Verónica Cristina Vieira Lopes

Matemática no Ensino Secundário e a Flexibilidade Curricular:

Atividades desenvolvidas com os alunos

UNIVERSIDADE DO ALGARVE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

2021

Verónica Cristina Vieira Lopes

Matemática no Ensino Secundário e a Flexibilidade Curricular:

Atividades desenvolvidas com os alunos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Matemática para Professores

Trabalho efetuado sob a orientação

Professora Auxiliar

Susana Isabel de Matos Fernandes

UNIVERSIDADE DO ALGARVE

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

2021

Matemática no Ensino Secundário e a Flexibilidade Curricular:

Atividades desenvolvidas com os alunos

Declaração de Autoria do Trabalho

Declaro ser a autora deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

Verónica Cristina Vieira Lopes

....

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais por terem sempre acreditado em mim e me apoiarem nas decisões que tomei.

À minha irmã Sandra e sobrinha Joana, partilhar uma casa onde se vive e respira Matemática nem sempre é fácil.

À minha irmã Michelle que sempre me apoiou nas minhas loucas aventuras e por todas as fotografias que tirou nas nossas viagens que serviram de inspiração.

À minha irmã Vanessa, cujas piadas secas me fizeram falta para aguentar esta maratona. Descansa em paz.

À minha amiga Fernanda que parecia adivinhar quando precisava de um impulso e de ouvir uma voz amiga porque ligava sempre na hora certa.

À minha tia Fernandina (que descanse em paz) e meu ao tio Hélder que me receberam de braços abertos na sua casa, era eu uma simples caloira. Obrigado por todo o carinho e apoio que sempre me deram.

À minha orientadora a Professora Auxiliar Susana Fernandes pela maravilhosa orientação que prestou, pelas palavras sábias e pelo apoio incondicional.

À minha colega de mestrado Emília. O mestrado não seria o mesmo sem ti.

Aos meus colegas que participaram comigo nesta aventura, na aplicação das tarefas ou até na correção ortográfica dos guiões.

Finalmente aos meus alunos sem eles e o seu empenho nas atividades nada disto teria sido possível.

RESUMO

A introdução do projeto da autonomia e flexibilidade curricular no ensino português suscitou dúvidas e receios nas comunidades escolares que teriam de o implementar. Este trabalho tem como objetivo contribuir com propostas de respostas a dúvidas e receios dos professores. É apresentada a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular em turmas lecionadas pelo autor, nas disciplinas de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Matemática B e Matemática A, nos anos letivos 2017/2018 a 2019/2020, com fundamentação legal e científica - pedagógica para o trabalho desenvolvido.

A contribuição do autor para o ensino da Matemática no Ensino Secundário no âmbito do projeto da autonomia e flexibilidade curricular traduz-se na criação de tarefas matemáticas contextualizadas nos interesses e na vida diária dos alunos na comunidade local; numa reflexão sobre o desenrolar da implementação do projeto, destacando aspetos positivos e negativos; e numa análise estatística da repercussão da implementação do projeto nas classificações internas e externas dos alunos das turmas visadas.

Conclui-se que a implementação apresentada do projeto da autonomia e flexibilidade curricular foi uma mais valia para professor e alunos, proporcionando um leque alargado de novas aprendizagens de acordo com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Em termos de avaliações internas e externas, os alunos que usualmente têm classificações mais baixas melhoraram as suas classificações, não se observando diferenças significativas nas classificações dos alunos que usualmente já têm boas classificações.

Palavras-chave: autonomia e flexibilidade curricular, Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória; atividades desenvolvidas com os alunos; metodologias de ensino; tarefas matemáticas

ABSTRACT

The introduction of the project of autonomy and flexibility of the curriculum in the Portuguese schooling system raised doubts and apprehension in the school communities in which the project would be implemented. The objective of this work is to contribute with proposals for answers to doubts and apprehensions of the teachers. The document presents the implementation of the project of autonomy and flexibility of the curriculum in the classes taught by the author, along with its legal and scientific-pedagogical support. The subjects Mathematics Applied to Social Sciences, Mathematics B and Mathematics A were taught in the school years 2017/2018 through 2019/2020.

The author's contribution to the teaching of Mathematics in Secondary Education within the scope of the project of autonomy and flexibility of the curriculum consists of the creation of mathematical tasks contextualized in the interests and daily life of students in their local community; a reflection on the implementation of the project, highlighting positive and negative aspects; and a statistical analysis of the repercussion of the implementation of the project in the internal and external classifications of the students of the targeted classes.

It is concluded that the presented implementation of the curriculum autonomy and flexibility project was an asset for teachers and students, providing a wide range of new learnings in accordance with the Student Profile on Leaving Compulsory Education. In terms of internal and external evaluations, students who usually have lower ratings have improved their ratings, with no significant differences observed in the ratings of students who already have good ratings.

Keywords: autonomy and flexibility of the curriculum; Student Profile on Leaving Compulsory Education; activities developed with students; teaching methodologies; mathematical tasks.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS ... v

RESUMO ... vii

ABSTRACT ... ix

ÍNDICE DAS FIGURAS ... xv

ÍNDICE DAS TABELAS ... xvii

ABREVIATURAS UTLIZADAS ... xix

- **Aprendizagens Essenciais: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes** ... xix
- **Áreas de Competências do Perfil do Aluno (ACPA)** ... xxii
- **Ações Estratégicas do Ensino orientado para o perfil do aluno** ... xxiii

INTRODUÇÃO ... 1

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ... 5

- **O que é ensinar e educar?** ... 5
- **E se o aluno não quer aprender?** ... 7
- **Quais os protagonistas da educação?** ... 12
- **Os alunos não são todos iguais porque os ensinamos e avaliamos então da mesma forma?** ... 14
- **O que diz a legislação em vigor e os documentos orientadores?** ... 23
- **Que estratégias devemos aplicar?** ... 31
  - **Ensino recíproco** ... 39
  - **Estratégias metacognitivas** ... 40
  - **Estratégias de resolução de problemas** ... 41
  - **Aprendizagem cooperativa** ... 44
  - **Instrução direta, ensino explícito ou ativo** ... 46
  - **Exercícios e problemas resolvidos** ... 50
- **Que estratégias e tarefas devemos aplicar numa aula de matemática?** ... 53
  - **Ensino direto versus ensino-aprendizagem exploratório** ... 57
  - **Tarefas matemáticas** ... 61
    - **Problemas** ... 62
    - **Exercícios** ... 63
    - **Investigações** ... 64
    - **Explorações** ... 65
    - **Modelação** ... 65
    - **Projetos** ... 66

Classificação de tarefas matemáticas 66
TRABALHO DESENVOLVIDO COM OS ALUNOS 71
Trabalho desenvolvido com os alunos de MACS 73
Vamos às Compras 74
Jantar de Natal – Teoria das eleições 75
Eleições e os Direitos Humanos 77
Vamos comer piza – Partilha Equilibrada contínua 81
Tráfico de Gomas – Partilha Equilibrada Discreta 84
Cidadania e a Estatística 85
Crédito Automóvel 88
Impostos e despesas familiares 91
Labirinto – Encontra o caminho 97
Inferência estatística e as classificações internas e externas de MACS 101
Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em MACS 106
Trabalho desenvolvido com os alunos de Matemática B e Matemática dos cursos profissionais 112
Abrigar refugiados na escola 112
Parábolas na nossa vida 118
Criptografia 122
Diz-me a tua altura que te digo o tamanho do teu sapato 130
Relógio Solar 132
Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em Matemática B e em Matemática nos cursos profissionais 141
Trabalho desenvolvido com os alunos de Matemática A 148
Descobrindo as Ciências com o Geocaching 148
Vídeos tutoriais 153
Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em Matemática A 156
REFLEXÃO SOBRE O TRABALHO DESENVOLVIDO E O DESENVOLVIMENTO DAS COMPETÊNCIAS E VALORES DOS ALUNOS. 161
AVALIAÇÃO INTERNA VERSUS AVALIAÇÃO EXTERNA 175
Análise das classificações em MACS 179
MACS – 10º ano 179
MACS – 11º ano 181
MACS – Antes da Flexibilidade versus durante a Flexibilidade 185
Análise das Classificações em Matemática B 188
Matemática B – 10º ano 189

Matemática B – 11º ano 190
Matemática B – Antes da Flexibilidade versus durante a Flexibilidade 192
Discussão dos resultados de MACS e Matemática B 194
Análise das classificações de Matemática A 195
Matemática A – 10º ano 196
Turma ciências e tecnologias 197
Turma ciências socioeconómicas 198
Turma ciências e tecnologias vs turma ciências socioeconómicas 199
Discussão dos resultados de Matemática A 202
DISCUSSÃO 207
CONCLUSÃO 213
BIBLIOGRAFIA 215
ANEXOS 217
Anexo 1 – Excerto de No coração da escola 217
Anexo 2 – Excerto de O professor faz a diferença 218
Anexo 3 – Excerto de O Professor faz a diferença 219
APÊNDICES 221
APÊNDICE 1 – Guião da tarefa "VAMOS ÀS COMPRAS" 221
APÊNDICE 2 – Guião da tarefa "ELEIÇÕES E OS DIREITOS HUMANOS" 224
APÊNDICE 3 – Guião da tarefa "CIDADANIA E A ESTATÍSTICA" 230
APÊNDICE 4 – Guião da tarefa "CRÉDITO AUTOMÓVEL" 233
APÊNDICE 5 – Guião da tarefa "IMPOSTOS E DESPESAS FAMILIARES" 236
APÊNDICE 6 – Guião da tarefa "LABIRINTO – ENCONTRA O CAMINHO" 242
APÊNDICE 7 – Exemplos de labirintos utilizados na tarefa "LABIRINTO – ENCONTRA O CAMINHO" 243
APÊNDICE 8 – Guião da tarefa "INFERÊNCIA ESTATÍSTICA E AS CLASSIFICAÇÕES INTERNAS E EXTERNAS DE MACS" 245
APÊNDICE 9 – Guião da tarefa "ABRIGAR REFUGIADOS NA ESCOLA" 251
APÊNDICE 10 – Guião da tarefa "AS PARÁBOLAS NAS NOSSAS VIDAS" 255
APÊNDICE 11 – Guião da tarefa "CRIPTOGRAFIA – PARTE 1" 258
APÊNDICE 12 – Guião da tarefa "CRIPTOGRAFIA – PARTE 2" 261
APÊNDICE 13 – Guião da tarefa "DIZ-ME A TUA ALTURA QUE TE DIGO O TAMANHO DO TEU SAPATO" 264
APÊNDICE 14 – Guião da tarefa "RELÓGIO SOLAR" – Construção do relógio solar 267
APÊNDICE 15 - Guião da tarefa "RELÓGIO SOLAR" – Equação do tempo 269
APÊNDICE 16 – Guião da tarefa "JARDIM MATEMÁTICO" 274

APÊNDICE 17 – Guião da tarefa "QUEM É O MAIS VELOZ?" 280

APÊNDICE 18 – Guião da tarefa "COVID-19 E A MODELAÇÃO MATEMÁTICA" 282

APÊNDICE 19 – Guião da tarefa "DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING" 285

APÊNDICE 20 – Instruções para o ponto de partida da tarefa "DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING" 286

APÊNDICE 21 – Links para as páginas de internet das diferentes etapas da tarefa "DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING" 288

APÊNDICE 22 – Guião da tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS – 12º ano" 289

APÊNDICE 23– Guião da tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS – 10º ano" 291

APÊNDICE 24 – Tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS 10º ano" – Documento para a escolha do tema 292

APÊNDICE 25 – Rubrica da tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS 10º ano" 295

APÊNDICE 26 – Guião da tarefa "AFTER THE DARK – A MATEMÁTICA PRESENTE NO FILME" 303

APÊNDICE 27 – Guião da tarefa "AS FORMAS ESCONDIDAS NOS MINERAIS" 311

APÊNDICE 28 – CIF e Classificações obtidas nos exames – MACS e Matemática B............ 312

APÊNDICE 29 – Resultados dos diversos Testes de Hipóteses... 314

MACS 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas 314

MACS 11º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas 315

MACS (Flexibilidade) – duas amostras independentes.. 316

MACS – duas amostras independentes 317

Matemática B 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas 322

Matemática B 11º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas 323

Matemática B (Flexibilidade) – duas amostras independentes............................. 324

Matemática B – duas amostras independentes... 325

Matemática A 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas........................ 330

Matemática A 10º (Flexibilidade) – duas amostras independentes...................... 338

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 1 - Influência dos agentes no rendimento escolar do aluno (Lopes e Silva, 2015, pp VII) 10
Figura 2 - Uma seleção justa? (https://www.pinterest.pt/pin/357262182943139569/)........... 19
Figura 3 – Esquema concetual do perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO, 2017 pp 11) 26
Figura 4 - Diagrama do processo de resolução de problemas (Lopes e Silva 2015 pp 127)....... 44
Figura 5 - Esquema sintaxe do ensino expositivo (Lopes e Silva 2015 pp 176) 47
Figura 6 - Esquema sintaxe da instrução direta ou ensino explícito (Lopes e Silva 2015 pp 177) 48
Figura 7 - Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas (Ponte 2005, pp 14) 61
Figura 8 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. (Ponte 2005, pp 8)........ 67
Figura 9 - Classificação das tarefas quanto à dimensão (Ponte 2005, pp 10)........ 68
Figura 10 - Os três tipos de boletim de votos utilizados........ 76
Figura 11 - Método do divisor único: o divisor a efetuar a divisão........ 82
Figura 12 - Método do divisor único: os selecionadores avaliam as partes 82
Figura 13 - Os diferentes passos no método dos marcadores........ 84
Figura 14 - Mapa de Portugal com as taxas de IMI aplicadas em cada conselho (www.montepio.org) 93
Figura 15 - Exemplos de labirintos fornecidos aos alunos........ 99
Figura 16 - Roleta utilizada para a seleção aleatória dos alunos 99
Figura 17 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de MACS 1ª fase em IAVE 103
Figura 18 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de MACS 2ª fase em IAVE 103
Figura 19 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de Geografia A 1ª fase em IAVE 104
Figura 20 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de Geografia A 2ª fase em IAVE 104
Figura 21 - Resolução de um grupo que não deixou espaço entre as camas descontando depois algumas camas 114

Figura 22 - Esquemas sem rigor onde foram estudadas as duas posições 114
Figura 23 - Resolução de um grupo com vários esquemas que não estão à escala mostrando o raciocínio 115
Figura 24 - Resolução de um grupo que deixou um espaço com as dimensões da cama esquecendo de deixar espaço para a abertura da porta 116
Figura 25 - Resolução de um grupo com esquemas, que não estão à escala, que estudam as suas posições.. 117
Figura 26 - Fotografia tirada na aula de Audiovisuais na qual se vê a trajetória da bola 119
Figura 27 - Fotografia do aluno praticante de capoeira a tentar formar um arco 119
Figura 28 - Arco formado com uma corda 120
Figura 29 - Montagem feita por um aluno recorrendo a capacidades desenvolvidas nas disciplinas técnicas.. 120
Figura 30 - Primeira resolução da aluna com erros 121
Figura 31 - Resolução da mesma aluna corrigida com base no feedback dado 122
Figura 32 - Excerto do documento elaborado pela professora de Desenho 132
Figura 33 - Maquete do grupo que não fez pesquisa 134
Figura 34 - Maquetes dos grupos que não entregaram relatório, mas fizeram pesquisa........ 134
Figura 35 - Maquete do grupo que não reflete a descrição no relatório 135
Figura 36 - Descrição do relógio que constava no relatório do grupo.................................... 135
Figura 37 - Instruções para a construção do relógio de sol de um grupo............................... 136
Figura 38 - Maquete do grupo cujas instruções estão na Figura 37 136
Figura 39 - Instruções precisas de um grupo para a construção do seu relógio de sol 137
Figura 40 - Maquete construída de acordo com as instruções da Figura 39 138
Figura 41 - Mapa com os três percursos e as respetivas etapas... 149
Figura 42 - O enigma Número Cruzados que os alunos tiveram que resolver de modo a obterem as coordenadas da etapa seguinte.. 150
Figura 43 - Os três grupos na cantina a resolverem o enigma Números Cruzados, descobrindo as coordenadas e o local da próxima etapa 150
Figura 44 - Lendo o "QR code" com o telemóvel e acedendo a página da etapa.................... 151
Figura 45 - Placard situado num dos locais que serviu de inspiração para uma questão 151
Figura 46 - Montagem de fotos mostrando: a face da pedra contida no plano; alunos a recolherem dados; duas resoluções 152

ÍNDICE DAS TABELAS

Tabela 1 - Tabela utilizada pelos alunos para recolher dados das diferentes instituições bancarias 89

Tabela 2 - Grelha de auto e hétero avaliação preenchida pelos alunos após a conclusão de uma tarefa 170

Tabela 3 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de MACS 10º ano 180

Tabela 4 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de MACS 11º ano 183

Tabela 5 - Avaliações internas e externas obtidas pelos alunos de MACS 184

Tabela 6 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de Matemática B 10º ano 189

Tabela 7 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de Matemática B 11º ano 190

Tabela 8 - Avaliações internas e externas obtidas pelos alunos de Matemática B 191

Tabela 9 - Cabeçalho para atribuição da classificação de cada competência........ 196

Tabela 10 - Distribuição das cotações e competências por questões 196

Tabela 11 - Classificações obtidas nos diversos momentos de avaliação na turma ciências e tecnologias 205

Tabela 12 - Classificações obtidas nos diversos momentos de avaliação na turma ciências socioeconómicas 205

ABREVIATURAS UTLIZADAS

Aprendizagens Essenciais: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes

(Retiradas das Aprendizagens Essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º e 11º ano, Matemática B 10º e 11º ano, Matemática A 10º ano)

AE1 – Compreender os diferentes sistemas de votação.

AE2 – Compreender como se contabilizam os mandatos nalgumas eleições.

AE3 – Compreender que os resultados podem ser diferentes se os métodos de contabilização dos mandatos forem diferentes.

AE4 – Analisar algumas situações paradoxais.

AE5 – Compreender que há limitações à melhoria dos sistemas de eleições.

AE6 – Compreender a problemática da partilha equilibrada.

AE7 – Experimentar os algoritmos usados em situações de partilha no caso contínuo e no caso discreto.

AE8 – Compreender que a aplicação de algoritmos de partilha diferentes pode produzir resultados diferentes.

AE9 – Conceber e analisar estratégias variadas de resolução de problemas, e criticar os resultados obtidos.

AE10 – Compreender e construir argumentos matemáticos e raciocínios lógicos.

AE11 – Resolver problemas de modelação matemática, no contexto da vida real ou de outras disciplinas.

AE12 – Resolver problemas e atividades de investigação tirando partido da tecnologia, nomeadamente da calculadora gráfica e de programas como a Folha de Cálculo.

AE13 – Desenvolver competências sociais de intervenção.

AE14 – Reconhecer a importância da Estatística na sociedade atual.

AE15 – Formular questões, organizar, representar e tratar de dados recolhidos para tirar conclusões numa análise crítica e consciente dos limites do processo de matematização da situação.

AE16 – Selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados, nomeadamente processos de amostragem, reconhecendo o grau de incerteza associado.

AE17 – Construir, ler e interpretar tabelas e gráficos.

AE18 – Calcular medidas de localização e de dispersão de uma amostra, discutindo as limitações dos diferentes parâmetros estatísticos.

AE19 – Interpretar e comparar distribuições estatísticas.

AE20 – Interpretar distribuições bidimensionais.

AE21 – Utilizar modelos de regressão linear na análise da relação entre duas variáveis quantitativas.

AE22 – Exprimir e fundamentar as suas opiniões, revelando espírito crítico.

AE23 – Identificar a matemática utilizada em situações reais.

AE24 – Sensibilizar para os problemas matemáticos da área financeira (impostos, inflação, investimentos financeiros, empréstimos, etc.).

AE25 – Desenvolver competências de cálculo e de seleção de ferramentas adequadas a cada problema.

AE26 – Resolver problemas de geometria no plano e no espaço (alguns padrões geométricos planos (frisos), estudo de problemas de empacotamento, composição e decomposição de figuras tridimensionais, um problema histórico e a sua ligação com a História da Geometria).

AE27 – Exprimir oralmente e por escrito ideias, com precisão e rigor, e explicar e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões, recorrendo ao vocabulário e linguagem próprios da matemática (convenções, notações, termologia e simbologia).

AE28 – Desenvolver confiança nas suas capacidades e conhecimentos matemáticos e a capacidade de analisar o próprio trabalho e regular a sua aprendizagem.

AE29 – Desenvolver persistência, autonomia e à-vontade em lidar com situações que envolvam a Matemática no seu percurso escolar e na vida em sociedade.

AE30 – Desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social.

AE31 – Organizar e interpretar dados de natureza quantitativa e qualitativa, variáveis discretas e contínuas.

AE32 – Interpretar medidas de localização de uma amostra: moda, média, mediana, quartis e percentis; medidas de dispersão: amplitude interquartil, variância, desvio padrão.

AE33 – Resolver problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar a semelhança de triângulos e aplicar métodos trigonométricos estudados no 3º ciclo do ensino básico.

AE34 – Reconhecer situações básicas envolvendo fenómenos periódicos, em que as funções trigonométricas podem aparecer como modelos matemáticos, adequados a responder a problemas, que descrevem situações mais ou menos complexas.

AE35 – Reconhecer situações básicas envolvendo fenómenos periódicos, em que as funções trigonométricas podem aparecer como modelos matemáticos, adequados a responder a problemas, que descrevem situações mais ou menos complexas.

AE36 – Compreender os conceitos de taxa média de variação de uma função num certo intervalo do seu domínio e de taxa de variação num certo valor do domínio da função, assim como também compreender o conceito de velocidade média num dado intervalo de tempo e aproximar-se intuitivamente do conceito de velocidade instantânea e relacionar esses conceitos com os respetivos significados geométricos.

AE37 – Reconhecer e dar exemplos de situações em que os modelos exponenciais sejam bons modelos quer para o observado quer para o esperado.

AE38 - Encontrar a função logística como modelo de fenómenos reconhecíveis em aplicações a estudos feitos em outras disciplinas.

Áreas de Competências do Perfil do Aluno (ACPA)

(Retiradas do Perfil do Aluno À Saída da Escolaridade Obrigatória)

A – Linguagens e textos

B – Informação e comunicação

C – Raciocínio e resolução de problemas

D – Pensamento crítico e pensamento criativo

E – Relacionamento interpessoal

F – Desenvolvimento pessoal e autonomia

G – Bem-estar, saúde e ambiente

H – Sensibilidade estética e artística

I – Saber científico, técnico e tecnológico

J – Consciência e domínio do corpo

Ações Estratégicas do Ensino orientado para o perfil do aluno

(Retiradas das Aprendizagens Essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º e 11º ano, Matemática B 10º e 11º ano, Matemática A 10º ano)

EST1 – Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento das outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos.

EST2 – Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens.

EST3 – Tirar partido da utilização da tecnologia nomeadamente para experimentar, investigar, comunicar e implementar algoritmos.

EST4 – Analisar criticamente dados, informações e resultados obtidos.

EST5 – Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar, procedimentos raciocínios e conclusões.

EST6 – Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

EST7 – Avaliar e criticar a validade de argumentos baseados em dados publicados na comunicação social, contribuindo para a formação de cidadãos conscientes.

EST8 – Resolver problemas, investigações ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, contemplando as diferentes etapas de um estudo estatístico.

EST9 – Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e temas de outras disciplinas.

EST10 – Tirar partido da utilização da tecnologia, nomeadamente para utilizar dados estatísticos de fontes primárias e secundárias, construir e interpretar diferentes representações gráficas, experimentar investigar e comunicar.

EST11 – Colaborar em trabalhos de grupo, partilhando saberes e responsabilidades.

EST12 – Explorar atividades, sempre que possível, ligadas á manipulação de modelos geométricos concretos.

EST13 – Abordar situações novas com interesse, espírito de iniciativa e criatividade.

EST14 – A estatística deve ser trabalhada de forma não formal, usando a tecnologia (calculadora, folha de cálculo), partindo de pequenos projetos, com dados reais e de forma a permitir a compreensão de processo estatístico e a avaliação crítica e conhecedora das múltiplas informações estatísticas com que os alunos são confrontados no dia-a-dia.

EST15 – Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjeturas.

EST16 – Utilizar a tecnologia gráfica, geometria dinâmica e folhas de cálculo, no estudo de funções, de geometria e números complexos.

EST17 – Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, em contextos matemáticos e de outras disciplinas, nomeadamente Física e Economia.

INTRODUÇÃO

A sociedade está constantemente a evoluir. No século XXI temos facilmente acesso à tecnologia através dos computadores, tablets e *smartphones*. Consequentemente temos acesso a informação ilimitada a qualquer hora e em qualquer local. Os alunos de hoje são a geração da tecnologia, a sua vida gira à volta da tecnologia e das redes sociais. Portanto os alunos de hoje não são os alunos do século XX ou XIX e como tal as escolas não podem permanecer iguais às do século passado, elas necessitam evoluir e considerar as competências e os interesses dos alunos. Bárbara Wong (2017) refere no seu artigo *A educação do futuro já começou:*

> *Já todos vimos fotografias de uma sala de aula do século XIX e como não faz grande diferença de uma do século XXI. O quadro negro foi substituído por um quadro interativo; as velhas carteiras de madeira pesada por mesas e cadeiras feitas de materiais mais leves e ergonómicos; o estrado desapareceu e o professor percorre agora os intervalos que separam as mesas. Conseguimos imaginar que daqui a meio século uma sala de aula possa ser muito diferente? E, por consequência, a forma de ensinar também?*

O Ministério da Educação introduziu o Despacho 5908/2017 para impulsionar mudanças no sentido do "ensino do futuro", onde regulamenta o Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular. Este projeto define princípios e normas orientadoras de operacionalização e avaliação do currículo do ensino básico e do ensino secundário de modo a que os alunos desenvolvam as competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. O Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular foi implementado no ano letivo 2017/2018. Mas o que significa este projeto? Que estratégias utilizar? Que atividades desenvolver? Como aplicá-lo na Matemática? Como vão reagir os alunos? Como será a avaliação? Como desenvolver nos alunos as competências, capacidades e valores do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória? Sabemos que os alunos não são todos iguais, que possuem caraterísticas e interesses diferentes. Eles aprendem de forma diferente logo deveremos ter isso em conta quando os estamos a ensinar e avaliar. Mas como o fazer? Como tirar proveito das diferentes competências dos alunos e ajudá-los a desenvolver competências que não possuem? Com este trabalho pretende-se abordar todas estas questões, descrevendo, refletindo sobre e analisando os resultados dos primeiros passos do autor e seus alunos na implementação do Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular em disciplinas de Matemática do Ensino Secundário.

No ano letivo 2017/2018 o autor lecionou uma turma de MACS de 10º ano enquadrada no Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular e no ano letivo 2018/2019 uma turma de MACS de 11º ano e uma turma de Matemática B de 10º ano enquadradas no mesmo projeto. No ano letivo 2019/2020 trabalhou-se com duas turmas de Matemática A do 10º ano, uma turma de Matemática B do 11º ano e uma turma do 1º ano (10º ano) do curso profissional Técnico de Multimédia; todas estas turmas estavam abrangidas pelo Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular.

Para além deste capítulo de **Introdução**, este documento está organizado em mais cinco capítulos principais. O capítulo seguinte, **Revisão Bibliográfica** apresenta a fundamentação para o trabalho desenvolvido, alicerçada em referências cientifica-pedagógicas e legislativas. Começa por abordar a temática “O que é ensinar e educar?” fazendo referência a diversos autores e a diferentes formas de ensinar. Ainda neste capítulo é abordada a problemática dos alunos que não querem aprender e o como mudar a sua opinião em relação à escola e ao ensino em si. Serão também abordados os diferentes protagonistas no processo ensino-aprendizagem e será explanada a legislação e os documentos curriculares atualmente em vigor. Abordam-se os problemas que surgem quando não se consideram os alunos como seres individuais com características e capacidades diferentes, ensinando e avaliando todos por igual. Finalmente são revistas diferentes estratégias de ensino, primeiro no geral e de seguida particularizando para o ensino da matemática. O capítulo termina distinguindo os diferentes tipos de tarefas que se podem aplicar numa aula de matemática.

No capítulo **Trabalho desenvolvido com os alunos** são descritas as tarefas propostas e as atividades desenvolvidas, algumas de carácter avaliativo e outras como forma de introduzir conceitos e levar os alunos a adquirirem conhecimentos. Este capítulo está dividido em subcapítulos: no primeiro são analisadas as tarefas e as atividades desenvolvidas na disciplina de MACS; no segundo as tarefas e atividades desenvolvidas nas disciplinas de Matemática B e de Matemática dos cursos profissionais e no terceiro as tarefas e as atividades desenvolvidas na disciplina de Matemática A. As disciplinas de Matemática B e Matemática dos cursos profissionais estão no mesmo subcapítulo, uma vez que os conteúdos programáticos são iguais. Na análise de cada tarefa proposta descreve-se a atividade, as estratégias utilizadas, a reação dos alunos, os aspetos positivos e negativos e o que se faria de diferente para melhorá-la.

No capítulo **Reflexão sobre o trabalho desenvolvido e o desenvolvimento das competências e valores dos alunos** apresenta-se uma reflexão sobre o projeto da autonomia e flexibilidade, refere-se a adaptação dos professores e dos alunos ao projeto, as dificuldades sentidas quer pelos professores, quer pelos alunos. É referido como a legislação foi interpretada pelas diferentes escolas, como as estratégias e as decisões da escola e dos professores foram modificadas de ano letivo para ano letivo, aprendendo com os erros e melhorando-as. Analisa-se a importância de desenvolver nos alunos capacidades e competências e fala-se na importância do erro, de como é fundamental reconhecê-lo e utilizá-lo para melhorar o processo ensino-aprendizagem.

No capítulo **Avaliação interna versus Avaliação externa** são analisadas as classificações obtidas pelos alunos nos trabalhos e nos testes. Analisa-se também se o projeto da autonomia e flexibilidade curricular terá tido alguma influência nas classificações dos exames nacionais, comparando classificações de alunos abrangidos pela flexibilidade com as classificações de alunos não abrangidos.

No capítulo **Discussão** apresenta-se um balanço geral do trabalho realizado, salientando as vantagens, e os constrangimentos da implementação realizada do projeto da autonomia e flexibilidade curricular.

No capítulo **Conclusão** referem-se os contributos principais deste trabalho para as questões levantadas sobre a implementação do Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular.

Nos **Apêndices** encontram-se os guiões das diversas atividades, rubricas, hiperligações para páginas da internet criadas especificamente para uma das atividades e as tabelas e os testes de hipótese utilizados para a análise dos resultados no capítulo **Avaliação interna versus Avaliação externa**.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ninguém nasce ensinado. Todo o ser humano desde os tempos primórdios precisa de aprender a ler, escrever, fazer contas e, com a evolução da sociedade, precisa de desenvolver competências de modo a ser um cidadão capaz e produtivo. Qual a maneira mais eficaz de ensinar e educar? Qual o papel da escola, dos professores, dos pais e da comunidade na educação de um indivíduo?

O que é ensinar e educar?

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* faz referência a um livro de Philippe Meirieu intitulado *Frankenstein Educador* cujo autor defende que a educação não se pode limitar a um processo de fabricação. Miguel Ángel Santos Guerra refere que:

> *A metáfora da educação como fabricação foi uma constante na pedagogia (o Pigmalião e a sua estátua, Gepeto e o seu Pinóquio, o Golem, na tradição judaica, Robocop, no filme de Paul Verhoeben, são exemplos eloquentes). A educação como projeto de domínio do educando e de controlo completo do seu destino acaba na destruição e fracasso. Porque a educação deve conduzir à autonomia, à criação de condições que permitam ao outro "tornar-se obra de si próprio", como já dizia Pestalozzi em 1797.*
>
> *[…]*
>
> *O autor propõe, no seu breve trabalho, uma "revolução copernicana na pedagogia", baseada em algumas exigências que comentarei brevemente. A primeira exigência da verdadeira revolução na pedagogia consiste em virar costas, resolutamente, ao mito do Doutor Frankenstein, ou seja, à educação como fabricação, como um processo que consiste em introduzir um*

conjunto de saberes inertes, desligados, irrelevantes na mente dos educandos. Consiste em aceitar que a transmissão de saberes e conhecimentos nunca se realiza de modo mecânico. Supõe uma reconstrução, por parte do sujeito, de saberes e conhecimentos que tem que inscrever no seu projeto e daqueles que tem de perceber em que sentido contribuem para o seu desenvolvimento. "As disciplinas escolares", diz Meirieu, "convertem-se, com o decorrer do tempo, e sem que quem presidiu à sua organização se tenha dado conta, em fragmentos de cadáveres exumados de panteões e de ossário, em pedaços de conhecimentos estereotipados de tratados eruditos, compilados em manuais".

A função da pedagogia é permitir que o educando se construa a si próprio como sujeito autónomo no mundo. "A educação, na realidade, deve centrar-se na relação entre o sujeito e o mundo humano que o acolhe", diz Meirieu. A segunda exigência é o reconhecimento de que o educando não é um ser que se pode moldar ao gosto do educador. É inevitável (e salutar) que alguém resista àquele que o quer fabricar. A obstinação do educador em submeter o educando suscita fenómenos de repúdio que só podem levar à exclusão ou ao confronto. A exclusão do aluno é o fracasso da pedagogia. O confronto apenas produz raiva e dor.

Há um problema acrescentado. A instrução é obrigatória, mas o docente, não tem poder sobre a decisão de aprender que o aluno tem que realizar. O que pode o professor fazer quando um aluno lhe diz: "Explique-me o que quiser, pelo método que mais gostar e dê-me a nota que lhe apetecer, mas, por favor, não me motive"?

[...]

Ainda que a pedagogia não possa jamais desencadear, mecanicamente, uma aprendizagem, é sua competência criar espaços *de segurança nos quais um sujeito se possa atrever a fazer* *algo que não sabe para aprender a fazê-lo ... Também é a sua competência o inscrever propostas de aprendizagens em problemas vivos que lhe dão sentido. ... É necessário reconhecer, além disso, o carácter irredutivelmente singular, imprevisível e problemático da acção educativa, já que se realiza sobre indivíduos únicos, irrepetíveis e insubstituíveis.* (pp 112 – 115)

Este excerto retrata a importância da educação e da pedagogia. Educar um indivíduo significa fazê-lo crescer, atingir o seu potencial e prepará-lo para enfrentar todos os desafios que o futuro lhe irá colocar no seu caminho. A educação é muito mais do que uma mera transmissão de conhecimentos das diversas disciplinas que o aluno deve assimilar para mais tarde reproduzir num momento de avaliação. Devemos ajudar o aluno a ser ele próprio e não o moldar de acordo com os nossos ideais. Mas como o fazer? Como é que a escola e o professor o podem ajudar quando ele próprio não quer?

E se o aluno não quer aprender?

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo, *Ensinar a quem não quer,* aborda a problemática de ensinar a quem não quer aprender e apresenta sugestões e estratégias para o superar:

Uma das chamadas obras de misericórdia alterou o clássico enunciado de "ensinar a quem não sabe" para outro mais exacto e mais verdadeiro: "ensinar a quem não quer". De facto, nas escolas do Ensino Básico e Secundário surgem agora alunos e alunas que não querem aprender e que não estão dispostos a que haja quem o faça. É de Richard Whately esta perturbadora metáfora. "Ensinar quem não tem vontade de aprender é semear um campo sem lavrar".

A questão é complicada, porque, se já se torna difícil ensinar quem não sabe, muito mais difícil é fazer com que se disponha a aprender quem de nenhum modo está disposto a fazê-lo. Como se pode obrigar a correr quem não se quer mexer? Com *promessas? À força? O problema é que a ameaça pode fazer com que alguém movimente o seu corpo, mas não que modifique a sua atitude ou accione a sua vontade. Para que se obtenha uma aprendizagem significativa é necessário que ocorram duas condições: a primeira é que o conhecimento acrescentado tenha coerência interna (que tenha sentido em si mesmo) e que venha ligar-se com os conhecimentos prévios de quem aprende. A segunda condição é que exista uma disposição para a aprendizagem, vontade e desejo de saber.* (pp 92)

Guerra de seguida questiona-se sobre como ensinar quem não quer e como ensinar num ambiente no qual os intervenientes não estão predispostos a aprender e fazem de tudo para boicotar o processo. Guerra argumenta que:

> *A escola tem de encarar as suas funções sob novas perspectivas, tem de rever os seus pontos de vista face aos novos desafios e exigências. Há que refletir e actuar com rapidez e eficácia. Uma instituição obsoleta não pode dar resposta a situações de grande exigência. ... Uma escola opressora não pode formar pessoas livres e entusiastas.*
>
> *Devo interpelar, também, o legislador que promulga a lei e impõe a sua aplicação. Para lhe dizer que se torna imprescindível disponibilizar os meios necessários para a implantar duma forma eficaz. Não pode dizer, se quiser ser responsável, "Eu já fiz o que me competia, elaborar e promulgar a lei". Onde estão os meios para a aplicar de forma eficaz? A este propósito, fazem falta, em meu entender, três condições que não estão a ser cumpridas.* (pp 94)

Guerra de seguida indica quais as condições que não estão a ser cumpridas (Anexo 1) referindo em primeiro lugar que é necessário dar formação aos professores para que estes passem de um bom professor que explica para um grande professor que inspira. "*Será que se aprende a motivar, a inspirar por artes mágicas?*" questiona Guerra. Em segundo lugar é necessário reestruturar as escolas. Elas precisam ser mais autónomas para encontrar soluções criativas para irem de encontro às necessidades dos seus alunos. A terceira e última condição é que são necessários meios e recursos para aplicar a legislação em vigor.

Como é referido no texto o governo reconhece que há necessidade de modificar o sistema educativo e implementa leis para o fazer. No entanto, a realidade e as condições das escolas mantêm-se tornando por vezes difícil implementar estas alterações. É a criatividade, motivação e empenho dos professores em tirar partido dos recursos disponíveis e em dar a volta às limitações que faz com que o sistema educativo seja implementado e que a aprendizagem seja possível.

José Lopes & Helena Santos Silva (2015) na introdução do seu livro *O professor faz a diferença* salientam a importância do professor na qualidade e eficácia da aprendizagem:

> *Desde sempre que os professores sabem que têm influência no comportamento dos seus alunos. De facto, ensinar é, por definição, uma tentativa de influenciar a aprendizagem e o comportamento dos alunos.*
>
> *Várias dezenas de investigações, cujo objetivo tem sido identificar os fatores mais suscetíveis de ajudar o aluno a aprender (Wang, Hearttel e Walberg, 1993; Hattie, 1992 e 2009), permitem contrariar a ideia bastante generalizada de que a qualidade dos professores tem pouca ou nenhuma variação no rendimento escolar dos alunos e questionar um dos maiores mitos do ensino:* ***todos os professores são iguais****. Deixando de apoiar estas ideias, amplamente difundidas, os resultados dessas e doutras investigações permitem afirmar que o que os professores fazem na sala de aula é,* ***sem margens para dúvidas****, o principal fator extrínseco ao aluno que determina a sua aprendizagem e o seu sucesso e* ***que nem todas as práticas pedagógicas têm o mesmo efeito na aprendizagem.*** (pp VII)

Estes autores incluem um gráfico (Figura 1) que nos dá a influência de cada um dos agentes no rendimento escolar do aluno.

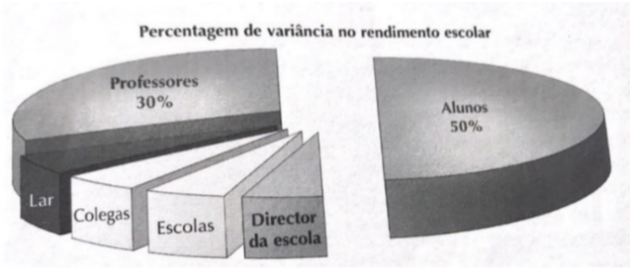


Figura 1 - Influência dos agentes no rendimento escolar do aluno (Lopes e Silva, 2015, pp VII)

Estes autores com base em diversos estudos (Anexo 2) falam da influência do professor. Referem que a eficácia do professor tem um grande impacto no desempenho dos alunos, nomeadamente nos de meios mais desfavorecidos. Fala-se muito do impacto do ambiente familiar do aluno, mas estes autores reforçam que a influência do professor é superior a este e outros fatores. Segundo os autores são as características dos professores e seus princípios de ensino e aprendizagem que têm maior impacto no sucesso dos alunos. A mesma metodologia pode ter resultados muitos diferentes no desempenho dos alunos dependendo das características e atitudes do professor que a implementa. Referem que a diferença está na forma como o professor personaliza a aprendizagem.

Os autores (Lopes e Silva, 2015) citam Charles Silberman em que Silberman faz uma analogia entre o ensino e a medicina.

> *Há décadas atrás Charles Silberman (1966:124) afirmou o seguinte:*
>
> *"Naturalmente, o ensino – como a prática da medicina – é sobretudo uma arte, que exige talento e criatividade. Mas como a medicina é também – ou deverá ser – uma ciência, por isso, implica um repertório de técnicas, processos e competências que podem ser sistematicamente estudadas e descritas e, por isso, transmitidas, ensinadas e melhoradas. O grande professor, como o grande médico, é o que junta criatividade e inspiração ao repertório básico…"*

Estes autores (Lopes e Silva, 2015) fazem a seguinte análise desta analogia:

> *[…] O professor que não conhece os princípios que foram descobertos em relação à aprendizagem e ao ensino é como o*

médico que não compreende os princípios da Bioquímica. Ambos podem tomar decisões que poderão levar inevitavelmente ao fracasso.

Segundo Lopes e Silva (2015) é fundamental que um professor conheça bem o conteúdo que ensina, conheça os seus alunos e os diversos processos de ensino-aprendizagem. O professor tem que desenvolver gosto pelo ensino. O professor tem que envolver os alunos, motivá-los, estimulá-los, inspirá-los e transmitir-lhes paixão pela aprendizagem.

Estes autores (Lopes e Silva, 2015) baseando-se num estudo de Hattie (2009) referem que o professor que mais marca e é lembrado pelos alunos é aquele que consegue mostrar e transmitir aos seus alunos a sua paixão pela matéria e lhes incute confiança em si mesmos como alunos e como pessoas. Recordo numa aula o comentário de um aluno "Professora já reparou que é a única que se está a divertir". Esta afirmação mostra que os alunos reconheciam a paixão e entusiasmo, o prazer no ato de ensinar e o gosto pela matéria, faltava incutir a mesma paixão e entusiasmo nos alunos. O facto de o terem reconhecido era o ponto de partida necessário.

Hattie (2009), referido em (Lopes e Silva 2015), diz que é preciso mais do que conhecer a matéria, é preciso gostar da mesma e o professor precisa de assumir que ***"o professor não só ensina mas também aprende"***

Lopes e Silva (2015) concluem que:

> *É urgente este posicionamento no ensino. É fundamental que os professores analisem a forma como ensinam, considerando os resultados de investigação no planeamento de alternativas de acção inovadoras, estabeleçam compromissos e se incentivem nos esforços necessários para as implementar na sala de aula. O objetivo é que os professores desenvolvam o seu conhecimento profissional, para que, mais eficazmente, resolvam os problemas de aprendizagem dos seus alunos e da escola em geral.* (XVI)

Mas no processo de ensino e aprendizagem há mais intervenientes do que o professor e o aluno. Quem são? Qual o seu papel?

Quais os protagonistas da educação?

Serão a família e a escola os únicos protagonistas envolvidos na educação de um indivíduo, para além do próprio? Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo, *É preciso uma aldeia inteira para educar uma criança,* refere os diferentes agentes envolvidos na educação de um indivíduo:

> ***É precisa uma aldeia inteira para educar uma criança****. Este provérbio exprime uma ideia sábia e profunda. A missão de educar não é da exclusiva incumbência da família e da escola. Muitos outros agentes participam nesse trabalho tão decisivo para os indivíduos e para a sociedade.*
>
> *[…]*
>
> *A educação não é um tema que está apenas nas mãos dos profissionais da educação. Toda a sociedade deve cooperar com essa causa. As Câmaras Municipais, fazendo uma cidade educadora, os organismos de saúde, realizando actividades de formação e prevenção, as ONG, actuando de forma educativa nas actividades de ócio, as empresas, facilitando trabalho aos jovens, as forças de segurança, promovendo a convivência cidadã … Ou estamos todos implicados nessa causa ou condenamos à esterilidade a missão educativa da escola.*
>
> *Tudo educa ou deseduca na sociedade. Por isso, é necessário o esforço de todos, a cooperação de todos, a generosidade de todos. Pessoas, instituições, meios de comunicação e organismo de qualquer tipo têm que contribuir para esse objectivo. […]*
>
> *Ouvi, uma vez, Humberto Maturana dizer a propósito da denominada educação para os valores: "Penso que, quando se tem que ensinar algo, é porque esse algo não aparece por si próprio*

na vida … Temos que ensinar, porque aquilo que ensinamos não o estamos a viver. Penso que esse é o verdadeiro problema com os valores".

[…]

[…] Educação que está nas mãos de todos, como dizia, e também nas de cada um. Sim, de cada um de nós. Às vezes, os professores exigem mais coerência às famílias, estas queixam-se dos professores, os políticos pedem mais profissionalismo aos docentes, e todos o exigimos aos que governam… Mas, afinal, que faz cada um de nós? Philippe Meirieu di-lo de um modo muito bonito no seu livro A opção de educar. Ética e pedagogia: "O princípio de educabilidade desmorona-se completamente se cada educador não está convencido não só de que o sujeito pode conseguir o que se lhe propõe mas também de que ele é capaz de contribuir para que o consiga". (pp 96 – 99)

O último paragrafo desta citação retrata o que acontece muito frequentemente na nossa sociedade que é o "apontar o dedo", isto é, o problema é do outro nunca meu. As coisas estão a correr mal, mas a culpa não é minha. Os professores dizem que a culpa é dos alunos porque não estudam e da família que não os apoia. Para os alunos a culpa é do professor porque não ensina e exige mais do que dá. A família acusa que o professor não está a educar o seu educando como deve ser. Enquanto cada um dos intervenientes no processo ensino-aprendizagem não reconhecer a sua própria responsabilidade e não for capaz de reconhecer de que forma pode contribuir, o mesmo não será bem-sucedido.

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo, *Adoro aprender, mas detesto que me ensinem* reforça a ideia que não se aprende apenas na escola:

Equivocam-se aqueles que pensam que apenas se aprende numa situação institucionalizada. Aprende-se no livro da vida, nas aulas das ruas, no rio de imagens que brota da televisão. No ser humano existe um desejo inato de explorar, de aprender, de procurar e descobrir. Por isso o menino e a menina são

> *exploradores do mundo. Por isso aprendem de forma quase natural a falar e a expressarem-se, São aprendizagens espontâneas, baseadas em interesses, adaptadas às capacidades e ao ritmo de cada aluno.*
>
> *Outra coisa muito diferente é a aprendizagem que se efectua simultaneamente (o que dá azo a estabelecer comparações insidiosas), a um ritmo único, em horas e cenários fixo, sobre questões que por vezes não interessam, de forma artificialmente programada, em estruturas autoritárias.*
>
> *[...]*
>
> *[...] Nós, profissionais do ensino, temos que nos questionar permanentemente sobre a natureza do trabalho que realizamos, sobre o que as crianças aprendem com ele, sobre os métodos e as formas de avaliação, sobre o que os estudantes assimilam das estruturas, o funcionamento e as relações.* (pp 155 – 158)

Na escola ensinamos a um ritmo igual e exigimos o mesmo de todos os alunos. Mas estes alunos são muito diferentes entre si, portanto fará sentido esta forma de ensinar?

Os alunos não são todos iguais porque os ensinamos e avaliamos então da mesma forma?

O ensino ao longo dos vários séculos centrava-se no professor sendo as aulas extremamente expositivas. Hoje em dia muitas vezes os alunos ainda têm um papel passivo, isto é, de recetor. Este tipo de aulas leva ao desinteresse, à desmotivação e consequentemente à distração e indisciplina. Um sistema assim não tira proveito das competências dos alunos, nomeadamente da facilidade com que manejam a tecnologia. Os alunos não têm todos os mesmos interesses nem competências. Os alunos têm experiências de vida diferentes o que faz com que desenvolvam diferentes capacidades e competências. Uns são comunicadores natos, outros têm facilidade de lidar com a tecnologia, outros são extremamente criativos. Do mesmo modo que os alunos têm diferentes capacidades também aprendem de formas e com ritmos diferentes. Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* comenta a diversidade dos alunos e como a escola deveria abraçar essas diferenças:

> *Na escola, todos têm que aprender as mesmas coisas, ao mesmo tempo, da mesma forma, num local idêntico. Tenham a capacidade que tiverem, o estilo cognitivo específico, a cultura própria que seja. Teremos pensado na facilidade com que os meninos e meninas aprendem a falar (cada um a seu ritmo, cada um com o seu estilo ...) e a dificuldade com que muitos aprendem a escrever.?*
>
> *É possível fazer algo "fixe" na escola. Se se criar um clima de participação, de diálogo e de negociação que faça os alunos sentir a escola como algo seu, como algo querido, como um lugar de aprendizagens imprescindíveis. [...]*
>
> *[...]*
>
> *Arrepia pensar na monotonia, na rigidez, na homogeneidade. Já sei que uns querem, que a outros não lhes interessa nada e que alguns se empenham em obstaculizar os que querem. Há quem afirme, inclusivamente, que não se pode fazer nada de interessante na escola. Pois bem, aqueles que dizem que não se pode fazer não deveriam interromper aqueles que o estão a fazer.* (pp 162 – 165)

Não existem duas pessoas iguais, portanto os alunos também não são iguais, tão pouco os professores. É importante que todos compreendam e aceitem estas diferenças. Temos pontos de vista diferentes e aqueles que não acreditam numa determinada ação não devem interferir e impedir quem nela acredita. Um aluno não pode impedir nem interferir na aprendizagem do seu colega. Um professor não deve ser impedido de aplicar as metodologias que deseja só porque são diferentes das dos outros professores, desde que saiba fundamentar as suas opções.

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo *Cá por mim isto há-de ir* fala sobre a diversidade da matéria prima com que os professores trabalham:

> *[…] Mas é aí, precisamente, que reside, hoje em dia, a especial missão do educador. Criar condições em que seja mais fácil realizar a aprendizagem. Tornando razoáveis os objectivos, atractivos os métodos, amáveis as relações, flexível a organização, agradável o ambiente. O educador não pode (nem deve) agarrar o aluno pelo pescoço, a fim de que ele ganhe vontade de aprender, mas pode intervir no contexto e nas relações. Daí o lema: "Cá por mim, isto há-de ir".*
>
> *Não é fácil, bem o sei. O professor trabalha com "materiais" muito pouco dóceis, com comportamentos e reacções imprevisíveis. O arquitecto trabalha com materiais que obedecem a leis, que respondem da mesma forma aos mesmos estímulos. As pessoas, não. As pessoas são únicas, irrepetíveis, insubstituíveis, imprevisíveis, dinâmicas…* (pp 159 – 161)

Os alunos são seres individuais com características diferentes, capacidades e competências diferentes. Cada um tem o seu ritmo de aprendizagem e assimila os conhecimentos de forma diferente. Como tal o sistema educativo e todos os seus agentes têm que ter isso em conta ao definir os currículos e a forma de avaliação. Os seguintes excertos de Guerra (2003) retratam o que acontece quando consideramos que os alunos são todos iguais.

> *Certo dia os animais do bosque decidiram fazer algo para enfrentar os problemas do mundo novo e organizaram uma escola. Adoptaram um currículo de actividades que consistia em* ***correr, trepar, nadar*** *e* ***voar*** *e, para que fosse mais fácil ensiná-lo todos os animais se matricularam em todas as disciplinas.*
>
> *O pato era um aluno destacado na disciplina de* ***natação****. De facto, era melhor que o seu professor. Obteve um* ***suficiente*** *em* ***voo****, mas em* ***corrida*** *não passou do* ***insuficiente****. Como era de*

aprendizagem lenta em corrida, teve que ficar na escola depois do fim das aulas e que abandonar a ***natação*** *para poder praticar a* ***corrida.*** *Estes exercícios continuaram até que os seus pés membranosos se desgastaram, e então passou a ser apenas um aluno médio em natação. Mas a mediania era aceitável na escola, de modo que ninguém se preocupou com o sucedido, excepto, como é natural o pato.*

A lebre começou o ano lectivo como a aluna mais distinta em ***corrida*** *mas sofreu um colapso nervoso por excesso de trabalho em* ***natação.*** *O esquilo destacou-se na disciplina de* ***trepar****, até que manifestou um síndroma de frustração nas aulas de* ***voo****, em que o seu professor lhe dizia que começasse desde o chão, em vez de o fazer de cima de uma árvore. Por último, ficou doente com cãibras por excesso de esforço, e, então classificaram-no com* ***12*** *em* ***trepar*** *e com* ***8*** *em corrida.*

A águia era uma ***aluna problemática*** *e teve más notas em comportamento. Na disciplina de* ***trepar****, superava todos os restantes alunos no exercício de subir até a copa da árvore, mas insistia em fazê-lo à sua maneira.*

Ao terminar o ano, uma enguia anormal, que podia nadar de forma excelente e também correr, trepar e voar um pouco, obteve a melhor média e a medalha para o melhor aluno […]

Esta fábula ajuda-nos a reflectir sobre a diversidade de alunos e alunas numa escola que tem na homogeneização o seu caminho e a sua meta. […]

Sempre se viveu a diferença como uma marca, não como um valor. Procurou-se a homogeneidade como uma meta e, ao mesmo tempo, como um caminho. Os mesmos conteúdos para todos, as mesmas explicações para todos, as mesmas avaliações para todos, as mesmas normas para todos.

> *Curiosamente, argumentava-se com a justiça como fundamento dessa uniformidade. Sem dar-se conta de que não há maior injustiça do que exigir o mesmo a indivíduos tão diferentes. Não é justo exigir que percorram o mesmo trajecto, em tempos exactos, um coxo e uma pessoa em perfeito uso das duas pernas. A injustiça é ainda maior quando as diferenças são cultivadas, procuradas e impostas. […]*
>
> *[…] Como é possível que tratemos todos por igual? Diferenciam-se as atitudes, as capacidades, as emoções, a cultura, a religião, a raça, o sexo (e o género), o dinheiro … Nem todas as diferenças são do mesmo tipo e nem com todas elas se deve proceder da mesma forma.*
>
> *[…]*
>
> *A escola das diferenças humaniza-nos, faz-nos ser melhores. A escola das diferenças torna possível que todos possamos sentir-nos bem nela, que todos possamos aprender. Pelo contrário, a escola homogeneizadora aumenta e multiplica as vítimas.* (Guerra, 2003, pp 198 – 202)

Guerra (2003) define a escola da seguinte forma:

> *A escola é o lugar onde deveríamos aprender a ser nós próprios e a respeitar todos os outros. Estar na escola, viver a escola deverá ser o caminho para chegar a conhecer, a amar e a desenvolver a nossa pessoa e, ao mesmo tempo, a ter em conta que há outras que merecem o nosso respeito, a nossa ajuda e o nosso afecto.* (pp 198)

A imagem seguinte é uma bela representação da fábula referida no texto acima e a afirmação célebre de Albert Einstein *"Todos nós somos génios. Mas se julgares um peixe pela sua habilidade de escalar uma árvore, ele viverá o resto da sua vida a acreditar que é um idiota."* resume de forma eficaz o problema de um sistema educativo que considera que os alunos são todos iguais em vez de abraçar a sua diversidade.

Figura 2 - Uma seleção justa? (https://www.pinterest.pt/pin/357262182943139569/)

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) continua a análise da diversidade no processo ensino-aprendizagem na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo, *O dromedário não é um camelo defeituoso:*

> *Como a actuação na escola é destinada ao aluno tipo, os que não corresponderem a esse tipo deparam com dificuldades de adaptação. Não é a escola a adaptar-se às crianças, mas estas a serem obrigadas a ajustar-se ao modelo proposto e imposto pela escola. E falo não apenas no que respeita à aprendizagem das matérias, mas também à forma de comportamento e de relação.*
>
> *[...]*
>
> *A diversidade não é defeito. É um valor. É precisamente porque somos diferentes uns dos outros que podemos complementar-nos e enriquecer-nos. Podemos ajudar-nos. E os que têm alguma dificuldade ou carência terão mais necessidade da nossa ajuda. A cultura da diversidade tem de despertar a sensibilidade para com o outro.*
>
> *[...]*
>
> *A atenção à diversidade implica importantes alterações em esferas muito diversas. Em primeiro lugar, nas atitudes das pessoas. Refiro-me tanto a pais como a professores e a alunos. Há que manifestar abertura aos outros, aceitá-los como são, ajudá-los*

a desenvolver ao máximo as suas capacidades. Em segundo lugar, na organização das escolas. A atenção à diversidade tem exigências organizativas relacionadas com a flexibilidade, a criatividade, a autonomia e a audácia. Se a organização for rígida, dificilmente se poderão encontrar respostas adaptadas. … Em terceiro lugar, exige recursos pessoais e materiais. Não se pode corresponder às exigências da diversidade sem mais professores, sem mais espaços, sem mais recursos.

[…]

Tudo isto tem a ver com a autoestima, com a aceitação de si mesmo. Porque, se o cigano tiver vergonha de o ser, se o emigrante se sentir complexado, se o surdo não aceitar a sua surdez, toda a intervenção externa acabará por ser inútil.

A atenção à diversidade exige respeito por todas as pessoas. Mas nasce do respeito de cada um por si próprio. (pp 203 – 206)

A citação acima mostra como é importante nos aceitarmos como somos. Se não gostar de mim quem gostará? Este ditado reforça a ideia de como é importante conhecermo-nos a nós próprios e nos aceitarmos como somos, só assim é que os outros também nos aceitarão. Temos que dar valor a nós próprios para os outros reconhecerem o nosso valor. É importante transmitir esta mensagem aos alunos para que eles consigam evoluir.

Mas como são os jovens de hoje? O que os define? Quais os seus interesses? Que dificuldades é que eles enfrentam nesta nossa sociedade? Miguel Ángel Santos Guerra (2003) apresenta algum esclarecimento sobre este assunto:

Sei que, para os jovens de hoje as coisas estão mais difíceis do que para as gerações anteriores. Como, talvez, não se possam comparar fenómenos que não são comparáveis, direi simplesmente que as coisas estão difíceis. Muitos pensam que os jovens dispõem de tudo: estudos, dinheiro, diversões, viagens, oportunidades … Eu penso que lhes falta o mais essencial: o sentido das coisas numa *sociedade que se desumaniza. Não é fácil resistir à corrente que nos arrasta, violentamente, para a competitividade, o individualismo, o relativismo moral e o conformismo. Na sociedade em que vivemos, não é fácil conseguir um lugar, sem afastarmos os outros às cotoveladas. Não é fácil opor-se a quem tem algo para dar. Na altura em que têm de mostrar que valem para alguém ou para alguma coisa, vêem-se condenados a uma corrida interminável que acaba por conduzi-los ao desemprego.* (pp 227)

Que efeitos terá nos nossos jovens a escola e o sistema educativo que os trata todos por igual, que impinge currículos, que não diversifica as suas metodologias e formas de avaliação, que não tira proveito das suas diferentes aptidões, capacidades e competências? Um sistema que produz alunos em série, todos iguais, como uma linha de produção numa fábrica produzindo produtos todos iguais, um a seguir ao outro, sem ter em conta as suas características que os fazem ser seres únicos e especiais. Miguel Ángel Santos Guerra (2003) refere o seguinte:

A escola produz efeitos secundários inquietantes. Já dizia o filósofo Kant que aquilo que os alunos aprendiam de mais importante nas escolas era a estarem sentados. À força de repetir alguns comportamentos, de ver algumas condutas, de trabalhar de uma determinada forma, os alunos aprendem uma série de atitudes e normas de actuação que não estão explícitas entre as pretensões educativas.

Os alunos aprendem, por exemplo, que apenas há que estudar quando vão fazer um exame. Se o pai ou a mãe perguntam à criança se tem algo que estudar nessa tarde, é provável que responda que sim. Isso quererá dizer que vão fazer-lhe perguntas no dia seguinte. Se responde que não, significará que no dia seguinte não terá nenhuma prova.

Os alunos aprendem que apenas se estuda o que é objecto de exame. Quando dizem que a letra pequena não entra, não se estão a referir ao escasso interesse do seu conteúdo ou à sua *dificuldade, mas sim à exclusão relativamente às perguntas que lhes vão formular.*

[...]

Há outras aprendizagens que se produzem como efeito secundário do currículo oculto que se estabelece nas escolas. Outras aprendizagens que não se referem ao conhecimento em si, mas antes ao modo de pensar e de se comportar.

Os alunos aprendem que sem o professor não podem chegar a saber nada relevante. Por isso, se não vai à aula ou se chega tarde, não será fácil ocorrer-lhes começarem a trabalhar sem a sua ajuda.

Os alunos aprendem que pouco ou nada podem vir a saber uns com os outros. Por isso ninguém tomará notas das contribuições que os companheiros fazem na aula. Tiram-se apontamentos apenas das opiniões e das explicações do professor.

Os efeitos secundários são, por vezes, mais importantes do que os efeitos procurados, do que os efeitos pretendidos. O que acontece é que o sistema centra a sua atenção nos segundos. O importante é conseguir passar na selecção, outra coisa é saber o que significa fazê-lo, quais são as sequelas de o ter conseguido, o que se passou enquanto se colocaram os meios para alcançar o objectivo proposto. Tiveram prazer na aprendizagem? Aprenderam coisas relevantes? Aprenderam a investigar ou apenas a repetir? Tiveram que renunciar aos seus pensamentos, à sua opinião, à sua criatividade? Estiveram subjugados?

Deixo de lado outras questões importantes: o que aconteceu com os que não conseguiram o objectivo previsto? Quantos se deixaram pelo caminho? Por que razão os desfavorecidos atingem mais dificilmente esses resultados? Quem beneficia realmente desse jogo de êxitos e fracassos? (pp 180 – 182)

Concluímos assim que educar é proporcionar a um indivíduo as ferramentas necessárias para triunfar no mundo. Não podemos focar-nos apenas na aquisição de conhecimentos, temos que desenvolver capacidades, competências e sentimentos como refere Miguel Ángel Santos Guerra (2003):

> *Há que educar os sentimentos. A educação exige o desenvolvimento integral da pessoa. Daí o meu alerta para não reduzir a tarefa educativa à aquisição de conceitos e ideias e ao domínio de habilidades e destrezas. Recordo o significativo título de um livro de Neill, criador da experiência de Summerhill: "Corações, e não só cabeças na escola". Nem na sociedade. Nem na vida.* (pp 295)

E que instrumentos têm a escola e os professores para proporcionar as ferramentas necessárias ao sucesso dos seus alunos como cidadãos? Comecemos por analisar a legislação em vigor.

O que diz a legislação em vigor e os documentos orientadores?

A educação é uma preocupação mundial, por parte dos governos dos diversos países e de organizações como a UNESCO. O governo português também não é indiferente a esta problemática e tem implementado diversas medidas. Em 2017 homologou O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória pelo Despacho n.º 6478/2017, 26 de julho e implementou no sistema educativo português o projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular pelo Despacho n.º 5908/2017, de 5 de julho. Em 2018 homologou o Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho – Currículo dos ensinos básico e secundário e as apresentações utilizadas nas Reuniões Regionais relativas à Autonomia e Flexibilidade Curricular, que serve como referencial para os diversos atores educativos. Nestes dois documentos encontramos diretrizes para uma educação abrangente que se preocupa com a educação integral de um jovem. Isto é, os documentos debruçam-se sobre todos os aspetos já referidos neste capítulo relativos à necessidade de uma educação englobante, que se ajuste às necessidades e características de cada aluno. Uma educação que desenvolva capacidades, competências e valores. Uma educação que faça com que cada aluno se sentia capaz, focando nos seus pontos fortes e ajudando-o a melhorar nos seus pontos fracos.

José Lopes & Helena Santos Silva (2015) descrevem no seu Livro *O professor faz a diferença* o que é a flexibilidade:

> *Podemos imaginar a* ***flexibilidade*** *como a capacidade de fazer as coisas certas na altura certa. De certo modo, significa usar todas as técnicas e conhecimentos à disposição do indivíduo para elaborar bons planos de aulas. Saber, por exemplo, quando apresentar uma lição formal e quando deixar os alunos descobrir coisas por si próprios, quando ser exigente e quando fazer poucas exigências, quando encorajar ou fazer críticas e quando dar ajuda direta ou indireta. Outro aspecto da flexibilidade é a capacidade de improvisação – quando uma aula não desperta interesse, o professor flexível pensa imediatamente numa apresentação alternativa que capte o interesse dos alunos. Um terceiro aspecto da flexibilidade é a disposição e o engenho para ultrapassar as dificuldades que surgem. O ensino nem sempre acontece em condições ideais e os professores têm, frequentemente, de lidar com meios inadequados, materiais insuficientes, interrupções e outras dificuldades.* (pp XV).

No prefácio de *O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* Guilherme d'Oliveira Martins descreve qual a necessidade de definir um perfil para os alunos:

> *A educação para todos, consagrada como primeiro objetivo mundial da UNESCO, obriga à consideração da diversidade e da complexidade como fatores a ter em conta ao definir o que se pretende para a aprendizagem dos alunos à saída dos 12 anos de escolaridade obrigatória. A referência a um perfil não visa, porém, qualquer tentativa uniformizadora, mas sim criar um quadro de referência que pressuponha a liberdade, a responsabilidade, a valorização do trabalho, a consciência de si*

próprio, a inserção familiar e comunitária e a participação na sociedade que nos rodeia.

Perante os outros e a diversidade do mundo, a mudança e a incerteza, importa criar condições de equilíbrio entre o conhecimento, a compreensão, a criatividade e o sentido crítico. Trata-se de formar pessoas autónomas e responsáveis e cidadãos ativos.

Não falamos de um mínimo nem de um ideal, mas do que se pode considerar desejável, com necessária flexibilidade. Daí a preocupação de definir um perfil que todos possam partilhar e que incentive e cultive a qualidade. Havendo desigualdades e sendo a sociedade humana imperfeita, não se adota uma fórmula única, mas favorece-se a complementaridade e o enriquecimento mútuo entre os cidadãos. (pp 5)

O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória serve como um documento de referência para a organização do todo o sistema educativo. Na Introdução do mesmo está descrito a sua natureza e estrutura:

O Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória afirma-se, nestes pressupostos, como documento de referência para a organização de todo o sistema educativo, contribuindo para a convergência e a articulação das decisões inerentes às várias dimensões do desenvolvimento curricular. No momento de equacionar e de fundamentar o que é relevante, adequado e exequível no contexto dos diversos níveis de decisão, é possível e desejável encontrar neste perfil orientações significativas. Constitui, assim, a matriz para decisões a adotar por gestores e atores educativos ao nível dos organismos responsáveis pelas políticas educativas e dos estabelecimentos de ensino. A finalidade é a de contribuir para a organização e gestão curriculares e, ainda, para a definição de estratégias, metodologias e procedimentos pedagógico-didáticos a utilizar na prática letiva.

O documento assume uma natureza necessariamente abrangente, transversal e recursiva. A abrangência do Perfil dos Alunos respeita o caráter inclusivo e multifacetado da escola, assegurando que, independentemente dos percursos escolares realizados, todos os saberes são orientados por princípios, por valores e por uma visão explícitos, resultantes de consenso social. A transversalidade assenta no pressuposto de que cada área curricular contribui para o desenvolvimento de todas as áreas de competências consideradas no Perfil dos Alunos, não havendo lugar a uma indexação estrita de cada uma delas a componentes e áreas curriculares específicas. A abrangência e a transversalidade concorrem para a natureza recursiva deste documento, que consiste na possibilidade de, em cada ano de escolaridade, estar continuamente convocado o seu conteúdo e as suas finalidades.

O documento Perfil dos Alunos encontra-se estruturado em Princípios, Visão, Valores e Áreas de Competências. Num primeiro momento, estão em evidência os princípios e a visão pelos quais se pauta a ação educativa; num segundo momento, os valores e as competências a desenvolver. (pp 8 – 9)

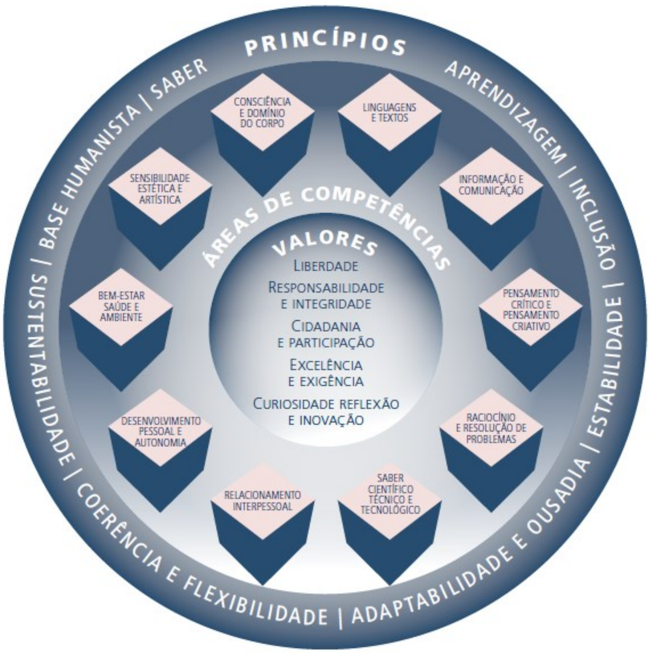


Figura 3 – Esquema concetual do perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO, 2017 pp 11)

Este documento serve de base para todos os documentos reguladores do ensino aprendizagem nomeadamente a legislação e as aprendizagens essenciais de cada disciplina. Nele estão definidos valores e competências (Figura 3) que os alunos deverão desenvolver durante a escolaridade de forma a serem cidadãos capazes e producentes.

Na descrição do *Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho – Currículo dos ensinos básico e secundário e as apresentações utilizadas nas Reuniões Regionais relativas à Autonomia e Flexibilidade Curricular* lê-se o seguinte:

> *O programa do XXI Governo Constitucional assume como prioridade a concretização de uma política educativa centrada nas pessoas que garanta a igualdade de acesso à escola pública, promovendo o sucesso educativo e, por essa via, a igualdade de oportunidades.*
>
> *A concretização destes propósitos, já inscrito na Lei de Bases do Sistema Educativo, aprovada pela Lei n.º 46/86, de 14 de outubro, na sua redação atual, tem vindo a ser garantida através de medidas de aplicação universal. Porém, os dados disponíveis mostram que aqueles objetivos não estão, ainda, plenamente atingidos, na medida em que nem todos os alunos veem garantido o direito à aprendizagem e ao sucesso educativo. Por outro lado, a sociedade enfrenta atualmente novos desafios, decorrentes de uma globalização e desenvolvimento tecnológico em aceleração, tendo a escola de preparar os alunos, que serão jovens e adultos em 2030, para empregos ainda não criados, para tecnologias ainda não inventadas, para a resolução de problemas que ainda se desconhecem.*
>
> *Nesta incerteza quanto ao futuro, onde se vislumbra uma miríade de novas oportunidades para o desenvolvimento humano, é necessário desenvolver nos alunos competências que lhes permitam questionar os saberes estabelecidos, integrar conhecimentos emergentes, comunicar eficientemente e resolver problemas complexos.*

Impulsionados por tais desafios e correspondendo a esta necessidade, após amplo debate nacional que envolveu professores, académicos, famílias, parceiros sociais e alunos, foi aprovado o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, que estabelece a matriz de princípios, valores e áreas de competências a que deve obedecer o desenvolvimento do currículo.

Uma escola inclusiva, promotora de melhores aprendizagens para todos os alunos e a operacionalização do perfil de competências que se pretende que os mesmos desenvolvam, para o exercício de uma cidadania ativa e informada ao longo da vida, implicam que seja dada às escolas autonomia para um desenvolvimento curricular adequado a contextos específicos e às necessidades dos seus alunos.

> 1 *A realização de aprendizagens significativas e o desenvolvimento de competências mais complexos pressupõem tempo para a consolidação e uma gestão integrada do conhecimento, valorizando os saberes disciplinares, mas também o trabalho interdisciplinar, a diversificação de procedimentos e instrumentos de avaliação, a promoção de capacidades de pesquisa, relação, análise, o domínio de técnicas de exposição e argumentação, a capacidade de trabalhar cooperativamente e com autonomia.* (Diário da República, 1ª serie – N.º 129 – 6 de julho de 2018, pp 2928 – 2929)

Este decreto-lei define as diretrizes e os princípios orientadores para a operacionalização e avaliação das aprendizagens de modo a que os alunos adquiram conhecimentos e desenvolvam as competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. No 3º artigo deste decreto-lei definem-se diversos instrumentos a utilizar na implementação destas diretrizes: Abordagem multinível; Aprendizagens

Essenciais; Autonomia e Flexibilidade curricular; Documentos curriculares; Domínio de autonomia curricular:

1 *«Abordagem multinível», a opção metodológica que permite o acesso ao currículo ajustada às potencialidades e dificuldades dos alunos, com recurso a diferentes níveis de intervenção, através de: medidas universais, que constituem respostas educativas a mobilizar para todos os alunos; medidas seletivas, que visam colmatar as necessidades de suporte à aprendizagem não supridas pela aplicação de medidas universais; e medidas adicionais, que visam colmatar dificuldades acentuadas e persistentes ao nível da comunicação, interação, cognição ou aprendizagem e à inclusão;*

2 *«Aprendizagens Essenciais», o conjunto comum de conhecimentos a adquirir, identificados como os conteúdos de conhecimento disciplinar estruturado, indispensáveis, articulados conceptualmente, relevantes e significativos, bem como de capacidades e de atitudes a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada área disciplinar ou disciplina, tendo, em regra, por referência o ano de escolaridade ou de formação;*

3 *«Autonomia e flexibilidade curricular», a faculdade conferida à escola para gerir o currículo dos ensinos básico e secundário, partindo de matrizes curriculares-base, assente na possibilidade de enriquecimento do currículo com os conhecimentos, capacidades e atitudes que contribuam para alcançar as competências previstas no Perfil dos Alunos à Saída Escolaridade Obrigatória;*

4 *«Documentos curriculares», o conjunto de documentos em que estão expressos os conhecimentos a adquirir, as capacidades e atitudes a desenvolver pelos alunos, designadamente os programas, metas, orientações, perfis profissionais e referenciais do Catálogo Nacional de Qualificações (CNQ), bem como as Aprendizagens Essenciais de cada componente de currículo, área*

disciplinar e disciplina ou unidade de formação de curta duração (UFCD), constituindo estas Aprendizagens Essenciais as orientações curriculares de base na planificação, realização e avaliação do ensino e da aprendizagem.

5 «Domínio de autonomia curricular» (DAC), áreas de confluência de trabalho interdisciplinar e ou de articulação curricular, desenvolvidas a partir da matriz curricular-base de uma oferta educativa e formativa, tendo por referência os documentos curriculares, em resultado do exercício de autonomia e flexibilidade, sendo, para o efeito, convocados, total ou parcialmente, os tempos destinados a componentes de currículo, áreas disciplinares e disciplinas;

No 21º artigo deste decreto-lei estão definidas diversas dinâmicas pedagógicas como:

> *1 – Nas dinâmicas de trabalho pedagógico deve desenvolver-se trabalho de natureza interdisciplinar e de articulação disciplinar, operacionalizado preferencialmente por equipas educativas que acompanham turmas ou grupos de alunos.*
>
> *2 – Cabe às equipas educativas e aos docentes que as constituem, no quadro da sua especialidade, definir as dinâmicas de trabalho pedagógico adequadas, tendo por referência as especificidades da turma ou grupo de alunos.*
>
> *[…]*
>
> *4 – Na ação educativa deve ainda ser assegurado o envolvimento dos alunos, com enfoque na intervenção cívica, privilegiando a livre iniciativa, a autonomia, a responsabilidade e o respeito pela diversidade humana e cultural.*
>
> *5 – Com vista à promoção da qualidade e eficiência educativas, podem ser implementadas diferentes formas de organização, nomeadamente:*

[…]

b) A criação de grupos de trabalho para:

i) Aquisição, desenvolvimento e consolidação de aprendizagens específicas, com vista à promoção da articulação entre componentes de currículo e de formação, áreas disciplinares, disciplinas ou unidades de formação de curta duração, a funcionar, em regra, de forma temporária;

ii) Apoio ao estudo, assente numa metodologia de integração das aprendizagens de várias componentes de currículo e áreas disciplinares, privilegiando a pesquisa, tratamento e seleção informação;

iii) Desenvolvimento de trabalho autónomo, interpares, com mediação de professores. (Diário da República, 1ª serie – N.º 129 – 6 de julho de 2018, pp 2935 – 2936)

Estes dois documentos juntamente com as Aprendizagens Essenciais foram muito importantes e são a estrutura base deste trabalho. As planificações das aulas e das atividades realizadas com os alunos foram elaboradas com base nestes documentos.

