.

## **Capítulo 2: ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

O ponto de partida deste trabalho é analisar o impacto que a pandemia COVID-19 teve nos mercados acionistas globais e em específico no mercado acionista português. Além disso, é importante contextualizar o conceito de carteiras eficientes através da derivação da FE com base na média e variância, como solução para o Problema da Seleção de Carteiras (PSC). Este capítulo procura fornecer uma fundamentação teórica dos conceitos chave da teoria moderna de carteiras, incluindo a FE e a RMC, adaptadas ao perfil do investidor e de acordo com o indicador de avaliação de carteiras utilizado.

### **2.1. Mercados acionistas globais e a pandemia COVID-19**

No dia 11 de março de 2020, a Organização Mundial de Saúde (OMS) declarou oficialmente o surto de coronavírus (COVID-19) como uma pandemia global. De acordo com Albuлесcu (2021), essa declaração teve um impacto significativo nos mercados financeiros, concluindo que os novos casos de infeção notificados e o rácio de fatalidade, tanto globalmente quanto nos Estados Unidos da América (EUA), aumentaram a volatilidade financeira.

O surgimento da COVID-19 como uma pandemia causou um sentimento de pânico nos mercados financeiros, levando a uma rápida deterioração da situação. Em apenas 100 dias, as bolsas de valores a nível mundial apresentaram declínios de quase 30%, demonstrando o impacto catastrófico da COVID-19 nos mercados financeiros globais, associado a níveis inesperados de incerteza e volatilidade (Ali, Alam e Rizvi, 2020).

Compreender esse contexto de incerteza durante a pandemia e o seu impacto na volatilidade dos mercados financeiros globais é de extrema relevância. Isso permite ajudar os investidores a tomarem decisões racionais em condições de mercado adversas e a determinarem a melhor estratégia de gestão de carteiras.

Neste âmbito, Zhang, Hu e Ji (2020) mediram os riscos específicos de cada país e os riscos sistemáticos do mercado financeiro global, durante o surto da COVID-19. Os resultados deste estudo evidenciam que a incerteza decorrente da pandemia e as perdas económicas associadas, causaram um aumento significativo na volatilidade e imprevisibilidade dos mercados financeiros. Como resultado, o risco nos mercados financeiros aumentou substancialmente, refletindo a incerteza presente neste cenário de pandemia.

Chaudhary, Bakhshi e Gupta (2020) também observaram uma maior volatilidade no período de janeiro a junho de 2020, com principal incidência para o mês de março. Os autores calcularam retornos médios diários negativos e evidenciaram que esses retornos apresentaram um desvio padrão mais elevado em comparação com períodos de maior estabilidade econômica, avaliando os 10 principais índices acionistas mundiais medidos pelo Produto Interno Bruto (PIB).

De modo a fundamentar esta elevada volatilidade, Haroon e Rizvi (2020) associaram o pânico generalizado promovido pela cobertura mediática dos *Media* à crescente volatilidade no mercado acionista, nomeadamente nos setores considerados mais afetados pelo surto da COVID-19. Neste sentido, a volatilidade pode também ser explicada, em grande medida, por fatores psicológicos e macroeconómicos. Por exemplo, o estudo elaborado por Engelhardt, Krause, Neukirchen e Posch (2021) concluiu que a volatilidade das bolsas de valores, durante a pandemia COVID-19, é significativamente menor nos países cuja confiança social e no governo do país são mais elevadas.

Por sua vez, num método de estudo de eventos, Heyden e Heyden (2021), investigaram as reações do mercado aos anúncios de medidas de política fiscal e monetária adotadas por vários países, durante o período da COVID-19. Os resultados sugerem que as políticas fiscais específicas de cada país afetam negativamente e de forma significativa o retorno das ações, aumentando a incerteza entre os investidores. Já as políticas monetárias implementadas pelos bancos centrais têm um impacto positivo e neutro na volatilidade dos mercados financeiros.

Similarmente, Ashraf (2020) examinou o impacto de diversas políticas governamentais, adotadas por 77 países, na rendibilidade das ações. O estudo concluiu que medidas governamentais, como campanhas de sensibilização, políticas de testagem ou isolamento e pacotes de apoio ao rendimento, resultaram em retornos de mercado positivos. Nesse contexto, a redução no número de casos confirmados de COVID-19 teve um efeito indireto positivo.

Na figura 1, está representado o *CBOE Volatility Index (VIX)*, que é um índice de referência para medir a expectativa do mercado quanto à volatilidade futura. Este índice de volatilidade do mercado é baseado nas opções do índice *Standard & Poor's 500 (S&P 500)* e fornece assim uma medida quantificável do risco de mercado e dos sentimentos dos investidores.

**Figura 1 – Índice de volatilidade CBOE**



Fonte: *Tradingeconomics.com*

Perante a análise da figura 1, pode-se identificar a elevada volatilidade, atingindo o seu máximo histórico no mês de março de 2020. Este impacto direto e quase imediato na volatilidade dos mercados financeiros mundiais, sinaliza o elevado grau de medo entre os investidores e a incerteza sentida no mercado, como resposta ao anúncio oficial da OMS.

Em relação aos índices de referência globais, Zhang *et al.* (2020) destacam que o mercado dos EUA foi impactado pela pandemia da COVID-19, com o índice S&P 500 atingindo o seu ponto mais alto em 19 de fevereiro de 2020, mas este valor desceu rapidamente mais de 30% num período de aproximadamente um mês.

Na Alemanha, o índice *Deutscher Aktienindex* (DAX), que é um dos mais representativos da união europeia (UE), atingiu uma desvalorização de mais de 12% no mesmo mês de março. No mercado asiático, a bolsa de valores do Japão também sofreu uma queda superior a 20% em relação à sua posição mais alta em dezembro de 2019. Já o principal índice do Reino Unido, *Financial Times Stock Exchange 100* (FTSE 100), caiu mais de 10% em 12 de março de 2020, registando o seu pior dia desde 1987 (Zhang *et al.*, 2020).

Na figura 2, é possível observar a evolução do preço dos quatro principais índices bolsistas mundiais descritos previamente. A reação dos mercados financeiros é distintamente visível, confirmando a diminuição drástica da cotação em todos eles, numa escala sem precedentes, em torno do anúncio oficial por parte da OMS em março de 2020.

**Figura 2 – Evolução dos principais índices bolsistas globais**



Fonte: *Tradingeconomics.com*

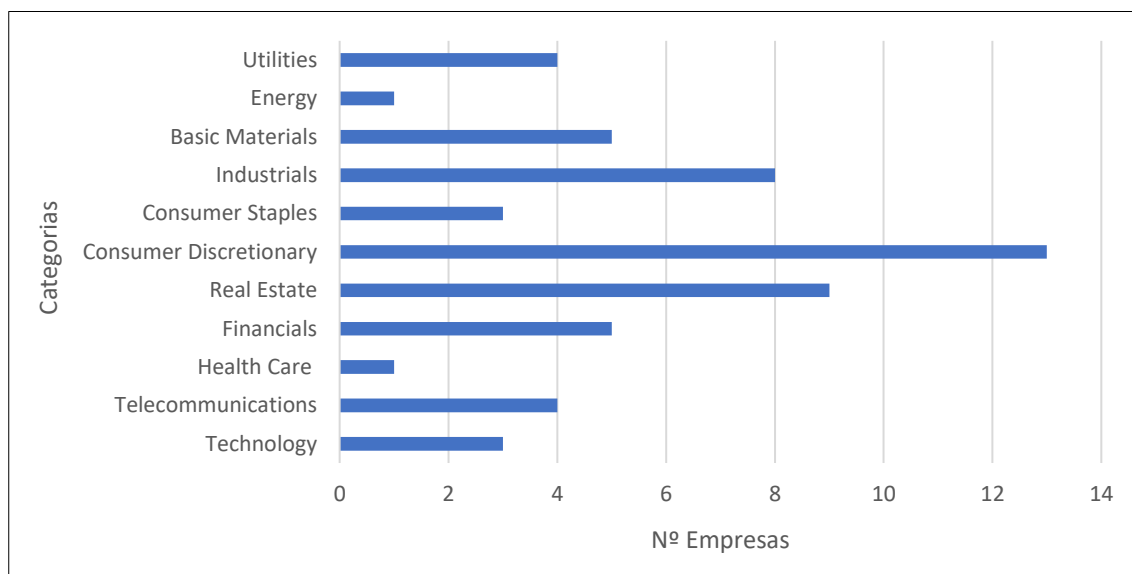
Por sua vez, a metodologia de estudo de eventos utilizada por Singh, Dhall, Narang e Rawat (2020) permitiu analisar a evolução dos mercados acionistas dos países que compõem o G-20, durante o surto da COVID-19, complementando a compreensão do impacto global da pandemia. Através da regressão de dados em painel, os resultados revelaram que, após a queda acentuada em março de 2020, os mercados acionistas recuperaram gradualmente, impulsionados pelo fluxo de capital.

A figura 2 ilustra essa tendência de recuperação, indicando uma reversão positiva após o período inicial de volatilidade e perdas. Isto sugere que os mercados financeiros começaram a melhorar o seu desempenho à medida que os investidores ganhavam confiança e a incerteza diminuía, proporcionando um contexto mais favorável para a retoma das atividades de investimento.

## **2.2. Mercado bolsista português**

Segundo os dados do *site da Euronext.com*, em novembro de 2022, encontram-se cotadas 56 empresas na bolsa portuguesa, pertencentes a diversos setores de atividade, organizadas por tipo de indústria e capitalização. Os tipos de indústria existentes encontram-se divididos tal como apresentado na figura 3.

**Figura 3 – Número de empresas por tipo de indústria**



Fonte: Elaboração própria com base em dados de *Euronext.com*

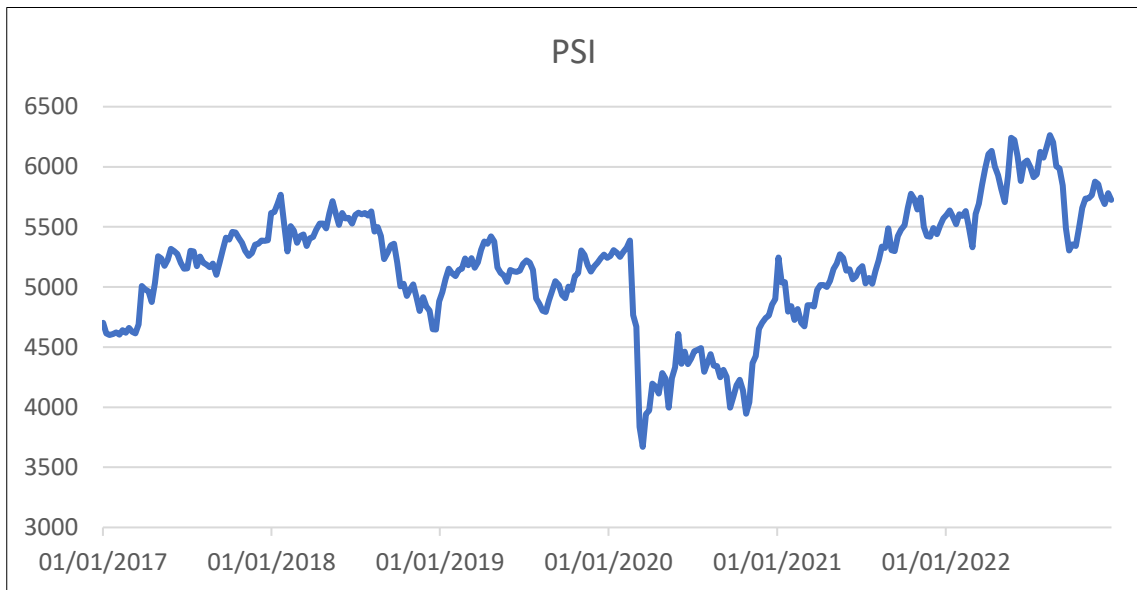
Relativamente à capitalização de mercado, a Euronext Lisboa encontra-se dividida em três compartimentos (A, B e C):

- A: Capitalização superior a um bilião de euros (13 empresas);
- B: Capitalização entre 150 milhões e um bilião de euros (9 empresas);
- C: Capitalização menor que 150 milhões de euros (34 empresas).

O índice de referência do mercado de ações português é o índice PSI e agrega as maiores empresas cotadas na bolsa de valores de Lisboa, sendo que em 2022 uma nova regra exige que as empresas detenham uma capitalização mínima de 1000 milhões de euros. No que toca à liquidez de cada empresa cotada, esta é medida pelo volume de transações na bolsa de valores.

Em janeiro de 2023, o índice PSI incluía apenas 15 empresas cotadas (Altri, BCP, Corticeira Amorim, CTT, EDP, EDP Renováveis, GALP Energia, Greenvolt, Jerónimo Martins, Mota-Engil, NOS, REN, Semapa, SONAE e Navigator). A figura 4 expõe a evolução dos preços do índice PSI, com uma periodicidade semanal para todo o período sob análise, de janeiro de 2017 a dezembro de 2022. É efetivamente notória a diminuição drástica de valor, sendo o mínimo histórico de cotação atingido no dia 15 de março de 2020.

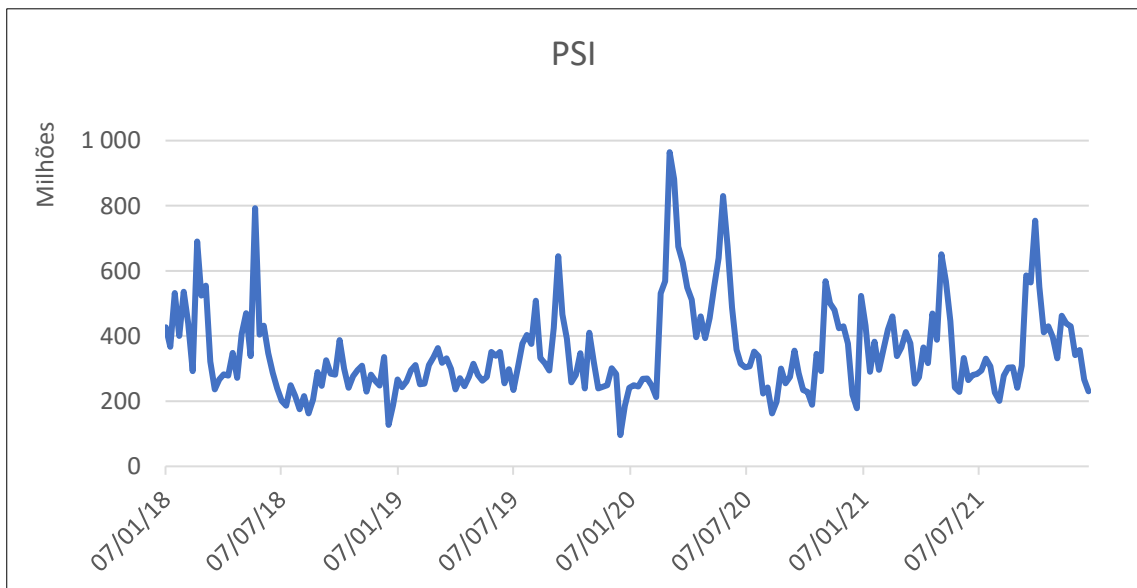
**Figura 4 – Evolução do índice PSI**



Fonte: Elaboração própria com base em dados históricos de *Investing.com*

A figura 5 expressa a evolução do volume de transações e de negociação do índice PSI para o período de 2018 a 2021. No dia 8 de março de 2020 é alcançado outro máximo histórico de quase 1000 milhões de euros em transações, o que origina uma maior liquidez entre os ativos.

**Figura 5 – Volume de negociação do índice PSI**



Fonte: Elaboração própria com base em dados históricos de *Investing.com*

### **2.3. Problemas da seleção de carteiras**

“O problema da seleção de carteiras é um problema fundamental em finanças que visa a otimização da afetação de fundos entre os ativos financeiros para maximizar o retorno e/ou minimizar o risco” (Ghahtarani *et al*, 2022: 1). É importante destacar que a seleção inadequada de carteiras pode levar a perdas significativas para os investidores, devido à falta de sensibilidade na gestão do *trade-off* entre o risco e o retorno (Leote, Silva e Teixeira, 2019).

Tal como mencionado por Ghahtarani *et al.* (2022), os problemas relativos à seleção de carteiras de ativos, poderão estar relacionados com as diferentes atitudes de risco dos investidores, estratégias de investimento, medidas para quantificar o risco, métodos de cálculo do retorno e o horizonte do planeamento do investimento.

Além disso, as condições macroeconómicas e a própria conjuntura do mercado são apontados por Zhang, Li e Guo (2018) como fontes reais de incerteza na seleção de carteiras, incluindo políticas económicas, supervisão governamental, situação da indústria e requisitos específicos e subjetivos de cada investidor.

Deste modo, a literatura atual procura utilizar teorias já existentes para a análise de carteiras reais, existindo variados estudos e modelos matemáticos na tentativa de encontrarem a melhor estratégia de investimento em carteiras (Zaimovic, Arnaut-Berilo e Mustafic, 2017). A crescente disponibilidade de ferramentas personalizadas de otimização e a procura constante por novos indicadores de avaliação de desempenho de portfólios refletem uma preocupação contínua na investigação e na prática da gestão de aplicação de capitais.

### **2.4. Teoria moderna de carteiras**

De acordo com a teoria clássica da carteira, a seleção de carteiras é baseada na maximização do valor real esperado, levando em consideração apenas o rendimento e o risco de cada título individualmente. Nesta abordagem, os ativos são avaliados isoladamente com base no seu retorno esperado e risco associado, sem considerar a diversificação de títulos nem a interação entre eles (Borrego, 2015).

Posteriormente, surgiu o conceito da teoria moderna de carteiras, introduzido por Markowitz (1952), que defende a importância da diversificação do risco na estratégia de investimento. Esta abordagem sugere que os investidores devem selecionar carteiras

tendo em consideração o seu desempenho agregado, em vez de se concentrarem apenas no desempenho individual dos ativos (Vilhena, 2013).

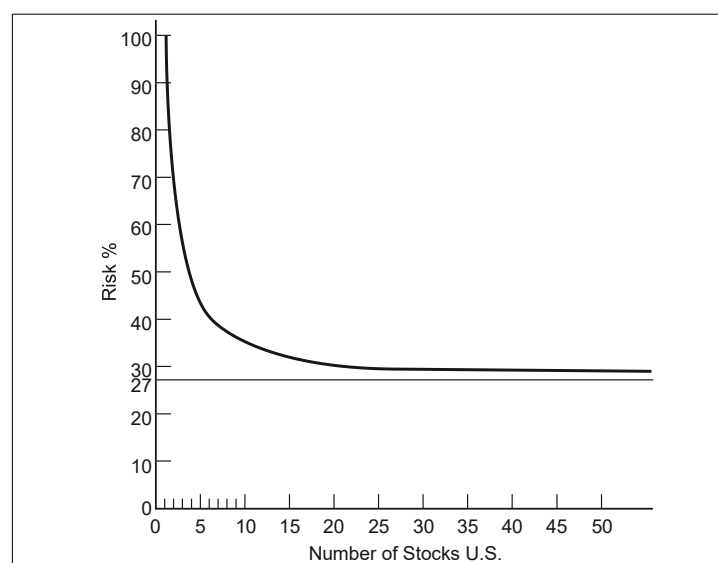
Como referido por Vilhena (2013), Markowitz (1959) considera a diversificação como um fator fundamental para reduzir a exposição ao risco. Através da diversificação, os ativos podem ser combinados numa carteira, resultando numa significativa redução do risco, desde que não sejam perfeitamente correlacionados de forma positiva.

Assim, a correlação entre os títulos na composição de uma carteira está diretamente relacionada com a teoria da diversificação. Mercados altamente correlacionados diminuem as oportunidades de diversificação, afetando os princípios da estratégia. Portanto, a análise cuidadosa da correlação é essencial para a construção de carteiras eficientes e de baixo risco.

A figura 6 ilustra como o risco de uma carteira igualmente ponderada tende a diminuir à medida que o número de títulos na carteira aumenta, evidenciando os benefícios da diversificação na redução do risco específico associado a cada título individual.

A volatilidade específica de cada título tende a ser compensada pelas variações de outros títulos na carteira, resultando na diminuição efetiva do risco total da carteira. Os benefícios significativos da diversificação, em termos de redução do risco, são limitados até se atingir uma carteira com um número adequado de ativos diferentes, tal como sugerido na figura 6.

**Figura 6 – O efeito do número de títulos no risco da carteira**



Fonte: Elton, Gruber, Brown e Goetzmann, 2014

### 2.4.1. Teoria da Média-Variância

Markowitz (1952) com a sua obra “*Portfolio Selection*”, lançou as bases da TMV como uma abordagem para solucionar o problema da seleção de carteiras, partindo do pressuposto da racionalidade económica, considerando que os investidores tomam apenas decisões racionais.

Nesta abordagem, os investidores procuram construir uma carteira que maximize o nível de retorno para um determinado nível de risco, ou minimize o nível de risco para um mesmo nível de retorno. Markowitz introduziu o conceito de carteiras eficientes, utilizando a média e a variância dos retornos dos títulos que compõem a carteira.

De acordo com Markowitz (1952, 1959), estas carteiras eficientes situam-se sobre a FE e representam um conjunto de oportunidades de investimento, conhecidas como combinações eficientes, que oferecem as melhores soluções em termos do binómio risco-retorno.

Assim, a FE de Markowitz é uma curva que representa diferentes combinações de investimentos que oferecem o melhor equilíbrio possível entre retorno e risco. Neste contexto, o retorno esperado de uma carteira é a média dos retornos dos investimentos que a compõem. Por sua vez, o risco de uma carteira é medido pela raiz quadrada da variância dos retornos. A variância representa a dispersão dos retornos em relação à média. Quanto maior a variância, maior é a volatilidade e incerteza em torno dos retornos da carteira (Zaimovic *et al.*, 2017).

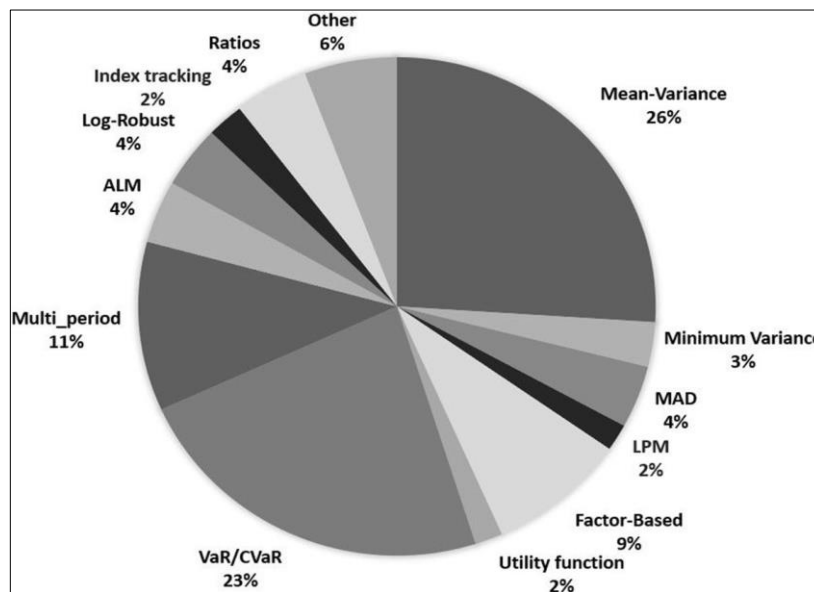
As aplicações práticas da teoria de Markowitz às bolsas de valores portuguesa e búlgara, elaboradas por Leote *et al.* (2019) e Ivanova e Dospatliev (2017), respetivamente, evidenciam que as carteiras eficientes obtidas através do modelo de Markowitz tiveram um melhor desempenho do que qualquer título individual nacional, permitindo otimizar a relação entre o retorno e o risco nos investimentos em ações.

Neste contexto é relevante mencionar o trabalho de Ghahtarani *et al.* (2022) o qual revê a literatura sobre diferentes estratégias de investimento para resolver o problema da seleção de carteiras. Estes autores, tendo em conta a forma como o risco é medido, classificam estas estratégias em duas grandes classes: baseadas na volatilidade (média-variância, desvio médio absoluto, momento parcial inferior, risco sistemático e modelos

de carteira baseados em fatores) e baseadas em quantis, como a *Value at Risk* (VaR) e *Conditional Value at Risk* (CVaR).

A figura 7 apresenta informação relativa aos artigos revistos por Ghahtarani *et al.* (2022). As estatísticas mostram que 26% dos artigos analisados por estes autores utilizaram a TMV no problema da seleção de carteiras e 23% dos artigos propuseram formulações robustas de VaR e CVaR.