Definidas as diretrizes a seguir e os instrumentos com que trabalhar, como construir o processo de ensino e aprendizagem?

Que estratégias devemos aplicar?

Para implementar a mudança desejada no ensino há necessidade de envolver os alunos mais ativamente na aula e na sua aprendizagem; tirar proveito das suas competências; criar momentos e situações onde os alunos possam ajudar-se mutuamente a alcançar objetivos; trabalhar em grupos em que os elementos tenham diferentes competências complementando as lacunas uns dos outros, e de modo a aprenderem uns com os outros; e desenvolver as competências necessárias para serem cidadãos produtivos, capazes e autónomos.

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* utiliza duas metáforas para caracterizar a diferença de atitude predominante da escola até aqui e a atitude necessária para a implementação destas medidas:

> *Existem inúmeras metáforas sobre os professores. Cada uma delas deixa transparecer uma teoria, uma forma de entender a tarefa educativa. Vou referir duas metáforas opostas entre si, através das quais se apresentam duas formas de entender a prática docente.*
>
> ***O professor como depósito de água***
>
> *Nesta primeira metáfora, o professor surge como proprietário dum depósito de água onde se armazena a água de conhecimento. Trata-se do conhecimento hegemónico, do único conhecimento válido. É o conhecimento institucional, o saber oficial. O aluno é um recipiente passivo em que a água é depositada. Para isso, é necessário que esse recipiente se situe de forma correta e exatamente no ponto por onde a água corre.*
>
> *O conhecimento é, pois, propriedade do professor. Só ele o possui e só ele é capaz de oferecer água a quem tem sede.*
>
> *Cada vez que o aluno quiser beber, terá de se aproximar do depósito e receber a água que nele está contida.*
>
> *O aluno, por si próprio, não sabe onde procurar água. Não é capaz de se associar a outros companheiros na busca.*
>
> *O aluno não sabe distinguir a água suja da água potável, porque pensa que apenas se pode utilizar a água oferecida pelo professor.*
>
> *A avaliação consistirá em verificar quanta água existe no recipiente, no final do processo.*

A tarefa de recolher a água é enfadonha e triste, pouco atrativa, e só acontece nos sítios onde estiver o professor e de acordo com as formas que ele impuser.

Cada qual recolherá água de acordo com o seu recipiente, como se este fosse de um material tão resistente que não pudesse aumentar.

O professor como descobridor de nascentes

Nesta segunda metáfora, o professor é uma pessoa que ensina a descobrir as nascentes e a distinguir quando a água é ou não potável. A tarefa do aluno é buscar com ele e com os colegas, é seguir o rasto, encontrar pistas, descobrir nascentes.

Esta tarefa é atractiva e apaixonante, porque convida à busca e ao descobrimento.

O professor também aprende, com os alunos e a partir deles, a procurar novas pistas e a festejar, com eles, a alegria da descoberta.

Nesta tarefa, o aluno é um elemento activo, busca juntamente com o professor e os colegas, não se limita a receber duma forma passiva.

A aprendizagem realizada não serve, apenas, para o momento presente, mas para o aluno continuar a busca quando ficar sozinho, quando já não estiver presente o professor.

O facto de saber discernir o tipo de água descoberta é fundamental, sobretudo numa sociedade em que se oferece água de duvidosa qualidade (meios de comunicação, política, publicidade, a própria instituição escolar …)

A avaliação (que também abrangerá o professor) consistirá em saber se já se sabe procurar água, se se sabe distinguir a sua qualidade, se lhe dá uma correta utilização… (pp. 24 – 26)

Este excerto exemplifica duas metodologias de ensino: a primeira na qual o aluno não tem um papel ativo no processo de aprendizagem e a segunda na qual o aluno tem um papel ativo e para além de adquirir conhecimento adquire competências que o ajudarão no futuro a tomar decisões.

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) continua com a sua analogia que os professores são como aguadeiros referindo que:

> *A escola deveria, antes de mais, despertar o desejo de aprender. Não se trata de transpor a água do conhecimento hegemónico para o recipiente passivo das crianças. Trata.se de despertar a sua sede e de as ensinar a procurar fontes. Trata-se de as ensinar a servir-se da água. E, para tal, de nós próprios sermos capazes de nos servir dessa água.*
>
> *Os professores são aguadeiros que vendem água nas margens de um rio. Que será de nós no dia em que os alunos descobrirem que a água está ao seu dispor, abundante e gratuitamente, ali a dois passos da nossa tenda?*
>
> *Preocupa-me muito que, na nossa pretensão de ensinar, o que realmente conseguimos é matar o desejo de aprender. Preocupa-me ver que os que passam pelas escolas queiram aprender o menos possível daquilo que lhes ensinamos. Preocupa-me que a razão mais profunda do estudo seja a ameaça ou o castigo.*
>
> *[….]*
>
> *[…] Porque educar não é domesticar, doutrinar, nem servir-se dos alunos. Educar é facilitar a libertação.* (pp 166 – 169)

Definidas as diretrizes é necessário implementá-las. Que estratégias devemos implementar? Que atividades desenvolver com os alunos? Será necessário mudar todas as práticas letivas? Como desenvolver as diferentes competências dos alunos? Como transformar a matéria prima num diamante? Como avaliar a evolução dos alunos, as competências desenvolvidas e as aptidões adquiridas? Lopes e Silva (2015) explicam como podemos melhorar o nível de desempenho:

> *Os principais componentes da paixão, no caso do professor e do aluno, parecem ser a pura emoção de se ser aluno ou professor, a absorção que acompanha o processo de ensino e aprendizagem, as sensações de estar envolvido na actividade de ensino e aprendizagem e o envolvimento em* ***prática deliberada*** *para atingir a compreensão do ensino e da aprendizagem.*
>
> *O conceito de prática deliberada, introduzida por Ericsson, Krampe e Tesch-Römer (1993) refere-se às actividades, especificamente delineadas por um professor, com vista a melhorar certo nível de desempenho. Tal conceito de prática instrumental sugere padrões de condutas optimizadas que privilegiam uma natureza racional e calculada das acções para gerir tais situações, implicando postura intencional frente às situações de prática, onde o foco de interesse é atingir o domínio das condições de desempenho. Assim, a atitude face à* ***prática deliberada*** *quando procura intencionalmente:*
>
> — *Estabelecer uma* ***tarefa bem definida*** *que represente um desafio pessoal a ser vencido;*
> — *Manter-se o mais* ***consciente possível*** *no curso da tarefa a ser vencida;*
> — *Dispor de* ***persistência*** *para repetir trechos ou partes e corrigir eventuais erros;*
> — *Procurar* ***estratégias alternativas*** *para persistir e esforçar-se no comprometimento face às tarefas difíceis de serem realizadas.* (pp XVI)

É fundamental que o professor reflita sobre as suas práticas, as atividades desenvolvidas, as estratégias implementadas. Apenas podemos progredir e evoluir analisando e avaliando as nossas práticas. Lopes e Silva (2015) referem na sua obra *O Professor faz a diferença:*

> *Quando os professores inovam, estão mais conscientes do que está ou não a funcionar no seu ensino, prestam mais atenção às evidências contraditórias, estão mais interessados em descobrir quaisquer consequências intencionais e não intencionais do seu ensino, e têm uma maior consciência dos efeitos das inovações sobre os resultados finais. Nestas situações* ***os professores tornam-se aprendizes do seu próprio ensino.*** (pp XVII)

Estes autores referem ainda os princípios que um professor deve considerar quando pretende melhorar os resultados de aprendizagem dos seus alunos:

> *A principal análise recente, levada a cabo por Bransford, Brown e Cocking (Bransford, Brown e Cocking, 2000; Hattie, 2009), sobre como as pessoas aprendem, identificou tês grandes princípios:*
>
> - *O primeiro é que os alunos chegam às salas de aula com concepções iniciais sobre como o mundo funciona e que os professores precisam de as considerar como ponto de partida do seu ensino. Caso não o façam, os alunos podem falhar na compreensão dos novos conceitos e informações que precisam de aprender;*
> - *O segundo é que para que os professores consigam desenvolver as competências dos alunos devem organizar o ensino de modo que estes adquiram um profundo conhecimento factual dos fundamentos, compreendam as ideias no contexto de um quadro conceptual e organizem o conhecimento, para que a recordação e a aplicação do mesmo fiquem facilitadas;*
> - *O terceiro: a abordagem metacognitiva do ensino pode ajudar os alunos a aprender a controlar a sua própria aprendizagem (aprendizagem auto-regulada), definindo os objectivos e controlando o*

seu processo na consecução dos mesmos. As principais questões a colocar são: "Para onde vou?" (Quais são os objectivos, intenções ou critérios de sucesso da aprendizagem?); "Como me estou a sair?" (Que progressos estão a ser feitos em relação à meta ou objectivo?", Auto-regulação e auto-avaliação); e "Qual é a próxima meta?" (Que actividades precisam de ser realizadas para progredir melhor?) (Hattie, 2009:177)

Apesar da ênfase dada aos princípios enunciados sobre a aprendizagem, outras se destacam igualmente como de extrema importância (Vosniadou, 2001):

- *A aprendizagem exige a participação activa do aluno;*
- *É fundamentalmente uma actividade social;*
- *O novo conhecimento é construído com base no que o aluno já sabe e acredita;*
- *Aprendemos empregando estratégias eficazes e flexíveis que nos ajudam a compreender, a raciocinar, a memorizar e a resolver problemas;*
- *Os alunos devem saber como planear e controlar a sua aprendizagem, como estabelecer os seus próprios objectivos de aprendizagem, bem como corrigir os erros;*
- *Por vezes o conhecimento anterior pode dificultar aprender algo novo. Nesse caso, os alunos devem aprender a resolver as contradições entre o seu conhecimento prévio e o conhecimento a aprender e a reestruturar, quando necessário, o primeiro;*
- *A aprendizagem demora um tempo considerável e exige períodos de prática para assegurar o domínio do conhecimento.*

> *[...].*
>
> *Os professores que são eficazes concentram a atenção no envolvimento cognitivo dos alunos relativamente ao conteúdo que estão a ensinar; concentram as suas competências no desenvolvimento de uma linha de pensamento e raciocínio, e dão ênfase à resolução de problemas e estratégias do seu ensino sobre o conteúdo que desejam que os alunos aprendam. Em vez de começarem as actividades de aprendizagem a partir das propostas dos manuais e do tempo dedicado às actividades, começam a partir de resultados desejados – critérios de sucesso relacionados com os objectivos de aprendizagem (Van Gog, Ericsson, Rikers e Paas, 2005; Wiggins e McTighe, 2005). O objectivo é ajudar os alunos a desenvolver esquemas cognitivos explícitos para que auto-regulem a sua aprendizagem.*
>
> *Para isso, controlam, classificam e avaliam os progressos dos alunos e fornecem-lhes informações que lhes permitem compreender as tarefas que fazem a diferença, tendo por base o que os alunos compreendem bem, compreendem mal e constroem. Ou seja, fornecem aos alunos feedback frequente sobre a sua aprendizagem e simultaneamente, dão uma atenção significativa ao feedback que recebem dos alunos sobre a forma como aprenderam.* (pp XIX – XX)

A seguir definem-se diferentes metodologias de ensino e aprendizagem que ajudam na implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular tais como: Ensino recíproco; Estratégias metacognitivas; Estratégias de resolução de problemas; Aprendizagem cooperativa; Instrução direta, ensino explícito ou ativo; Exercícios e problemas resolvidos.

Ensino recíproco

Existem diversas estratégias de ensino e aprendizagem. Uma delas é o ensino recíproco. Nesta estratégia tanto os alunos como os professores têm um papel ativo. Lopes e Silva (2015) esclarecem o que é o método ensino recíproco:

> O **método ensino recíproco** é *um método de aprendizagem cooperativo concebido por Palincsar e Brown para ensinar aos alunos estratégias cognitivas que conduziam à melhoria dos seus resultados de aprendizagem (Lopes e Silva, 2009). ...*
>
> […]
>
> *O seu uso exige um diálogo constante entre o professor e os alunos, o qual tem por objectivo ajudá-los a compreender e a reflectir sobre o que estão a ler e a construir activamente significados para as palavras ou textos em análise (Rosenshine e Meister, 1994). Cada aluno é alternadamente "professor" e, muitas vezes, professor e alunos, revezam-se, conduzindo um diálogo sobre as partes de um texto. […]*
>
> *Este procedimento tem por fundamento o conceito de "suporte de andaime" ou apoio na aprendizagem (scaffolding), essencial para o desenvolvimento cognitivo à medida que os alunos passam de espectadores a actores, após repetidas modelagens ou demonstrações feitas pelo professor.* (pp 41 – 42)

Estes autores (Lopes e Silva 2015) definem *scaffolding* como

> *uma técnica de aprendizagem cognitiva, na qual o professor realiza ou apoia a execução de partes da tarefa que o aluno ainda não é capaz de realizar. Quando os alunos estão confusos, o professor sugere uma solução ou dá uma ajuda para ultrapassarem aquele passo antes de desistirem, o que os ajudará a completar a tarefa e ganhar confiança para tentar resolver outros problemas. O aluno e o professor trabalham em cooperação para resolverem juntos os problemas. É importante que o professor*

> *encoraje os alunos a tornarem-se cada vez mais responsáveis pelos seus projectos, para que, gradualmente, se tornem independentes.* (pp 42)

Estratégias metacognitivas

Outra estratégia consiste em ensinar estratégias metacognitivas aos alunos. Lopes e Silva (2015) definem a metacognição como *"ir mais além do conhecimento"*.

Estes autores referem também a importância de ensinar estratégias metacognitivas:

> *A aprendizagem eficaz é concebida como um processo de aprender a aprender, que possibilita que, perante uma situação problemática, os alunos, de forma autónoma, significativa e eficaz, estabeleçam um plano com vista à sua resolução, definam metas, monitorizem os progressos e os adaptem conforme as necessidades que vão sentindo.*
>
> *[...]*
>
> *Apesar de nem todas as nossas acções serem metacognitivas, uma das principais mudanças que os professores devem fazer nas suas práticas é incluir actividades que ajudem os seus alunos a ir mais além dos conhecimentos adquiridos, proporcionando-lhes estratégias para que reflictam sobre as suas formas de aprender. Para o conseguirem necessitam de focar a atenção dos alunos sobre a forma como as tarefas escolares são realizadas, para que estes se consciencializem do que aprenderam, as estratégias que para isso usaram, a utilidade que tem a aprendizagem e reconheçam o que têm necessidade ainda de aprender e como o irão conseguir. Isto é, possibilitar aos alunos ir para além do cognitivo, serem capazes de desenvolver a metacognição, para que apoiados pelo seu professor nos primeiros anos de escolaridade e progressivamente de forma autónoma:*

- *Estejam conscientes quando enfrentam uma tarefa de aprendizagem;*
- *Seleccionem as melhores estratégias para a resolverem;*
- *Auto-avaliem o próprio processo de aprendizagem;*
- *Avaliem os resultados para consciencializar o que foi conseguido e o que necessitam ainda de aprender (Woolffolk, 2006)*

Isto permitir-lhes-á desenvolver-se como bons pensadores para resolver com mais eficácia as diversas situações de aprendizagem e os problemas do seu dia-a-dia. A resolução de problemas e as actividades de investigação, bem como o estabelecimento de objectivos, não só de conteúdo mas também de processo (planificar, monitorizar, identificar problemas, avaliar), oferecem, em todas as disciplinas, oportunidades para a aprendizagem de estratégias metacognitivas. (pp 81 – 83)

Estratégias de resolução de problemas

É muito importante desenvolver nos alunos estratégias para a resolução de problemas. Segundo Lopes e Silva (2015) *"Ensinar estratégias de resolução de problemas consiste em dotar o aluno de planos de acção –* ***estratégias ou heurísticas*** *-, que lhe servem de guia ou metodologia para realizar uma actividade desejada".* (pp 123)

Estes autores citam diversos outros autores sobre estratégias de resolução de problemas:

[…] uma estratégia faz referência a um padrão de decisões na aquisição, retenção e utilização da informação que serve para conseguir um certo objectivo, quer dizer, para assegurar certos resultados e não outros (Bruner, s/d:328 em Sigarreta…).

> *Uma heurística é (...) uma sugestão ou estratégia geral, independente de um tópico ou conteúdo específico que auxilia a entender um problema e a ordenar ou reunir os elementos para o resolver (Schoenfeld, 1991).* (pp 123)

Lopes e Silva (2015) fazem o seguinte resumo sobre estratégias de resolução de problemas:

> *Em suma, a resolução de problemas exige a compreensão da tarefa, a concepção de um plano que conduza à sua resolução, a execução desse plano e, por último, uma avaliação que dirá se o objectivo, resolução do problema, foi alcançado.*
>
> *Assim, o ensino das estratégias, processos ou métodos heurísticos de resolução de problemas envolve o acto de ensinar os alunos a definir ou determinar a causa do problema; identificar, priorizar e seleccionar alternativas para uma solução; ou usar perspectivas múltiplas para descobrir as questões relacionadas com o problema particular, desenhar um plano de intervenção e, em seguida, avaliar o resultado.* (pp 124)

Na maioria das vezes a resolução de problemas é associado a disciplinas com uma componente mais prática como a Matemática e a Física e Química. Podemos generalizar o conceito de resolução de problemas a outras disciplinas, a questão é se as estratégias de resolução de problemas que associamos a estas disciplinas mais práticas poderão ser generalizadas para as outras disciplinas. Lopes e Silva (2015), referem estudos de outros autores sobre esta temática:

> *Existe um intenso debate com respeito a considerar as estratégias eficazes de resolução de problemas como específicas da área do problema ou gerais e aplicáveis a diferentes contextos de utilização. Isto, é, se as estratégias de resolução de problemas de Matemática ou de Física, por exemplo, são específicas para essas áreas, ou se existem algumas estratégias gerais que são úteis para a resolução de problemas em diferentes domínios de conteúdo*

(Woolfolk, 2006). As evidências de investigação apoiam ambas as perspectivas. Por exemplo, Kail e Hall (1999) e Woolfolk (2006) concluíram que tanto factores de domínio específico como de domínio geral afectam o desempenho em problemas aritméticos verbais. Os resultados apontam para que os indivíduos se movam entre a utilização de métodos gerais e específicos, dependendo da situação e do nível de domínio do conteúdo em questão. Os principiantes na aprendizagem de um domínio específico baseiam-se em estratégias gerais de aprendizagem e de resolução de problemas com o objectivo de dar sentido à situação. Quando dominamos melhor os conhecimentos de domínio específico, em particular os conhecimentos procedimentais sobre como fazer nesse domínio específico, aplicamos menos as estratégias de domínio geral e a resolução de problemas torna-se mais automática. Contudo, se enfrentamos um problema que está além dos nossos conhecimentos, podemos voltar ao uso de estratégias mais gerais na tentativa de o enfrentar.

> *A eficácia na resolução de problemas está, assim, intimamente ligada ao domínio de estratégias ou métodos heurísticos mais gerais, embora seja relevante deixar clara a importância de ensinar estratégias mais específicas e que dependem do conteúdo do problema a resolver.* (pp 124 – 125)

Estes autores (Lopes e Silva 2015) a seguir explicam com ensinar aos alunos estratégias de modo que conseguiam resolver problemas de forma eficaz.

> *Para conseguir que os alunos resolvam problemas com eficácia é preciso ensinar-lhes as estratégias e técnicas de trabalho que lhes permitam ter segurança no processo e ganhar confiança de que as competências que possuem são suficientes para enfrentar problemas.*
>
> *Com este objectivo, Bransford e Stein (1984) propõem, a partir da proposta de Polya, uma estratégia simples, aplicável num grande número de disciplinas e cuja sigla **IDEAR** é facilmente*

recordada pelos alunos (Woolfolk, 2006). Desenvolve-se em cinco passos:

1. ***I**dentificar problemas e oportunidades.*
2. ***D**efinir metas e representar o problema.*
3. ***E**xplorar possíveis estratégias de resolução.*
4. ***A**ntecipar resultados e actuar.*
5. ***R**ever e aprender.* (pp 125)

Lopes e Silva (2015) apresentam o seguinte diagrama do processo de resolução de problemas:

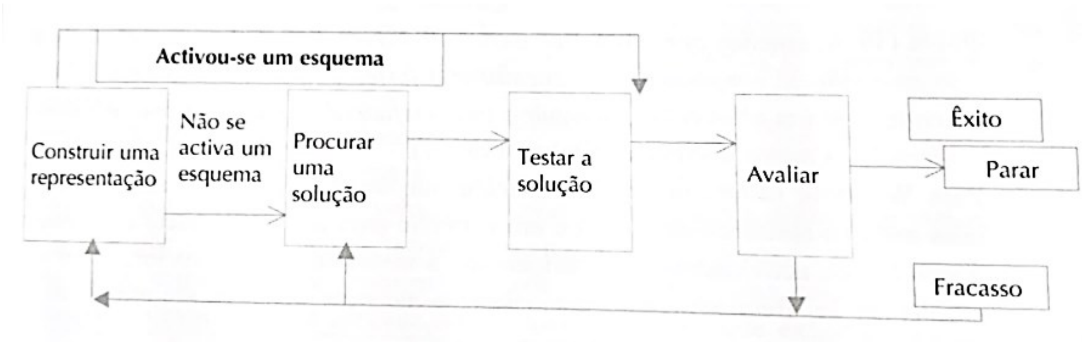


Figura 4 - Diagrama do processo de resolução de problemas (Lopes e Silva 2015 pp 127)

Assim se o aluno tem um esquema de representação do problema prévio aplica-o obtendo uma solução e de seguida testa a solução. Se a solução está correta termina o processo, se a solução não está correta o aluno terá de corrigir o seu esquema e voltar a aplica-lo, repetindo o processo até obter a solução correta. Se o aluno não tem um esquema de representação do problema terá que elaborar um e aplicá-lo para obter a solução. Se a solução está correta termina o processo caso contrário terá que corrigir o seu esquema de representação do problema e repetir o processo.

Aprendizagem cooperativa

Os autores Lopes e Silva (2015) indicam a seguinte citação de Virgínia Burden: *"A cooperação é a convicção plena de que ninguém pode chegar à meta se não chegarem todos".* Quanto ao significado de aprendizagem cooperativa estes autores referem diversos autores:

Jonhson, Johnson e Holubec (1993) referem-se à aprendizagem cooperativa como um método de ensino que consiste na utilização de pequenos grupos estruturados de tal forma que os alunos trabalhem em conjunto para maximizarem a sua própria aprendizagem e a dos colegas.

Fathman e Kessler (1993), na mesma linha, definem a aprendizagem cooperativa como o trabalho em grupo que se estrutura cuidadosamente para que todos os alunos interajam, troquem informações e possam ser avaliados de forma individual pelo seu trabalho. Balkcom (1992) define-a como uma estratégia de ensino em que grupos pequenos, cada um com alunos de diferentes níveis de competências, usam uma variedade de actividades de aprendizagem para melhorar a compreensão de um assunto. Cada membro do grupo é responsável não somente por aprender o que está a ser ensinado, mas também por ajudar os colegas, criando no grupo uma atmosfera de realização.

Johnson et al. (2000) salientam que a aprendizagem cooperativa é um termo genérico com o qual se faz referência a um grande número de métodos utilizados para organizar e conduzir o trabalho na sala de aula.

Lopes e Silva (2015) referem que segundo Johnson e Johnson (1989) e Johnson et al. (1993) é necessário que estejam presentes cinco elementos essenciais ou básicos para que se trate de um processo de aprendizagem colaborativa. (Anexo 3) São eles:

- A independência positiva
- A responsabilidade individual e de grupo
- A interação estimuladora, preferencialmente face a face
- As competências sociais
- O processo de grupo ou avaliação do grupo

Lopes e Silva (2015) elaboraram o seguinte resume de aprendizagem cooperativa:

Em suma, a aprendizagem cooperativa é uma metodologia na qual os alunos em grupos pequenos e heterogéneos se entreajudam no processo

> *de aprendizagem e avaliam a forma como trabalham, com vista a conseguir objectivos comuns. Actuando como parceiros de aprendizagem e contando com a ajuda do seu professor, melhoram o rendimento escolar e a utilização de competências sociais. A utilização nos diferentes níveis de escolaridade dos variadíssimos métodos de aprendizagem cooperativa é importante não só para a melhoria do rendimento escolar, mas também para dotar os alunos de competências sociais que os preparem para as situações futuras no ambiente de trabalho, onde cada vez mais actividades exigem pessoas aptas para trabalhar colaborativamente.* (pp 144)

É importante ensinar aos alunos como trabalhar em grupo. Muitas das vezes quando pedimos um trabalho de grupo os alunos pegam nos tópicos a desenvolver e distribuem-nos entre si, no final juntam as diferentes partes e o trabalho passa a ser uma manta de retalhos. Temos de explicar aos alunos que isto não foi um trabalho realizado em grupo foram diversos trabalhos individuais que formaram um todo, como um livro que é uma coletânea de diversos contos escritos por autores diferentes.

Instrução direta, ensino explícito ou ativo

Com a flexibilidade fala-se muito na autonomia do aluno e de o aluno ter um papel ativo na sua aprendizagem, isto é, ser um protagonista na sua aprendizagem e não um mero espetador. No entanto não podemos cair no erro de apenas promover atividades centradas no aluno, por vezes é necessária uma aula centrada no professor, na qual ele explica um conceito, uma teoria, um procedimento, etc.

Lopes e Silva (2015) definem a instrução direta, com recurso a diversos autores do seguinte modo:

> *A instrução directa, que Rosenshine e Stevens (1986) designam igualmente por ensino explícito ou activo, é um método de ensino essencialmente centrado no professor. Segundo Rosenshine (1987:258) o seu princípio base é o seguinte: Se desejas que os alunos aprendam qualquer coisa, ensina-os diretamente.*

O principal objectivo da instrução directa é proporcionar ensino capaz de acelerar o desempenho escolar dos alunos. Isto é, ensinar mais em menos tempo e conseguir que os alunos aprendam de uma forma compreensiva (não mecânica) e monitorizem constantemente o seu desempenho, à medida que avançam para atingir as suas metas de aprendizagem.

É muitas vezes escolhida para transmitir conhecimentos factuais e processuais (Rosenshine, 1987; Arends, 1991) como, por exemplo, para mostrar como se lê um mapa ou resolve um problema matemático. A instrução directa pode também ser utilizada para suscitar o interesse dos alunos e situá-los no contexto, apresentar uma nova matéria, proporcionar um ponto de vista diferente, completar ou apresentar de outra maneira as informações contidas num livro ou num manual, ou ainda ensinar de novo os aspectos do conteúdo em que os alunos apresentam dificuldades de compreensão (Beard e Hartley, 1984; Borich, 1992) (pp 175 – 176)

Estes autores (Lopes e Silva 2015) referem que os professores têm receio de aplicar a instrução direta por confundi-la com o ensino expositivo. Para esclarecer a diferença entre estas duas estratégias de ensino os autores apresentam os seguintes esquemas sintaxe sobre cada uma destas estratégias (pp 176 – 177):

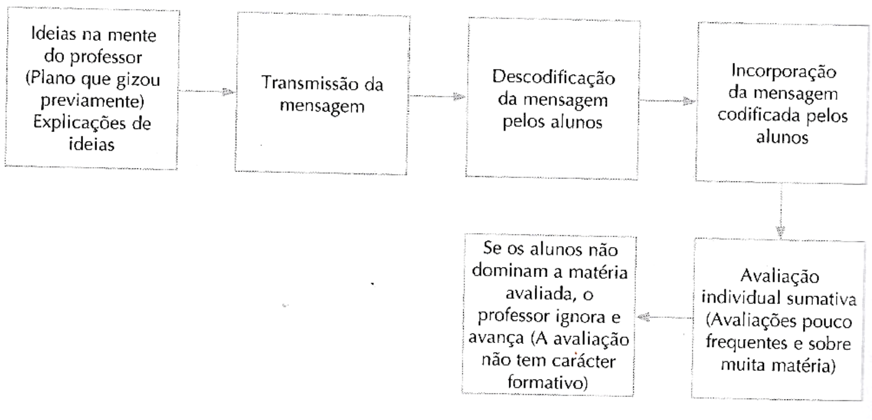


Figura 5 - Esquema sintaxe do ensino expositivo (Lopes e Silva 2015 pp 176)

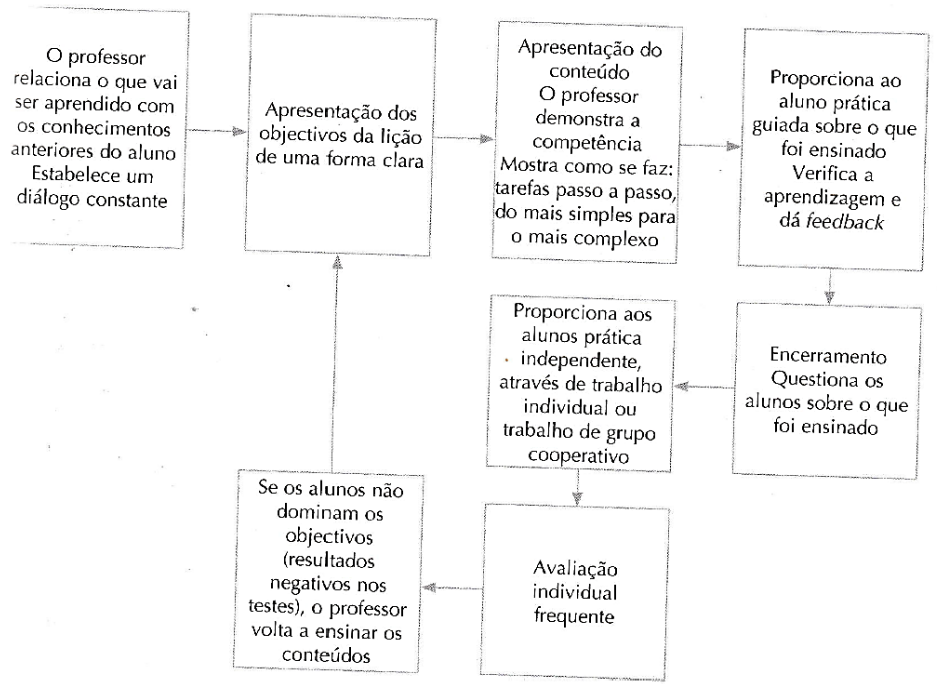


Figura 6 - Esquema sintaxe da instrução direta ou ensino explícito (Lopes e Silva 2015 pp 177)

Os princípios por detrás destas duas abordagens são muitos diferentes. No **ensino expositivo** o professor chega à aula com um plano predefinido, transmite o que planeou, o aluno que é o recetor descodifica e interpreta a mensagem. Posteriormente, e pode ser muito tempo depois, o aluno é avaliado sobre os conteúdos desta aula juntamente com todos os outros conteúdos das restantes aulas. Isso significa que este momento de avaliação recai sobre muita matéria que pode não ter sido lecionada recentemente. O aluno realiza o momento de avaliação recebendo posteriormente a classificação. Pelos resultados o professor consegue reconhecer os conteúdos que os alunos não dominaram, no entanto, o professor ignora esta informação e avança para conteúdos novos.

Já na **instrução direta** o professor tem um papel central, mas existe comunicação entre o professor e o aluno. Neste tipo de ensino o professor inicia a instrução relacionando os conteúdos a ser lecionados com conhecimentos já adquiridos pelos alunos ou as experiências vividas pelos mesmos. De seguida fornece os objetivos da lição. Na apresentação dos conteúdos o professor envolve os alunos explicitando como realizar a tarefa passo a passo começando nas mais simples avançando para as mais complexas. Neste processo o aluno tem a possibilidade de praticar e verificar a sua aprendizagem através de feedback. O professor questiona os alunos sobre o que foi ensinado, desta forma consegue verificar até que ponto a aprendizagem foi bem-sucedida. Dá tarefas que podem ser individuais ou em grupos cooperativos para os alunos praticarem e assimilarem melhor os conteúdos. O professor faz avaliações frequentes, não faz poucos momentos de avaliação com muitos conteúdos, mas sim diversos momentos de avaliação com menos conteúdos. O professor após a aplicação de cada momento de avaliação analisa as respostas e resultados dos alunos e antes de avançar nos conteúdos reforça os conteúdos nos quais os alunos revelaram dificuldades, voltando a repetir o ciclo até estar satisfeito com o nível de aprendizagem dos alunos.

A instrução direta é um processo que envolve os alunos. Não consiste em despejar matéria e avaliá-la meses depois sem questionar os alunos previamente. O feedback e a avaliação formativa são fundamentais, é necessário avaliar enquanto a matéria ainda está fresca na mente dos alunos, questioná-los para perceber as suas dificuldades e ajudá-los a recuperar as suas lacunas para evitar o efeito de bola de neve, o que hoje é um floco de neve amanhã é uma bola de neve que engole e sufoca o aluno, o que não é de todo o que se pretende. O objetivo é ajudar os alunos a alcançar o seu potencial ao seu ritmo garantindo que o aluno nunca se sinta desmotivado, perdido ou um fracasso.

Relativamente ao esquema sintaxe da instrução direta ou ensino explicito (Figura 6) Lopes e Silva (2015) referem:

> *A investigação parece apoiar a ideia de que o ensino eficaz é uma sequência de acções cuidadosas e constantemente monitorizadas. As conclusões dos estudos sobre a instrução direta sublinham o poder de comunicar aos alunos os objectivos da aprendizagem e os critérios de sucesso e de os envolver no caminho para lá chegar. O professor deve apresentar os novos conteúdos e competências e incentivar a aprendizagem dos alunos proporcionando-lhes muita prática guiada e demonstração; fornecer-lhes feedback adequado e múltiplas oportunidades para aprender a partir da prática independente e, posteriormente, a partir da possibilidade de aplicar a competência ou o conhecimento implícito no objectivo de aprendizagem em contextos diferentes daqueles diretamente ensinados.*
>
> *Entre os traços característicos dos professores que utilizam a instrução directa de forma eficaz estão: a clareza, a orientação para a tarefa, o entusiasmo e a flexibilidade. Além disso, estes*

professores também organizam e estruturam claramente as suas exposições orais e usam, sempre que possível, as ideias dos alunos. (pp 181)

Exercícios e problemas resolvidos

Ninguém nasce ensinado, como tal não podemos apresentar a um aluno um exercício ou um problema que não seja semelhante a nada com que o aluno tenha trabalhado antes, e esperar que o aluno o consiga resolver. Por vezes o aluno necessita de se basear em exemplos. Os autores Lopes e Silves (2015) comentam o seguinte sobre esta temática:

> *Os exercícios e problemas resolvidos são recursos de aprendizagem que consistem num enunciado e na apresentação dos passos que conduzem à sua resolução (Kalyuga, Chandler,Tuovinen, e Sweller, 2001), de forma a mostrar aos alunos os procedimentos envolvidos na sua resolução.*
>
> *Os exemplos típicos de exercícios e problemas resolvidos são compostos por três partes: uma fase introdutória (exposição do exemplo), uma fase de aquisição ou treino e uma fase de teste (avaliação da aprendizagem). São estruturados com objectivo e princípios fundamentais, para que os alunos possam deles extrair as informações para a realização de problemas semelhantes ou até mesmo diferentes. Têm como objectivo principal ilustrar a aplicação de um conceito, regra ou princípio que os alunos precisam de dominar para que adquiram técnicas ou procedimentos básicos que possam utilizar em actividades de aprendizagem mais complexas, como na resolução de problemas. São, por este motivo, actividades muito úteis para tarefas que envolvam novas aprendizagens e para a consolidação de competências procedimentais básicas.* (pp 197 – 198)

Estes autores referem a seguir algumas investigações sobre a importância pedagógica dos exercícios e problemas resolvidos:

> *Um dos principais argumentos que justificam a importância de proporcionar exercícios e problemas resolvidos é que estes reduzem a carga cognitiva dos alunos, porque lhes permitem que se concentrem apenas nos processos que levam à resposta correta.*
>
> *A utilização de exercícios e problemas resolvidos no ensino e a explicação para os seus efeitos na aprendizagem tem exactamente as suas origens na teoria da carga cognitiva (Sweller e Cooper, 1985; Sweller, 1988).*
>
> *A teoria da carga cognitiva assume que a memória de trabalho tem uma capacidade limitada, que a torna ineficaz mesmo quando as tarefas de aprendizagem exigem que os alunos tenham de reter poucos itens. Se a única maneira de adquirir competências de trabalho relevantes é a realização de exercícios ou problemas práticos, a memória de trabalho pode ficar sobrecarregada pelo trabalho mental necessário para concluir esses exercícios ou problemas. Contudo, se os recursos limitados da memória de trabalho forem usados para estudar exercícios ou problemas resolvidos e a partir desse estudo o aluno construir novos conhecimentos e competências, então algum do esforço intensivo pode ser contornado. Por esta razão, os exercícios ou problemas resolvidos são mais eficazes para a aprendizagem de novos procedimentos. Reduzem a carga na memória de trabalho, permitindo assim que o aluno se centre na aprendizagem dos passos que as situações de aprendizagem que envolvem resolver problemas lhes exigem.* (pp 198)

Os autores (Lopes e Silva 2015) de seguida distinguem resolução de problemas de exercícios e problemas resolvidos:

A resolução de problemas é descrita como um processo de coordenação de experiências anteriores, conhecimento e intuição para determinar um resultado numa situação em que tal procedimento não é conhecido (Lester e Knoll, 1990). Para resolverem problemas, os alunos devem ser capazes de reunir todas as informações prestadas pelo enunciado do problema e o que lhes está a ser perguntado na sua memória de trabalho, e depois combiná-las com a estrutura do conhecimento e o repertório de esquemas de problemas armazenados na memória de longo prazo (Lai, Griffin, Mak, Wu e Dulhunty, 2001).

A memória de longo prazo detém vários esquemas. Os esquemas representam processos de resolução de problemas e variam no nível de como são automaticamente aplicados (Tuovinen e Sweller, 1999). Estudos recentes (Carroll, 1994; Tuovinen e Sweller, 1999; Renkl e Atkinson, 2003; lee, Nicoll e Brooks, 2004) têm mostrado que os exercícios e problemas resolvidos podem ter vantagens sobre a resolução de problemas, devido à possibilidade de redução da carga cognitiva, como já referido, pelo menos em fases iniciais de aprendizagem de um conteúdo novo e complexo, ou para assegurar a aquisição e treino de competências básicas essenciais às situações de resolução de problemas resolvidos. Isto porque a resolução de problemas implica que os alunos recorram ao seu reportório de técnicas, adquiridas pela utilização de exercícios e problemas resolvidos, as quais devem dominar com a eficácia que lhes possibilite transferi-las e utilizá-las de um modo estratégico nas atividades em que envolvem problemas.

Ou seja, é na aquisição/consolidação do conhecimento e repertório de esquemas presentes na memória a longo prazo que ganha relevo a realização de exercícios e problemas resolvidos. Estes, ao demonstrarem passo a passo a forma de resolver problemas-tipo, permitem que os alunos adquiram esquemas

> *(procedimentos) que podem ser usados de uma forma estratégica na resolução de novos problemas.* (pp 199)

Revistas diversas metodologias de ensino coloca-se a questão de como aplicá-las nas aulas de Matemática de modo a implementar a flexibilidade e desenvolver nos alunos as competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.

Que estratégias e tarefas devemos aplicar numa aula de matemática?

As Aprendizagens Essenciais das diferentes disciplinas fazem referência à necessidade de diversificarmos as metodologias de ensino. As Aprendizagens Essenciais de Matemática A do 10º ano falam sobre a importância das metodologias e do papel do professor de Matemática:

> *Considera-se essencial que os professores diversifiquem as suas metodologias de ensino. Por um lado, assume-se que "o professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos" (Sebastião e Silva). Por outro lado é preciso atender aos diferentes tipos de aluno pois, tal como um método de ensino não é suficiente para ensinar estudantes de variados níveis de desenvolvimento, uma única estratégia de ensino também não funciona em todos os problemas matemáticos. Por último, desenvolver competências matemáticas complexas pode requerer estratégias de ensino diferentes daquelas usadas para desenvolver competências matemáticas básicas.*
>
> *Deve ter-se em atenção que não é indiferente o modo como se ensina matemática. Os estudantes devem ter oportunidades de descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática. Para isso*

é fundamental que os estudantes se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes.

Desde o início do ensino secundário, a tecnologia deve ser usada de forma crítica e inteligente contribuindo para o desenvolvimento de novas competências associadas à área da programação que, nalguns países, estão já integradas nos programas de Matemática. A tecnologia é uma ferramenta cada vez mais presente na sociedade e no mercado de trabalho e também um recurso essencial no ensino, ajudando os alunos a perceber as ideias matemáticas, a raciocinar, a resolver problemas e a comunicar. Assim, a tecnologia gráfica deve estar presente, quer em contexto de sala de aula, quer em contexto de avaliação externa. (pp 3)

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática B do 10º ano estão definidos os principais objetivos do ensino da Matemática e das aprendizagens essenciais de Matemática B:

A Matemática é parte imprescindível da cultura humanística e científica contribuindo para que os jovens façam as suas escolhas profissionais e desenvolvam capacidades facilitadoras para se adaptarem às mudanças tecnológicas dos dias de hoje. Contribui, igualmente, para o desenvolvimento da comunicação, para a qual fornece instrumentos de compreensão mais profunda, facilitando a interpretação, seleção, avaliação e integração das mensagens necessárias e úteis, ao mesmo tempo que fornece acesso a fontes de conhecimento científico a ser mobilizado sempre que necessário.

A Matemática contribui para uma melhor compreensão do espaço envolvente ajudando a perceber as relações geométricas entre os diversos elementos naturais e é uma das bases teóricas, essenciais e necessárias, de todos os grandes sistemas de *interpretação da realidade que garantem a intervenção social com responsabilidade e dão sentido à condição humana.*

Assim, no ensino secundário, o ensino da Matemática deve ser norteado pelas seguintes finalidades principais:

- *Usar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real.*
- *Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, a perceção espacial e geométrica, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade.*
- *Contribuir para uma atitude positiva face à Matemática.*
- *Capacitar para uma intervenção social pelo estudo e compreensão de problemas e situações da sociedade atual e bem assim pela discussão de sistemas e instâncias de decisão que influenciam a vida dos cidadãos, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa.*

No âmbito da identificação das Aprendizagens Essenciais (AE), considerou-se que deve ser privilegiada a aprendizagem da Matemática, com compreensão, ao nível da construção/ mobilização de ideias na resolução de problemas e nas aplicações da Matemática. O uso de ferramentas (tecnologias, materiais manipuláveis, etc.) deve ser promovido na resolução de problemas desafiantes, em situações que exijam a sua manipulação e em que seja vantajoso o seu conhecimento, designadamente através do ensino experimental. Deste modo, as aplicações e a modelação matemática são, à semelhança do programa da disciplina, o tema central das AE. As aplicações, integradas num contexto significativo para os alunos, são usadas como ponto de partida para cada novo assunto, sendo parte do processo de construção de conceitos e usadas como fontes de exercícios.

Tanto nas Aprendizagens Essenciais de Matemática B como nas de Matemática Aplicada às Ciências Sociais aparece a seguinte definição de aprendizagens essenciais e os respetivos objetivos:

> *As Aprendizagens Essenciais (AE) são "o conjunto comum de conhecimentos a adquirir, isto é, os conteúdos de conhecimento disciplinar estruturado, indispensáveis, articulados concetualmente, relevantes e significativos, bem como de capacidades e atitudes a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada área disciplinar ou disciplina". As AE apresentadas constituem, para cada tema matemático, um todo constituído por conteúdos, objetivos e práticas interrelacionados. Os objetivos concretizam essas aprendizagens relativas a cada conteúdo, incidindo sobre conhecimentos, capacidades e atitudes a adquirir e a desenvolver, e as práticas estabelecem condições que apoiam e favorecem a consecução desses objetivos.*
>
> *Assim, a aquisição e desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes, e a sua aplicação em contextos matemáticos e não matemáticos são objetivos essenciais de aprendizagem, associados aos conteúdos de aprendizagem de cada tema matemático – sendo que os que estão definidos em termos de capacidades e atitudes expressam também um vínculo próximo com a Matemática – e a práticas de aprendizagem que visam proporcionar condições que apoiem e favoreçam aprendizagens sustentáveis, com compreensão e transferíveis ou aplicáveis em contextos matemáticos e não matemáticos.* (pp 1 – 4)

As disciplinas de Matemática A, Matemática B e Matemática Aplicada às Ciências Socias têm características diferentes, no entanto as respetivas aprendizagens essenciais referem a importância de envolver os alunos na sua aprendizagem, de tornar a matemática mais aliciante e envolvente, de reconhecer a importância da matemática nas nossas vidas.

Uma aula de matemática pode ser muito mais do que uma aula na qual o professor expõe os conteúdos e pede aos alunos para aplicar os conteúdos lecionados em exercícios e problemas. Não quer dizer que aulas destas não sejam necessárias, mas podemos fazer muito mais. Intercalar estas aulas com aulas em que desafiamos os nossos alunos, em que criamos momentos de discussão onde os alunos podem debater resultados, conclusões e desenvolver diversas capacidades como por exemplo a comunicação matemática. Ponte (2005) no seu artigo *Gestão curricular em Matemática* aborda este tema. Neste artigo o autor refere as diferentes estratégias que podemos aplicar bem como os diferentes tipos de tarefas matemáticas existentes.

Ensino direto versus ensino-aprendizagem exploratório

Ponte (2005) no seu artigo referido anteriormente explica como podemos usar as estratégias ensino direto e ensino-aprendizagem exploratório para melhorar a qualidade do ensino da matemática, envolver os alunos e ajudá-los a atingir o seu potencial. Ponte refere que tudo começa com uma boa planificação. Neste artigo ele escreve:

> *A planificação de uma unidade não se reduz à seleção de umas tantas tarefas, exigindo que o professor pondere muitos factores que podem indicar ênfases maiores ou menores em certos tipos de tarefa, certos modos de trabalho, certos materiais. Na verdade, ao fazer a planificação de uma unidade didáctica, considera necessariamente diversos elementos. Alguns desses elementos são de ordem curricular (nomeadamente, as indicações dos documentos curriculares oficiais), outros têm a ver com os alunos com que trabalha, outros ainda com as condições e recursos da escola e da comunidade, incluindo os materiais curriculares, manual escolar e outros materiais e, finalmente, outros dizem respeito a factores do contexto escolar e social.*
>
> *Toda a planificação pressupõe a definição (explícita ou implícita) de uma estratégia de ensino, onde sobressaem sempre dois elementos, a actividade do professor (o que ele vai fazer) e a actividade do aluno (o que ele espera que o aluno faça), e se estabelece um horizonte temporal para a respectiva concretização (um certo período de tempo ou número de aulas). Podemos*

distinguir duas estratégias básicas no ensino da matemática – o "ensino directo" e o "ensino-aprendizagem exploratório" (pp 12)

Ponte (2005) explica o que para si é o ensino direto, os seus objetivos e qual o papel do professor nesta metodologia:

No ensino directo, o professor assume um papel fundamental como elemento que fornece informação de modo tanto quanto possível claro, sistematizado e atractivo. Apresenta exemplos e comenta situações. Assume-se que o aluno aprende ouvindo o que lhe é dito e fazendo exercícios, cujo objectivo é mobilizar os conceitos e técnicas anteriormente explicados e exemplificados pelo professor. Para além de fazer estes exercícios, as tarefas principais do aluno que se evidenciam neste tipo de ensino são prestar atenção ao que o professor diz e, eventualmente, responder às suas questões.

O ensino direto tem subjacente a ideia da transmissão de conhecimento. Este conhecimento encontra-se sistematizado no programa, no manual escolar e noutros materiais. O professor procura garantir que o aluno aprende este conhecimento e avalia de que modo o adquiriu. No quadro deste ensino, a "exposição de matéria" assume um lugar de relevo, razão porque ele é, muitas vezes, designado por "ensino expositivo". É de notar que esta exposição da matéria pode ser realizada tanto em aulas magistrais, em que apenas fala o professor, como em aulas mais informais, em que o professor vai fazendo aqui e ali perguntas aos alunos, que ajudam a ilustrar um ou outro ponto, e contribuem para criar um ambiente mais participado. No entanto, tais perguntas não presumem da parte dos alunos um envolvimento especial, cabendo-lhes essencialmente seguir por onde o professor os conduz.

Neste ensino, ao lado da exposição da matéria, surge também com grande relevo a realização de exercícios, através dos quais o professor prevê que o aluno possa aplicar os

> *conhecimentos apresentados e, eventualmente, formular e esclarecer as suas dúvidas. Muitas vezes, a resolução de exercícios ganha mesmo um lugar central, de tal modo que para o aluno, aprender é sobretudo "saber como se fazem" todos os tipos de exercícios susceptíveis de saírem em testes ou exames.* (pp 12 – 13)

A definição de ensino direto de Ponte (2005) difere da de Lopes e Silva (2015), no entanto não são exclusivas. Ponte inclui o ensino expositivo no ensino direto enquanto Lopes e Silva consideram o ensino expositivo distinto do ensino direto. No entanto, Ponte salienta que a aprendizagem surge com a reflexão realizada pelos alunos sobre a atividades práticas realizadas, o que inclui a resolução de exercícios e de problemas indo um pouco ao de encontro da definição de Lopes e Silva.

Ponte (2005) define o ensino-aprendizagem exploratório como:

> *Para um ensino que segue uma estratégia alternativa têm sido sugeridas muitas designações – "ensino por descoberta", "ensino activo", etc. O melhor termo, a meu ver, talvez seja o de "ensino-aprendizagem exploratório". A sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem. A ênfase desloca-se da actividade "ensino" para a actividade mais complexa "ensino-aprendizagem".* (pp 13)

Para Ponte (2005) o ideal é a versão intermédia destes dois tipos de ensino:

> *Existem versões extremas de ensino directo e de ensino-aprendizagem exploratório, tal como existem muitas versões intermédias. Se o professor suscita a participação dos alunos na exposição da matéria, através de perguntas, não deixa de ser ensino directo, pois neste caso é ainda ele quem assume o protagonismo fundamental na aula. Continuamos a ter este tipo de ensino quando o professor, ao lado de exercícios de aplicação prática dos conceitos ensinados, propõe pontualmente outras tarefas mais problemáticas ou mais abertas, com vista a promover*

outro tipo de actividade nos alunos. Não é uma ou outra tarefa pontual mais interessante que marca o estilo de ensino, mas sim o tipo de trabalho usual na sala de aula. Por outro lado, num processo de ensino-aprendizagem de cunho exploratório, também podem (e, possivelmente, em muitos devem) haver momentos de exposição pelo professor e de sistematização das aprendizagens por ele conduzidas. Ensino-aprendizagem exploratório não significa que tudo resulta da exploração dos alunos, mas sim que esta é uma forma de trabalho marcante na sala de aula. Ou seja, não é a realização ocasional de um ou outro tipo de tarefa que define o carácter geral do ensino, mas a tendência geral do trabalho desenvolvido.

Na definição da sua estratégia, o professor decide, explicita ou implicitamente, optar por uma estratégia que combine em graus diversos estas duas modalidades. Os elementos que constituem os factores decisivos dessa definição são (i) o modo como a informação é introduzida e (ii) a natureza das tarefas propostas aos alunos e da atividade delas decorrente.

… Sobre a introdução da informação, coloca-se a questão de saber se esta é introduzida como etapa prévia ao restante trabalho ou durante a realização das tarefas. Coloca-se também a questão de saber se esta é discutida e sistematizada de forma aprofundada e com que grau de participação dos alunos. Na verdade, uma estratégia de ensino-aprendizagem exploratória, pretendendo evitar os efeitos negativos de começar pela introdução de informação conduzida pelo professor, corre o risco de não chegar a evidenciar a informação importante, deixando os alunos confusos e sem uma noção clara do que poderão ter aprendido. Por isso, os momentos de reflexão, discussão e análise crítica posteriores à realização de uma actividade prática assumem um papel fundamental. Ou seja, …, não é tanto a partir das actividades práticas que os alunos aprendem, mas a partir da

reflexão que realizam sobre o que fizeram durante essas actividades práticas. A aprendizagem decorre assim, sobretudo, não de ouvir directamente o professor ou de fazer esta ou aquela actividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da actividade que realizou. (pp 12 – 14)

Pontes (2015) apresenta o seguinte esquema onde distingue os dois tipos de ensino e as estratégias que lhes são inerentes. Coloca nos extremos as versões extremas destes tipos de ensino que convergem no centro numa versão intermédia conjugando os dois tipos de ensino e as respetivas estratégias.

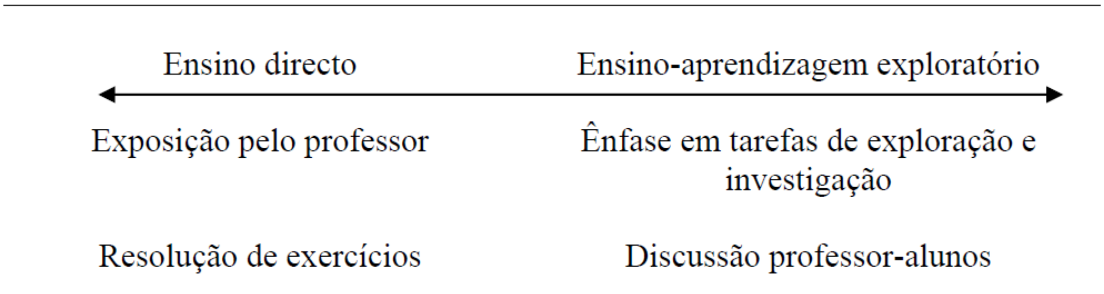


Figura 7 - Diversas estratégias de ensino, de acordo com o papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas (Ponte 2005, pp 14)

Tarefas matemáticas

Ponte (2005) no seu artigo *Gestão curricular em Matemática* descreve as diferentes tarefas matemáticas existentes (problemas, exercícios, investigações, explorações, de modelação e projetos) e classifica-as quanto à duração e ao contexto. Ele começa primeiro por fazer referência a alguns autores sobre como ocorre a aprendizagem:

O que os alunos aprendem resulta de dois factores principais: a actividade que realizam e a reflexão que sobre ela efectuam. Esta perspectiva sobre a aprendizagem é, de resto, apresentada por numerosos autores, de linhas teóricas diferentes, como Bishop e Goffree (1986) e Christiansen e Walther (1986). Quando se está envolvido numa actividade, realiza-se uma certa *tarefa. Uma tarefa é, assim, o objectivo da actividade. A tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo. É formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno. Não basta, no entanto, seleccionar boas tarefas – é preciso ter atenção ao modo de as propor e de conduzir a sua realização na sala de aula.*

Existem muitos tipos de tarefa matemática. Exemplos bem conhecidos, que vamos de seguida analisar, são os problemas, os exercícios, as investigações, os projectos e as tarefas de modelação.

Problemas

O que é um problema? Qual a importância dos mesmos no processo ensino-aprendizagem? Ponte (2015) escreve o seguinte sobre estas tarefas:

Embora os problemas tenham um lugar bem estabelecido no ensino da Matemática, desde a Antiguidade (Stanic e Kilpatrick, 1989), são os trabalhos de George Pólya (1975, 1981) que ajudaram a clarificar qual o seu possível papel educativo. Para Pólya, o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta. Pólya considera isso uma condição fundamental para que os alunos possam perceber a verdadeira natureza da matemática e desenvolver o seu gosto por esta disciplina. Estas ideias influenciam de forma marcante os currículos actuais, de tal modo que hoje em dia a resolução de problemas em Matemática constitui um traço fundamental das orientações curriculares de todos os níveis de ensino, do 1º ciclo do ensino básico ao ensino superior.

> *É de notar que um problema comporta sempre um grau de dificuldade apreciável. No entanto, se o problema for demasiado difícil, ele pode levar o aluno a desistir rapidamente (ou a nem lhe pegar). Se o problema for demasiado acessível, não será então um problema mas sim um exercício.* (pp 3)

Exercícios

O que distingue então um problema de um exercício? Ponte (2005) esclarece a diferença:

> *Não é pelo o facto de uma questão ser ou não colocada num contexto extra-matemático que ela é um exercício ou um problema. A questão fundamental é saber se o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para a resolver. Caso conheça esse processo e seja capaz de o usar, a questão será um exercício. Caso contrário, a questão será um problema. Tratando-se de questões contextualizadas num certo campo da realidade é claro que se pressupõe algum entendimento desse campo.* (pp 4)

Segundo Ponte (2015), tanto nos problemas como nos exercícios está perfeitamente indicado o que é dado e o que é pedido, isto é, para o aluno é claro quais são os dados e o que é pretendido.

Ponte (2015) de seguida descreve as aplicações dos exercícios:

> *Os exercícios servem para o aluno pôr em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos. Servem essencialmente um propósito de consolidação de conhecimentos. No entanto, para a maioria dos alunos, fazer exercícios em série não é uma actividade interessante. Reduzir o ensino da Matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos alunos. Os exercícios têm, por isso, um lugar próprio no ensino da Matemática, mas, como sublinha José Sebastião e Silva, (1964),*

> *mais importante do que fazer muitos exercícios será fazer exercícios cuidadosamente escolhidos, que testam a compreensão dos conceitos fundamentais por parte dos alunos.* (pp 4 – 5)

Investigações

Segundo Ponte (2015) uma tarefa de investigação "*fornece informação e coloca questões, mas deixam ainda muito trabalho ao aluno para fazer, quer em termos de elaboração de uma estratégia de resolução, quer em termos da formulação específica das próprias questões a resolver"*. (pp 5)

Ponte (2015) indica no seguinte texto a importância de realizar tarefas de investigação:

> *A importância da realização de investigações matemáticas pelos alunos tem vindo a ser defendida por numerosos autores, como Mason (1996), Ernest (1996) e Goldenberg (1999). Em Portugal, o projecto MPT (Abrantes, Leal e Ponte, 1996; Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira, 1999) produziu um significativo trabalho neste campo, que tem vindo a ser continuado no site Investigar e Aprender (http://ia.fc.ul.pt). Os argumentos principais utilizados para justificar a importância das investigações são análogos aos usados para justificar a importância dos problemas, acrescentando-se ainda que as investigações, mais do que os problemas, promovem o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação activa desde a primeira fase do processo – a formulação das questões a resolver.* (pp 7)

Pontes (2005) refere ainda que os problemas, exercícios e tarefas de investigação podem surgir tanto num contexto da vida real como em termos puramente matemáticos e refere que: *"No entanto, também é possível formular problemas, exercícios e investigações em termos puramente matemáticos, e muitas das experiências realizadas no âmbito do Projecto MPT (ver Abrantes, Ponte, Fonseca e Brunheira, 1999) mostram* *que os alunos são capazes de se envolver nestas tarefas com tanto ou mais entusiasmo do que nas tarefas que remetem para contextos reais.* (pp 7)

Explorações

Segundo Ponte (2015) a única diferença entre uma tarefa de investigação e a tarefa de exploração é a dificuldades das mesmas. As tarefas de exploração são tarefas relativamente mais fáceis do que uma tarefa de investigação. *"Se o aluno puder começar a trabalhar desde logo, sem muito planeamento, estaremos perante uma tarefa de exploração".*

Ponte (2015) refere também um preconceito relativamente a tarefas de exploração ou investigação:

> *Existe muitas vezes a ideia que os alunos não podem realizar uma tarefa se não tiverem sido ensinados directamente a resolvê-la. É uma ideia falsa. Os alunos aprendem fora da escola muita coisa que são capazes de mobilizar na aula de Matemática. É muitas vezes mais eficaz, em termos de aprendizagem, que eles descubram um método próprio para resolver uma questão do que esperar que eles aprendam o método do professor e sejam capazes de reconhecer, perante uma dada situação, como o aplicar.* (pp 8 – 9)

Modelação

Ponte (2015) define tarefas de modelação do seguinte modo:

> *As chamadas tarefas de modelação são, no fundo, tarefas que se apresentam num contexto de realidade. Estas tarefas revestem-se, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respetivo enunciado. Também é frequente*

falar-se em aplicações da Matemática. Conforme a sua natureza, trata-se, na maior parte dos casos, de exercícios ou problemas de aplicação de conceitos e ideias Matemáticas. (pp 10)

Projetos

Segundo Ponte (2015) um projeto é uma tarefa de investigação de longa duração. Ponte comenta o seguinte sobre os projetos:

> *"As tarefas de longa duração podem ser ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho, entrarem num impasse altamente frustrante, perderem tempo com coisas irrelevantes ou mesmo de abandonarem a tarefa".*

De modo a não acontecer o risco de os alunos se dispersarem como referido por Ponte é necessária uma técnica de aprendizagem como o *scaffolding* (descrita nas páginas 39 – 40), onde o professor monitoriza, apoia e orienta a execução da tarefa.

Classificação de tarefas matemáticas

Ponte (2015) classifica as tarefas de acordo com várias dimensões – grau de desafio, estrutura, duração e contexto:

- **grau de desafio matemático –** *"relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão desde há muito usada para graduar as questões que se propõem aos alunos, tanto na sala de aula como em momentos especiais de avaliação como testes e exames. Varia normalmente, entre os pólos de desafio "reduzido" e "elevado"* (pp 7);
- **estrutura –** *"O grau de estrutura é uma dimensão que só recentemente começou a merecer atenção. Varia entre os pólos "aberto" e "fechado". Uma tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que*

é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas". (pp 7 – 8);

- **duração –** *"No que se refere à duração, a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou meses. Ou seja, a duração pode ser curta ou longa.*(pp 9);
- **contexto –** *"constitui uma dimensão importante a ter em conta. Os pólos aqui são as tarefas enquadradas num contexto da realidade e as tarefas formuladas em termos puramente matemáticos. Skovsmose (2000), num interessante artigo, distingue ainda um terceiro contexto, de algum modo intermédio, que designa por "semi-realidade". Este contexto é extremamente frequente nos problemas e exercícios de Matemática. Embora aparentemente estejam em causa situações reais, para o aluno estas podem não significar grande coisa. Além disso, a maior parte das propriedades reais das situações não são tidas em conta. A atenção foca-se apenas na propriedade ou propriedades que interessam a quem enunciou o problema e é nelas que o aluno é suposto centrar-se. Por isso, para o aluno, acaba por ser um contexto quase tão abstracto como o contexto da Matemática pura.* (pp 10)

O autor apresenta diversos esquemas que enquadram as diferentes tarefas matemáticas segundo as dimensões acima referidas. No primeiro esquema (Figura 8) o autor cruza as dimensões grau de desafio matemático e estrutura.

Figura 8 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. (Ponte 2005, pp 8)

Assim de acordo com este esquema:

- uma **exploração** é uma tarefa aberta de desafio reduzido;

- um **exercício** é uma tarefa fechada de desafio reduzido;
- um **problema** é uma tarefa fechada e de desafio elevado;
- uma **investigação** é uma tarefa aberta de desafio elevado.

No esquema da Figura 9 Ponte (2015) classifica as tarefas quanto à duração:

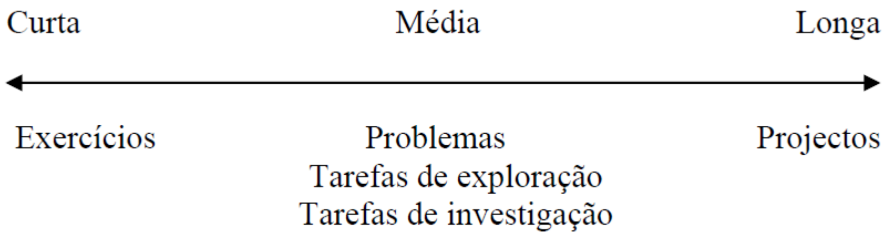


Figura 9 - Classificação das tarefas quanto à dimensão (Ponte 2005, pp 10)

De acordo com este esquema exercícios são as tarefas com uma duração mais curta, problemas, tarefas de exploração e tarefas de investigação são de duração média sendo os projetos as tarefas com a duração mais longa.

Em suma o autor faz o seguinte resumo sobre a necessidade da diversidade das tarefas matemáticas no processo ensino-aprendizagem:

> *A diversificação é necessária porque cada um dos tipos de tarefa desempenha um papel importante para alcançar certos objectivos curriculares:*
>
> - *As tarefas de natureza fechada (exercícios, problemas) são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados.*
> - *As tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios), pelo seu lado, possibilitam a todos os alunos um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua auto-confiança.*
> - *As tarefas de natureza mais desafiante (investigações, problemas), pela sua parte, são*

indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática.

- *As tarefas de cunho mais aberto são essenciais para o desenvolvimento de certas capacidades nos alunos, como a autonomia, a capacidade de lidar com situações complexas, etc.*

A diversificação das tarefas a propor pode envolver ainda outros aspectos relacionados com os contextos e com a complexidade do trabalho a realizar, o que, por sua vez, necessariamente se relaciona também com a sua duração:

- *Para que os alunos se apercebam do modo como a Matemática é usada em muitos contextos e para tirar partido do seu conhecimento desses contextos é fundamental que lhes seja proposta a realização de tarefas enquadradas em contexto da realidade (tarefas de aplicação e de modelação).*
- *No entanto, os alunos podem também sentir-se desafiados por tarefas formuladas em contextos matemáticos (investigações, problemas, explorações) e a sua realização permite-lhes perceber como se desenvolve a actividade matemática dos matemáticos profissionais.*
- *E, finalmente, pelas suas características muito próprias, as tarefas de longa duração (os projectos) têm um papel insubstituível no desenvolvimento de diversos objectivos curriculares e devem ser, por isso, contemplados pelo menos na planificação anual do trabalho do professor.* (pp 17 e 18)

Como reagem os alunos a este tipo de atividades? Serão recetivos? Relativamente ao exame, os alunos retêm os conhecimentos necessários para terem um bom desempenho? Estas são algumas das preocupações dos professores relativamente à mudança de estratégias dentro da sala de aula. Com este trabalho procura-se contribuir para encontrar respostas para estas questões.

No capítulo seguinte aborda-se o trabalho desenvolvido com os alunos nas disciplinas de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS), Matemática B, Matemática A e Matemática dos cursos profissionais, onde foram aplicadas as estratégias de ensino discutidas nesta revisão bibliográfica. Refere-se o tipo de estratégia e tarefa aplicada, analisa-se o desempenho dos alunos e o sucesso/insucesso nas atividades e são mencionadas quais as competências que cada atividade ajudava a desenvolver nos alunos.

TRABALHO DESENVOLVIDO COM OS ALUNOS

Sempre procurei envolver os meus alunos nas suas aprendizagens, mas as minhas aulas eram muito expositivas e com todo o processo ensino-aprendizagem centrado no professor. Com a implementação do Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular comecei a refletir sobre as minhas metodologias. Nas minhas aulas quem tem o papel principal? Até que ponto os alunos estão envolvidos? Desenvolvo autonomia nos alunos? Que competências são desenvolvidas nos alunos? Após uma retrospeção concluí que teria que modificar as minhas metodologias uma vez que os meus alunos tinham pouca oportunidade de serem autónomos. Teria que envolver mais os alunos nas suas aprendizagens; desenvolver atividades enriquecedores nas quais os alunos iriam adquirir e aprofundar conhecimentos; propiciar o desenvolvimento de competências como a criatividade e a autonomia. Escolhi atividades que mostrassem a aplicação dos conteúdos em situações do quotidiano. Era importante que os alunos reconhecessem que a matemática faz parte do seu dia-a-dia e que inconscientemente eles e as suas famílias estão constantemente a utilizá-la.

Pontes (2005) no seu artigo salienta o que um professor deve ter em conta ao decidir que tarefas e metodologias de ensino a aplicar:

> *O problema da selecção e articulação das tarefas não se esgota, no entanto, na sua diversificação. É preciso que as tarefas, no seu conjunto, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção de conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da Matemática. É preciso fazer escolhas, estabelecer um percurso balizado por tarefas que permitam trabalhar de modo natural os diversos aspectos de conteúdos e de processos visados pelo professor.*
>
> *[…]*

O professor tem também em conta, naturalmente, os alunos, as suas capacidades e interesses. Há alunos que reagem bem a certo tipo de propostas, outros que preferem outro tipo, outros que têm uma atitude relativamente indiferente. Cada vez com maior frequência, encontramos alunos que revelam grande desinteresse em relação a tudo o que tem a ver com a escola em geral e com a Matemática em particular. Dentro de uma mesma turma, há, muitas vezes, alunos com características muito diversas no que respeita aos seus conhecimentos matemáticos, interesse pela Matemática, atitude geral em relação à escola, condições de trabalho em casa, acompanhamento por parte de família, etc. A diversidade dos alunos que o professor tem na sua sala de aula deve ser por ele ponderada, de modo a tentar corresponder, de modo equilibrado, às necessidades e interesses de todos.

Outro aspecto que o professor considera são os materiais que quer utilizar e, principalmente, que quer que os seus utilizem. Inclui-se aqui o manual escolar, outros documentos existentes ou a produzir (por exemplo, "fichas de trabalho"), textos e materiais tirados da Internet, etc. Inclui-se também ferramentas computacionais, calculadoras e computadores, que podem estar sempre disponíveis ou exigir uma preparação prévia. Inclui-se, ainda, outros materiais especialmente vocacionados para o ensino da Matemática (material de Geometria como compasso, régua, esquadro, transferidor, modelos de sólidos geométricos, outro material como geoplano, réguas Cuisenaire, ábaco, etc.) ou materiais do dia a dia adaptados para a aprendizagem da Matemática (papel, cartolina, tesoura, berlindes, etc.)

As condições e recursos da escola e da comunidade podem facilitar ou dificultar a realização de certas actividades. Existe na escola um laboratório de Matemática? Existem materiais que se possam levar para a sala de aula? Os alunos dispõem na escola, fora da sala de aula, de espaços onde possam trabalhar em grupo?

> *É possível fazer consultas na Internet? É possível organizar uma visita de estudo?* (pp 18 – 20)

Neste capítulo irei abordar as atividades e os trabalhos desenvolvidos com os alunos de MACS, Matemática A, Matemática B e Matemática dos Cursos Profissionais. Irei apresentar diversas atividades e trabalhos a pares ou de grupo, que utilizei para a aquisição de conhecimentos, em que os alunos trabalhavam conteúdos matemáticos e ou a articulação curricular e desenvolviam diversas competências. Para cada atividade ou trabalho apresentarei os conteúdos das aprendizagens essenciais desenvolvidos, as ações estratégicas de ensino orientadas para o perfil dos alunos, as estratégias implementadas, as áreas de competências do Perfil dos Alunos à saída da escolaridade trabalhadas, possíveis ligações com outras áreas disciplinares (quando aplicável) e uma reflexão crítica. Os guiões das tarefas apresentadas aos alunos encontram-se nos apêndices e as tabelas de resumo das atividades encontra-se no final de cada subcapítulo deste capítulo.

No final da análise das tarefas e atividades de cada disciplina apresenta-se uma tabela resumo onde consta: o nome da tarefa; os conteúdos abordados; as aprendizagens essenciais desenvolvidas; as áreas de competências do Perfil dos Alunos trabalhadas; as ações estratégicas de ensino orientadas para o Perfil dos Alunos utilizadas; as estratégias implementadas; o software/material utilizado; os aspetos positivos; os aspetos negativos; as ligações com outras áreas/disciplinas curriculares.

Trabalho desenvolvido com os alunos de MACS

Todas as atividades que desenvolvi com os meus alunos, e que constatam neste subcapítulo, foram pensadas e elaboradas de acordo com as diretrizes mencionadas nas Aprendizagens essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º ano:

> *Esta disciplina pretende desempenhar um papel incontornável para os alunos, contribuindo para uma abordagem, tão completa quanto possível, de situações reais, ao desenvolver a capacidade de formular e resolver matematicamente problemas e ao desenvolver a capacidade de comunicação de ideias matemáticas.*

> *Mais do que pretender que os estudantes dominem questões técnicas e de pormenor, pretende-se que os estudantes tenham experiências matemáticas significativas que lhes permitam saber apreciar devidamente a importância das abordagens matemáticas nas suas futuras atividades.*
>
> *Pretende-se, ainda, com esta disciplina que os alunos desenvolvam capacidades de intervenção social pela compreensão e discussão de sistemas e instâncias de decisão, participando desse modo na formação para uma cidadania ativa e participativa.* (pp 1- 2)

Vamos às Compras

Um dos pré-requisitos necessários para um bom desempenho na disciplina de MACS é a capacidade de determinar percentagens e razões. Como os alunos necessitam de adquirir uma calculadora gráfica para a disciplina decidi elaborar uma ficha de trabalho (Apêndice 1) onde os alunos iriam pesquisar vários modelos de calculadoras gráficas e simultaneamente trabalhar com percentagens de razões.

Os alunos consultaram as páginas de internet de algumas lojas que vendem calculadoras gráficas tais como: Staples, Jumbo, Worten, Radio Popular e Fnac. Nestas páginas os alunos puderam consultar as características das calculadoras e os respetivos preços. Algumas lojas tinham promoções e daí foi possível determinar as percentagens de desconto. A consulta na internet permitiu também que os alunos comparassem os preços entre as várias marcas e entre diferentes lojas.

De seguida pedi aos alunos para irem às compras em três lojas diferentes: Continente, Jumbo e Intermarchê. Forneci aos alunos uma lista de compras, especificando a marca, para que fosse possível fazer comparações. Os alunos consultaram os preços de cada produto em cada loja, determinaram o valor do IVA de cada produto e determinaram o valor total a pagar em cada loja.

Os alunos trabalharam em grupos de 2 ou 3, estiveram muito empenhados e motivados, tendo apresentado questões sobre as características das diferentes calculadoras e debatido os resultados obtidos. Os alunos não tinham noção da existência de taxas de IVA diferentes consoante o tipo de produto. Na segunda parte da ficha em que lhes era pedido para determinar o valor do IVA tiveram muitas dificuldades porque não tiveram em conta que o valor apresentado na página da loja já incluía o valor do IVA. No final da atividade debatemos sobre os processos e os conceitos trabalhados, comparando ainda as diferenças entre os supermercados analisados.

Os alunos gostaram de associar conteúdos matemáticos a situações práticas do seu quotidiano, referindo que "É muito mais agradável estudar matemática quando esta nos diz algo". Esta atividade permitiu-lhes ficarem cientes da necessidade de fazer pesquisa antes de comprar - não podemos simplesmente entrar na primeira loja e comprar. A pesquisa prévia leva-nos a ser consumidores conscientes e proporciona grandes poupanças. Nas aulas seguintes os alunos associaram as tarefas do manual às várias situações apresentadas na ficha e frequentemente ouvia os alunos referirem "Este exercício é como o do IVA". Verifiquei que nas aulas de resolução de exercícios/problemas do manual adotado os alunos tiveram menos dificuldades e estavam muito mais autónomos. Foi uma maneira agradável, útil e divertida de fazer revisões. Substituindo os produtos e com algumas alterações esta atividade pode ser utilizada no ensino básico aquando da lecionação das percentagens e razões.

Como este trabalho os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Jantar de Natal – Teoria das eleições

Os alunos no final do primeiro período gostam de organizar um jantar de Natal, mas nunca conseguem chegar a um consenso sobre o local. Uma vez que faz parte do programa de MACS lecionar os métodos preferenciais e por aprovação decidi então utilizar a escolha do restaurante para os introduzir.

Inicialmente conversei com a turma e pedi que recomendassem restaurantes. Os alunos concordaram em quatro restaurantes. Criei então três boletins de votos diferentes: um no qual apenas se podia escolher um restaurante; outro onde era pedido uma ordenação de preferências e o terceiro onde era permitido escolher um ou mais restaurantes.


VOTAÇÃO JANTAR DE NATAL

Vota no teu restaurante preferido.

CHURRASQUEIRA DA ROCHA
DOLCE VITA
GIACONDA
MISTRAL

VOTAÇÃO JANTAR DE NATAL

Ordena os restaurantes por preferência com os números de 1 a 4. 1 sendo o mais preferido e 4 o menos preferido.

CHURRASQUEIRA DA ROCHA
DOLCE VITA
GIACONDA
MISTRAL

VOTAÇÃO JANTAR DE NATAL

Vota em um ou mais restaurantes.
Vence o restaurante com mais votos.

CHURRASQUEIRA DA ROCHA
DOLCE VITA
GIACONDA
MISTRAL

Figura 10 - Os três tipos de boletim de votos utilizados

Antes de lecionar cada tipo de votação e os respetivos métodos levei uma urna para a aula e simulava o processo eleitoral. A seguir contabilizávamos os votos. No caso dos votos preferenciais analisamos as diversas votações dos alunos e questionei se haveria mais votações possíveis. Determinámos então quantas possibilidades de votações distintas existiam.

Para além dos votos dos alunos "fabriquei" uns votos e assim para cada método determinámos o vencedor para os votos reais e os fictícios. O objetivo dos votos fictícios era garantir que cada restaurante seria vencedor em pelo menos um método. Os alunos ficaram a perceber todo o processo envolvido numa eleição, perceberam muito melhor os vários métodos e os seus algoritmos.