**Figura 7 – Distribuição de artigos com base no tipo de PSC**



Fonte: Ghahtarani *et al.*, 2022

Conforme observado na figura 7, a TMV é a estratégia de investimento mais amplamente utilizada tanto em estudos teóricos como empíricos. O desvio padrão e a variância são medidas de risco e variabilidade muito aplicadas, tanto na teoria como na prática, desde o trabalho pioneiro de Markowitz (1952). No entanto, é importante reconhecer que estas medidas possuem algumas limitações práticas que serão abordadas posteriormente neste capítulo.

#### **2.4.2. Extensões da teoria de Markowitz**

A teoria de Markowitz foi o ponto de partida para diversos estudos e desenvolvimentos adicionais, devido à sua importância teórica e prática na teoria moderna de carteiras. Estas extensões e variantes têm resultado em diferentes abordagens e melhorias, incluindo otimizações e procedimentos computacionais mais avançados, novas medidas de risco e

metodologias para lidar com questões de implementação (Zopounidis, Doumpos e Fabozzi, 2014).

Um dos desenvolvimentos mais significativos deve-se a Tobin (1958), que introduz a possibilidade de combinar um ativo isento de risco com as carteiras de risco situadas na FE, o que permite encontrar carteiras que apresentam um binómio risco/rendibilidade com melhor desempenho do que as carteiras situadas na FE, compostas apenas por ativos com risco.

As decisões de investimento podem ser tomadas considerando a FE de Markowitz para ativos com risco, bem como a possibilidade de investir em ativos sem risco. Estas decisões conjuntas formam a RMC. A RMC é uma linha tangente que representa todas as possíveis combinações de carteiras de investimento compostas por um ativo sem risco (geralmente considerado um título de dívida pública de baixo risco) e uma carteira composta por ativos com risco. O ponto de tangência entre a RMC e a FE de Markowitz (1952) é conhecido como a carteira tangente.

O Índice de Sharpe (Sharpe, 1964) é outro indicador essencial para avaliar carteiras, surgindo como um desenvolvimento subsequente ao trabalho de Tobin. Este índice representa a inclinação da RMC, sendo uma medida que avalia o desempenho de um investimento em relação ao risco assumido. É uma ferramenta relevante na tomada de decisões de investimento, pois avalia se o retorno obtido por um investimento é adequado em relação ao risco assumido.

No entanto, a carteira ótima para cada investidor dependerá sempre das suas preferências individuais, principalmente do seu perfil de aversão ao risco, que pode ser caracterizado pela função de utilidade. Cada investidor, com base na sua função de utilidade, encontra o ponto de equilíbrio na RMC, o qual representa a afetação ótima do capital entre diferentes ativos de acordo com a sua perspetiva e objetivos financeiros (Vilhena, 2013).

Vilhena (2013) cita esta abordagem com base na teoria económica da escolha, na qual o investidor seleciona as oportunidades de investimento e especifica as curvas de indiferença. Estas curvas são construídas de forma que o investidor esteja igualmente satisfeito ao longo da mesma curva. Desta forma, para cada investidor, a carteira ótima será a carteira tangente entre a RMC e a curva de indiferença, ou seja, a carteira eficiente que proporciona a maior satisfação ou utilidade, tendo em conta as suas escolhas e a aversão ao risco.

## 2.5. Desafios da Teoria da Média-Variância na seleção de carteiras

Trabalhos de investigação mais recentes, têm revisto algumas das abordagens desenvolvidas para lidar com os desafios práticos da TMV, considerando a inclusão de custos de transação e efeitos fiscais, a avaliação do impacto das restrições específicas da gestão de carteiras, bem como a sensibilidade e a quantificação dos erros nas estimativas dos retornos esperados e das covariâncias (Kolm, Tütüncü e Fabozzi, 2014).

A implementação prática da TMV acarreta vários desafios devido à necessidade de estimar os retornos esperados e a matriz de covariância para o conjunto de títulos de risco, o que afeta o cálculo da FE. Estes parâmetros são desconhecidos e devem ser estimados a partir de dados históricos, o que pode resultar em carteiras com baixo desempenho e alocações de ativos contraintuitivas (Lai, Xing e Chen, 2011), sendo a alocação ótima da carteira extremamente sensível a estas estimativas (Garcia e Borrego, 2018).

Kolm *et al.* (2014) também destacam a relação pouca intuitiva entre os *inputs* e *outputs* da TMV, bem como a sensibilidade da afetação ótima da carteira a mudanças nos *inputs* (retorno médio, desvio padrão e covariância) que são difíceis de estimar. Estes problemas são considerados os principais obstáculos para os investidores ao tentar aplicar com sucesso a TMV na prática.

A literatura tem sugerido vários métodos para mitigar este problema. Levy e Levy (2014) sugeriram restrições baseadas na variância e no peso dos ativos na carteira, enquanto Zhang *et al.* (2018) propuseram e reviram novos modelos de seleção de carteiras, tais como a aplicação de métodos de otimização robustos, a utilização da abordagem *Bayesian* e da carteira de variância mínima global.

Kolm *et al.* (2014) também destacaram algumas tendências recentes e desenvolvimentos na área, visando mitigar o impacto dos erros de estimativa. Estas alternativas incluem a introdução de restrições na métrica de diversificação, a construção de carteiras de paridade de risco, a combinação de diferentes fontes de alfa e a otimização prática de carteiras com vários períodos. Estas soluções pretendem incorporar efeitos múltiplos, como necessidades de cobertura, alteração nas condições de mercado e custos de impacto.

Da mesma forma, Lu, Tee e Li (2019) referem que ao calcular os *inputs* da TMV apenas com base em retornos históricos, importantes informações financeiras e anúncios de

rendimentos específicos das empresas não podem ser utilizados no processo de seleção de carteira.

Além disso, Lu *et al.* (2019) indicam estudos recentes que revelam que as estimativas de parâmetros baseadas em dados históricos estão sujeitas a erros de amostragem, como destacado por Levy e Roll (2010), que ressaltam como esses erros afetam substancialmente os resultados e podem influenciar significativamente as conclusões a serem tiradas.

Por sua vez, Zymler, Rustem e Kuhn (2011) referem que a otimização robusta tem recebido uma considerável atenção como um poderoso paradigma de modelação para problemas de decisão sujeitos a incerteza de dados não estocásticos. Esta abordagem assume que os parâmetros incertos de um problema de otimização são desconhecidos, mas restritos a um conjunto de incertezas.

Zymler *et al.* (2011) argumentaram ainda que, se o conjunto de incertezas não for muito grande, a carteira pode manter a sua robustez apenas em condições normais de mercado, mas não em quedas de mercado. Por este motivo, estenderam a otimização robusta da carteira utilizando opções europeias para cobrir o risco das carteiras de média-variância contra condições anormais de mercado e, assim, diminuir os erros de estimativa.

Os próprios pressupostos da teoria apresentada por Markowitz também apresentam algumas limitações abordadas por alguns autores, de modo a encarar mais eficazmente os mercados financeiros. Zhang *et al.* (2018) abordam o problema da TMV de período único, argumentando que a otimização dinâmica na seleção de carteiras de vários períodos permite ao investidor rever a sua carteira periodicamente, o que é mais adequado para uma situação real de investimento em comparação com um único período.

Quanto ao pressuposto da racionalidade económica, Liu, Jin, Wang e Yuan (2015), ao desenvolverem um novo e robusto modelo de seleção de carteiras que considera as características comportamentais dos investidores, referem vários estudos de finanças comportamentais que concluíram que as máximas da racionalidade nem sempre são observadas em situações de tomada de decisões financeiras. Eles afirmam que o pressuposto da racionalidade nem sempre se mantém na vida real e que os vieses cognitivos dos investidores têm grande influência nos processos de tomada de decisão.

Baker, Bradley e Wurgler (2011) mostraram que, numa estratégia de investimento a longo prazo com base nos princípios de finanças comportamentais, as carteiras de baixa volatilidade têm um desempenho superior às carteiras de alta volatilidade. Este resultado é contrário ao princípio fundamental de que o risco é compensado com um retorno esperado mais elevado. Consequentemente, uma carteira que minimize apenas a variância (carteira de variância mínima) pode apresentar um melhor desempenho do que uma carteira de média-variância.

Não obstante a complexidade, as vulnerabilidades apresentadas anteriormente e as incertezas envolvidas num mundo cada vez mais global, o trabalho introduzido por Markowitz continua a ter um peso relevante nos dias atuais. Os princípios introduzidos através da TMV ainda estão no cerne de muitas abordagens modernas para a alocação de ativos, análise de investimento, gestão de risco, orçamentação de capital e tomada de decisões em ambientes de incerteza (Zopounidis *et al.*, 2014).

Da mesma forma, Kolm *et al.* (2014) destacam o forte impacto que os trabalhos desenvolvidos por Markowitz (1952, 1959) tiveram na investigação académica e na indústria financeira como um todo. Eles afirmam que, apesar do modelo apresentar algumas limitações e preocupações por parte de alguns profissionais em relação à sua aplicação no mundo real, a simplicidade e o apelo intuitivo da construção de carteiras, utilizando a teoria moderna de carteiras de Markowitz, continuam a ter um peso significativo na literatura financeira.

## Capítulo 3: METODOLOGIA

Neste trabalho é utilizada a abordagem metodológica e o método de otimização de carteiras de média-variância de Markowitz. Esta mesma metodologia foi utilizada por Leote *et al.* (2019), Garcia e Borrego (2018), Ivanova e Dospatliev (2017) e Zaimovic *et al.* (2017).

### 3.1. Base de dados

A fim de estudar o impacto da pandemia COVID-19 na construção de carteiras eficientes no mercado acionista português, recorreu-se às cotações de fecho dos títulos que compõem o índice PSI. Estes dados históricos foram retirados do site *Investing.com*, tendo em conta uma periodicidade semanal, sendo analisados durante seis anos divididos em dois períodos de tempo distintos, tendo em consideração o objetivo do trabalho, pois são coincidentes com o período anterior e durante a pandemia COVID-19.

Estes dois conjuntos de dados foram analisados comparativamente, sendo o primeiro período compreendido entre 01/01/2017 e 31/12/2019, com 157 observações semanais, e o segundo período de 01/01/2020 a 31/12/2022, com 156 observações semanais. Adicionalmente, foi considerado um período alternativo, retirando o ano 2020 do segundo período, com o objetivo de verificar a influência desse ano nas carteiras de investimento.

Relativamente à constituição das carteiras, foram considerados os títulos que fazem parte do índice PSI em cada período da análise, considerando somente os títulos que permaneceram no PSI durante todo o período dos 3 anos. Neste sentido, no primeiro período são analisadas 17 empresas que integram o índice PSI, enquanto no segundo período apenas 14 empresas permaneceram no índice PSI ao longo de todo o período. No segundo período alternativo são estudadas as mesmas 14 empresas e conta com uma amostra de 104 observações semanais.

No método de cálculo de construção da RMC, foi considerada como taxa de juro sem risco a *yield* das obrigações do tesouro português a 10 anos, cujos valores foram retirados do site *Investing.com*.

Com o propósito de alinhar com as características do mercado acionista português, algumas restrições foram assumidas no desenvolvimento do modelo. Os investidores não estão autorizados a realizar vendas a descoberto, o que implica que todos os ativos devem

ter um investimento positivo ou nulo, garantido que a soma de todos os ativos investidos seja igual a 100%.

### 3.2. Métodos

O primeiro passo na construção da carteira eficiente corresponde ao cálculo do retorno de cada título, o qual é calculado através da fórmula:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \quad (1)$$

onde  $P_{i,t}$  é a cotação do título  $i$  no momento  $t$  e  $P_{i,t-1}$  corresponde à cotação do mesmo título no momento anterior,  $t-1$ .

Com base nos retornos históricos, calcula-se o retorno médio de cada título  $i$  para o período em análise:

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{t=1}^T R_{i,t}}{T}, \quad (2)$$

onde  $T$  é o número de observações.

De modo a determinar o desvio-padrão das carteiras formadas, são calculadas no *software Excel*, as matrizes de covariância entre os diferentes títulos do PSI. Em termos gerais, a covariância entre o título  $i$  e  $j$  é dada pela seguinte fórmula:

$$\sigma_{i,j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{i,t} - \bar{R}_i) (R_{j,t} - \bar{R}_j). \quad (3)$$

Markowitz (1987) considera a variância da carteira ou o desvio-padrão do retorno médio como a medida de risco a ser minimizada. A variância é definida como o desvio quadrático médio em relação à média, indicando a dispersão dos valores da variável em torno da sua média. Esta medida de risco, relativa ao título  $i$ , é dada por:

$$\sigma_i^2 = Var(R^i) = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{i,t} - \bar{R}_i)^2}{T}. \quad (4)$$

O desvio-padrão é a representação do risco e é obtido pela raiz quadrada da variância do retorno, portanto:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}. \quad (5)$$

De forma a anualizar os resultados obtidos relativos aos retornos e desvios-padrão semanais, é obtido o retorno anualizado dado por:

$$\bar{R}_{i,y} = (\bar{R}_{i,w} + 1)^{52} - 1, \quad (6)$$

onde  $\bar{R}_{i,y}$  representa o retorno médio anual e  $\bar{R}_{i,w}$  o retorno médio semanal.

O desvio-padrão anualizado é dado por:

$$\sigma_{i,y} = \sigma_{i,w} \times \sqrt{52}, \quad (7)$$

onde  $\sigma_{i,y}$  representa o desvio-padrão anual e  $\sigma_{i,w}$  o desvio-padrão dos retornos semanais.

Os resultados da matriz de variância-covariância, para cada período temporal, são apresentados nos apêndices 1 e 2. De seguida, são calculados os desvios-padrão e retornos esperados das carteiras.

O retorno esperado da carteira é a média ponderada dos retornos esperados dos ativos individuais que compõem a carteira e pode ser representado como:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N w_i \bar{R}_i, \quad (8)$$

onde  $N$  é o número de ativos na carteira,  $w_i$  é o peso do ativo  $i$  na carteira e  $\bar{R}_i$  é o rendimento médio do ativo  $i$ .

Por sua vez a variância da carteira é dada por:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}, \quad (9)$$

onde  $w_j$  corresponde ao peso do ativo  $j$  na carteira.

No processo de determinação da FE, pela teoria de Markowitz, e de forma a otimizar a relação risco-retorno, é utilizada a ferramenta de otimização *Solver*, disponível no *Excel*. Este método simplex de programação linear, irá permitir a minimização da variância para cada nível de retorno pretendido, tendo em conta a correlação entre os títulos. Assim, utiliza-se a função *Solver* para definir o peso de cada ação na respetiva carteira, minimizando o valor da variância da carteira para diferentes níveis de retorno esperado.

Posteriormente, em congruência com a abordagem de Tobin (1958), foram constituídas novas carteiras com a inclusão da possibilidade de investimento em ativos isentos de risco, de modo a alavancar o investimento nas carteiras. É, assim, estimada a RMC, com

recurso à função *Solver*, utilizando os retornos dos títulos, a matriz de variância-covariância, a maximização do rácio de Sharpe (1964) e a taxa de juro sem risco (*yields* das obrigações do tesouro), à semelhança do estudo de Garcia e Borrego (2018).

O indicador de avaliação de carteiras que permite identificar a carteira tangente é o rácio de Sharpe, que representa assim um prémio de risco por unidade de exposição ao risco e é calculado através da fórmula:

$$S_p = \frac{E[R_m] - r_f}{\sigma_m}, \quad (10)$$

onde  $r_f$  representa o retorno do ativo sem risco,  $E[R_m]$  corresponde ao rendimento esperado da carteira tangente e  $\sigma_m$  representa o desvio-padrão da carteira tangente.

A carteira com o rácio de Sharpe mais elevado e que pertence à fronteira eficiente é conhecida como a carteira tangente.

De acordo com o pressuposto que uma carteira ótima é uma combinação entre o investimento no ativo sem risco e a carteira tangente, foi estimada a RMC:

$$E[R_p] = r_f + \frac{E[R_m] - r_f}{\sigma_m} \sigma_p, \quad (11)$$

onde  $E[R_p]$  é o rendimento esperado de uma carteira eficiente,  $r_f$  corresponde ao rendimento do ativo sem risco e  $\sigma_p$  o desvio-padrão de uma carteira eficiente.

## Capítulo 4: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados alcançados, baseados na FE e RMC, para ambos os períodos e será feita uma análise comparativa, estudando o impacto do ano de 2020 na seleção de carteiras eficientes.

### 4.1. Análise da Fronteira Eficiente

A tabela 1 apresenta os respectivos retornos médios anuais e desvios-padrão para os títulos pertencentes ao índice PSI e para a carteira PSI, referentes ao período de 2017 a 2019. Dos 17 títulos individuais do PSI analisados, 13 apresentam uma rentabilidade média anual positiva. Estes títulos de rentabilidade positiva apresentam valores médios de retorno esperado entre os 0% e os 22% e valores de desvio-padrão entre os 13% e os 40%.

Tabela 1 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2017-2019)

Títulos (2017-2019)	Retorno	Desvio-Padrão	Pesos Carteira Tangente
Mota-Engil	12,20%	39,41%	0%
BCP	10,48%	34,57%	3,15%
Galp	4,00%	19,07%	0%
EDP Ren.	21,57%	16,03%	79,68%
EDP En.	12,40%	18,96%	4,44%
Sonae SGPS	3,34%	19,42%	0%
Altri	8,96%	35,71%	0%
Corticeira A.	11,73%	22,38%	12,73%
CTT	-16,96%	33,96%	0%
Ibersol	-0,90%	18,57%	0%
J. Martins	0,25%	22,78%	0%
NOS	-1,63%	18,62%	0%
Pharol	-11,82%	56,38%	0%
REN	3,89%	13,97%	0%
SEMAPA	3,96%	21,58%	0%
Navigator	6,05%	24,70%	0%
Sonae C.	3,92%	25,67%	0%
Carteira PSI	4,49%	12,49%	
Carteira Tangente	19,56%	13,96%	

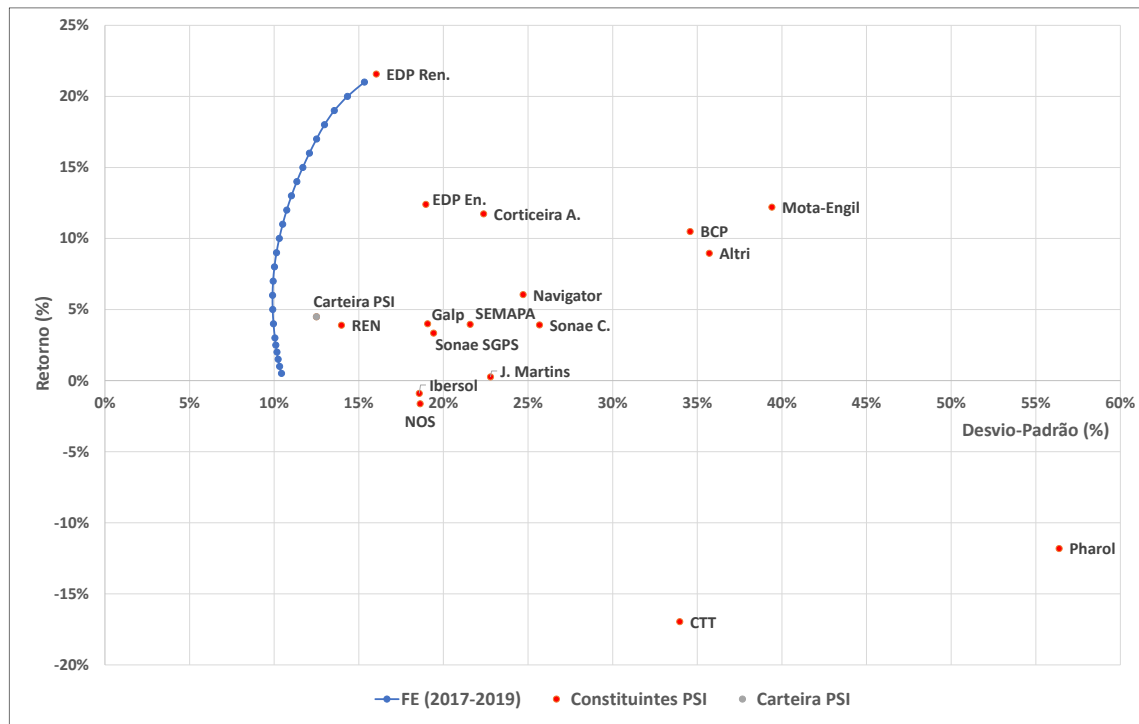
Fonte: Elaboração própria

A carteira tangente regista um retorno de 19,56% com 13,96% de risco, sendo composta por quatro ativos diferentes, onde o investimento maioritário é na ação EDP Renováveis com um peso de 79,68%. Também os resultados do estudo empírico elaborado por Leote *et al.* (2019), destacaram que as carteiras otimizadas revelam uma tendência para se concentrarem em três ou quatro títulos, de forma a maximizar o índice de Sharpe.

Na figura 8, é apresentada a FE estimada para o período analisado de 2017 a 2019. Os pontos representados na FE correspondem a diferentes carteiras de ações. É importante observar que os pontos localizados dentro da FE e que permitem um nível de rentabilidade de até 6% são denominados como carteiras ineficientes. Isso ocorre porque

existe uma combinação ótima calculada pelo *Solver* que oferece um nível de retorno superior para o mesmo nível de desvio-padrão. Além disso, na figura também são apresentados os títulos individuais e o índice PSI.

**Figura 8 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017 a 2019)**



Fonte: Elaboração própria

Todos os títulos individuais pertencentes ao PSI, bem como o próprio índice PSI, correspondem a combinações ineficientes de risco e retorno, quando comparados com a FE. Isto ocorre porque, para o mesmo nível de retorno, a carteira situada na fronteira eficiente apresenta um nível de risco (desvio-padrão) substancialmente menor.

Observa-se que a distância entre desvios-padrão é inferior quando comparada a FE com o investimento na carteira PSI em comparação com o investimento em títulos individuais, indicando que a carteira PSI se aproxima mais do investimento eficiente situado na FE. Esta conclusão poderá ser justificada pelo efeito da diversificação dos títulos, que se mostrou benéfico neste caso.

Na prática, por meio da diversificação e pelo efeito das correlações induzidas entre os títulos, o *Solver* calcula os pesos ótimos de cada ação na carteira, dado o objetivo de minimização da variância da carteira. Isto resulta em carteiras significativamente mais eficientes em comparação com o investimento total em cada título pertencente ao PSI.

A tabela 2 indica os respetivos retornos médios anuais e desvios-padrão para o investimento em títulos individuais pertencentes ao PSI e para a carteira PSI, referentes ao segundo período em análise de 2020 a 2022. Dos 14 títulos individuais analisados, 10 apresentam uma rendibilidade média anual positiva e registam valores médios de retorno na ordem dos 1% aos 36% e os valores de desvio-padrão variam entre os 26% e os 53%. Estes intervalos de valores são substancialmente superiores quando comparados com o período de 2017 a 2019.

**Tabela 2 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2020-2022)**

<b>Títulos (2020-2022)</b>	<b>Retorno</b>	<b>Desvio-Padrão</b>	<b>Pesos Carteira Tangente</b>
Mota-Engil	-6,29%	42,54%	0%
BCP	2,44%	52,44%	0%
Galp	1,63%	41,90%	0%
EDP Ren.	35,37%	37,45%	65,96%
EDP En.	11,95%	28,90%	0%
Sonae SGPS	7,28%	32,04%	0%
Altri	15,40%	41,73%	0%
Corticeira A.	-7,07%	22,68%	0%
CTT	5,42%	38,30%	0%
J. Martins	14,31%	26,60%	34,04%
NOS	-4,47%	28,19%	0%
REN	-0,66%	19,26%	0%
SEMAPA	4,37%	37,29%	0%
Navigator	6,23%	32,29%	0%
Carteira PSI	5,55%	22,16%	
Carteira Tangente	28,20%	28,16%	

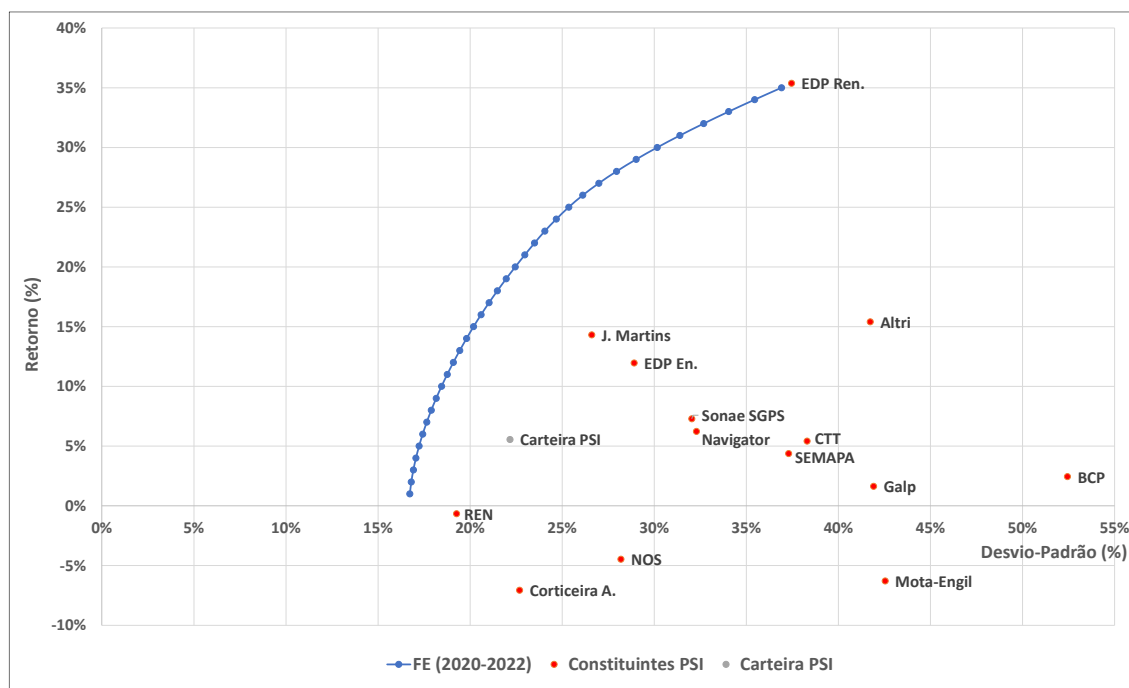
Fonte: Elaboração própria

De referir, portanto, que em média o investimento em títulos individuais no segundo período de análise, representa maior retorno e maior risco. Também neste segundo período de análise, se verifica que o investimento em títulos individuais e na carteira PSI são ineficientes relativamente às carteiras situadas na FE.