Esta atividade permitiu aproveitar também os resultados para estudar os critérios de justiça e o Teorema de Impossibilidade de Arrow. Finalmente elegemos o restaurante após a análise dos vários resultados e fomos jantar ao restaurante escolhido.

Os alunos consolidam melhor as aprendizagens feitas de forma ativa. A experiência e a aplicação no terreno enriquecem a aprendizagem dos alunos obrigando-os a liderar com situações variadas. Os conceitos tornam-se muito mais percetíveis se as aprendizagens tiverem com base situações do seu quotidiano. No subcapítulo Que estratégias devemos aplicar? do capítulo **Revisão Bibliográfica** falo sobre **estratégias**

metacognitivas (pp 40 – 41) referindo Lopes e Silva (2015) e a importância das mesmas no processo ensino-aprendizagem corroborando esta conclusão.

Com este trabalho os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Eleições e os Direitos Humanos

Sistemas de representação proporcional é um dos conteúdos abordados pelo programa da disciplina de MACS 10º ano. Neste conteúdo os alunos aprendem a aplicar vários métodos de representação proporcional entre os quais o método de Hondt, o método de Sainte-Laguë, o método de Hamilton, o método de Jefferson entre outros.

As Aprendizagens essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º ano salientam a importância de introduzir situações do quotidiano nas atividades propostas:

> *O tema Métodos de Apoio à decisão deve a sua pertinência ao facto de vivermos numa sociedade democrática e estarmos constantemente a ser solicitados para tomar decisões, tanto na escolha dos políticos que nos governam (Teoria das eleições), como ao nível da divisão mais justa do poder em comissões ou de alguns bens materiais (Teoria da partilha equilibrada).* (pp 1-2)

Queria desenvolver um trabalho com os alunos onde eles aplicassem os diversos métodos de representação proporcional comparando os resultados obtidos, assim em vez de trabalharam com dados fictícios os alunos ao longo do trabalho trabalharam com os dados das eleições autárquicas que tinham ocorrido em outubro desse mesmo ano (2017) e as eleições legislativas mais recentes (2015) recolhidos da página da internet da Comissão Nacional de Eleições (www.cne.pt).

Inicialmente estava previsto que este trabalho seria uma das atividades desenvolvidas num DAC (Domínio de Autonomia Curricular) com a disciplina de Filosofia. A disciplina de MACS é uma disciplina de opção logo nem todos os alunos tinham a disciplina. Eu tinha uma turma conjugada por duas turmas que tinham a mesma professora de Filosofia. Para a docente de Filosofia o facto de alguns dos alunos não terem a disciplina de MACS era um impedimento para a realização do DAC. Por mim não havia qualquer impedimento, teríamos que ter cuidado ao definir os grupos de modo que cada grupo tivesse alunos com e sem a disciplina de MACS. Desta forma os alunos de MACS poderiam explicar aos colegas os vários métodos de representação proporcional, desenvolvendo assim a capacidade de comunicação nos alunos de MACS e os alunos que não tinham MACS adquiriam uma aprendizagem significativa do processo eleitoral algo que irá fazer parte da sua vida como cidadãos. Acabamos por não trabalhar a interdisciplinaridade onde a Filosofia contribuiria com a noção de justiça no módulo: Ética, direito e política – liberdade e justiça social; igualdade e diferenças; justiça e equidade [Filosofia Política], que estaria ligado aos Critérios de Justiça e o Teorema de Impossibilidade de Arrow analisados em MACS. Perante esta impossibilidade optei por trabalhar a disciplina de MACS em conjunto com a disciplina de Cidadania e Desenvolvimento onde os grupos escolheram um dos seguintes temas para desenvolver: Igualdade de Género; Direitos Humanos.

Na parte do trabalho relacionada com os conceitos de MACS elaborei um guião (Apêndice 2) no qual apresentava uma breve explicação sobre as eleições dos três órgãos para os quais votamos: Câmara Municipal; Assembleia Municipal e Assembleia de Freguesia.

Na primeira tarefa do trabalho os alunos trabalharam os resultados das eleições autárquicas de 1 de outubro de 2017 para os vários órgãos do conselho de Portimão (câmara municipal, assembleia municipal e as três assembleias de freguesia: Alvor, Mexilhoeira Grande e Portimão). Os alunos utilizaram o método Hondt para validar a distribuição dos mandatos oficiais e aplicaram outros dois métodos, o Saintë-Lague (estudado nas aulas) e o Dinamarquês (um método não estudado nas aulas) comparando os resultados obtidos nos três métodos. Um dos objetivos do programa de MACS é que os alunos consigam analisar e aplicar diversos algoritmos, os alunos não precisam de memorizar os algoritmos, por isso sempre que possível introduzo um método que os alunos não conhecem para a avaliar a sua capacidade de implementação do mesmo.

Na segunda tarefa do trabalho os alunos trabalharam os resultados das eleições para a assembleia da república de 2015. Depois de consultarem a página da internet da

Comissão Nacional de Eleições onde os alunos recolheram a distribuição dos mandatos para cada círculo eleitoral e o total de votos de cada partido/coligação eles determinaram a percentagem de mandatos atribuídos a cada partido/coligação. Obtidas as percentagens os alunos compararam-nas com a percentagem de votos obtidos por cada partido/coligação nas eleições (considerando apenas os votos validamente expressos) e tiraram conclusões. Eu pretendia que os alunos percebessem que as percentagens eram diferentes e indicassem as possíveis razões para tal ocorrência. Seguidamente pedi aos alunos para determinarem a distribuição dos mandatos se houvesse um único círculo em vez dos vários círculos existentes. Como havia muito mais mandatos, duzentos e trinta no total, pedi aos alunos para utilizarem o Método de Jefferson, uma vez que este tem sempre os mesmos resultados que o método de Hondt e em vez de atribuir um mandato de cada vez atribui de uma única vez os mandatos, tornando-o mais rápido. Pedi então para os alunos compararem esta distribuição com a distribuição oficial. Mais uma vez pedi que voltassem a calcular a percentagem de mandatos atribuídos a cada partido/coligação comparando-as com as percentagens de mandatos de cada partido/coligação na assembleia e com as percentagens de votos obtidos por cada partido/coligação nas eleições (considerando apenas os votos validamente expressos) e que tirassem conclusões. Pretendia que os alunos verificassem que as percentagens eram diferentes das percentagens de mandatos de cada partido/coligação na assembleia e parecidas com as percentagens de votos obtidos por cada partido/coligação nas eleições e explicassem o motivo desta ocorrência. Os alunos não tiveram dificuldades a determinar o número de mandatos e as percentagens. No entanto revelaram dificuldades na interpretação destas percentagens. Não conseguiram perceber por que razão as percentagens divergiam quando considerávamos a distribuição de mandatos pelos diferentes círculos e quando consideramos um único círculo.

Na terceira tarefa pedi aos alunos para pesquisarem os resultados das eleições para a assembleia da república de 2009. Nestas eleições foi referido durante o apuramento dos resultados da possibilidade de o CDS ter mais votos mas menos deputados do que o BE. Mais uma vez pedi aos alunos para justificarem com tal poderia ocorrer. Mais uma vez os alunos tiveram imensa dificuldade e não conseguiram chegar às conclusões pretendidas.

Na quarta tarefa pedi aos alunos para analisarem as eleições presidenciais norte-americanas de 2016. Como foi possível o Trump ser eleito presidente se obteve uma menor percentagem de votos? Pedi ainda para os alunos proporem uma forma de solucionar o problema. Mais uma vez os alunos não conseguiram fazer as conexões possíveis. Com este trabalho verifiquei que os alunos sabem implementar os vários métodos, no entanto têm dificuldades em analisar e criticar os resultados obtidos o que me leva a concluir que eles conseguem seguir as várias etapas do algoritmo sem conseguirem perceber as consequências da sua implementação. Não conseguem perceber como pequenas alterações nos algoritmos podem ter mudanças significativas nos resultados. Na Figura 7 da página 61 encontra-se um esquema com diversas estratégias de ensino, elaborado por Pontes (2005), sendo uma delas o ensino-aprendizagem que engloba a ênfase em tarefas de exploração e investigação e a discussão professor-alunos. Depois de ter classificado os trabalhos dos alunos fiz uma recolha das dificuldades dos alunos e em conjunto discutimos os resultados, analisando cada algoritmo de modo a perceber quais as diferenças e como estas podem conduzir a resultados diferentes.

Na parte do trabalho da disciplina Cidadania e Desenvolvimento (Apêndice 2) os alunos relacionaram direito de votar com a igualdade de género e os direitos humanos. Recordei-os que votar nem sempre é um direito de todos. Que as mulheres nem sempre puderam votar, e que em certos países certas etnias estavam proibidas de votar.

Cada grupo escolheu qual dos dois temas queria desenvolver. Na igualdade de género pedi aos alunos para abordarem: a luta das mulheres para obter o direito de votar; o primeiro país onde as mulheres puderam votar; quando é que as mulheres portuguesas puderam votar pela primeira vez; qual o país mais recente a permitir que as mulheres votassem e quando; se ainda existe algum país no qual as mulheres não podem votar; de que forma o processo eleitoral ao longo da história violava a igualdade de género.

Relativamente ao tema Direitos Humanos pedi aos alunos para abordarem: a forma como os processos eleitorais podem violar os direitos humanos; para analisarem as diferenças na África do Sul durante e após o apartheid; compararem países com sistemas políticos diferentes, por exemplo democracia versus ditadura; situações recentes onde o processo eleitoral violou os direitos humanos; a evolução dos processos eleitorais em alguns países e como estes influenciam os direitos humanos.

Os alunos tiveram que fazer uma reflexão crítica sobre o tema escolhido. Todos os grupos escolherem a igualdade do género. Esta escolha deve-se ao facto de os alunos na disciplina de História estarem a estudar o papel da mulher em várias épocas: na antiga Grécia, no império romano, na idade média, no renascimento e etc. Os alunos optaram pela sua zona de conforto em vez de abordar um tema para o qual não tinham tido qualquer tipo de abordagem.

Com este trabalho os alunos trabalharam diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Os alunos utilizaram uma folha de cálculo como o Excel para aplicarem os diversos algoritmos: o método de Hondt; o método de Sainte-Laguë; o método Dinamarquês e o método Jefferson. Os alunos pouco ou nada sabiam sobre o funcionamento de uma folha de cálculo. Os alunos não sabiam programar células, não saibam arrastar as fórmulas para as tabelas seguintes. As primeiras aulas do trabalho foram numa sala de informática, deste modo os alunos puderam investigar toda a informação necessária para o trabalho e eu ajudei cada grupo com a folha de cálculo. Foram trabalhadas as seguintes competências: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Vamos comer piza – Partilha Equilibrada contínua

Para introduzir os métodos de partilha equilibrada, no caso contínuo, decidi exemplificá-los dividindo pizas. Aproveitei uma aula das 14h20 (a seguir ao almoço) e pedi aos alunos para comparecerem às 13h35. A aula teve a duração de 90 minutos mais 45 minutos. Inicalmente comeram-se a maioria das pizas, para não arrefecerem, e deixamos uma para aplicar os métodos.

Os algoritmos dos vários métodos de partilha equilibrada no caso contínuo foram apresentados com o apoio de um PowerPoint que elaborei, projetando cada algoritmo imediatamente antes da sua aplicação. Muitos alunos tiveram dificuldades em compreender os algoritmos ante de os verem aplicados.

Para cada método pedi voluntários e sorteamos o papel (divisor ou selecionador) e a respetiva ordem (quando necessário) dos vários intervenientes. (Para a próxima vez irei também seleccionar os intervenientes porque acabaram por ser quase sempre os mesmos a voluntariarem-se, uma vez que nem todos os alunos quiseram participar.)

Uma vez que apenas tínhamos uma piza para dividir e vários métodos para aplicar, os divisores marcavam na caixa da piza os limites das suas divisões (Figura 11). Os selecionadores avaliavam as várias partes e anotavam no quadro as divisões que consideravam justas (Figura 12) e finalmente distribuíamos ficticiamente as várias partes.

Figura 11 - Método do divisor único: o divisor a efetuar a divisão

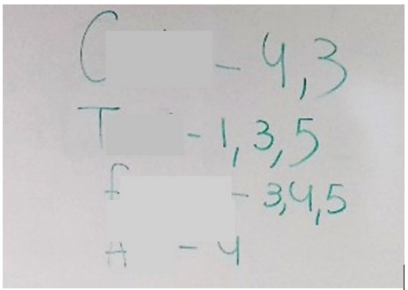


Figura 12 - Método do divisor único: os selecionadores avaliam as partes

Depois de efectuar a partilha da piza os alunos compreenderam melhor cada método. Ver a aplicação dos vários métodos num contexto real facilita a compreensão e a aprendizagem. Os alunos iam colocando perguntas e chegavam até a formular hipóteses. "Quando há empate o que fazemos?" Nas aulas seguintes quando analisamos pormenorizadamente cada método foi muito mais fácil os alunos resolverem os exercícios/problemas propostos e consolidarem as suas aprendizagens.

Ao aplicarem os vários algoritmos os alunos perceberam o conceito de ser livre de inveja. Durante a partilha da piza os alunos assistiram a simulações em que alguns ficaram com fatias maiores do que os outros. Os alunos perceberam que na realidade é muito díficil fazer a divisão e muitos concluíram que preferiam ser os selecionadores, pois em alguns métodos quando chegou a vez dos últimos dois (no caso de 5 intervenientes) ainda havia quase metade da piza por distribuir e assim os primeiros que ficaram com a sua parte estavam cheios de inveja.

Durante a aula em que estávamos a dividir a piza os alunos manifestaram a sua preocupação relativamente ao tipo de questões que poderiam aparecer em momentos de avaliação. Como é que uma matéria tão prática pode ser aplicada em testes? Se não estávamos a assistir à partilha como é que sabemos o modo com foi feita a divisão e a respetiva seleção? Nas aulas seguintes, que foram de resolução de exercícios/problemas, todas estas dúvidas foram esclarecidas e os alunos referiram que lhes era mais fácil perceber os métodos uma vez que os tinham encenado e conseguiam recordar-se das várias situações a que assistiram.

Um conceito complicado para os alunos foi quando os bolos ou pizas estavam divididos em partes com sabores diferentes e os vários intervenientes valorizavam cada sabor de forma diferente. Era-lhes complicado perceber que não é o tamanho que valoriza a parte mas sim o seu conteúdo, uma parte mais pequena pode ser muito mais valiosa do que uma parte com o dobro ou o triplo do seu tamanho, se essa parte tem mais do seu ingrediente ou sabor preferido e a outra contém mais de um ingrediente ou sabor que não gostam.

Os alunos gostaram imenso da aula e ninguém reclamou o facto de terem tido mais 45 minutos de aula. Pediram mais aulas deste tipo pois tiveram um papel ativo na sua aprendizagem e nas aulas teóricas seguintes foi muito fácil visualizar as várias situações, uma vez que recordavam o que tinham visto na aula prática.

Com este trabalho os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Tráfico de Gomas – Partilha Equilibrada Discreta

Com o objetivo de introduzir os métodos de partilha equilibrada, no caso discreto, planeei uma aula de distribuição de gomas. Comprei vários sacos de gomas com gomas variadas e embaladas individualmente. A turma organizou-se em grupos de quatro ou cinco alunos. Os alunos distribuíram as gomas aleatoriamente numa fila, utilizaram canetas diferentes como marcadores e colocaram os seus marcadores dividindo o lote em partes que eles consideravam justas. O algoritmo descrito num PowerPoint que preparei foi projetado e os alunos foram aplicando o algoritmo e dividindo as gomas entre si. Fui circulando pela sala esclarecendo qualquer dúvida. Os alunos conseguiram identificar em cada ronda quem era que ficava com as gomas, no entanto revelaram dificuldades em determinar quais as gomas com que ficavam. Houve várias situações de empate em que os alunos tiveram que sortear quem ficava com as gomas. Relativamente às gomas que sobraram os alunos optaram por as sortear. Como foram utilizadas canetas como marcadores tornou-se difícil para os alunos distinguirem os próprios marcadores. Teria funcionado melhor se tivesse levado palhinhas coloridas e cada aluno ficasse com uma cor diferente.

Figura 13 - Os diferentes passos no método dos marcadores

A turma divertiu-se imenso com esta atividade e como havia muitos grupos surgiram várias situações de empate, o que permitiu simular desempates. Alguns alunos tiraram fotografias e publicaram-nas nas redes sociais com o título “Tráfico de Gomas”.

Os alunos são da opinião que simular o funcionamento dos algoritmos facilita a compreensão e a aprendizagem dos mesmos e de certos conceitos como parte justa e valorização. Para muitos alunos faz-lhes confusão com é que a parte justa de uma pessoa pode ser três gomas e para outra seis. Com a divisão das gomas eles perceberam que é preferível ficar com três gomas do tipo que adoram do que com seis do tipo que detestam.

Com este trabalho os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: C – Raciocínio e resolução de problemas; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Cidadania e a Estatística

As Aprendizagens essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º ano referem como a Estatística deveria ser abordada:

> *No 10.º ano, um lugar de destaque é dado à Estatística Descritiva, que hoje em dia ocupa uma posição marcante junto de todas as profissões e que fornece instrumentos próprios para melhor selecionar e tratar a quantidade de informação que nos chega. Por forma a consolidar alguns conhecimentos adquiridos no Ensino Básico, reforça-se a construção e interpretação de tabelas e gráficos e realça-se os cuidados a ter na análise, dado o poder de transmissão e manipulação de informação que possuem.*
>
> *Alarga-se o estudo à análise de dados bivariados, com foco principal em modelos de regressão linear.*
>
> *Estes temas facilmente podem ser trabalhados na forma de projetos da disciplina ou integrados em projetos interdisciplinares.* (pp 2 – 3)

Tendo em conta as linhas orientadoras do programa e das aprendizagens essenciais da disciplina, optei por pedir aos alunos que elaborassem um relatório estatístico (Apêndice 3). Uma vez que tínhamos que incorporar a disciplina de Cidadania e Desenvolvimento nas nossas disciplinas decidi que os alunos iriam tratar temas desta disciplina nos seus estudos estatísticos. Os alunos podiam escolher entre os seguintes temas: Direitos Humanos; Igualdade de Género; Interculturalidade; Desenvolvimento Sustentável; Educação Ambiental; Saúde; Empreendedorismo; Mundo do Trabalho; Segurança, Defesa e Paz; Bem-estar animal; Voluntariado.

O objetivo do trabalho era que os alunos percorressem todas as etapas de um estudo estatístico. Com base no tema escolhido os alunos decidiram que variáveis queriam estudar, elaboraram os inquéritos para recolher os dados, definiram critérios para a escolha da amostra, organizaram os dados em tabelas, determinaram as medidas de localização e de dispersão e finalmente elaboraram o relatório com as conclusões. No guião do trabalho coloquei uma hiperligação para um documento que explicava como deveria ser elaborado um relatório estatístico. Informei os alunos que quando estivessem a definir as variáveis que iriam estudar que escolhessem variáveis qualitativas, quantitativas discretas e quantitativas contínuas.

Pedi aos alunos que mantivessem um diário de bordo na aplicação web *Padlet*, onde tinham que descrever o que tinham feito em cada dia, a amostra escolhida a forma como foram selecionados os elementos, hiperligações para os seus inquéritos e para o seu trabalho. Deste modo foi-me possível acompanhar todo o processo. Dava constantemente feedback, permitindo deste modo aos alunos corrigirem os seus erros e melhorarem o seu trabalho.

Os alunos elaboraram os inquéritos no *Google Forms*. Desde modo os alunos não tiveram que contar os dados simplesmente exportaram-no para o *Google Sheets.* Eu criei uma hiperligação na página da Matemática na página do Agrupamento. Mandei um email aos meus colegas pedindo a sua colaboração e informando que os meus alunos se iriam dirigir às suas aulas e pedir aos seus alunos que preenchessem os inquéritos nos seus smartphones. Quando os alunos estiveram a escolher a amostra pedi-lhes que combinassem entre si as turmas escolhidas por cada grupo, de modo a não irem todos às mesmas, interrompendo o mínimo possível as aulas dos meus colegas. Os alunos tiveram que explicar aos seus colegas como poderiam aceder ao formulário e responder ao inquérito. Quando regressaram à sala de aula os alunos referiram as dificuldades que sentiram. A principal sendo a dificuldade que os colegas manifestaram em seguir as instruções que eles lhes estavam a fornecer, tendo os meus alunos que as repetir várias vezes, sendo assim um verdadeiro teste à sua paciência. Concluíram o quão difícil era comunicar e transmitir conhecimentos, e que passaram a ver o papel do professor de outra forma. Este trabalho permitiu aos alunos trabalharem diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; G – Bem-estar, saúde e ambiente; I – Saber científico, técnico e tecnológico. Os alunos aprenderam a trabalhar com novo *software*, ferramentas que lhes serão úteis na sua vida futura.

Durante o processo os alunos aprenderam a construir tabelas e gráficos numa folha de cálculo aumentando os seus conhecimentos tecnológicos. Inicialmente os alunos manifestaram dificuldades na utilização de uma folha de cálculo. Reservei uma sala de informática e fui percorrendo os diversos grupos ajudando-os a introduzir as fórmulas necessárias.

A parte do trabalho na qual os alunos manifestaram um fraco desempenho foi na elaboração do relatório estatístico. A maioria das variáveis usadas foram maioritariamente qualitativas o que não permitiu fazer algumas análises. A maioria dos grupos não explicou como foi escolhida a amostra, isto é não apresentaram uma ficha técnica. Muitos dos grupos apresentaram as tabelas e os gráficos e descreveram literalmente os dados apresentados. Os alunos não interpretaram as medidas de localização nem as de dispersão. Não estabeleceram conexões, revelando que sabem construir tabelas e gráficos e determinar as diversas medidas, no entanto não as sabem interpretar. Uma forma de melhorar estas competências seria trabalhar em parceria com outras disciplinas como a Geografia, onde os alunos utilizariam plataformas de dados como o PORDATA (https://www.pordata.pt/) para recolher dados e depois elaborarem relatórios da interpretação dos mesmos, sendo estes posteriormente analisados perante a turma, completando ou até mesmo corrigindo as análises feitas no relatório.

Os alunos referiram que evoluíram muito com este trabalho, tiveram que comunicar e transmitir informação, aprenderam a trabalhar com diversos tipos de *software*. Referiram que este trabalho tinha sido muito diferente dos trabalhos que realizavam nas noutras disciplinas onde simplesmente lhes era pedido que investigassem um tema e elaborassem um PowerPoint para a apresentação. Reconheceram que adquiriram competências que lhes seriam úteis no seu futuro como estudantes e como profissionais.

Crédito Automóvel

As Aprendizagens essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º ano salientam a importância da modelação matemática:

> *Com o tema Modelação matemática, pretende-se mostrar como alguns modelos matemáticos, ainda que simples, podem ser úteis. No 10º ano, neste tema, inclui-se o estudo de Modelos financeiros que explicam fenómenos como os investimentos ou empréstimos bancários e que apontam já para o estudo, no 11º ano, dos modelos de crescimento populacionais.* (Aprendizagens essenciais, Matemática Aplicada às Ciências Sociais 10º ano pp 2)

Umas das experiências quase garantidas na nossa vida quotidiana é a compra de um automóvel. A maioria das pessoas não vão ter a possibilidade de o comprar a pronto e, portanto, terá que ser necessário pedir um empréstimo. Mas que tipo de empréstimo podemos pedir? Qual a diferença entre um crédito automóvel e um leasing? O que significam todas aquelas taxas que aparecem nos anúncios de automóveis? Com a tarefa Crédito Automóvel pretendia que os alunos respondessem a estas perguntas e muitas mais.

A minha colega de mestrado, Emília Santos, que estava a lecionar MACS 10º ano numa escola secundária em Faro, propôs que fizéssemos uma atividade em comum com os nossos alunos. Os alunos dela fariam uma visita de estudo à nossa escola e eu prepararia a aula que iríamos ter em conjunto. Decidi que a melhor atividade seria uma atividade de pesquisa. Dividiríamos os alunos em grupos garantindo que em cada grupo houvesse alunos de ambas as escolas. A minha escola dispõe de 15 tablets que podemos utilizar nas aulas, requisitando-os antecipadamente. Elaborei o guião de trabalho (Apêndice 4) e enviei-o para a minha colega para o afinar e decidir estratégias.

O trabalho tinha duas partes. Na primeira parte os alunos investigaram as diferenças entre os diferentes tipos de financiamento automóvel: ALD – Aluguer de larga duração; *Leasing*; *Renting*; Crédito Automóvel; Crédito Pessoal. Cada grupo investigou, para cada tipo de financiamento: o que implica esse tipo de financiamento; durante o financiamento quem é o dono do automóvel; se pode ser utilizado para adquirir automóveis usados; a duração máxima do contrato.

Adquirir um financiamento implica pagar juros. Existem vários tipos de taxas associadas ao pagamento de juro. Relativamente às taxas pedi aos alunos para investigarem o seguinte: a diferença entre taxa fixa e taxa variável; o que é o spread; o que é a TAN (Taxa Anual Nominal); o que é a TAEG (Taxa Anual Efetiva Global); o que é MTIC (Montante Total Imputado ao Consumidor).

Financiamento	**Crédito automóvel**		***Leasing***		**ALD**		***Renting***	
Tipo de taxa	Fixa	Variável	Fixa	Variável	Fixa	Variável	Fixa	Variável
Preço do veículo								
Entrada Inicial								
Prazo								
Pagamento final								
TAN								
TAEG								
MTIC								
Despesas de abertura								
Prestação								

Tabela 1 - Tabela utilizada pelos alunos para recolher dados das diferentes instituições bancarias

Na segunda parte do trabalho eu forneci aos alunos uma situação hipotética onde indiquei o automóvel a adquirir e o respetivo valor, o valor da entrada, a duração do financiamento, no caso de *leasing/ALD/Renting* qual o pagamento final que pretendia e quais as despesas de financiamento que estariam incluídas. Sabiam ainda que não era para incluir o seguro de carro nem seguro de acidentes pessoais. Os alunos consultaram na página de internet da marca do automóvel pretendido quais as modalidades oferecidas e as respetivas condições. Forneci-lhes *QR-Codes* e *links* para as páginas de vários bancos onde os alunos podiam fazer simulações para as várias modalidades de financiamento do automóvel a adquirir. Os alunos preenchiam a tabela abaixo, para cada banco, com os dados recolhidos nas várias simulações podendo assim determinar qual a melhor opção de financiamento. Após a pesquisa e a elaboração do trabalho houve um pequeno debate onde foram discutidos os resultados obtidos.

A atividade não correu como previsto. Esta ocorreu na última semana do ano letivo, que coincidiu com a greve às reuniões de avaliação dos 11º e 12º anos. Em cima da hora foi-me marcado, portanto, um conselho de turma à hora da aula. Eu e a minha colega decidimos continuar com a aula como previsto, uma vez que a vinda dos seus alunos à minha escola já estava organizada há muito tempo e como a minha colega ia estar presente haveria sempre um professor a acompanhar os alunos. Uma vez que estávamos a usar os tablets da escola houve problemas com o acesso à internet, havendo muitos falhas no sinal ao longo da aula. A interação entre os alunos foi muito positiva e os alunos aproveitaram a maioria do tempo para se conhecerem e trocarem experiências. Consegui chegar a tempo do final da aula e do debate. No debate verificamos que a maioria dos grupos não tinham feito uma pesquisa muito pormenorizada e que definiam as diversas modalidades de financiamento todas da mesma maneira. Ao verificar que as definições dos diversos tipos de crédito eram iguais perguntei aos alunos se não acharam estranho não haver diferenças. Os alunos não foram capazes responder acabando por lhes explicar eu as diferenças. Nenhum grupo fez simulações para o hipotético crédito. Com a falha da internet, eu estar ausente a maior parte da atividade e a minha colega não conhecer a escola, os alunos acabaram por conversar entre si aproveitando para conhecer melhor os colegas da outra escola em vez de se dedicaram à atividade.

Não consegui terminar o programa do 10º ano, portanto no início do 11º ano completei o conteúdo dos modelos financeiros e pedi aos alunos para realizar novamente o trabalho acrescentado mais uma tarefa. Pedi aos alunos para determinarem quanto seria o valor do imposto único de circulação do automóvel a adquirir. Desta vez pedi aos alunos para elaborarem o trabalho por escrito para além de debatermos os resultados. Os trabalhos foram muito ricos, os alunos conseguiram perceber os diferentes tipos de modalidades de financiamento e compreender as diversas taxas. Como a primeira tentativa da tarefa tinha corrido mal com a requisição dos tablets realizei a tarefa num dia em que a turma tinha aulas numa sala de informática. Perante a presença de computadores com acesso a um processador de texto e internet e sem a novidade de ter colegas desconhecidos na sala os alunos conseguiram realizar os trabalhos sem quaisquer interferências. Os alunos comentaram que este trabalho ser-lhes-á muito útil no futuro quando precisarem de pedir um crédito. Eles serão capazes de analisar várias propostas escolhendo a melhor opção para eles.

Este trabalho permitiu aos alunos trabalharem diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Impostos e despesas familiares

No programa da disciplina de MACS relativamente ao estudo de modelos financeiros encontramos as seguintes recomendações:

> *Não se pretende que os estudantes realizem quaisquer atividades puramente matemáticas ou de matemática aplicada à economia ou finança. O que se pretende é colocar os estudantes perante preocupações bem reais da vida humana e social, cujos modelos podem ser considerados modelos financeiros simples.*
>
> *É bom chamar a atenção dos estudantes para o facto de se ir sempre lidar com modelos simplificados e que não devem pensar que vão ficar a dominar completamente as situações abordadas; apenas vão ficar mais despertos para algumas das dificuldades envolvidas.* (pp. 17)

Seria impossível analisar todas as situações financeiras que podem surgir ao longo da vida de um ser humano. Deste modo elaborei dois PowerPoints que me permitiram explorar em conjunto com os alunos alguns modelos financeiros. Os conteúdos abordados foram os seguintes:

- ✓ Impostos
- ✓ Impostos sobre os rendimentos
- ✓ Impostos sobre o património
- ✓ Impostos sobre a despesa
- ✓ Impostos especiais sobre o consumo

- ✓ Impostos sobre o automóvel
- ✓ Inflação
- ✓ Número de índice
- ✓ Taxa de inflação
- ✓ Tarifários
- ✓ Móvel
- ✓ Eletricidade
- ✓ Água dos serviços municipais

Relativamente aos impostos sobre o rendimento estudamos o IRS (Imposto sobre pessoas singulares) analisamos a tabela com as taxas para o ano civil em questão, vimos quais eram as despesas dedutíveis no IRS. De seguida simulamos um caso fictício de um casal com dois filhos com mais de 3 anos em que ambos trabalhavam por conte de outrem. O casal tinha tributação conjunta e havia despesas gerais familiares, despesas de saúde e despesas de educação. Aplicamos o algoritmo para determinar o IRS a pagar ou a receber. Nesta simulação quando chegou ao passo de aplicar a taxa de IRS utilizamos dois processos diferentes: utilizando a tabela das taxas de IRS, ou seja, o facto de o IRS ser um imposto progressivo por escalões e o método simplificado utilizando a tabela prática do IRS (que não consta no Código do IRS). Os alunos já tinham assistido a conversas dos pais sobre e o IRS e não conseguiam entender a razão de às vezes termos de pagar IRS e outras vezes receber IRS. Para esclarecer esta questão analisamos e comparamos as tabelas de retenção na fonte e as tabelas de IRS. Os alunos viram então que os números de escalões nas tabelas de retenção da fonte eram muito superiores ao número de escalões na tabela do IRS, ou seja, cada escalão na tabela de IRS englobava vários escalões da tabela de retenção na fonte. Assim no mesmo escalão de IRS as pessoas descontaram valores diferentes. O estilo de vida das pessoas também é diferente e, portanto, terão despesas diferentes que atenuam o IRS de formas diferentes. Os alunos perceberam que o cálculo do IRS é um processo complexo e que as taxas e a forma de o calcular variam anualmente.

Nos impostos sobre a despesa estudamos o IVA (Imposto sobre o valor acrescentado). Analisamos a taxa normal, intermédia e reduzida para o continente, a madeira e os açores. Vimos quais os bens que beneficiam da taxa reduzida e quais beneficiam da taxa intermédia e aplicamos as taxas de IVA em diversas situações.

Relativamente aos impostos sobre o automóvel estudamos o IUC (Imposto único de circulação) onde analisamos as tabelas do IUC e o algoritmo para o cálculo do mesmo e determinamos o IUC para uma situação hipotética.

Quanto aos impostos sobre o património estudamos o IMI (Imposto municipal sobre imóveis). Analisamos uma página da internet, atualizada anualmente, (https://www.montepio.org/ei/pessoal/impostos/conheca-a-sua-taxa-de-imi/) que tinha o mapa de Portugal que mostrava quais as taxas aplicadas em cada município (Figura 14) e o desconto para famílias com filhos. Analisamos também o algoritmo para determinar o VPT (Valor patrimonial tributário) e determinamos o IMI de uma situação fictícia.

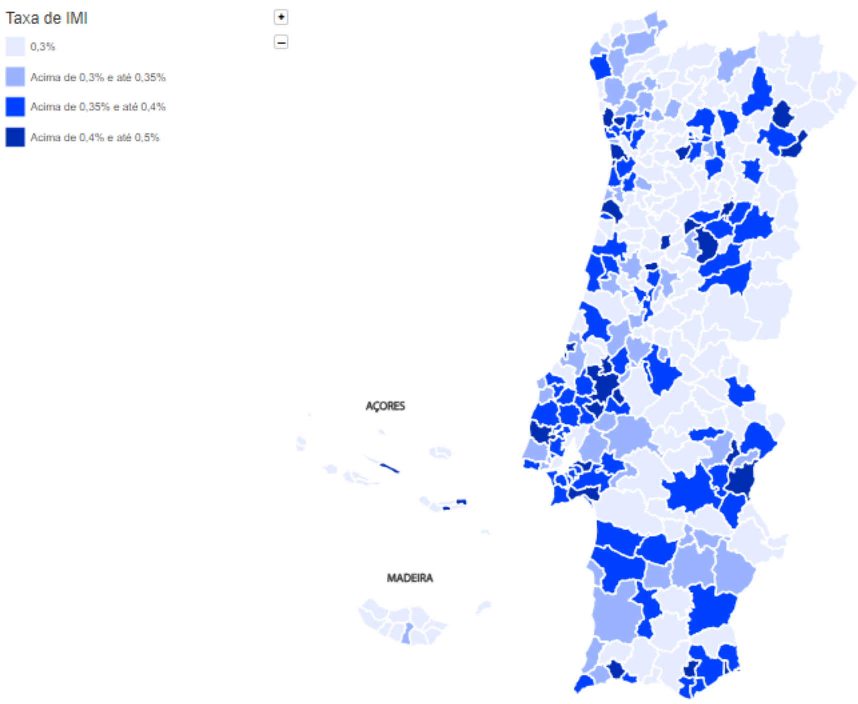


Figura 14 - Mapa de Portugal com as taxas de IMI aplicadas em cada conselho (www.montepio.org)

No conteúdo inflação estudamos o número índice utilizado para indicar variações relativas em quantidades, preços e valores de um artigo; IPC (Índice de preços no consumidor) e taxa de inflação. Analisamos ainda uma representação gráfica da evolução da taxa de inflação em Portugal. Finalmente aplicamos estes conceitos na resolução de exercícios e de problemas.

Quanto aos tarifários o meu objetivo era mostrar aos alunos que na maioria dos serviços havia muita oferta e como consumidores deveríamos analisar as diversas ofertas e escolher a mais adequada às nossas necessidades e a mais económica. Escolhi então analisar os tarifários móveis, a eletricidade e a água dos serviços municipais.

Nos tarifários móveis vimos a diferença entre tarifário pré-pago e tarifário pós-pago. Vimos que cada operador tem diversos tarifários que oferecem serviços diferentes. Simulámos diversas situações hipotéticas e escolhemos qual o tarifário mais adequado para cada situação.

No tarifário de eletricidade analisamos os três tipos de tarifas: simples; bi-horária; tri-horária. Analisamos várias situações fictícias e vimos qual seria a tarifa mais adequada para cada situação. Vimos que junto com o consumo da eletricidade são cobradas mais três taxas: IEC (Imposto especial de consumo de eletricidade); taxa de exploração DGEG (Direção Geral de Energia e Geologia); contribuição audiovisual.

Relativamente ao consumo de água dos serviços municipais vimos que ao contrário dos outros serviços não havia escolha de fornecedor nem de tarifas. O tarifário do consumo de água é um tarifário progressivo no qual o valor a pagar é determinado pela distribuição do consumo verificado por escalões. Estes escalões e as respetivas tarifas são definidas por cada câmara municipal. Analisamos ainda as taxas pagas na fatura da água: tarifa de saneamento; taxa de recursos hídricos; taxas de resíduos sólidos urbanos. Relativamente à taxa de resíduos sólidos urbanos vimos que existem inúmeras formas de o calcular que variam consoante o município: uma tarifa fixa e mensal; ligado ao consumo de água; a variar consoante alguns fatores. Na maioria dos municípios é calculado em função do consumo real da água o que pode criar injustiças porque não há distinção entre os consumidores que reciclam e os que não o fazem. Analisamos ainda tarifários de diferentes municípios e calculamos para situações fictícias o valor final a pagar. Os alunos ficaram muito admirados quando descobriram que do valor total cobrado na fatura da água apenas uma pequena parte correspondia ao consumo real da água e compreenderam que o consumo de água influenciava todas as outras taxas cobradas e, portanto, a necessidade de controlar o consumo de água para o bem do ambiente e para o bem das nossas finanças.

Após a análise dos PowerPoints e da resolução de exercícios e problemas do manual desenvolvi uma tarefa para avaliação (Apêndice 5). Pretendia com esta tarefa simular situações que poderiam surgir na vida quotidiana de uma família. Como se tratava de uma turma do curso de línguas e humanidades numa escola de Portimão decidi então que a família em questão morava em Portimão, o pai era advogado e a mão era jornalista (escolhi estas profissões por serem profissões associados ao seu curso) os filhos eram gémeos que frequentavam o 11º ano do mesmo curso que os meus alunos.

A primeira parte da tarefa consistia em os alunos determinarem o salário líquido dos dois progenitores da família. Pesquisei na internet qual o salário bruto mensal médio para cada uma das profissões e optei então por um salário bruto mensal de € 2 593 para o advogado e um salário bruto mensal de € 1 687 para a jornalista. Forneci a tabela de retenção na fonte para o continente de trabalhador dependente casado dois titulares, a taxa da contribuição da Segurança Social e o valor do subsídio de alimentação por dia útil e o algoritmo para o cálculo do salário líquido mensal. Os alunos ficaram admirados em como a diferença entre os salários líquidos mensais (425,04 €) era muito inferior à diferença entre os salários brutos mensais (906 €). Esta tarefa foi importante pois ajudou os alunos a perceberem a diferença entre o salário bruto e o salário líquido e quais os valores deduzidos.

Na segunda parte da tarefa a família adquiriu um automóvel a crédito. Tinham a possibilidade de pedir o crédito no stand onde iam adquirir o automóvel ou num banco. Perante as condições dadas era mais vantajoso para a família pedir o crédito no banco. Dei aos alunos uma fórmula que lhes permitia determinar a prestação mensal em cada uma das instituições e pedi-lhes para determinar quanto é que iriam poupar ao optar pelo banco. Os alunos não tinham trabalhado anteriormente com a fórmula, deste modo foi-me possível avaliar a capacidade de eles interpretarem a fórmula e em substituir corretamente os valores dos parâmetros. Os alunos mais uma vez comprovaram a necessidade de analisar várias ofertas, pois uma diferença de 21,85€ entre a prestação do banco e a do stand levaria a uma diferença total de 1311€ ao fim das 60 prestações.

Na tarefa seguinte pedi aos alunos para determinarem qual seria o valor do imposto único de circulação do automóvel adquirido na alínea anterior. Esta tarefa já tinha sido trabalhada em aulas anteriores, portanto serviu como um exercício de consolidação. Achei importante nesta atividade explorar diversas tarefas com diversos graus de dificuldade (incluindo situações já exploradas e situações novas para testar a capacidade de adaptação dos alunos) mas sempre a simular possíveis situações reais que poderão surgir na vida futura dos alunos.

Decidi incorporar um investimento caso contrário a tarefa englobava apenas despesas. Havia três opções de investimento: um depósito a prazo com remuneração anual a um juro simples; um depósito a prazo com remuneração anual a um juro composto; um depósito a prazo com remuneração mensal a um juro composto. Pesquisei em várias instituições bancárias as taxas a serem aplicadas na altura para cada uma das situações acima referidas. Mais uma vez estas situações já tinham sido exploradas nas aulas e não era novidade para os alunos. O objetivo da tarefa era os alunos analisarem cada uma das propostas e escolher, justificando, a mais vantajosa.

Na parte seguinte da tarefa peguei numa campanha promocional de um fornecedor de eletricidade e gás natural que estava a circular na altura. Queria que os alunos analisassem e comparassem as condições da campanha com as tarifas aplicadas pelo atual fornecedor e decidissem se a família deveria manter o contrato atual ou mudar de fornecedor. Na aula já tínhamos analisado situações hipotéticas para o fornecimento da eletricidade, mas não tínhamos analisado o fornecimento de gás natural. Assim nesta tarefa os alunos estavam perante duas situações: uma conhecida e já trabalhada e outra totalmente nova. Escolhi a tarifa bi-horária, dei o valor do consumo médio mensal da família e desse consumo a percentagem que correspondia ao horário normal (entre as 8h00 e as 22h00). Os alunos tiveram que determinar percentagens, aplicar diversas tarifas e ainda determinar o IVA. Para poderem realizar esta tarefa forneci aos alunos as tabelas com as várias tarifas dos dois fornecedores. Para mim era importante os alunos conseguirem identificar quais as tarifas que se aplicavam à situação descrita. Com esta tarefa os alunos perceberam que é importante comparar todas as tarifas aplicadas e não olhar apenas para o desconto a ser aplicado.

Incluí uma tarefa com taxas de inflação, onde os alunos tiveram que calcular taxas de inflação de diversos países dados os índices harmonizados dos preços de novembro de 2013 e outubro de 2014 e calcular o novo preço sabendo o valor anterior e a taxa de inflação.

Noutra tarefa pedi aos alunos para determinarem qual seria o valor cobrado na fatura da água. Forneci-lhes a tabela com as diversas tarifas de consumo do município de Portimão: água de abastecimento; águas residuais; resíduos urbanos. Dei-lhes o consumo mensal, o calibre do contador, a taxa de IVA aplicada e pedi que tivessem em conta um mês com 30 dias. Os alunos já tinham trabalhado este tipo de tarefa antes com taxas de outros conselhos.

Finalmente pedi aos alunos para determinarem o Imposto Municipal Sobre as Transmissões Onerosas de Imóveis (IMT) para um imóvel adquirido no arquipélago dos Açores. Os alunos tiveram acesso à tabela das taxas e à fórmula que lhes permitia determinar o valor do imposto. Os alunos ainda não tinham tido qualquer tipo de contacto com este imposto.

Estas aulas e tarefas geraram debates interessantes onde os alunos revelaram que quando chegavam a casa e comunicavam aos pais o que tinham aprendido nas aulas verificavam que havia pormenores que os seus pais desconheciam. Os alunos revelaram ainda que se sentiam muito mais preparados para analisar as diversas ofertas de serviços e tomar a escolha mais acertada. Consideravam que as aulas e os debates os iam ajudar a ser cidadãos capazes e tomar decisões acertadas. Para mim o mais importante foi os alunos tomarem consciência que é necessário analisar várias opções em vez de escolher a primeira que lhes surge e acima de tudo ajudá-los a interpretar a informação fornecida pelos prestadores de serviços de modo a fazerem uma escolha sensata. Houve alunos a referirem que seriam eles a preencher o próximo IRS dos seus pais.

Esta atividade permitiu aos alunos trabalharem diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Labirinto – Encontra o caminho

O programa de MACS do 11º ano inicia com o conteúdo Modelos de grafos do tema Modelos Matemáticos. Os alunos têm que ser capazes de interpretar grafos e representar diversas situações através de grafos.

> *Com o tema de Modelação matemática, pretende-se mostrar como alguns modelos matemáticos, ainda que simples,*

> *podem ser úteis. No 11.º ano inclui-se o estudo de Modelos de grafos e Modelos de crescimento populacional. Os Modelos de grafos introduzem outra forma de mobilizar a Matemática para outros fins e pensando de maneira não usual. Estudam-se e criam-se modelos úteis para enfrentar problemas de gestão e iniciar intervenções sociais ao nível de compreensão dos sistemas de distribuição ou recolha (tanto no que se refere à distribuição de bens alimentares, de correio ou de recolha do lixo, como às decisões sobre localização de serviços que careçam de controladores, vendedores, etc).* (Aprendizagens essenciais, Matemática Aplicada às Ciências Sociais 11º ano pp 2)

Antes de pedir a realização desta tarefa aos alunos resolvi na aula anterior, em conjunto com eles, dois exercícios/problemas do seu manual adotado nos quais os alunos tinham que representar o labirinto apresentado no exercício por meio de um grafo e depois utilizar o grafo para indicar uma sequência que permitia entrar e sair do labirinto nas condições impostas pelo enunciado. Questionei os alunos sobre o que representavam os vértices e as arestas. Debatemos estratégias para a construção do grafo. Os alunos achavam que o grafo apenas tinha que representar o caminho que permitia entrar e o sair do labirinto. Esclareci que esse grafo seria um subgrafo do grafo que representava o labirinto. Salientei que o grafo que representava o labirinto teria que representar todos os corredores, a entrada, a saída, todos os cruzamentos e os becos sem saída.

Para realizar a tarefa (Apêndice 6) precisava de 26 labirintos diferentes, um por aluno porque pretendia que os alunos usassem um grafo para representar o labirinto. Descobri na internet uma página pertencente ao KrazyDad (http://krazydad.com) que tinha imensos enigmas entre os quais labirintos. Os labirintos estão organizados por dificuldade (faixas etárias) desde os mais fáceis (4 a 6 anos) aos mais difíceis para qualquer idade. Como não queria labirintos muitos complexos, com muitos corredores, cruzamentos e becos sem saída escolhi os mais fáceis (4 a 6 anos). Escolhi 32 labirintos, como os da Figura 15, imprimi-os 2 por página que depois cortei ficando assim 1 labirinto por página (Apêndice 7).

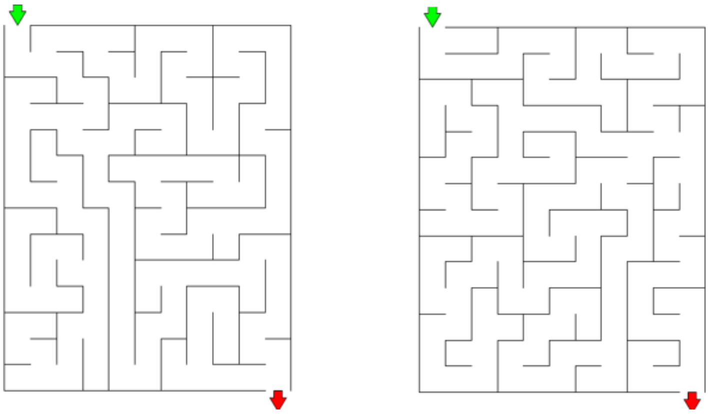


Figura 15 - Exemplos de labirintos fornecidos aos alunos

Criei uma roleta na página da internet https://wheeldecide.com/ com os nomes dos alunos. Coloquei 32 labirintos com os labirintos voltados para baixo em cima de uma mesa, e ia rodando a roleta, no computador, e quando parava de girar aparecia um nome no ecrã e pedia ao aluno para vir escolher um labirinto da mesa. De seguida eliminava o nome do aluno da roleta e recomeçava o processo de novo até todos os alunos serem selecionados. Desta forma a atribuição dos labirintos era aleatória e nenhum aluno podia queixar-se de eu lhes ter atribuído um labirinto mais difícil do que o do seu colega.

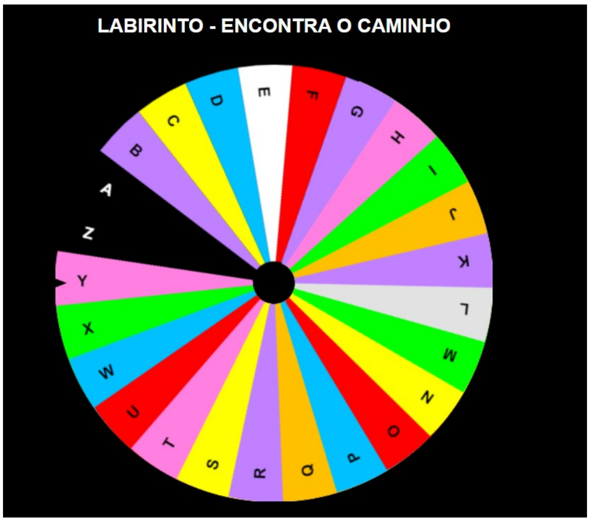


Figura 16 - Roleta utilizada para a seleção aleatória dos alunos

Atribuídos os labirintos pedi aos alunos que formassem pares. Cada par tinha que representar cada um dos labirintos, que lhes tinha calhado, por meio de um grafo e depois utilizar o grafo para indicar uma sequência que permitia entrar e sair do labirinto. Cada par entregaria o grafo e a solução de apenas um dos labirintos, escolhido pelos alunos.

Inicialmente pretendia utilizar esta tarefa para avaliação formativa e sumativa. No entanto os alunos tiveram imensas dificuldades na concretização da mesma e acabei por considerá-la apenas para avaliação formativa. Como os labirintos eram muito fáceis os alunos descobriram imediatamente o caminho para entrar e sair e do labirinto e depois é que construíram o grafo, invertendo o processo. Apesar de termos resolvido, analisado e debatido os dois exercícios/problemas semelhantes na aula anterior, houve alunos que apenas representaram o subgrafo que continha o caminho correto. Alguns alunos revelaram dificuldades em distinguir o que deveria ser representado pelos vértices e pelas arestas, outros não representavam os corredores que iam dar a becos sem saída. Para os alunos não fazia sentido acrescentar um beco sem saída, uma vez que não seriam percorridos. Disse aos alunos para se imaginarem dentro do labirinto, deste modo ao chegar ao um cruzamento e ter que optar por uma direção eles não tinham como saber se a direção escolhida ia dar ao um beco sem saída sem a percorrer. Agora se tivessem um grafo representativo do labirinto eles chegando ao cruzamento (vértice) conseguiriam ver qual a direção correta, daí a importância de representar toda a informação e não apenas a que pertencia ao caminho correto. Para os alunos era-lhes muito difícil perceber onde estavam os cruzamentos, devido ao fato de os caminhos terem várias curvas que os alunos confundiam com cruzamentos. Em aulas anteriores quando tínhamos trabalhado com mapas onde praticamente todas as ruas ou eram paralelas entre si ou perpendiculares os alunos não tinham sentido estas dificuldades. Perante tantas dificuldades optei por deixar os grupos trabalharem colaborativamente entre si, os que tinham percebido o que os vértices e as arestas representavam explicaram aos outros, os grupos mostravam os seus grafos aos outros e pediam aos colegas para descobrirem o caminho e verifica-lo no labirinto. Desta forma o processo acabou por ser muito mais rico desenvolvendo a capacidade de comunicação entre os alunos.

Esta atividade permitiu aos alunos trabalharem diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; H – Sensibilidade estética e artística; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Inferência estatística e as classificações internas e externas de MACS

As aprendizagens essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais 11º ano referem a importância da inferência estatística e como deverá ser abordada e trabalhada:

> *Na Estatística será feita uma introdução à Inferência Estatística, mostrando como se podem tirar conclusões a partir do estudo dos dados. Será nesta fase que se mostra toda a potencialidade da Estatística, pois os alunos irão aprender como se podem tirar conclusões, partindo do particular para o geral, ao mesmo tempo que se quantifica o erro cometido. Os exemplos a trabalhar serão simples, nomeadamente que tenham sido objeto de estudo na parte da Estatística Descritiva anteriormente dada, e limitados à construção de intervalos de confiança. Esses exemplos vão permitir mostrar como se pode fechar o ciclo de um procedimento estatístico, que se iniciou com o planeamento da experiência e uma consequente recolha de dados, com o objetivo de uma tomada de decisão.* (pp 3)

No 10º ano os alunos elaboraram um estudo estatístico com temas da disciplina Cidadania e Desenvolvimento. Os inquéritos foram elaborados pelos alunos e, portanto, a maioria das variáveis analisadas nestes estudos eram variáveis qualitativas. Aquando da elaboração dos inquéritos eu salientei que os mesmos teriam que ter obrigatoriamente varáveis qualitativas, quantitativas discretas e quantitativas contínuas. A maioria dos grupos incluíram apenas uma variável quantitativa discreta e uma variável quantitativa contínua. Portanto optei por não usar estes estudos para o trabalho da inferência estatística, mas sim as classificações do final do 2º Período da turma na disciplina de MACS e as classificações obtidas no exame nacional de MACS de 2018. Escolhi estas variáveis por serem da realidade dos alunos, o que iria facilitar a interpretação dos resultados obtidos. Esta atividade foi feita no final do conteúdo e serviu para consolidar e avaliar os conceitos. Durante as aulas em que trabalhamos os conteúdos os alunos revelaram dificuldades na aplicação de alguns conceitos e principalmente na interpretação dos dados. Na realização das várias etapas desta tarefa os alunos revelaram algumas dificuldades e eu tive que dar algumas indicações para eles conseguirem concluir a mesma. O guião desta tarefa encontra-se no Apêndice 8.

Na primeira etapa da tarefa os alunos tinham que obter uma distribuição de amostragem para a média. A população foi os alunos da turma de 11º ano de MACS e a variável foi as classificações obtidas no final do 2º período à disciplina de MACS. Inicialmente os alunos selecionaram aleatoriamente uma amostra de 4 elementos da turma (os grupos compostos por 4 alunos utilizaram as suas próprias classificações, os que tinham apenas 3 elementos utilizaram as suas classificações e depois escolheram outro aluno da turma). Recolhidas as 4 classificações os alunos então determinaram a média e o desvio-padrão da amostra. De seguida tomando a amostra como a população, os alunos consideraram todas as amostras de dois elementos com reposição desta população e construíram a distribuição de amostragem para a média das classificações de MACS no final do 2º período. Pedi para os alunos determinarem o valor médio e o desvio-padrão da distribuição e compararem com os respetivos valores da população. Achei importante os alunos perceberem como se obtém uma distribuição de amostragem para compreenderem melhor uma distribuição de amostragem e poderem interpretar mais facilmente os resultados obtidos nas tarefas anteriores. A seguir dei a média e o desvio-padrão das classificações de MACS no final do 2º período da turma (população) e pedi para determinarem o erro amostral. Pedi para determinarem o valor de $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ e compararem com o desvio-padrão da amostra recolhida na alínea anterior. Pedi ainda para compararem a média das classificações da turma com a média da sua amostra. Os alunos tiveram depois de indicar, justificando, se estes valores estavam de acordo com o Teorema do Limite Central. Os alunos perceberam que os valores não eram iguais, mas tiveram muitas dificuldades em justificar o motivo para tal ocorrência. Validando mais a minha opinião de que tinham dificuldades em compreender o Teorema do Limite Central, quando o podíamos aplicar e quais as suas utilidades.

Na segunda etapa da tarefa forneci aos alunos os gráficos das distribuições de classificações das provas escritas por tipo de alunos (internos e externos) das disciplinas de MACS e de Geografia A na 1ª e na 2ª fase. Os gráficos em questão eram gráficos de barras, queria que os alunos percebessem que podiam facilmente transformar cada gráfico de barras num histograma (por exemplo a frequência absoluta do valor da variável 16 correspondia à frequência absoluta da classe $[15{,}5\,;16{,}5[$) e podiam assim obter facilmente o polígono de frequências da distribuição. Pedi aos alunos para analisar os dois gráficos dos alunos internos da disciplina de MACS. Solicitei aos alunos para indicarem o tipo de assimetria existente em cada fase justificando com o valor da moda, média e mediana de cada distribuição. Relativamente à disciplina de Geografia A perguntei se podíamos afirmar, justificando, se a classificação dos alunos internos em cada fase seguia uma distribuição normal e se podíamos concluir que os desvios-padrão eram aproximadamente iguais justificando com base na observação gráfica (Figuras 17, 18, 19 e 20).

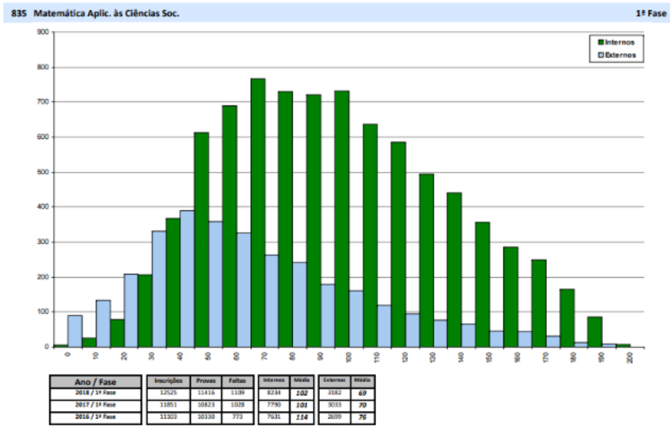


Figura 17 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de MACS 1ª fase em IAVE

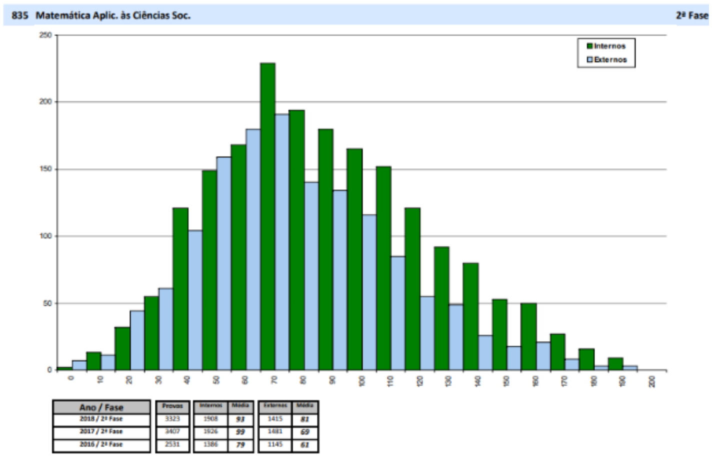


Figura 18 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de MACS 2ª fase em IAVE

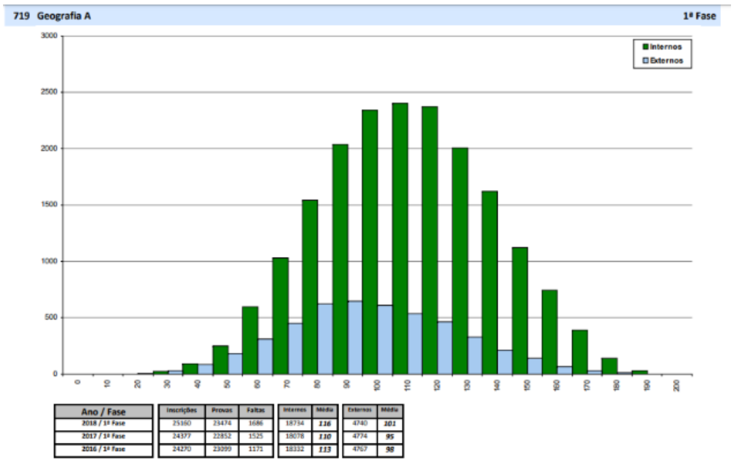


Figura 19 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de Geografia A 1ª fase em IAVE

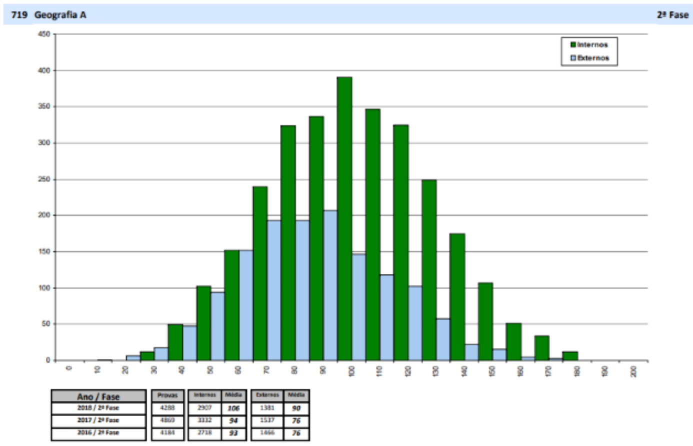


Figura 20 - Distribuição das classificações obtidas pelos alunos internos e externos no exame de Geografia A 2ª fase em IAVE

Na terceira etapa da tarefa os alunos sabiam a média e o desvio-padrão das classificações obtidas no exame de MACS da 1ª fase (alunos internos e externos). Pedi-lhes para determinarem o valor médio e o desvio-padrão de amostragem das médias das classificações para amostras de 100 alunos. Mais uma vez queria verificar se os alunos reconheciam que tinham que aplicar o teorema do limite central. A seguir pedi aos alunos que considerando uma amostra de 100 alunos selecionada alectoriamente determinassem algumas probabilidades. O objetivo era os alunos reconhecer que a distribuição de amostragem se aproximava de uma distribuição normal de valor médio igual ao valor médio da população e desvio-padrão igual a $\frac{desvio-padrão\ da\ população}{100}$. Ainda dentro desta tarefa dada uma amostra de 100 alunos com média de 11,5 pedi aos alunos para determinarem: um intervalo de confiança para o valor médio da classificação com um nível de confiança de 95%; a margem de erro cometida, para um grau de confiança de 99%; a dimensão da amostra para que o erro cometido fosse inferior a 0,5 para um grau de confiança de 90%. Nesta parte da tarefa verifiquei que os alunos não sentiram qualquer dificuldade ao determinarem o intervalo de confiança, mas mostraram imensas dificuldades ao determinar qual deveria ser o tamanho da amostra de modo a diminuir ou aumentar o erro.

Na última etapa da tarefa indiquei a taxa de reprovação dos alunos internos do exame nacional da disciplina de MACS da 1ª fase e pedi aos alunos que determinassem o valor médio e o desvio-padrão da distribuição de amostragem de proporção para a taxa de reprovação para amostras de dimensão 100. Solicitei ainda para determinarem a probabilidade de em amostras de 100 o número de reprovações no exame nacional estar entre 10 e 12. Finalmente pedi para considerarem uma escola com 55 alunos internos que realizaram o exame de MACS na 1ª fase. Dei o número de reprovações dos alunos acima referidos e pedi para determinarem um intervalo de confiança, com um nível de confiança de 95%, para estimar a proporção de reprovações no exame de MACS. Pedi para verificarem se o intervalo obtido continha a taxa de reprovação e que interpretassem o resultado obtido.

Penso que com esta tarefa os alunos ficaram com uma pequena ideia das aplicações da inferência estatística e como esta lhes poderia ser útil no futuro. Ao longo das aulas fui referindo que o que estávamos a estudar era apenas uma pequena parte da inferência estatística e cheguei-lhes a falar um pouco sobre teste de hipóteses e as diversas aplicações dos mesmos.

Esta atividade permitiu aos alunos trabalharem diversas competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em MACS

Atividade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos	Ações Estratégicas de Ensino orientadas para o perfil dos alunos	Estratégias	Software / Materiais	Aspetos Positivos	Aspetos Negativos	Ligação com outras áreas curriculares
Vamos às Compras	✓ Percentagens ✓ Taxas	✓ AE9 ✓ AE12	✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ Est2 ✓ Est3 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est11	✓ Ficha de trabalho orientadora ✓ Os alunos pesquisam na internet os dados necessários para a resolução da tarefa ✓ Os alunos utilizando os conhecimentos anteriores e as fórmulas dadas na ficha resolvem os problemas propostos ✓ Debate e comparação dos resultados obtidos pelos diferentes grupos	✓ Ficha de trabalho ✓ Computadores e a internet	✓ Os alunos viram uma aplicação das percentagens e taxas no quotidiano ✓ Aprenderam a distinguir quanto o valor inclui o valor da percentagem e quando não inclui e como determinar a respetivo valor		
Jantar de Natal – Teoria das Eleições	✓ Teoria Matemática das Eleições: - Métodos preferências e aprovação - Situações paradoxais - Critérios de Justiça	✓ AE1 ✓ AE3 ✓ AE4 ✓ AE5	✓ A ✓ B ✓ D ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est4	✓ Criei 3 boletins de voto para cada tipo de votação ✓ Os alunos fizeram parte do processo de votação, deste modo perceberam as várias etapas de uma eleição: votação, contagem dos votos e aplicação do algoritmo de um método para determinação do vencedor	✓ Boletins de voto e urna ✓ PowerPoint com os algoritmos dos vários métodos	✓ Os alunos tiveram um papel ativo fazendo parte do processo e não estudando apenas a teoria ✓ Aprenderam como utilizar os diferentes boletins de voto ✓ Aprenderam a contabilizar os votos ✓ Aprenderam a aplicar dos diversos algoritmos	✓ Os votos dos alunos acabaram por dar sempre o mesmo resultado nos diferentes processos, felizmente eu tinha criado outra votação de modo que cada uma das opções vencesse em pelo menos um dos processos e houvesse situações paradoxais	
Eleições e os Direitos Humanos	✓ Teoria da Partilha Equilibrada: - Partilhas no caso Discreto	✓ AE2 ✓ AE3 ✓ AE4. ✓ AE5 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE22	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est3 ✓ Est4 ✓ Est6 ✓ Est7 ✓ Est9	✓ Guião orientador ✓ Os alunos consultaram na internet os resultados das eleições autárquicas e legislativas	✓ Guião do trabalho ✓ Folhas de Calculo: Excel ✓ Resultados das eleições	✓ Os alunos aprenderam a trabalhar com uma folha de cálculo; ✓ Aprenderam sobre os sistemas eleitorais de diferentes países.	✓ Disciplina de MACS é uma disciplina de opção logo nem todos os alunos têm a disciplina e como tal não foi	•Filosofia •História •Cidadania

		✓ AE23 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE30		✓ Est11 ✓ Est13	✓ Nas eleições autárquicas os alunos aplicaram o método de Sainte-Laguë e o método Dinamarquês e compararam os resultados obtidos como os resultados obtidos pela aplicação do método de Hondt. ✓ Nas eleições legislativas determinaram a percentagem de representatividade de cada partido na assembleia e compararam com as percentagens de voto e comentaram as diferenças. ✓ De seguida os alunos determinaram quantos deputados elegeria cada partido se houvesse apenas um único círculo, para o efeito utilizaram o método de Jefferson e voltaram as determinar as percentagens ✓ Investigaram como um partido pode ter mais votos e menos deputados. ✓ Comentarem os resultados das eleições dos Estados Unidos da América em 2016, como é que o Trump foi eleito com menos votos? ✓ Na segunda parte do trabalho referente à	autárquicas e legislativas	✓ Tiveram que analisaram e criticar resultados ✓ Desenvolveram a capacidade de comunicação ✓ A importância da Matemática nas eleições e como o resultado depende da escolha do método.	possível a articulação inicialmente prevista com a disciplina de Filosofia ✓ Como dei aos alunos a possibilidade de optar entre dois temas os alunos escolheram todos o mesmo tema: Igualdade de Género	

					parte da Cidadania os alunos optaram entre dois temas: Igualdade de Género; Direitos Humanos e exploraram com as eleições podem violar ambos.				
Vamos comer Piza	✓ Teoria da Partilha Equilibrada: - Partilhas no caso Contínuo	✓ AE6 ✓ AE7 ✓ AE8 ✓ AE13 ✓ A23	✓ C ✓ D ✓ E ✓ I	✓ Est1 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6	✓ Uma vez que a aula era a seguir ao almoço combinei as duas e levei várias pizas. ✓ Começamos por comer todas as pizas menos uma (para não ficarem frias) ✓ De seguida espalmamos a caixa da piza e para cada um dos métodos alunos voluntários aplicaram os algoritmos, marcando na caixa as suas divisões.	✓ PowerPoint com os algoritmos dos vários métodos de partilha ✓ Pizas	✓ Os alunos visualizaram cada método, percebendo melhor cada algoritmo; ✓ Perceberam que a parte justa é diferente para cada um depende, dos nossos interesses e gostos	✓ Como ia pedindo voluntários, houve certos alunos que acabaram por não participar, para a próxima levaria os grupos já formados, assim todos os alunos teriam desempenhado um papel.	
Tráfico de Gomas	✓ Teoria da Partilha Equilibrada: - Método dos Marcadores	✓ AE6 ✓ AE7 ✓ AE9 ✓ AE13 ✓ AE23 ✓ AE27 ✓ AE28	✓ C ✓ E ✓ F ✓ I	✓ Est1 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est11 ✓ Est13	✓ Levei vários sacos com gomas variadas ✓ Dividi a turma em grupos de quatro e distribui as gomas pelos grupos, garantindo que havia diferentes tipos de gomas em cada grupo ✓ Os alunos escolheram os seus marcadores e aplicaram o método ✓ No final com as gomas que sobraram os alunos puderam optar entre sortear ou repetir o processo	✓ Gomas ✓ PowerPoint com o algoritmo do método	✓ Os métodos dos marcadores é um processo complexo para os alunos, mesmo aplicando o processo os alunos ainda tiveram algumas dificuldades na resolução dos exercícios do manual, teria sido muito mais complicado se os alunos não tivessem aplicado em contexto real o algoritmo	✓ Os alunos utilizaram canetas e lápis com marcadores o que tornou difícil distinguir os marcadores dos diferentes alunos, para a próxima levariam palhinhas e cada aluno ficava com uma cor.	

Cidadania e a Estatística	✓ Estatística	✓ AE12 ✓ AE14 ✓ AE15 ✓ AE16 ✓ AE17 ✓ AE18 ✓ AE22 ✓ AE27 ✓ A28 ✓ AE30 ✓ AE31 ✓ AE32	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ G ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est3 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est8 ✓ Est10 ✓ Est11 ✓ Est14	✓ Cada grupo ficou com um tema a ser tratado na disciplina de Cidadania e Desenvolvimento ✓ Os alunos elaboraram inquéritos no Google forms; ✓ Os alunos definiram a amostra (escolhendo algumas turmas de entre as turmas do 9º ao 12º ano) ✓ Os alunos tiveram que explicar aos colegas como podiam responder aos inquéritos nos seus telemóveis ✓ Os alunos tiveram que manter um diário no padlet onde inseriam em cada dia o que tinham feito e as dificuldades sentidas, eu ia acompanhando o desenvolvimento do trabalho dando feed-back ✓ Parte do trabalho foi feito na sala de aula assim foi-me possível ensinar como trabalhar com o Google forms e o Excel	✓ Guião orientador ✓ Google Forms ✓ Padlet ✓ Excel ✓ Calculadora gráfica	✓ Os alunos tiveram que dar instruções precisas aos colegas sobre como preencher os inquéritos. ✓ Aprender a utilizar a tecnologias para lhes facilitar o trabalho, nomeadamente o facto de criarem os inquéritos online facilitou a contagem dos dados, bastou exportar a tabela; programar folhas de excel ✓ Os alunos entenderam as várias fases, e a importância das mesmas, num estudo estatístico.	✓ Os alunos quando criaram os inquéritos tinham na maioria variáveis qualitativas o que empobreceu o estudo estatístico	✓ Cidadania
Crédito Automóvel	✓ Modelos Financeiros - Juros	✓ AE10 ✓ AE12 ✓ AE13 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE24 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29	✓ A ✓ B ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est3 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est7 ✓ Est11 ✓ Est13	✓ Atividade em colaboração com a colega Emília Santos, que veio com os seus alunos da Escola Secundária Tomás Cabreira, Faro ✓ Juntamos os alunos das duas escolas,	✓ Guião orientador ✓ Tablets com acesso à internet	✓ Alunos aprenderam a distinguir entre os vários tipos de empréstimos para um automóvel ✓ Aprenderam o que representa cada uma das taxas	✓ Muita falha no sinal da internet	

		✓ AE30			criamos 15 grupos com alunos de ambas as escolas com o objetivo de desenvolver a capacidade de interação e comunicação ✓ Pesquisar na internet os diferentes tipos de empréstimos e as diferentes taxas ✓ Efetuar simulações em diferentes bancos e verificar qual a diferença na prestação ✓ Calcular o imposto de circulação		✓ Perceberam a importância de simulações antes de pedir um empréstimo		
Impostos e despesas familiares	✓ Modelos Financeiros - Impostos - Juros - Tarifários	✓ AE9 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE13 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE24 ✓ AE25 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est4 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est7 ✓ Est11 ✓ Est13	✓ Simulação das despesas mensais de uma família ✓ Consultar tabelas de IRS e determinar o rendimento líquido ✓ Aprender a ler faturas e interpretar tarifários de modo a escolher o mais apropriado ✓ Consultar tarifários e determinar o consumo mensal da eletricidade, água e gás. ✓ Escolher a melhor opção de poupança ✓ Determinar diversos impostos	✓ Ficha de trabalho	✓ Alunos reconheceram que no futuro quando for necessário poderão fazer escolhas mais acertadas, uma vez que poderão interpretar contratos e analisar tarifários		
Labirinto – Encontra o caminho	✓ Grafos - Desenhar Grafos	✓ AE9 ✓ AE11 ✓ AE13 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE35	✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ H ✓ I	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est4 ✓ Est6 ✓ Est8 ✓ Est11 ✓ Est13	✓ Selecionei vários labirintos (um para cada aluno e uns 5 extras) ✓ Os alunos um a um, selecionados aleatoriamente, selecionavam um labirinto.	✓ Guião ✓ Labirintos ✓ Wheel decide	✓ Ajudou os alunos a interpretarem grafos ✓ Os alunos aprenderam que para representar uma situação através de um grafo é preciso definir o que representam os vértices e as arestas.	✓ Os alunos sentiram muitas dificuldades apesar de já terem resolvido os exercícios do manual portanto os alunos entregaram a	

		✓ AE36			✓ De seguida pedi aos alunos para se juntarem em pares ✓ Cada par tinha então dois labirintos, o objetivo era representar o labirinto através de um grafo e usar o grafo para o resolver. ✓ Cada par escolhia apenas um dos labirintos e entregava-o juntamente com a resolução.			atividade, mas acabei por utilizá-la para avaliação formativa	
Inferência Estatística e as classificações internas e externas de MACS	✓ Inferência estatística ✓ Distribuição de amostragem ✓ Teorema do limite central ✓ Intervalo de confiança ✓ Estimar uma proporção.	✓ AE12 ✓ AE14 ✓ AE15 ✓ AE16 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE37 ✓ AE38 ✓ AE39 ✓ AE40	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ ESt10 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST14 ✓ EST15	✓ Pedi aos alunos para se organizarem em grupos de 3 ou 4 ✓ Entreguei-lhes um guião como várias perguntas onde pedi para os alunos, com base nas classificações, de MACS, obtidas no final do 2º período/ classificações do exame nacional do ano letivo anterior: determinarem uma distribuição de amostragem; aplicarem o teorema do limite central, por observação gráfica de diversas distribuições analisar a simetria das mesmas; determinarem intervalos de confiança. ✓ Pedi ainda para analisarem e criticarem os resultados obtidos	✓ Guião orientador	✓ Os alunos nas aulas anteriores tinham revelando muitas dificuldades na aplicação dos conceitos inerentes à inferência estatística. ✓ Com este trabalho os alunos conseguiram compreender um pouco melhor o que é a inferência estatística e a sua aplicação no nosso quotidiano.	✓ Verifiquei que os alunos sabiam que conceito aplicar, que formula utilizar, retirar corretamente os dados do enunciado e substituí-los, no entanto, revelaram muitas dificuldades na interpretação e análise critica dos resultados obtidos.	

Trabalho desenvolvido com os alunos de Matemática B e Matemática dos cursos profissionais

Nesta secção apresento conjuntamente as tarefas propostas para as disciplinas de Matemática B e Matemática dos cursos profissionais porque os programas são iguais e as mesmas tarefas podem ser realizadas nas duas disciplinas.

Abrigar refugiados na escola

No ano letivo 2018/2019 lecionei uma turma de Matemática B do 10º ano e no mês de agosto de 2018 deflagrou um incêndio no concelho de Monchique que acabou por alastrar para os concelhos de Portimão e de Silves. Arderam aproximadamente 27 mil hectares e cerca de 300 pessoas tiveram que abandonar as suas casas e ser alojadas noutros locais, nomeadamente no pavilhão Arena de Portimão.