Relativamente à carteira tangente, esta regista um retorno de 28,20% para 28,16% de risco e é constituída apenas por dois títulos diferentes (EDP Renováveis e Jerónimo Martins).

Quanto à FE, apresentada na figura 9, relativa ao segundo período, todos os pontos indicados da FE representam carteiras eficientes, pois à medida que o nível de retorno aumenta o desvio padrão de todas as carteiras também aumenta, não havendo outras combinações de média-variância, para o mesmo nível de risco, que apresentem um retorno superior ou com o mesmo retorno apresentem um risco menor.

**Figura 9 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2020 a 2022)**



Fonte: Elaboração própria

Com o intuito de verificar o impacto da crise COVID-19, nomeadamente o impacto do ano de 2020 nas carteiras, é considerado o segundo período sem o ano de 2020. Foi deste modo estimada a FE para o período de 2021 a 2022.

A tabela 3 apresenta os valores dos retornos e desvios-padrão deste período alternativo, incluindo também, a composição da carteira tangente. Os valores referentes a este período aproximam-se mais dos valores encontrados no período pré-pandemia de 2017 a 2019.

**Tabela 3 – Estatísticas dos títulos e da carteira tangente (2021-2022)**

Títulos (2021-2022)	Retorno	Desvio-Padrão	Pesos Carteira Tangente
Mota-Engil	-8,03%	22,56%	0%
BCP	13,26%	46,57%	0%
Galp	22,65%	32,24%	15,97%
EDP Ren.	-4,27%	36,36%	0%
EDP En.	-6,57%	23,45%	0%
Sonae SGPS	21,00%	25,47%	1,71%
Altri	17,90%	32,45%	0%
Corticeira A.	-10,73%	18,12%	0%
CTT	20,33%	35,44%	5,19%
J. Martins	23,00%	24,19%	33,43%
NOS	13,56%	19,51%	18,38%
REN	3,30%	13,38%	0%
SEMAPA	20,89%	30,06%	7,13%
Navigator	19,50%	24,32%	18,19%
Carteira PSI	5,72%	15,05%	
Carteira Tangente	20,25%	15,07%	

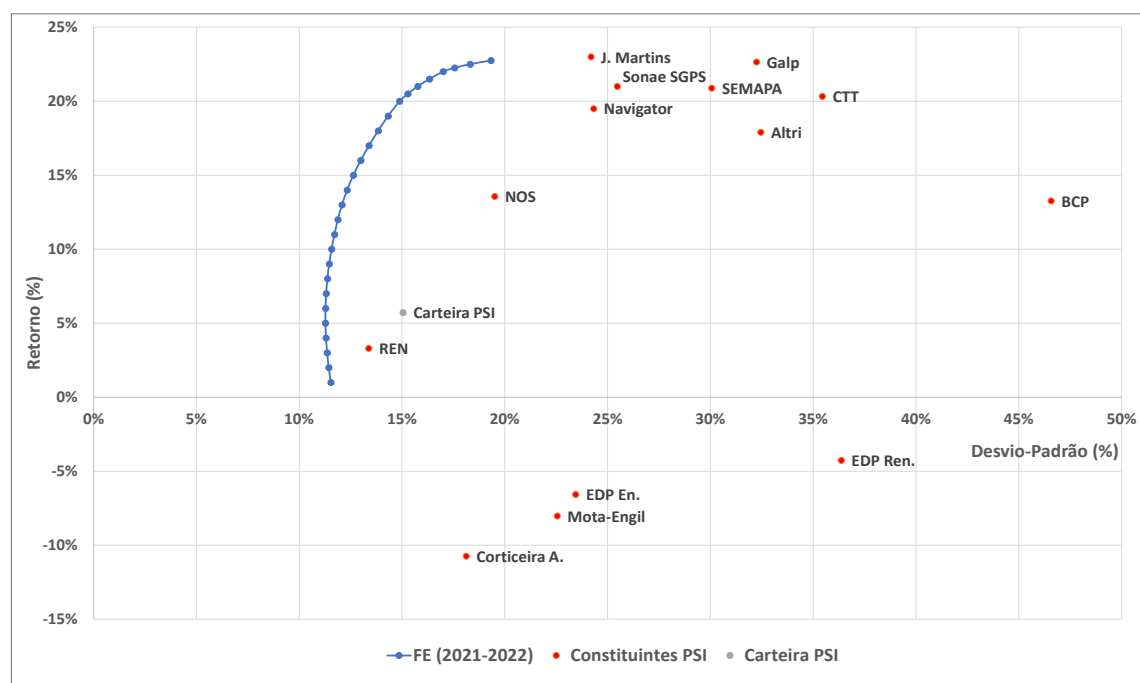
Fonte: Elaboração própria

Ao comparar diretamente o segundo período de 2020 a 2022 com o período que exclui o ano de 2020, observamos que, para todos os 14 títulos de ações de ambos os períodos, os valores do desvio-padrão são significativamente inferiores no período que exclui o ano de 2020, reforçando a maior incerteza associada aos títulos pertencentes ao índice PSI, durante o ano de 2020.

Durante o período de 2021 a 2022, a carteira PSI apresenta, também, um valor de desvio-padrão inferior e um nível de retorno superior em comparação com o período de 2020 a 2022, o que indica um impacto negativo significativo do ano de 2020 no mercado de ações português em comparação com os dois anos seguintes. Assim, para este período de 2021 a 2022, a carteira tangente é constituída por sete títulos diferentes, refletindo uma maior diversificação comparativamente com os restantes dois períodos em análise. De referir ainda que a carteira tangente passa a apresentar um nível de retorno de 20,25% com um risco de 15,07% e o ativo sem risco regista o valor médio de 1,255% de retorno.

A figura 10 apresenta a FE relativa a este período alternativo de 2021 a 2022, sendo possível notar que todos os pontos localizados na FE até um nível de retorno de 6% são denominados como carteiras ineficientes. Tal como observado nos períodos anteriores, todos os títulos individuais pertencentes ao PSI e o próprio índice PSI são também ineficientes quando comparados com as carteiras situadas na FE.

**Figura 10 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2021 a 2022)**



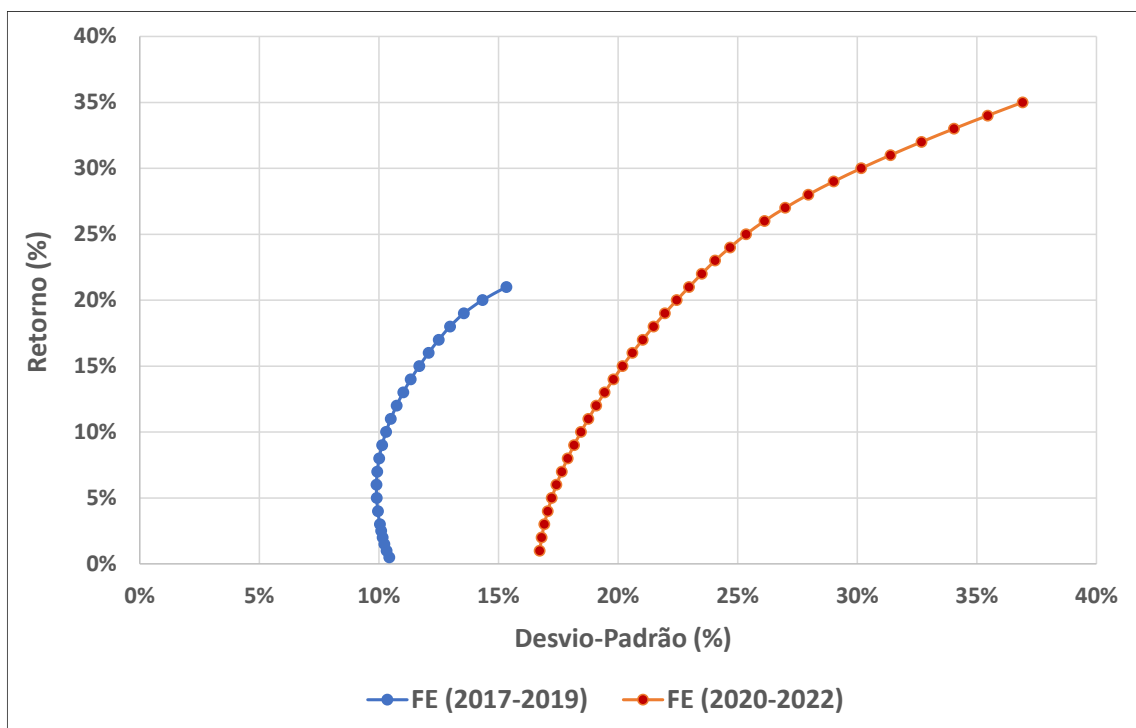
Fonte: Elaboração própria

#### 4.1.1. Análise comparativa das fronteiras eficientes

É de facto notória a diferença existente entre as fronteiras eficientes para os dois horizontes temporais. Nesta secção é apresentada uma análise comparativa entre as fronteiras eficientes para os períodos considerados e os respetivos resultados desta estimação.

Na figura 11 é possível observar que no primeiro período temporal (2017 a 2019) a carteira eficiente que regista menor retorno possível é a carteira com 7% de nível de retorno enquanto no segundo período (2020 a 2022) a carteira eficiente com menor retorno possível é a partir de 1%.

**Figura 11 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017-2019 e 2020-2022)**



Fonte: Elaboração própria

Quando analisadas as duas fronteiras eficientes, é possível verificar que para o segundo período de tempo a FE, a partir do nível de retorno de 21%, permite obter carteiras com maiores retornos e maiores riscos, potencialmente ideal para investidores cujos perfis são pouco avessos ao risco.