Nos dias 7 e 8 de setembro frequentei o Algarmat em Tavira onde uma das sessões práticas que assisti foi *PROBLEMAS DE FERMI: uma oportunidade para a articulação curricular* dinamizada pelas professoras Nélia Amado e Susana Carreira, docentes na Universidade do Algarve. As dinamizadoras Nélia Amado e Susana Carreira referem no resumo da sua sessão prática:

> *A resolução de problemas é uma atividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático (PMEB, 2007). Muitos dos problemas propostos em sala de aula, admitem uma solução ou uma resposta exata. No entanto, nem sempre é possível determinar uma solução exacta para alguns dos problemas com que nos deparamos na vida real, mas é possível encontrar uma estimativa ou um valor aproximado para a questão colocada. Os problemas de Fermi, constituem uma excelente oportunidade para resolvermos problemas da vida real mobilizando uma variedade de*

procedimentos e conhecimentos, das mais diversas áreas, para obter respostas aproximadas a perguntas como: Quantos litros de água são ingeridos por uma pessoa, durante a sua vida?

O segundo problema proposto pelas dinamizadoras foi *Catástrofes e abrigos para sobreviventes***.** Neste problema foram colocadas 3 questões:

1 *Se a tua escola fosse requisitada para albergar sobreviventes, quantas pessoas poderiam ficar abrigadas no ginásio?*

2 *Se a tua escola fosse requisitada, quantas pessoas poderiam ser abrigadas em todas as salas de aula?*

3 *Quantas pessoas poderiam ser, no máximo, abrigadas em toda a escola se fossem usadas tendas e pudessem aproveitar-se os espaços exteriores?*

Achei o problema muito interessante e que retratava uma situação real muito presente nas memórias dos meus alunos por a terem vivenciado há pouco tempo e decidi adaptá-la e aplicá-la. Um dos temas abordados no 10º ano de Matemática B é Geometria no Plano e no Espaço o qual inclui o conteúdo Pavimentações e esta atividade enquadrava-se perfeitamente neste conteúdo. A primeira coisa que fiz foi pedir uma cópia das plantas do recinto escolar à direção e tirei uma cópia para cada grupo.

Elaborei um guião (Apêndice 9) expondo a situação e na primeira tarefa pedi aos alunos para determinarem quantas pessoas poderiam ficar abrigadas: no pavilhão; no salão multiusos; em todas as salas dos corredores B, C, D, E e F (excluindo os laboratórios de qualquer tipo); nos espaços exteriores caso sejam utilizadas tendas *Better Shelter*. Dei as dimensões das tendas aos alunos, mas eles tiveram que pesquisar camas de campanha e escolher um modelo e indicar as suas dimensões. Na resolução desta tarefa os alunos utilizaram as plantas para determinarem as dimensões reais das salas. Poderia ter pedido aos alunos para medirem as diferentes salas com uma fita métrica, mas achei que desenvolveria mais competências nos alunos se trabalhassem com plantas e com escalas. Uma vez que se tratavam de alunos de artes (em que alguns deles estão interessados em ser arquitetos) seria mais rico para os alunos interpretarem plantas. Os alunos tiveram facilidade na leitura das plantas e na aplicação da escala. Os alunos reconheceram que poderiam utilizar os conceitos de pavimentação em que cada cama de campanha seria equiparada a um azulejo. Muitos dos grupos lembraram-se que as camas não podiam ser colocadas encostadas umas às outras e, portanto, quando consideraram as dimensões do azulejo para pavimentar acrescentaram margens à volta da cama, garantido assim que haveria espaço entre as camas e que as pessoas poderiam deslocar-se entre as camas com facilidade. Aos grupos que se esqueceram deste pormenor pedi-lhes para se colocarem na posição dos desalojados e como se sentiriam se tivessem que trepar por cima das camas das outras pessoas para chegar à sua. Eles perceberam o que estava a sugerir e corrigiram as suas dimensões. Um grupo não refez o estudo, optando por retirar algumas camas ao total obtido (Figura 21), sem qualquer justificativa pelo valor descontado.

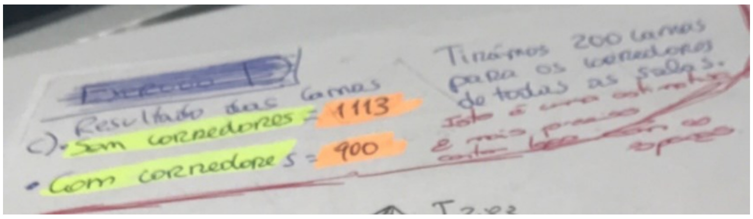


Figura 21 - Resolução de um grupo que não deixou espaço entre as camas descontando depois algumas camas

Uma vez que as salas não têm o chão quadrado os alunos deveriam ter estudado as duas posições possíveis de colocar as camas (Figura 22), no entanto a maioria dos grupos apenas estudou uma das posições.

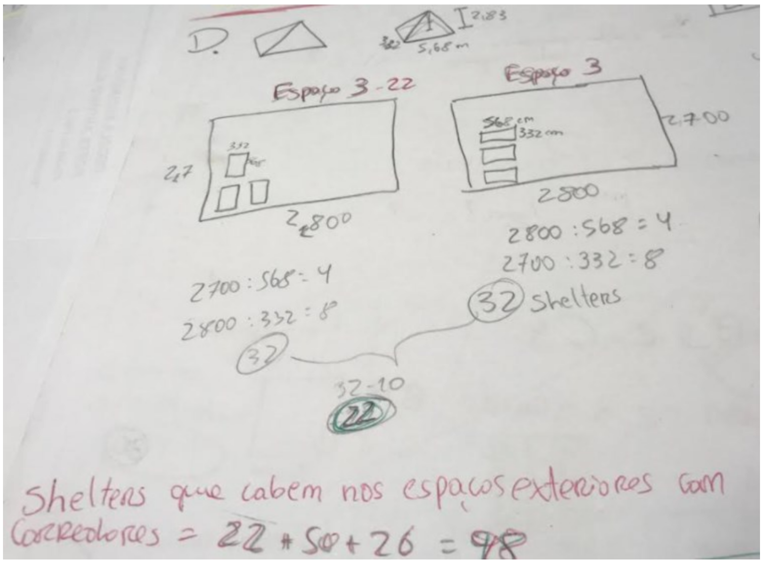


Figura 22 - Esquemas sem rigor onde foram estudadas as duas posições

Na tarefa solicitei aos alunos para apresentarem esquemas com uma escala à sua escolha e a forma como seriam distribuídas as camas e as tendas, os estudos feitos para determinarem o número de camas e de tendas e um relatório onde constasse todos os cálculos efetuados e as respostas às questões apresentadas, incluindo as dimensões das salas e das camas utilizadas. Os alunos apresentaram esquemas sem indicarem a escala utilizada e pela observação dos mesmos facilmente verifiquei que os esquemas não estavam à escala (Figura 23). Muitos dos grupos não tiveram cuidado ao elaborar os esquemas e nem sequer utilizaram réguas ou fizeram mediações. Muitos dos grupos esqueceram-se que a porta abria para dentro da sala e, portanto, era necessário deixar espaço para se puder abrir e fechar a porta (Figura 24). Eu tinha levado fitas métricas comigo e alguns alunos utilizaram-nas para medirem o espaço necessário para acomodar o movimento da porta.

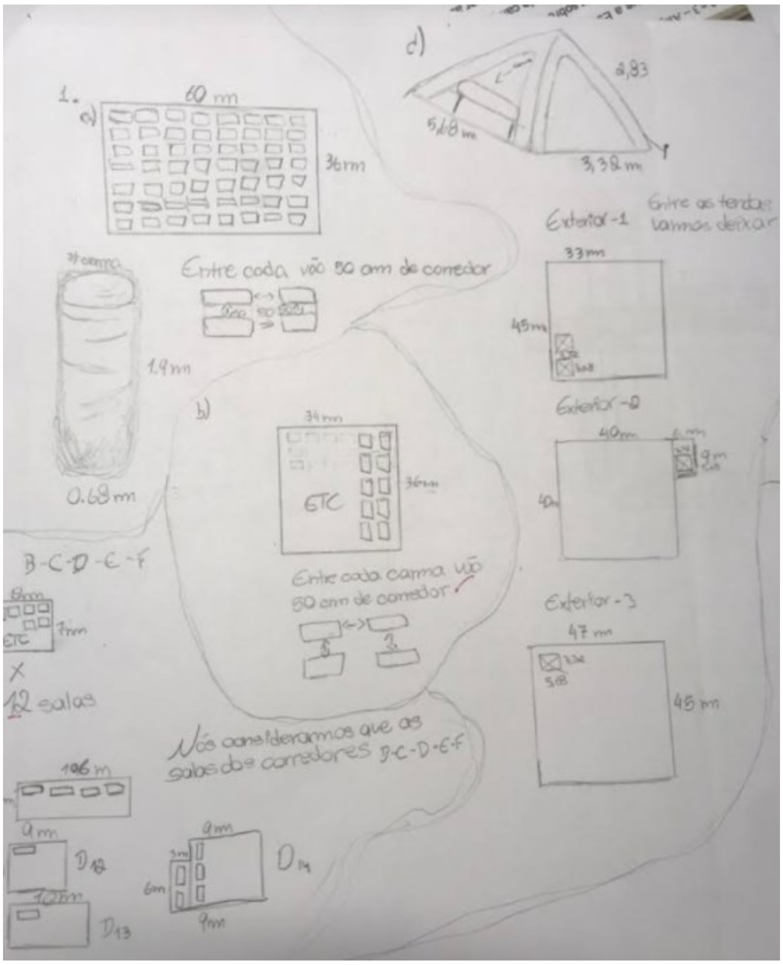


Figura 23 - Resolução de um grupo com vários esquemas que não estão à escala mostrando o raciocínio

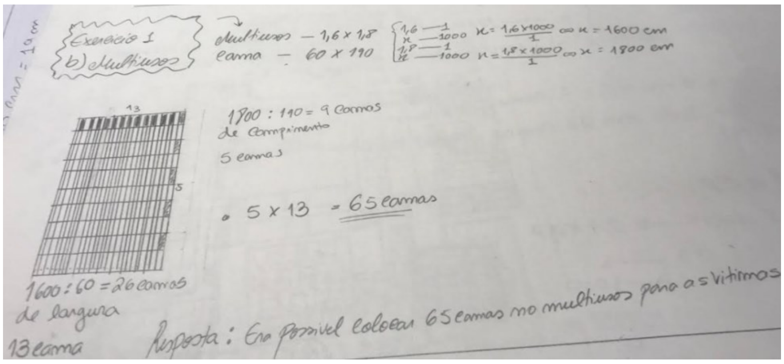


Figura 24 - Resolução de um grupo que deixou um espaço com as dimensões da cama esquecendo de deixar espaço para a abertura da porta

Relativamente ao espaço exterior, como já referi, eu forneci aos alunos as dimensões das tendas. Os alunos tiveram, portanto, que primeiro determinar quantas tendas podiam ser colocadas em cada espaço exterior (novamente os alunos tinham que permitir espaços para a circulação das pessoas). Também não podiam ocupar todos os espaços exteriores pois as pessoas precisavam de espaço de lazer e as crianças de espaços para brincar. Como eu queria saber quantas camas seria possível instalar, os alunos tinham também que planear a distribuição das camas dentro das tendas.

O outro conteúdo abordado no tema Geometria no Plano e no Espaço é Empacotamentos. Como sabemos sempre que ocorre uma catástrofe a população não afetada procede à recolha de bens, nomeadamente roupa e comida. Por isso indiquei aos alunos que os bens iam ser armazenados em caixas de cartão em salas específicas. Pedi aos alunos para determinarem quantas caixas podiam ser armazenadas em cada sala. Novamente, solicitei aos alunos que apresentassem esquemas com uma escala à sua escolha e a forma como seriam distribuídas as caixas, os estudos feitos para determinarem o número de caixas e um relatório onde constassem todos os cálculos efetuados e as respostas às questões apresentadas, incluindo as dimensões das salas. Como nas plantas não havia qualquer indicação sobre a altura das salas os alunos tiveram que as medir. Novamente surgiram os mesmos problemas que na tarefa anterior: esquemas pouco rigorosos que não estavam à escala e a não utilização de réguas para desenharem os esquemas (Figura 25).

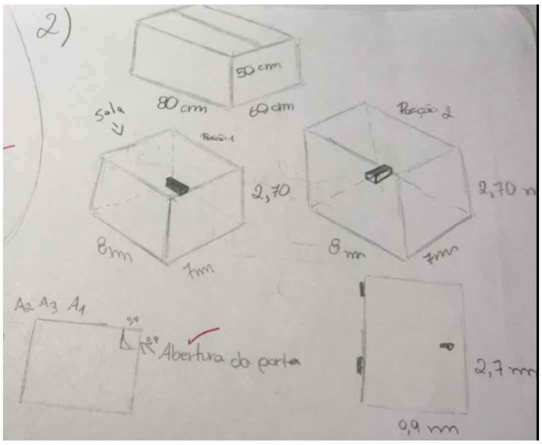


Figura 25 - Resolução de um grupo com esquemas, que não estão à escala, que estudam as suas posições

No geral os relatórios estavam fracos, sem qualquer organização, cálculos apresentados de forma desconexa e acima de tudo sem uma conclusão onde estivessem as estimativas obtidas com a pesquisa. Após a correção do trabalho debatemos em conjunto as dificuldades sentidas, as lacunas detetadas e acima de tudo como melhorar o trabalho e como elaborar um relatório. No final desta atividade houve alunos a comentarem que ainda bem que tinham feito a atividade pois deste modo verificaram que se calhar não tinham perfil para ser arquitetos. Verificaram que lhes faltava a paciência e acima de tudo o rigor. No guião tinha instruções sobre o que queria que os alunos apresentassem, no entanto se tivesse entregue uma rubrica com descrição dos níveis de desempenho teria ajudado os alunos a perceberem melhor o que era pretendido, Este foi o primeiro trabalho deste tipo que os alunos realizaram e a inexperiência era evidente. Como o trabalho foi realizado na sala de aula, eu foi monitorizando o trabalho dos alunos, dando feedback constante: dava sugestões quando os alunos se sentiam perdidos; chamava à atenção para o rigor; chamando à atenção para o espaço entre camas e a necessidade de a porta abrir e fechar. Alguns grupos ouviram o feedback e fizeram algumas alterações ao seu trabalho, outros optaram por ignorar.

Posteriormente um colega meu voltou a aplicar a tarefa com os seus alunos. No entanto em vez de cada grupo estudar todas as salas, o meu colega optou por distribuir zonas diferentes da escola por cada grupo. Pensamos que assim com menos salas para analisar os alunos teriam mais tempo e seriam mais rigorosos nos seus esquemas. No entanto, o meu colega contou-me que os alunos revelaram muitas dificuldades e que os trabalhos estavam fracos. A turma pelo o que o meu colega contou tinha um nível de desempenho mais fraco que a minha o que contribuiu para as suas dificuldades. Mais uma vez a dificuldade manifestada pelos alunos deve-se também à inexperiência na realização deste tipo de tarefas. No entanto deveremos incentivar os alunos salientando os seus pontos fortes e ajudando a melhorar nos seus pontos fracos aplicando mais tarefas deste tipo.

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e Comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; G – Bem-estar, saúde e ambiente; H – Sensibilidade estética e artística. I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Parábolas na nossa vida

No ano letivo 2019/2020 lecionei matemática no curso profissional Técnico de Multimédia e um dos módulos lecionados foi o A2 – Funções polinomiais. Um dos objetivos do módulo A2 é elaborar modelos que ilustrem situações reais. Há várias situações na vida real em que a configuração de arco da parábola está presente: na arquitetura em pontes, edifícios, etc.; na natureza em repuxos de água, arco iris, etc.; no desporto na trajetória de bolas de basquetebol, golfe, etc.

Umas das disciplinas deste curso é Audiovisuais e um dos módulos lecionado no 10º ano é Fotografia. Falei com a professora de audiovisuais e perguntei-lhe se seria possível tirar fotografias em que fosse visível a trajetória de uma bola quando lançada. A minha colega disse que sim e combinamos então que na aula em que ela estaria a trabalhar esse conteúdo com os alunos eu iria lá explicar o tipo de fotografias que precisava para a atividade da minha disciplina. Deste modo planificamos um DAC (Domínio de Autonomia Curricular) entre as disciplinas de Matemática e de Audiovisuais no qual na aula de Audiovisuais tiravam as fotografias necessárias para a atividade de Matemática.

Na aula de Audiovisuais um aluno em cima de uma cadeira lançou, de uma altura pré-estabelecida, primeiro uma bola de ténis e depois uma bola de golf. Foram feitos vários lançamentos com cada uma das bolas para termos mais oportunidades de termos uma fotografia onde podíamos ver nitidamente a trajetória da bola. A experiência correu melhor com a bola de ténis porque esta saltava mais e conseguimos várias parábolas numa única fotografia. No entanto a iluminação da sala não era a melhor e a trajetória estava pouco nítida, como podemos ver na fotografia abaixo (Figura 26), e infelizmente não as pude usar na aula de matemática.

Figura 26 - Fotografia tirada na aula de Audiovisuais na qual se vê a trajetória da bola

Como temos um aluno da turma que é praticante de capoeira experimentamos tirar fotografias ao aluno a fazer vários movimentos, a ver se conseguíamos captar alguma pose que se assemelhasse a uma parábola (Figura 27). Outra experiência que fizemos foi eu e a minha colega pegarmos cada uma numa ponta de uma corda e começarmos a rodar a corda enquanto os alunos tiravam fotografias (Figura 28).

Figura 27 - Fotografia do aluno praticante de capoeira a tentar formar um arco

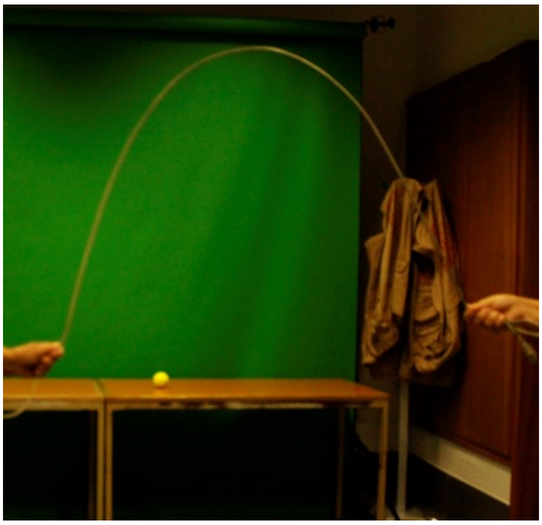


Figura 28 - Arco formado com uma corda

Para realizar a parte de matemática da atividade reservei uma sala informática. Iniciamos a aula a analisar as fotografias tiradas na aula de Audiovisuais e a identificar as parábolas nas imagens. De seguida entreguei os guiões (Apêndice 10) aos alunos onde constavam instruções claras e precisas sobre como inserir uma imagem no Geogebra e determinar o modelo que se ajustava à curva na fotografia, através da regressão quadrática. Os alunos acabaram por não utilizar as fotografias tiradas na aula de Audiovisuais e escolheram 3 imagens da internet onde podíamos identificar parábolas: uma no desporto; outra na natureza e outra na arquitetura. Os alunos trabalharam em grupos de dois. Num dos grupos um dos alunos utilizou as competências obtidas nas disciplinas técnicas e montou uma imagem a simular o aluno a dar um mortal (Figura 29). A maioria dos alunos conseguiu seguir o guião sem quaisquer dificuldades. Eu ia circulando na sala e dando assistência sempre que possível. No final da atividade os alunos enviaram as suas resoluções por email.

Figura 29 - Montagem feita por um aluno recorrendo a capacidades desenvolvidas nas disciplinas técnicas

Para trabalhar este tema das parábolas pretendia ainda utilizar uma das fotografias do lançamento da bola de ténis, na qual conseguimos ver várias parábolas para outra atividade. Queria dar os modelos que se ajustavam à curva e pedir aos alunos que com o auxílio da calculadora, determinassem em cada salto da bola qual a altura máxima atingida, entre outras questões. Infelizmente não foi possível realizar esta atividade porque os alunos tinham muitas dificuldades a matemática, muitos vinham com negativa a matemática desde o 5º ano, e também porque já não tinha aulas suficientes no módulo.

Neste mesmo ano letivo tinha duas turmas de 10º ano de Matemática A e voltei a usar a tarefa nestas turmas, mas os alunos trabalharam individualmente. Nestas turmas a atividade foi realizada quando estávamos em regime de ensino à distância devido à Covid-19. Numa aula síncrona expliquei aos alunos o que pretendia e enviei-lhes o guião. Esta tarefa nestas turmas foi contabilizada como um momento de avaliação formativa e sumativa. Durante as aulas presenciais eu tinha utilizado muito o programa Geogebra, portanto ele não era desconhecido para os alunos. Ao longo do tempo dado aos alunos para realizarem a tarefa eu ia esclarecendo as dúvidas dos alunos. À medida que os alunos iam enviando as suas resoluções eu ia dando feedback aos alunos (tudo isto através da plataforma digital Classroom). Fui dando sugestões e dando a oportunidade de os alunos melhorarem o seu trabalho. Na Figura 30 está a resolução de uma aluna. Podemos verificar que os modelos encontrados pela aluna não se ajustam às curvas presentes nas fotografias, porque a aluna ao fazer a regressão selecionou os pontos A e B que não pertenciam à parábola.

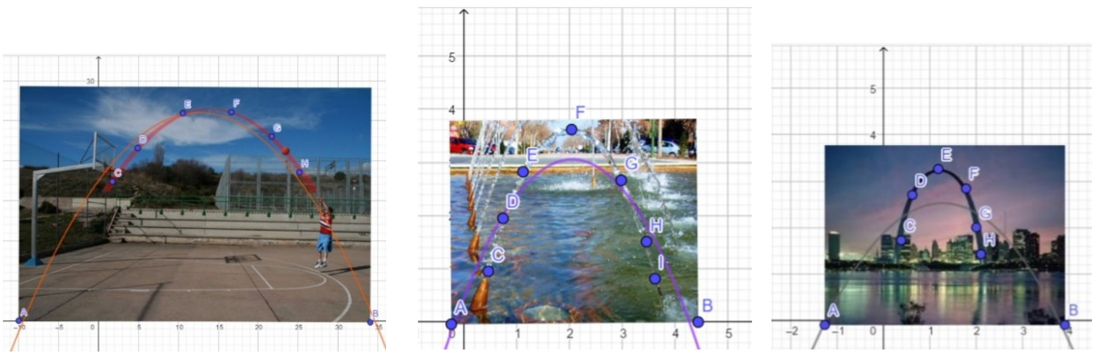


Figura 30 - Primeira resolução da aluna com erros

Depois do feedback, a aluna corrigiu o seu trabalho e reenviou-o. Podemos ver que os modelos agora encontrados já se ajustam às curvas presente nas fotografias da Figura 31.

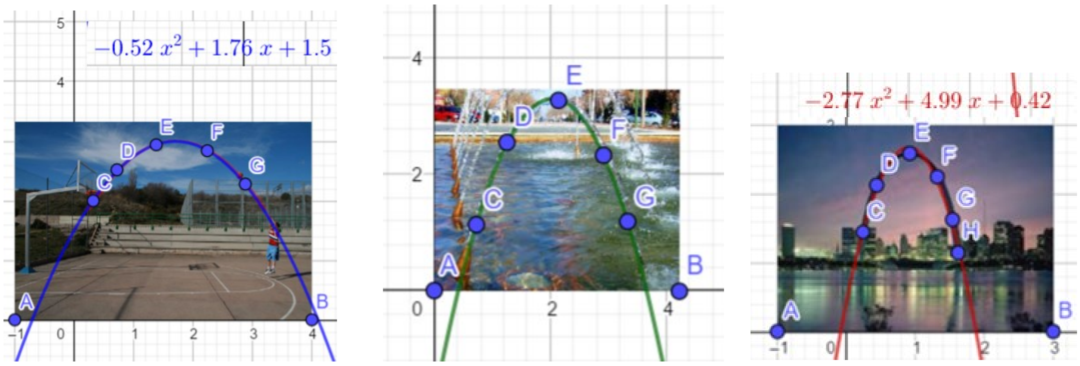


Figura 31 - Resolução da mesma aluna corrigida com base no feedback dado

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; H – Sensibilidade estética e artística; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Criptografia

Ao longo dos tempos tem havido a necessidade de os seres humanos enviarem mensagens secretas. Nesse sentido, era necessário codificar a mensagem para evitar que a mesma fosse parar às mãos erradas, no caso de intercetação. À medida que as sociedades, o conhecimento e as tecnologias vão evoluindo há necessidade de descobrir novas formas de encriptação para evitar que terceiros possam decifrar mensagens secretas. Transações na internet precisam de software de encriptação para os dados dos clientes e das empresas envolvidas. Quanto mais complexa for a forma de encriptar mais difícil será descodificar a mensagem sem o conhecimento da chave de encriptação.

A forma de encriptar mensagens mais simples é usando uma cifra de substituição. Neste método cada letra do alfabeto é substituída por outra letra, ou por um símbolo. Estas cifras são fáceis de descodificar por processos estatísticos, uma vez que mantêm a frequência de cada uma das letras.

É habitual no tema da Estatística pedirmos aos alunos um estudo estatístico, portanto optei por escolher um trabalho que mostrasse outra aplicação da estatística: a encriptação através de uma cifra de substituição. Os alunos da turma estavam divididos entres duas línguas estrangeiras: Inglês e Espanhol. Falei com as colegas que estavam a lecionar as disciplinas de Português, Inglês e Espanhol e planificamos um DAC (Domínio de Autonomia Curricular) entre estas três disciplinas e a disciplina de Matemática B.

Eu tinha em casa um livro com contos de Edgar Allan Poe, simplificados por Michael West e Roland John (1975) intitulado *Stories of Mystery and Imagination.* Um dos contos desta obra é *THE GOLD BUG.* Neste conto é descoberto um pergaminho com uma mensagem codificada e um dos personagens, Legrand, explica como podiam decifrar a mensagem. O processo que utiliza é exatamente o processo que queria que os meus alunos utilizassem: usar a frequência dos símbolos presentes no texto codificado e compará-las com a frequência das letras na respetiva língua. O excerto do conto que contém a situação acima descrita é o seguinte:

> *Legrand got up then and brought the piece of parchment from his desk. He laid it in a tin and put the tin on the fire. A few minutes later, he gave me the parchment.*
>
> *I swathe skull and cross bones, as before. I saw the kid, too. Between them I saw this message:*

```
53ZZQ305))6*A4826)4Z.)4Z)A806
*A48Q8X60))85A1Z(A:Z*8Q83(88)
5*QA46(A88*96*?A8)956*2(5*Y4)
8x8*A4069285)A)6Q8)4ZZA1(Z9A4
8081A8:8Z1A48Q85A4)485Q528806
*81(Z9A48A(88A4(Z?34A48)4ZA16
184?*Q(8Q188AZ?A
```

> *'I don't understand it at all,' I said. 'What does it mean?'*
>
> *' It isn't very difficult,' Legrand replied, 'because Captain Kidd wasn't a very clever man. After some careful study, I understood it well enough. The first question is important: in what language is the message?'*
>
> *'I decided it was in English – because of the kid, of course. A little goat is a kid only in English. Now each sign in the message stands for an English letter. And the next question is: which sign is used most often? I counted them all and made this list,'*

Legrand gave me the list, and I read:

Sign	Times used	Sign	Times used
8	34	1	8
A	22	0	6
4	18	9	5
)	15	3	4
Z	14	2	4
6	11	?	4
*	11	:	2
5	10	X	2
Q	9	Y	1
(	9	.	1

'Did this list help you very much?' I asked.

'Oh yes. If you look at any English book, you will find that some letters are used far more often than others. The letter e *is used very often indeed, but* x *and* z *are hardly used at all. So I thought that Kidd's figure* 8 *stands for the letter* e. 8 *appears thirty-four times in the message. Double* e *is also common in English, in words like meet and seen. And there are five* 88 *signs on the parchment.'*

I looked at the parchment again then, but the signs had faded. Legrand went to his desk and brought me a copy of the message. I counted the 88 *signs.*

Legrand went on: 'After that, I thought about common words. The words a *and* the *are very common in English.* The *is perhaps more common than* a*. In the message, the signs* A48*, in that order, are repeated six times.'*

'You are very clever,' I said. 'So A stands for t*, and the figure* 4 *means h.'*

'Yes. And the signs A(88 *may be the word* tree*. Towards the end of the message, we see these signs:*

A48A(88A4(Z?34A48

and so we can write:

the/tree/thr--h/the

and we can guess the word $throgh$*.'*

I said, 'So Z stands for o*,* $?$ *means* u *and* 3 *means* g *!'*

Legrand the pointed to the end of the second line of the message. 'Here we have the signs $Q83(88$*, and we know that it means* $-egree$*. This is clearly the word* $degree$*. So* Q *stands for* d*.*

'Well I continued in the same way and guessed many more words. One or two names have changed since Kidd's death, so I had to study some old maps of the coast. And his spelling was not always correct either! But at last I wrote out the message, and here it is.'

Legrand gave me another piece of paper, and I read:

'A good glass in Bessop´s Castle in the devil´s seat – forty-one degrees – north-east and by north – the main part of the tree – seventh branch on the east side – shoot from the left eye of the skull – a line from the tree through the shot fifty feet out.' (pp. 25–28)

Uma vez que o conto estava em Inglês perguntei à colega de Inglês se seria possível analisar o conto na aula. A colega disse que sim uma vez que o programa estipulava que tinha que ser analisado um conto e que podia ser um qualquer. A colega referiu que o conto podia-se encaixar no tema Comunicação uma vez que mensagens codificadas é uma forma de comunicação. Ficou combinado que a primeira tarefa da atividade seria analisar o conto *THE GOLD BUG* na aula de inglês.

Precisava de textos para contar a frequência de cada letra em cada língua. Para a disciplina de Inglês tínhamos o conto. Pedi então às colegas de Português e de Espanhol para me fornecerem textos ligados aos conteúdos que estavam a lecionar na altura. A colega de Português indicou alguns sonetos de Camões e a colega de Espanhol dois textos, um sobre uma senhora a pedir indicações e o outro sobre as dificuldades de um táxi circular nas ruas de Madrid durante uma manifestação.

Terminada a análise do conto na disciplina de Inglês visualizamos, na aula de Matemática dois episódios da série Isto é Matemática: Xiu … é segredo – Temporada 2 Episódio 11; Matemática das Letras – Temporada 9 Episódio 12. Nestes dois episódios Rogério Martins fala sobre a criptografia e a frequência das letras utilizadas na língua portuguesa.

Finalizada a visualização dos episódios apresentei aos alunos a tarefa (Apêndice 11), descrevendo o que pretendia que fizessem. Pedi aos alunos para se organizarem em grupos de três, garantido que em cada grupo houvesse pelo menos um aluno que tivesse a disciplina de Inglês e pelo menos um aluno que tivesse a disciplina de Espanhol. Apesar de não vir referido no guião da tarefa, indiquei aos alunos que podiam utilizar os seus telemóveis, computadores e qualquer aplicação que achassem adequada para realizarem o trabalho. Pretendia que os alunos procurassem uma aplicação que contabilizava a frequência de cada uma das letras do alfabeto presente nos textos. Apenas um dos grupos encontrou a tal aplicação e utilizou-a. Alguns dos outros grupos pediram aos alunos daquele grupo para lhes indicarem qual a aplicação, mas o grupo que a encontrou não lhes quis dar a informação. Poderia ter disponibilizado links para as ditas aplicações, mas pensei que os alunos desenvolveriam mais competências se fossem à procura da tecnologia necessária para desenvolver o trabalho, uma competência extremamente necessário para o futuro. Os alunos não podem estar à espera que lhes seja sempre fornecido as ferramentas necessárias para a realização de uma tarefa. A estratégia adotada por diversos grupos foi cada elemento do grupo ficar responsável pela contagem da frequência das letras de uma disciplina. Alunos de diversos grupos optaram por trabalhar em parceria, dividindo os textos em várias partes, ficando cada grupo com uma parte, e no final da contagem somavam as frequências obtidas por cada um. Os alunos acharam esta parte da tarefa extremamente entediante e como tal os grupos começaram a aldrabar os resultados, não contando as letras todas ou inclusive fazendo estimativas (mais tarde os alunos viram quais as consequências de cortar caminho). Os alunos também tiveram que contar o número de letras de cada palavra dos textos.

Finda a contagem das frequências, os alunos procederam à construção das tabelas de frequências absolutas e relativas simples para as variáveis qualitativas (frequência de cada letra do alfabeto) e das tabelas de frequências absolutas e relativas simples e acumuladas para as variáveis quantitativas (número de letras de cada palavra). Mais uma vez os alunos não utilizaram meios tecnológicos para construírem as tabelas, note-se que eu já tinha ensinado como construir tabelas de frequências na calculadora gráfica. Os alunos foram muitos desorganizados na entrega do trabalho, nenhum trabalho foi processado num computador. Os alunos demoraram tanto tempo a contar a frequência de cada letra e o número de letras de cada palavra que acabaram por não identificar as palavras mais utilizadas em cada uma das línguas, nem determinar as respetivas frequências relativas. No guião da tarefa tinha pedido aos alunos para determinarem o número médio de letras por palavra em cada língua e comparar o resultado obtido para a língua portuguesa com o resultado referido por Rogério Martins no episódio «Matemática das Letras». Os alunos determinaram o número médio, mas não compararam o valor como pedido. Pretendia que os alunos fizessem um estudo comparativo entre as três línguas, mas tal não aconteceu. As estratégias utilizadas pelos grupos não foram eficazes e os alunos acabaram por não ter tempo para realizar a atividade. Quando debatemos os resultados obtidos os alunos revelaram muitas dificuldades na interpretação e comparação dos números obtidos. Os alunos necessitavam de desenvolver o seu espírito critico.

Os trabalhos entregues pelos alunos estavam cheios de erros: frequências absolutas mal contadas; frequências relativas mal determinadas; erros de arredondamentos. A resistência dos alunos à utilização das diversas tecnologias contribui para que o trabalho fosse desmotivador e aborrecido. Nesta turma os alunos revelaram muito resistência aos primeiros trabalhos, preferiam os testes aos trabalhos. Os trabalhos requeriam muito tempo e dedicação e os alunos preferiam ter menos trabalho. Como tal as notas desta primeira parte do trabalho foram péssimas. Uma vez que o trabalho foi entregue no final do segundo período não foi possível os alunos reestruturarem o trabalho e corrigir os erros.

Iniciei o terceiro período com a segunda parte deste trabalho (Apêndice 12). Os alunos não podiam realizar a segunda parte do trabalho sem antes corrigir os erros da primeira parte, portanto reservei uma sala de informática e ensinei os alunos a utilizarem uma folha de Excel. Ensinei como construir uma tabela, determinar percentagens, somar linhas e colunas e determinar médias. A maioria dos alunos não sabia programar uma folha de Excel. Os alunos de seguida corrigiram as tabelas e médias determinadas na primeira parte do trabalho. Os grupos tinham reclamado das notas obtidas na primeira parte do trabalho, desta forma ficaram a perceber o motivo de tal classificação e verificaram que realmente não tinham sido precisos nem rigorosos quando elaboraram o primeiro trabalho. Reconheceram que a tecnologia facilitou o trabalho e teriam demorado muito menos tempo na realização da primeira parte se a tivessem utilizado. Não houve tempo para recontar a frequência de cada letra nem o número de letras de cada palavra nesta aula.

Inicialmente pretendia que os alunos utilizassem a frequência relativas de cada letra determinadas para decifrar três textos: um em português, outro em inglês e outro em espanhol. Mais uma vez os alunos demoraram mais tempo do que o previsto a corrigirem a primeira parte do trabalho (por falta de destreza na utilização da tecnologia), assim acabei apenas por lhes dar um texto em português para decifrarem.

Encontrei na internet uma página brasileira com diversos paradoxos. Escolhi três: O paradoxo do grupo no Facebook; O paradoxo do queijo; O paradoxo do anel. Uma vez que o texto estava em português do brasil reescrevi o texto trocando, por exemplo, reais por euros. De seguida troquei a letras no texto; não tive em conta os acentos uma vez que os alunos também não o tiveram aquando a contagem da frequência de cada de letra.

Desta vez os alunos utilizaram uma aplicação para contar a frequência de cada letra e construíram as tabelas de frequência do texto codificado em Excel. Quando começaram a contar e compararam a tabela de frequências que tinham obtido na primeira parte do trabalho com a tabela de frequências do novo texto, começaram a surgir as dificuldades. Na primeira parte do trabalho os alunos tinham-se fartado de contar letras e tinham aldrabado os resultados, e agora não havia correspondência entre as frequências. Uma vez que no texto surgia a palavra paradoxo várias vezes, a letra p tinha uma frequência superior à frequência habitual, tendo as restantes letras uma frequência próxima do habitual. Prevendo isto no guião do trabalho dei umas pistas sobre o texto codificado, informei que eram paradoxos e que o desenho associado a cada paradoxo era uma indicação sobre o que se tratava. Analisando as pistas e o texto codificado os alunos facilmente descobriram a letra que estava a substituir a letra p no texto codificado, e algumas palavras no título associadas ao desenho. A partir daí os alunos conseguiram descobrir a chave correta. Quando foi para descodificar o texto utilizando a chave encontrada os alunos mais uma vez tiveram preguiça, pesquisaram na internet e descobriram a página de onde tinha retirado os paradoxos. Os alunos de seguida copiaram os paradoxos selecionados da página e colaram no seu trabalho, ou sejam, não aplicaram a chave. Portanto no texto por “eles” decifrado aparecia reais em vez de euros. Deste modo letras diferentes no texto codificado correspondiam à mesma letra no texto descodificado.

Uma vez que a avaliação é contínua e os alunos na segunda parte melhoraram a primeira parte do trabalho, eu voltei a corrigir a primeira parte, agora corrigida, e a segunda parte e a nota atribuída no segundo período ao trabalho foi substituída por esta classificação final.

Quando devolvi o trabalho classificado aos alunos conversei com eles sobre o seu desempenho ao longo das duas partes do trabalho. Analisamos as diversas estratégias implementadas, as decisões tomadas e os erros cometidos. Para mim era muito importante os alunos reconhecerem onde falharam, a importância de definir estratégias e prazos de execução. A organização e o planeamento é fundamental para um trabalho bem executado. Acima de tudo queria que os alunos tomassem consciência que quando estamos a trabalhar com a estatística que é muito fácil e tentador manipular resultados, mas ao fazê-lo comprometemos o nosso estudo.

Com esta tarefa os alunos desenvolveram capacidades fundamentais que lhes serão uteis na sua vida futura. Aprenderam que cortar caminho pode poupar tempo no início, mas a longo prazo irá ter consequências desastrosas no seu desempenho e no resultado final da atividade. É importante alargar os seus conhecimentos nas tecnologias, pesquisar diferentes softwares e aplicações que facilitarão o seu trabalho e melhorarão a apresentação do mesmo. Perceberam que é preciso planear e definir estratégias. Definir objetivos e cronometrar o tempo de modo que consigam executar a tarefa dentro do tempo definido.

Talvez se tivesse dado textos mais pequenos aos alunos estes não se teriam fartado de contar as letras e, portanto, “aldrabar” os resultados. Poderia ter estipulado prazos para a conclusão das diferentes etapas do trabalho ajudando assim os alunos a gerir melhor o seu tempo. A requisição de uma sala de informática para a primeira parte do trabalho facilitaria o trabalho dos alunos e talvez o tivessem feito num processador de texto e utilizado folhas de cálculo para as tabelas. Na segunda parte do trabalho a maioria dos grupos corrigiram os erros da primeira parte percebendo onde tinham falhado. No entanto alguns grupos ainda acharam que podiam “cortar caminhos” e que eu não notaria. Uma rubrica com a discrição dos diferentes níveis de desempenho, em ambas as partes, do trabalho poderia ter ajudado. Considero que as lições adquiridas e as capacidades desenvolvidas com a análise dos seus erros foram algumas das mais valia deste trabalho.

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Diz-me a tua altura que te digo o tamanho do teu sapato

A ideia para esta tarefa surgiu através de uma conversa com a minha colega Alexandra Ferrão que tinha pedido aos alunos para percorrem a escola e perguntar a altura e o número de calçado a diversas pessoas para depois determinar o coeficiente de correlação e a reta de regressão.

Planeei a tarefa de modo que pudesse ser realizada na totalidade fora da sala de aula. Os alunos organizaram-se em grupos de três e munidos com o guião da tarefa (Apêndice 13) e a sua calculadora gráfica percorreram a escola e perguntaram a dez pessoas qual a sua altura e tamanho de sapato que calçavam. Os grupos foram percorrendo a escola e questionavam as pessoas que iam encontrando. A maioria questionou as funcionárias do bar e colegas que encontraram por lá.

Recolhidos os dados, os alunos escolheram um sítio para se sentarem e realizarem os restantes passos da tarefa. Alguns optaram pelo espaço comum da cantina outros pela esplanada. Eu ia percorrendo os vários grupos esclarecendo dúvidas e no *feedback* dava sugestões de como podiam melhorar o seu trabalho. Alguns alunos revelaram dificuldades na utilização da calculadora gráfica. As funcionárias do bar estavam admiradas por verem uma aula lecionada fora da sala de aula e adoraram ter contribuído para a aula. Informaram-me que os alunos tinham sido muito educados e cordiais ao lhes pedirem os dados.

Os grupos iam conversando entre si e comparando resultados e estranharam o facto de os coeficientes de correlação e a reta de regressão obtidos por cada grupo serem diferentes e consequentemente o valor estimado do tamanho de calçado também o ser. Esta situação levou a um ótimo debate no qual os alunos refletiram sobres as razões que conduziram a estes resultados concluindo corretamente que como os grupos tinham obtido os dados de pessoas diferentes as amostras eram diferentes e daí obterem resultados diferentes. Eu tinha pedido aos alunos para estimarem o tamanho do sapato de uma pessoa que tinha 190 cm de altura. Uma vez que uma aluna da turma media 190 cm os grupos compararam os seus resultados com o valor real, houve grupos em que a sua estimativa correspondeu outros em que não. Analisamos os coeficientes de correlação de cada uma das situações e pedi aos alunos para ponderarem sobre os resultados obtidos nomeadamente a intensidade da correlação.

De seguida os alunos tiveram que resolver dois exercícios retirados de exames da Austrália. Em ambos pedi aos alunos para determinarem o coeficiente de correlação e classificar a correlação existente quanto ao tipo e à intensidade; obter a equação da reta de regressão e utilizá-la para obter uma estimativa. No segundo exercício os alunos tinham que relacionar o valor médio da expetativa do tempo de vida (em anos) e o tempo gasto a dormir (em horas/dia). Sendo apresentados os dados de diversos animais e pedia-se para estimar o número de horas que um homem dormia por dia sabendo que o valor médio da expetativa do tempo de vida de um ser humano é 79 anos. No cálculo da estimativa os alunos obtiveram um valor negativo e a sua primeira reação foi assumirem que tinham cometido algum erro nos cálculos. Os alunos não tinham reparada no último tópico a abordar na resolução. Neste tópico questionava-se se o modelo obtido podia ser utilizado para descrever o padrão do ser humano. Esta reação dos alunos evidenciou que muitas vezes não leem as instruções com atenção e que, em vez de ponderarem sobre os valores obtidos, é-lhes muito mais fácil concluir que erraram cálculos do que analisar criticamente a estratégia utilizada, nomeadamente ponderar sobre a validade do modelo utilizado para a situação em estudo.

Com esta tarefa os alunos perceberam que temos de ter cuidado quando estamos a modelar situações do quotidiano, que existem limitações, isto é, temos de verificar o domínio de validade dos modelos para determinar se um dado modelo é adequado para ser usado na situação que se pretende estudar.

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Relógio Solar

Nada melhor para introduzir o capítulo da trigonometria do que pedir aos alunos para construírem um relógio solar. Falei com os meus colegas de Desenho e de Geometria Descritiva e eles prontamente aceitaram colaborar num DAC. A professora de Desenho enquadraria na unidade de trabalho 3 |"Processos de Análise de Formas Artificiais / Desenho de observação/ Interpretação / Rotação / Movimento / Dinamismo / Recriação / Transformação Gráfica / Invenção de formas " e o de Geometria Descritivas no estudo das sombras.

O agrupamento é constituído por três escolas: pré-escolar e 1º ciclo; 2º e 3º ciclo e secundária e decidimos que o projeto seria projetar e possivelmente construir um relógio de sol para cada escola do agrupamento. Cada grupo escolheria uma das escolas e teria que projetar um relógio de sol para a escola escolhida e construir uma maquete do mesmo. Elaborei um guião (Apêndice 14) com as instruções e a calendarização da tarefa. A professora de desenho também entregou aos alunos um documento com as orientações da unidade. Na Figura 32 está o excerto desse documento que contém as instruções para a tarefa do relógio de sol. O trabalho desenvolvido nesta tarefa seria avaliado nas disciplinas de Matemática A e de Desenho. Os alunos na aula de Geometria Descritiva estudaram as sombras e como as mesmas eram projetadas.

5- Realizar os estudos e desenhar um **relógio de sol**, segundo as orientações estéticas e matemáticas, respetivamente das professoras de desenho e matemática. Deve ser apresentado um trabalho por cada grupo de alunos formado pelas professoras. As aulas de desenho serão apenas para discutir e apresentar questões relacionadas com a concretização do trabalho, uma vez que o mesmo é para ser realizado em grupo, fora da sala de aula.
Para avaliação deve der apresentado:
-pesquisa e estudos realizados
-desenho final (técnica mista de tinta da china e lápis de cor e/ ou aguarelável)
-pequena maquete (definir escala)
-memória descritiva. (tudo a realizar no 3º período até finais do mês de maio)

Figura 32 - Excerto do documento elaborado pela professora de Desenho

Devido à realização das outras atividades, que demoraram mais tempo do que o previsto, o tempo estava a ficar escasso e precisava de cumprir o programa curricular do 10º ano. Por este motivo esta tarefa teve que ser realizada fora da sala de aula. No entanto não queria deixar os alunos desamparados. Como já referi anteriormente (pp 66) este tipo de tarefa comporta um elevado risco de os alunos se dispersarem se não tiverem um acompanhamento e orientação por parte do professor. Eu e a professora de Desenho marcávamos sessões, a seguir à aula, para esclarecer dúvidas e orientar os trabalhos dos alunos. No caso da matemática apenas três grupos compareceram mostrando-me o que estavam a fazer, permitindo-me assim acompanhar o processo: ajudando-os com a pesquisa e orientando-os na elaboração do relatório. A professora de Desenho comentou comigo que também lhe foi difícil acompanhar a construção da maquete porque os alunos não lhe mostravam o que estavam a construir nem pediam ajuda. Ela referiu que um grupo na véspera de entregar o trabalho ainda não tinha começado a construir a maquete.

No guião desta tarefa informei os alunos que o relatório de pesquisa tinha que ser realizado antes de começar a maquete, uma vez que a informação nele contido era necessária para a construção da maquete. No relatório eu pedia aos alunos para pesquisarem sobre: os diversos tipos de relógio de sol; o funcionamento dos relógios de sol; o papel do gnómon e a seu posicionamento; a relação entre o ângulo de elevação e o comprimento de uma sombra (aqui pedi para justificarem recorrendo à trigonometria); a relação entre a trigonometria e a construção do relógio de sol. Pedi ainda que os alunos incluíssem no seu relatório instruções claras e precisas para a construção do seu relógio de sol.

Na entrega dos trabalhos (relatório, desenho final, maquete e memória descritiva) eu e a professora de desenho detetámos diversos problemas. Apenas 3 grupos entregaram tudo o que lhes foi pedido, 3 grupos não entregaram o relatório de pesquisa e apenas entregaram a maquete, desenho final e a memória escrita e 1 grupo não realizou o trabalho (o tal que ainda não tinham começado a maquete na véspera da entrega). Dos grupos que não entregaram o relatório havia um grupo que pela maquete foi fácil verificar que não tinha sido feito qualquer tipo de pesquisa. A maquete deste grupo (Figura 33) consistia num prato de papel pintado de azul e com a numeração das horas igual a um relógio tradicional com um gnómon colocado na posição errada, sem terem em atenção a inclinação do mesmo. Isto é, este grupo construiu uma maquete de um relógio tradicional com um gnómon.

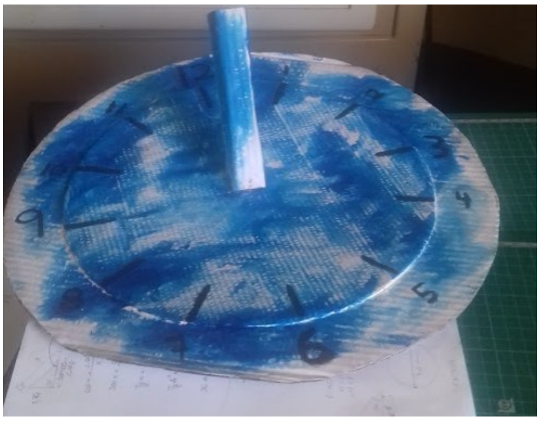


Figura 33 - Maquete do grupo que não fez pesquisa

Em dois dos grupos, apesar de não terem entregue o relátorio, foi possivel verificar que os alunos tinham feito a pesquisa pela construção das suas maquetes (Figura 34). Havia rigor na colocação do gnónom e na amplitude dos ângulos ao centro de cada sector (que fomavam o espaço entre duas horas).

Figura 34 - Maquetes dos grupos que não entregaram relatório, mas fizeram pesquisa

Nos grupos que entregaram tudo o que lhes foi pedido houve diferentes níveis de desempenho. Um dos gupos, o que pediu mais orientações e que recebeu mais feedback tanto da minha parte como da parte da professor de Desenho apresentou uma maquete (Figura 35) que nada tinha a ver com a descrição no seu relatório (Figura 36) ou com o que tinha sido descrito nas sessões de esclarecimento. Estes alunos sempre disseram que o seu relógio seria uma homenagem ao Poeta António Aleixo e portanto teria um poema dele. Quando questionados sobre a razão desta diferença um dos elementos disse que pensava que as instruções era apenas para a construção do relogio em si e que a maquete não tinha que estar de acordo. Os restantes elementos do grupo referiram que quando tentavam explicar ao seu colega que a maquete tinha que ser uma réplica do relogio em si ele não quis ouvir. Referiram ainda que o colega tinha dificuldades em aceitar as sugestões que iam dando. Este aluno já tinha revelado comportamentos semelhantes nos outros trabalhos de grupo já realizados, revelando dificuldades no relacionamento interpessoal e em trabalhar em grupo. Ao longo dos vários projetos realizados no 10º e no 11º anos fui trabalhando com o aluno, ajudando-o a ser mais cordial com os seus e colegas e recetivo às suas ideias. Gradualmente vi este aluno crescer; no final do 11º ano já trabalhava bem com os colegas em grupo. Deixou de ser agressivo ao falar com os colegas, partilhava responsabilidades e acima de tudo ouvia e aceitava as ideias dos outros.

Figura 35 - Maquete do grupo que não reflete a descrição no relatório

Depois de uma boa discussão do trabalho chegamos a um acordo com o consentimento da professora de Desenho em representar com uma maquete um relógio de sol vertical para colocar na Escola Secundária Contudo, este projeto será dedicado/dirigido ao "Poeta do Tempo" (Sr. António Aleixo).

O nosso relógio terá que estar virado a Sul para que possa apanhar o Sol de Este de manhã e de Oeste ao final da tarde, e com o bater/incidir do Sol no Gnomon irá criar uma sombra do lado oposto, em que tal irá indicar a hora mais ou menos correta. O nosso Gnomon terá a forma de um triângulo retângulo.

Figura 36 - Descrição do relógio que constava no relatório do grupo

Outro grupo entregou um relatório com instruções genéricas (Figura 37) para a construção de um relógio de sol e não com as instruções precisas para a construção do seu relógio de sol cuja maquete está na Figura 38.

<u>Instruções para a construção de um Relógio de Sol</u>

- A escola que a nosso grupo selecionou para a construção do relógio de sol foi a escola do . Agora iremos mostrar algumas instruções para a construção do Relógio:

--> É fundamental que o ponteiro (gnômon) que projeta a sombra sobre o mostrador seja posicionado de forma a ficar paralelo ao eixo de rotação da Terra;

--> É necessário um local onde esteja iluminado pelo Sol durante a maior parte do dia;

--> É importante que no hemisfério norte o gnómon aponte sempre para norte, caso contrário não é possível ler o relógio de sol;

--> Quando o sol está diretamente a sul (no hemisfério norte) ou a norte (no hemisfério sul) e a sombra aponta na direção oposta, é meio-dia;

--> Para calcular o ângulo do gnómon, é necessário conhecer a latitude da cidade onde se irá construir o relógio de sol.

Figura 37 - Instruções para a construção do relógio de sol de um grupo

Figura 38 - Maquete do grupo cujas instruções estão na Figura 37

Apenas um grupo foi diligente na sua pesquisa. Este grupo decidiu que queria construir um relógio para a escola do 1º ciclo e como os alunos tinham pesquisado que precisavam da latitude do local onde iam colocar o relógio perguntaram-me se seria possível ir à escola para escolher o local indicado e tirar as respetivas coordenadas. Organizei com a direção da escola e deslocámo-nos à escola, tendo os alunos escolhido o local e tirado as informações necessárias. Este foi o único grupo que apresentou uma descrição precisa (Figura 39) de como construir o seu relógio: indicaram a escala da maquete; o material a utilizar; as dimensões; todas as medidas necessárias, incluindo as cores com que o iam pintar.

Construção do relógio de sol (vida real)

- **Escala:** 1cm para 2cm
- **Escola:** Escola básica do Pontal
- **Construção:**
  - A base de suporte do relógio de sol tem uma forma octagonal (cor castanho escuro) com 1,40 m de diâmetro e com espessura de 6 cm em que terá sobreposto a indicação da rosa dos ventos (norte, sul, este, oeste) as letras indicadoras estarão inseridas num quadrado (imaginário) de 16 cm por 16cm de cor branca em que as mesmas quais terão um delineado preto para dar algum destaque.
  - Subindo para a outra base com um formato de sol com 8 pontas que tem 1m de diâmetro (cor dourado) também com espessura de 6cm.
  - A seguir temos os 8 pilares retangulares principais que tem 8 cm de comprimento por 6 cm de largura e com 72 cm de altura (2 vermelhos, 2 laranjas, 2 amarelos e 2 verdes pois são as cores da escola)
  - Partindo dos pilares principais vem os pilares secundários quadrangulares que estão mais centrais com 6cm de lado e com 72 cm de altura com as mesmas cores referidas anteriormente.
  - Tanto os pilares principais tanto os pilares secundários estarão em cima de uma base já referida anteriormente (base com formato de sol) mas também estará a mesma base em cima dos pilares tendo assim 2 bases em forma de sol de 8 pontas.
  - Depois desta estrutura de suporte finalmente estará o relógio de sol em que terá um mostrador (relógio) com o formato octogonal com 1 m de diâmetro (cor dourado).
  - O mostrador (relógio) estará dividido ao meio (180 graus) em que a partir dessa metade (metade de baixo) se vai indicar as horas (a partir da sombra do gnómon)
  - Nesses 180 graus vai se dividir em 12 partes em que terão 15 graus de amplitude, e depois de desenhado as divisões do relógio ira ser desenhado os números (7; 8; 9; 10; 11; 12; 1; 2; 3; 4; 5) na ponta de cada traço das divisórias.
  - Na colocação do mostrador (relógio) à base, o angulo oposto ao mostrador terá de ser a latitude do lugar (37,7 graus) e a colocação do gnómon ao mostrador vai ser de 90 graus.
  - O comprimento do gnómon do mostrador para fora (a ponta que dará a sombra da hora) é de 30 cm

Figura 39 - Instruções precisas de um grupo para a construção do seu relógio de sol

O único erro cometido por este grupo foi não testar a sua maquete (Figura 40). Quando se colocou a maquete na rua verificou-se que estava a marcar mal as horas porque os alunos tinham colocado os número ao contrário. É de salientar que a nenhum dos grupos ocorreu a idea de testar as suas maquetes para verificar se funcionavam e, em caso negativo, ser possível perceber o que teriam de mudar para que passassem a funcionar corretamente.

Figura 40 - Maquete construída de acordo com as instruções da Figura 39

Uma vez que estes alunos são de Artes é possível que nas suas futuras profissões tenham que elaborar relatórios, construir maquetes, apresentar instruções para a construção de algo (por exemplo um recipiente/embalagem para um produto). Esta tarefa foi uma pequena simulação do que lhes poderá ser pedido no futuro. Os alunos aprenderam que tinham que ser rigorosos na sua pesquisa, na elaboração dos seus relatórios, na transmissão de instruções. Na discussão do trabalho mostrei-lhes as instruções dos grupos que tinham feito o relatório e perguntei-lhes se seriam capazes de construir os relógios ali descritos. Todos concordaram que apenas conseguiam construir um dos relógios, o correspondente às instruções da Figura 39. Os alunos que não entregaram relatórios ficaram admirados com as classificações obtidas (0, 0,5 ou 0,2 valores). Expliquei-lhes que da maquete apenas avaliei o rigor matemático na construção da mesma, que correspondia a 2 valores no total de 20, e que sem o relatório não tinha como avaliar as restantes componentes do trabalho. Relembrei-os dos diversos avisos dados nas aulas para a necessidade de entregar o relatório e de ter manifestado a minha disponibilidade para os ajudar. Os alunos aprenderam que não se pode deixar para a última hora todo o trabalho porque o tempo não será suficiente e o desempenho ficará aquém das capacidades.

Mais uma vez os erros cometidos pelos alunos serviram de base para os alunos crescerem e desenvolverem capacidades fundamentais que lhes permitirão no futuro apresentar trabalhos muito mais completos e rigorosos. A atividade teria corrido muito melhor se tivesse disponibilizado algumas aulas para a realização da mesma. Assim nestas aulas os alunos seriam obrigados a trabalhar nos seus projetos e não teriam deixado tudo para o fim, ficando sem tempo.

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; H – Sensibilidade estética e artística; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

A trigonometria é o último conteúdo a ser lecionado no 10º ano. Com base na minha experiência os alunos no 10º ano não têm maturidade matemática suficiente para assimilar os conteúdos associados. Por isso, no 11º ano faço sempre um reforço ou então, o que já aconteceu em alguns anos letivos, leciono na integra este capítulo. Uma vez que no 10º ano apenas consegui rever a trigonometria do 9º ano (razões trigonométricas num triângulo retângulo) neste ano letivo tive que lecionar o capítulo da trigonometria no 11º ano. Surgiu-me então a ideia de criar uma atividade que relacionasse as funções trigonométricas à atividade do relógio de sol realizada no 10º ano.

A hora indicada no relógio de Sol é a hora solar verdadeira no local enquanto que a hora legal, usada no dia-a-dia e dada pelos relógios normais, é baseada no tempo solar médio. A equação do tempo dá-nos a diferença entre o tempo solar médio e o tempo solar verdadeiro. Como tal decidi realizar esta atividade baseda na equação do tempo.

Os alunos trabalharam em grupos de dois e foram respondendo às questões do guião apresentado (Apêndice 15). Forneci-lhes também uma tabela onde se encontravam registrados os valores do tempo universal ao meio-dia solar verdadeiro. Pedi aos alunos para obterem o modelo do tempo universal ao meio-dia solar verdadeiro para a cidade de Faro, em função do dia do ano.

De seguida dei-lhes a expressão analítica da função do tempo e pedi-lhes para, com a ajuda da calculadora gráfica, responderem a diversas questões. Numa das questões pedi aos alunos que determinassem o número de dias em que o relógio está adiantado e o número de dias em que está atrasado em relação à hora solar verdadeira. Pertendia que os alunos associassem o sinal da função com o facto de o relógio estar adiantado ou atrasado, ou seja o relógio está adiantado nos dias em que a função é positiva e atrasado nos dias em que a função é negativa. Os alunos conseguiram perceber que tinham que determinar os zeros e usá-los para contar os dias. Tiveram foi dificuldades em justificar porque razão o relógio estava adiantado quando a função era positva e atrasado quando era negativa. No enunciado eu tinha indicado que $Z(t) = Hora\ do\ relógio - Hora\ do\ relógio\ de\ Sol$, pensaria que com esta informação os alunos conseguissem fazer a conexão. No entanto os alunos apenas olharam para o gráfico e não leram atentamente a informação contida no guião, daí não terem atingido o objetivo.

Pretendia que os alunos percebessem como funcionava o relógio de sol que tinham projetado no 10º ano e o motivo da diferença no registo da hora. Verifiquei que os alunos percebiam o que tinham que fazer e que conseguiam ober os resultados corretos no entanto revelaram dificuldades na interpretação e justificação dos resultados. A tarefa foi realizada na sala de aula e durante a realização da mesma fui dando feedback e sugestões.

Com esta atividade os alunos trabalharam as seguintes competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagens e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento pessoal e autonomia; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Foram ainda realizadas as tarefas: “Afinal quanta piza comi?”; “Jardim Matemático” (Apêndice 16); “Quem é o mais veloz?” (Apêndice 17); “Covid-19 e a modelação matemática” (Apêndice 18). Por falta de tempo não foi possível apresentar a análise da realização destas atividades nesta secção, no entanto, encontram-se resumidas no quadro resumo das atividades desenvolvidas em Matemática B/Matemática dos cursos profissionais e os respetivos guiões, quando aplicável, nos apêndices acima mencionados.

Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em Matemática B e em Matemática nos cursos profissionais

Atividade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos	Ações Estratégicas de Ensino orientadas para o perfil dos alunos	Estratégias	Software / Materiais	Aspetos Positivos	Aspetos Negativos	Ligação com outras áreas curriculares
Abrigar refugiados na escola	✓ Escalas ✓ Pavimentações ✓ Empacotamentos	✓ AE9 ✓ AE11 ✓ AE13 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE26 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ G ✓ H ✓ I	✓ EST 1 ✓ EST 2 ✓ EST 4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ EST11 ✓ EST12 ✓ EST13 ✓ EST17	✓ Pedi aos alunos para se organizarem em grupos de 3 ou 4 ✓ Entreguei-lhes um guião juntamente com as plantas da escola e pedi para os alunos estimarem quantos refugiados ✓ Os alunos tiveram que fazer esquemas para explicar o seu raciocínio e os diversos estudos feitos.	✓ Guião orientador ✓ Plantas da escola	✓ Verifiquei que os alunos sabiam ler as plantas e usar a escala para determinar as dimensões reais dos diversos espaços ✓ Os alunos perceberam que era para aplicar os conceitos de pavimentações e empacotamento ✓ Esta tarefa permitiu aos alunos perceberem que existem problemas que não têm uma solução o que conseguimos é obter boas estimativas que variam de acordo com o processo e raciocínio utilizado	✓ Tinha pedi aos alunos para trazer folhas A3 de desenho, réguas e esquadros para realizarem e a maioria dos alunos não cumpriu o que levou a esquemas pouco rigorosos.	✓ Cidadania e Desenvolvimento
Parábolas na nossa vida	✓ Funções qua-	✓ AE9 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE23	✓ D ✓ E ✓ F ✓ H	✓ EST1 ✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4	✓ Os alunos trabalharam em grupos de 2 ✓ Entreguei-lhes os guiões com os comandos do Geogebra necessá-	✓ Guião orientador ✓ Geogebra	✓ Alunos muito criativos na escolha das fotografias	✓ As fotografias tiradas na aula de audiovisuais infelizmente não de-	✓ Audiovisuais

	dráti-cas ✓ Re-gres-são qua-drática	✓ AE28 ✓ AE30	✓ I	✓ EST6 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST15 ✓ EST16 ✓ EST17	rios para a elaboração da atividade ✓ Os alunos procuraram na internet 3 fotografias, uma por cada tema, os estivessem representadas parábolas ✓ Ia circulando dando apoio aos alunos que mostraram dificuldades na utilização do programa ✓ Dei feedback aos alunos indicando-lhes o que tinha feito mal e dei-lhes a oportunidade de corrigir os seus trabalhos.		✓ Maioria dos alunos pegaram no feedback dado e reformularam, melhorando o seu trabalho AE	ram para ser utilizadas na atividade	
Criptografia	✓ Estatística	✓ AE9 ✓ AE12 ✓ AE14 ✓ AE15 ✓ AE17 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE31	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ EST1 ✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST6 ✓ EST8 ✓ EST9 ✓ EST10 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST14 ✓ EST15 ✓ EST17	**1ª Parte** ✓ Os alunos na aula de inglês analisarem o conto "The Golden Bug" que incluía uma explicação do processo de decodificação que queria que os alunos utilizassem; ✓ Visualização de dois episódios da sério Isto é Matemática sobre criptografia ✓ Entreguei guiões aos alunos e excertos de textos em espanhol ✓ Os alunos contaram o número de vezes que aparecia cada letra do alfabeto nos testes de português, inglês e espanhol ✓ Os alunos em cada um dos textos das diversas línguas contabilizaram o número de letras por palavra ✓ Os alunos elaboram as diversas tabelas de frequência e determinaram as médias das variáveis quantitativas **2ª Parte** ✓ Os alunos corrigiram os erros cometidos na 1ª parte ✓ Os alunos contaram o número de vezes que aparecia cada letra do alfabeto do texto codificado ✓ Comparando a tabela de frequências do texto português com a tabela do texto codificado os alu-	✓ Conto "The Golden Bug" ✓ Sonetos do manual selecionados pela professora de português ✓ Textos disponibilizados pela professora de Espanhol ✓ de Excel; ✓ Calculadora gráfica	✓ Os alunos viram outra aplicação da estatística ✓ Os alunos aprenderam a programar uma folha de Excel	✓ Os alunos não utilizaram a tecnologia tanto quanto queria ✓ Os alunos descobriram facilmente o texto codificado na internet desvirtuando o que pretendia	✓ Português ✓ Inglês ✓ Espanhol

					nos procederam à descodificação do texto				
Diz-me a tua altura que te digo o tamanho do teu sapato.	✓ Regressão linear	✓ AE9 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE13 ✓ AE20 ✓ AE21 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ EST1 ✓ EST2 ✓ EST4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ EST10 ✓ EST11 ✓ EST14 ✓ EST15	✓ Os alunos fornecidos de um guião percorreram a escola pedindo a altura e o também do sapato a várias pessoas ✓ Os alunos com os dados recolhidos encontraram a equação da reta de regressão e determinaram o coeficiente de correlação ✓ Os alunos utilizaram o modelo obtido para estimar o número do calçado dado a altura ✓ Resolveram ainda mais dois exercícios onde determinaram o coeficiente de correlação, a equação da reta de regressão e utilizaram-na para estimar valores ✓ Pedi ainda para analisar os resultados obtidos com o objetivo de concluírem que existe limitações para a aplicação dos modelos	✓ Guião da tarefa ✓ Calculadora gráfica	✓ Os alunos terem que comunicar com diversas pessoas pedi-lhes os dados necessários. ✓ Os alunos perceberem que obtemos resultados diferentes com amostras diferentes ✓ Reconhecer que existe limitações na no modelos obtidos		
Relógio de Sol	✓ Razões trigonométricas num triângulo retângulo ✓ Funções trigonométricas	✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE33 ✓ AE34 ✓ AE35	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ H ✓ I	✓ EST1 ✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ EST9 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST16 ✓ EST17	✓ Os alunos tiveram que realizar uma pesquisa sobre o funcionamento e construção de um relógio de sol ✓ Os alunos tiveram que construir uma maquete do seu relógio de sol e fornecer instruções precisas para a construção do mesmo ✓ Na tarefa E ainda o relógio de sol os alunos trabalharam com dados do observatório astronómico de Lisboa para obter um modelo ✓ Dei-lhe a expressão da equação do tempo e pedi aos alunos para o interpretar e responder a diversas questões com a ajuda da calculadora gráfica	✓ Guiões das diversas disciplinas ✓ Calculadora gráfica	✓ A tarefa O relógio solar proporcionou aos alunos uma experiência rica na qual desenvolver capacidades uteis em diversas profissões ligadas à sua área ✓ Com a tarefa E ainda o relógio de sol os alunos ficaram a perceber como funciona o relógio solar e a razão pela qual as horas que marca são diferentes dos relógios ✓ Trabalharam com tabelas de dados nas quais necessi-	✓ Devido á necessidade de cumprir programa não foi possível realizar a tarefa na sala de aula ✓ Alguns dos grupos não fizeram a pesquisa necessária e/ou entregam os relatórios de pesquisa ✓ Pouco rigor nas construções das maquetes ✓ Alunos não testaram as suas maquetes	✓ Desenho ✓ Geometria Descritiva

							taram de converter dados ✓ Interpretação da equação do tempo e utilizá-la determinar em que dias o relógio estará adiantado/atrasado.			
Afinal quanta piza comi?	✓ Radianos	✓ AE10 ✓ AE23 ✓ AE29	✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ I	✓ EST2 ✓ EST11 ✓ EST13	✓ Recolhi dinheiro dos alunos para comprar as pizas que levei para a aula que estava colada à hora de almoço, as pizas estavam por cortar ✓ Na aula anterior os alunos tinham chegado à definição de radiano com a ajuda de circunferências e fio (para conseguirem medir um arco com comprimento igual ao raio) ✓ Com a ajuda dos alunos dividimos as diversas pizas: em 6 fatias, 8 fatias e 12 fatias ✓ Pedi aos alunos para registrarem quantas fatias de cada tipo tinham comido ✓ Depois de almorçarmos escrevemos, em radianos, a amplitude dos diversos setores circulares (fatias) ✓ Os alunos acabaram por não registar quantas e que tipo de fatias tinham comido, portanto simulei diversas situações comparando as amplitudes em radianos para ver quanto é que tinham comido ✓ No final coloquei uma amplitude superior a 2π e perguntei se era possível, inicialmente os alunos disseram que não mas depois aperceberam-se que a pessoa em questão teria comida mais do que piza.	✓ Pizas ✓ Cortar de pizas	✓ Os alunos adoraram a atividade ✓ Associar um conceito complexo como o radiano a uma coisa do seu dia a dia facilitou a aprendizagem ✓ Os alunos facilmente perceberam que $\frac{5\pi}{4}$ representava uma piza que tinha sido cortada em 8 fatias das quais tinham sido comidas 5.			

Jardim Matemático	✓ Coordenadas polares	✓ AE10 ✓ AE12 ✓ AE22 ✓ AE27 ✓ AE28	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ H ✓ I	✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST15 ✓ EST16	✓ Os alunos nunca tinham trabalhado com coordenadas polares antes desta tarefa ✓ Os alunos trabalharam em grupos de dois ✓ Forneci aos alunos um guião com: um exemplo de um jardim matemático, um resumo teórico das coordenadas polares, instruções claras do que pretendia bem como os comandos necessários para o Geogebra; Exemplos de diversas funções polares e os respetivos gráfico ✓ A atividade tinha duas partes: um relatório onde estudavam os diversos parâmetros da função cujo gráfico é uma "flor" e qual a sua influência no desenho da flor; na segunda parte tinham que criar um jardim matemático explorando as diversas funções dadas nos exemplos e para investigarem como ficaria os gráficos se multiplicava ou somava duas ✓ Na turma de artes requisitei uma sala com computadores onde os alunos resolveram a atividade e foi dando apoio aos alunos quando sentiram dificuldades na utilização do Geogebra ✓ Na turma de multimédia a atividade foi realizado durante o ensino à distância. Mesmo com guião os alunos tiveram dificuldade na utilização do Geogebra por isso filmei um vídeo onde exemplificava os diversos comandos	✓ Guião ✓ Geogebra ✓ Computadores	✓ Os alunos, principalmente os de artes foram extremamente criativos ✓ Os alunos de artes conseguiram na maioria chegar às conclusões pretendidas ✓ Os alunos experimentaram e investigaram as diferentes funções operando com as mesmas	✓ Na turma de multimédia poucos alunos entregaram o trabalho e os que entregaram revelaram algumas dificuldades no relatório.	
Quem é o mais veloz	✓ Taxa média de variação	✓ AE 10 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE29 ✓ AE36	✓ A ✓ B ✓ D ✓ R ✓ F ✓ I ✓ J	✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST6 ✓ EST9 ✓ EST11 ✓ EST13	✓ Levei carros de brincar com diferentes formatos e construídos de materiais diferente e fitas métricas ✓ Entreguei um guião a cada aluno ✓ No guião estava instruções precisas sobre como deveria percorrer	✓ Guião ✓ Carros de brincar ✓ Fita métrica ✓ Cronometro	✓ Uma forma divertida de recolher dados ✓ Os alunos empenhados na tarefa e rigorosos na recolha de dados		✓ Física e Química ✓ Educação Física

				✓ EST17	os dados necessários para preencher a tabela para de seguida determinar e de seguida calcular a velocidade média e comparar as velocidades ✓ Pedi ainda para usarem superfícies diferentes: lisa, porosa, etc e comparar as velocidades ✓ Na última tarefa pedi aos alunos para definir uma atividade física: correr, saltar etc. com uma distância fixa e descobrir quem era o mais veloz do grupo				
Covid-19 e a modelação matemática	✓ Modelo exponencial ✓ Regressão logística e regressão logística	✓ AE9 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE14 ✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE37 ✓ AE38	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ G ✓ I	✓ EST1 ✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST4 ✓ EST5 ✓ EST6 ✓ EST7 ✓ EST9 ✓ EST11 ✓ EST13 ✓ EST15 ✓ EST16 ✓ EST17	✓ A tarefa foi realizada quando os alunos regressaram às aulas apos um período de ensino à distância ✓ Dei um guião com instruções precisas do que era pretendido ✓ O guião tinha um link para um site que continha dados sobre o covid-19: número de infetados em cada dia, número total de infetados, número de óbitos em cada dia, número total de óbitos por dia ✓ Os alunos tiveram uma aula para ir realizando o trabalho acabando o resto em casa ✓ Os alunos selecionaram aleatoriamente 20 dias para recolher dados de Portugal e de outro país (cada grupo trabalhou um país diferente) ✓ Os alunos tiveram que justificar porque o modelo exponencial não servia para modelar as diversas situações ✓ Pedi para modelarem quais as diversas situações com recurso aos modelos logarítmicos e logísticos e perguntei-lhes qual se ajustava melhor (em aulas anteriores já tinham estudado os diferentes modelos, tinha também aproveitado para relembrar o que representava o valor de r e aproveitei	✓ Guião ✓ Acesso à internet	✓ Os alunos trabalharam dados atuais de uma situação que estava a afetar o mudo ✓ Compreenderam melhor o que se estava a passar e rapidez com que o vírus se espalhava ✓ Alguns modelos de calculadora davam erro quando os alunos tentavam obter o modelo pela regressão, levando-os a compreender que há limitações no software utilizamos e temos que experimentar outros mais eficazes ✓ Aprenderam a obter regressões no Geogebra ✓ Na recolha dos dados os alunos selecionaram o dia zero e depois não percebiam		✓ Biologia ✓ Cidadania e desenvolvimento

					para explicar o que representava o valor de r^2 ✓ Pedi aos alunos para entregarem um relatório com os modelos obtidos, os respetivos gráficos e as conclusões		porque não conseguiam obter o modelo logaritmo, o que me permitiu lembrar-lhe o domínio da função logarítmica e a importância da recolha correta dos dados ✓ Alguns alunos selecionaram dias em que não houve mortes e não percebiam porque dava o modelo y=0, quando criam calcular o modelo logístico, voltei a explicar o modelo logístico e as respetivas assintotas.		

Trabalho desenvolvido com os alunos de Matemática A

Descobrindo as Ciências com o Geocaching

Esta tarefa foi organizada e elaborada em conjunto com dois colegas: Cristina Neves de Biologia e Geologia e Eugénio Tiago de Física e Química para a ação de formação "Cenários de Aprendizagem Inovadores". No início da formação os formandos foram divididos em grupos de trabalho constituídos por três professores, um de Biologia e Geologia, um de Física e Química e um de Matemática (de preferência com uma turma em comum para podermos desenvolver um trabalho focando a interdisciplinaridade e cenários de aprendizagem inovadores). Lembrei-me que uma das queixas dos alunos era não verem a aplicabilidade dos conteúdos lecionados no seu quotidiano. Deste modo procurámos introduzir situações do seu quotidiano que necessitariam dos conteúdos lecionados. Os alunos queixavam-se muito de estarem sempre trancados dentro de uma sala de aula e assim surgiu a ideia de desenvolver uma atividade para o exterior.

Tivemos a ideia de simular o *geocaching*, um jogo que consiste em encontrar "caches" (pequenas caixas escondidas, fechadas e à prova de água, que contêm um livro de registro e alguns objetos, como canetas, afia-lápis, moedas ou bonecos para troca) escondidas em diversos locais. Os donos das "caches" publicam a descrição da sua "cache" na página do jogo www.geocaching.com. Nesta descrição o dono publica as coordenadas do local onde a "cache" está escondida ou então publica um enigma cuja solução dará as coordenadas do local. Na nossa versão do jogo os enigmas seriam problemas matemáticos cujas soluções dariam as coordenadas das várias etapas a percorrer. Como eramos três professores decidimos dividir a turma em três grupos e criar três percursos diferentes, um para cada grupo (Figura 41). Para cada grupo criamos cinco páginas na internet, uma para cada etapa do percurso (Apêndice 21). Nestas páginas os alunos tinham acesso a instruções, alguma informação necessária para a tarefa: mapas e "QR codes" com acesso a "PDF´s" com os conteúdos a serem explorados no local.

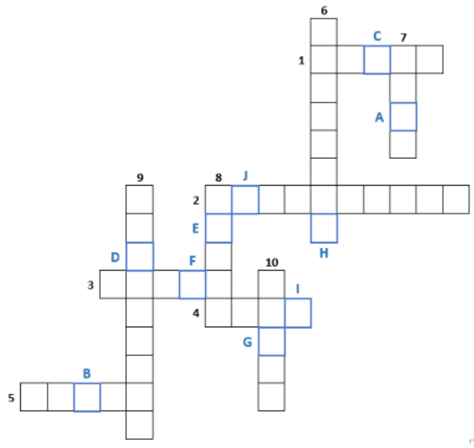
Figura 41 - Mapa com os três percursos e as respetivas etapas

Uma semana antes da data da atividade foi entregue aos alunos um documento informativo (Apêndice 19). Neste documento estava explicada a tarefa e eram dadas instruções sobre o material necessário para a atividade, estavam também indicadas as aplicações ("QR code reader"; Mapa Coordenadas e FITAPP) que os alunos precisavam de instalar no telemóvel para conseguirem realizar a atividade. O "QR code reader" para aceder às páginas da internet com as instruções e formulários, "Mapa coordenadas" para descobrir o local da próxima etapa (depois de terem determinado as respetivas coordenadas) e ainda FITAPP que lhes permitiu determinar a distância percorrida entre cada etapa e o tempo que levaram a percorrer essa distância, para mais tarde utilizarem esses dados para determinar taxas médias de variação e definir o conceito.

A primeira etapa foi na cantina da escola, os alunos receberam um documento com o primeiro "QR code" (Apêndice 20) que os iria dirigir à primeira página e o primeiro enigma "números cruzados" que os levaria ao primeiro local (Figura 42). As pistas horizontais e verticais eram perguntas sobre diversos conteúdos matemáticos: trigonometria; geometria; sucessões e limites, inventadas por mim ou adaptadas de manuais e exames nacionais da Austrália e Canadá. Depois de terem completado o enigma números cruzados os alunos obtinham as coordenadas do próximo local e depois de as introduzir na aplicação descobriam para onde tinham que se deslocar (Figura 43).

Utilizem o vosso smartphone para o ler o QR code.

Resolvam o enigma **Números Cruzados** de modo a descobrirem as coordenadas da próxima etapa.



N 37º AB,CDE'
N 37º _ _, _ _ _
W 008º FG,HIJ'
W 008º _ _, _ _ _

Atenção: Na aplicação Mapa Coordenada escolham a opção satélite e quando forem introduzir as coordenadas escolham a opção graus e minutos

Boa aventura

Figura 42 - O enigma Número Cruzados que os alunos tiveram que resolver de modo a obterem as coordenadas da etapa seguinte

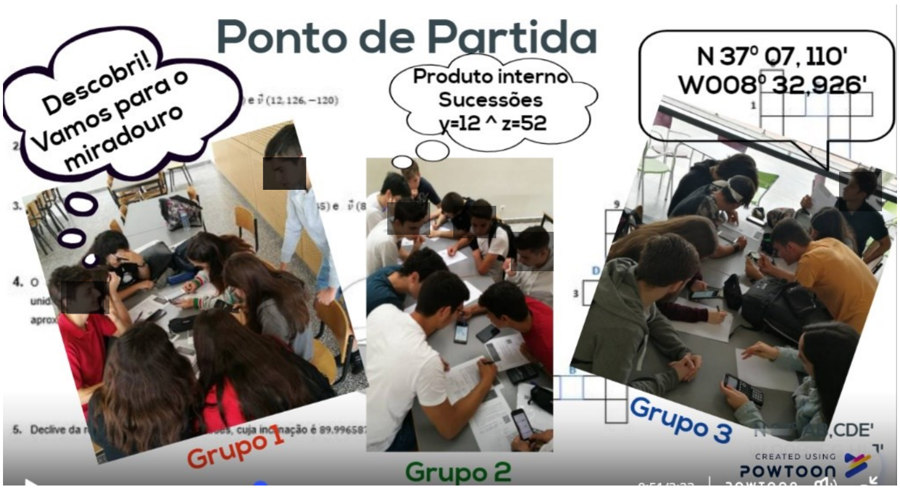


Figura 43 - Os três grupos na cantina a resolverem o enigma Números Cruzados, descobrindo as coordenadas e o local da próxima etapa

Chegados ao local os alunos acediam à página dessa etapa através do "QR code" (Figura 44). Estas páginas continham informação sobre o local e vários questionários que os alunos tinham que responder. Em cada local tinham que observar o local e responder às questões. No caso de Biologia e Geologia: corais, falhas algares, etc. No caso de Física e Química sobre o pH e as ondas e no caso da Matemática procurei usar objetos nos locais para criar as tarefas e os enigmas ou adaptar exercícios/problemas de manuais e exames nacionais da Austrália e Canadá de preferência ligados à praia.

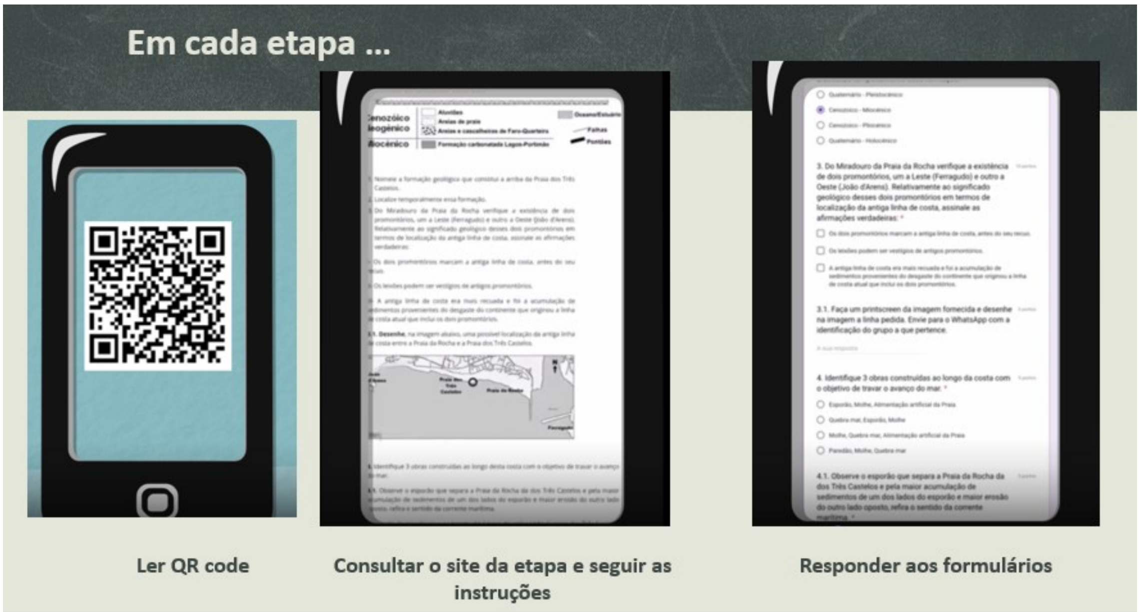


Figura 44 - Lendo o "QR code" com o telemóvel e acedendo a página da etapa

Num dos locais havia um placard (Figura 45) que alertava para o perigo das derrocadas e pedi aos alunos para determinarem o ângulo de elevação da zona vermelha e da zona amarela.

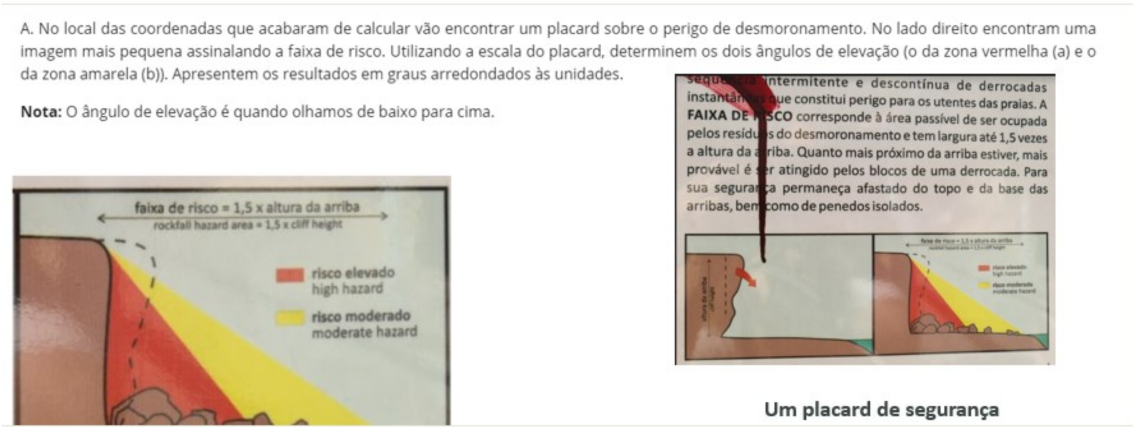


Figura 45 - Placard situado num dos locais que serviu de inspiração para uma questão

Noutro local existia uma rocha com uma superfície plana, pedi para definirem a equação do plano que continha a face superior da rocha (Figura 46). Os alunos adoraram esta tarefa. Para eles a geometria era algo abstrato e sem grande aplicabilidade nas suas vidas. Com esta tarefa viram que para definirem o plano que continha a face era necessário determinar coordenadas de pontos e de vetores. Os alunos tiveram que se organizar e descobrir como é que poderiam obter as coordenadas necessárias para definir o tal plano (Figura 46). Usar o palmo ou pé para medirem as várias distâncias. Na Figura

46 estão algumas das respostas dos alunos como podemos ver há erros na resolução, os alunos não tiveram em conta a inclinação do plano.

Figura 46 - Montagem de fotos mostrando: a face da pedra contida no plano; alunos a recolherem dados; duas resoluções

Pesquisei ainda na internet a tabela das marés para o dia e local da atividade. Com base nesses dados modelei a função que descrevia as marés e pedi aos alunos para determinar a altura da maré alta e da maré baixa.

No final da página de cada local os alunos tinham que resolver um enigma matemático para descobrirem o próximo local. Para cada etapa criamos questionários no Google Forms. Os alunos preenchiam os questionários e tinham acesso de imediato à sua pontuação e às respostas corretas. Assim no caso da matemática, caso os alunos errassem as questões tinham acesso à reposta correta e como tal conseguiram determinar corretamente as próximas coordenadas. Eu criei três números cruzados diferentes, um para cada grupo. Criamos ainda três documentos com o primeiro “QR code” e ainda 47 questionários. A tarefa foi um sucesso. A organização, planeamento e criação de documentos foi árdua, mas no dia da atividade o nosso papel foi apenas o de acompanhar os alunos, que foram seguindo as instruções resolvendo os enigmas, discutindo ideias, enviando respostas e descobrindo sozinhos os vários locais. Estiveram sempre animados, entusiasmados e não deram pelo tempo passar. No meio de tanto material criado houve uma ou outra pequena falha, mas nada que impedisse a realização da mesma. À tarde alguns dos alunos tiveram Geometria Descritiva, a professora da disciplina contou-me que eles falaram com entusiasmo sobre a tarefa e inclusive deram exemplos de como a disciplina de Geometria Descritiva poderia ter participado. A reação dos alunos compensou todas as horas de trabalho investidas. Os alunos referiram que nunca tinha uma manhã de aulas passado tão depressa. Com esta atividade os alunos trabalharam várias competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento e autonomia; G – Bem-estar, saúde e ambiente; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Classifiquei as respostas dos questionários e obtive mais um momento de avaliação sumativo.

Vídeos tutoriais

Este projeto foi sugerido por alguns alunos meus do 12º ano. Estávamos a conversar sobre métodos de estudos e o tipo de informação disponível na internet. Eles referiram que costumavam estudar para as várias disciplinas por vídeos tutoriais no *Youtube*. No entanto a maioria dos vídeos disponíveis são feitos por brasileiros havendo pouca oferta em português de Portugal. Os alunos sugeriam que seria interessante desenvolverem um trabalho de grupo no qual eles iriam criar vídeos tutoriais sobre os diversos conteúdos abrangidos no programa de Matemática A. Adorei a ideia e pensei como seria ótimo alargar o projeto aos restantes anos e também às disciplinas de Matemática B e MACS.

Como neste ano letivo tinha duas turmas de 12 º ano dividi os conteúdos pelos diversos grupos. Criei um guião com as instruções e os critérios de classificação (Apêndice 22). Cada grupo teve total liberdade para criar o seu vídeo. Depois de completos corrigi o trabalho dos alunos e dei-lhes sugestões de melhoramento. Depois de corrigidos o objetivo era criar uma página na internet e colocar lá os vídeos. No ano letivo seguinte falei com os meus colegas da área técnica do curso profissional técnico de multimédia para averiguar se seria possível a turma construir a respetiva página. Os meus colegas concordaram referindo que apenas seria possível no 3º período. Infelizmente não se realizou este projeto devido à Covid-19 e o Ensino à Distância.

No mesmo ano letivo que lecionei a turma de multimédia tinha duas turmas de 10º ano de Matemática A. Voltei a aplicar a tarefa com estes alunos com a mesma estratégia que usei com os alunos de 12 º ano. Criei um guião (Apêndice 23) e uma vez que os alunos se encontravam em regime de ensino à distância um documento (Apêndice 24) com a lista de temas. Cada grupo escolhia o tema e uma vez escolhido mais nenhum grupo dessa turma o podia escolher. Desta vez apresentei uma rubrica (Apêndice 25) aos alunos com a descrição dos diferentes níveis de desempenho. Os critérios de classificação também foram diferentes porque neste ano letivo estávamos a avaliar por competências. Na rubrica aparecia quais as categorias/elementos avaliados em cada competência e a respetiva cotação. Durante a elaboração do trabalho ia dando feedback aos alunos que o solicitavam à medida que os alunos me iam enviando excertos dos seus vídeos. Muitos dos alunos pegaram no feedback e utilizaram-no para corrigir e melhorar o seu trabalho, outros grupos optaram por o ignorar. Houve grupos em que apenas vi os trabalhos no dia da entrega.

No dia da entrega dos trabalhos criei um formulário de autoavaliação no Google Forms e pedi a cada elemento que fizesse a sua autoavaliação do trabalho desenvolvido, avaliando-se em todos os elementos da rubrica. Na autoavaliação aconteceu uma situação caricata. Num dos grupos um dos elementos do grupo não realizou o trabalho, no entanto fez a autoavaliação, atribuindo-se bom na maioria dos parâmetros. Eu tinha dado instruções que no vídeo todos os elementos do grupo tinham que falar. Ao visualizar o vídeo verifiquei que no vídeo todo apenas ouvíamos uma única voz que era da aluna que me tinha enviado o vídeo. Questionei então a aluna que realizou o trabalho sobre como tinha corrido o trabalho e qual tinha sido a participação de cada elemento. A aluna referiu que a colega não tinha contribuído para o trabalho, tendo este sido elaborado por ela na íntegra. Quando confrontada com a situação a aluna reconheceu que não tinha feito o trabalho e que deveria ter sido honesta aquando da autoavaliação. A aluna pediu desculpas garantindo que não voltava a acontecer. Penso que esta aluna terá aprendido a lição e amadurecido o que levou a um desenvolvimento pessoal da aluna (uma das competências do Perfil).

Com esta atividade os alunos trabalharam várias competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória: A – Linguagem e textos; B – Informação e comunicação; C – Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e criativo; E – Relacionamento interpessoal; F – Desenvolvimento e autonomia; H – Sensibilidade estética e artística; I – Saber científico, técnico e tecnológico.

Foram ainda realizadas as atividades: “AFTER THE DARK – A Matemática presente no filme?” (Apêndice 26); “As formas escondidas nos minerais” (Apêndice 27). Por falta de tempo não foi possível apresentar a análise da realização destas atividades nesta secção, no entanto, encontram-se resumidas no quadro resumo das atividades desenvolvidas em Matemática A e os respetivos guiões nos apêndices acima mencionados.

Resumo das atividades / projetos desenvolvidos em Matemática A

Atividade	Conteúdos	Aprendizagens Essenciais	Áreas de Competências do Perfil dos Alunos	Ações Estratégicas de Ensino orientadas para o perfil dos alunos	Estratégias	Software / Materiais	Aspetos Positivos	Aspetos Negativos	Ligação com outras áreas curriculares
Descobrindo as Ciências com o Geocaching	✓ Trigonometria ✓ Geometria ✓ Sucessões ✓ Limites	✓ AE9 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE33 ✓ AE34	✓ B ✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ G ✓ I ✓ J	✓Est1 ✓Est2 ✓Est3 ✓Est4 ✓Est9 ✓Est11 ✓Est12 ✓Est15 ✓Est17	✓ Trabalho colaborativo com os meus colegas ✓ Trabalho de campo para recolha de informação para a elaboração dos documentos e páginas da internet para a atividade ✓ Criar um jogo baseado no "Geocaching" onde os alunos resolviam enigmas matemáticos para descobrirem as coordenadas dos locais das várias etapas, em cada etapa os alunos analisavam o local e respondiam a perguntas de Biologia e Geologia, Física e Química e Matemática ✓ Numa das etapas havia um placard e utilizei o placard para definir uma atividade ✓ Noutro local havia uma rocha e pedi aos alunos para definirem o plano que continha a face superior através de uma condição. ✓ Consultei a tabela das marés do dia da atividade e obtive o modelo que descreve a altura das marés no dia da atividade e pedia aos alunos para determinarem a altura das maré alta e baixa do dia da atividade	✓ Telefone com as seguintes aplicações: - Mapa coordenadas - Leitor de códigos de QR - FitApp ✓ Guião ✓ Documento inicial ✓ Páginas de internet ✓ Formulários do Google	✓ Atividade no exterior ✓ No dia da atividade os professores apenas acompanhar os alunos, os alunos fizeram tudo sozinhos ✓ Interdisciplinaridade ✓ Aplicação dos conteúdos no quotidiano		• Biologia e Geologia • Física e Química
Vídeos Tutoriais	✓ Probabilidades ✓ Progressões ✓ Equação cartesiana do plano	✓ AE9 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE12	✓ A ✓ B ✓ D ✓ E	✓Est1 ✓Est2 ✓Est3 ✓Est4	✓ Criei uma lista de temas a serem elaborados e cada grupo escolheu o seu tema, os alunos podiam optar por outros temas	✓ Guião orientador da tarefa	✓ Atividade permitiu aos alunos desenvol-		•Biologia e Geologia • Física e Química

	✓ Continuidade ✓ Assíntotas ✓ Teorema de Bolzano ✓ Reta tangente ✓ 1ª derivada e a monotonia ✓ 2ª derivada e as concavidades	✓ AE22 ✓ AE23 ✓ AE25 ✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30 ✓ AE33	✓ F ✓ H ✓ I	✓Est9 ✓Est11 ✓Est12 ✓Est15	mas primeiro eu tinha que dar o aval; ✓ Os alunos criaram um vídeo tutorial onde definiam os conceitos, apresentavam exemplos e exercícios resolvidos. ✓ Foi deixado ao critério do aluno a escolha da ferramenta a utilizar na criação dos vídeos ✓ Foi dada total liberdade criatividade aos alunos	✓ Software de gravação de vídeos como por exemplo o Powtoon ✓ Rubrica com descrição dos níveis de desempenho	ver várias competências entre as quais criatividade; comunicação; autonomia ✓ A turma ficou com uma coleção de vídeo que lhes foi uma ferramenta extremamente útil para rever conteúdos para os exames; ✓ Ao longo do processo os alunos iam-me mostrando o que tinham desenvolvido e assim fui dando feedback permitindo aos alunos corrigir os erros e melhorar os seus vídeos.		•Pode abranger qualquer disciplina
After the Dark – A Matemát-	✓ Noção de infinito ✓ Paradoxo ✓ Funções	✓ AE4 ✓ AE10 ✓ AE11 ✓ AE22 ✓ AE23	✓ A ✓ B ✓ C ✓ D	✓ Est1 ✓ Est2 ✓ Est5 ✓ Est6 ✓ Est9	✓ Visualização do filme “After the Dark” na aula de Filosofia ✓ Elaboração de um guião os alunos exploraram o conceito de paradoxo e de infinito	✓ O filme “After the Dark” ✓ Guião para a re-	✓ Permitiu desenvolver as capacidades	✓ Devido ao fecho das escolas devido à	• Filosofia

ica presente no filme		✓ AE27 ✓ AE28 ✓ AE29 ✓ AE30	✓ E ✓ F ✓ H ✓ I	✓ Est11 ✓ Est13 ✓	✓ No final do 2º período ou início do 3º período era suposto os alunos explorarem modelos matemáticos de situações retratadas no filme tais como: o consumo de oxigénio; alcance de uma nuvem de radioatividade.	solução da tarefa a pares ✓ Smartphones para pesquisar na Internet	de comunicação dos alunos ✓ Desenvolveu o raciocínio lógico e crítico ✓ Alunos perceberam que os conceitos trabalhados na Matemática e na Filosofia são os mesmo apesar de a linguagem aplicada em cada disciplina ser diferente	Covid-19 não foi possível realizar a segunda parte do trabalho	
As formas escondidas nos minerais	✓ Critérios de paralelismo e perpendicularidade ✓ Representação de sólidos num referencial ✓ Coordenadas de pontos no espaço	✓ AE9 ✓ AE11 ✓ AE12 ✓ AE13 ✓ AE26 ✓ AE28 ✓ AE30	✓ C ✓ D ✓ E ✓ F ✓ H ✓ I	✓ EST2 ✓ EST3 ✓ EST6 ✓ EST8 ✓ EST9 ✓ EST11 ✓ EST12 ✓ EST13 ✓ EST16 ✓ EST17	✓ Os alunos já tinham assistido a uma palestra sobre minerais ✓ Cada aluno recebeu um guião com as instruções da atividade e os comandos do Geogebra ✓ Cada grupo teve que encontrar uma fotografia de um mineral na internet e o inserir como imagem no Geogebra ✓ De seguida utilizando as diversas ferramentas do Geogebra completar o sólido (colocando os vértice e aresta não visíveis)	✓ Guião ✓ Imagens da Internet ✓ Computadores ✓ Geogebra	✓ Esta tarefa foi enquadrada na semana das ciências e realizada numa turma que não era minha		• Biologia e geologia • Física e Química

					✓ Os alunos tiverem que associar um referencial à sua escolha que lhes iria permitir tirar as coordenadas dos vértices ✓ Escrever as coordenadas dos vértices		✓ Os alunos viram a aplicabilidade dos critérios de paralelismo e de perpendicularidade ✓ Os alunos viram a importância da escolha da posição do referencial		

REFLEXÃO SOBRE O TRABALHO DESENVOLVIDO E O DESENVOLVIMENTO DAS COMPETÊNCIAS E VALORES DOS ALUNOS.

Antes da realização das atividades existe muito trabalho prévio por parte do professor. O professor teve que idealizar as tarefas e enquadrá-las nas planificações. Escolher as tarefas de acordo com os conteúdos que pretendia que os alunos adquirissem e com as competências que pretendia desenvolver nos alunos.

Pontes (2005) na sua conclusão fala sobre a importância da escolha das tarefas e das estratégias aplicadas:

> *Como vemos, a problemática da gestão curricular liga-se estreitamente a dois pontos fundamentais: a selecção das tarefas e o modo dominante de construção do conhecimento. As tarefas são um elemento fundamental na caracterização de qualquer currículo, pois elas determinam em grande medida as oportunidades de aprendizagem oferecidas aos alunos. O modo de construção do conhecimento tem a ver com o papel que o aluno é chamado a desempenhar: procurar aprender o que lhe é apresentado de modo já sistematizado e organizado ou explorar e descobrir por si mesmo, apoiado pelo professor e em negociação com os colegas do grupo-turma.*
>
> *Ao estabelecer uma estratégia adequada, contemplando diversos tipos de tarefa e momentos próprios para exploração, reflexão e discussão, o professor dá um passo importante para criar oportunidades que favoreçam a aprendizagem dos alunos. A*

partir daí, o professor entra numa nova fase, a da realização e regulação do processo de ensino-aprendizagem. Uma boa preparação não garante totalmente o êxito do trabalho subsequente. Há coisas que podem correr mal devido a factores externos ou internos ao trabalho na sala de aula. No entanto, parece-me indiscutível que uma preparação cuidada é uma condição necessária para a qualidade do trabalho do professor e inclui, de modo decisivo, a definição da estratégia e selecção das tarefas. (pp 23 – 24)

A capacidade de um professor gerir a atividade que está a desenvolver com os alunos durante a aula ou fora da aula é um aspeto importantíssimo do processo. A capacidade de um professor reagir a imprevistos, à atitude dos alunos, a contribuições dos alunos, que levam à necessidade de adaptar a estratégia, contribui para o sucesso da mesma. Pontes (2005) fala sobre a gestão em tempo real:

> *Enquanto que a gestão curricular ao nível da planificação é pensada em termos de uma unidade de tempo de longa duração, a gestão curricular feita na própria aula é realizada em tempo real e tem a marca fundamental do factor tempo – o que está a acontecer é compatível com o plano estabelecido para a aula e para a unidade? Representa um desvio que há que corrigir? Representa um desvio que se considera necessário e por isso há que assumir e incluir no próprio plano geral?*
>
> *A gestão curricular feita na aula não é um simples trabalho de aplicação e controlo de trabalho de acordo com o plano previsto. O trabalho do professor na aula é um trabalho eminentemente criativo. Cabe-lhe explorar as situações que se desenvolvem, tirar partido das intervenções dos alunos, aproveitar as oportunidades que se lhe oferecem. Reformular os seus objectivos e a sua estratégia, em função dos acontecimentos na aula é ainda, portanto, um elemento fundamental do processo de gestão curricular.* (pp 23)

Segundo Ponte (2005) a gestão curricular começa no planeamento a longo prazo (da unidade) para um a médio prazo (da semana ou da aula) e termina na gestão a tempo real (no decorrer da própria aula). Para este autor:

> *A gestão curricular começa no planeamento da unidade, passa ao nível intermédio da preparação da aula ou da semana de trabalho, e culmina na gestão de ensino-aprendizagem em tempo real, feita no decorrer da própria aula. Esta gestão é um processo complexo de tomada de decisões, com base em informação que o professor vai recolhendo. No entanto, o professor não se limita a fazer gestão curricular. Depois de ter elaborado um planeamento, há que concretizá-lo, o que é uma actividade certamente bem mais complexa. O modo de trabalho, na sala de aula, a forma como o professor negoceia com os alunos a resolução de tarefas, os papéis assumidos por ele e pelos alunos, a estratégia e os instrumentos de avaliação utilizados, tudo isso tem uma grande influência no trabalho realizado e nas aprendizagens que poderão ter lugar. Ou seja, resolvida a questão de gestão curricular, é preciso dar atenção ao trabalho do professor e dos alunos na sala de aula. Trata-se de um campo essencial da actividade do professor – a condução do processo de ensino-aprendizagem na sala de aula – que constitui igualmente um ponto central do conhecimento e da prática profissional do professor de Matemática.*
>
> *Ao fazer a gestão do currículo, tanto na fase de planificação e selecção de tarefas como na fase de realização na sala de aula, tendo em conta os necessários momentos de avaliação e reflexão, o professor reconstrói necessariamente esse mesmo currículo, contribuindo de modo decisivo para a sua re-interpretação e transformação. São as experiências dos professores, muitas vezes inspiradas em projetos e materiais produzidos em conjunto com educadores matemáticos, que abrem o caminho para a inovação curricular e para o desenvolvimento do currículo em profundidade. É importante que os documentos*

oficiais e os manuais escolares sistematizem e aproveitem o melhor do pensamento curricular, constituindo-se em documentos de trabalho úteis para professores e alunos; no entanto, é nas experiências conduzidas no terreno, de modo formal ou informal, e na reflexão e depuração dos seus resultados, produzida nas instâncias profissionais e de investigação, que podemos encontrar o elemento-chave do desenvolvimento curricular. Este processo, como é bom de ver, exige o concurso de dois elementos fundamentais, experiência profissional e capacidade analítica e reflexiva, elementos que se conjugam de modo poderoso em equipas colaborativas de professores e educadores matemáticos. (pp 24 – 25)

Após a realização das atividades é necessária uma reflexão sobre o funcionamento da atividade e as aprendizagens realizadas, quer pelos alunos quer pelo professor. Assim terminada a atividade o professor precisa de fazer uma avaliação do trabalho realizado, verificando se os objetivos definidos foram cumpridos, quais as competências desenvolvidas nos alunos e se os conteúdos foram adquiridos. É importante averiguar o que falhou e refletir sobre como melhorar uma atividade semelhante no futuro. Os alunos deverão avaliar o seu desempenho, o que adquiriram com a realização da atividade tanto ao nível de conteúdos como das competências, o que fariam de diferente, o que melhoravam, etc.

Pontes (2005) refere a importância de refletir sobre o trabalho desenvolvido e a avaliação do mesmo:

> *Estreitamente ligada à temática do currículo está a temática da avaliação, encarada como processo regulador de ensino-aprendizagem. É através da avaliação que o professor recolhe a informação que lhe permite detectar problemas e insuficiências nas aprendizagens dos alunos e também no seu trabalho, verificando assim a necessidade (ou não) de introduzir mudanças na sua planificação e no seu modo de trabalho. Os próprios alunos podem participar neste processo de avaliação, fazendo eles próprios, a sua auto-avaliação e reflectindo sobre a*

avaliação realizada pelo professor. A avaliação evidencia, em última análise, o que os diversos actores que intervêm no processo educativo mais valorizam e, por isso, os seus resultados repercutem-se sobre todo o trabalho realizado, contribuindo assim, a seu modo, para a construção do currículo.

[...]

Um dos pólos de análise dessa gestão curricular tem a ver com as finalidades e os objectivos visados. Desde modo, cabe perguntar se o trabalho que está a ser realizado pelos alunos está a contribuir para as finalidades, para os objectivos curriculares visados em termos de conteúdos e para os objectivos de natureza transversal?

Outro pólo centra-se nos alunos e na sua relação com o professor – o ambiente de trabalho é adequado? Como está a ser a dinâmica da aula? Os alunos estão efectivamente envolvidos no trabalho? Estão a assumir um papel compatível com o esperado? A comunicação na sala de aula decorre dentro de um padrão desejável? Está a haver uma efectiva negociação de significados matemáticos entre os alunos e entre estes e o professor?

Outro pólo, ainda, prende-se com as tarefas propostas e os materiais e recursos mobilizados. As tarefas estão a desenrolar-se de acordo com o previsto, ou revelam-se de difícil compreensão? Os materiais e recursos que estão a ser usados revelam-se adequados? É preciso suspender algum aspecto do que foi proposto ou introduzir novos elementos de informação ou novas ferramentas de trabalho? (pp 20 – 23)

A maioria dos alunos tem medo de errar. Nas aulas de resolução de exercícios quando os alunos não obtêm o resultado correto, solicitam a ajuda do professor. Quando o professor chega junto do aluno descobre que este apagou a sua resolução. Nesse caso o professor não tem outra hipótese a não ser resolver o exercício junto com o aluno. Será assim que o aluno reconheceu onde falhou ou irá repetir o mesmo erro na próxima? Se o aluno não tivesse apagado a sua resolução o professor analisaria a mesma com o aluno, levando este a perceber onde o seu raciocínio falhou e reduzindo as hipóteses de cometer o mesmo erro no futuro. Não são apenas os alunos que aprendem com os seus erros o professor também deve refletir sobre os seus erros de modo a que os alunos vejam a análise dos seus erros como processo de aprendizagem.

Miguel Ángel Santos Guerra (2003) na sua obra *No coração da Escola Estórias sobre a Educação* no subcapítulo *A fertilidade do erro* fala sobre a importância do erro:

> *Aprender é correr o risco de errar. Quem nunca se engana é porque nada faz. Já o dizia duma forma lapidar Théodore de Banville: "Quem nada faz nunca erra". Não há maior erro do que pretender evitar todo e qualquer erro. O medo de errar pode tornar-se paralisante. [...]*
>
> *Há já mais de cinquenta anos, dizia Gaston Bachelard que "conhecemos por oposição ao conhecimento, destruindo conhecimentos mal elaborados, superando o que na nossa mente constitui obstáculo". O que quer dizer que não há verdade sem rectificação de erro.*
>
> *Acabo de ler um pequeno livro de Jean Pierre Astolfi intitulado O Erro, uma Forma de Ensinar. Diz o autor que, se analisarmos o erro, podemos compreender quais os obstáculos à aprendizagem. Por isso o professor pode dizer aos seus alunos: "Os vossos erros interessam-me". O erro é um indicador de processos. Os erros não são falhas condenáveis, mas ocasiões para identificar os obstáculos.*
>
> *[...]*
>
> *Há que explorar o conteúdo do erro, a sua natureza. Não basta detectá-lo. Se uma criança se engana numa soma e não soubermos se o erro se deve ao facto de não saber distinguir unidades, dezenas e centenas, ou se, sabendo fazê-lo, desconhece o mecanismo de "e vão", ou se, sabendo estas duas coisas, se engana a somar ..., não podemos orientar devidamente o ensino.*

[...]

Não basta cometer um erro para que a aprendizagem se produza. Há que reconhecer esse erro, saber por que se produz e como se pode corrigir. Há quem se obstine nos erros cometidos, quem os não reconheça. Nesse caso, será muito difícil aprender com os erros.

[...]

Umberto Eco fala da fertilidade do erro, das potencialidades educativas dos equívocos e das falhas. ... Pôr os professores a reflectir sobre eles é um óptimo exercício para o ensino e para a aprendizagem.

[...]

O mal do erro não está no facto de uma pessoa o ter cometido, mas em obstinar nele, apegar-se a ele como se a rectificação fosse uma coisa humilhante. O mal do erro está no facto de a pessoa se desprezar por tê-lo cometido. (pp 108 – 110)

No primeiro ano letivo em que foi implementado o Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular (2017/2018) lecionei a disciplina de MACS do 10º ano. Sendo o primeiro ano de implementação havia muitas dúvidas em como implementá-lo, como desenvolver atividades, como trabalhar a interdisciplinaridade e acima de tudo como avaliar.

No meu agrupamento ficou aprovado, em conselho pedagógico, que o projeto realizado pelos alunos no âmbito da autonomia e flexibilidade curricular correspondia a 15% da classificação atribuída no final de cada período. Esta decisão tornou-se difícil de implementar uma vez que implicaria que todas as disciplinas teriam que desenvolver projetos (ou o mesmo projeto) em cada período. Também ficou decidido que haveria um tema para o projeto de cada turma. Começaram a surgir os problemas. Com um tema comum a contribuição de algumas disciplinas passou a ser forçado. Em algumas das disciplinas era fácil encaixar os conteúdos, noutras já não o era. De acordo com a legislação a contribuição das disciplinas devia ser natural, isto é, as disciplinas apenas contribuíam para o projeto se o mesmo fosse contribuir para o enriquecimento dos conhecimentos dos alunos na disciplina. O ideal é desenvolver diversos DACs (domínios de articulação curricular) nos quais duas ou mais disciplinas são intervenientes. Os DACs podem ter diversos formatos e diferentes tempos de duração como foi referido no capítulo da **Revisão Bibliográfica**.

Em cada período foi desenvolvido um projeto em que a disciplina de MACS se ligou com a da Cidadania e Desenvolvimento. Como foi referido na atividade Eleições e os Direitos Humanos, no capítulo **Trabalho desenvolvido com os alunos**, inicialmente a atividade era para incluir as disciplinas de MACS, Filosofia e Cidadania e Desenvolvimento, mas uma vez que a disciplina de MACS era de opção havia alunos que não tinham a disciplina e a professora de Filosofia considerou este facto como um constrangimento para a realização da mesma. O projeto acabou por não incluir a disciplina de Filosofia.

O trabalho interdisciplinar requer muito diálogo entre os diversos professores. Requer planeamento prévio. É preciso ponderar e definir: as estratégias a implementar; o papel de cada interveniente; a calendarização da atividade; como definir os grupos (fundamental quando existem alunos que não têm todas as disciplinas intervenientes); o que será o produto final, a contribuição de cada disciplina, a avaliação (critérios para cada disciplina). Quando existem alunos que não têm todas as disciplinas intervenientes na atividade sou da opinião que os devemos distribuir pelos diversos grupos, assim os restantes alunos do grupo podem ensinar os conteúdos necessários a estes alunos. Isto será benéfico para todos os alunos, os que têm a disciplina reforçam os seus conhecimentos e os que não têm aprendem algo de novo, o que só os enriquece.

Como professores deveremos criar tarefas que permitam que os alunos aprendam uns com os outros, tirando partido das competências e capacidades que já possuem, de modo a ajudar os seus colegas a desenvolverem novas competências. As atividades devem ser estimulantes, levar os alunos a saírem um pouco da sua zona de conforto, a terem experiências novas e enriquecedoras, em que possam descobrir e aprender a trabalhar com novo software (que lhes facilitará a execução da tarefa). Outro problema que surgiu no primeiro ano da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular foi o facto da obrigatoriedade da realização de projetos em todas as disciplinas em cada período ter levado a um exagero na quantidade de projetos pedidos aos alunos.

Os professores sentiram dificuldades em articular as suas disciplinas umas com as outras (talvez por falta de experiência) e, portanto, o caminho mais fácil foi articular a sua disciplina individualmente com a disciplina de Cidadania e Desenvolvimento. Isto fez com que em cada período e a cada disciplina para além de estudar para os testes, os alunos, tivessem de realizar diversos projetos. Os alunos durante o ano letivo foram acusando o cansaço e consequentemente a qualidade dos trabalhos foi diminuindo. O que valida a expressão "less is more", isto é, menos é mais. Se pedirmos **menos** trabalhos aos alunos podemos pedir trabalhos **mais** ricos, que desenvolvem **mais** competências, que envolvem **mais** disciplinas. Também se pedirmos tarefas muitos ambiciosas estas acabam por não se concretizarem, ou apenas parcialmente, levando os alunos à frustração. Por isso uma atividade **menos** ambiciosa poderá ser muito **mais** rica e conduzir a um processo de ensino-aprendizagem **mais** completo.

Estes mesmos alunos nas aulas de reflexão sobre o trabalho realizado comentaram que os trabalhos desenvolvidos na disciplina de MACS eram diferentes dos realizados nas outras disciplinas. Eles queixavam-se que os trabalhos pedidos pelos professores era sempre mais do mesmo, trabalhos de pesquisa com uma apresentação, na qual o professor da disciplina lhes pedia para utilizarem outro software para além do PowerPoint, como por exemplo o Prezi. Os alunos consideravam que criar uma apresentação no Prezi não era muito diferente de criá-la no PowerPoint, portanto achavam que não estavam a aprender nada de novo. Já nos trabalhos de MACS eles estavam sempre a trabalhar com novas ferramentas: criar folhas de cálculo tipo Excel; ter um diário de bordo no Padlet, criar um questionário no Google Forms; etc. Uma experiência que os marcou muito foi a de percorrer a escola, pedindo autorização aos professores, para aplicar os seus questionários aos alunos que se encontravam em aulas. Os alunos tinham de explicar aos colegas como é que acediam aos inquéritos online e como os preencher. Os alunos acharam esta tarefa difícil, reconheceram que não é fácil transmitir informação a outras pessoas. Tiveram que repetir várias vezes as instruções em cada turma. Os professores dessas turmas posteriormente enviaram emails a louvar a atitude dos alunos de MACS, referindo que tinham sido muito educados e cordiais, tendo sido pacientes com os seus colegas, agradecendo a sua participação e agradecendo ao professor por lhes ter permitido interromper a sua aula. Os alunos de MACS comentaram que esta pequena experiência lhes permitiu crescer e desenvolver competências de comunicação que lhes iriam ser muito úteis no seu futuro. Os alunos comentaram que as atividades realizadas nas aulas de MACS eram inovadoras, estavam sempre a aprender a trabalhar com novas ferramentas, sentiam que estavam a alargar os seus horizontes e acima de tudo a desenvolver competências que lhes iram ser úteis ao longo da sua vida.

<table>
<tr><td colspan="5">Utiliza a seguinte escala para avaliar o teu desempenho e o dos teus colegas em cada um dos seguintes itens:
1 – Discordo completamente
2 – Discordo
3 – Nem concordo, nem discordo
4 – Concordo
5 – Concordo completamente</td></tr>
<tr><th>Nome, nº, Turma</th><th>Próprio aluno</th><th>Elemento do grupo 1</th><th>Elemento do grupo 2</th><th>Elemento do grupo 3</th></tr>
<tr><td>Sabia quais as suas tarefas no grupo</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Pesquisou e contribuiu para o trabalho</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Apresentou propostas relevantes para o trabalho</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ajudou os colegas quando pediram ajuda</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Deu feedback ao trabalho dos restantes colegas do grupo</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Soube ouvir os colegas</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Respeitou a opinião dos colegas</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>As críticas dadas foram construtivas</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aceitou as críticas e incorporou-as de modo a melhorar o seu trabalho</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Aceitou as críticas e incorporou-as de modo a melhorar o seu comportamento</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Cumpriu os prazos propostos pelo grupo</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Cumpriu as suas tarefas</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="5">Utiliza uma escala de 1 a 5 para fazeres a auto e heteroavaliação da tua prestação e da prestação dos teus colegas no trabalho onde 1 é Fraco, 2 é Insuficiente, 3 é Suficiente, 4 é Bom e 5 é Muito Bom.</td></tr>
<tr><td>Autoavaliação/Heteroavaliação</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Tabela 2 - Grelha de auto e hétero avaliação preenchida pelos alunos após a conclusão de uma tarefa

É importante que os alunos façam uma auto e hétero avaliação do trabalho realizado pelo grupo. Na Tabela 2 encontra-se a grelha de autoavaliação e hétero avaliação que foi aplicada nalgumas das tarefas desenvolvidas. Ao preencher este formulário os alunos puderam avaliar o seu desempenho bem como o desempenho dos restantes elementos do grupo na realização das atividades. Paralelamente existe a grelha do professor onde se ia registrando os itens que fariam então parte da classificação. Houve grupos que reconheceram que certos elementos contribuíram pouco para o desenvolvimento do trabalho, outros não quiseram denunciar os colegas. Recolhidos os formulários as respostas eram analisadas e havia lugar a uma conversa com cada aluno, comparando a sua avaliação com as dos colegas e com a da professora. Junto com os alunos salientava a importância de reconhecer o que tinha corrido bem e o que tinha corrido mal, porque apenas se consegue melhorar reconhecendo que erramos e onde erramos.

No ano letivo 2019/2020 foi pedido aos alunos das turmas de Matemática A que realizassem um vídeo tutorial sobre um conteúdo que lhes foi atribuído. Este trabalho foi pedido e realizado durante o confinamento e o ensino à distância. No classroom foi colocada uma rubrica (Apêndice 25) com os critérios de classificação onde era descrito cada nível de desempenho. Os alunos foram incentivados a irem partilhando o seu trabalho pois assim podia ir dando feedback para poderem corrigir os erros e melhorar o seu vídeo. Alguns grupos seguiram estas sugestões e assim tiveram a possibilidade de os melhorar. A maioria dos grupos acabou por apenas entregar o trabalho na data prevista impossibilitando o feedback e consequentemente a possibilidade de melhoria do trabalho e da classificação. No dia da entrega do trabalho foi colocado um formulário do google forms no classroom para os alunos auto avaliarem o seu trabalho, com os mesmos parâmetros que estavam na rubrica. Aconteceu uma coisa muito curiosa, houve uma aluna que não realizou o vídeo tendo a sua colega de grupo feito o trabalho todo sozinha. A aluna que não tinha participado no trabalho, nem o tinha visto, conseguiu preencher o formulário auto avaliando-se em bom. Tendo sido interpelada a aluna reconheceu que não tinha feito o trabalho, reconhecendo que deveria ter sido honesta ao preencher o formulário. Esta aluna ao ser chamada à responsabilidade e ao reconhecer o erro melhorou a competência F – Desenvolvimento pessoal e autonomia.

Quando as tarefas eram realizadas na sala de aula era possível observar o envolvimento dos alunos e inclui-lo na classificação da atividade. Frequentemente quando pedimos tarefas aos alunos feitas em grupo, há alunos que se encostam aos outros tirando proveito do seu trabalho. Sendo as atividades de grupo realizadas em aula para além da apresentação do trabalho havia mais uma forma de distinguir o desempenho dos alunos.

No primeiro ano da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 15% da classificação final de cada período era para os projetos, mas no segundo ano os projetos passaram a estar incluídos nos 85% correspondente às capacidades e conhecimentos. Esta alteração resolveu o problema da obrigatoriedade dos trabalhos em cada período, mas ao incluir a avaliação das atitudes na classificação do trabalho estes passaram a estar incluídas na parte cognitiva. Em 2019/2020 foram aplicados critérios de avaliação por competências, agora sim fazia sentido avaliar as diferentes competências e já não haveria incongruência na aplicação dos mesmos.

Os constrangimentos referidos eram partilhados também por colegas de outras escolas. Algumas escolas ainda mantinham a obrigatoriedade de realizar projetos em todas as disciplinas em cada a período, que contribuíam com uma determinada percentagem para a classificação final de cada período. Outras exigiriam a definição de um tema para cada turma. Assim verifica-se que coexistiam diferentes interpretações da mesma legislação.

A introdução do projeto da autonomia e flexibilidade curricular conduziu a novas metodologias de ensino-aprendizagem. Estes tipos de metodologias têm como objetivo descentralizar o processo de ensino do professor e envolver mais os alunos na sua aprendizagem, o que requer muito trabalho prévio por parte dos professores para que no dia da atividade os alunos consigam trabalhar o mais autonomamente possível.

Mas o projeto da autonomia e flexibilidade curricular não trouxe apenas dificuldades e mudança de práticas para os professores. Os alunos também tiveram que encarar o processo de ensino-aprendizagem de outra forma. Os alunos tiveram que adquirir hábitos de trabalho que não possuíam. Enquanto que houve alunos que abraçaram as novas metodologias encarando cada atividade como um desafio, crescendo e desenvolvendo as competências do Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, outros no início mostraram alguma resistência. Era-lhes muito mais confortável continuar a assumir um papel passivo, receber a informação do professor, estudar para o teste e repetir o processo. Foi o que se passou com a turma de Matemática B, a que se fez referência neste documento, onde a adaptação dos alunos a estas novas metodologias foi mais lenta. Os alunos consideravam que as tarefas eram morosas, requeriam muito esforço da parte deles. Estudar para o teste não dava tanto trabalho e os alunos com bons resultados consideravam que os trabalhos estavam a prejudicar-lhes a média. Para eles era mais importante as classificações do que as competências e experiências que poderiam obter. Levou tempo, mas os alunos foram apercebendo-se que se investissem nos trabalhos, dando o seu melhor, obteriam as classificações desejadas e desenvolveriam diversas competências e capacidades que lhes seriam úteis na sua vida.

Em suma a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular implica um processo de adaptação para todos os intervenientes. Com o passar dos anos vamos aprendendo com os erros, adaptando e melhorando as estratégias. Os professores devem conversar entre si e trocar experiências. Aprendemos muito uns dos outros. A partilha de experiências é enriquecedora. Também devemos ouvir as sugestões dos alunos, permitir que participem na tomada de decisões envolvendo-os em todo o processo, incluindo a avaliação. Os alunos vão pouco a pouco habituando-se ao processo e desenvolvendo as suas capacidades e competências.

AVALIAÇÃO INTERNA VERSUS AVALIAÇÃO EXTERNA

A avaliação em todas as suas vertentes é fundamental no processo ensino-aprendizagem. Com a introdução do projeto da autonomia e flexibilidade curricular foi necessário reformular a forma de avaliar. Na secção III do *Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho – Currículo dos ensinos básico e secundário e as apresentações utilizadas nas Reuniões Regionais relativas à Autonomia e Flexibilidade Curricular* lê-se o seguinte sobre a avaliação das aprendizagens:

> *Artigo 22º*
>
> *Finalidades*
>
> *1 – A avaliação, sustentada por uma dimensão formativa, é parte integrante do ensino e da aprendizagem, tendo por objetivo central a sua melhoria baseada num processo contínuo de intervenção pedagógica, em que se explicitam, enquanto referenciais, as aprendizagens, os desempenhos esperados e os procedimentos de avaliação.*
>
> *2 – Enquanto processo regulador do ensino e da aprendizagem, a avaliação orienta o percurso escolar dos alunos e certifica as aprendizagens realizadas, nomeadamente os conhecimentos adquiridos, bem como as capacidades e atitudes desenvolvidas no âmbito das áreas de competências inscritas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.*
>
> *3 – Na avaliação devem ser utilizados procedimentos, técnicas e instrumentos diversificados e adequados às finalidades, ao objeto em avaliação, aos destinatários e ao tipo de informação a recolher, que variam em função da diversidade e especificidade do trabalho curricular a desenvolver com os alunos.*

4 – As diferentes formas de recolha de informação sobre as aprendizagens, realizadas quer no âmbito da avaliação interna, da responsabilidade dos professores e dos órgãos de gestão pedagógica da escola, quer no âmbito da avaliação externa, com a intervenção de avaliadores externos ou da responsabilidade dos serviços ou organismos da área governativa da Educação, prosseguem, de acordo com as suas finalidades, os seguintes objetivos:

a) Informar e sustentar intervenções pedagógicas, reajustando estratégias que conduzam à melhoria da qualidade das aprendizagens, com vista à promoção do sucesso escolar;

b) Aferir a prossecução dos objetivos definidos no currículo;

c) Certificar aprendizagens.

5 – Sem prejuízo das especificidades que distinguem os processos de avaliação interna e externa das aprendizagens, no que respeita ao desempenho dos alunos e ao desenvolvimento do currículo, a análise dos dados recolhidos deve valorizar leituras de complementaridade, de modo a potenciar a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem.

6 – As regras e os procedimentos relativos à avaliação nas diversas ofertas educativas e formativas são regulamentados por portaria do membro do Governo responsável pela área da educação.

[…]

Artigo 14º

Avaliação interna das aprendizagens

1 – A avaliação formativa assume caráter contínuo e sistemático, ao serviço das aprendizagens, recorrendo a uma *variedade de procedimentos, técnicas e instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens, aos destinatários e às circunstâncias em que ocorrem.*

2 – A informação recolhida com finalidade formativa fundamenta a definição de estratégias de diferenciação pedagógica, de superação de eventuais dificuldades dos alunos, de facilitação da sua integração escolar e de apoio à orientação escolar e vocacional, permitindo aos professores, aos alunos, aos pais e encarregados de educação e a outras pessoas ou entidades legalmente autorizadas obter informação sobre o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, com vista ao ajustamento de processos e estratégias.

3 – A avaliação sumativa traduz-se na formulação de um juízo global sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos, tendo como objetivos a classificação e a certificação.

4 – O juízo global conducente à classificação não prejudica o necessário reporte, assente em pontos de situação ou sínteses, sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos, a qualidade das mesmas e os percursos para a sua melhoria.

5 – A avaliação formativa é a principal modalidade de avaliação e permite obter informação privilegiada e sistemática nos diversos domínios curriculares, devendo, com o envolvimento dos alunos no processo de autorregulação das aprendizagens, fundamentar o apoio às mesmas, em articulação com dispositivos de informação dirigidos aos pais e encarregados de educação.

[...]

Artigo 25º

Avaliação externa das aprendizagens

1 – A avaliação externa tem como referencial base as Aprendizagens Essenciais, previstas no n.º 2 do artigo 17.º, *enquanto denominador curricular comum, devendo ainda contemplar a avaliação da capacidade de mobilização e de integração dos saberes disciplinares, com especial enfoque nas áreas de competências inscritas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.*

[...]

4 – A avaliação dos alunos dos cursos científico-humanísticos integra exames finais nacionais, a realizar no ano terminal da respetiva disciplina, nos termos seguintes:

a) Disciplina de Português, da componente de formação geral;
b) Disciplina trienal da componente de formação específica;
c) Duas disciplinas bienais da componente de formação específica, de acordo com o percurso formativo próprio do aluno, ou uma disciplina bienal da componente de formação específica do curso frequentado e a disciplina de Filosofia. (Diário da República, 1ª serie – N.º 129 – 6 de julho de 2018, pp 2936 – 2937)

Aquando da introdução do Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular uma das grandes preocupações por parte de muitos professores foi o impacto que estas mudanças educativas teriam na avaliação interna dos alunos, mas acima de tudo na avaliação externa. Os alunos não estavam habituados a trabalhar de forma autónoma, a adquirir conhecimentos a partir das suas pesquisas e a construir o seu conhecimento elaborando trabalhos de investigação e projetos. A implementação destas estratégias implicava a necessidade de mais tempo para as concretizar. Se demoramos mais tempo a abordar os diversos conteúdos como vamos terminar o programa? As aprendizagens essenciais reduziram um pouco os conteúdos a trabalhar, mas os programas continuam extensos. Como se podem realizar trabalhos e projetos e ainda cumprir o programa? Como serão os resultados dos exames nacionais? Os alunos ficarão prejudicados na sua avaliação externa? Estas são algumas das preocupações expressas pela generalidade dos professores.

Neste capítulo serão analisados os resultados dos alunos das turmas referidas neste documento, serão comparadas as classificações obtidas nos testes sumativos com as classificações obtidas nos trabalhos/projetos. Serão também comparadas as classificações obtidas nos exames nacionais por estes alunos com os resultados obtidos por outros grupos de alunos (um de MACS e outro de Matemática B) de anos letivos nos quais o projeto da autonomia e flexibilidade curricular ainda não estava em vigor. Todos os testes de hipótese deste capítulo foram realizados com um nível de significância de $0{,}05$. Sempre que se comparam classificações na mesma turma (amostras emparelhadas) é testada a normalidade. Sempre que se verifica a normalidade aplica-se um teste de hipótese para a média, caso contrário aplica-se um teste não paramétrico para a mediana. Na comparação de classificações de turmas diferentes (amostras independentes) é testada a normalidade. Sempre que se verifica a normalidade, testa-se a igualdade das variâncias e em caso afirmativo aplica-se um teste de hipótese para a média, caso contrário aplica-se um teste não paramétrico para a mediana.

Como já foi referido no capítulo **Reflexão sobre o trabalho desenvolvido e o desenvolvimento das competências e valores dos alunos** os critérios de avaliação de cada disciplina foram reajustados em cada ano letivo. Nos anos letivos 2017/2018 e 2018/2019 nos critérios atribuíam-se pesos aos diversos instrumentos de avaliação. No ano letivo 2019/2020 os critérios passaram a atribuir pesos às diversas competências.

Análise das classificações em MACS

MACS – 10º ano

Como já foi referido no capítulo **Reflexão sobre o trabalho desenvolvido e o desenvolvimento das competências e valores dos alunos**, esta disciplina foi lecionada no primeiro ano da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular. Como tal “estávamos a apalpar terreno” sobre todos os aspetos: as estratégias a utilizar, o trabalho a desenvolver e a forma de avaliar.

Para além dos projetos desenvolvidos em cada período - Eleições e os Direitos Humanos no primeiro período e Estatística no 2º e 3º períodos, os alunos ainda realizaram um trabalho em grupo num DAC que envolveu as disciplinas de MACS e de Geografia. Neste ano letivo os critérios da disciplina de MACS do 10º ano foram os seguintes: 15% para o projeto, 75% para o cognitivo (testes, mini testes, trabalhos a pares, etc.), 5% para o comportamento e 5% para participação e interesse. Uma vez que a avaliação é contínua, em cada período a nota atribuída ao projeto era a média dos projetos realizados até ao momento.

		10º ano – MACS										
		1º Período			2º Período			3º Período				
	Aluno	1º Teste	2º Teste	Trabalho Projeto (Eleições)	3º Teste	4º Teste	Trabalho Projeto (Estatístic a 2ºP)	5º Teste	Trabalho de Geografia	Trabalho Projeto (Estatístic	Média dos Testes	Média dos Projetos/ Trabalhos
1ª Turma	1	16,6	16,3	14,2	14	13	14,6	5	18	17,2	13,0	16,0
	2	17,3	19,1	15,5	16,6	17,9	15,8	14,5	17,4	17,6	17,1	16,6
	3	12,5	12,2	10,9	9,7	10	15	0	20	16,5	8,9	15,6
	4	17	19,2	14,5	14,5	16,6	16	11,9	20	18,5	15,8	17,3
	5	18,3	19,7	14,5	18,3	18,7	16	14,7	17,6	18,5	17,9	16,7
	6	17,7	15,8	15,5	16,7	17	15,8	11,5	17,4	17,6	15,7	16,6
	7	17,3	18,4	14,2	13,1	17,2	17,6	11,8	17,6	10,5	15,6	15,0
	8	13,7	8,9	14,5	5,2	6,1	15,4	0,4	17,6	8,5	6,9	14,0
	9	18,4	19,3	14,2	14,5	15,8	14,6	7,7	18	17,2	15,1	16,0
	10	16,9	15,3	15,5	13,2	15,1	15,3	5,5	17,4	17,4	13,2	16,4
	11	13,5	11,8	10,9	12,9	12	17,2	6,2	17,6	10	11,3	13,9
	12	15	13,5	15,5	14,6	13,9	15,8	7	17,4	17,4	12,8	16,5
	13	14,5	17,7	11,5	12	14,2	17,6	6,9	20	10,5	13,1	14,9
	14	13,8	17,2	10,9	9,7	14,9	15,5	7,9	20	16,5	12,7	15,7
	15	17,4	18,1	11,5	18,5	19,1	17,6	12,3	20	10,5	17,1	14,9
2ª Turma	1	17,3	18,4	12,9	18,9	14,5	17,3	10	18,3	16,3	15,8	16,2
	2	13,1	8,6	11,5	6,9	12,5	16,6	2,2	0	9,5	8,7	9,4
	3	14,7	14,2	12,7	8,6	9,8	14,3	1,1	18,4	13	9,7	14,6
	4	17,3	19	12,7	10,7	13,3	14,8	6,1	18,4	13	13,3	14,7
	5	17,3	16,2	12,7	8,6	12,9	14,8	6,9	18,4	13	12,4	14,7
	6	18,5	18,3	12,7	9,5	15,3	15,3	5,4	18,4	13	13,4	14,9
	7	8,3	14,6	12,9	6,6	9,8	16,5	0,7	18,4	14,3	8,0	15,5
	8	15,4	11,6	14,5	10,2	16,9	16,3	4,9	18,4	0	11,8	12,3
	9	-	-	-	14,5	13,8	14,6	8,1	18	17,2	12,1	16,6
	10	-	-	-	13,4	15,6	17,3	9,3	18,4	15,3	12,8	17,0
	11	-	-	-	15,5	15,8	14,6	13,6	18	17,2	15,0	16,6

Tabela 3 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de MACS 10º ano

De seguida serão analisadas as classificações obtidas pelos alunos nos testes e nos trabalhos. Analisa-se se as classificações obtidas nos testes são inferiores às classificações obtidas nos trabalhos e nos projetos. Os testes avaliam as diferentes competências cognitivas dos alunos, mas num prazo de tempo muito curto e são realizados individualmente. Na realização dos testes os alunos têm de mostrar naquele exato momento tudo o que sabem e alguns alunos não reagem bem à pressão. Os trabalhos foram realizados em grupo e durante um tempo prolongado. Durante a execução dos trabalhos foi sendo dado feedback e assim os alunos tinham a possibilidade de corrigir e melhorar o seu trabalho. O facto de os trabalhos serem realizados em grupo permite que os alunos se ajudem uns aos outros, tirando partido das diferentes capacidades dos elementos do grupo. Por estes motivos supôs-se que as classificações nos trabalhos seriam melhores que as dos testes e daí se ter optado por um teste unilateral.

Na Tabela 3 encontram-se as classificações de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos da turma de MACS do 10º ano. A turma era uma turma conjugada, isto é, uma turma composta por alunos de duas ou mais turmas.

Na comparação das classificações obtidas nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" ($\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos}$) e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" ($\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos}$), verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,00009912) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas $-1{,}7$ valores.

MACS – 11º ano

No final do primeiro ano letivo de implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular a direção da escola formou uma equipa de trabalho para analisar a implementação do projeto no agrupamento. Os elementos da equipa consultaram os professores que tinham trabalhado com as turmas abrangidas pelo projeto da autonomia e flexibilidade curricular, no ensino secundário foram apenas as turmas de Humanidades. Os professores foram inquiridos sobre como o projeto foi implementado, quais as estratégias que foram utilizadas, que projetos foram realizados, o que correu bem, o que correu mal, quais as dificuldades sentidas pelos professores e pelos alunos. O objetivo desta equipa era recolher informação para elaborar os critérios gerais de avaliação do próximo ano letivo. Uma das dificuldades sentidas pelos professores foi a implementação dos critérios de avaliação. Nestes havia a obrigatoriedade de realizar um projeto por período (contribuía 15% da nota final de cada período). A maioria dos professores considerou que esta obrigatoriedade levou a que os projetos realizados fossem forçados quando na legislação refere que devem surgir com as necessidades das disciplinas envolventes. Deste modo a obrigatoriedade de realizar um projeto em cada período caiu. Os projetos passaram a ser incluídos na parte cognitiva, juntamente com os testes e outros momentos de avaliação, sendo-lhe atribuído um peso de acordo com a sua complexidade.

Com base nestes critérios gerais de avaliação o departamento de Matemática definiu os seguintes critérios específicos para a disciplina de MACS do 11º ano: 85% para conhecimentos/capacidades e 15% para atitudes e valores. Nos conhecimentos/capacidades avaliam-se as seguintes competências: A - Linguagens e textos; B - Informação e comunicação; C - Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; F - Desenvolvimento pessoal e autonomia e I - Saber científico, técnico e tecnológico. Nas atitudes e valores avaliam-se: Responsabilidade e integridade; Excelência e exigência; Curiosidade, reflexão e inovação; Cidadania e participação e Liberdade.

Na Tabela 4 encontram-se as classificações de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos da turma de MACS do 11º ano. A turma era uma turma conjugada.

Tal como para o 10º ano e pelos mesmo motivos optou-se por um teste unilateral para verificar se as classificações obtidas nos testes eram inferiores às classificações obtidas nos trabalhos. Na comparação das classificações obtidas nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,0001708) de que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos sendo a diferença das medianas $-2{,}95$ valores.

		11º ano - MACS										
		1º Período			2º Período				3º Período			
	Aluno	1º Teste	Trabalho a Pares: Modelos Financeiros	Trabalho de Grupo: Crédito	Mini Teste	2º Teste	3º Teste	Trabalho a Pares Probabilidades	4º Teste	Trabalho de Grupo Inferência Estatística	Média dos Testes	Média dos Projetos / Trabalhos
1ª Turma	1	12,5	18,8	17,2	16,7	15,2	12,6	18,7	11,4	17,5	13,7	18,1
	2	15,5	18,4	17,3	18,9	18,9	18,1	18,2	16,8	19,2	17,6	18,3
	3	5,8	15,2	0	8	8	10	13,7	8,6	14,3	8,1	10,8
	4	13,7	18,8	17,2	15,5	17	16,1	18,7	13,8	17,5	15,2	18,1
	5	17,8	18,8	17,2	19,7	19,2	14,7	18,7	17,5	17,5	17,8	18,1
	6	14,8	18,4	17,3	14,8	16,3	17,5	18,2	18,1	19,2	16,3	18,3
	7	14,5	18,4	17,3	18,2	16,6	13,2	17,8	14,5	18	15,4	17,9
	9	16,6	18,4	17	16	13,4	14,8	17,1	14,6	17,7	15,1	17,6
	10	12,5	18,4	17	15	14,4	17,2	17,8	15	18	14,8	17,8
	11	12,9	18,8	17,3	12,2	11,4	11,5	17	10	17,7	11,6	17,7
	12	13,5	18,4	17	14,4	14,2	15,4	17,1	14,5	17,7	14,4	17,6
	13	13,1	17,6	15,5	11,5	12,1	4,4	17,5	11,2	14	10,5	16,2
	14	11,8	15,2	0	11,8	13,7	8,6	0	11,6	14,3	11,5	7,4
	15	15,8	17,6	15,5	16,4	16,8	15,1	17,5	17,5	14	16,3	16,2
	16	12,8	13,1	15,1	9,1	9,2	4,3	13	7,5	9,7	8,6	12,7
2ª Turma	1	15,4	18,8	17	12,9	12,2	11	17	11,4	17,7	12,6	17,6
	3	12,2	16,6	16,9	11,9	5,8	5	13,7	10,1	14,3	9,0	15,4
	4	10,5	15,3	17,1	12,1	2,5	6,7	13,5	6,4	14,2	7,6	15,0
	5	8,5	13,1	16,5	13,8	8,3	2,1	16,2	6,5	14,2	7,8	15,0
	6	15,1	16,6	16,9	11,9	7,7	4,6	13,7	13,8	14,3	10,6	15,4
	10	9,1	13,1	16,5	13,7	8,3	7,1	16,2	0	0	7,6	11,5
	11	14,3	18,2	14,4	11,6	11	7	17,5	11,4	14	11,1	16,0
	12	16,8	16,6	17,3	11	15,8	18,5	16,6	15,8	0	15,6	12,6
	13	9,8	13,1	0	5,7	6,6	3	13	5,2	9,7	6,1	9,0
	14	13,7	15,3	0	14	14,3	9,7	13,5	11,5	14,2	12,6	10,8
	15	12	11	17,1	6,4	8,8	10,9	16,6	7,7	0	9,2	11,2

Tabela 4 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de MACS 11º ano

Na Tabela 5 apresentam-se as médias das classificações obtidas pelos alunos nos testes e nos trabalhos, no 10º e nos 11º anos, bem com a CIF (classificação interna final) e a classificação obtida no exame nacional. Pretendia-se verificar se o desempenho dos alunos tinha melhorado do 10º para o 11 ano. No 10º ano os alunos tinham pouca experiência em realizar trabalhos/projetos, não sabiam elaborar relatórios, tinham poucos ou nenhuns conhecimentos na utilização de diversos softwares, nomeadamente, folhas de cálculos como o Excel, formulários como o Google Forms, pesquisar informação na internet, etc. Pretendia-se verificar se no 11º ano os alunos tinham conseguido melhorar as suas classificações ao terem um pouco mais de experiência, daí se optar por um teste unilateral. Devido a reprovações, a alunos repetentes e alunos novos as duas amostras não eram compostas pelo mesmo grupo de alunos, daí ter sido realizado um teste de hipótese para amostras independentes.

		MACS						
		10º ano		11º ano				
	Aluno	Média Testes	Média Trabalhos	Médias testes	Média Trabalhos	CIF	Nota Exame 1ª fase	Nota de Exame 2ª fase
1ª Turma	1	13,0	18,1	13,7	18,1	15	10,5	-
	2	17,1	18,3	17,6	18,3	18	17,1	-
	3	8,9	10,8	8,1	10,8	11	-	-
	4	15,8	18,1	15,2	18,1	17	12,3	-
	5	17,9	18,1	17,8	18,1	18	17,9	-
	6	15,7	18,3	16,3	18,3	17	17,5	-
	7	15,6	17,9	15,4	17,9	16	12,2	-
	9	15,1	17,6	15,1	17,6	16	11,6	-
	10	13,2	17,8	14,8	17,8	15	-	15,1
	11	11,3	17,7	11,6	17,7	13	7,2	-
	12	12,8	16,2	14,4	17,6	15	8	12,5
	13	13,1	7,4	10,5	16,2	14	8,5	-
	14	12,7	16,2	11,5	7,4	13	9,2	-
	15	17,1	12,7	16,3	16,2	17	15,7	-
	16	-	-	8,6	12,7	14	9,5	-
2ª Turma	1	15,8	16,2	12,6	17,6	16	11,9	-
	3	9,7	14,6	9,0	15,4	11	-	-
	4	13,3	14,7	7,6	15,0	13	10,5	-
	5	12,4	14,7	7,8	15,0	12	8,6	-
	6	13,4	14,9	10,6	15,4	14	11,5	-
	10	12,8	17,0	7,6	11,5	13	9	-
	11	15,0	16,6	11,1	16,0	15	12,8	-
	12	-	-	15,6	12,6	17	13,3	-
	13	-	-	6,1	9,0	9	-	-
	14	-	-	12,6	10,8	13	-	-
	15	-	-	9,2	11,2	11	-	-

Tabela 5 - Avaliações internas e externas obtidas pelos alunos de MACS

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos do 10º com as obtidas nos trabalhos do 11º definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10º ano é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ano" $(\tilde{x}_{10} = \tilde{x}_{11})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10º ano é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ano" $(\tilde{x}_{10} < \tilde{x}_{11})$. Verifica-se que não há evidência estatística (p-value = 0,1972) que a mediana das classificações obtidas nos trabalhos do 10º ano foi inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos no 11º ano. Sendo a mediana do 10º ano 15,65 valores e a mediana do 11º ano 16,10 valores.

MACS – Antes da Flexibilidade versus durante a Flexibilidade

A implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular levou à modificação de práticas letivas. O aluno começou a ter um papel muito mais ativo no seu processo ensino-aprendizagem. A maioria dos trabalhos pedidos aos alunos foram realizados na sala de aula. Os alunos exploraram conteúdos novos, testaram algoritmos e investigaram. Será que a mudança do ensino tradicional (onde as aulas eram maioritariamente expositivas) para aulas mais dinâmicas teve influência nas classificações dos alunos nos exames nacionais?

No apêndice 28 encontra-se uma tabela com as CIF (classificação interna final), as classificações obtidas no exame nacional e a aprovação de alunos tanto nas disciplinas de MACS como de Matemática B. Foram escolhidas, para cada disciplina, duas amostras independentes: uma com alunos de um ano letivo não abrangido pelo projeto da autonomia e flexibilidade e a outra com os alunos das turmas referidas neste documento, abrangidos pelo projeto da autonomia e flexibilidade curricular. Em ambas as amostras foram selecionados todos os alunos internos desse ano letivo que realizaram o exame nacional. Na disciplina de MACS os alunos da amostra antes da implementação do projeto eram alunos de outro professor, uma vez que era a primeira vez que lecionava MACS a um curso de Humanidades.

A CIF é a média das classificações atribuídas aos alunos no 3º período do 10º ano e no 3º período do 11º ano. Com a introdução de trabalhos e projetos no projeto da autonomia e flexibilidade é de esperar que as CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade sejam inferiores às CIF com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade por isso optou-se por um teste unilateral para estas classificações. Na comparação das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade como as CIF com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade definiu-se H_o: "A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é igual à média das classificações internas finais com a Flexibilidade" $(\mu_N = \mu_S)$ e H_1: A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é inferior à média das classificações internas finais com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$ existindo evidência estatística (p-value = 0,02172) que a média das CIF antes da implementação é inferior à média das CIF com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade, sendo a média das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 13,76 e a média das CIF com a implementação deste projeto 15,04545.

Quanto às classificações obtidas no exame nacional foi usando um teste bilateral porque se pretendia verificar se estas seriam diferentes com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade. Comparando as classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade como as classificações obtidas no exame nacional com a implementação da flexibilidade definiu-se H_o: "A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é igual à média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade" $(\mu_N = \mu_S)$ e H_1: "A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é diferente da média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade" $(\mu_N \neq \mu_S)$ e não existe evidência estatística (p-value = 0,8816) de que as médias sejam diferentes, sendo a média antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 12 valores e a média com a implementação 11,86364.

Para validar as conclusões dos dois testes anteriores, isto é, que as CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade são inferiores às CIF com a implementação deste projeto e que as classificações obtidas no exame nacional antes da flexibilidade são iguais às classificações obtidas no exame nacional com a flexibilidade utilizou-se um teste de hipóteses para verificar que a diferença entre as CIF e a classificação obtida no exame nacional antes da implementação da flexibilidade é inferior à diferença entre estas duas medidas com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade. Relativamente ao teste de hipótese para a média definiu-se H_o: A média das diferenças entre a CIF e a classificação de exame antes da flexibilidade é igual à média das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$ e H_1: A média das diferenças entre a CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é menor que a média das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$. Verifica-se que existe evidência estatística (p-value = 0,01609) que a diferença entre a CIF e a classificação obtida no exame nacional antes da implementação da flexibilidade é inferior à diferença com a flexibilidade. A média da diferença entre a CIF e a classificação obtida no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade é de 1,76 e a da com a implementação é de 3,181818. Esta conclusão corrobora as duas conclusões anteriores pois se a média das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade é inferior à média das CIF com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade e a média das classificações obtidas no exame nacional é igual à média das classificações obtidas com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade então verifica-se um aumento na diferença entre as classificações interna e externa. Na atribuição das classificações internas são tidas em conta diversas competências dos alunos tanto cognitivas como as relacionadas com as atitudes e valores enquanto que as classificações obtidas no exame nacional apenas refletem competências cognitivas. Logo é de esperar que as CIF sejam superiores às classificações obtidas no exame nacional. Também é de esperar que as diferenças entre a CIF e a classificação obtida no exame seja superior com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade porque com a introdução dos trabalhos passamos a avaliar competências como a criatividade, a capacidade de pesquisar e selecionar informação, a capacidade de inovação, ou seja capacidades que não conseguimos avaliar em testes e exames.

Finalmente pretendeu-se verificar se haveria diferença entre a taxa de reprovação antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade e a taxa de reprovação com a implementação deste projeto. A taxa de reprovação é a percentagem de alunos não aprovados à disciplina. Um aluno aprova à disciplina se a classificação final da disciplina (70% CIF mais 30% classificação obtida no exame nacional) for superior ou igual a 9,5 valores. Definiu-se H_o: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é igual à taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N = p_S)$ e H_1: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é diferente da taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N \neq p_S)$. Verifica-se que não há evidência estatística (p-value = 0,343) de que as taxas de reprovação sejam diferentes, sendo a taxa de reprovação antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 4% e a taxa de reprovação com a implementação deste projeto 0%. Este resultado foi inesperado, uma vez que se estava à espera que a taxa de reprovação diminuísse uma vez que com a introdução da flexibilidade as CIF (que contribui com 70% da classificação final do aluno) aumentaram e não se verifica diferenças nas classificações obtidas nos exames (que contribui com 30%). Possivelmente as diferenças não são significativas uma vez que a taxa de reprovação antes da implementação da flexibilidade já era reduzida (4%).

Análise das Classificações em Matemática B

Os critérios específicos de avaliação na disciplina de Matemática B tanto no 10º ano como no 11º ano foram iguais aos de MACS do 11º ano: 85% para conhecimentos/capacidades e 15% para atitudes e valores. Nos conhecimentos/capacidades avaliam-se as seguintes competências: A - Linguagens e textos; B - Informação e comunicação; C - Raciocínio e resolução de problemas; D – Pensamento crítico e pensamento criativo; F - Desenvolvimento pessoal e autonomia e I - Saber científico, técnico e tecnológico. Nas atitudes e valores avaliam-se: Responsabilidade e integridade; Excelência e exigência; Curiosidade, reflexão e inovação; Cidadania e participação e Liberdade.

Para esta disciplina realizaram-se os mesmos testes de hipóteses que para a disciplina de MACS, pelas mesmas razões. Testes unilaterais para verificar: se as classificações obtidas nos testes são inferiores às classificações obtidas nos trabalhos; se as classificações obtidas nos trabalhos do 10º ano foram inferiores às classificações obtidas nos trabalhos do 11º ano; se as CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade são inferiores às CIF com a implementação deste projeto; se as diferenças entre a CIF e a classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade são inferiores às diferenças entre a CIF e a classificações obtidas no exame nacional com a implementação deste projeto. Testes bilaterais para verificar: se as classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade são iguais às classificações obtidas no exame nacional com a implementação deste projeto; se a taxa de reprovação da disciplina antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade é igual à taxa de reprovação com a implementação do projeto.

Matemática B – 10º ano

Na tabela 6 encontram-se as classificações de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos das turmas de Matemática B do 10º ano consideradas neste documento.