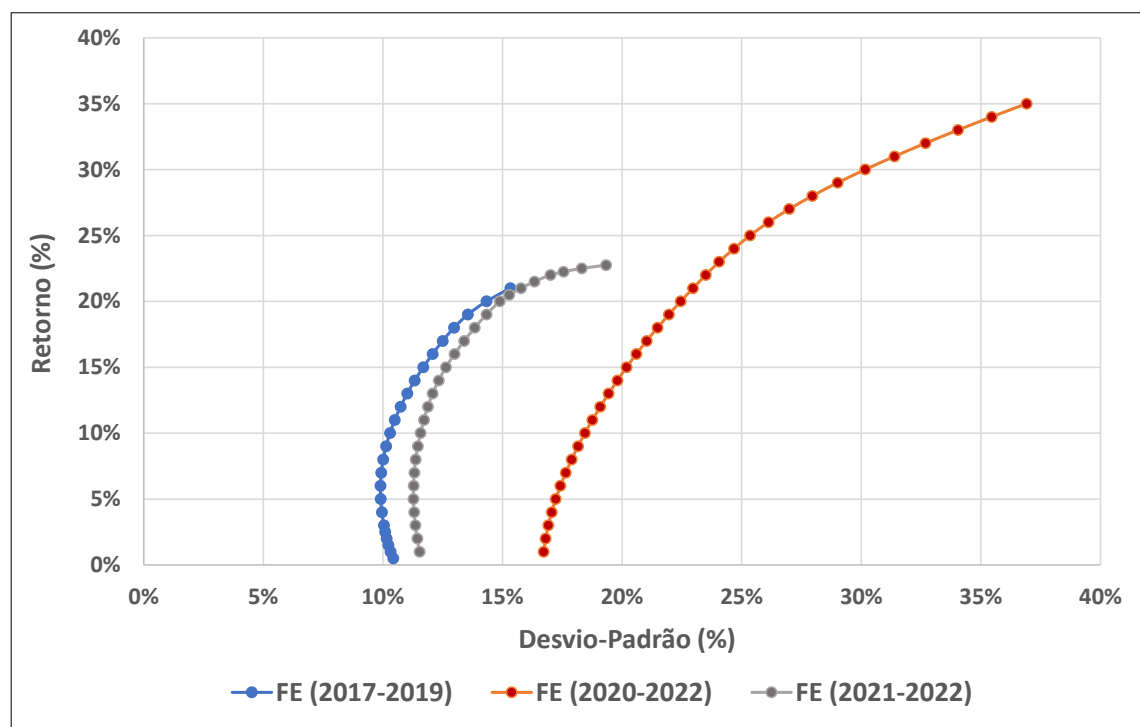
Relativamente ao conjunto de oportunidades de investimento até um nível de rentabilidade de 21%, é mais eficiente a FE relativa ao período de 2017 a 2019 coincidente com o período pré-covid, pois para os mesmos níveis de rentabilidade este

período apresenta níveis de risco substancialmente inferiores e, por sua vez, investimentos mais seguros relativamente ao segundo período compreendido entre 2020 e 2022.

O estudo realizado por Chaudhary *et al.* (2020) também evidenciou uma diferença significativa na volatilidade dos principais índices mundiais entre o período pré-pandemia e o período da COVID-19. Anteriormente à pandemia, os índices apresentavam uma menor volatilidade, caracterizada por flutuações mais estáveis e controladas.

Na figura 12 é adicionada a FE relativa ao período de 2021 a 2022, retirando o ano de 2020 do segundo período. Pode-se verificar assim que esta FE se aproxima bastante da FE estimada para o período pré-pandémico, registando combinações de investimento muito semelhantes às encontradas no período de 2017 a 2019, o que sugere que o ano de 2020 foi o principal responsável pelos resultados negativos alcançados no segundo período de análise.

**Figura 12 – Fronteira Eficiente PSI (Período de 2017-2019, 2020-2022 e 2021-2022)**



Fonte: Elaboração própria

#### **4.2. Introdução do ativo isento de risco**

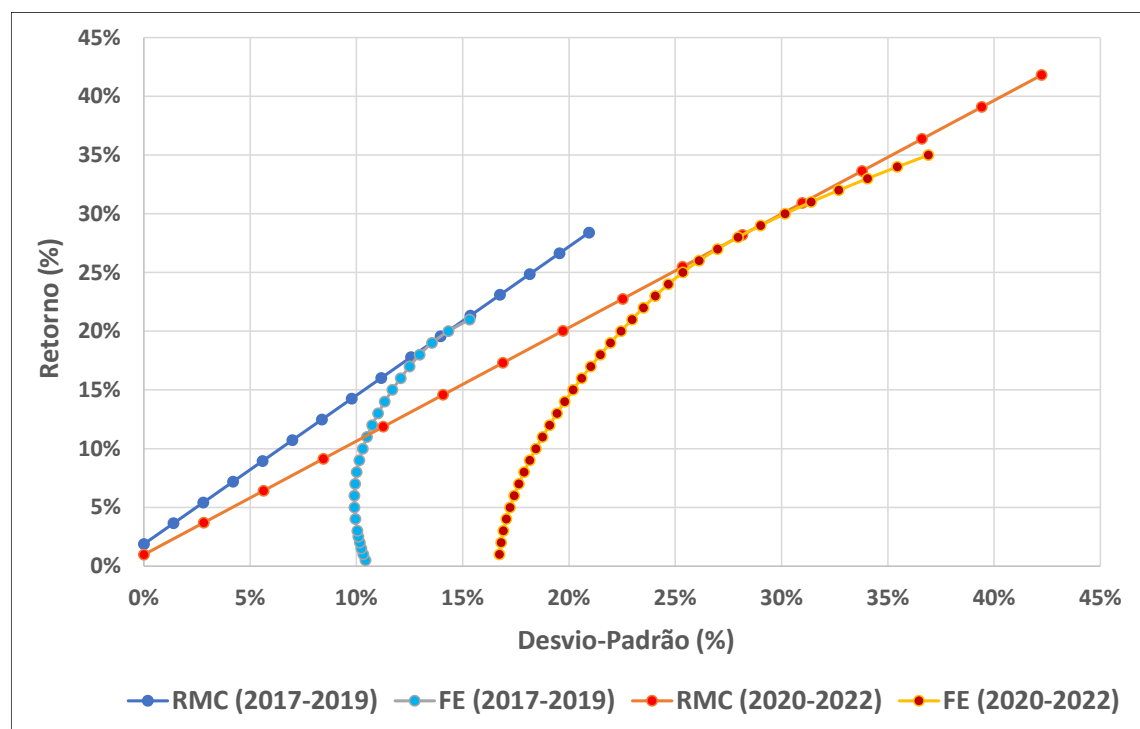
Nesta secção é apresentada a RMC para ambos os períodos, observando que é possível obter carteiras com o mesmo retorno, mas com menor risco. Ou seja, em vez de investir

apenas em carteiras com ativos de risco (pontos da FE), é possível combinar uma carteira de ativos com risco com um ativo sem risco e alcançar o mesmo retorno com uma probabilidade de risco mais baixa.

Assim, ao longo da RMC, temos diferentes carteiras que combinam o ativo sem risco com uma carteira de ativos com risco, designada por carteira tangente. Especificamente, a carteira tangente é aquela que intersesta a RMC com a FE e apresenta o valor mais elevado do índice de Sharpe.

A figura 13 representa as duas RMC referentes aos dois períodos de tempo (2017-2019 e 2020-2022). A RMC começa no ativo isento de risco, representado pelo valor médio do rendimento das obrigações do tesouro português a 10 anos para cada período, sendo 1,876% de retorno no primeiro período e 0,971% no segundo.

**Figura 13 – FE e RMC (Período de 2017-2019 e 2020-2022)**



Fonte: Elaboração própria

O valor do índice de Sharpe no primeiro período é de 1,27, enquanto no segundo período é de 0,97. Isto indica que, no primeiro período de 2017 a 2019, o índice de Sharpe sugere um desempenho mais favorável em termos de retorno ajustado ao risco. Tal significa que o investimento gerou um retorno adicional mais significativo em relação ao risco

assumido, em comparação com o segundo período. Por outro lado, para os mesmos níveis de rentabilidade, o primeiro período regista menores níveis de risco.

Logo, tanto a FE como a RMC apresentam melhores oportunidades de investimento aos investidores no período pré-covid de 2017 a 2019, comparativamente com o segundo período de 2020 a 2022 coincidente com a pandemia COVID-19. Uma das razões poderá ser explicada por Zhang *et al.* (2020), os quais demonstraram que o risco dos títulos aumentou substancialmente durante o período da COVID-19.

Os pontos ou carteiras pertencentes à RMC e que se encontram abaixo da carteira tangente registam um nível de risco e retorno esperado inferior ao da carteira tangente, pois representam uma alocação de ativos em que uma parte do investimento é realizado no ativo sem risco, correspondendo a carteiras mais conservadoras e seguras.

Deste modo, aumentar o peso do investimento no ativo isento de risco reduz o risco da carteira, mas também limita o retorno potencial. Por outro lado, quanto maior a afetação nos ativos de risco, maior será o retorno esperado, mas também o risco associado.

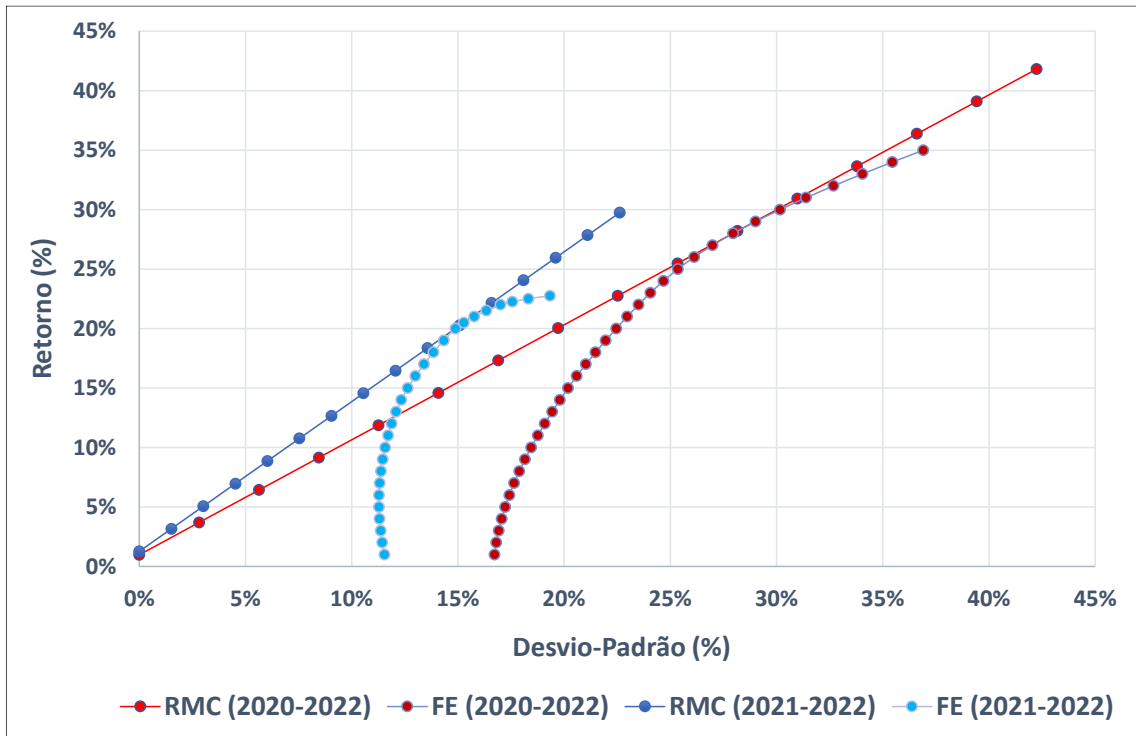
Nos pontos, pertencentes à RMC, que estão acima da carteira tangente, o peso do investimento no ativo sem risco é negativo, o que significa que o investidor terá de contrair empréstimos para aumentar a sua exposição ao risco. Estes investimentos de alavancagem envolvem a contração de empréstimos para investir em ativos com risco que podem potencialmente gerar retornos mais elevados. O investidor neste caso assume um risco maior, uma vez que o endividamento aumenta a exposição a ativos com risco, podendo, por outro lado, potenciar os retornos esperados.

Dito isto, o investidor escolhe a combinação de ativos ao longo da RMC, dependendo do seu perfil de aversão ao risco, objetivos financeiros pessoais e horizonte temporal do investimento.

Desconsiderando o ano de 2020 no segundo período da COVID-19, a RMC passa a apresentar um maior declive positivo, o que revela um incremento do valor do índice de Sharpe de 0,97 para 1,26. Neste caso, constata-se que para os mesmos níveis de risco a RMC alternativa apresenta níveis de retorno superiores ou para os mesmos níveis de retorno esperado apresenta níveis de risco inferiores, conforme demonstrado na figura 14.

Também na FE se verificam carteiras mais eficientes e seguras, dado que para os mesmos níveis de rentabilidade, regista níveis de risco significativamente inferiores.

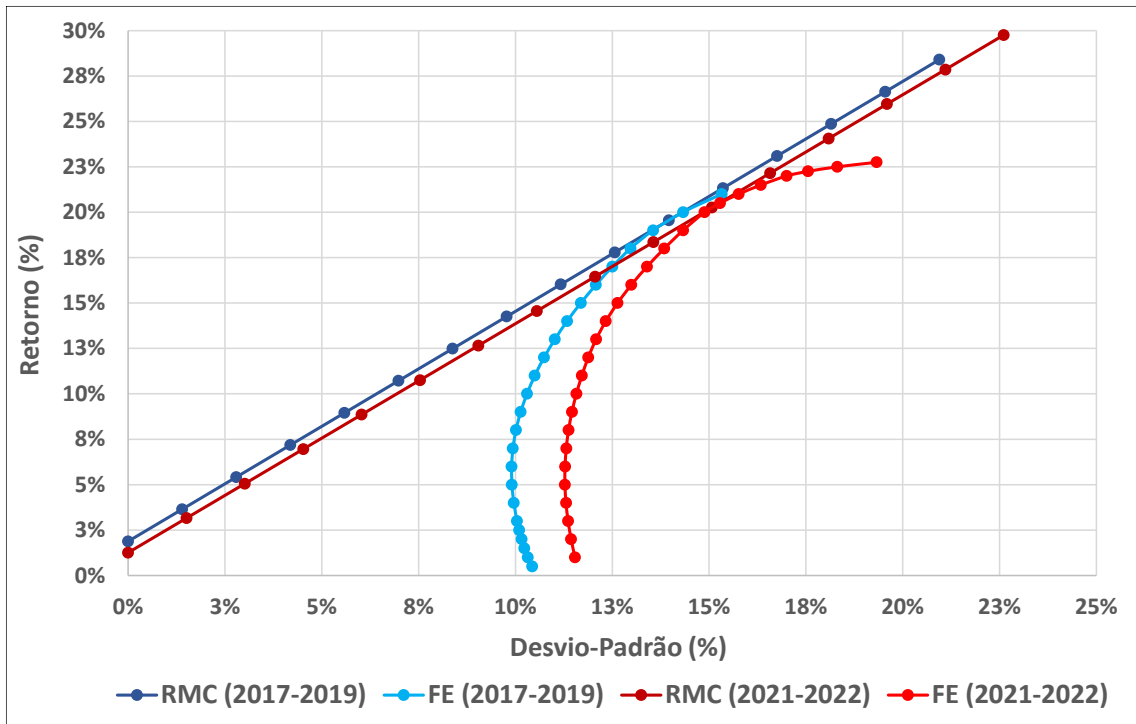
Figura 14 – FE e RMC (Período de 2020-2022 e 2021-2022)



Fonte: Elaboração própria

Na figura 15, é comparada a RMC do mesmo período de 2021 a 2022 com o período pré-pandemia de 2017 a 2019, verificando-se que as duas RMC são muito idênticas.

Figura 15 – FE e RMC (Período de 2017-2019 e 2021-2022)



Fonte: Elaboração própria

Os valores do índice de Sharpe apresentam valores equivalentes de 1,26 e 1,27, respectivamente, variando apenas o valor da rendibilidade do ativo isento de risco para cada período de tempo.

Neste contexto, todos os resultados anteriores sugerem que o ano de 2020 parece ser o verdadeiro impulsionador para os maus resultados obtidos anteriormente no segundo período de 2020 a 2022.

Similarmente, no estudo desenvolvido por Garcia e Borrego (2018) relativo ao índice PSI, os resultados evidenciaram que o ano de 2008 referente à crise financeira foi também o verdadeiro impulsionador para os maus resultados obtidos no primeiro período de 2000 a 2008.

## **Capítulo 5: CONCLUSÃO**

Nesta secção, apresentam-se as conclusões do estudo efetuado, de seguida são sugeridas algumas possibilidades de investigação futura e por fim são abordadas certas limitações do estudo.

### **5.1. Conclusões gerais**

O desenvolvimento dos conceitos de FE e RMC na construção de carteiras, assim como, a teoria da média-variância apresentada por Markowitz, demonstram de facto ter grande relevância no âmbito da literatura financeira e no mundo atual. O estudo e análise destes conceitos no presente estudo, referente a um conjunto de ações pertencentes ao PSI, procura retirar algumas conclusões sobre as decisões de alocação de ativos, antes e durante a pandemia COVID-19.

A análise permitiu retirar ilações sobre a eficiência ou ineficiência dos títulos considerados, destacar a importância da diversificação de ativos para cada período temporal selecionado e compreender o impacto da crise COVID-19, especialmente no ano de 2020, nas carteiras de investimento. A comparação dos três períodos de tempo (2017-2019, 2020-2022 e 2021-2022) revelou algumas diferenças relativamente à FE e à RMC.

Ao longo de todo o período de análise, as carteiras otimizadas pelo modelo de Markowitz tiveram um melhor desempenho do que qualquer título individual nacional, evidenciando que a teoria de Markowitz é aplicável e que a diversificação permite otimizar o retorno face ao nível de risco dos títulos. A solução de alavancar o investimento em carteiras, através da RMC, pela introdução do ativo isento de risco, revelou também ser uma possibilidade que introduziu um acréscimo de eficiência do investimento.

No primeiro período de tempo, relativo ao período pré-covid, de 2017 a 2019, pode-se concluir que os resultados alcançados demonstram que, por um lado, os investimentos em carteiras são mais conservadores e seguros, comparativamente com o segundo período de análise (2020-2022), pois para os mesmos níveis de retorno as carteiras apresentam menor risco. Por outro lado, para os mesmos níveis de risco estas carteiras também conduzem a oportunidades de investimento mais eficientes, pois registam maior retorno.

Dito isto, ao comparar a RMC no período de 2017 a 2019 com o período de 2020 a 2022, verifica-se que o risco das carteiras são entre 1% a 8% inferiores no primeiro período em

comparação com o segundo período, considerando o mesmo nível de retorno. Da mesma forma, em relação à FE, os valores do risco também são, em média, inferiores em 8% quando os dois períodos são comparados, mantendo o mesmo nível de retorno.

No segundo período analisado, a partir do nível de retorno de 21% verificam-se carteiras com maior risco e retorno, revelando uma grande variabilidade existente neste segundo período face ao primeiro período de 2017 a 2019, o que pode indicar significativas oscilações do mercado e investimentos menos previsíveis e seguros. O motivo está relacionado com a pandemia COVID-19, mais concretamente com a queda acentuada sentida nos mercados financeiros, sobretudo no mês de março do ano de 2020, fruto do anúncio oficial da OMS.

Na estimativa posterior, com o estudo do período de 2021 e 2022, isto é, excluindo o ano de 2020 no segundo período, constata-se uma melhoria substancial, em termos de rendimento médio e variância, regressando a resultados próximos dos encontrados no período pré-pandémico. Esta análise sugere que o ano de 2020 parece ser o verdadeiro impulsionador para os maus resultados obtidos no segundo período de análise.

Neste sentido, conclui-se também que, após o ano de 2020, e apesar da pandemia COVID-19 se alastrar para os anos seguintes, o mercado voltou a obter resultados positivos e muito semelhantes aos resultados encontrados no período pré-pandemia, revelando uma recuperação notória e rápida do mercado.

## **5.2. Investigação futura**

Poderá ser realizada mais investigação no sentido de abranger outros horizontes temporais e o impacto que pode ter nas carteiras de investimento, periodicamente. Para o mesmo período temporal do presente estudo, podem ser considerados também os restantes títulos cotados na bolsa de valores de Lisboa e noutros mercados financeiros, assim como índices de ações, de forma a obter benefícios com a diversificação e verificar as diferenças do efeito da COVID-19 entre diferentes países e mercados, como, por exemplo a bolsa de valores da Alemanha, que corresponde a uma referência importante no mercado da união europeia.

Outra sugestão de investigação futura passa por fazer uma análise de componentes principais, eliminando investimentos altamente correlacionados na amostra, tendo sido

um dos métodos de seleção de ativos na gestão de carteiras apresentado por Zaimovic *et al.* (2017).

### **5.3. Limitações**

A análise e os resultados alcançados com o presente estudo dependem da dimensão reduzida da amostra, número de observações, metodologia, método estatístico adotado e horizonte temporal escolhido, como demonstrado quando o ano de 2020 não é incluído no segundo conjunto de dados.

Tal como referido na revisão de literatura, o próprio modelo de Markowitz apresenta algumas limitações práticas abordadas por diferentes autores. O principal problema são os erros de estimativa associados aos retornos médios, desvios-padrão e covariância quando os investidores institucionais planeiam aplicar este modelo.

Outras limitações baseiam-se nos próprios pressupostos do modelo de Markowitz, como a premissa de estarmos perante um mercado financeiro perfeito, o que significa que não há custos de transação, impostos e os títulos são infinitamente divisíveis.

## Referências bibliográficas

- Albulescu, C. T. (2021) COVID-19 and the United States Financial Markets' Volatility. *Finance Research Letters*, 38.
- Ali, M., Alam, N., & Rizvi, S.A.R. (2020) Coronavirus (COVID-19) – An Epidemic or Pandemic for Financial Markets. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 27.
- Ashraf, B. N. (2020) Economic Impact of Government Interventions during the COVID-19 Pandemic: International Evidence from Financial Markets. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 27.
- Baker, M., Bradley, B., & Wurgler, J. (2011) Benchmarks as Limits to Arbitrage: Understanding the Low-Volatility Anomaly. *Financial Analysts Journal*, 67 (1), 40-54.
- Borrego, D.A.B.S. (2015) *Efficient Frontier and Capital Market Line on PSI 20*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa. Instituto Superior de Economia e Gestão.
- Chaudhary, R., Bakhshi, P., & Gupta, H. (2020) Volatility in International Stock Markets: An Empirical Study during COVID-19. *Journal of Risk and Financial Management*, 13 (9), 208.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J. & Goetzmann, W. N. (2014) *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc..
- Engelhardt, N., Krause, M., Neukirchen, D., & Posh, N. P. (2021) Trust and Stock Market Volatility during the COVID-19 Crisis. *Finance Research Letters*, 38.
- Garcia, M.T.M. & Borrego, D.A.B.S. (2017) Markowitz Efficient Frontier and Capital Market Line – Evidence from the Portuguese Stock Market. *The European Journal of Management Studies*, 22 (1), 3-23.
- Garcia, M.T.M. & Borrego, D.A.B.S. (2018) Calculating the Efficient Frontier for the Portuguese Stock Market. *International Advances in Economic Research*, 24 (4), 339-349.
- Ghahtarani, A., Saif, A., & Ghasemi, A. (2022) Robust Portfolio Selection Problems: A Comprehensive Review. *Operational Research*, 22 (4), 3203-3264.
- Haroon, O. & Rizvi, S.A.R. (2020) COVID-19: Media Coverage and Financial Markets Behavior – A Sectoral Inquiry. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 27.
- Heyden, K. J. & Heyden, T. (2021) Market Reactions to the Arrival and Containment of COVID-19: An Event Study. *Finance Research Letters*, 38.
- Ivanova, M. & Dospatliev, L. (2017) Application of Markowitz Portfolio Optimization on Bulgarian Stock Market from 2013 to 2016. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 117 (2), 291-307.
- Kolm, P. N., Tütüncü, R., & Fabozzi, F. J. (2014) 60 Years of Portfolio Optimization: Practical Challenges and Current Trends. *European Journal of Operational Research*, 234 (2), 356-371.
- Lai, T. L., Xing, H., & Chen, Z. (2011) Mean-Variance Portfolio Optimization When Means and Covariances are Unknown. *The Annals of Applied Statistics*, 5 (2), 798-823.

- Leote, F., Silva, C.O., & Teixeira, N. (2019) A Aplicação da Teoria de Markowitz na Euronext Lisboa. XXIX Jornadas Luso-Espanholas de Gestão Científica. Osuna.
- Levy, H. & Levy, M. (2014) The Benefits of Differential Variance-based Constraints in Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, 234 (2), 372-381.
- Levy, M. & Roll, R. (2010) The Market Portfolio May Be Mean/Variance Efficient After All. *Review of Financial Studies*, 23 (6), 2464-2491.
- Liu, J., Jin, X., Wang, T., & Yuan, Y. (2015) Robust Multi-period Portfolio Model Based on Prospect Theory and ALMV-PSO Algorithm. *Expert Systems with Applications*, 42 (20), 7252-7262.
- Lu, I-C., Tee, K-H., & Li, B. (2019) Asset Allocation with Multiple Analysts' Views: A Robust Approach. *Journal of Asset Management*, 20 (3), 215-228.
- Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Markowitz, H. (1959) Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *Cowles Foundation Monograph*, 16.
- Markowitz, H. (1987) Mean-variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. *The Journal of Finance*, 44 (2), 531-535.
- Sharpe, W. (1964) Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19, 425-442.
- Sharpe, W.F. (1994) The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21 (1), 49-58.
- Singh, B., Dhall, R., Narang, S., & Rawat, S. (2020) The Outbreak of COVID-19 and Stock Market Responses: An Event Study and Panel Data Analysis for G-20 Countries. *Global Business Review*, 26 (1).
- Tobin, J. (1958) Liquidity Preference as Behavior Toward Risk. *Review of Economic Studies*, 25 (2), 65-86.
- Vilhena, P.R. (2013) *Análise da Eficiência da Carteira de Mercado através das suas Representações*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto. Repositório Institucional da Universidade do Porto.
- Zaimovic, A., Arnaut-Berilo, A., & Mustafic, A. (2017) Portfolio Diversification in the South-East European Equity Markets. *South East European Journal of Economics and Business*, 12 (1), 126-135.
- Zhang, D., Hu, M., & Ji, Q. (2020) Financial Markets Under the Global Pandemic of COVID-19. *Finance Research Letters*, 36.
- Zhang, Y., Li, X., & Guo, S. (2018) Portfolio Selection Problems with Markowitz's Mean-variance Framework: A Review of Literature. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 17 (2), 125-158.
- Zopounidis, C., Doumpos, M., & Fabozzi, F. J. (2014) Preface to the Special Issue: 60 Years Following Harry Markowitz's Contributions in Portfolio Theory and Operations Research. *European Journal of Operational Research*, 234 (2), 343-345.