	10º - Matemática B											
	1º Período		2º Período				3º Período					
Aluno	**1º Teste**	**Trabalho de Grupo Refugiados**	**Mini Teste**	**2º Teste**	**3º Teste**	**Trabalho de Grupo Criptografi**	**4º Teste**	**Trabalho a Pares**	**Trabalho de Grupo Relógio de**	**Trabalho de grupo Criptografi**	**Média dos Testes**	**Médias dos Trabalhos**
1	13,7	16,6	10,5	13,3	13,4	14,6	13,9	18,7	17	19,6	13,0	17,3
2	9,5	11,6	6,4	10,3	10,5	15,3	8,2	10,7	0	7,3	9,0	9,0
3	7,3	14,9	8,5	9,2	8,9	8,5	6,5	17,3	14	11,1	8,1	13,2
4	7,7	13,7	6,3	10,8	2,4	11,5	9	13,3	0	17,4	7,2	11,2
5	5,9	16,4	6,3	9	10	12,8	10,5	6,5	0,5	17,4	8,3	10,7
6	4	12,1	3,5	5,5	0,6	11,5	7,2	6,5	0	17,4	4,2	9,5
7	8,5	12,1	4,6	10,9	8,1	15,3	8,7	10,7	14	8,7	8,2	12,2
8	13,9	15,5	8,7	11,8	18,1	12,8	10,5	17,9	14	19,1	12,6	15,9
9	10,2	14,9	10,2	8,9	3,1	8,5	10,6	17,3	14	11,1	8,6	13,2
10	11,6	16,4	8,9	8,4	9,3	12,8	9,8	15,5	0,5	17,4	9,6	12,5
11	6,5	13,7	10,9	10	7,7	11,3	6,6	13,3	0	17,4	8,3	11,1
12	12,9	15,5	10	15,3	14,9	12,5	11,6	16,3	14	19,1	12,9	15,5
13	13,6	16,6	7,9	13,5	13,7	14,6	9,1	17,9	14	8,7	11,6	14,4
14	14,6	17,6	15,7	15	15,7	12,8	15,2	16,3	14	19,1	15,2	16,0
15	12,6	16,2	5,7	13,9	12,8	11,8	10	15,7	0,2	18,7	11,0	12,5
16	6	18,1	6,8	6,4	5,8	11,8	5,8	15,7	0,2	18,7	6,2	12,9
17	10,6	16,4	9,1	12,8	11,8	12,8	8,5	15,5	0,5	17,4	10,6	12,5
18	9,1	17,6	9,7	7,4	12,1	14,6	9,6	18,7	17	19,6	9,6	17,5
19	11,3	18,4	15,5	14,9	14,2	11,8	8,4	15,7	0,2	18,7	12,9	13,0
20	12,5	10,5	12,7	6,9	13,8	15,3	7,1	10,7	0	7,3	10,6	8,8
21	1	10,6	2,9	4	0	5,8	0	0	0	0	1,6	3,3

Tabela 6 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de Matemática B 10º ano

Na comparação das classificações obtidas nos testes como as classificações obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: “A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos” $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$ e H_1: “A média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos” $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$, verifica-se que existe evidência estatística (p-value = 0,00000365) que a média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das médias $-2,995238$ valores.

Matemática B – 11º ano

Na tabela 7 encontram-se as classificações de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos de Matemática B do 11º ano das turmas em análise.

	11º - Matemática B								
	1.º Período			2.º Período		3.º Período			
Aluno	**Trabalho a Pares Jardim Matemático**	**Trabalho a Pares E ainda o relógio de sol**	**1º Teste**	**2º Teste**	**3º Teste**	**4º Teste**	**Trabalho a Pares Covid - 19**	**Média dos testes**	**Média dos Trabalhos**
1	17,5	16	14,6	10,8	16,3	12,9	19,6	13,7	17,7
2	13,4	15,4	4,6	6	8,6	9	14,7	7,1	14,5
3	17	7,4	9,5	6,2	8,5	4,2	17	7,1	13,8
4	16	14,5	11,4	8,1	11,2	8,4	12,2	9,8	14,2
5	15,5	0	8,4	9,5	10,3	9,5	5,7	9,4	7,1
8	18,2	17,3	15,4	13,2	17,9	15,5	18	15,5	17,8
9	17	7,4	7,6	2,7	9,3	4,7	17	6,1	13,8
10	14	14,8	10,4	12,6	15,2	13,5	16	12,9	14,9
11	16	14,5	4,6	5,3	10,6	8,3	12,2	7,2	14,2
13	17	15,4	12,4	12,7	14,3	10,6	14,7	12,5	15,7
14	18,2	17,3	13,6	11,1	15,7	14,8	18	13,8	17,8
15	13,7	14,6	12,3	10,2	13,3	11,2	10	11,8	12,8
16	13,7	14,6	6,2	7,2	9,6	-	-	7,7	14,2
17	14	14,8	8,8	7,6	14,9	6,8	16	9,5	14,9
18	17,5	16	10,3	8,6	12,6	10,4	19,6	10,5	17,7
19	15,5	14,6	14,5	11,6	16,3	14,5	10	14,2	13,4
20	13,4	15,4	9,1	6,1	8,1	8,2	0	7,9	9,6

Tabela 7 - Classificações dos diferentes momentos de avaliação obtidos pelos alunos de Matemática B 11º ano

Na comparação das classificações obtidas nos testes com as classificações obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,0004993) de que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos sendo a diferença das medianas -4 valores.

Na tabela 8 apresentam-se as médias das classificações obtidas pelos alunos nos testes e nos trabalhos, no 10º e nos 11º anos, bem como a CIF (classificação interna final) e a classificação obtida no exame nacional.

	Matemática B					
	10º ano		**11º ano**			
Alunos	**Média dos testes**	**Média dos Trabalhos**	***Média dos testes***	***Média dos Trabalhos***	***CIF***	**Nota de Exame**
1	13,0	17,3	13,7	17,7	16	-
2	9,0	9,0	7,1	14,5	10	-
3	8,1	13,2	7,1	13,8	11	-
4	7,2	11,2	9,8	14,2	12	12,5
5	8,3	10,7	9,4	7,1	11	-
8	12,6	15,9	15,5	17,8	16	17,7
9	8,6	13,2	6,1	13,8	11	-
10	9,6	12,5	12,9	14,9	13	-
11	8,3	11,1	7,2	14,2	10	-
13	12,9	15,5	12,5	15,7	15	-
14	15,2	16,0	13,8	17,8	16	17,5
15	11,0	12,5	11,8	12,8	13	13,6
16	6,2	12,9	7,7	14,2	10	-
17	10,6	12,5	9,5	14,9	13	12,6
18	9,6	17,5	10,5	17,7	14	11,5
19	12,9	13,0	14,2	13,4	15	8,9
20	10,6	8,8	7,9	9,6	10	11,6

Tabela 8 - Avaliações internas e externas obtidas pelos alunos de Matemática B

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos no 10º ano com as classificações obtidas nos trabalhos no 11º ano definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10º ano é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ano" $(\tilde{x}_{10} = \tilde{x}_{11})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10º ano é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ano" $(\tilde{x}_{10} < \tilde{x}_{11})$. Verifica-se que há evidência estatística (p-value = 0,01278) que a mediana das classificações obtidas nos trabalhos do 10º ano foi inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos no 11º ano. Sendo a mediana do 10º ano 12,5 valores e a mediana do 11º ano 14,2 valores. Ao contrário do que aconteceu na disciplina de MACS os alunos de Matemática B revelaram uma melhoria significativa nas classificações dos seus trabalhos, mostrando-se assim que os alunos evoluíram e desenvolveram diversas competências.

Matemática B – Antes da Flexibilidade versus durante a Flexibilidade

Como já foi referido anteriormente no apêndice 28 encontra-se uma tabela com as CIF (classificação interna final), as classificações obtidas no exame nacional e a aprovação de alunos tanto nas disciplinas de MACS como de Matemática B. Foram escolhidas, para cada disciplina, duas amostras independentes: uma com alunos de um ano letivo não abrangido pelo projeto da autonomia e flexibilidade e a outra com os alunos abrangidos pelo projeto da autonomia e flexibilidade curricular. Em ambas as amostras foram selecionados todos os alunos internos desse ano letivo que realizaram o exame nacional. Na disciplina de Matemática B os alunos da amostra antes da implementação do projeto foram alunos do mesmo professor que os das turmas com a implementação do projeto.

Na comparação das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade com as CIF com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade definiu-se H_o: "A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é igual à média das classificações internas finais com a Flexibilidade" $(\mu_N = \mu_S)$ e H_1: A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é inferior à média das classificações internas finais com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$ não existindo evidência estatística (p-value = 0,48) que a média das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade é inferior à média das CIF com a implementação deste projeto, sendo a média das CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 13,57143 e a média das CIF com a implementação deste projeto 13,62500. Este resultado foi inesperado uma vez que tanto no 10º ano como no 11º ano as classificações obtidas nos testes foram inferiores às classificações obtidas nos trabalhos, portanto esperavam-se melhores resultados com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade.

Na comparação das classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade com as classificações obtidas no exame nacional com a implementação da flexibilidade definiu-se H_o: "A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é igual à média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade" $(\mu_N = \mu_S)$ e H_1: "A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é diferente da média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade" $(\mu_N \neq \mu_S)$ e não existe evidência estatística (p-value = 0,5421) de que as médias sejam diferentes, sendo a média antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 12,7619 valores e a média com a implementação 13,6250.

Na comparação das diferenças entre a CIF e a classificação de exame antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade com as diferenças entre a CIF e a classificação de exame com a implementação da flexibilidade definiu-se H_o: A mediana das diferenças entre a CIF e a classificação de exame antes da flexibilidade é igual à mediana das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a flexibilidade $(\tilde{x}_N = \tilde{x}_S)$ e H_1: A mediana das diferenças entre a CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é menor que a mediana das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\tilde{x}_N < \tilde{x}_S)$. Verifica-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,9137) que a diferença entre a CIF e a classificação obtida no exame nacional antes da implementação da flexibilidade seja inferior à diferença com a flexibilidade. Os resultados em Matemática B foram surpreendentes uma vez que não se esperava que a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não tivesse influência significativa nas classificações.

Relativamente à taxa de reprovação definiram-se as seguintes hipóteses: H_o: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é igual à taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N = p_S)$ e H_1: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é diferente da taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N \neq p_S)$. Verifica-se que não há evidência estatística (p-value = 0,3657) de que as taxas de reprovação sejam diferentes, sendo a taxa de reprovação antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade 9,5% e a taxa de reprovação com a implementação deste projeto 0%. Uma vez que os restantes testes de hipóteses revelaram que a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não tinha influenciado as diversas classificações era de esperar que também não houvesse diferença estatisticamente significativa na taxa de reprovação.

Discussão dos resultados de MACS e Matemática B

Tanto em MACS com em Matemática B se verifica que as classificações obtidas pelos alunos nos testes foram inferiores às classificações obtidas nos trabalhos no 10º ano e no 11º ano. No entanto em MACS as classificações dos trabalhos do 10º ano foram semelhantes às classificações no 11º ano, enquanto que em Matemática B as classificações dos trabalhos foram melhores no 11º ano. Os alunos de MACS tiveram uma atitude perante os trabalhos/projetos muito diferente dos alunos de Matemática B. Os alunos de MACS mostraram-se sempre interessados, motivados, com vontade de explorar novo software, desenvolver novas capacidades. Eles empenhavam-se em todas as tarefas propostas com entusiasmo, aproveitando o feedback que lhes era dado para melhorarem os seus trabalhos. Por outro lado, os alunos de Matemática B, principalmente no 10º ano, mostravam-se muito reticentes perante os trabalhos/projetos. Consideravam estes um “frete”, dava-lhes muito trabalho. Estes alunos, principalmente os bons alunos, preferiam testes porque para eles era muito mais fácil e dentro da sua zona de conforto estudar para testes. Para terem uma boa nota num trabalho requeria que os alunos dedicassem muito tempo às atividades, muita pesquisa, aprender a trabalhar com software novo e pensar “fora da caixa”. Mesmo nos trabalhos realizados na sala de aula os alunos tentavam despachar a tarefa não se empenhando na mesma. Enquanto os alunos de MACS sempre apresentaram trabalhos organizados passados a computador, os alunos de Matemática B apresentavam trabalhos desorganizados entregues numa folha de papel rasgado do caderno e por vezes a lápis. Quando os trabalhos eram para realizar fora da sala de aula o empenho era muito menor. Por exemplo, no trabalho do relógio de sol, realizado fora da sala de aula no 10º ano, muitos grupos não fizeram o relatório de pesquisa e quando foram construir as maquetes faltava-lhes a pesquisa e como tal muitas das maquetes não representavam de todo um relógio de sol. Os alunos ficaram muito surpreendidos quando se aperceberam que a nota de matemática não incluía apenas a avaliação da maquete. Isto apenas revela que os alunos não leram atentamente o guião onde se estipulava que o trabalho de pesquisa era fundamental para a construção da maquete. Neste mesmo guião estavam os critérios de avaliação da tarefa. No 11º ano os alunos perceberam que os trabalhos/projetos era uma parte importante da sua avaliação. Começaram a ter mais cuidado com a apresentação e a empenharem-se muito mais e como tal a produzir trabalhos com mais qualidade. A capacidade de comunicar melhorou tal como o pensamento critico. Os alunos passaram a ser mais autónomos.

Como os alunos de Matemática B sempre deram mais importância aos testes do que aos trabalhos não é de estranhar que não se verifiquem diferenças entre as CIF antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade e as CIF com a implementação deste projeto. Já nos alunos de MACS há evidência de diferenças significativas uma vez que estes sempre se empenharam nos trabalhos, adquirindo muitas mais competências do que os alunos de Matemática B.

Análise das classificações de Matemática A

No ano letivo em que foi lecionada Matemática A do 10º ano os critérios específicos de avaliação foram alterados de modo a avaliar os alunos por competências. Estas alterações foram apenas introduzidas no primeiro ano de cada ciclo, portanto no secundário foi apenas no 10º ano. Daí a diferença dos critérios específicos de avaliação da disciplina de Matemática A do 10º ano e de Matemática B do 11º ano, apesar de terem sido lecionadas no mesmo ano letivo.

Os critérios de avaliação específicos adotados pelo departamento de Matemática A do 10º ano foram os seguintes: Competência 1 – Conhecimentos e procedimentos 45%; Competência 2 – Resolução de problemas 35%; Competência 3 – Pensamento crítico e criativo/Comunicação 5%; Responsabilidade e Integridade 8%; Excelência e exigência 5%; Curiosidade, reflexão e inovação 2%. Todos os momentos de avaliação avaliam pelo menos uma destas competências em que questões aula, mini testes e testes avaliavam apenas as competências 1, 2 e 3, enquanto os trabalhos/projetos para além das competências 1, 2 e 3 avaliavam também as competências relacionadas com as atitudes (quando aplicável, isto é, para trabalhos realizados em sala de aula onde se podem observar tais competências) (Tabelas 9 e 10).

Competências Avaliadas	**C1 – Conhecimento de factos e procedimentos matemáticos**	**C2 – Resolução de problemas**	**C3 – Pensamento crítico e criativo e comunicação Matemática**
Classificação	$\frac{\quad}{110}\ pontos - \quad Val.$	$\frac{\quad}{80}\ pontos - \quad Val.$	$\frac{\quad}{10}\ pontos - \quad Val.$

Tabela 9 - Cabeçalho para atribuição da classificação de cada competência

Questão	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4.1**	**2.4.2**	**2.5**	**2.6**	**2.7**	**2.8**	**3**	**4**
Cotação	10	18	18	16	15	10	10	12	12	16	18	15	10	10	10
Competência avaliada	C1	C2	C2	C2	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C2	C1	C1	C2	C3

Tabela 10 - Distribuição das cotações e competências por questões

Matemática A – 10º ano

Uma vez que os alunos em cada momento de avaliação obtinham uma classificação por cada competência e apenas temos dados do 10º ano, os testes de hipótese realizados para esta disciplina são diferentes dos testes de hipóteses realizados para MACS e Matemática B.

De seguida serão analisadas as classificações obtidas pelos alunos nos testes e nos trabalhos, por competência e no geral. Analisa-se se as classificações obtidas nos testes são inferiores às classificações obtidas nos trabalhos e nos projetos. Os testes avaliam as diferentes competências cognitivas dos alunos, mas num prazo de tempo muito curto e são realizados individualmente. Na realização dos testes os alunos têm de mostrar naquele exato momento tudo o que sabem e alguns alunos não reagem bem à pressão. Os trabalhos foram realizados em grupo e durante um tempo prolongado. Durante a execução dos trabalhos foi sendo dado feedback e assim os alunos tiveram a possibilidade de corrigir e melhorar o seu trabalho. O facto de os trabalhos serem realizados em grupo permite que os alunos se ajudem uns aos outros, tirando partido das diferentes capacidades dos elementos do grupo. Por estes motivos conjeturou-se que as classificações nos trabalhos seriam melhores que as dos testes e daí se ter optado por um teste unilateral. Também se pretendia verificar se esta relação se verificava em todas competências ou apenas em algumas. Como se estava a trabalhar com duas turmas, uma de ciências e tecnologias e outra de ciências socioeconómicas pretendeu-se comparar os resultados das duas turmas em cada competência e no geral. Mais uma vez optou-se por testes de hipótese unilaterais porque experiências anteriores indicam que as turmas de ciências socioeconómicas costumam ter resultados inferiores às turmas de ciências e tecnologias. Portanto pretendia-se verificar se na avaliação por competências as classificações continuavam a ser inferiores na turma de ciências socioeconómicas.

Turma ciências e tecnologias

Na tabela 11 encontram-se as classificações, por competência, de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos de Matemática A da turma de ciências e tecnologias do 10º ano em análise.

Na comparação das classificações obtidas na competência 1 – conhecimentos e procedimentos pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as dos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,9842) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas 1,9 valores.

Na comparação das classificações obtidas na competência 2 – resolução de problemas pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,967) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas 2,5 valores.

Na comparação das classificações obtidas na competência 3 – pensamento crítico e criativo/comunicação pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,00000296) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas $-10{,}8$ valores.

Na comparação das classificações ponderadas (que incluem as três competências), obtidas pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,9408) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas $-1{,}2$ valores.

Turma ciências socioeconómicas

Na tabela 12 encontram-se as classificações, por competência, de todos os momentos de avaliação obtidas pelos alunos de Matemática A da turma de ciências socioeconómicas do 10º ano em análise.

Na comparação das classificações obtidas na competência 1 – conhecimentos e procedimentos pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$ e H_1: A média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,3691) que a média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das médias $-0{,}3714286$ valores.

Na comparação das classificações obtidas na competência 2 – resolução de problemas pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,003357) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas -3 valores.

Na comparação das classificações obtidas na competência 3 – pensamento crítico e criativo/comunicação pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos" $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,0001221) que a mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das medianas $-7{,}1$ valores.

Na comparação das classificações ponderadas (que incluem as três competências), obtidas pelos alunos da turma de ciências e tecnologias nos testes com as obtidas nos trabalhos definiu-se H_o: "A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos" $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$ e H_1: "A média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos" $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,03217) que a média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos, sendo a diferença das médias $-2{,}007143$ valores.

Turma ciências e tecnologias vs turma ciências socioeconómicas

Na comparação das classificações obtidas nos testes na competência 1 – conhecimentos e procedimentos pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,06348) que a mediana das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a mediana da turma de ciências socioeconómicas 11,35 e a mediana da turma de ciências e tecnologias 14,0.

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos na competência 1 – conhecimentos e procedimentos pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$ e H_1: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$, verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,4502) que a mediana das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a mediana da turma de ciências socioeconómicas 12,0 e a mediana da turma de ciências e tecnologias 14,4.

Na comparação das classificações obtidas nos testes na competência 2 – resolução de problemas pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT})$ e H_1: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à média das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,02272) que a média das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à média das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a média da turma de ciências socioeconómicas 7,307143 e a média da turma de ciências e tecnologias 10,762963.

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos na competência 2 – resolução de problemas pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" ($\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT}$) e H_1: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" ($\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT}$), verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,7066) que a mediana das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a mediana da turma de ciências socioeconómicas 10,25 e a mediana da turma de ciências e tecnologias 11,50.

Na comparação das classificações obtidas nos testes na competência 3 – pensamento crítico e criativo/comunicação pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" ($\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT}$) e H_1: "A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias" ($\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT}$), verificando-se que não existe evidência estatística (p-value = 0,2711) que a mediana das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a mediana da turma de ciências socioeconómicas 1,15 e a mediana da turma de ciências e tecnologias 2,30.

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos na competência 3 – pensamento crítico e criativo/comunicação pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à média das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias ($\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT}$) e H_1: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à média das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias ($\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT}$), verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,001488) que a média das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a média da turma de ciências socioeconómicas 9,978571 e a média da turma de ciências e tecnologias 13,525926.

Na comparação das classificações obtidas nos testes (classificação ponderada com as três competências) pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT})$ e H_1: A média das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à média das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT})$, verificando-se que existe evidência estatística (p-value = 0,03919) que a média das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à média das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a média da turma de ciências socioeconómicas 9,092857 e a média da turma de ciências e tecnologias 11,707407.

Na comparação das classificações obtidas nos trabalhos (classificação ponderada com as três competências) pelos alunos da turma de ciências socioeconómicas com as classificações da turma de ciências e tecnologias definiu-se H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$ e H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$, verificando que não existe evidência estatística (p-value = 0,5) que a mediana das classificações obtidas na turma de ciências socioeconómicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma de ciências e tecnologias, sendo a mediana da turma de ciências socioeconómicas 10,85 e a mediana da turma de ciências e tecnologias 13,60.

Discussão dos resultados de Matemática A

Nos alunos de ciências e tecnologias verificamos que apenas na competência 3 – Pensamento crítico e criativo/comunicação é que os alunos tiveram melhores classificações nos trabalhos do que nos testes. Esta competência requer que os alunos consigam resolver problemas nunca antes explorados, ser criativos e inovadores. No teste o tempo é limitado e a maioria dos alunos não conseguem responder à questão associada a esta competência, já nos trabalhos os alunos trabalhavam em pares, debatendo e contribuindo com diversas ideias complementando o raciocínio um do outro. Para além disso houve trabalhos em que se avaliou apenas esta competência permitindo assim os alunos terem melhores resultados. Note-se que a mediana dos testes foi de 2,3 valores enquanto que a média dos trabalhos foi de 13,53 valores. Como esta competência tem apenas um peso de 5% não é de estranhar que não se verificasse evidência estatística que as classificações nos trabalhos seriam melhores do que as dos testes.

Já na turma de ciências socioeconómicas verificamos que apenas na competência 1 – conhecimentos e procedimentos as classificações obtidas nos testes são semelhantes às classificações obtidas no trabalho. Os alunos desta turma eram desmotivados, revelavam dificuldades nas diversas competências e falta de pré-requisitos. Nos trabalhos os alunos como tinham mais tempo e trabalhavam em pares conseguiram ter uns resultados melhores do que nos testes.

Comparando as duas turmas verificamos que nos testes os resultados nas competências 1 e 3 foram semelhantes, já na competência 2 os alunos de ciências e tecnologias tiveram melhores resultados. Nos trabalhos apenas na competência 3 é que os alunos de ciências e tecnologias tiveram melhores resultados. Verifica-se também que há evidência das classificações nos testes da turma de ciências e tecnologias serem superiores às da turma de ciências socioecónomicas. Já nos trabalhos as classificações de ambas as turmas são semelhantes. Isto confirma que o projeto da autonomia e flexibilidade valoriza as diversas competências dos alunos contribuindo para que os alunos mais fracos conseguiam ter melhor resultados enquanto que se avaliamos apenas por testes os alunos com dificuldades ficam sempre prejudicados.

10º Ano – Matemática A Turma Ciências e Tecnologias

Conhecimentos e Procedimentos

	1º Teste	2º Teste	1º Mini teste	3º Teste	1ª Questão aula	Vídeo	Média Testes	Média Trabalhos	Média
Cotação	103	114	53	110	30	50			
Aluno									
1	80	94	47	90	30	38	16,6	15,2	165
2	71	103	51	88	30	38	16,7	15,2	166
3	83	102	23	109	30	47	16,9	18,8	171
4	68	70	40	75	26	28	13,6	11,2	133
5	96	94	40	88	30	36	17,0	14,4	167
6	57	47	43	65	26	0	11,6	0	103
7	64	78	38	88	24	0	14,2	0	127
8	58	10	26	15	26	0	6,6	0	59
9	76	92	33	58	17	0	13,5	0	120
10	60	78	18	73	26	0	12,4	0	111
11	46	47	19	15	3	0	6,3	0	57
12	71	77	31	63	26	0	13,1	0	117
13	69	76	22	74	26	36	13,0	14,4	132
14	85	58	48	70	26	40	14,0	16	142
15	79	91	30	80	26	29	14,9	11,6	146
16	33	26	19	27	0	0	5,1	0	46
17	91	93	45	96	30	44	17,3	17,6	173
18	95	104	51	71	24	47	16,8	18,8	170
19	99	106	48	96	26	44	18,3	17,6	182
20	40	62	35	90	14	34	11,8	13,6	120
21	82	92	48	95	30	34	16,9	13,6	166
22	75	92	22	82	20	45	14,2	18	146

Resolução de Problemas

	1º Teste	2º teste	1º Mini Teste	3º teste	1ª Questão aula	Vídeo	Média Testes	Média Trabalhos	Média
Cotação	87	86	40	80	30	40	323	40	
Aluno									
1	79	73	24	59	29	23	16,3	11,5	158
2	82	82	31	65	29	23	17,9	11,5	172
3	24	59	15	60	30	26	11,6	13	118
4	33	73	27	75	30	27	14,7	13,5	146
5	55	65	26	26	10	31	11,3	15,5	117
6	50	14	0	7	30	0	6,3	0	56
7	38	63	33	66	10	0	13,0	0	116
8	30	10	4	6	30	0	5,0	0	44
9	25	42	16	45	0	0	7,9	0	71
10	50	39	1	11	30	0	8,1	0	72
11	20	11	0	0	10	0	2,5	0	23
12	31	79	24	12	20	0	10,3	0	91
13	22	50	18	24	30	26	8,9	13	94
14	39	82	23	29	30	20	12,6	10	123
15	21	42	15	18	30	22	7,8	11	82
16	11	10	0	10	0	0	1,9	0	17
17	67	71	38	56	30	33	16,2	16,5	163
18	67	84	27	54	30	26	16,2	13	159
19	71	75	41	79	30	36	18,3	18	183
20	11	51	19	46	20	20	9,1	10	92
21	81	68	38	73	30	29	18,0	14,5	176
22	43	67	29	33	9	31	11,2	15,5	117

Pensamento crítico e criativo / Comunicação

	1º Teste	Trabalho a Pares After the Dark	1º Mini teste	3º Teste	Trabalho Parábolas	Vídeo	Média Testes	Média Trabalhos	Média
Cotação	10	200	6	10	15	60			
Aluno									
1	0	130	3	1	15	52	3,1	14,3	134
2	1	122	0	0	15	52	0,8	13,7	126
3	1	159	2	1	15	58	3,1	16,9	157
4	1	117	2	0	9	34	2,3	11,6	108
5	0	166	0	3	15	46	2,3	16,5	153
6	1	97	0	0	15	0	0,8	8,1	75
7	1	130	3	1	9	0	3,8	10,1	96
8	1	97	0	0	0	0	0,8	7,1	65
9	1	122	4	0	0	0	3,8	8,9	84
10	0	145	0	0	15	0	0,0	11,6	106
11	0	145	2	0	0	0	1,5	10,5	98
12	1	117	3	1	6	0	3,8	8,9	85
13	0	102	2	0	15	52	1,5	12,3	114
14	0	169	2	1	15	44	2,3	16,6	153
15	1	102	0	1	15	44	1,5	11,7	108
16	2	166	0	0	0	0	1,5	12,1	112
17	1	169	5	1	15	46	5,4	16,7	157
18	0	156	0	0	15	58	0,0	16,7	152
19	6	169	6	8	15	48	15,4	16,9	167
20	0	145	2	9	15	46	8,5	15,0	144
21	1	156	0	3	15	48	3,1	15,9	148
22	6	128	5	1	15	54	9,2	14,3	139

Global

	Média Testes	Média Trabalhos
Cotação		
Aluno		
1	15,7	13,6
2	16,3	13,6
3	13,9	16,3
4	13,4	12,2
5	13,8	15
6	8,8	0,5
7	13,1	0,6
8	5,6	0,4
9	10,6	0,5
10	9,9	0,7
11	4,5	0,6
12	11,4	0,5
13	10,7	13,7
14	12,7	13,6
15	11,2	11,4
16	3,6	0,7
17	16,2	17,1
18	15,6	16,3
19	18,1	17,7
20	10,5	12,2
21	16,5	14,1
22	12,7	16,8

23	47	20	11	40	0	0	5,8	0	51	16	10	0	2	0	0	1,7	0	15	0	169	0	0	0	0	0,0	12,3	112	3,8	0,7
24	81	109	37	106	30	47	17,7	18,8	178	77	68	41	61	30	26	17,2	13	167	1	159	2	3	15	58	4,6	16,9	158	16,7	16,3
25	57	54	15	80	30	40	11,5	16	120	41	25	23	2	30	26	7,5	13	81	0	145	0	1	15	58	0,8	15,9	146	9,2	14,8
26	0	20	17	36	23	36	6,3	14,4	74	0	10	0	8	10	26	2,4	13	39	0	128	0	0	15	52	0,0	14,2	134	4,3	13,8
27	92	53	52	91	27	40	17,9	16	177	80	39	38	45	30	26	16,7	13	163	8	4	2	10	15	58	15,4	19,5	183	17,3	15

Tabela 11 - Classificações obtidas nos diversos momentos de avaliação na turma ciências e tecnologias

	10º Ano – Matemática A Turma Ciências Socioeconómicas																												
	Conhecimentos e Procedimentos									Resolução de Problemas									Pensamento crítico e criativo / Comunicação										
	1º Teste	2º Teste	1º Mini teste	3º Teste	1ª Questão	Vídeo	Média Testes	Média Trabalho	Média	1º Teste	2º teste	1º Mini Teste	3º teste	1ª Questão	Video	Média Testes	Média Trabalhos	Média	1º Teste	Trabalho a Pares After the	1º Mini teste	3º Teste	Trabalho Parábolas	Vídeo	Média Testes	Média Trabalho	Média	Média Testes	Média Trabalho
Cotação	103	114	53	110	30	50				87	86	40	80	30	40	323	40		10	200	6	10	15	60					
Aluno																													
1	19	0	15	3	17	0	2,6	0	23	28	0	10	4	4	0	2,8	0	25	1	145	1	0	0	0	1,5	10,5	98	2,7	0,2
2	11	41	34	38	16	0	6,8	0	61	4	10	16	0	5	0	2,2	0	19	1	42	0	0	0	0	0,8	3,1	29	4,6	0,3
3	30	51	43	36	30	33	9,3	13,2	97	9	13	33	8	29	20	5,7	10	62	0	56	0	0	0	36	0,0	6,7	61	7,3	11,5
4	44	82	31	46	6	24	10,2	9,6	101	9	38	12	5	14	17	4,8	8,5	52	0	42	0	1	0	40	0,8	6,0	55	7,4	9
5	66	69	32	46	30	20	11,9	8	114	48	50	11	2	5	17	7,2	8,5	73	0	91	0	0	0	38	0,0	9,4	86	9,2	8,3
6	36	95	23	53	30	34	11,6	13,6	118	28	42	18	40	10	34	8,5	17	95	4	82	0	10	15	38	10,8	9,8	99	10,3	14,8
7	45	81	47	76	17	23	13,0	9,2	126	39	36	23	33	15	21	9,0	10,5	92	1	76	0	9	15	36	7,7	9,2	91	11	9,8
8	67	77	40	86	30	48	14,6	19,2	151	35	72	39	66	10	33	13,7	16,5	140	1	82	3	0	14	50	3,1	10,6	100	13,6	17,8
9	0	18	23	19	20	25	3,9	10	46	3	0	10	0	5	20	1,1	10	21	0	91	0	0	9	30	0,0	9,5	86	2,5	9,6
10	26	52	38	41	23	27	8,8	10,8	90	5	32	18	11	9	20	4,6	10	52	0	159	0	0	12	40	0,0	15,3	140	6,6	10,2
11	97	110	52	106	20	43	18,8	17,2	186	62	72	41	57	5	33	14,7	16,5	148	1	159	6	9	13	54	12,3	16,4	161	16,7	16,9
12	79	82	43	86	20	34	15,1	13,6	150	42	38	13	25	29	21	9,1	10,5	92	1	76	0	0	0	46	0,8	8,9	82	11,8	12,2
13	72	20	29	76	30	45	11,1	18	118	2	49	24	0	0	35	4,6	17,5	60	1	145	4	3	15	52	6,2	15,4	146	8,1	17,2
14	100	102	50	87	20	45	17,5	18	176	72	72	31	37	19	35	14,3	17,5	146	2	56	6	0	15	52	6,2	8,9	87	15,5	17,6

Tabela 12 - Classificações obtidas nos diversos momentos de avaliação na turma ciências socioeconómicas

DISCUSSÃO

O Projeto da Autonomia e Flexibilidade Curricular foi implementado no sistema educativo português no ano letivo 2017/2018 pelo Despacho n.º 5908/2017, de 5 de julho. Juntamente com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória e o Decreto-Lei n.º 55/2018 de 6 de julho, o governo definiu diretrizes e instrumentos para uma educação englobante centrada na educação integral de um jovem. É uma educação que se ajusta às necessidades e características de cada aluno procurando desenvolver capacidades, competências e valores.

Com a introdução deste projeto surgiram várias dúvidas por parte dos professores: Como implementá-lo? Que estratégias utilizar? Que atividades realizar? Como implementá-lo na disciplina de matemática? Como reagirão os alunos? Como avaliar esta nova forma de aprendizagem? O trabalho apresentado neste documento procurou responder a estas questões.

A diversa legislação foi analisada e apresentadas possíveis metodologias de ensino a utilizar. Foram apresentadas diversas atividades desenvolvidas com alunos de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Matemática B, Matemática dos cursos profissionais e Matemática A. Este documento inclui os guiões, quando aplicável, das diversas tarefas e uma análise exaustiva das atividades desenvolvidas. Foram analisadas as metodologias aplicadas e a eficácia das mesmas, registada no processo.

O projeto da autonomia e flexibilidade curricular é uma mais valia para o processo ensino-aprendizagem. No entanto não é fácil de implementar e requer investimento por parte dos professores. É fundamental o trabalho colaborativo entre os professores. É com o diálogo, a partilha de experiências, a pesquisa que podemos evoluir como profissionais e acima de tudo implementar a interdisciplinaridade. Um professor será mais criativo, outro muito organizado e ótimo a definir objetivos e a planificar tarefas. É importante que partilhemos ideias entre colegas do conselho de turma, de grupo e de departamento. Devemos conversar com colegas de outras escolas/agrupamentos, existem atividades muito boas que já foram aplicadas noutras escolas, por outros professores, porque não pegar nelas e adaptá-las de acordo com o estilo do professor e as características dos alunos?

Wong (2017) no seu artigo *A educação do futuro já começou* refere a dificuldade sentida na implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular:

> *Recorde-se que este ano, o ME permitiu a flexibilidade curricular em 231 escolas e agrupamentos, cerca de um quinto das escolas públicas, desafiando-as a definirem 25% da carga horária lectiva.*
>
> *Algumas destas escolas não avançaram porque os professores foram resistentes à ideia. Se Ana Pedro elogia os docentes, lembrando que estes são reconhecidos como inovadores em projetos e programas europeus, Carlos Cunha defende que o ensino poderia estar muito mais desenvolvido se os docentes não pusessem tantos entraves à mudança.*
>
> *Para Carla Carriço, da direcção do agrupamento de escolas de Atouguia da Baleia, que também tem uma sala do futuro, inicialmente criada para que os alunos melhorassem os resultados a Matemática, a "parte mais difícil" desta iniciativa "são as pessoas". "Passinho a passinho, muito devagarinho, vamos conseguindo alterar comportamentos", acrescenta.*
>
> *Para isso é preciso conquistar os docentes, dar-lhes formação, mas a verdade é que "os professores continuam muito agarrados aos programas, têm de os cumprir preparar os alunos para os exames pois os resultados destes são a imagem da escola", justifica ainda a professora de Inglês que, sempre que pode, utiliza a sala de aula onde pode por os alunos a fazer um trabalho mais activo e participativo.*
>
> *"É preciso romper com aquilo a que o professor está habituado. Costumo dizer que entre as 8h30 e as 13h30, um professor dá três palestras, por vezes dá uma ficha, depois faz um teste e passa à frente. Esta sala é um espaço exigente porque o professor tem de se preparar, propor, assistir ao projeto e avaliar*

> *o produto final", enumera Carlos Cunha, da secundária de Setúbal.*

Os professores acima citados estão a referir-se à sala de futuro, mas todas as dificuldades e resistências são válidas para a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular. A maioria das escolas não têm uma sala do futuro, mas não significa que não seja possível, é necessário ser criativo.

Na elaboração das tarefas houve imensa pesquisa, tendo-se procurado inspiração em propostas de diversos manuais, exames do Canada, Austrália e África do Sul, em ideias e sugestões de outros colegas partilhados em encontros de professores como o Algarmat e na auscultação dos alunos. Os alunos poderão surpreender-nos se lhes for dada a palavra. Por exemplo, uma das tarefas apresentadas neste trabalho, os vídeos tutoriais, foi proposta por alunos e correu tão bem que voltou a ser aplicada, inclusive em turmas de outros colegas. Algumas das tarefas apresentadas neste trabalho já foram utilizadas por outros colegas, na integra ou adaptadas. Ao alargar a aplicação das tarefas por outros professores houve uma discussão sobre como tinha corrido a primeira realização da atividade, tendo-se analisado em conjunto as estratégias utilizadas e o que se poderia modificar de modo a evitar os erros ocorridos na primeira execução. Para que o projeto da autonomia e flexibilidade curricular corra nos moldes previstos é necessário que os professores vão implementando mudanças nas suas práticas. Não é preciso uma mudança radical, mas sim ir modificando aos poucos, uma pequena atividade agora seguida por atividades mais ambiciosas depois.

Wong (2017) no seu artigo *A educação do futuro já começou* menciona o professor Filipe Oliveira que refere a necessidade de irmos introduzindo as mudanças gradualmente:

> *Para Filipe Oliveira a tecnologia deve ser introduzida "com cautela". "Desde sempre que as aulas tiveram momentos expositórios e momentos em que os alunos têm autonomia para resolver problemas, não estando todos necessariamente a fazer o mesmo", ressalva. "Pensar que isso acontece se se colocarem poufs para os alunos se sentarem com os seus tablets chega quase a tocar, na minha opinião, o ridículo. Para obter sucesso, há um*

trabalho sério e irredutível que o aluno deve desenvolver", acrescenta.

Não podemos esquecer que esta forma de encarar o processo ensino-aprendizagem também é novidade para os alunos. Os alunos estão habituados a um sistema onde a informação lhes é fornecida pelo professor e de seguida avaliada em forma de testes, eventualmente um trabalho de pesquisa com uma apresentação. Se há alunos que aceitam de bom grado estas alterações e reconhecem os seus benefícios há outros que vão resistir, que vão preferir o caminho mais fácil, aquele que lhes é mais confortável. Mas mais cedo ou mais tarde os alunos irão perceber os benefícios deste tipo de aprendizagem. As competências, capacidades e valores que vão desenvolver serão ferramentas fundamentais na sua vida futura.

Wong (2017) no seu artigo *A educação do futuro já começou* menciona o professor Carlos Cunha que tem a seguinte opinião sobre a reticência dos alunos perante este tipo de projetos:

> *E se ainda há professores reticentes quanto a esta nova forma de trabalhar – porque não são só as salas que são diferentes, mas as metodologias – também existem estudantes que torcem o nariz, sobretudo os mais aplicados, revela Carlos Cunha. "Os mais avessos são os alunos com melhores notas porque estão habituados à previsibilidade". Por vezes, estes estudantes não conseguem acompanhar este novo método – que lhes pede para que procurem informação, que a seleccionam, que aprendam com ela – como aqueles que têm piores notas mas, assim que percebem o que lhes é pedido, adaptam-se e voltam outra vez a ser melhores e essa evolução faz que os outros, "mais fracos", sintam que têm de os acompanhar, explica o professor de Setúbal.*

Uma grande preocupação dos professores é o cumprimento do programa curricular principalmente nas disciplinas que têm exame nacional. A implementação destas estratégias leva mais tempo do que a transmissão de conhecimento por aulas expositivas. Cabe ao professor gerir as estratégias e metodologias de forma a cumprir o programa e desenvolver competências, capacidades e valores nos alunos. Nada nos obriga a abandonar completamente o ensino expositivo devemos sim adotar a instrução direta, sendo a diferença principal entre estas duas metodologias o papel que o aluno desempenha. Na instrução direta o aluno tem um papel mais ativo, o professor expõe os conhecimentos e vai recolhendo feedback dos alunos, ajustando a sua planificação, reforçando os conteúdos em que os alunos manifestam maiores dificuldades. Na implementação deste projeto, no 10º ano ficaram conteúdos por lecionar que foram lecionados no 11º ano, conseguindo sempre cumprir-se todo o programa curricular ao fim dos dois anos nas disciplinas bienais.

Relativamente à avaliação verificou-se que este processo não prejudica as classificações dos alunos. Os alunos com mais dificuldades conseguem obter melhores classificações nos trabalhos o que compensa os resultados fracos obtidos nos testes. Estes alunos ao obterem bons resultados nos trabalhos começam a acreditar mais em si próprios e a sentir que afinal são capazes de obter sucesso. Estes alunos reconhecem que as competências que desenvolvem neste processo os ajudará a tomar decisões acertadas e a torna-los cidadãos mais informados, pró-ativos e bem-sucedidos. Em relação aos alunos que já obtinham bons resultados estes continuam a obter bons resultados nos diversos momentos de avaliação e como adquirem competências e capacidades que com o ensino expositivo não adquiriam, passam a ser alunos mais completos. Quanto aos exames nacionais verifica-se que não há alteração nas classificações obtidas pelos alunos comprovando a eficácia deste processo, no sentido em que o desenvolvimento de outras competências e valores não prejudica o desempenho cognitivo.

Wong (2017) apresenta testemunhos positivos de diversos professores e de uma fonte do Ministério de Educação relativamente aos resultados obtidos com alunos:

> *Carlos Cunha fez um estudo "ad-hoc" com duas turmas, na sua disciplina, uma ia todas as semanas à sala do futuro e outra ia uma vez por mês, e a primeira teve melhores resultados a Física e Química.*
>
> *Carla Carriço também está convencida que os alunos têm níveis de sucesso mais elevados e Carmelo Rosa informa que todos os meninos das turmas que fizeram parte do programa da Gulbenkian transitaram do 1.º para o 2.º ciclo, sem excepção. "O que não é fácil porque o Alentejo tem das taxas de insucesso mais altas [do país] e as turmas tinham crianças com Necessidades*

Educativas Especiais e ciganas, mas as condições foram boas porque as escolas foram sempre acompanhadas por uma equipa da Universidade de Évora"., informa o diretor da FCG.

Sobre a avaliação às salas de aula do futuro diz fonte do ME: "As primeiras indicações dão nota de melhorias na motivação dos alunos, e de uma redução do insucesso escolar. Contudo, é necessário esperar o final do relatório para as conclusões serem bem suportadas. Deve, no entanto, relembrar-se que os resultados não são imediatos, […]

Em suma, não devemos ter receio de experimentar estratégias e atividades novas. É possível introduzi-las no ensino da matemática, uma disciplina na qual muitos alunos manifestam dificuldades e alguns deles até desagrado pela mesma. Estas atividades tornam a matemática mais aliciante para os alunos, esta deixa de ser tão abstrata e passa a estar mais próxima da sua realidade. Não tenhamos medo de errar; é pelos erros que aprendemos e evoluímos e é importante que os alunos se apercebam disto, que não tenham receio de errar. Os alunos devem analisar os erros cometidos, perceber o que correu mal e acima de tudo o que deverão fazer diferente para que não os repitam.

CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular em turmas lecionadas pelo autor, nas disciplinas de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Matemática B e Matemática A, nos anos letivos 2017/2018 a 2019/2020.

Inicialmente foi apresentada a contextualização legal e científica - pedagógica do projeto desenvolvido. Foram analisados o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória, que define as áreas de competências a serem desenvolvidas nos alunos, e as Aprendizagens Essenciais de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Matemática B e Matemática A, que definem ações estratégicas de ensino orientadas para o Perfil dos Alunos. Foi ainda apresentada uma reflexão, baseada em bibliografia existente, sobre o que significa ensinar, os seus intervenientes, a diversidade dos alunos e a importância de diversificar estratégias e envolver o aluno no seu processo ensino-didático de forma a ter um papel muito mais ativo. Foram também apresentadas definições de diversas metodologias de ensino e realçada uma distinção entre as diferentes tarefas matemáticas.

Seguiu-se a descrição de tarefas originais, criadas pelo autor, muitas delas contextualizadas na vida diária e nos interesses dos alunos dentro da sua comunidade. Algumas destas tarefas foram já utilizadas por outros professores. Foi também apresentada uma reflexão sobre o desenvolvimento das respetivas atividades e um quadro resumo das mesmas. Estas atividades permitiram desenvolver nos alunos a maioria das competências referidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. É referido os diversos erros cometidos pelos alunos e como estes após uma reflexão conjunta professor-alunos ajudaram a reforçar o desenvolvimento das competências.

É ainda feita uma análise estatística exaustiva das classificações obtidas pelos alunos, quer nas avaliações internas quer nas avaliações externas. Nas avaliações internas é feita uma comparação entre o desempenho dos alunos nos testes e o seu desempenho nos trabalhos. Foram comparados os resultados de alunos com e sem a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade curricular relativamente à Classificação Interna Final (CIF); à classificação obtida no exame nacional, à diferença entre a CIF e a classificação de exame e à taxa de reprovação. Conclui-se que a implementação descrita deste projeto beneficiou alunos que usualmente têm classificações mais baixas, não se revelando diferenças significativas para alunos que usualmente já têm boas classificações.

Em termos globais conclui-se que a implementação apresentada do projeto da autonomia e flexibilidade curricular foi uma mais valia para professor e alunos, proporcionando um leque alargado de novas aprendizagens, embora não sem algumas incertezas e resistências iniciais.

Os apêndices deste documento incluem os guiões das diversas tarefas criadas e outros recursos como rubricas de avaliação e hiperligações para páginas da internet desenvolvidas para as tarefas. Estes recursos foram incluídos neste documento também com o intuito de que outros professores e seus alunos possam beneficiar do trabalho desenvolvido e aqui descrito e analisado.

BIBLIOGRAFIA

Amado, N. & Carreira, S. (2018) SP.05. Problemas de Fermi: uma oportunidade para a articulação curricular. *Resumos Algarmat 2018.* (pp. 20) APM Núcleo Alarve disponível em https://pt.calameo.com/read/005671202249dd8a9b311

Direção – Geral da Educação (2017) *Perfil dos Alunos á Saída da Escolaridade Obrigatória*, Lisboa, Ministério da Educação

Direção – Geral da Educação (2018) *Aprendizagens Essenciais – 10º ano – Matemática A*, Lisboa, Ministério da Educação

Direção – Geral da Educação (2018) *Aprendizagens Essenciais – 10º ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, Lisboa, Ministério da Educação

Direção – Geral da Educação (2018) *Aprendizagens Essenciais – 11º ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, Lisboa, Ministério da Educação

Direção – Geral da Educação (2018) *Aprendizagens Essenciais – 10º ano – Matemática B*, Lisboa, Ministério da Educação

Direção – Geral da Educação (2018) *Aprendizagens Essenciais – 11º ano – Matemática B*, Lisboa, Ministério da Educação

Educação – Gabinete do Secretário de Estado da Educação (2017) Despacho n.º 5908/2017 *Diário da República n.º 128/2017, Série II de 2017-07-05.* (pp 13881 – 13890) Lisboa, Governo e Administração direta e indireta do Estado

Educação (2018) Decreto-Lei n.º Diário *da República n.º 129/2018, Série I de 2018-07-0.* (pp 2928 – 2943) Lisboa, Presidência do Conselho de Ministros

Guerra, M. Á. S. (2003) *No coração da escola – estórias sobre a educação*, traduzido por Eufrázio, José, C & Pinto, J., Porto, ASA Editores, S.A.

Hattie, J. (2009) Visible Learning. *A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* London and New York: Routdedge

Lopes, J. & Silva, H. S. (2015) *O Professor faz a diferença,* Lisboa, Lidel – Edições Técnicas, Lda.

Pontes, J.P. (2005) *Gestão curricular em Matemática*. Versão Pdf em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/Ponte%2005_GTI-tarefas-gestao2.pdf , (acedido em 27/08/2020)

West, M. & John, R. (1975) *Stories of Mystery and Imagination (Poe, E).* London, Longman Group, Lda.

Wong, B. (2017) A educação do futuro já começou. *Fronteiras XXI. Disponível em:* https://fronteirasxxi.pt/educacao-futuro-comecou-2/ , (acedido em 27/08/2020)

ANEXOS

Anexo 1 – Excerto de No coração da escola

A primeira: que os profissionais tenham uma adequada formação, de modo a poderem fazer frente às novas situações. Uma coisa é saber matemática e outra, muito diferente, ser capaz de a ensinar. E, actualmente, como verificamos, há algo mais difícil ainda: ser capaz de despertar o desejo de aprender. … É necessário um saber específico para a realização duma actividade menosprezada pelos políticos e pela sociedade. Quem é capaz de ensinar a quem não quer aprender? Escreve William A. Ward: "O professor medíocre diz. O bom professor explica. O professor excelente demonstra. O grande professor inspira". Será que se aprende a motivar, a inspirar por artes mágicas?

A segunda tem a ver com a organização das escolas. Há que dar ás escolas mais autonomia, de forma a poderem procurar e aplicar soluções criativas e adaptações às situações: avançar com os módulos de Garantia Social, organizar actividades específicas, levar a cabo experiências atractivas, "facilitar um currículo que prepare para a vida profissional (sem a exigência de qualquer título académico) a quem queira ter acesso à Formação Profissional de Grau Médio … Disse Ranjard, com compreensível ironia, que os professores têm muita autonomia para realizar o seu trabalho nas escolas: a mesma que tem um condutor, num terrível engarrafamento de trânsito, de pôr no leitor de cassetes do seu carro a música da sua preferência.

A terceira é tão elementar que envergonha ter de a apresentar e exigir. Para se poder aplicar uma lei assim tão ambiciosa terá de haver meios e recursos abundantes. Não se pode fazer mais nem melhor com os magros recursos de sempre. É muito difícil realizar um ensino diversificado em turmas com 30 alunos. Alguém imagina o que poderia fazer um médico com 30 pacientes a quem tivesse de diagnosticar e receitar em conjunto? […]

Todos, absolutamente todos, devemos apoiar este progresso nos direitos das pessoas que é o alargamento da escolaridade: os políticos, com a sua coerência e autenticidade, os cidadãos, com o seu empenho na educação, e os profissionais, com a generosidade, o entusiasmo e o esforço partilhado. (Guerra, A. (2003) pp 94 – 95)

Anexo 2 – Excerto de O professor faz a diferença

[…] a eficácia do professor afeta indubitavelmente o desempenho escolar dos alunos de todos os níveis de rendimento, sendo, contudo, os alunos com mais dificuldades os que mais beneficiam da eficácia do professor. Os alunos de origem socioeconómica desfavorecida e pertencentes a minorias étnicas respondem de uma forma equivalente à eficácia do professor.

[…]

A influência do professor é superior a fatores como o ambiente familiar do aluno, a sua origem étnica e nível socioeconómico, a sua motivação e potencial intelectual. […] A qualidade do professor faz toda a diferença porque impede ou facilita que o potencial intelectual se manifeste.

[…]

Apesar de a investigação mostrar que os métodos que possibilitam um envolvimento muito ativo, direto e um alto sentido de responsabilidade ao aluno no processo de aprendizagem são os que conduzem a maiores níveis de aprendizagem, autonomia e autorregulação em benefício do aluno, de acordo com Hattie (2009) são menos os métodos em si e mais as características dos professores e os princípios de ensino e aprendizagens eficazes, que têm maior importância no sucesso dos alunos.

Isto é, não é tanto um determinado método que faz a diferença. A diferença está enormemente relacionada com determinadas características e atitudes dos professores. Estas são tão importantes que podem melhorar muito a eficácia que a investigação atribui a determinados métodos de ensino, ou seja, a influência que o método, por si só, não potencia.

Isto é, mais do que métodos eficazes, há princípios que asseguram um bom ensino e determinadas características dos professores que permitem fazer a diferença, no que respeita ao sucesso dos alunos.

A diferença está, por exemplo, em personalizar a aprendizagem, obtendo maior precisão sobre os progressos dos alunos, e garantir a aprendizagem profissional dos professores sobre como e quando proporcionar, aos seus alunos, estratégias de ensino e de aprendizagem diferentes ou mais eficazes. (Lopes e Silva (2015), pp VIII – XII)

Anexo 3 – Excerto de O Professor faz a diferença

Para que a aprendizagem seja cooperativa é necessário que estejam presentes cinco elementos essenciais ou básicos (Johnson e Johnson, 1989; Johnson et al. (1993). São eles:

- ***A independência positiva:*** *[…]. Permite criar situações em que os alunos trabalham em conjunto, em pequenos grupos, para maximizar a aprendizagem de todos os membros, partilhando recursos, dando apoio mútuo e celebrando juntos o sucesso. […] Nos grupos cooperativos os alunos têm de acreditar que cada um só é bem-sucedido se todos o forem, que o trabalho de cada um beneficia com o trabalho de todos. O lema é "um por todos e todos por um", para que sintam que ninguém terá sucesso se todos o não tiverem;*
- ***A responsabilidade individual e de grupo:*** *O grupo deve assumir a responsabilidade por alcançar os seus objectivos e cada membro será responsável por cumprir a sua parte para o trabalho comum. Ninguém pode aproveitar-se do trabalho dos outros […] A responsabilidade individual existe quando se avalia o desempenho de cada aluno e os resultados da avaliação são transmitidos ao grupo e ao próprio, para se determinar quem necessita de mais ajuda, apoio e incentivo para realizar a tarefa em questão. O objectivo dos grupos de aprendizagem cooperativa é fortalecer individualmente cada membro, isto é, que os alunos aprendam juntos para poderem sair-se melhor como indivíduos.*
- ***A interacção estimuladora, preferencialmente face a face:*** *É a interacção face a face que efectiva as possibilidades de que os alunos trabalhem em conjunto e promovam o sucesso uns dos outros, ajudando-se, apoiando-se, encorajando-se e elogiando os esforços que todos realizam para aprender. Para se conseguir uma interacção face a face eficaz, o tamanho do grupo tem que ser pequeno (dois a quatro elementos);*
- ***As competências sociais:*** *Para que haja uma verdadeira cooperação, os membros do grupo devem saber como liderar o grupo, tomar decisões, criar um clima de confiança, comunicar e gerir os conflitos e sentir-se motivados para o fazer. A falta de competências sociais é provavelmente o factor que mais*

contribui para a falta de sucesso académico dos grupos (Candler, 2005). Por isso, o professor tem de se assegurar se os alunos dominam as competências sociais básicas para assegurar o êxito do trabalho e, quando isso não acontece, ensinar as práticas do trabalho em equipa com a mesma seriedade e precisão com que ensina as matérias escolares (Lopes e Silva, 2008 e 2009). Ou seja, deve ensinar competências sociais como: saber esperar pela sua vez; elogiar os outros; partilhar os materiais; pedir ajuda; falar num tom baixo; encorajar os outros; comunicar de forma clara; aceitar as diferenças; escutar activamente; resolver conflitos, partilhar ideias; celebrar o sucesso; ser paciente a esperar; ajudar os outros, etc. É também imprescindível motivar os alunos para usarem essas mesmas competências;

- ***O processo de grupo ou avaliação do grupo:*** *Para que o processo de aprendizagem melhore de forma sustentada, é necessário que os alunos avaliem cuidadosamente a forma como estão a trabalhar juntos e como podem aumentar a eficácia do grupo. Os elementos dos grupos cooperativos devem desenvolver a capacidade de analisar a dinâmica do grupo, resolver os problemas que possam surgir, determinar que acções dos seus membros são positivas ou negativas e tomar decisões sobre as condutas a manter ou a modificar em ocasiões futuras. Para isso, é imprescindível que o professor dê tempo suficiente e as condições necessárias aos alunos para analisarem o modo como estão a funcionar como grupo e o modo como estão a utilizar as suas competências sociais para ajudar os membros do grupo a alcançar e a manter relações de trabalho eficazes.* (Lopes e Silva (2015) pp 142 – 143)

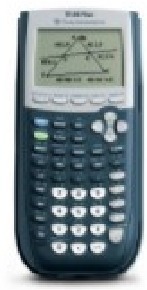
APÊNDICES

APÊNDICE 1 – Guião da tarefa “VAMOS ÀS COMPRAS”

10º Ano – MACS

Ficha de trabalho – Percentagens

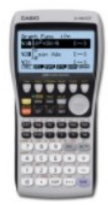
Campanhas Promocionais – Afinal qual a percentagem de desconto?



Para a disciplina de MACS é necessário adquirir uma calculadora gráfica. Vamos então pesquisar preços e campanhas promocionais.

1) Preenche a seguinte tabela pesquisando os preços online.

	Marca da Calculadora	Fnac		Radio Popular		Worten		Staples	Jumbo
		Preço original	Preço com desconto	Preço original	Preço com desconto	Preço original	Preço com desconto	Preço original	Preço original
CASIO	FX-CG50								
	FX-CG20								
	FX-9860GII SD								
	FX-9750GII								
	FX-9860GII								
TEXAS	TI-82 STAT								
	TI-84 PLUS								
	TI-84 PLUS CE-T								
	TI-NSPIRE CX								



2) Determina a percentagem de desconto (caso exista) para cada calculadora nas lojas Fnac, Radio Popular e Worten. Apresenta os resultados arredondados às unidades.

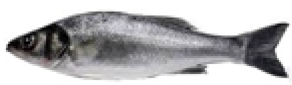
3) Compara para cada loja, em termos de percentagens, os preços das calculadoras TEXAS TI – 84 PLUS e CASIO FX – 9860 GII. Utiliza o preço da calculadora TEXAS TI – 84 PLUS como referência. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

4) Compara, em termos de percentagens, os preços de cada calculadora (caso exista) nas lojas Staples e Jumbo, utiliza o preço da loja Staples como referência. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

Nota: Diferença relativa = $\frac{\text{valor de comparação - valor de referência}}{\text{valor de referência}}$

Afinal quanto pagamos de IVA no supermercado?

Quando vamos às compras os preços assinalados já incluem o valor do IVA. Mas afinal quanto pagamos de IVA.



Em Portugal temos três tipos de taxas:

- Normal – 23%
- Intermédia – 13%
- Reduzida – 6%

Diferentes produtos têm taxas diferentes.

Escolhe um dos seguintes supermercados:

- Continente
- Jumbo
- Intermarchê

1) Consulta a loja online do supermercado escolhido e preenche a segunda coluna da tabela abaixo.

Produto	Preço	Taxa do IVA	Valor do IVA
Mimosa Leite UHT Meio Gordo 1l		6%	
Água sem Gás Monchique 5l		13%	
Azeite Virgem Gallo 75 cl		6%	
Óleo Alimentar Fula 1l		13%	
Bananas 1kg		6%	

Refrigerante com Gás Guaraná Brasil 1,5l		23%	
Cereais Chocolate Duo Chocapic 400g		23%	
Arroz Carolino Extra Longo Saludães 1Kg		6%	
Massa Esparguete Nacional 500g		6%	
Batata Doce 1kg		6%	
Palmolive Gel de banho Gourmet, Chocolate 500ml		23%	
Robalo fresco viveiro 1 kg		6%	

2) Determina o valor do IVA para cada produto, tendo em conta a respetiva taxa de IVA e preenche a 4ª coluna da tabela. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

3) Determina o valor total das compras e o valor total do IVA e determina a percentagem de IVA, arredondada às décimas, paga em relação ao valor total das compras.

APÊNDICE 2 – Guião da tarefa "ELEIÇÕES E OS DIREITOS HUMANOS"

10º Ano – MACS

Trabalho de grupo – Eleições; Direitos Humanos; Igualdade de género

"Em Portugal, as leis eleitorais da Assembleia da República, Assembleias Legislativas das Regiões Autónomas, Autarquias Locais e Parlamento Europeu seguem o sistema de representação proporcional e utilizam o método de Hondt, muito embora este apenas encontre consagração constitucional quanto à primeira.

O método aplica-se mediante a divisão sucessiva do número total de votos obtidos por cada candidatura pelos divisores (1, 2, 3, 4, 5 etc.) e pela atribuição dos mandatos em disputa por ordem decrescente aos quocientes mais altos que resultarem das divisões operadas. O processo de divisão prossegue até se esgotarem todos os mandatos e todas as possibilidades de aparecerem quocientes iguais aos quais ainda caiba um mandato.

Em Portugal encontra-se legalmente prevista uma correção ao método Hondt puro, na medida em que, caso falte atribuir o último mandato e se verifique igualdade do quociente em duas listas diferentes, tal mandato será atribuído à lista que em termos de resultados totais tenha obtido menor número de votos."

Retirado de http://www.cne.pt/content/metodo-de-hondt

Eleições das Autarquias Locais

No dia 1 de outubro de 2017, houve em Portugal eleicões Autárquicas. Nestas eleições os eleitores votaram em três órgãos: a câmara municipal, a assembleia municipal e a assembleia de freguesia.

Câmara Municipal

Ao votarmos na câmara municipal elegemos o presidente da câmara que será o primeiro nome da lista mais votada e os vereadores que são atribuídos pela aplicação do método de Hondt. O número de vereadores depende da dimensão do concelho e da sua população.

Assembleia Municipal

A assembleia municipal é um orgão deliberativo que acompanha e fiscaliza os trabalhos das câmara e das juntas e aprova as decisões a pôr em prática pelos outros órgãos. A assembleia municipal também aprova o orçamento da câmara.

Assembleia de Freguesia

Ao votarmos na assembleia de freguesia elegemos o presidente da junta de freguesia que será o primeiro nome da lista mais votada e os restantes membros da assembleia. A equipa da junta de freguesia é proposta pelo presidente da junta, entre os vários membros da assembleia e será eleita na primeira reunião da assembleia de freguesia.

Podemos consultar os resultados de todas as eleições realizadas em Portugal na página da Comissão Nacional de Eleições : www.cne.pt

1. Consultem a página www.cne.pt e pesquisem os resultados das eleições autárquicas de 1 de outubro de 2017 para os vários orgãos do concelho de Portimão.

1.1 Indiquem a distibuição dos mandatos para cada orgão (câmara municipal, assembleia municipal e as três assembleias de Freguesia).

1.2 Apliquem agora o método de Sainte-Laguë a todos os órgãos do conselho de Portimão e verifiquem se obtêm uma distribuição de mandatos igual.

1.3 No método Dinamarquês a sequência de divisores é 1, 4, 7, 10, 13 etc. Apliquem o método Dinamarquês a todos os orgãos do conselho de Portimão e compararem os resultados com os resultades obtidos pelo método Hondt e o método de Sainte-Laguë.

Assembleia da República

2. Consultem a página www.cne.pt e pesquisem os resultados das eleições para a assembleia da república de 2015.

    2.1 Indiquem a distibuição dos mandatos para cada círculo e o total de votos de cada partido/ coligação. Determinem a percentagem de mandatos que cada partido/coligação obteve no total. Comparem estas percentagens com as percentagens de votos obtidos por cada partido. O que concluem?

    2.2 Como seria a distribuição de mandatos se houvesse um único circulo em vez dos vários círculos existentes? Apliquem o método de Jefferson (equivalente ao de Hondt) ao total de votos obtidos por cada partido/coligação. Comparem esta nova distribuição com a distribuição anterior. Determinem a percentagem de mandatos que cada partido/coligação obteve. Comparem estas percentagens com as percentagens da alínea 2.1. O que concluem?

3. Consultem a página www.cne.pt e pesquisem os resultados das eleições para a assembleia da república de 2009. Nas eleições de 2009 falou-se algum tempo, durante o apuramento dos resultados, da possibilidade de o CDS ter mais votos mas menos deputados do que o BE. Investiguem como tal poderia ser possível.

Eleições noutros países.

4. Algumas eleições reais têm ultimamente provocado enormes desafios aos sistemas eleitorais vigentes. Podemos recordar as eleições presidencias norte-americanas de 2016. Aprofundem este caso, procurando perceber o que correu mal. Como poderia ter sido evitado?

Votar é um direito de todos? Mas nem sempre foi assim. As mulheres nem sempre puderam votar. Noutros países certas etnias estava proibídas de votar. No primeiro casos estava em causa a igualdade de género e no segundo caso os direitos humanos.

Escolham **um** dos seguintes tópicos:

- Igualdade de Género
- Direitos Humanos

Em ***Igualdade de Género*** deverão incluir:

- A luta das mulheres para obter o direito de votar;
- O primeiro país onde as mulheres puderam votar e quando;
- Quando é que as mulheres portuguesas puderam votar pela primeira vez;
- Qual o país mais recente a permitir que mulheres votassem e quando;
- Se existe algum país em que as mulheres ainda não podem votar;
- Como o processo eleitoral ao longo da história violava a igualdade de género;
- Qualquer informação relevante ao tema
- Apresenta uma reflexão crítica

Em ***Direitos Humanos*** deverão incluir:

- Como processos eleitorais podem violar os direitos humanos;
- Africa do Sul durante e após o aparheid, quais as diferenças;
- Comparar países com sistemas políticos diferentes, por exemplo democracia versus didatura;
- Situações recentes onde o processo eleitoral violou os direitos humanos;
- Investiga a evolução dos processos eleitorais de alguns países e a sua influência nos direitos humanos.
- Qualquer informação relevante ao tema
- Apresenta uma reflexão crítica

Normas orientadoras

- Cada grupo tem que ser constituído por 3 ou 4 alunos
- Organização e apresentação dos dados:
    - Utilizar o software Excel, ou outra folha de cálculo, para obter os quocientes e elaborar as tabelas;
    - Elaborar o trabalho num processador de texto;
    - Elaborar uma apresentação (apenas da parte da Cidadania e Desenvolvimento) em Powerpoint, Prezi ou outro software
- Estrutura do trabalho escrito/relatório:
    - Capa – com identificação dos alunos, da disciplina, da escola e do ano letivo, e título do trabalho
    - Introdução – com referência ao âmbito do trabalho, em que consiste, como está estruturado e os objetivos a atingir
    - Desenvolvimento – Poderá ter vários subcapítulos onde abordam os vários tópicos do trabalho.
    - Conclusão – Onde refiram as dificuldades sentidas, o que aprenderam, as tarefas realizadas por cada elemento do grupo.
    - Bibilografia
- Apresentação oral do trabalho (Cidadania e Desenvolvimento)
    - Identificação do trabalho e do grupo;
    - Conter forma sucinta e objetiva as partes essenciais do trabalho;
    - Relato sobre a experiência de aprendizagem
    - Conclusão;
- Prazos e datas de apresentação:
    - O trabalho escrito deverá ser entregue em forma digital para o email vlopes@aepaa.pt até às 24 horas de 12/12/2017
    - A apresentação oral será no dia 14/12/2017

Avaliação do trabalho

A avaliação do trabalho será dividida em duas partes:

- **Disciplina de MACS**
  - Correção e clareza dos raciocínios matemáticos – **150 pontos**
  - Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **20 pontos**
  - Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**
  - Correção e clareza da escrita – **10 pontos**
  - Prazo de entrega (não aceitação ou **penalização de 5 pontos** na classificação por cada dia de atraso)
- **Disciplina de Cidadania e Desenvolvimento**
  - Correção e clareza dos raciocínios – **90 pontos**
  - Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **20 pontos**
  - Trabalho reflexivo e crítico – **20 pontos**
  - Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**
  - Correção e clareza da escrita – **10 pontos**
  - Apresentação oral do trabalho à turma
    - Comunicação oral – **20 pontos**
    - Apresentação do trabalho em powerpoint – **20 pontos**
  - Prazo de entrega (não aceitação ou **penalização de 5 pontos** na classificação por cada dia de atraso)

Adaptado de projetos dos manuais da texto Editora e da Areal Editora 10º A

APÊNDICE 3 – Guião da tarefa "CIDADANIA E A ESTATÍSTICA"

10º Ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Trabalho de grupo - Estatística

Utilizando os dados recolhidos nos inquéritos elabora um relatório estatístico.

O vosso relatório deve ter:

- Introdução;
- Metodologia;
- Identificar e classificar as variáveis estatísticas;
- Elaborar tabelas de frequências, no caso das variáveis quantitativas a tabela deve conter as frequências absolutas e relativas, simples e acumuladas;
- Gráficos;
- A moda de cada variável;
- No caso das variáveis quantitativas determinar as medidas de localização e de dispersão e elaborar o respetivo diagrama de extremos e quartis;
- Uma discussão dos resultados obtidos;
- Conclusão

Para obter mais informações sobre a elaboração de um relatório estatístico consultem o seguinte documento:

http://w3.ufsm.br/jpa/Pisc/relatorio.pdf

Data limite de entrega: Até 24h de 10 de Junho 2018 por email ou pela plataforma Edmodo.

Normas orientadoras

- Cada grupo tem que ser constituído por 3 ou 4 alunos
- Criar os inqueritos no Formulários do Google
- Criar um diário na plataforma Padlet, no qual devem colocar:
    - Um resumo das tarefas realizadas em cada;
    - Um link para os vossos formulários;
    - Pesquisa efetuada;
    - A amostra escolhida e o critério utilizado;
    - Qualquer informação que acharem pertinente;
    - Um espaço para a professora dar feedback
- Organização e apresentação dos dados:
    - Utilizar o software Excel, ou outra folha de cálculo, para elaborar as tabelas e construir os gráficos;
    - Elaborar o trabalho num processador de texto;
- Estrutura do trabalho escrito/relatório:
    - Capa – com identificação dos alunos, da disciplina, da escola e do ano letivo, e título do trabalho
    - Introdução – com referência ao âmbito do trabalho, em que consiste, como está estruturado e os objetivos a atingir
    - Desenvolvimento – Poderá ter vários subcapítulos onde abordam os vários tópicos do trabalho.
    - Conclusão – Onde refiram as dificuldades sentidas, o que aprenderam, as tarefas realizadas por cada elemento do grupo.
    - Bibilografia

Avaliação do trabalho

A avaliação do trabalho será dividida em duas partes:

- **Disciplina de MACS**
    - Correção e clareza dos raciocínios matemáticos – **150 pontos**
    - Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **20 pontos**
    - Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**
    - Correção e clareza da escrita – **10 pontos**
    - Prazo de entrega (não aceitação ou **penalização de 5 pontos** na classificação por cada dia de atraso)
- **Disciplina de Cidadania e Desenvolvimento**
    - Correção e clareza dos raciocínios – **130 pontos**
    - Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **20 pontos**
    - Trabalho reflexivo e crítico – **20 pontos**
    - Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**
    - Correção e clareza da escrita – **10 pontos**
    - Prazo de entrega (não aceitação ou **penalização de 5 pontos** na classificação por cada dia de atraso)

APÊNDICE 4 – Guião da tarefa "CRÉDITO AUTOMÓVEL"

10º Ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Ficha de trabalho – Crédito Automóvel

Para realizar esta tarefa organizem-se em 15 grupos compostos por alunos de ambas as escolas.

Ao adquirir um automóvel é necessário tomar várias decisões: Compramos um novo ou usado; qual o modelo; o tipo de financiamento e onde vamos obter esse financiamento.

Existem diferentes tipos de financiamento automóvel:

- ✓ ALD – Aluguer de larga duração
- ✓ Leasing
- ✓ Renting
- ✓ Crédito Automóvel
- ✓ Crédito Pessoal

Pesquisa na internet o seguinte sobre cada um destes financiamentos:

- ✓ O que implica esse tipo de financiamento;
- ✓ Durante o financiamento quem é o dono do automóvel?
- ✓ Se pode ser utilizado para adquirir automóveis usados;
- ✓ A duração máxima do contrato;

Adquirir um financiamento implica pagar juros. Existem vários tipos de taxas.

Pesquisa na internet o seguinte:

- ✓ A diferença entre taxa fixa e taxa variável;
- ✓ O que é o spread;
- ✓ O que é a TAN;
- ✓ O que é a TAEG;
- ✓ O que é MTIC;

É possível fazer simulações dos vários tipos de financiamento nos sites dos vários bancos e assim poderemos comparar e determinar a melhor opção para nós.

Tarefa

O João pretende adquirir um automóvel. Decidiu comprar o novo PEUGEOT 208 GT Line 1.6 Blue HDi 120 cv por 22 800€. Ele consegue uma entrada de 2 800€. E precisa de financiamento para os restantes 20 000€ durante 60 meses. No caso de leasing/ALD/Renting pretende um pagamento final de 1%. O João pretende incluir as despesas aderentes ao empréstimo no seu financiamento. A Peugeut oferece várias modalidades de financiamento, mas o João pretende analisar outras opções antes de tomar a sua decisão. Que tipo de financiamento deverá pedir e onde?

Ajuda o João a fazer a melhor escolha sabendo que não quer incluir seguro do carro nem seguro de acidentes pessoais.

Pesquisa no site da Peugeot as várias modalidades de financiamento oferecidas e as respetivas condições e preenche a tabela1 abaixo.

Tabela 1

Modalidade	Condições
Crédito	
Aluguer Financeiro	
Leasing	
Renting	

Existe ainda a opção EASY CREDIT. Pesquisa quais as condições desta modalidade e qual o valor da taxa TAEG.

Em baixo na tabela 2 encontram-se QR codes que dão acesso a simuladores e/ou taxas de crédito de vários bancos. O último QR code é um simulador da DECO que permite comparar vários bancos, no entanto apenas temos acesso ao valor da prestação.

Cada grupo deve escolher **dois bancos** e simular a situação do João (atenção: comuniquem entre si de modo a garantir que todos os bancos sejam analisados).

Tabela 2

BPI		CGD	
Novo Banco		Montepio	
Millennium BCP		Simulador da DECO	

Com base nas simulações preenche a tabela 3 fazendo todas as simulações possíveis. Nem todas as simulações apresentarão todos os valores.

Tabela 3

Financiamento	Crédito automóvel		Leasing		ALD		Renting	
Tipo de taxa	Fixa	Variável	Fixa	Variável	Fixa	Variável	Fixa	Variável
Preço do veículo								
Entrada Inicial								
Prazo								
Pagamento final								
TAN								
TAEG								
MTIC								
Despesas de abertura								
Prestação								

No final haverá um pequeno debate em que cada grupo irá discutir os resultados obtidos e indicar qual seria a melhor opção para o João. Ajuda o João a calcular quanto irá pagar de imposto único de circulação em 2018. Consulta as tabelas fornecidas pela professora no PowerPoint dos impostos. Consulta as características do automóvel no seguinte link: PEUGEOT 208

APÊNDICE 5 – Guião da tarefa “IMPOSTOS E DESPESAS FAMILIARES”

10º Ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Ficha a Pares – Modelos Financeiros

A Família Cardoso, que mora em Portimão, tem 4 elementos: o pai Rui, a mãe Catarina e os gémeos Diana e Diogo. O pai é advogado, a mãe é jornalista e os gémeos frequentam o 11º ano de Línguas e Humanidades.

1. O salário líquido mensal é o salário que recebemos no final do mês após a retenção na fonte para o Imposto sobre o rendimento de pessoas singulares (IRS) e contribuições para a Segurança Social (SS) acrescido do subsídio de alimentação.

$$\boldsymbol{Salário\ Líquido\ mensal = Salário\ Bruto\ mensal - IRS - SS + Subsídio\ de\ alimentação.}$$

Determina o salário Líquido para o Sr. e a Sra. Cardoso para o mês de outubro de 2018, sabendo que:

- O salário bruto mensal do Sr. Cardoso é de € $2\,593$
- O salário bruto mensal da Sra. Cardoso é de € $1\,687$
- A taxa para a contribuição da Segurança Social é 11%
- O subsídio de alimentação em 2018 é de € $4,77$ por dia útil.

A tabela abaixo contém as taxas de retenção na fonte para o IRS

Tabelas de retenção na fonte para o continente — 2018

Tabela III - Trabalho dependente

Casado dois titulares

Remuneração mensal		Número de dependentes					
Euros		0	1	2	3	4	5 ou mais
Até	632	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Até	645	3,00%	1,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Até	683	5,70%	2,90%	2,10%	0,00%	0,00%	0,00%
Até	736	7,50%	4,60%	2,70%	0,80%	0,00%	0,00%
Até	811	8,40%	5,50%	3,60%	2,70%	0,80%	0,00%
Até	919	10,60%	7,80%	6,90%	4,10%	3,30%	1,40%
Até	1.001,00	11,90%	9,10%	8,30%	5,50%	4,70%	3,30%
Até	1.061,00	12,70%	10,00%	9,10%	6,40%	5,10%	4,20%
Até	1.139,00	13,80%	12,00%	11,10%	8,40%	7,50%	5,70%
Até	1.221,00	14,80%	13,10%	12,10%	9,40%	8,50%	6,70%
Até	1.317,00	15,90%	15,10%	13,30%	11,30%	9,50%	8,60%
Até	1.419,00	16,90%	16,10%	14,30%	12,50%	10,50%	9,70%
Até	1.557,00	18,00%	17,20%	15,30%	13,50%	11,70%	10,70%
Até	1.705,00	19,50%	18,70%	16,90%	15,00%	14,10%	12,30%
Até	1.864,00	20,90%	20,30%	18,50%	16,80%	16,00%	14,20%
Até	1.971,00	21,90%	21,40%	19,50%	17,70%	16,90%	15,20%
Até	2.083,00	22,90%	22,40%	20,60%	18,70%	17,90%	17,10%
Até	2.211,00	23,90%	23,40%	21,70%	19,90%	18,90%	18,20%
Até	2.359,00	24,90%	24,50%	23,70%	20,90%	20,10%	19,20%
Até	2.527,00	26,00%	25,50%	24,70%	22,00%	21,20%	20,40%
Até	2.758,00	27,00%	26,50%	25,70%	23,00%	22,20%	21,40%

2. A família Cardoso precisa de comprar um novo automóvel. Depois de muita pesquisa optaram pelo novo Dacia Duster Prestige Blue dci 115 4x. O preço do automóvel (IVA incluído) é de € 24 460. O stand dá € 4 460 pela retoma da sua antiga viatura, portanto é necessário pedir um crédito de € 20 000 e a família pretende pagar o mesmo em 60 meses. O stand cobra uma taxa anual de juro composto de 8,6% e o banco do Sr. Cardoso o BPI, cobra uma taxa anual de juro composto de 6,3%. Perante estas condições a família opta por pedir o crédito no banco BPI.