Zymler, S., Rustem, B., & Kuhn, D. (2011) Robust Portfolio Optimization with Derivative Insurance Guarantees. *European Journal of Operational Research*, 210 (2), 410-424.

## Apêndice 1 – Matrizes de Variância-Covariância (2017-2019 e 2020-22)

<b>Matriz Variância-Covariância (2017-2019)</b>																	
	Mota-Engil	BCP	Galp	EDP Ren.	EDP En.	Sonae SGPS	Altri	Corticeira A.	CTT	Ibersol	J. Martins	NOS	Pharol	REN	SEMAPA	Navigator	Sonae C.
Mota-Engil	0,15530231	0,05294092	0,022684	0,00996118	0,0067729	0,034653344	0,0413	0,028683138	0,02936	0,007863	0,0250676	0,02709	0,0239	0,014077	0,0318035	0,0411337	0,03421531
BCP	0,05294092	0,1195266	0,015357	0,00448595	0,0062805	0,030215678	0,0128	0,01470014	0,03422	0,0052127	0,0105386	0,01744	0,0217	0,010218	0,0155658	0,0197521	0,02644492
Galp	0,02268427	0,01535677	0,036351	0,01124298	0,01056253	0,008555626	0,0184	0,008544776	0,01202	0,0053742	0,0073789	0,01051	0,0178	0,008521	0,0132471	0,0177482	0,01231864
EDP Ren.	0,00996118	0,00448595	0,011243	0,02570671	0,01118539	0,004114193	0,0123	0,004659916	0,00662	0,0059735	0,0085114	0,00605	0,0061	0,00862	0,0086299	0,0096174	0,00508337
EDP En.	0,0067729	0,0062805	0,010563	0,01118539	0,03595726	0,00766546	0,0143	0,00708797	0,01024	0,0023413	0,007475	0,00928	0,0242	0,01206	0,0060176	0,0097899	0,00206556
Sonae SGPS	0,03465334	0,03021568	0,008556	0,00411419	0,00766546	0,037696981	0,0211	0,011535906	0,02144	0,0047735	0,0181048	0,01118	0,0141	0,005377	0,0166744	0,0231441	0,01909398
Altri	0,04127895	0,01281958	0,018445	0,01234748	0,01433099	0,021101223	0,1275	0,022888855	0,01819	0,0050084	0,0156416	0,01107	0,0277	0,007902	0,0381709	0,0560166	0,00641638
Corticeira A.	0,02868314	0,01470014	0,008545	0,00465992	0,0070088	0,011535906	0,0229	0,050070912	0,01624	0,0087636	0,0089617	0,00768	0,0277	0,003862	0,0150352	0,0158892	0,00702764
CTT	0,02936147	0,03421753	0,012019	0,00662155	0,01024201	0,021433597	0,0182	0,016236345	0,11531	0,003855	0,0091164	0,01719	0,0134	0,006946	0,0159232	0,0151631	0,02109693
Ibersol	0,00786303	0,00521274	0,005374	0,00597355	0,00234128	0,00477352	0,005	0,008763647	0,00385	0,0344927	0,0067135	0,00348	0,0184	0,002701	0,0072111	0,0042457	0,00207405
J. Martins	0,02506756	0,01053857	0,007379	0,00851142	0,00747501	0,018104816	0,0156	0,008961663	0,00912	0,0067135	0,0518855	0,00847	0,0146	0,005999	0,0102828	0,0117368	0,01264249
NOS	0,02709089	0,01744005	0,010506	0,0060487	0,00927777	0,011181743	0,0111	0,007676349	0,01719	0,0084687	0,03467	0,03467	0,0085	0,007969	0,0055863	0,0116333	0,00902536
Pharol	0,02388321	0,02174406	0,017809	0,00610621	0,02418366	0,014059629	0,0277	0,027729444	0,01335	0,0183704	0,0146026	0,00852	0,3179	0,017589	0,0203063	0,0278674	0,01307335
REN	0,01407661	0,01021781	0,008521	0,00862031	0,01206021	0,00537672	0,0079	0,00361837	0,00695	0,0027012	0,0059993	0,00797	0,0176	0,01953	0,0044414	0,0063712	0,01009108
SEMAPA	0,03180352	0,01556585	0,013247	0,00862994	0,00601765	0,016674411	0,0382	0,015035247	0,01592	0,0072111	0,0102828	0,00559	0,0203	0,004441	0,0465539	0,0364639	0,0130809
Navigator	0,04113374	0,01975207	0,017748	0,00961739	0,0097899	0,023144055	0,0064	0,015889153	0,01516	0,0042457	0,017368	0,01163	0,0279	0,006371	0,0364639	0,0610196	0,01787461
Sonae C.	0,03421531	0,02641492	0,012319	0,00508337	0,0020656	0,019093981	0,0064	0,007027638	0,0211	0,002074	0,0126425	0,00903	0,0131	0,010091	0,0130809	0,0178746	0,0659006

<b>Matriz Variância-Covariância (2020-2022)</b>														
	Mota-Engil	BCP	Galp	EDP Ren.	EDP En.	Sonae SGPS	Altri	Corticeira A.	CTT	J. Martins	NOS	REN	SEMAPA	Navigator
Mota-Engil	0,180961212	0,109767304	0,0918494	0,035625364	0,03807257	0,08020468	0,0854031	0,033788964	0,0748372	0,022024096	0,0512001	0,02666079	0,075737914	0,075755433
BCP	0,109767304	0,274979671	0,1118916	0,027137714	0,035955058	0,087859797	0,1089689	0,035796798	0,0733786	0,027231101	0,0530052	0,0291262	0,096718239	0,087358103
Galp	0,09184947	0,111891589	0,1756029	0,027081089	0,036889011	0,070924652	0,0898394	0,032707711	0,0675873	0,032066014	0,0467205	0,0426554	0,077054737	0,071221421
EDP Ren.	0,035625364	0,027137714	0,0270811	0,140252109	0,081822228	0,029604289	0,0475113	0,027575833	0,0354441	0,022381863	0,0236272	0,0361152	0,031049252	0,027875335
EDP En.	0,03807257	0,035955058	0,036889	0,081182228	0,083545141	0,037950725	0,0512836	0,026458843	0,03445	0,025080404	0,0271983	0,0337556	0,037962769	0,037281949
Sonae SGPS	0,08020468	0,087859797	0,0709247	0,029604289	0,037950725	0,102631494	0,0887888	0,030611207	0,0604557	0,036835173	0,0435345	0,0291451	0,071426655	0,070962201
Altri	0,085403105	0,108968878	0,0898394	0,047511283	0,051283563	0,088788836	0,1741395	0,050265719	0,066173	0,036681328	0,0475812	0,0408751	0,102760153	0,105401492
Corticeira A.	0,033788964	0,035796798	0,0327077	0,027575833	0,026458843	0,030611207	0,0502657	0,051450869	0,0319772	0,01903027	0,0160892	0,0205245	0,032463854	0,038511483
CTT	0,074837207	0,073378637	0,0675873	0,035444123	0,034449969	0,06045566	0,066173	0,031977207	0,1466549	0,024203536	0,0393828	0,026963	0,060628145	0,066428017
J. Martins	0,022024096	0,027231101	0,032066	0,022381863	0,025080404	0,0368813	0,0366813	0,01903027	0,0242035	0,070758209	0,0253195	0,0176296	0,027208667	0,027847465
NOS	0,05120006	0,053005215	0,0467205	0,023627221	0,027198288	0,043534498	0,043534498	0,016089179	0,0393828	0,025319471	0,0794602	0,0221626	0,037165329	0,041591653
REN	0,0266607859	0,029126222	0,0426554	0,03611523	0,033755561	0,029145118	0,0408751	0,020524506	0,026963	0,0176295979	0,0221626	0,0371042	0,029021934	0,0254159
SEMAPA	0,075737914	0,096718239	0,0770547	0,031049252	0,037962769	0,071426655	0,1027602	0,032463854	0,0606281	0,027208667	0,0371653	0,0290219	0,139084126	0,084602637
Navigator	0,075755433	0,087358103	0,0712214	0,027875335	0,037281949	0,070962201	0,1054015	0,038511483	0,066428	0,027847465	0,0415917	0,0254159	0,084602637	0,10425953

Apêndice 2 – Matriz de Variância-Covariância (2021-2022)

Matriz Variância-Covariância (2021-2022)														
	Mota-Engil	BCP	Galp	EDP Ren.	EDP En.	Sonae SGPS	Altri	Corticeira A.	CTT	J. Martins	NOS	REN	SEMAPA	Navigator
Mota-Engil	0,050873673	0,030479828	0,024271051	0,024995907	0,015846152	0,024010818	0,029393957	0,017491982	0,030960452	0,010684166	0,011264912	0,010212954	0,010165777	0,017519472
BCP	0,030479828	0,216880871	0,039664396	-0,00703523	-0,001185902	0,036949815	0,042160809	0,01308423	0,034287934	0,018619469	0,022475285	0,005593551	0,035278326	0,030594597
Galp	0,024271051	0,039664396	0,103946058	-0,009384702	-0,006314192	0,015338172	0,023422934	0,007896054	0,02254597	0,005843432	0,009652576	0,008985089	0,020042704	0,01320444
EDP Ren.	0,024995907	-0,00703523	-0,009384702	0,132239394	0,0614739	0,014002934	0,021557399	0,015347771	0,027775382	0,01676984	0,019802164	0,019493483	0,007910253	0,003354752
EDP En.	0,015846152	-0,001185902	-0,006314192	0,0614739	0,054968484	0,008566057	0,008037456	0,008698964	0,014734272	0,008038767	0,013079914	0,012853469	0,00312656	0,004533367
Sonae SGPS	0,024010818	0,036949815	0,015338172	0,014002934	0,008566057	0,064859231	0,037555408	0,011551641	0,035732398	0,027382336	0,016166568	0,007526297	0,019047698	0,025924693
Altri	0,029393957	0,042160809	0,023422934	0,021557399	0,008037456	0,037555408	0,105290459	0,022883193	0,015606065	0,011724556	0,013416644	0,010317605	0,03993156	0,048197537
Corticeira A.	0,017491982	0,01308423	0,007896054	0,015347771	0,008698964	0,011551641	0,022883193	0,032846838	0,019931369	0,010075593	0,00696513	0,008137811	0,004652687	0,01546595
CTT	0,030960452	0,034287934	0,02254597	0,027775382	0,014734272	0,035732398	0,015606065	0,019931369	0,125620486	0,006887836	0,015531354	0,01016099	0,020848553	0,029874422
J. Martins	0,010684166	0,018619469	0,005843432	0,01676984	0,008038767	0,027382336	0,011724556	0,010075593	0,006887836	0,05853531	0,009482229	0,010298221	0,014846846	0,010316048
NOS	0,011264912	0,022475285	0,009652576	0,019802164	0,013079914	0,016166568	0,013416644	0,00696513	0,015531354	0,009482229	0,03805979	0,012840954	0,009471805	0,006875706
REN	0,010212954	0,005593551	0,008985089	0,019493483	0,012853469	0,007526297	0,010317605	0,008137811	0,01016099	0,010298221	0,012840954	0,017905098	0,004783828	0,002492983
SEMAPA	0,010165777	0,035278326	0,020042704	0,007910253	0,00312656	0,019047698	0,03993156	0,004652687	0,020848553	0,014846846	0,009471805	0,004783828	0,090383754	0,031441189
Navigator	0,017519472	0,030594597	0,01320444	0,003354752	0,004533367	0,025924693	0,048197537	0,01546595	0,029874422	0,010316048	0,006875706	0,002492983	0,031441189	0,059142184