As prestações mensais são calculadas do seguinte modo:

$$M = C\frac{p(1+p)^{k\times n}}{(1+p)^{k\times n}-1}$$

C – capital inicial
M – prestação mensal durante o período definido
i – taxa anual de juro composto
$p = \frac{i}{12}$, considerando que existem 12 períodos de conversão por ano correspondentes aos pagamentos mensais
$k \times n$ – total de períodos de conversão no prazo estipulado

Determina quanto é que a família irá poupar no total com esta decisão.

3. Determina o imposto de circulação (IUC) que irão pagar pelo novo carro sabendo que é a gasóleo e com 1461 cm^3 de cilindrada e as emissões de CO_2 são de 123 g/km.

Veículos matriculados a partir de 1 de julho de 2007 (inclusive)

Cilindrada	Taxa	Emissões CO2	Taxa
Até 1250 cm3	28,92€	Até 120g/km	59,33€
Mais de 1.250cm3 até 1.750cm3	58,04€	Mais de 121g/km até 180g/km	88,90€
Mais de 1.750cm3 até 2.500cm3	115,96€	Mais de 181g/km até 250g/km	193,08€
Mais de 2.500cm3	396,82€	Mais de 250g/km	330,76€

Tabela dos Coeficientes de Atualização

- Adquiridos em 2007 - 1,00;
- Adquiridos em 2008 - 1,05;
- Adquiridos em 2009 - 1,10;
- Adquiridos em 2010 em diante - 1,15.

Taxa adicional para ligeiros a gasóleo

Cilindrada	Preço
Até 1.250	5,02€
Mais de 1.250 até 1.750	10,07€
Mais de 1.750 cm3 até 2.500 cm3	20,12€
Mais de 2.500 cm3	68,85€

4. O Sr. Cardoso recebeu uma herança no valor de € 12 500, que pretende investir durante 5 anos e está a considerar 3 opções:

Opção 1: Depósito a prazo com remuneração anual a um juro simples anual de 1,2%

Opção 2: Depósito a prazo com remuneração anual a um juro composto anual de 1,18%

Opção 3: Depósito a prazo com remuneração mensal a um juro composto anual de 1,16%

Analisa cada uma das propostas indicando a mais vantajosa para o Sr. Cardoso.

5. A família Cardoso viu a seguinte publicidade da **Endesa** referente ao consumo de eletricidade e de gás natural:

12% **Desconto para sempre, aplicado tanto no Termo Potência/Fixo como no Termo Energia[2]**

Atualmente a família Cardoso são clientes da **EDP** tanto para a eletricidade como para o gás natural com os seguintes planos e tarifários:

Selecione um dos planos de energia disponíveis: Gás e Eletricidade

Gás	FARO	PORTIMÃO	2
Eletricidade	Bi-Horário	6.9	Débito Direto + Elet

Gás

	Preço EDP	Desconto	Preço com desconto
Termo tarifário fixo (€/dia)	0.1024	5%	0.0973
Energia (€/kWh)	0.0585	5%	0.0556

Eletricidade

		Preço EDP	Desconto	Preço com desconto
Potência (€/dia)		0.3835	1%	0.3797
Energia (€/kWh)	Fora de Vazio	0.2028	1%	0.2008
	Vazio	0.0969	1%	0.0959

Os tarifários da **Endesa** são os seguintes:

Estes são os preços para a **Tarifa e-luz bi-horária**

Potência contratada (kVA)	Termo Potência (€/dia)		Energia fora de vazio (€/kWh)		Energia vazio (€/kWh)	
	Preço base	Desconto de 12%	Preço base	Desconto de 12%	Preço base	Desconto de 12%
3,45	0,1973	0,1736	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
4,60	0,2581	0,2271	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
5,75	0,3178	0,2797	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
6,90	0,3753	0,3303	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
10,35	0,5521	0,4858	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
13,80	0,7370	0,6486	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
17,25	0,9255	0,8144	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031
20,70	1,1096	0,9764	0,2244	0,1975	0,1172	0,1031

Estes são os preços para a **Tarifa e-gás**

Escalão	Termo Fixo (€/dia)		Energia (€/kWh)	
	Preço base	Desconto de 12%	Preço base	Desconto de 12%
1	0,0655	0,0576	0,0663	0,0583
2	0,0958	0,0843	0,0629	0,0554
3	0,1553	0,1367	0,0575	0,0506
4	0,1990	0,1751	0,0565	0,0497

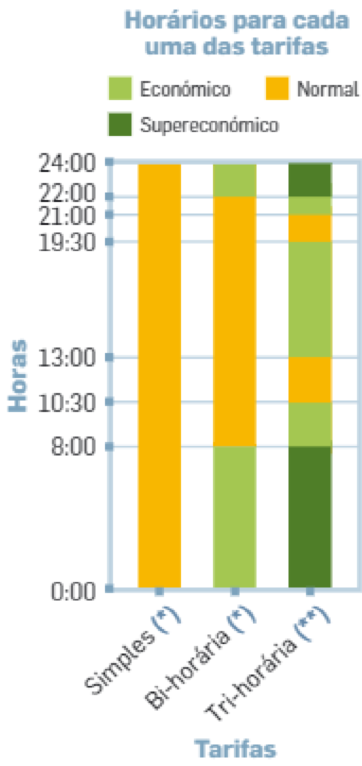
Relativamente à eletricidade, o consumo médio mensal é de 350 kWh em que 60% do consumo é efetuado entre as 8h00 e as 22h00. Relativamente ao gás natural, o consumo médio mensal é de 293 kWh. Considera um mês com 30 dias.

Deve a família Cardoso mudar de empresa ou manter o contrato com a EDP?

Na tua resposta apresenta o valor final da fatura de cada empresa sabendo que a taxa de IVA para a eletricidade e para o gás natural é de 23%.

Nos cálculos intermédios utiliza os valores exatos.

Podes consultar a distribuição dos horários para os vários tarifários de eletricidade na figura ao lado.



6. Na tabela seguinte encontram-se os IHPC (índice harmonizado de preços ao consumidor) referentes a novembro de 2013 e a outubro de 2014 em alguns países da União Europeia.

Países	Novembro de 2013	Outubro de 2014
Áustria	119,48	121,13
Finlândia	120,81	122,29
Grécia	120,16	119,55
Holanda	115,71	116,86
Portugal	116,18	116,69

Fonte: Eurostat

6.1. Determina a taxa de inflação de cada país nesse período. Apresenta os resultados arredondados ás centésimas.

$$\boldsymbol{Taxa\ de\ Inflação\ entre\ os\ anos\ X\ e\ Y} = \frac{\boldsymbol{IPC(Y) - IPC(X)}}{\boldsymbol{IPC(X)}} \times \mathbf{100}$$

6.2. Sabendo que em novembro de 2013 a Família Cardoso comprava um cabaz de géneros alimentares (em Portugal) por € $138,82$, determina o preço do mesmo cabaz em outubro de 2014?

6.3. Em outubro de 2014, na Alemanha, pagava-se € 231,70 pelo cabaz em questão. Sabendo que a taxa de inflação na Alemanha neste período foi de 0,52%, quanto teria custado o cabaz em novembro de 2013?

7. Como já foi referido anteriormente a família Cardoso mora em Portimão. Relativamente ao consume de água sabe-se que o calibre do contador é de 18 mm e que o consumo médio mensal é 12 m^3. Considera um mês de 30 dias e determina o valor final da fatura da água sabendo que a taxa de IVA para o abastecimento de água é de 6%.

Nota: Os tarifários das águas residuais e dos resíduos urbanos não estão sujeitos a IVA.

Na tabela da página seguinte estão os tarifários aplicados pela Câmara Municipal de Portimão.

FATURA AMBIENTAL (AA AR RU)	**ÁGUA DE ABASTECIMENTO**	**ÁGUAS RESIDUAIS**	**RESÍDUOS URBANOS**
UTILIZADORES DOMÉSTICOS *Inclui instituições (faturação ao 2º escalão da tarifa variável) tarifa social (faturação ao 1º escalão da tarifa variável e isenção das tarifas fixas) e tarifa familiar (volume dos escalões da tarifa variável adaptado ao agregado familiar)*			
Tarifa fixa *(mês)*			
Até 20 mm	3,1215 €	3,5585 €	3,4836 €
Até 30 mm	8,6621 €	3,5585 €	3,4836 €
Até 50 mm	25,9862 €	3,5585 €	3,4836 €
Até 100 mm	77,9585 €	3,5585 €	3,4836 €
Até 300 mm	233,8756 €	3,5585 €	3,4836 €
A partir de 300mm os valores são definidos tendo em conta a apresentação dos cálculos hidráulicos			
Tarifa variável *(por m3)*			
Até 5 m3	0,4767 €	0,6380 €	0,1726 €
6 a 15 m3	0,8962 €	0,7887 €	0,3847 €
16 a 100 m3	1,4906 €	1,0776 €	
Mais de 100m3	2,4995 €	2,4495 €	
16 a 50 m3			0,8524 €
Mais de 50m3 (valor fixo)			34,5440 €

8. O IMT (Imposto Municipal Sobre as Transmissões Onerosas de Imóveis) é um imposto aplicado sempre que um imóvel muda de proprietário, havendo dinheiro envolvido nessa mudança.

Quando se está a falar da compra de uma habitação permanente, o IMT será pago no ato da escritura.

O IMT é calculado do seguinte modo:

$$IMT = Valor\ do\ imóvel\ \times taxa - Parcela\ a\ abater$$

O Sr. António, irmão da Catarina Cardoso, que mora nos Açores, decidiu adquirir em 2018, uma moradia para habitação permanente, no valor de € 220 000. Quanto teve de pagar pelo IMT na escritura da casa?

As taxas aplicáveis em 2018 estão na página seguinte:

Habitação própria e permanente (Continente)

Valor sobre que incide o IMT	Taxas	
	Marginal (%)	Parcela a abater
Até 92.407 euros	0	0,00
De 92.407 até 126.403 euros	2	1.848,14
De 126.403 até 172.348 euros	5	5.640,23
De 172.348 até 287.213 euros	7	9.087,19
De 287.213 até 574.323 euros	8	11.959,32
Superior a 574.323 euros	6	0,00

Habitação própria e permanente (Regiões Autónomas)

Valor sobre que incide o IMT	Taxas	
	Marginal (%)	Parcela a abater
Até 115.509 euros	0	0,00
De 115.509 até 158.004	2	2.310,18
De 158.004 até 215.435	5	7.050,29
De 215.435 até 359.016	7	11.358,99
De 359.016 até 717.904	8	14.949,15
Superior a 717.904 euros	6	0,00

Cotações:

1	2	3	4	5	6.1	6.2	6.3	7	8
25	25	15	30	30	15	10	10	25	15

APÊNDICE 6 – Guião da tarefa "LABIRINTO – ENCONTRA O CAMINHO"

11º Ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Desafio Labirinto – Peso1

Na aula será distribuído aleatoriamente um labirinto por cada aluno.

Observa o labirinto que te foi atribuído.

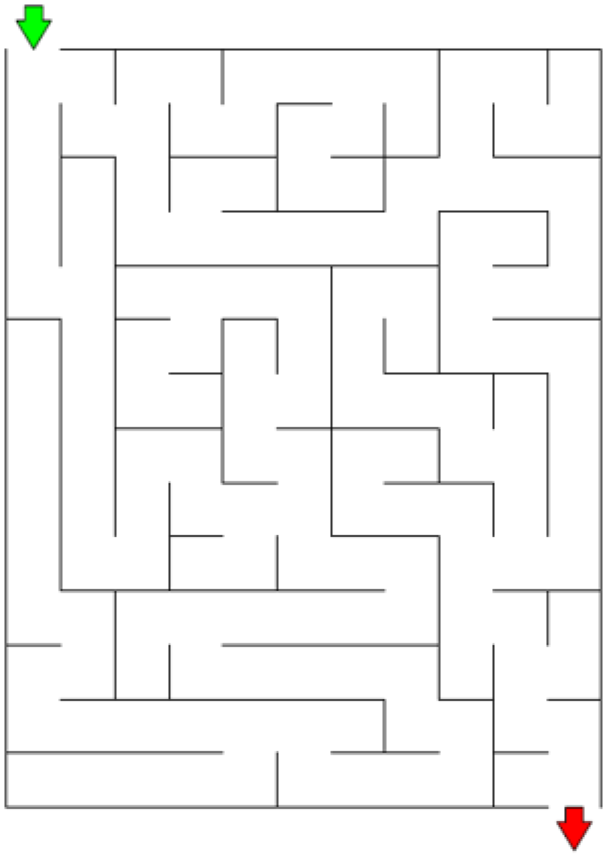
Seguindo o sentido indicado pelas setas, entra no labirinto e encontra a saída.

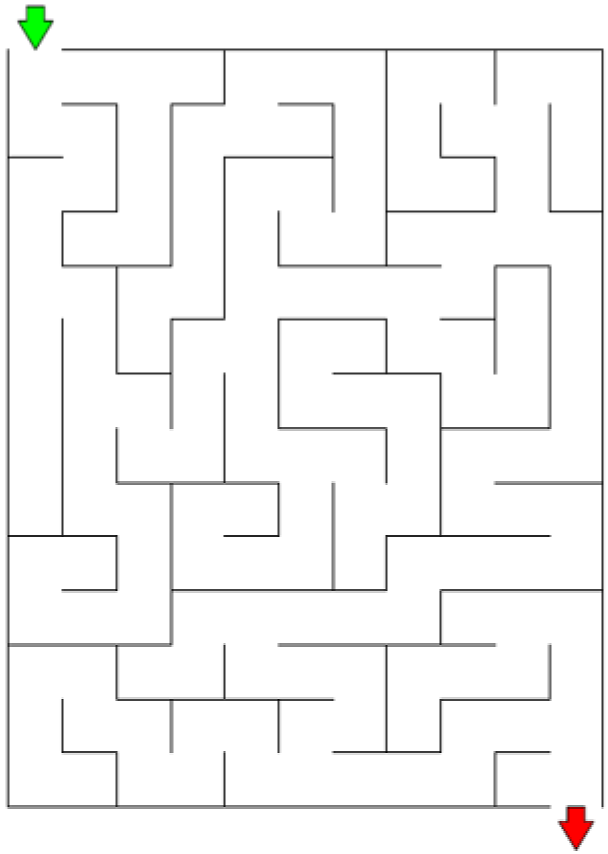
Para concretizar esta tarefa:

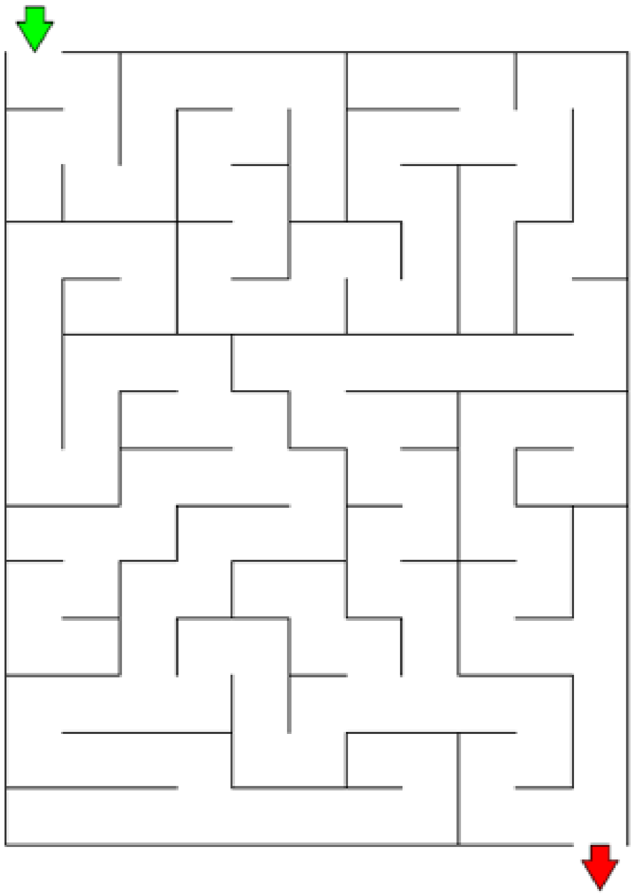
- Representa o labirinto por meio de um grafo;
- Indica uma sequência que permite entrar e sair do labirinto nas condições impostas.

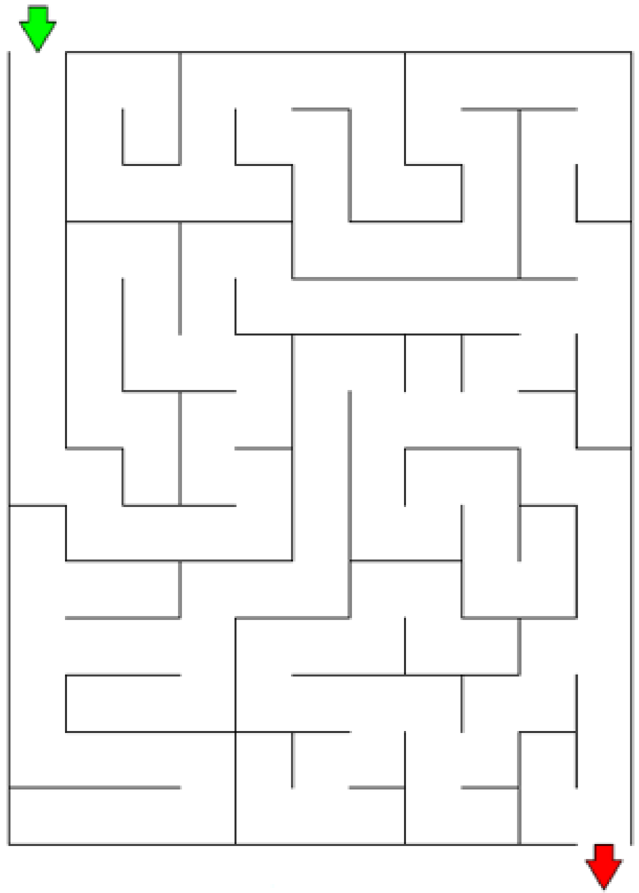
Entrega o teu labirinto em conjunto com a tua resolução.

APÊNDICE 7 – Exemplos de labirintos utilizados na tarefa "LABIRINTO – ENCONTRA O CAMINHO"









APÊNDICE 8 – Guião da tarefa “INFERÊNCIA ESTATÍSTICA E AS CLASSIFICAÇÕES INTERNAS E EXTERNAS DE MACS”

11º Ano – Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Trabalho de grupo – Inferência Estatística

Formulário

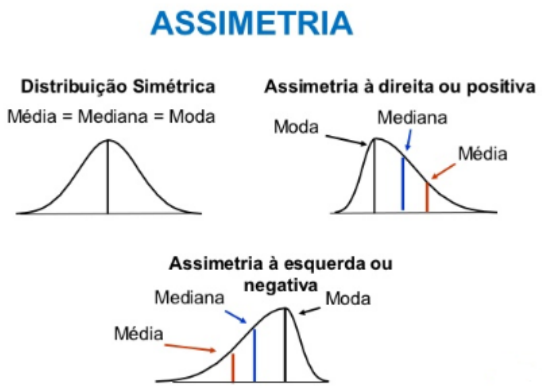
Modelo normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$



Introdução à inferência estatística

Teorema do limite central para a distribuição de amostragem de uma média

Recolhendo uma amostra de dimensão n $(n \geq 30)$ de uma população X com valor médio μ e desvio padrão σ, a distribuição de amostragem da média dessa amostra, $\overline{X}$, pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left]\overline{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$
n – dimensão da amostra $\hat{p}$ – proporção amostral z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Este trabalho é para ser realizado em grupos de 3 ou 4 alunos.

1. Considera a população formada pelos alunos da tua turma de MACS.

1.1. Seleciona aleatoriamente uma amostra de 4 alunos da tua turma (os elementos do teu grupo mais outro aluno) e estuda a variável "Classificação obtida no final do 2º Período a MACS".

1.1.1. Determina a média das classificações obtidas pelos alunos da amostra e o respetivo desvio-padrão. Caso seja necessário utiiza 2 c.d.

1.1.2. Supõe que a vossa amostra é uma nova população. Considerando todas as amostras de **dois** elementos, com reposição, desta nova população, obtém a distribuição de amostragem $\bar{X}$ das classificações de MACS no final do 2º período.

1.1.3. Obtém o valor médio e o desvio-padrão da distribuição da alínea anterior. Compara os valores com os que obtiveste na alínea 1.1.1.. O que concluis?

1.2. Sabe-se que a média das classificações obtidas no final do 2º período da tua turma na disciplina de MACS foi de 13,7 com um desvio-padrão de 2,92.

1.2.1. Determina o erro amostral.

1.2.2. Determina $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ e compara com o devio-padrão da tua amostra. Compara ainda o média da turma com a média da tua amostra. Este valores estão de acordo com as condições do Teorema do Limite Central? Justifica.

2. No anexo encontras os gráficos das distribuições de classificação das provas escritas por tipo de aluno das disciplinas de MACS e de Geografia A na 1ª e na 2ª fase.

2.1. Analisa os dois gráficos da disciplina de **MACS,** considerando apenas os alunos internos**.** Que tipo de assimetria existe em cada uma das fases? Justifica referindo a moda, média e a mediana de cada fase.

2.2. Relativamente à disciplina de **Geografia A** podemos afirmar que as classifcações em cada uma das fases, dos alunos internos, segue uma **distribuição normal?** Justifica. Podemos concluir que os **desvios-padrão** são aproximadamente iguais? Justifica com base na observação gráfica.

3. Realtivamente às classificações dos alunos, internos e externos, à disciplina de MACS na 1ª fase de 2018 sabe-se que a média foi de 9,3 com um desvio-padrão de 4,227. Foi selecionada uma amostra de 100 alunos.

3.1. Determina o valor médio e o desvio-padrão (3 c.d.) de amostragem da média das classificaçãoes para amostras de dimensão 100.

Nas alineas 3.1.2. até 3.1.4. apresenta o resultado em percentagem arredondado às centésimas.

3.2. Qual a probabilidade de o valor médio da classificação , da amostra, ser inferior a 9,5?

3.3. Qual a probabilidade de o valor médio da classificação média, da amostra, ser superior a 10,5?

3.4. Qual a probabilidade de o valor médio da classificaçaõ média, da amostra, estar entre 10 e 13?

3.5. Selecionou-se uma amostra com 100 alunos cuja média foi de 11,5.

3.5.1. Constroi um intervalo de confiança para o valor médio da classificação com um nível de confiança de 95%? Apresenta os extremos do intervalo com 3 c. d.

3.5.2. Para um grau de confiança de 99%, qual a margem de erro cometida ao considerar o valor da média amostral como estimativa?

3.5.3. Para um grau de confiança de 90%, determina qual deverá ser a dimensão da amostra para que o erro que se comete seja inferior a 0,5.

4. Realtivamente às classificações dos alunos internos à disciplina de MACS na 1ª fase de 2018 sabe-se que a taxa de reprovação foi de 11%.

4.1. Determina o valor médio e o desvio-padrão (3 c.d.) da distribuição de amostragem de proporção para a taxa de reprovação para amostras de dimensão 100.

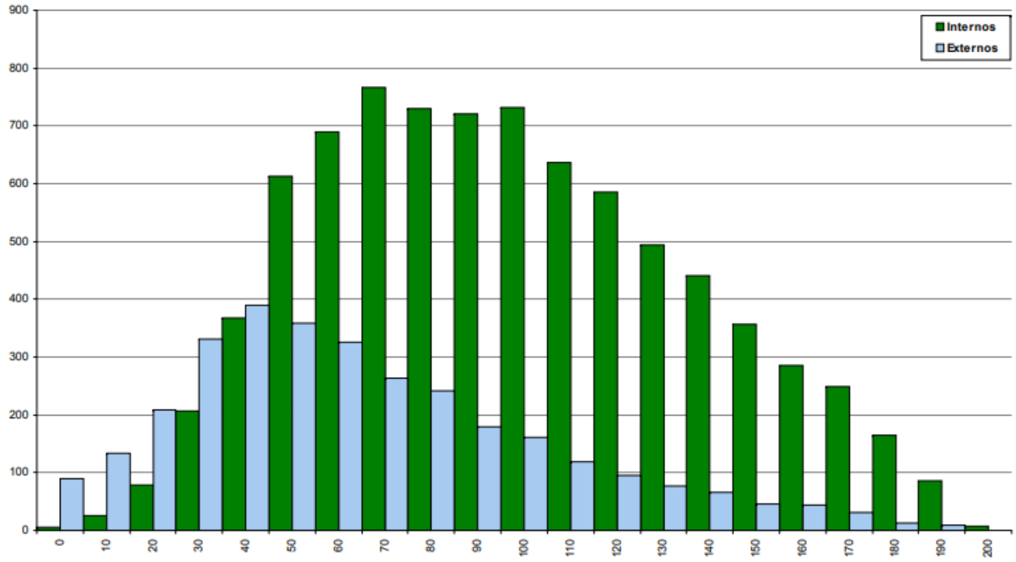
4.2. Determina a probabilidade de em amostras de 100 (selecionados ao acaso) o número de reprovações no exame nacional estar entre 10 e 12. Apresenta o resultado em percentagem arredondado às décimas.

4.3. Numa escola 55 alunos internos realizaram em 2018, o exame de MACS na 1ª fase. Observou-se que houve 5 reprovações no exame. Determina, com um nível de confiança de 95%, um intervalo para estimar a proporção de reprovações no exame de MACS. O intervalo calculado inclui a taxa de reprovação dos alunos internos de MACS? Como intepretas esta situação?

Cotações

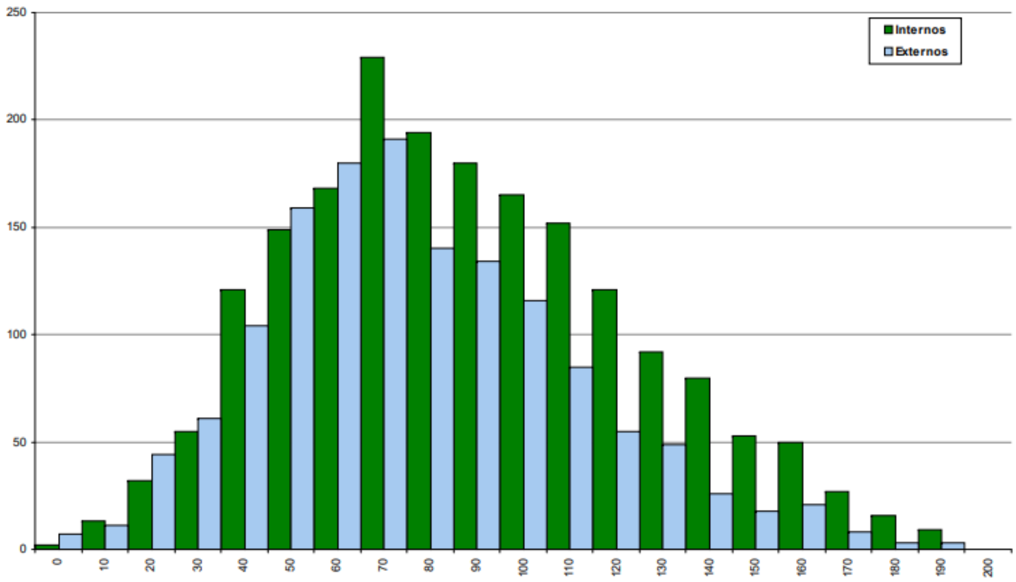
1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.2.1	1.2.2	2.1	2.2	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5.1	3.5.2	3.5.3	4.1	4.2	4.3
10	20	15	10	15	15	15	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

835 Matemática Aplic. às Ciências Soc. — 1ª Fase



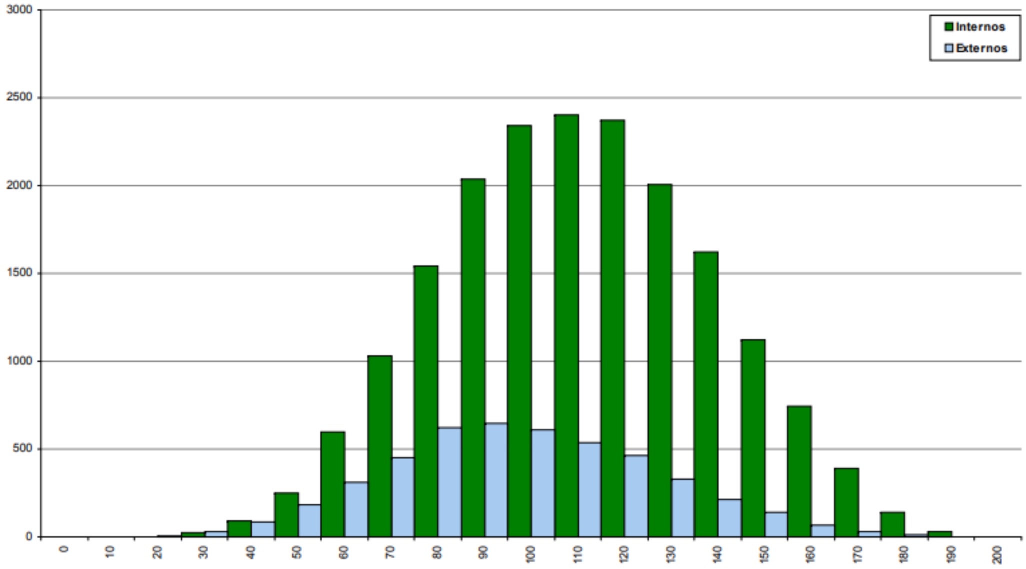
Ano / Fase	Inscrições	Provas	Faltas	Internos	Média	Externos	Média
2018 / 1ª Fase	12525	11416	1109	8234	***102***	3182	***69***
2017 / 1ª Fase	11851	10823	1028	7790	***101***	3033	***70***
2016 / 1ª Fase	11103	10330	773	7631	***114***	2699	***76***

835 Matemática Aplic. às Ciências Soc. — 2ª Fase



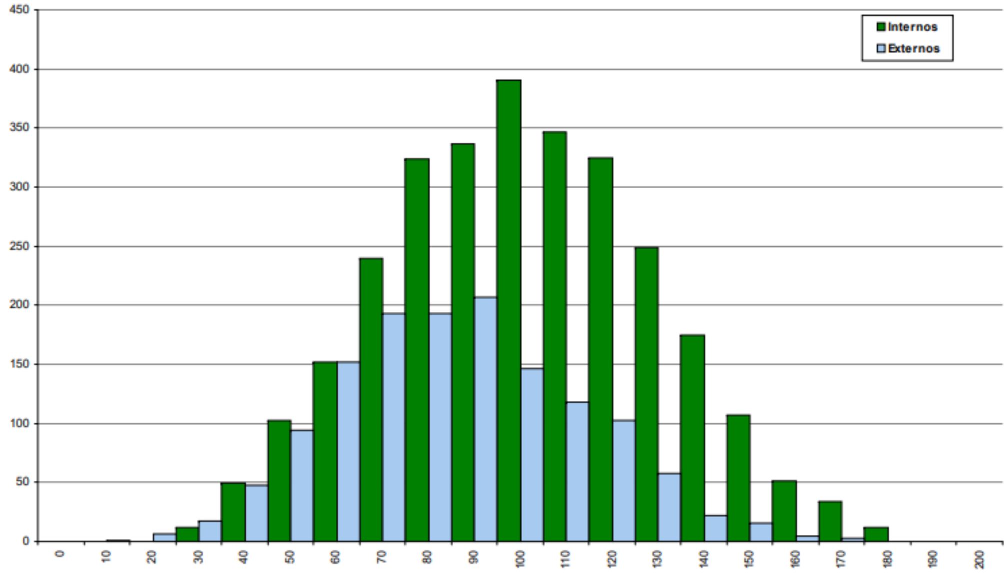
Ano / Fase	Provas	Internos	Média	Externos	Média
2018 / 2ª Fase	3323	1908	***93***	1415	***81***
2017 / 2ª Fase	3407	1926	***99***	1481	***69***
2016 / 2ª Fase	2531	1386	***79***	1145	***61***

719 Geografia A **1ª Fase**



Ano / Fase	Inscrições	Provas	Faltas	Internos	Média	Externos	Média
2018 / 1ª Fase	25160	23474	1686	18734	***116***	4740	***101***
2017 / 1ª Fase	24377	22852	1525	18078	***110***	4774	***95***
2016 / 1ª Fase	24270	23099	1171	18332	***113***	4767	***98***

719 Geografia A **2ª Fase**



Ano / Fase	Provas	Internos	Média	Externos	Média
2018 / 2ª Fase	4288	2907	***106***	1381	***90***
2017 / 2ª Fase	4869	3332	***94***	1537	***76***
2016 / 2ª Fase	4184	2718	***93***	1466	***76***

Fonte dos gráficos: JNE/2018

APÊNDICE 9 – Guião da tarefa “ABRIGAR REFUGIADOS NA ESCOLA”

Matemática B

10.º ano de escolaridade

Trabalho a pares – Catástrofes e abrigos para sobreviventes

Este verão no mês de agosto deflagrou um incêndio no concelho de Monchique que acabou por alastrar para os concelhos de Portimão e de Silves. Arderam aproximadamente 27 mil hectares e cerca de 300 pessoas tiveram que abandonar as suas casas e ser alojadas noutros locais, nomeadamente o pavilhão Arena de Portimão.

Em muitas situações de catástrofes naturais e guerras, os serviços de proteção civil improvisam soluções de acolhimento para as vítimas destas catástrofes/guerras que ficaram desalojadas. Por vezes são utilizados pavilhões desportivos e escolas para albergar as vítimas.

Foto 2 e 3 – Alojamento das vítimas do incêndio de Monchique no pavilhão Arena de Portimão

1. Vamos supor que a vossa escola foi requisitada para albergar sobreviventes de uma catástrofe natural e que vão ser utilizadas camas de campanha militares.

   Determina quantas pessoas poderiam ficar abrigadas:

   a. no pavilhão

   b. no salão multiusos

   c. em todas as salas de aula dos corredores B, C, D, E e F (excluindo os laboratórios).

   d. nos espaços exteriores caso sejam utilizadas tendas ***Better Shelter*** cujas dimensões são: Comprimento: 5,68 m; Largura 3,32 m e Altura: 2,83 m.

Nota: Começa por pesquisar as dimensões de uma cama de campanha militar.

2. Durante as catástrofes naturais a população não afetada recolhe roupa e bens alimentares para doar às vítimas.

   Vamos supor que estes bens são embalados em caixas de cartão com as seguintes dimensões: 80 cm x 60 cm x 50 cm. Determina o número máximos destas caixas de cartão que podem ser armazenadas nas salas A1, A2 e A3.

   Para puderes realizar este trabalho a professora irá fornecer as plantas da escola. Em anexo segue uma distribuição das salas (não está à escala).

Normas orientadoras

Na resolução deste trabalho devem apresentar:

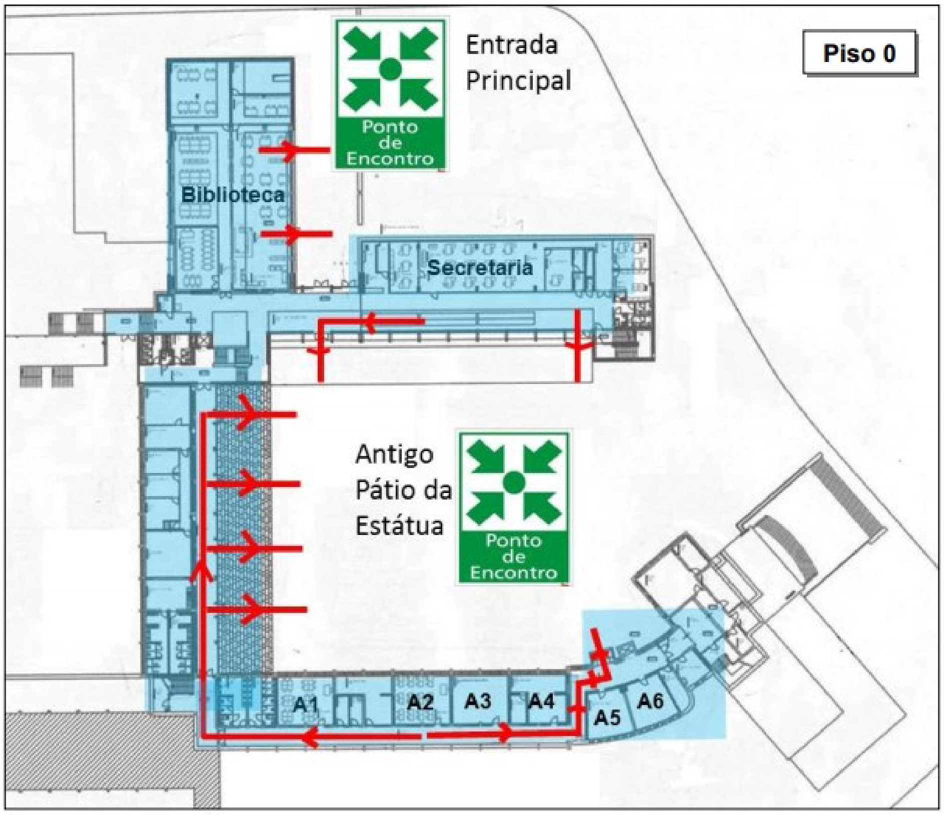
- ✓ Esquemas das salas e espaços exteriores, com uma escala à vossa escolha e a forma como serão distribuídas as camas e as tendas e como serão arrumadas as caixas.
- ✓ Os estudos que fizeram para determinar o número de camas e de tendas.
- ✓ Um relatório onde consta todos os cálculos efetuados e as respostas às questões apresentadas incluindo as dimensões das salas e das camas utilizadas.
- ✓ Os estudos que fizeram para determinar o número de caixas.

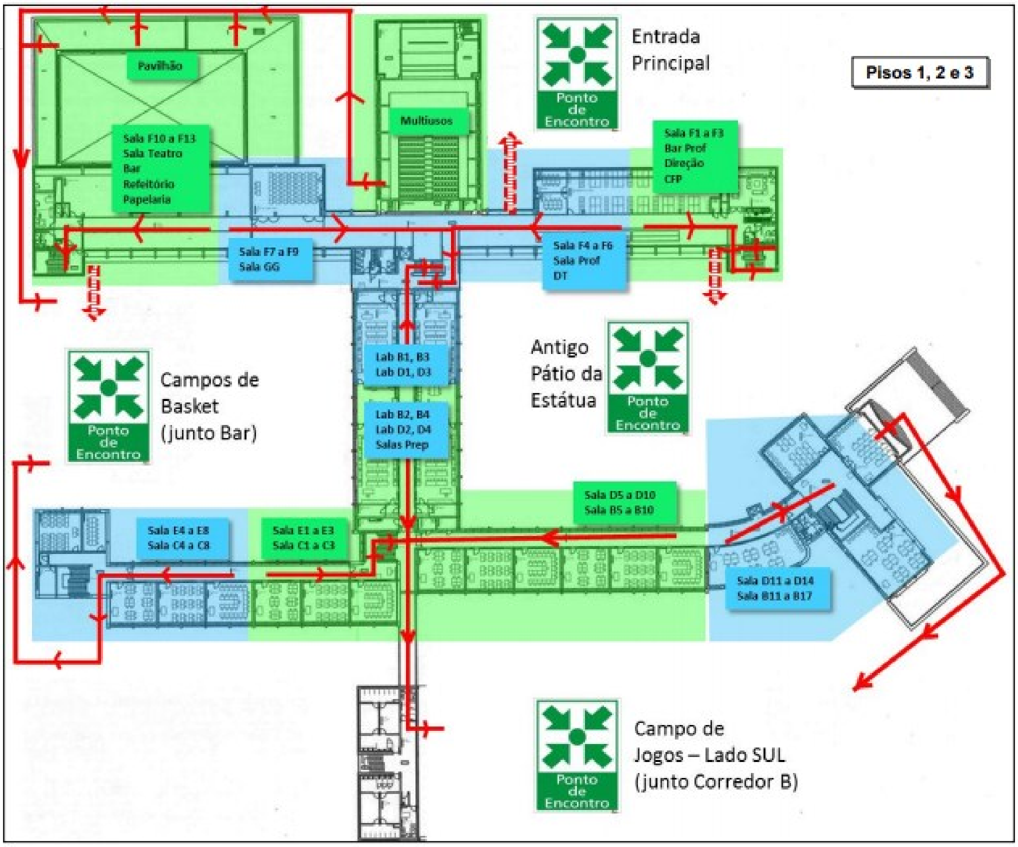
Classificação do trabalho

- o Correção e clareza dos raciocínios matemáticos – **80 pontos**
- o Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **80 pontos**
- o Autonomia/ coloboração no trabalho – **20 pontos**
- o Apresentação e organização do trabalho escrito – **10 pontos**
- o Correção e clareza da escrita **– 10 pontos**

Tarefa baseada em Problemas de Fermi uma oportunidade para a articulação curricular – apresentada pelas professoras Nélia Amado e Susana Carreira da Universidade do Algarve no Algarmat 2018.

Anexo – Distribuição das salas





APÊNDICE 10 – Guião da tarefa "AS PARÁBOLAS NAS NOSSAS VIDAS"

Matemática: Módulo 2- Funções Polinomiais

Curso Técnico de ______________________________ ___.º Ano Turma ____

Nome do(a) aluno(a): ____ Nº: ____

PARÁBOLAS NA NOSSA VIDA

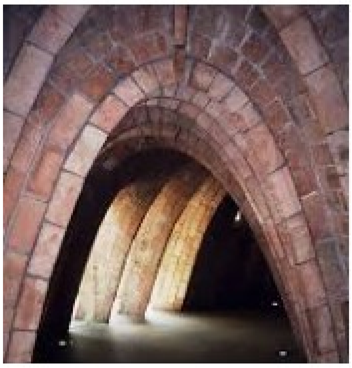
<u>Assuntos</u>:

- Regressão quadrática.

Há várias situações na vida real em que a configuração de arco da parábola está presente.

Na Natureza

Na arquitetura



No Desporto

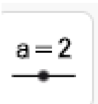
 

O objetivo desta tarefaé utilizar o software ***Geogebra*** para encontrar o modelo matemático cujo gráfico é a parabola presente numa fotografia.

Guião

1º : Seleciona três fotografias (das que tiraste na aula de Audiovisuais ou da internet) nas quais seja visível uma parabola em cada umas das seguintes situações: natureza, arquitetura e desporto.

2º: Abrir o programa **geogebra classic online.**

3º: Inserir a 1ª fotografia selecionando 

e depois 

4º: Posicionar a fotografia de modo que o solo coincida com o eixo Ox e o início da parbola esteja situada sobre o eixo Oy.

5º: Seleciona 

e 

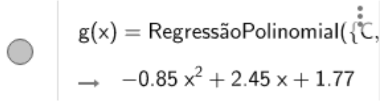
depois e marca vários pontos ao longo da curva da parábola.

6º: Em 

digita o seguinte:

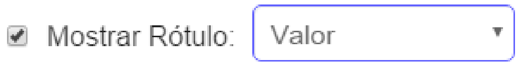
RegressãoPolinomial(A,B,…,2) e depois fazes enter. (Dentro dos parêntises colocar a lista dos pontos que pertencem à curva da parábola com letra maiuscula separados por vírgulas e no fim da lista o número 2 uma vez que queremos função quadrática). Depois de fazeres enter aparecerá a expressão da função.

7º: Para visualizares a expressão da função junto ao gráfico clica em cima da instrução



com o botão direito do rato e escolhe

e depois

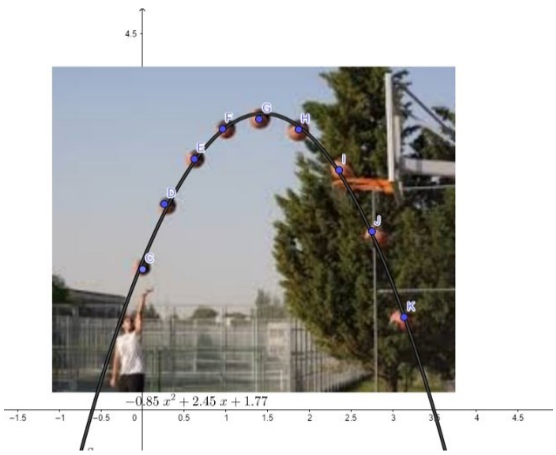


.

8: Guarda o ficheiro.

9: Repetir as instruções para cada uma das outras fotografias.

10: No final envia os ficheiros guardados devidamente identificados com o primeiro nome de cada elemento do grupo e respetiva turma para: **vlopes@aepaa.pt**



APÊNDICE 11 – Guião da tarefa "CRIPTOGRAFIA – PARTE 1"

Matemática B

10.º ano de escolaridade

Trabalho de grupo – Criptografia – Parte 1

Ao longo dos tempos houve necessidade de os seres humanos em mensagens secretas. Por isso era necessário codificar a mensagem para evitar que a mesma fosse parar às mãos erradas no caso de intercetação. À medida que as sociedades, o conhecimento e as tecnologias vão evoluindo há necessidade de descobrir novas formas de encriptação para evitar que terceiros a possam decifrar. Transações na internet precisam de software de encriptação para proteger os dados dos clientes e das empresas envolvidas, quanto mais complexa for a forma de encriptar mais difícil será decodificar a mensagem sem o conhecimento da chave de encriptação.

A forma mais simples de encriptar mensagens é usando uma cifra de substituição. Neste método cada letra do alfabeto é substituída por outra letra ou por um símbolo. Estas cifras são fáceis de descodificar por processos estatísticos uma vez que mantém a frequência de cada uma das letras.

Neste trabalho irás analisar as frequências de cada uma das letras em textos escritos em Português, Inglês e Espanhol, isto é, quais as letras mais utilizadas em cada uma das línguas. Analisarás ainda a frequência das palavras mais comuns em cada uma das línguas bem como o número de caracteres (letras) de cada palavra.

No conto «The Golden Bug» analisado na aula de Inglês têm um exemplo de como podemos utilizar a estatística para decifrar mensagens.

No final deste trabalho terás que ser capaz de identificar em que língua foi escrito o texto encriptado, descodificar um texto dado e ainda criar um texto encriptado que os teus colegas irão decifrar.

Guião do trabalho

- ✓ Visualiza os seguintes episódios da série «Isto é Matemática»
  - ➢ Xiu … é segredo – Temporada 2 Episódio 11
  - ➢ Matemática das Letras – Temporada 9 Episódio 12
- ✓ Utiliza os textos fornecidos pela professora para obter tabelas de frequências absolutas e relativas para cada letra. Cria uma tabela por cada língua: Apresenta as frequências relativas em percentagem arredondada às centésimas.
  - ➢ Português – Do manual
    - pág 183 - Amor é um fogo que arde;
    - Pág -185 "Alegres Campos, verdes arvoredos ...."
    - Pág - 188 "Erros meus, má fortuna, amor ardente..."
    - Pág - 188 " o dia em que eu nasci, moura e pereça ..."
  - ➢ Inglês – O conto «The Gold Bug»
  - ➢ Espanhol – «En táxi por las «manis» de Madrid»
- ✓ Identifica as palavras mais utilizadas em cada uma das línguas e determina~~s~~ as frequências relativas de cada uma. Apresenta o resultado em percentagem arredondadas às centésimas.
- ✓ Para cada uma das línguas considerar a variável estatística «Número de caracteres (letras) de cada palavra. Constrói a tabela de frequências absolutas, simples e acumuladas e de frequências relativas, simples e acumuladas.
- ✓ Determina o número médio de letras por palavra em cada língua. Apresenta o resultado arredondado às centésimas. Comparar o resultado obtido para a língua portuguesa com o resultado referido pelo Rogério Martins no episódio «Matemática das Letras».

No **Terceiro Período** iremos utilizar as tabelas de frequência obtidas neste trabalho para desenvolver a segunda parte do trabalho.

Na resolução desta parte do trabalho devem apresentar:

- ✓ As tabelas de frequências para cada uma das línguas com as frequências relativas em percentagem arredondadas às centésimas;
- ✓ A média do número de letras por palavra de cada língua arredondado às centésimas.

Classificação do trabalho

- o Correção e clareza dos raciocínios matemáticos – **130 pontos**
- o Autonomia/ coloboração no trabalho – **40 pontos**
- o Apresentação e organização do trabalho escrito – **30 pontos**

APÊNDICE 12 – Guião da tarefa "CRIPTOGRAFIA – PARTE 2"

Matemática B

10.º ano de escolaridade

Trabalho de grupo – Criptografia – Parte 2

Na primeira parte do trabalho elaboraram tabelas de frequências para cada letra do alfabeto em textos de Português, Inglês e Espanhol, bem como tabelas de frequência para o número de letras por palavras em textos das mesmas línguas.

Neste trabalho irão usar o excel para corrigir os erros cometidos e utilizar as tabelas construídas para decifrar textos.

Guião do trabalho

Fase 1 – Estatística

- ✓ Utiliza a folha de cálculo de excel para voltares a construir as tabelas de frequência do trabalho anterior. Cria uma tabela por cada língua: Apresenta as frequências relativas em percentagem arredondada às centésimas
- ✓ Para cada uma das línguas considerar a variável estatística «Número de caracteres (letras) de cada palavra. Constrói a tabela de frequências absolutas, simples e acumuladas e de frequências relativas, simples e acumuladas. Determina a média, desvio-padrão e os quartis. Elabora um diagrama de extremos e quartis para cada uma das línguas.

Fase 2 – Criptografia

Utiliza as tabelas de frequência obtidas na fase 1 deste trabalho para te ajudar a decifrar os textos apresentados em baixo. Os textos de Português são **paradoxos.**

A criptação de cada texto foi feita substiutindo cada letra do respetivo alfabeto por outra letra do alfabeto.

Para decifrar os textos tens que:

- Calcular as frequências relativas de cada letra do~~s~~ texto encriptado;
- Associa-las às frequências calculadas na Fase 1.
- Com base nas tabelas de frequências associa a cada letra do texto encriptado a letra do texto original.
- Decifrar os textos

Textos de Português – Paradoxos

(O desenho de cada texto é uma pista)

qvnvhzpz hz onmqz az jvktezzd

ti azltienz ht hzry irc t hts, z urywznrvhzn qznwmomty enmaz vcitrhv ymotnrm mi onmqz hzy mwrcrsvhznty xmt avz qtnwtakti v xmvcxmtn onmqz az jvktezzd.

az imahz hz jvktezzd, avz t qzyyrltc knrvn tywt onmqz, fv xmt xmvcxmtn onmqz wti xmt wtn qtcz itazy mi itienz - z ytm knrvhzn.

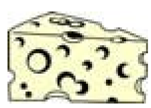
az tawvawz, z knrvhzn ht wvc onmqz avz qzht tct qnzqnrz ytn itienz hz onmqz, miv lts xmt avz qzht qtnwtaktn v xmvcxmtn onmqz.

qvnvhzpz hz vatc

miv imcutn tawnzm ti miv fzvcuvnrv, tykzcutm mi vatc az lvczn ht irc tmnzy, qvozm t yvrm.

ntvqvntktm av czfv az hrv ytomrawt t qtnomawzm yt qzhrv wnzkv-cz qzn zmwnz. htywv lts tykzcutm mi xmt lvcrv hzry irc tmnzy, vonvhtktm vz fzvcutrnz vivltcitawt t qntqvnzm-yt qvnv yvrn.

z fzvcutrnz, avwmnvcitawt, tprorm ivry irc tmnzy. rahroavhv, v fzlti jvczm xmt fá cut wrauv qvoz az hrv vawtnrzn z lvczn ht irc tmnzy t xmt vkvevlv ht cut tawntovn mi vatc az lvczn ht irc tmnzy. qznwvawz, avhv cut htlrv. yvrm tawvz hv czfv, htrpvahz z fzvcutrnz htyznrtawvhz.



qvnvhzpz hz xmtrfz

lzkt kzakznhv xmt z xmtrfz ymrkz wti emnvkzy? vyyri, xmvawz ivry xmtrfz, ivry emnvkzy. zd?

qznti xmvawz ivry emnvkzy, itazy xmtrfz.

czoz, xmvawz ivry xmtrfz, itazy xmtrfz

Na resolução desta parte do trabalho devem apresentar:

- ✓ As tabelas de frequências, em folha de cálculo de excel, para cada uma das línguas com as frequências relativas em percentagem arredondadas às centésimas;
- ✓ A média do número de letras por palavra e o desvio-padrão de cada língua arredondado às centésimas.
- ✓ Os quartis e o diagrama de extremos e quartis para cada uma das línguas
- ✓ As tabelas de frequências relativamente ao número de vezes que aparece cada letra no texto codificado em português e em inglês, com as frequências relativas em percentagem arredondada às centésimas.
- ✓ O texto português descodificado e a respetiva tabela de conversão
- ✓ O texto inglês descodificado e a respetiva tabela de conversão.

Classificação do trabalho

- o Correção e clareza dos raciocínios matemáticos – **150 pontos**
- o Autonomia/ coloboração no trabalho – **30 pontos**
- o Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**

Nota: A classificação deste trabalho irá substituir a classificação obtida no trabalho realizado no 2º período.

APÊNDICE 13 – Guião da tarefa “DIZ-ME A TUA ALTURA QUE TE DIGO O TAMANHO DO TEU SAPATO”

Matemática B

10.º ano de escolaridade

Trabalho a pares – Variaveis Bidimensionais

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2	3
10	20	20	20	15	15	45	55

Tarefa 1 – Relação entre a altura e o tamanho do sapato

1. Recolhe de 10 pessoas, escolhidas ao acaso, a sua altura e o seu tamanho de sapato.
2. Representa os dados recolhidos num diagrama de dispersão.
3. Determina o centro de gravidade.
4. Determina o coeficiente de correlação. Classifica a correlação quanto ao tipo e à intensidade. Interpreta o coeficiente de correlação de acordo com as variáveis em estudo. (2 c. d.)
5. Determina a equação da reta de regressão, sendo x as alturas e y o tamanho do sapato. (2 c.d.)
6. Utiliza a reta de regressão para estimar o tamanho de sapato para uma pessoa cuja altura é 190 cm.

Tarefa 2 – Relação entre o peso de uma espécie e o peso do seu cérebro.

Um grupo de biólogos de várias reservas naturais estão a estudar se existe alguma relação entre o peso de um elemento de uma espécie e o peso do respetivo cérebro. Na tabela 3 estão registrados o peso (em kg) de 8 espécies diferentes e o peso (em g) dos respetivos cérebros.

Tabela 3

Spécie	**x - Peso (kg)**	**y - Peso do cérebro (g)**
Humano	**75**	**1400**
Golfinho	**119,96**	**1535**
Babuíno	**9,88**	**155,44**
Leão	**142,82**	**240,60**
Hipopótamo	**1351**	**732**
Baleia azul	**58059**	**6800**
Girafa	**529**	**380**
Elefante Africano	**6654**	**5712**

Os biólogos concluiram que a relação entre as duas variáveis x e y da Tabela 3 é, aproximadamente, linear, sendo modelada pela reta de regressão de equação da forma

$y = ax + b.$

- Indica o coeficiente de correlação e classifica a correlação quanto ao tipo e à intensidade.
- Estima o peso do cérebro do rinoceronte, sabendo que o seu peso médio é de 2 300 kg.

Na tua resposta, utiliza os valores de a e de b com duas casas decimais.

Exercício adaptado de um exame da Austrália

Tarefa 3 – Relação entre a expetativa do tempo de vida de uma espécie e o tempo gasto a dormir

Um grupo de biólogos de várias reservas naturais estão a estudar se existe alguma relação entre o valor médio da expetativa do tempo de vida de uma espécie (em anos) e o tempo gasto a dormir (em horas/dia) . Na tabela 3 estão registrados o valor médio daexpetativa do tempo de vida (em anos) de 8 espécies diferentes e o respetivo tempo gasto a dormir (em horas/dia).

Tabela 3

Espécie	x – Expectativa do tempo de vida (anos)	y – tempo gasto a dormir (horas/dia)
Vaca	30	4
Cabra	20	4
Babuíno	27	10
Porco da India	8	8
Cavalo	46	3
Ratazana	5	13
Macaco	29	10
Coelho	18	8

Os biólogos concluiram que a relação entre as duas variáveis x e y da Tabela 3 é, aproximadamente, linear, sendo modelada pela reta de regressão de equação da forma

$$y = ax + b.$$

- Indica o coeficiente de correlação e classifica a correlação quanto ao tipo e à intensidade.
- Estima o tempo gasto a dormir do homem, sabendo que o seu tempo médio de expectativa de vida é de 79 anos. Apresenta o valor em horas arredondado às decimas.
- Este modelo pode ser utilizado para descrever o padrão do ser humano? Justifica. Na tua resposta, utiliza os valores de a e de b com duas casas decimais.

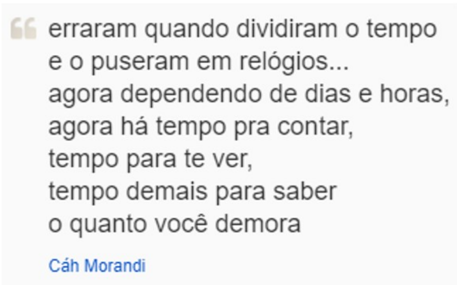
Exercício adaptado de um exame da Austrália

APÊNDICE 14 – Guião da tarefa "RELÓGIO SOLAR" – Construção do relógio solar

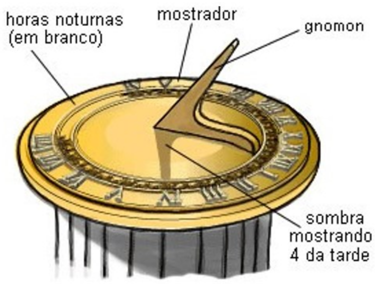
Matemática B

10.º ano de escolaridade

Trabalho de grupo – Relógio de Sol


erraram quando dividiram o tempo
e o puseram em relógios...
agora dependendo de dias e horas,
agora há tempo pra contar,
tempo para te ver,
tempo demais para saber
o quanto você demora

Cáh Morandi



" ***Relógio de Sol*** é um instrumento que determina as divisões do dia através do movimento da sombra de um objecto, o *gnómon*, sobre o qual incidem raios solares e que se projeta sobre uma base graduada, o *mostrador* ou *quadrante*."

Em Paineis R.Sol MAt. Mar07v3.pdf

Neste trabalho cada grupo, previamente definidos pelas professoras de Matemáica B e de Desenho, terá que construir um relógio de sol. Cada grupo irá projetar e construir um relógio de sol para uma das escolas do agrupamento.

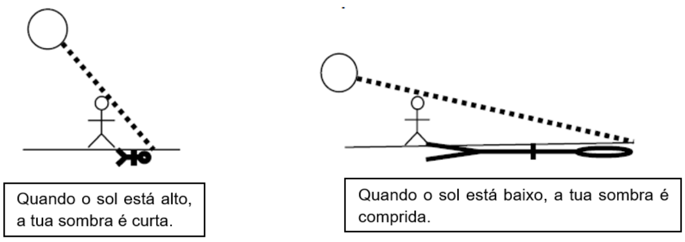
Guião do trabalho

- **Matemática B – Data de entrega: Na plataforma do Edmodo até ao dia 2 de junho**

  Terão que elaborar um relatório/ trabalho escrito sobre o funcionamento e construção de um relógio de sol. Neste relatório/ trabalho escrito terão que apresentar:

  - ✓ Os vários tipos de relógio de Sol.
  - ✓ O funcionamento dos relógio de Sol.
  - ✓ O papel do gnómon e a sua posição.
  - ✓ A relação entre o ângulo de elevação e o comprimento da tua sombra. Para que ângulo a tua sombra é igual à tua altura? Para que ângulos a

tua sombra é superior à tua altura? Para que ângulos a tua sombra é inferior à tua altura? Justifica a tua resposta utilizando a trigonometria.



✓ A relação entre a trigonometria e a construção do relógio de sol.

✓ Instruções claras e precisas para a construção de um relógio de sol para a escola escolhida pelo vosso grupo.

Avaliação do trabalho

- **Disciplina de Matemática B**

  - Correção e clareza dos raciocínios científicos – **150 pontos**
  - Criatividade, desenhos/esquemas, extrapolações – **20 pontos**
  - Apresentação e organização do trabalho escrito – **20 pontos**
  - Correção e clareza da escrita – **10 pontos**
  - Prazo de entrega (não aceitação ou **penalização de 5 pontos** na classificação por cada dia de atraso)

Atenção: Não deixem o trabalho para o fim pois vão precisar da informação recolhida neste trabalho para elaborar a maquete para a disciplina de Desenho.

APÊNDICE 15 - Guião da tarefa "RELÓGIO SOLAR" – Equação do tempo

Matemática B

11.º ano de escolaridade

Trabalho a pares – E ainda o relógio de sol

No ano letivo anterior construíram uma maquete de um relógio de sol.

A hora indicada no relógio de Sol é a **hora solar verdadeira local.** Pelo contrário, a hora legal, usada no dia-a-dia e dada pelos relógios normais, é baseada no tempo solar médio. Um dia solar aparente é o intervalo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo meridiano local. Devido à inclinação do eixo da Terra, e ao facto de a sua órbita ser elíptica, a altura máxima do Sol varia ao longo do ano, e o mesmo acontece à duração do dia solar aparente. Assim, o movimento aparente do Sol não é suficientemente regular para poder servir de referência à medição do tempo e a nossa vida quotidiana rege-se não pela escala de tempo solar verdadeiro, mas sim pela escala de **tempo solar médio**. Esta escala foi criada pelos astrónomos de maneira a compensar estas variações.

Para passar de uma escala de tempo à outra é preciso fazer uma conversão que depende de 3 fatores:

1. **Equação do tempo**: a equação do tempo representa a diferença entre o tempo solar médio e o tempo solar verdadeiro ou tempo verdadeiro, medido em horas solares pelos relógios de sol. A equação do tempo é a soma das funções que correspondem às variações decorrentes da obliquidade da eliptica e da sua forma (aparente velocidade variável do sol ao longo da elíptica devido à excentricidade da orbita da terra).
2. **Longitude do lugar**: a hora solar medida varia com a longitude de forma contínua, no entanto a hora legal é constante dentro de um fuso horário, variando de forma discreta entre fusos. Por isso é necessário aplicar uma diferença de 4 minutos (60/15) por cada grau de longitude em que o lugar de medição difira do meridiano de referência do seu fuso.
3. **Hora de Verão**: durante o período de mudança de hora, é preci~~s~~so fazer uma correção adicional à hora medida.

Adaptado de http://oal.ul.pt/dia-do-relogio-de-sol/

Critérios de classificação – Peso 1

1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4
43	**30**	**35**	**32**	**30**	**30**

Atividade

1) Em anexo têm a tabela que dá **O TEMPO UNIVERSAL AO MEIO-DIA SOLAR VERDADEIRO** para o ano de 2018. Como base nesta tabela e cumprindo as etapas nas alíneas seguintes obtêm a função que dá o tempo universal ao meio-dia solar verdadeiro para a cidade de **Faro.**

1.1) Completa a seguinte tabela para a cidade de Faro em 2018.

Dia e Mês	1 Jan	1 Fev	1 Mar	1 Abr	1 Mai	1 Jun	1 Jul	1 Ago	1 Set	1 Out	1 Nov	1 Dez
Ordem do dia x	1	32										
Hora em Lisboa	12:40:17											
Hora em Faro	12:35:16											
Hora em Faro em dizima $F(x)$	12,58778											

1.2) Um modelo que descreve bem a relação entre o tempo universl ao meio-dia solar verdadeiro e a ordem desse dia é o de **regressão sinusoidal** e pode ser definido por

$$F(x) = \text{asin}(bx + c) + d \text{ com } x \in \{1, \dots, 365\}$$

em que a, b, c e d são parâmetros constantes e $F(x)$ é o tempo universal ao meio-dia verdadeiro em Faro. Neste modelo, considera-se o argumento da função seno em **radianos**.

Com base na tabela obtida na alínea **1.1)** obtêm o modelo para o **tempo universal ao meio-dia solar verdadeiro em Faro** para **2018**.

Apresenta os valores de a, b, c e d arredondados às milésimas.

2) A equação do tempo $Z(t)$ para o dia t, sendo este um qualquer dia do ano representado no intervalo 0 a 364 (0 é 1 de Janeiro; 1 é 2 de Janeiro, e assim por diante) é dada por

$$Z(t) = -8{,}04 sin\left(\frac{2\pi(t + 171{,}4)}{365{,}29}\right) - 10{,}52 sin\left(\frac{2\pi(t + 110{,}5)}{187{,}94}\right),$$

$$t \in \{0, \dots, 364\}$$

Recorda que: $\boldsymbol{Z(t) = Hora\ do\ relógio - Hora\ do\ relógio\ de\ Sol}$

2.1) Esta função permite determinar em quantos minutos o relógio está adiantado ou atrasado relativamente à hora solar verdadeira.

Determina, **justificando**, o número de dias que o relógio está adiantado e o número de dias que o relógio está atrasado. **Nota:** Relaciona com o **sinal da função.**

2.2) Em que dia do ano a diferença entra a hora dada pelo relógio e a hora solar é maior ? Indica o dia e o mês. Qual é essa diferença? Apresenta o resultado em minutos e segundos, com os segundos arredondados à unidade.

2.3) Durante quantos dias o relógio está adiantado mais do que 10 minutos?

2.4) Durante quantos dias o relógio está atrasado mais do que 15 minutos?

OBSERVATÓRIO ASTRONÓMICO DE LISBOA
Tapada da Ajuda, 1349-018 LISBOA

TEMPO UNIVERSAL AO MEIO-DIA SOLAR VERDADEIRO

(Correcção para o Porto, - 2^m 17^s; para Coimbra, - 3m 02s; para Faro, -5m 01s)

Para qualquer outra localidade, cuja longitude, em tempo, for λ,
a correcção a aplicar a esta tabela será:= - (-λ+ 36m 45s)

2018

DIA	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO	ABRIL	MAIO	JUNHO
	h min s	h min s	h min s	h min s	h min s	h min s
1	12:40:17	12:50:17	12:49:02	12:40:34	12:33:48	12:34:32
2	12:40:45	12:50:24	12:48:50	12:40:16	12:33:41	12:34:42
3	12:41:13	12:50:31	12:48:37	12:39:59	12:33:35	12:34:51
4	12:41:40	12:50:36	12:48:24	12:39:41	12:33:29	12:35:01
5	12:42:07	12:50:41	12:48:11	12:39:24	12:33:24	12:35:12
6	12:42:33	12:50:45	12:47:57	12:39:07	12:33:19	12:35:23
7	12:42:59	12:50:49	12:47:43	12:38:50	12:33:15	12:35:34
8	12:43:25	12:50:52	12:47:28	12:38:33	12:33:11	12:35:45
9	12:43:50	12:50:53	12:47:13	12:38:17	12:33:08	12:35:57
10	12:44:14	12:50:54	12:46:58	12:38:01	12:33:06	12:36:09
11	12:44:38	12:50:55	12:46:42	12:37:45	12:33:04	12:36:21
12	12:45:01	12:50:54	12:46:26	12:37:29	12:33:03	12:36:34
13	12:45:24	12:50:53	12:46:10	12:37:14	12:33:03	12:36:46
14	12:45:46	12:50:51	12:45:54	12:36:59	12:33:03	12:36:59
15	12:46:08	12:50:49	12:45:37	12:36:45	12:33:03	12:37:12
16	12:46:28	12:50:45	12:45:20	12:36:30	12:33:04	12:37:25
17	12:46:48	12:50:41	12:45:03	12:36:17	12:33:06	12:37:38
18	12:47:08	12:50:37	12:44:46	12:36:03	12:33:08	12:37:51
19	12:47:26	12:50:31	12:44:28	12:35:50	12:33:11	12:38:04
20	12:47:44	12:50:25	12:44:11	12:35:37	12:33:14	12:38:17
21	12:48:01	12:50:18	12:43:53	12:35:25	12:33:18	12:38:30
22	12:48:18	12:50:11	12:43:35	12:35:13	12:33:23	12:38:43
23	12:48:33	12:50:03	12:43:17	12:35:02	12:33:27	12:38:56
24	12:48:48	12:49:54	12:42:59	12:34:51	12:33:33	12:39:09
25	12:49:02	12:49:45	12:42:41	12:34:41	12:33:39	12:39:22
26	12:49:15	12:49:35	12:42:23	12:34:31	12:33:45	12:39:34
27	12:49:27	12:49:24	12:42:05	12:34:21	12:33:52	12:39:47
28	12:49:39	12:49:13	12:41:46	12:34:12	12:33:59	12:39:59
29	12:49:50	-	12:41:28	12:34:03	12:34:07	12:40:11
30	12:49:59	-	12:41:10	12:33:55	12:34:15	12:40:23
31	12:50:08	-	12:40:52	-	12:34:23	-

2018

JULHO	AGOSTO	SETEMBRO	OUTUBRO	NOVEMBRO	DEZEMBRO	DIA
h min s	h min s	h min s	h min s	h min s	h min s	
12:40:35	12:43:02	12:36:42	12:26:22	12:20:17	12:25:43	1
12:40:46	12:42:58	12:36:23	12:26:03	12:20:16	12:26:06	2
12:40:57	12:42:54	12:36:03	12:25:44	12:20:16	12:26:29	3
12:41:08	12:42:50	12:35:44	12:25:25	12:20:16	12:26:53	4
12:41:18	12:43:41	12:35:24	12:25:07	12:20:18	12:27:18	5
12:41:28	12:42:36	12:35:04	12:24:49	12:20:20	12:27:43	6
12:41:38	12:42:29	12:34:43	12:24:32	12:20:23	12:28:09	7
12:41:48	12:42:21	12:34:23	12:24:15	12:20:27	12:28:35	8
12:41:57	12:42:13	12:34:02	12:23:59	12:20:32	12:29:02	9
12:42:05	12:42:04	12:33:41	12:23:43	12:20:37	12:29:29	10
12:42:14	12:41:55	12:33:20	12:23:27	12:20:44	12:29:56	11
12:42:21	12:41:45	12:32:59	12:23:12	12:20:51	12:30:24	12
12:42:29	12:41:35	12:32:38	12:22:57	12:20:59	12:30:53	13
12:42:36	12:41:24	12:32:17	12:22:43	12:21:08	12:31:21	14
12:42:42	12:41:12	12:31:55	12:22:30	12:21:18	12:31:50	15
12:42:48	12:41:00	12:31:34	12:22:17	12:21:29	12:32:19	16
12:42:53	12:40:47	12:31:13	12:22:04	12:21:40	12:32:48	17
12:42:58	12:40:34	12:30:51	12:21:52	12:21:52	12:33:18	18
12:43:02	12:40:20	12:30:30	12:21:41	12:22:05	12:33:47	19
12:43:06	12:40:06	12:30:08	12:21:30	12:22:19	12:34:17	20
12:43:09	12:39:51	12:29:47	12:21:20	12:22:34	12:34:46	21
12:43:11	12:39:36	12:29:26	12:21:11	12:22:49	12:35:16	22
12:43:13	12:39:21	12:29:05	12:21:02	12:23:06	12:35:46	23
12:43:14	12:39:05	12:28:43	12:20:54	12:23:23	12:36:16	24
12:43:15	12:38:48	12:28:23	12:20:47	12:23:40	12:36:45	25
12:43:15	12:38:31	12:28:02	12:20:40	12:23:59	12:37:15	26
12:43:14	12:38:14	12:27:41	12:20:35	12:24:18	12:37:45	27
12:43:13	12:37:56	12:27:21	12:20:29	12:24:38	12:38:14	28
12:43:11	12:37:38	12:27:01	12:20:25	12:24:59	12:38:43	29
12:43:09	12:37:20	12:26:41	12:20:22	12:25:21	12:39:12	30
12:43:06	12:37:01	-	12:20:19	-	12:39:41	31

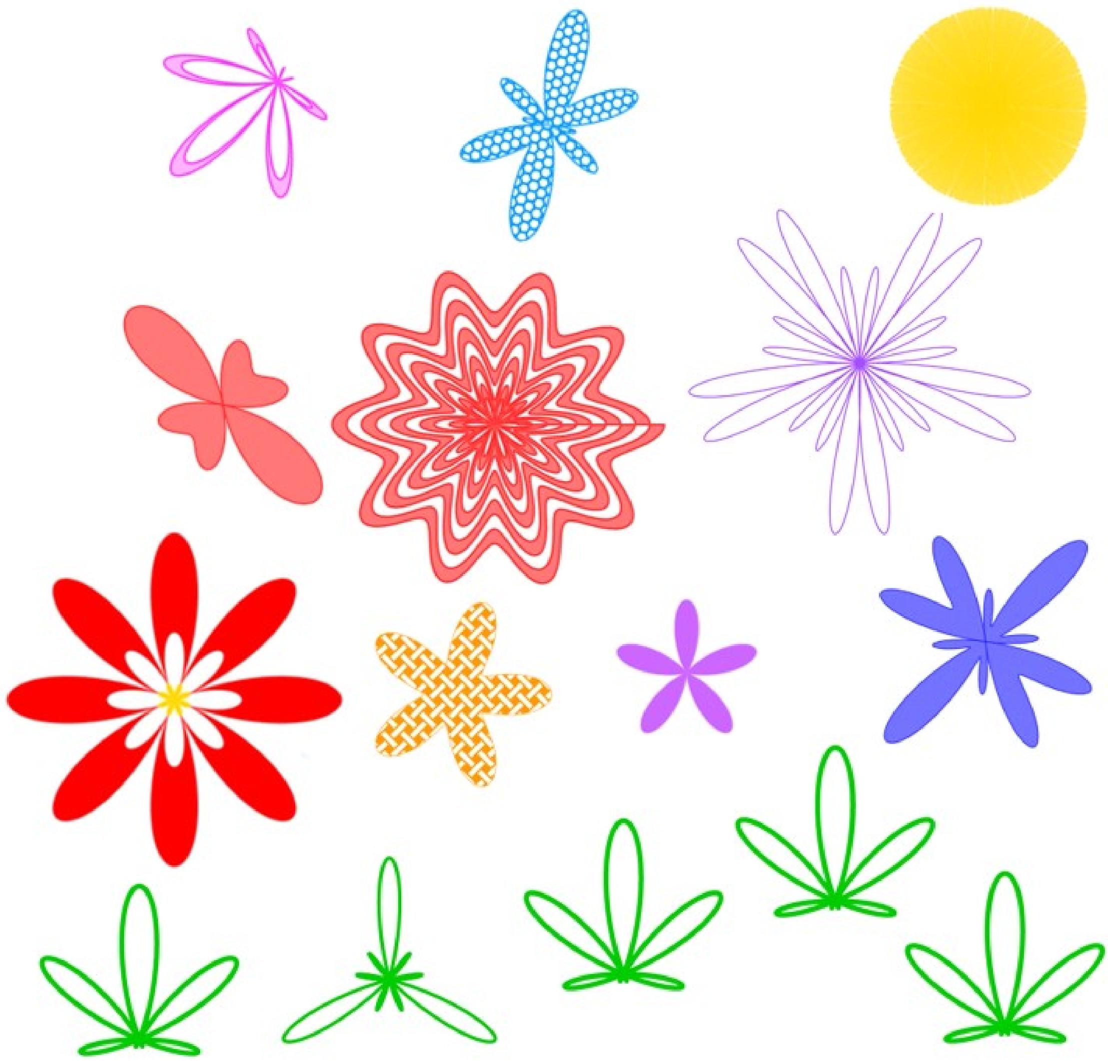
APÊNDICE 16 – Guião da tarefa “JARDIM MATEMÁTICO”

Matemática B

11.º ano de escolaridade

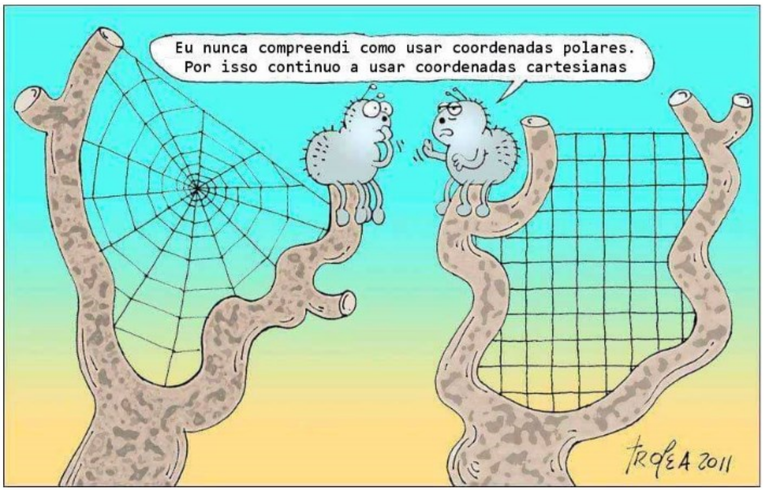
Trabalho a pares – Jardim Matemático

Existem inúmeras maneiras de criar arte: Pintura; escultura; graffiti; etc. Com esta tarefao vosso desafio é criar arte com a matemática. Pretendo que cada par de alunos construa um **jardim matemático** em que as flores e as criaturas que o habitam são criados utilizando expressões matemáticas, nomeadamente coordenadas polares. Em baixo encontram o meu jardim matemático.



Antes de começarem o vosso trabalho vamos estudar um pouco as coordenadas polares.

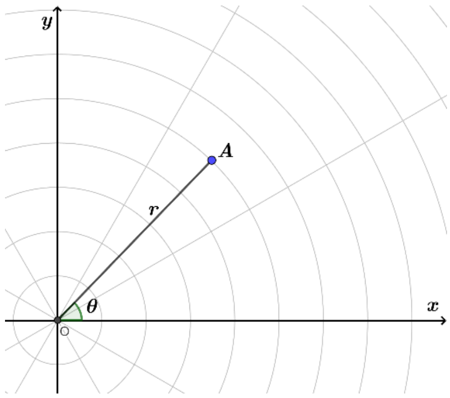
Coordenadas Polares



Existem diversos sistemas de localização de pontos no plano. O mais usual é o sistema de coordenadas cartesianas, onde os pontos são marcados através da sua abcissa e da sua ordenada. Este sistema é muitas vezes designado por sistema de coordenadas retangulares, dada a forma como os pontos são nele localizados.

Um outro sistema de localização é o **sistema de coordenadas polares.**

Neste sistema, os pontos são localizados através de dois parâmetros: a **distância** do ponto à origem do sistema de eixos e a amplitude do **ângulo (positivamente orientado)** formado entre o semieixo positivo das abcissas e o segmento de reta que une o ponto à origem do referencial.

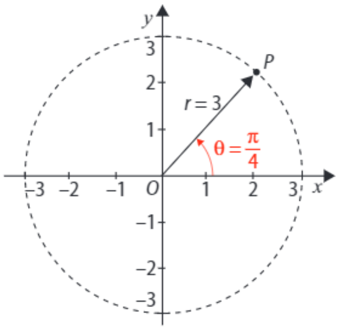


Assim, as coordenadas polares de um ponto A são $(r\,,\theta)$, onde r representa a distância do ponto à origem do referencial e θ o ângulo a ele associado.

Existe uma ligação entre as coordenadas de um ponto escritas na forma polar e na forma cartesiana.

Já tínhamos visto que podíamos exprimir as coordenadas cartesianas de A recorrendo às razões trigonométricas:

$$A(r\cos\theta\ , r\sin\theta)$$



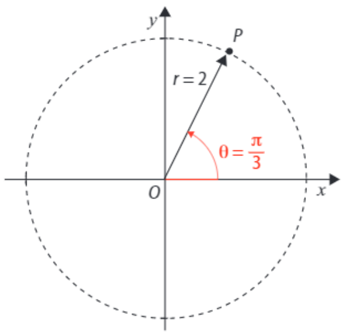
Exemplos

1. Na figura está representado o ponto P de coordenadas polares $P\left(3\,,\frac{\pi}{4}\right)$ e de coordenadas cartesianas $P\left(3\cos\frac{\pi}{4}\ , 3\sin\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\ , \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Na figura está representado o ponto P de coordenadas polares $P\left(2\,,\frac{\pi}{3}\right)$ e de coordenadas cartesianas

   $P\left(2\cos\frac{\pi}{3}\ , 2\sin\frac{\pi}{3}\right) = \left(2\times\frac{1}{2}\ , 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

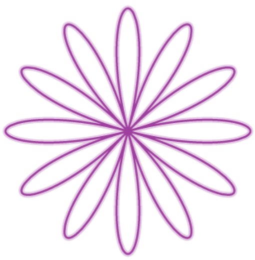
   $= \left(1\,,\sqrt{3}\right)$.



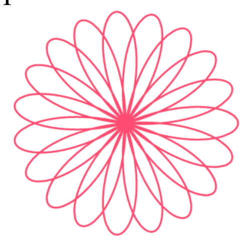
Desenhando com as coordenadas polares

Parte 1 - Investiga

Utilizando as coordenadas polares podemos obter desenhos. Um desses desenhos é uma **flor** cuja expressão é dada por $\boldsymbol{r = a\cos(b\theta)}$



Utilizando o **Geogebra Classic online investigem** a influência dos parâmetros $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ no formato da flor. Começem por dar um valor a $\boldsymbol{a}$ e um valor a $\boldsymbol{b}$ (um número inteiro maior do que 2).



1. Agora mantenham o valor de $\boldsymbol{b}$ e vão alterando o valor de $\boldsymbol{a}$. O que observam?

2. Agora mantenham o valor de $\boldsymbol{a}$ e vão alterando o valor de $\boldsymbol{b}$ (números inteiros maiores do que 2). O que observam?
3. Agora mantenham o valor de $\boldsymbol{a}$ e vão alterando o valor de $\boldsymbol{b}$, mas agora têm que atribuir valores não inteiros. O que observam? A flor está completa? Quando introduzem a expressão no Geogebra, o programa converte para uma expressão do tipo $r = \text{Curva}\big((3\cos(3.8\,\theta)\,;\theta), \theta, 0{,}2\pi\big)$, aumentem o valor de 2π até a flor fechar. Porque são necessárias mais voltas até a flor fechar?

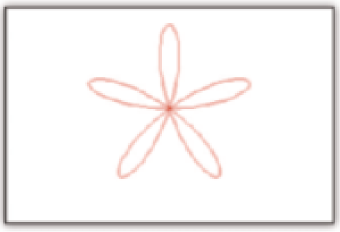
Elabora em Word (ou num processador de texto) um relatório onde consta a vossa primeira flor e a sua expressão e para cada uma das alíneas anteriores:

- As flores que obtiveram e as respetivas expressões;
- As conclusões que tiraram.

Parte 2 - Cria o teu próprio Jardim Matemático

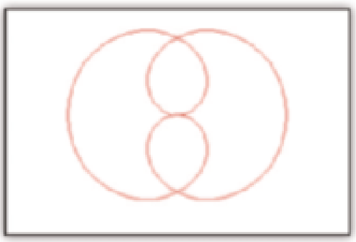
Trocando as expressões obtemos outros desenhos. Em baixo estão alguns exemplos e as respetivas expressões, *retirados do manual A4 (Ensino profissional) da Porto Editora*:

$r = \sin(5\theta)\,,\ \theta \in [0, \pi]$

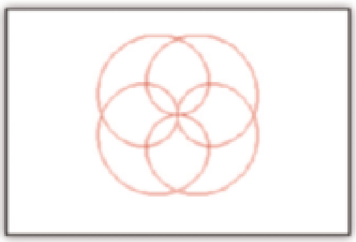


$r = 2\cos(4\theta)\,,\ \theta \in [0, 2\pi]$

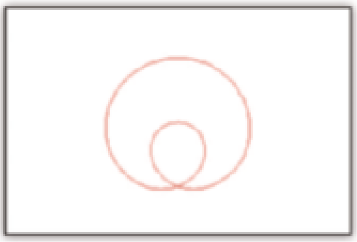
$r = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\,,\ \theta \in [0, 4\pi]$



$r = \sin\left(\frac{2\theta}{3}\right)\,,\ \theta \in [0, 4\pi]$



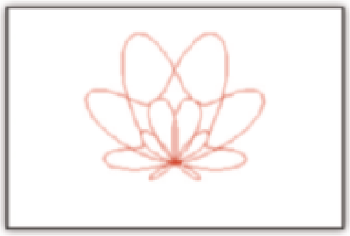
$r = 1 + 3\sin\theta$, $\theta \in [0, 2\pi]$



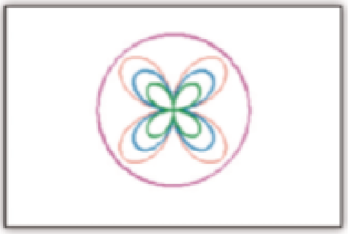
$r = \frac{\theta}{5}$, $\theta \in [0, 16\pi]$

$r = \theta \sin\theta$, $\theta \in [0, 14\pi]$

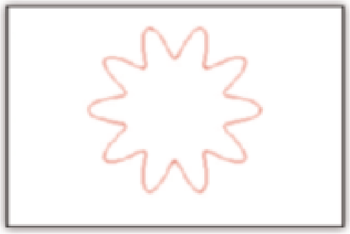
$r = \sin(\theta) + \sin^3\left(\frac{5\theta}{2}\right)$, $\theta \in [0, 4\pi]$



$r_1 = 2\sin(2\theta)$, $r_2 = 1{,}5\sin(2\theta)$,
$r_3 = \sin(2\theta)$, $r_4 = 2{,}2$, $\theta \in [0, 2\pi]$



$r = 2 + \frac{1}{2}\cos(10\theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$



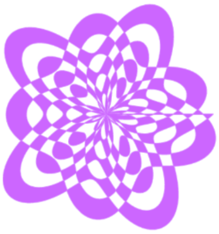
- Criem agora o vosso próprio jardim brincando com as expressões anteriores, mudando os seus parâmetros.
- O que acontece quando somamos a expressão da espiral com a expressão de uma flor?
- Experimentem somar ou multiplicar várias expressões e inventem as vossas próprias expressões.

Surpreendam-me com um jardim matemático mágico e colorido. Cada vez que obtiverem uma flor ou imagem que vos agrada copiem-na e colem-na numa folha de Word e vão compondo o vosso jardim. **No relatório têm que incluir as expressões dos desenhos que compõem o vosso jardim.**

Enviem o relatório e o jardim matemático para o meu email: vlopes@aepaa.pt

Nota: Para escolher a cor e a forma de preenchimento cliquem com o botão direito do rato sobre a expressão que se encontra do lado esquerdo e escolham configurações.

No menu COR dá para escolher a cor e no menu ESTILO a forma de preenchimento e a grossura da linha.



Critérios de classificação – Peso 1,5

- Correção e clareza dos raciocínios matemáticos no relatório– **60 pontos**
- Criatividade e inovação nos desenhos do jardim – **100 pontos**
- Autonomia/ coloboração no trabalho – **20 pontos**
- Apresentação e organização do trabalho escrito e do jardim – **20 pontos**

APÊNDICE 17 – Guião da tarefa “QUEM É O MAIS VELOZ?”

Ano Letivo 2017-2018 12º Ano
Matemática Módulo A6 – Taxa de Variação
Tarefa de Investigação em Grupo
Velocidade média
Curso Profissional Técnico Multimédia

Com esta tarefa vão investigar a **velocidade média.** Na disciplina de Física e Química aprendeste que:

$$velocidade\ média = \frac{distância\ percorrido}{tempo\ gasto\ a\ percorrer\ esse\ espaço}$$

1. Com os três carros fornecidos pela professora, cada grupo vai determinar a velocidade média de cada carro em pisos de diferentes texturas e inclinações. Para tal irão preencher a seguinte tabela. Devem escolher 5 pisos diferentes (3 texturas diferentes por exemplo pedra, azulejo, etc e escolher duas inclinações diferentes de rampa).

Carro	Superfície/Rampa	Distância Percorrida	Tempo Gasto	Velocidade

Instruções:

Para cada carro e superfície deves:

- Marcar com giz o ponto de partida
- Dar um impulso ao carro e iniciar a contagem de tempo
- Quando o carro parar, parar o cronometro e marcar o ponto de chegada
- Medir a distância percorrida pelo carro.

A que conclusões chegaram?

Na vossa resposta devem incluir:

- qual o carro mais rápido.
- qual a superfície com a menor e a maior velocidade
- qual a relação entre a inclinação da rampa e a velocidade.

2. Quem é o mais veloz?

Vamos agora calcular a velocidade média de cada elemento do grupo.

Para realizar esta tarefa devem:

- Marcar uma distância de **10 metros** em linha reta.
- Cada aluno irá percorrer a distância da mesma forma, por exemplo a correr, a saltar, etc e os outros alunos do grupo irão cronometrar o tempo.
- Calcular a velocidade média de cada elemento do grupo.

Regista os resultados na seguinte tabela.

Aluno	Tempo	Velocidade média

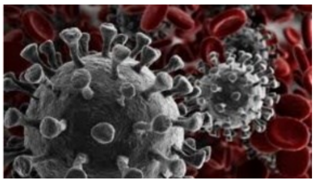
Nomes e nºs. dos elementos do grupo:

APÊNDICE 18 – Guião da tarefa "COVID-19 E A MODELAÇÃO MATEMÁTICA"

Matemática B

11.º ano de escolaridade

Trabalho a pares – Covid-19



«Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou que vivemos uma pandemia do novo coronavírus, chamado de Sars-Cov-2. "Nas últimas duas semanas, o número de casos de Covid-19 [doença provocada pelo vírus] fora da China aumentou 13 vezes e a quantidade de países afetados triplicou. Temos mais de 118 mil infeções em 114 nações, sendo que 4 291 pessoas morreram", justificou Tedros Ghebreyesus, diretor-geral da OMS.

A definição de pandemia não depende de um número específico de casos. Considera-se que uma doença infeciosa atingiu esse patamar quando afeta um grande número de pessoas espalhadas pelo mundo. A OMS evita usar o termo com frequência para não causar pânico ou uma sensação de que nada pode ser feito para controlar a enfermidade.»

https://saude.abril.com.br/medicina/oms-decreta-pandemia-do-novo-coronavirus-saiba-o-que-isso-significa/

Covid – 19 e a Modelação Matemática.

Sempre que surge uma nova epidemia, os governos dos países afetados mantêm registos rigorosos atualizados diariamente. São recolhidos dados relativamente ao: número de dados infetados por dia; número total de infetados; número de óbitos por dia; número total de óbitos; número de recuperados por dia; número total de recuperados; etc.

Quais os modelos matemáticos que modelem estas situações?

A página de internet https://covid19.zerozero.pt/ reúne os dados de vários países, que são apresentados em tabelas e graficamente. Neste trabalho, cada par de alunos, vai trabalhar com os dados de Portugal e os dados de um dos seguintes países: Brasil; E.U.A; Reino Unido; Itália; Espanha; França; China; Alemanha (1 país diferente por cada grupo).

Guião do trabalho

- Consultar a página de internet https://covid19.zerozero.pt/
- Para Portugal e o outro país da sua escolha vão recolher dados (no mínimo 20 pontos) de:
    - Infetados por dia epidémico
    - Total de infetados por dia epidémico
    - Óbitos por dia epidémico
    - Total de óbitos por dia epidémico.

Nota: Atenção à escolha de dados devem ser espaçados ao longo da epidemia (ou seja, não escolhem os dados dos 20 primeiros dias), escolham dados, de modo, a estes serem referentes a vários meses de epidemia (3 meses ou mais, conforme o país).

- Apresentar 8 tabelas, 4 por cada país, com os dados recolhidos na etapa anterior.
- Explicar porque o modelo exponencial não será um bom modelo para modelar as diferentes situações apresentadas.
- Determinar o **modelo logarítmico** e o **modelo logístico** que melhor se ajusta a cada situação, para Portugal e o vosso outro país, indicando e justificando, qual o melhor para descrever cada uma das seguintes situações:
    - Infetados por dia epidémico
    - Total de infetados por dia epidémico
    - Óbitos por dia epidémico
    - Total de óbitos por dia epidémico.
- Representar no mesmo referencial os modelos logísticos obtidos, anteriormente, referente ao **número total de infetados por dia epidémico** de Portugal e do vosso outro país. Num pequeno texto, fazer um estudo comparativo dos dois países. O texto deve incluir:
    - o valor para o qual tende o número total de infetados em cada país;
    - a comparação dos ritmos de crescimento;
    - Em que momentos o número total de infetados em Portugal foi superior / inferior ao do outro país.
- Representar no mesmo referencial os modelos logísticos obtidos anteriormente do **número total de óbitos por dia epidémico** de Portugal e do vosso outro país.

Num pequeno texto, fazer um estudo comparativo dos dois países. O texto deve incluir:

- o valor para o qual tende o número total de infetados em cada país;
- a comparação dos ritmos de crescimento;
- Em que momentos o número total de infetados em Portugal foi superior / inferior ao do outro país.

Critérios de classificação – Peso 1

- ✓ Tabelas com os dados recolhidos - **40 pontos**
- ✓ Explicação do modelo exponencial – **20 pontos**
- ✓ Modelos logarítmicos e logísticos determinados utilizando a regressão da calculadora gráfica – **40 pontos**
- ✓ Representação gráfica e estudo comparativo do número total de infetados em cada país – **50 pontos**
- ✓ Representação gráfica e estudo comparativo do número total de óbitos em cada país - **50 pontos**

Bom Trabalho

APÊNDICE 19 – Guião da tarefa "DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING"

Guião para a tarefado dia 08/05/2018

Esta tarefa envolve as disciplinas de Biologia e Geologia, Física e Química e Matemática A.

Ponto de encontro: 8h25 na cantina

Apps necessárias para realizarem a atividade:

- **QR Code Reader -** ou outra aplicação que permita ler QR codes
- **Mapa Coordenadas -** ou outra aplicação que permita introduzir coordenadas geográficas e localizar um local
- **FITAPP -** ou outra aplicação que permita calcular a distância percorrida e o tempo que demoram a percorrer essa distância

Material necessário:

No dia da tarefa devem trazer convosco o seguinte material:

- Smartphones com as aplicações acima indicadas instaladas (atenção vão necessitar de utilizar os dados móveis)
- Chapéu
- Água
- Protetor Solar
- Roupa e calçado apropriado para caminhadas
- Material de escrita (papel e caneta/lápis)

APÊNDICE 20 – Instruções para o ponto de partida da tarefa "DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING"

GRUPO I

Instruções:

O percurso que irão percorrer tem 5 etapas (a primeira será na escola). Em cada etapa terão que realizar atividades que abordam conteúdos das disciplinas envolvidas: Biologia e Geologia, Física e Química e Matemática A.

Para se deslocarem de uma etapa para outra terão que resolver enigmas de matemática que lhes darão as coordenadas da etapa seguinte.

Chegando ao local acedam à página correspondente dessa etapa lendo o QR code disponibilizado na página da etapa anterior ou pelo professor.

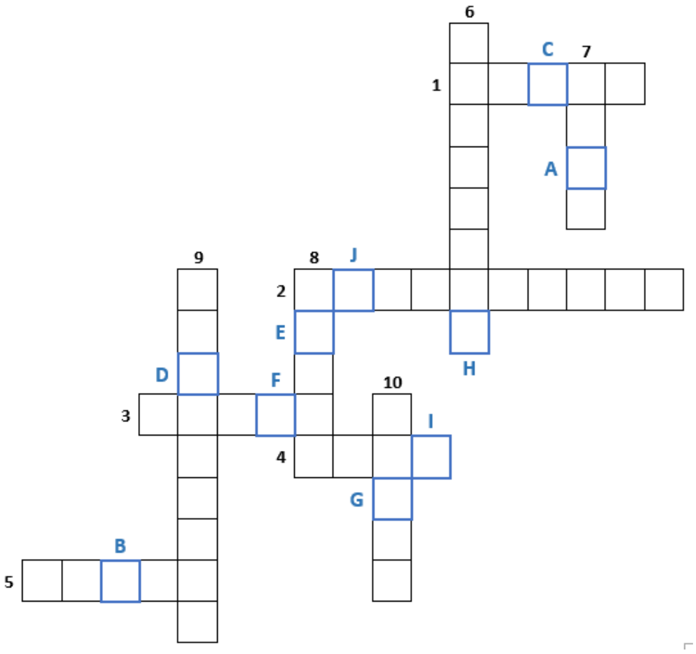
Sigam as instruções na página e respondam ao(s) formulário(s).

Sempre que se desloquem de uma etapa para a outra utilizem a app FITAPP (ou similar) para contabilizar a distância percorrida e o tempo que demoraram a percorrer a distância

.

Utilizem o vosso smartphone para o ler o QR code e aceder às pistas do enigma Números Cruzados.

Resolvam o enigma **Números Cruzados** de modo a descobrirem as coordenadas da próxima etapa.



N 37º AB,CDE'

N 37º _ _, _ _ _

W 008º FG,HIJ'

W 008º _ _, _ _ _

Atenção: Na aplicação Mapa Coordenada escolham a opção satélite e quando forem introduzir as coordenadas escolham a opção graus e minutos

Boa aventura

APÊNDICE 21 – Links para as páginas de internet das diferentes etapas da tarefa “DESCOBRINDO AS CIÊNCIAS COM O GEOCACHING”

Grupo I – Ponto de Partida

https://sites.google.com/aepaa.pt/ponto-de-partida-grupo1/p%C3%A1gina-inicial

Grupo I – 1ª Paragem

https://sites.google.com/aepaa.pt/grupo1-paragem1/p%C3%A1gina-inicial

Grupo I – 2ª Paragem

https://sites.google.com/aepaa.pt/grupo1-paragem2/p%C3%A1gina-inicial

Grupo I – 3ª Paragem

https://sites.google.com/aepaa.pt/grupo1-paragem3/p%C3%A1gina-inicial

Grupo I – 4ª Paragem

https://sites.google.com/aepaa.pt/grupo1-paragem4/p%C3%A1gina-inicial

APÊNDICE 22 – Guião da tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS – 12º ano"

Matemática A

12.º ano de escolaridade

Vídeos Tutoriais

As novas tecnologias proporcionam novas formas de estudar. Vídeos tutoriais são uma ferramenta útil para obter e transmitir informação. São dinâmicos, inovadores e apelativos. Facilmente capturam e prendem a atenção de quem os está a ver.

Guião do trabalho

Neste trabalho cada grupo, constituído por 3 alunos, deve criar um vídeo tutorial sobre o tema que lhe foi atribuído, utilizando qualquer ferramenta ou plataforma de criação de vídeos que desejar. No final iremos criar uma página para publicar os diversos vídeos de modo a que alunos do ensino secundário possam usufruir dos mesmos.

Os vossos vídeos devem:

- ✓ Apresentar uma explicação teórica e científica do tema atribuído;
- ✓ Definição (caso se aplique)
- ✓ Exemplo(s)

Atenção: Os vídeos têm que ser da vossa criação, cuidado com o plágio.

Sites que permitem a criação de vídeos:

- ✓ Wevideo
- ✓ Powtoon´
- ✓ Renderforest
- ✓ Animaker
- ✓ Memoov

Podem utilizar outros sites ou outras ferramentas

Se for necessário podem dividir os conteúdos em dois vídeos.

Avaliação do trabalho – Peso 1 – Data de Entrega: 23/05/2019

- Correção e clareza dos raciocínios matemáticos e dos exemplos – **160 pontos**
- Apresentação, organização e criatividade – **40 pontos**

Temas para os vídeos.

- Arranjos simples com e sem repetição
- Permutações e combinatória
- Probabilidade condicionada
- Continuidade de uma função num ponto
- Teorema de Bolzano
- Assíntotas verticais e horizontais
- Assíntotas não verticais
- 1ª derivada e a monotonia e extremos de uma função
- 2ª derivada e as concavidades e pontos de inflexão de uma função
- Reta tangente a uma curva num determinado ponto
- Progressões aritméticas: Definição, termo geral e soma dos 1ºs n termos
- Progressões geométricas: Definição, termo geral e soma dos 1ºs n termos
- Definição de limite segundo Heine
- Outro tema sugerido pelo grupo, previamente aprovado pela professora.

APÊNDICE 23– Guião da tarefa “VÍDEOS TUTORIAIS – 10º ano”

Guião de trabalho

Vídeos Tutoriais

As novas tecnologias proporcionam novas formas de estudar. Vídeos tutoriais são uma ferramenta útil para obter e transmitir informação. São dinâmicos, inovadores e apelativos. Facilmente capturam e prendem a atenção de quem os está a ver.

Instruções

Neste trabalho cada grupo (no máximo 3) ou aluno (se optar por trabalhar sozinho) deve criar um vídeo tutorial sobre o tema que escolheu, utilizando qualquer ferramenta ou plataforma de criação de vídeos que desejar. Todos os elementos do grupo terão que falar no vídeo. Ao longo do trabalho podem enviar versões do trabalho para as quais darei feedback e assim poderão melhorar o vosso trabalho.

Os vossos vídeos devem:

- Apresentar uma explicação teórica e científica do tema atribuído;
- Definição (caso se aplique)
- Exemplo(s) / Exercícios

Atenção: Os vídeos têm que ser da vossa criação, cuidado com o plágio.

Sites que permitem a criação de vídeos:

- Wevideo
- Powtoon´
- Renderforest
- Animaker
- Memoov
- Podem utilizar outros sites ou outras ferramentas

Se for necessário podem dividir os conteúdos em dois vídeos.

APÊNDICE 24 – Tarefa "VÍDEOS TUTORIAIS 10º ano" – Documento para a escolha do tema

Distribuição dos temas para o trabalho Vídeos Tutoriais

Este trabalho consiste em elaborar um vídeo tutorial sobre um conceito lecionado este ano letivo. Podem trabalhar **individualmente, em pares** ou **em grupos de 3**.

Na seguinte tabela encontra-se uma lista dos possíveis temas que poderão abordar no trabalho.

Cada pessoa individual/par irá desenvolver um único tema que não pode ser repetido entre pares ou pessoas individuais.

Na segunda coluna ao lado do tema que escolheram irão colocar o nome da(s) pessoa(s) que o irão tratar.

Distância entre dois pontos no plano e coordenadas do ponto médio de um segmento de reta no plano	
Equação da mediatriz de um segmento de reta	
Equação da circunferência e inequação do círculo	
Inequações cartesianas de semiplanos + interseção e reunião de semiplanos.	
Vetores no plano: Definição + representação geométrica + vetores simétricos + vetor nulo + vetores colineares (só geométrico não quero coordenadas)	
Vetores no plano: Soma e diferença geométrica de vetores (regra do triângulo + regra do paralelogramo)	
Vetores no plano: Coordenadas de um vetor + norma de um vetor a partir das suas coordenadas	
Vetores no plano: Soma e diferença de vetores a partir das suas coordenadas.	
Vetores no plano: Vetor diferença de dois pontos + Soma de um ponto com um vetor	
Vetores no plano: Colinearidade de vetores (dadas as suas coordenadas)	

Equação vetorial de uma reta no plano	
Referencial cartesiano no Espaço: Coordenadas de pontos no espaço	
Condições no espaço: Planos coordenados e planos paralelos aos planos coordenados	
Condições no espaço: Eixos coordenados e retas paralelas aos eixos coordenados	
Distância entre dois pontos no espaço e coordenadas do ponto médio de um segmento de reta no espaço	
Equação do plano mediador de um segmento de reta	
Equação da superfície esférica e inequação da esfera	
Vetores no espaço: Definição + representação geométrica + vetores simétricos + vetor nulo + vetores colineares (só geométrico não quero coordenadas)	
Vetores no espaço: Soma e diferença geométrica de vetores (regra do triângulo + regra do paralelogramo)	
Vetores no espaço: Coordenadas de um vetor + norma de um vetor a partir das suas coordenadas	
Vetores no espaço: Soma e diferença de vetores a partir das suas coordenadas.	
Vetores no espaço: Vetor diferença de dois pontos + Soma de um ponto com um vetor	
Vetores no espaço: Colinearidade de vetores (dadas as suas coordenadas)	
Equação vetorial de uma reta no espaço	
Conceito de função. (incluir noção de imagem, objeto, domínio e contradomínio) Formas de definir uma função	
Zeros e sinal de uma função (incluir quadro de sinal)	
Monotonia e extremos de uma função (incluir quadro de variação)	
Função afim (incluir relação entre o declive e a monotonia)	
Funções do tipo y=ax2	
Funções do tipo y=ax2+k	
Funções do tipo y=a(x-h)2	

Funções do tipo y=a(x-h)2+k (incluir como encontrar a expressão analítica dado o gráfico)	
Dada a função quadrática na forma y=ax2+bx+c como determinar o vértice	
Inequações do 2º grau	

APÊNDICE 25 – Rubrica da tarefa “VÍDEOS TUTORIAIS 10º ano”

RUBRIC PARA AVALIAÇÃO DO TRABALHO VÍDEO TUTORIAL – 10º ano Matemática A

Competências	Categoria / Elemento	Excelente / Excede a norma	Bom / Acima da norma	Suficiente / Atinge a norma	Insuficiente / Quase atinge a norma	Fraco / Abaixo da norma	Sem evidências
C1 - Conhecimento de factos e procedimentos – 50 pontos	**Clareza do tópico (5 pontos)**	Inclui um título claro que dá informação específica sobre o tema abordado.	Inclui um título claro que dá alguma informação específica sobre o tema abordado.	Inclui um título que dá informação sobre o tema abordado.	Inclui um título que dá alguma informação sobre o tema abordado.	Inclui um título que não dá informação sobre o tema abordado.	Não inclui título.
	Conteúdo (15 pontos)	Conteúdo muito interessante, relevante, cientificamente correto e rigoroso. Inclui múltiplas perspetivas ou formas de pensar sobre o conteúdo. Abrange pré-requisitos. Estabelece conexões.	Conteúdo interessante, relevante, cientificamente correto e rigoroso. Tentativa de incluir múltiplas perspetivas ou formas de pensar sobre o conteúdo. Tentativa de abranger pré-re-	Cobre adequadamente o conteúdo. Algumas incorreções menores. Conteúdo relevante e com algum interesse. Tentativa de estabelecer conexões.	Variadas incorreções. Conteúdo com algum interesse e relevância, no entanto pouco rigoroso. Algum conteúdo poderá	Demasiadas incorreções. Conteúdo desinteressante e não envolvente. Conteúdo pouco aprofundado. Não estabelece conexões.	Não aplicável

			quisitos. Estabelece algumas conexões.		estar repetitivo ou incompleto.		
	Estrutura e desenvolvimento das ideias (10 pontos)	Informação muito bem organizada; uma lição bem construída e completa. Aborda diferentes estilos de aprendizagem garantindo a compreensão da matéria pelos espetadores.	Informação está bem organizada e completa. Apresenta adequadamente a matéria numa forma que garante que a maioria dos espetadores a compreenda e é adequada ao nível de ensino	Informação está organizada de uma forma muito básica e contém todas as partes essenciais à lição. Apresenta adequadamente a matéria numa forma adequada ao nível de ensino.	Informação está organizada de uma forma muito básica, mas falta partes essenciais à lição. Apresenta a matéria numa forma que garante que alguns dos espetadores a compreenda.	A informação está desorganizada e incompleta. Não é adequado ao nível de ensino	Não aplicável
	Adequação dos esquemas / resumos / gráficos / ilustrações /tabelas (10 pontos)	Ordenados, precisos e muito ricos. Reforçam a compreensão do tema.	Ordenados, precisos e relevantes ao tema. Ajudam na compreensão do mesmo.	Com alguma ordenação, relevantes ao tema e ajudam na compreensão do mesmo	Esquemas / gráficos / ilustrações / tabelas pouco precisas e resumos incompletos.	Não são precisos e não ajudam na compreensão do tema.	Não inclui: Esquemas / resumos / gráficos / ilustrações /tabelas
	Eficácia (10 pontos)	Espetadores ficam com uma compreensão completa do tema. Contém exemplos específicos / ilustrações numa forma organizada	Espetadores ficam com uma compreensão completa do tema. Contém alguns exemplos específicos / ilustrações numa forma organizada	Espectadores ficam com uma compreensão do tema. Contém exemplos / ilustrações	Espectadores ficam com alguma compreensão do tema. Contém alguns exemplos / ilustrações	Espetadores têm dificuldade na compreensão do tema. Contém poucos exemplos / ilustrações	Não aborda / comunica o tema.

C2 - Resolução de problemas – 40 pontos	**Adequação dos exemplos / exercícios (5 pontos)**	Exemplos/ exercícios ricos que permitam uma compreensão completa do tema.	Exemplos/ exercícios permitam uma melhor compreensão do tema.	Exemplos/ exercícios ajudam na compreensão do tema.	Exemplos/ exercícios permitam alguma compreensão do tema.	Exemplos / exercícios não são adequados ao tema	Não inclui exemplos / exercícios
	Variedade dos exemplos / exercícios (10 pontos)	Apresenta vários exemplos / exercícios de diferentes tipos que desenvolvem todas as competências apresentando diferentes graus de dificuldade desenvolvendo a capacidade de resolução de problemas.	Apresenta vários exemplos / exercícios de diferentes tipos que desenvolvem diversas competências apresentando diferentes graus de dificuldade e desenvolve alguma capacidade de resolução de problemas.	Apresenta vários exemplos / exercícios de diferentes tipos que desenvolvem apenas uma competência apresentando todos o mesmo grau de dificuldade.	Apresenta vários exemplos / exercícios, mas do mesmo tipo e grau de dificuldade não desenvolve a capacidade de resolução de problemas	Apenas apresenta um exemplo / exercício.	Não inclui exemplos / exercícios
	Qualidade dos exemplos / exercícios (10 pontos)	Exemplos / exercícios ricos e criativos que exploram as diversas aplicações do tema	Exemplos / exercícios com alguma criatividade que exploram diversas aplicações do tema	Exemplos / exercícios que exploram algumas das diversas aplicações do tema	Exemplos / exercícios que exploram poucas das diversas aplicações do tema	Exemplos / exercícios que exploram nenhuma das diversas aplicações do tema	Não inclui exemplos / exercícios
	Rigor na resolução dos exemplos / exercícios (15 pontos)	Revela evidência e excelente compreensão dos conceitos matemáticos. Explica e justifica o seu raciocínio de uma forma completa e clara.	Revela evidência e boa compreensão dos conceitos matemáticos. Explicação e justificação do raciocínio presentes e claras. Implementa as estratégias corretas sem erros.	Revela evidência e compreensão dos conceitos matemáticos. Explicação e justificação do raciocínio presente. Implementa as estratégias corretas	Revela alguma evidência e alguma compreensão dos conceitos matemáticos. Explicação da resolução presente, mas difí-	Revela pouca evidência e nenhuma ou pouca compreensão dos conceitos matemáticos. Explicação da resolução não pre-	Não inclui exemplos / exercícios e/ ou a sua resolução

		Implementa estratégias complexas e faz conexões.		apresentados erros menores.	cil de acompanhar. As resoluções apresentam alguns erros e algumas das estratégias implementadas são incorretas.	sente ou não faz sentido. Todas as resoluções têm erros graves.	
C3 - Pensamento crítico e criativo e comunicação Matemática – 60 pontos	**Utiliza linguagem clara e adequada (10 pontos)**	Fornece explicações claras e extramente precisas. Utiliza símbolos matemáticos, etiquetas, unidades e convenções com um alto grau de precisão. Utiliza sempre corretamente vocabulário matemático apropriado.	Fornece explicações claras e com precisão. Utiliza símbolos matemáticos, etiquetas, unidades e convenções com precisão acima da média. Utiliza corretamente vocabulário matemático apropriado.	Fornece explicações claras. Utiliza símbolos matemáticos, etiquetas, unidades e convenções com uma precisão mediana. Geralmente utiliza corretamente vocabulário matemático apropriado.	Fornece explicações que têm alguma clareza. Utiliza símbolos matemáticos, etiquetas, unidades e convenções com alguma precisão. Por vezes, utiliza corretamente vocabulário matemático apropriado.	Fornece explicações com pouca ou nenhuma clareza. Utiliza símbolos matemáticos, etiquetas, unidades e convenções com muita pouca precisão. Raramente utiliza corretamente vocabulário matemático apropriado.	Não aplicável
	Utiliza estratégias para cativar a audiência (10 pontos)	Utiliza múltiplas estratégias com alto desempenho para envolver os espetadores e promo-	Utiliza múltiplas estratégias para envolver os espetadores e promover a aprendizagem garan-	Utiliza estratégia ou estratégias adequadas que promovem a aprendiza-	Uma única e eficaz estratégia é utilizada de forma a garantir	É usada uma única estratégia que pode não permitir a construção	Não aplicável

		ver a aprendizagem garantindo uma compreensão total e precisa dos conceitos. As estratégias não levam apenas ao conhecimento do conteúdo, mas ao desenvolvimento de competências de resolução de problemas.	tindo uma compreensão total dos conceitos. As estratégias não levam apenas ao conhecimento do conteúdo, mas ao desenvolvimento de algumas competências de resolução de problemas.	gem. Inclui mais do que uma abordagem do conceito.	que os espectadores possam construir uma compreensão precisa dos conceitos.	do conhecimento com precisão.	
	Qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas (10 pontos)	A combinação dos elementos (gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas) com as palavras utilizadas e ideias levam a comunicação a um nível muito alto, superior ao que poderia ser realizado com apenas um deles. A mistura gera sinergia e atinge o público-alvo com estilo e elegância. Excelente qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas. Sempre visíveis e	A combinação dos elementos (gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas) com as palavras utilizadas e ideias levam a comunicação a um nível superior à média. A mistura gera alguma sinergia e atinge o público-alvo com estilo. Boa qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas. Sempre visíveis e com títulos ou legendas completas.	Os gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas e o conteúdo combinam de maneira eficaz para fornecer uma mensagem de alto impacto com as palavras utilizadas e os diversos elementos a reforçarem-se mutuamente. Razoável qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas. Sempre visíveis e com títulos ou legendas.	Os gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas acompanham o conteúdo, mas há pouco sinal de reforço mútuo. Não há atenção aos critérios de design visual, como equilíbrio, proporção, harmonia e restrição. Existe alguma tendência para o uso aleatório	A ênfase exagerada nos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas enfraquece a mensagem e interfere na comunicação do conteúdo e ideias. Péssima qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas. O espetador não consegue visualizar os elementos. Não apresenta título ou legendas.	Não inclui

		com títulos ou legendas ricos e completos.			destes elementos. Pobre qualidade dos gráficos / ilustrações / tabelas / esquemas. O espetador consegue visualizar, mas com alguma dificuldade. Por vezes não apresenta título ou legendas.		
	Clareza do som (10 pontos)	O aluno usou uma voz clara e pronúncia correta e precisa dos termos. Envolve totalmente o espetador captando o seu interesse. Utiliza um ritmo adequado.	O aluno usou uma voz clara e pronúncia correta termos. Envolve o espetador captando o seu interesse. Utiliza um ritmo adequado.	A voz do aluno é clara. O aluno pronuncia a maioria dos termos corretamente. Toma medidas para envolver o espetador e captar o seu interesse. Utiliza um ritmo adequado.	O aluno pronuncia incorretamente os termos. O espetador tem dificuldade em ouvir o vídeo. Ocasionalmente envolve o espectador e por vezes capta o seu interesse. Por vezes utiliza um ritmo adequado.	O aluno murmura, pronuncia incorretamente os termos e fala em voz baixa demais para o espetador ouvir. Não envolve o espectador e não capta o seu interesse. Utiliza um ritmo inadequado.	Não tem som

	Visibilidade do texto escrito e correção do mesmo (10 pontos)	Seleciona palavras ricas e variadas para o contexto e utiliza a gramática corretamente. Sem erros de pontuação e ortografia. Excelente compreensão e aplicação das cores contrastantes entre texto e o plano de fundo. O texto tem tamanho perfeito e está sempre visível.	Seleciona palavras variadas e apropriadas para o contexto e quase não emprega erros na gramática. Quase nenhuns erros de pontuação e ortografia. Competente compreensão e aplicação das cores contrastantes entre texto e o plano de fundo. O texto tem um bom tamanho e está sempre visível.	Seleciona palavras apropriadas para o contexto e com alguns erros na aplicação da gramática. Alguns erros de pontuação e ortografia. Adequada compreensão e aplicação das cores contrastantes entre texto e o plano de fundo. O texto tem um tamanho razoável e está quase sempre visível.	Seleciona palavras pouco apropriadas para o contexto. Utiliza incoerentemente a gramática. Muitos erros de pontuação e ortografia. Alguma compreensão e aplicação das cores contrastantes entre texto e o plano de fundo. O texto nem sempre tem um tamanho razoável e por vezes não está visível.	Seleciona palavras inapropriadas para o contexto. Inúmeros e perturbadores erros de pontuação e ortografia. Não tem noção da utilização da gramática. Estrutura de frases numerosas e perturbadoras. Má compreensão e aplicação de cores contrastantes entre texto e plano de fundo. Tamanho do texto muito pequeno e muito difícil de ler.	Não aplicável
	Criatividade do vídeo (10 pontos)	Excelente abordagem ao pensamento e à expressão original e criativa com evidências de assumir riscos. A lição não é apenas uma apresentação de	Boa abordagem ao pensamento e à expressão original e criativa, com evidências de assumir riscos. A lição não é apenas uma apresentação de in-	Desenvolvimento competente na expressão da ideia criativa com evidências de correr riscos.	Revela algum pensamento e expressão no desenvolvimento ou na ideia criativa, mas com riscos limitados.	Abordagem iniciante e restrita no desenvolvimento da ideia, sem evidência de assumir riscos.	Não aplicável

		informações, mas uma exploração de informações que requer habilidades de pensamento de ordem superior. O trabalho mostra evidências significativas de originalidade e invenção. A maioria das ideias são novas, originais, inventivas e baseadas em conclusões lógicas e pesquisa sólida.	formações, mas uma exploração de informações que requer algumas habilidades de pensamento. O trabalho mostra algumas evidências significativas de originalidade e invenção. Algumas das ideias são novas, originais, inventivas e baseadas em conclusões lógicas e pesquisa.	A lição é uma apresentação de informações com muita exploração de informações. O trabalho mostra evidências de originalidade e invenção, com base numa extensa coleção de ideias, produtos e imagens de outras pessoas. O trabalho estende-se para além dessa coleção para oferecer novas ideias.	A lição é uma apresentação de informações com alguma exploração das informações. O trabalho é uma extensa coleção e reformulação das ideias, produtos e imagens de outras pessoas. Não há evidência de novas ideias ou invenções.	A lição é uma apresentação de informações. O trabalho é uma coleção ou reformulação mínima das ideias, produtos e imagens de outras pessoas. Não há evidências de novas ideias.	

Rubrica adaptada de:

http://teacherworld.com/multimediarubric.html
https://edex.adobe.com/resource/v00b02893/
https://scholarworks.umass.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1108&context=pare
https://www.teach-nology.com/cgi-bin/presentation.cgi
https://sites.google.com/site/patriciodelafuentemath/second-semester/rubrics
https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com%2Fpin%2F712905815984898803%2F&psig=AOvVaw1imG_jQ5JEiu0y7BoWCyT5&ust=1590973100250000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCPCn8Oby3OkCFQAAAAAdAAAAABAR
https://studylib.net/doc/5865248/math-assessment--general-rubric
Science Rubrics.pdf
Project_Design_Rubric_vMay2017.pdf
Lesson_Plan_Rubric

APÊNDICE 26 – Guião da tarefa "AFTER THE DARK – A MATEMÁTICA PRESENTE NO FILME"

AFTER THE DARK – DAC com Filosofia e Matemática A

A Matemática Presente no Filme

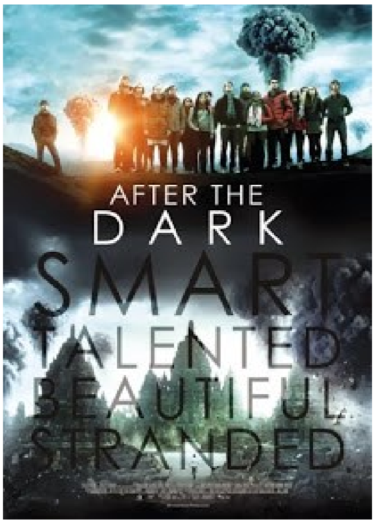
REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO

Nome: ________________________________ Nº: ____ Turma: _____ Ano: _____

Professor: _______________________ Classificação por competências (C3):

C3 – Pensamento crítico e criativo e comunicação Matemática: _______________

Encarregado de Educação: _______________________ Data: ____/ ____/ ______



Ficha técnica

Classificação M16

Países: Indonésia, Estados Unidos Ano 2013

Realizador e argumentista: John Huddles

Duração: 107 minutos

Atores e personagens: Bonnie Wright- Georgina; Daryl Sabara – Chips; Freddie Stroma – Jack; George Blagden - Andy; Jacob Artist – Parker; James D'Arcy – Mr. Zimit; Katie Findlay – Bonnie; Philippa Coulthard - Poppie; Rhys Wakefield – James; Sophie Lowe – Petra; Abhi Sinha – Kavi; Cinta Laura- Kiehl Utami; Erin Moriarty – Vivian; Hope Olaide – Wilson Omosedé; Maia Mitchell – Beatrice; Natasha Gott- Yoshiko; Toby Sebastian - Russe

Resumo:

Jacarta, Indonésia – O senhor Zimit (James D'Arcy) é um professor de filosofia que trabalha numa escola internacional. Na última aula, resolve desafiar, os seus alunos, propondo um jogo mental em que, dos 20 jovens, apenas metade será selecionada para viver com ele num *bunker*, onde poderão abrigar-se de um holocausto nuclear de proporções apocalípticas. Entretanto, não demora muito para que os jovens discordem das regras impostas pelo professor e o deixem de fora do *bunker*, sujeito à radiação…

(Retirado do Guião de Filosofia)

Conteúdos Matemáticos:

- ✓ Conceito de Infinito
- ✓ Paradoxos
- ✓ Modelos Matemáticos (este conteúdo irá ser abordado noutro trabalho no 2º Período)

Questões a ser abordadas nos dois trabalhos:

Neste trabalho:

- ✓ O que é o infinito?
- ✓ São todos os infinitos iguais?
- ✓ O que é um paradoxo
- ✓ Análise de alguns paradoxos

No trabalho do 2º Período:

- ✓ 10 pessoas conseguem sobreviver no bunker durante 1 ano. Uma pessoa a mais ia fazer assim tanta diferença? Em quanto iria reduzir o tempo de sobrevivência no *bunker*?
- ✓ Qual o alcance da nuvem de radioatividade?

Conceito de Infinito

O Teorema do Macaco Infinito – 06:01 → 06:33

Aborda o conceito de infinito: que é tão interminável que se colocássemos um macaco numa máquina de escrever ele eventualmente escreveria a peça de "Hamlet", palavra por palavra.

"Infinito... Em que é que pensamos quando ouvimos esta palavra? Em números enormes, incalculáveis, números que nunca mais acabaríamos de contar...? Um céu imenso, sem nunca mais acabar...? Cada um de nós pensará certamente uma coisa diferente, precisamente porque o conceito do infinito não tem por base nenhuma experiência sensível."

https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/cantor/oquee.htm

1. De acordo com Ferrater Mora (1986), o conceito de infinito pode ser entendido de várias maneiras:
   - ✓ O infinito é algo de indefinido, por não ter fim ou limite;
   - ✓ O infinito não é definido nem indefinido, porque no que lhe diz respeito, carece de sentido toda a referência a um fim ou limite.

   Estas duas maneiras de entender o conceito de infinito são contraditórias.

   O que será que Ferrater quer dizer nestas duas afirmações?

   Será útil pensar nas seguintes questões:

   - Quantas gotas de água existem num rio?
   - Quantas gotas de água existem num oceano?
   - Quantos rios cabem num oceano?

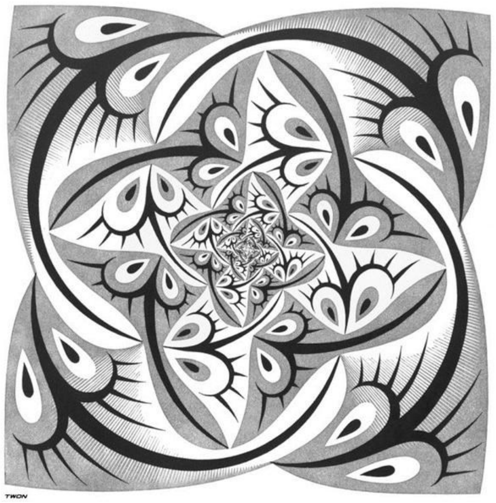
2. Representação do número infinito.

   "O artista holandês M. C. Escher (1898 – 1972) foi um genial criador de muitas surpresas da segunda espécie (minuciosamente planeadas, talvez mesmo disfarçadas com habilidade para perecerem naturais). As suas gravuras estão cheias de surpresas visuais, inteligentemente projetadas. À primeira vista, muitas das suas obras parecem naturais, mas observando melhor, descobre-se que o que foi tomado como plausível é, na verdade, impossível, e o observador é levado a olhar mais uma vez e outra vez, até que descobre as surpresas escondidas que a obra lhe oferece."

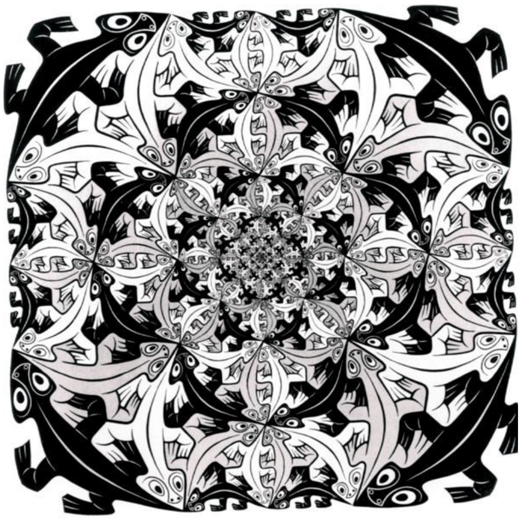
   Caleidociclos de M.C. Escher de Doris Schattschneider e Wallace Walker.

O M.C. Escher representou o número infinito em muitas das suas obras.

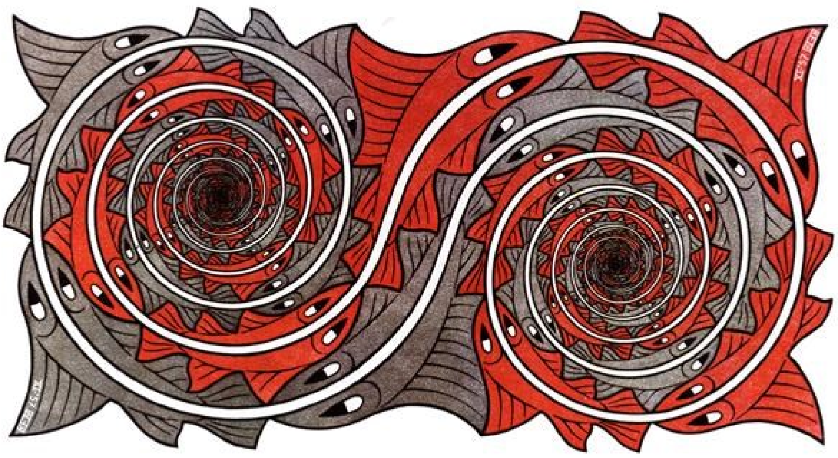
Analisa as obras seguintes e explica com é que Escher conseguiu representar o número infinito.



Caminho da vida II



Cada vez mais pequeno



Redemoinhos

Borboletas **Limite Circular IV**

Paradoxos

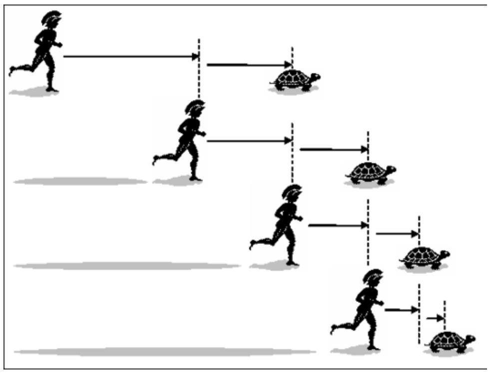
O Paradoxo da Ignorância – 07:34 → 08:22

"… Deseja que não tivesse testado seus amigos, sabendo que não pode contar com eles em caso de vida ou morte? Não seria melhor se soubesse apenas para o que eles são realmente bons e continuar amigos para sempre?..."

*"Paradoxo vem das palavras em latim e grego que significam "o contrário da opinião comum" e é, de acordo com o dicionário Houaiss: **1**. Proposição ou opinião contrária ao comum; **2**. Aparente falta de lógica ou nexo; contradição.*
Há vários tipos, mas o que eles geralmente têm em comum é o fato de conseguirem nos fazer parar e pensar, mesmo por um momento. Como quando se lê a frase "para chegar rápido, nada melhor do que ir devagar".
Outras nos acompanharam por anos, às vezes séculos, e algumas têm impulsionado importantes avanços em ciência, filosofia e matemática."
https://www.terra.com.br/noticias/ciencia/os-3-grandes-paradoxos-que-tiram-o-sono-de-matematicos-e-filosofos,2ec66586ace049b776ef8361c5616625lrbbwz4m.html

1. **Aquiles e a Tartaruga – Um paradoxo de Zenão**

"Aquiles, herói grego de incontestáveis capacidades físicas, foi desafiado, um certo dia, por uma tartaruga para uma corrida. Esta propôs a Aquiles uma corrida de cinco léguas, mas em que ela tivesse uma légua de avanço. Aquiles aceitou de imediato estas condições. A tartaruga explicou a um cágado, seu amigo, perplexo com o seu atrevimento, que não havia qualquer hipótese de perder, racionando desta forma:



"Como eu parto com algum avanço, Aquiles antes de me ultrapassar terá de passar pelo local de onde partirei; mas quando ele lá chegar, eu estarei já mais adiante, pois nunca pararei; e, quando ele chegar a esse novo local, já eu estarei noutro; e assim sucessivamente – sempre que Aquiles chegar onde eu estava, eu já lá não estarei, pois nunca vou parar, pelo que nunca me apanhará!"

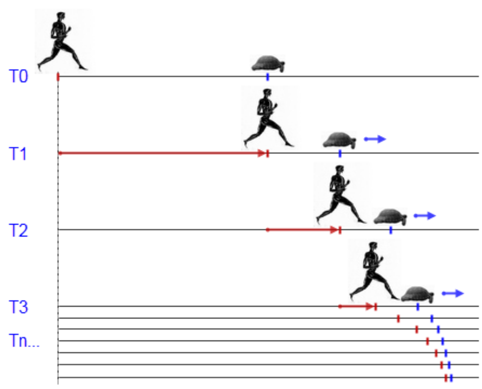
Será que a tartaruga tem razão?

Imagina que Aquiles corre calmamente à velocidade de uma légua por hora e que a tartaruga consegue a fantástica velocidade de meia légua por hora.

Indica os termos da sequência descrita no argumento da tartaruga, especificando as sucessivas distâncias entre esses pontos e o ponto onde Aquiles inicia a corrida.

Explica o que há de errado no argumento da tartaruga, se é que há algo de errado.

Em Expoente 11 Matemática A.



Preenche a seguinte tabela com os termos da sequência

Ordem	0	1	2	3	4	5	6	…	n
Posição da Tartaruga	1	1,5							

2. **O paradoxo do anel** https://www.somatematica.com.br/paradoxos.php

"*Uma mulher entrou numa joalharia, escolheu um anel no valor de mil euros, pagou e saiu.*

Reapareceu na loja no dia seguinte e perguntou se podia trocá-lo por outro. Desta vez escolheu um que valia dois mil euros, agradeceu ao joalheiro amavelmente e preparou-se para sair.

O joalheiro, naturalmente, exigiu mais mil euros. Indignada, a jovem falou que já lhe tinha pago no dia anterior o valor de mil euros e que acabava de lhe entregar um anel no valor de mil euros. Portanto, nada lhe devia. Saiu então da loja, deixando o joalheiro desorientado."

Explica qual a contradição neste paradoxo. Qual a posição do joalheiro? E da cliente?

3. **O paradoxo do Grande Hotel de Hilbert**

"Em 1925, Hilbert apresentou um paradoxo do infinito que ficou mais conhecido como o hotel de Hilbert. Neste hotel, há infinitos quartos e está sempre lotado, com um hóspede em cada quarto. Mas, sempre que chega algum cliente, o gerente solicita que os hóspedes pulem de quarto, mudando-se para o quarto ao lado. Assim:

O hóspede do quarto 1 pula para o quarto 2.

O hóspede do quarto 2 pula para o quarto 3.

...

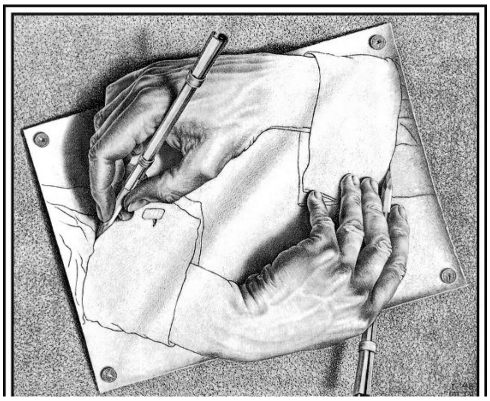
O hóspede do quarto n *pula para o quarto* $n + 1$.

Existe, no entanto, um único problema neste paradoxo. Para transferir o hóspede do quarto 1 para o quarto 2, o quarto 2 deve estar livre, porém para o mesmo estar livre o quarto 3 deve estar livre também para transferir o hóspede do quarto 2 para o 3, e assim sucessivamente. Por isso, o tempo de espera para libertar o quarto 1 seria infinito, já que, para isso acontecer, o enésimo quarto deve estar livre para a libertação do quarto $n - 1$.

Explica onde está o paradoxo. https://www.somatematica.com.br/paradoxos.php

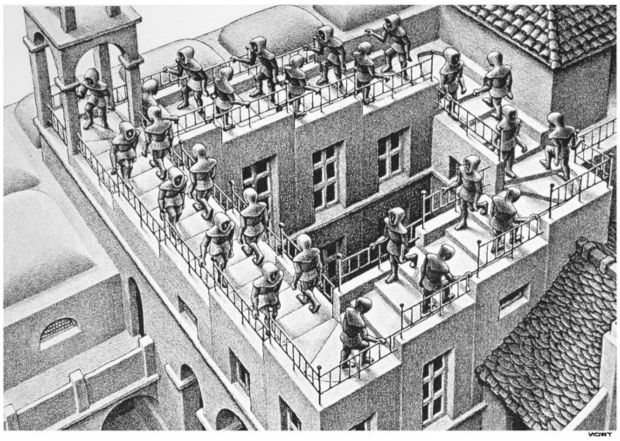
4. **Paradoxos na obra de M.C. Escher**

Em cada uma das obras seguintes indica qual o paradoxo existente.



4.1. Desenhando Mãos

4.2. Miradouro



4.3. Subindo e Descendo

	Infinito		**Paradoxos**					
Questão	**1.**	**2.**	**1.**	**2.**	**3.**	**4.1**	**4.2**	**4.3**
Cotação	25	25	25	25	25	25	25	25
Competência avaliada	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3

APÊNDICE 27 – Guião da tarefa “AS FORMAS ESCONDIDAS NOS MINERAIS”

Semana de Ciência

AS FORMAS ESCONDIDAS NOS MINERAIS

REPÚBLICA PORTUGUESA | EDUCAÇÃO



O objetivo desta tarefaé utilizar o software ***Geogebra*** para encontrar o modelo geometrico a 3D   presente no mineral das fotografias.

Guião

1º : Procurar na internet imagens de minerais.

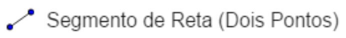
2º: Abrir o programa **geogebra classic online.**

3º: Inserir a 1ª fotografia selecionado e 

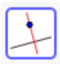
depois 

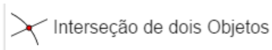
4º: Selecionar e 

depois marca pontos nos vértices do mineral da figura.

5º: Selecionar  

e depois selecionar e une vértices consecutivos.

6º: Completar o sólido marcando os vértices em falta usando retas paralelas  

e pontos de interseção  

7º: Identificar o sólido obtido e os polígonos das faces.

8º: Arastar a imagem para um lado e criar um referencial 3 D

9º: Determinar o comprimento das arestas

10º: Indicar as coordenadas dos vértices.

APÊNDICE 28 – CIF e Classificações obtidas nos exames – MACS e Matemática B

Alunos	Disciplina	CIF	CE	Flex	Aprov
1	MACS	14	9	N	S
2	MACS	15	9	N	S
3	MACS	15	12	N	S
4	MACS	14	15	N	S
5	MACS	12	12	N	S
6	MACS	10	8	N	N
7	MACS	16	14	N	S
8	MACS	16	16	N	S
9	MACS	15	12	N	S
10	MACS	16	13	N	S
11	MACS	18	16	N	S
12	MACS	13	8	N	S
13	MACS	15	13	N	S
14	MACS	15	14	N	S
15	MACS	16	15	N	S
16	MACS	12	11	N	S
17	MACS	13	9	N	S
18	MACS	16	16	N	S
19	MACS	12	10	N	S
20	MACS	17	16	N	S
21	MACS	10	15	N	S
22	MACS	11	6	N	S
23	MACS	12	12	N	S
24	MACS	11	10	N	S
25	MACS	10	9	N	S
1	MACS	16	12	S	S
2	MACS	15	11	S	S
3	MACS	18	17	S	S
4	MACS	17	12	S	S
5	MACS	18	18	S	S
6	MACS	17	18	S	S
7	MACS	16	12	S	S
8	MACS	16	12	S	S
9	MACS	13	8	S	S
10	MACS	15	15	S	S
11	MACS	13	11	S	S
12	MACS	13	7	S	S
13	MACS	14	10	S	S
14	MACS	12	9	S	S
15	MACS	13	9	S	S
16	MACS	15	8	S	S

17	MACS	14	12	S	S
18	MACS	15	13	S	S
19	MACS	17	13	S	S
20	MACS	14	9	S	S
21	MACS	13	9	S	S
22	MACS	17	16	S	S
1	MATB	10	10	N	S
2	MATB	10	12	N	S
3	MATB	13	15	N	S
4	MATB	14	12	N	S
5	MATB	12	13	N	S
6	MATB	17	18	N	S
7	MATB	14	12	N	S
8	MATB	18	15	N	S
9	MATB	16	14	N	S
10	MATB	12	13	N	S
11	MATB	15	14	N	S
12	MATB	17	19	N	S
13	MATB	15	14	N	S
14	MATB	11	9	N	S
15	MATB	12	5	N	S
16	MATB	10	8	N	N
17	MATB	17	17	N	S
18	MATB	17	16	N	S
19	MATB	12	12	N	S
20	MATB	10	8	N	N
21	MATB	13	12	N	S
1	MATB	12	13	S	S
2	MATB	16	18	S	S
3	MATB	16	18	S	S
4	MATB	13	14	S	S
5	MATB	13	13	S	S
6	MATB	14	12	S	S
7	MATB	15	9	S	S
8	MATB	10	12	S	S

APÊNDICE 29 – Resultados dos diversos Testes de Hipóteses

MACS 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> MACS10 <- subset(MACS, subset=Ano=="10")

> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MACS10)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.95772, p-value = 0.3486

> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MACS10)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.81825, p-value = 0.0003657
```

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MACS10, median(Testes - Trabalhos, na.rm=TRUE)) # median difference
[1] -1.7

> with(MACS10, wilcox.test(Testes, Trabalhos, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Testes and Trabalhos
V = 28.5, p-value = 0.00009912
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeita-se H_0 com um nível de significância de 0,05.

MACS 11º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> MACS11 <- subset(MACS, subset=Ano=="11")

> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MACS11)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.94785, p-value = 0.2064
```

```
> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MACS11)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.85929, p-value = 0.002165
```

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MACS11, median(Testes - Trabalhos, na.rm=TRUE)) # median differenc
[1] -2.95

> with(MACS11, wilcox.test(Testes, Trabalhos, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Testes and Trabalhos
V = 34, p-value = 0.0001708
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeita-se H_0 com um nível de significância de 0,05.

MACS (Flexibilidade) – duas amostras independentes

Classificações nos trabalhos 10º vs classificações nos trabalhos 11º

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MACS$Trabalhos,MACS$Ano,shapiro.test)
MACS$Ano: 10

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.81825, p-value = 0.0003657

------------------------------------------------------------
MACS$Ano: 11

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.85929, p-value = 0.002165
```

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos trabalhos 10º rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel Classificações obtidas nos trabalhos 11º rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10 é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º $(\tilde{x}_{10} = \tilde{x}_{11})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10 é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º $(\tilde{x}_{10} < \tilde{x}_{11})$

```
> Tapply(Trabalhos ~ Ano, median, na.action=na.omit, data=MACS)
+   # medians by group
  dez  onze
15.65 16.10

> wilcox.test(Trabalhos ~ Ano, alternative="less", data=MACS)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  Trabalhos by Ano
W = 291, p-value = 0.1972
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

MACS – duas amostras independentes

CIF antes da Flexibilidade vs CIF com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MACSEXAME$CIF,MACSEXAME$Flex,shapiro.test)
MACSEXAME$Flex: N

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93636, p-value = 0.1219

---------------------------------------------------------
MACSEXAME$Flex: S

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93295, p-value = 0.1413
```

Relativamente à variavel Classificações Internas Finais obtidas antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel Classificações Internas Finais obtidas com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_N^2 = \sigma_S^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_N^2 \neq \sigma_S^2)$

```
> Tapply(CIF ~ Flex, var, na.action=na.omit, data=MACSEXAME)
+   # variances by group
       N        S
5.523333 3.283550

> var.test(CIF ~ Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95,
+   data=MACSEXAME)

        F test to compare two variances

data:  CIF by Flex
F = 1.6821, num df = 24, denom df = 21, p-value = 0.2324
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.7104982 3.8872494
sample estimates:
ratio of variances
          1.682123
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância inferior a 0,05

Teste de Hipótese para a média

H_o: A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é igual à média das classificações internas finais com a Flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$

H_1: A média das classificações internas finais antes da Flexibilidade é inferior à média das classificações internas finais com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$

```
> load("C:/Users/vcvlo/OneDrive/Mestrado/Tese/Dissertação/MACSEXAME.RData")

> t.test(CIF~Flex, alternative='less', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MACSEXAME)

        Two Sample t-test

data:  CIF by Flex
t = -2.078, df = 45, p-value = 0.02172
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.2465497
sample estimates:
mean in group N mean in group S
       13.76000        15.04545
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificação no exame antes da Flexibilidade vs Classificação no exame nacional com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MACSEXAME$CE,MACSEXAME$Flex,shapiro.test)
MACSEXAME$Flex: N

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93554, p-value = 0.1167

------------------------------------------------------------
MACSEXAME$Flex: S

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.92855, p-value = 0.1144
```

Relativamente à variavel Classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel Classificações obtidas no exame nacional com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_N^2 = \sigma_S^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_N^2 \neq \sigma_S^2)$

```
> Tapply(CE ~ Flex, var, na.action=na.omit, data=MACSEXAME)
+   # variances by group
       N         S
 8.916667 10.599567

> var.test(CE ~ Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95, data=MACSEXAME)

       F test to compare two variances

data:  CE by Flex
F = 0.84123, num df = 24, denom df = 21, p-value = 0.6784
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.3553201 1.9440130
sample estimates:
ratio of variances
         0.8412293
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância inferior a 0,05

Teste de Hipótese para a média

H_o: A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é igual à média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$

H_1: A média das classificações obtidas no exame nacional antes da Flexibilidade é diferente da média das classificações obtidas no exame nacional com a Flexibilidade $(\mu_N \neq \mu_S)$

```
> t.test(CE~Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MACSEXAME)

        Two Sample t-test

data:  CE by Flex
t = 0.14976, df = 45, p-value = 0.8816
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.697557  1.970284
sample estimates:
mean in group N mean in group S
       12.00000        11.86364
```

Não rejeito H_0 com um nível de significancia de 0,05.

Diferença entre CIF e classificação no exame antes da Flexibilidade vs Diferença entre CIF e classificação no exame nacional com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MACSEXAME$Diferença,MACSEXAME$Flex,shapiro.test)
MACSEXAME$Flex: N

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.9303, p-value = 0.08829

------------------------------------------------------------
MACSEXAME$Flex: S

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.94081, p-value = 0.2057
```

Relativamente à variável diferença entre a CIF e a classificação de exame antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável diferença entre a CIF e a classificação de exame com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_N^2 = \sigma_S^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_N^2 \neq \sigma_S^2)$

```
> Tapply(Diferença ~ Flex, var, na.action=na.omit, data=MACSEXAME)
+   # variances by group
       N        S
5.356667 4.251082

> var.test(Diferença ~ Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95,
+   data=MACSEXAME)

        F test to compare two variances

data:  Diferença by Flex
F = 1.2601, num df = 24, denom df = 21, p-value = 0.5964
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.5322313 2.9119229
sample estimates:
ratio of variances
          1.260071
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese para a média da diferença entre CIF e classificação de exame

H_o: A média das diferenças entre a CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é igual à média das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$

H_1: A média das diferenças entre a CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é menor que a média das diferenças entre a CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$

```
> t.test(Diferença~Flex, alternative='less', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MACSEXAME)

        Two Sample t-test

data:  Diferença by Flex
t = -2.2107, df = 45, p-value = 0.01609
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.341668
sample estimates:
mean in group N mean in group S
       1.760000        3.181818
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Taxa de reprovação antes da Flexibilidade vs Taxa de reprovação com a Flexibilidade

Teste de Hipótese para a proporção Taxa de reprovação

H_o: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é igual à taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N = p_S)$

H_1: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é diferente da taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N \neq p_S)$

```
Percentage table:
    Aprov
Flex N   S Total Count
   N 4  96   100    25
   S 0 100   100    22

        2-sample test for equality of proportions without continuity
        correction

data:  .Table
X-squared = 0.89913, df = 1, p-value = 0.343
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
 -0.03681459  0.11681459
sample estimates:
prop 1 prop 2
  0.04   0.00
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática B 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MATB10)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.96401, p-value = 0.6002
```

```
> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MATB10)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.93548, p-value = 0.1772
```

Relativamente às variaveis classificação obtida nos testes e classificação obtidas nos trabalhos não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$

H_1: A média das classificações obtidas nos testes é inferior á média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATB10, (t.test(Testes, Trabalhos, alternative='less', conf.level=.95,
+   paired=TRUE)))

        Paired t-test

data:  Testes and Trabalhos
t = -5.9965, df = 20, p-value = 0.00000365
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -2.133744
sample estimates:
mean of the differences
              -2.995238
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática B 11º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MATB11)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.9329, p-value = 0.2433
```

```
> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MATB11)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.87454, p-value = 0.02596
```

Relativamente à variavel classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATB11, median(Testes - Trabalhos, na.rm=TRUE)) # median difference
[1] -4

> with(MATB11, wilcox.test(Testes, Trabalhos, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Testes and Trabalhos
V = 6.5, p-value = 0.0004993
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática B (Flexibilidade) – duas amostras independentes

Classificações nos trabalhos 10º vs classificações nos trabalhos 11º

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATB$Trabalhos,MATB$Ano,shapiro.test)
MATB$Ano: dez

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93548, p-value = 0.1772

------------------------------------------------------------
MATB$Ano: onze

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.87454, p-value = 0.02596
```

Relativamente à variavel classificações obtidas nos trabalhos 10º não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel classificações obtidas nos trabalhos 11º rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10 igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ($\tilde{x}_{10} = \tilde{x}_{11}$)

H_1: A mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 10 é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos de 11º ($\tilde{x}_{10} < \tilde{x}_{11}$)

```
> Tapply(Trabalhos ~ Ano, median, na.action=na.omit, data=MATB)
+   # medians by group
 dez onze
12.5 14.2

> wilcox.test(Trabalhos ~ Ano, alternative="less", data=MATB)

	Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  Trabalhos by Ano
W = 102, p-value = 0.01278
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática B – duas amostras independentes

CIF antes da Flexibilidade vs CIF com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATBEXAME$CIF,MATBEXAME$Flex,shapiro.test)
MATBEXAME$Flex: N

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.91409, p-value = 0.06616

------------------------------------------------------------
MATBEXAME$Flex: S

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.94106, p-value = 0.6215
```

Relativamente à variável Classificações Internas Finais obtidas antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável Classificações Internas Finais obtidas com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_N^2 = \sigma_S^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_N^2 \neq \sigma_S^2)$

```
> Tapply(CIF ~ Flex, var, na.action=na.omit, data=MATBEXAME)
+   # variances by group
       N        S
7.257143 4.267857

> var.test(CIF ~ Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95,
+   data=MATBEXAME)

        F test to compare two variances

data:  CIF by Flex
F = 1.7004, num df = 20, denom df = 7, p-value = 0.4843
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.3806845 5.1138661
sample estimates:
ratio of variances
          1.700418
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese para a média

H_o: A média das classificações antes da Flexibilidade é igual à média das classificações com a Flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$

H_1: A média das classificações antes da Flexibilidade é inferior à média das classificações com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$

```
> t.test(CIF~Flex, alternative='less', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MATBEXAME)

        Two Sample t-test

data:  CIF by Flex
t = -0.050644, df = 27, p-value = 0.48
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
     -Inf 1.748167
sample estimates:
mean in group N mean in group S
       13.57143        13.62500
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificação no exame antes da Flexibilidade vs Classificação no exame nacional com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATBEXAME$CE,MATBEXAME$Flex,shapiro.test)
MATBEXAME$Flex: N

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.97454, p-value = 0.83

------------------------------------------------------------
MATBEXAME$Flex: S

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.89854, p-value = 0.2803
```

Relativamente à variável Classificações obtidas no exame nacional antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável Classificações obtidas no exame nacional com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_N^2 = \sigma_S^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_N^2 \neq \sigma_S^2)$

```
> Tapply(CE ~ Flex, var, na.action=na.omit, data=MATBEXAME)
+   # variances by group
        N         S
11.990476  9.410714

> var.test(CE ~ Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95, data=MATBEXAME)

	F test to compare two variances

data:  CE by Flex
F = 1.2741, num df = 20, denom df = 7, p-value = 0.7843
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2852484 3.8318403
sample estimates:
ratio of variances
           1.27413
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese para a média

H_o: A média das classificações antes da Flexibilidade é igual à média das classificações com a Flexibilidade $(\mu_N = \mu_S)$

H_1: A média das classificações antes da Flexibilidade é diferente da média das classificações com a Flexibilidade $(\mu_N < \mu_S)$

```
> t.test(CE~Flex, alternative='two.sided', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MATBEXAME)

        Two Sample t-test

data:  CE by Flex
t = -0.61739, df = 27, p-value = 0.5421
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -3.731502  2.005311
sample estimates:
mean in group N mean in group S
        12.7619         13.6250
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Diferença entre CIF e classificação no exame antes da Flexibilidade vs Diferença entre CIF e classificação no exame nacional com a Flexibilidade

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATBEXAME$Diferença,MATBEXAME$Flex,shapiro.test)
MATBEXAME$Flex: N

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.8904, p-value = 0.02289

-----------------------------------------------------------------------
MATBEXAME$Flex: S

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.77183, p-value = 0.01419
```

Relativamente à variavel diferença entre a CIF e a classificação de exame antes da implementação do projeto da autonomia e flexibilidade rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel diferença entre a CIF e a classificação de exame com a implementação do projeto da autonomia e flexibilidade rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese para a mediana da diferença entre CIF e classificação de exame

H_o: A mediana das diferenças entre CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é igual à mediana das diferenças entre CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\tilde{x}_N = \tilde{x}_S)$

H_1: A mediana das diferenças entre CIF e classificação de exame antes da Flexibilidade é inferior à diferença da mediana das diferenças entre CIF e classificação de exame com a Flexibilidade $(\tilde{x}_N < \tilde{x}_S)$

```
> Tapply(Diferença ~ Flex, median, na.action=na.omit, data=MATBEXAME)
+   # medians by group
 N  S
 1 -1

> wilcox.test(Diferença ~ Flex, alternative="less", data=MATBEXAME)

	Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  Diferença by Flex
W = 111, p-value = 0.9137
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Taxa de reprovação antes da Flexibilidade vs Taxa de reprovação com a Flexibilidade

Teste de Hipótese para a proporção Taxa de reprovação

H_o: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é igual à taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N = p_S)$

H_1: A taxa de reprovação antes da Flexibilidade é diferente da taxa de reprovação com a Flexibilidade $(p_N \neq p_S)$

```
Percentage table:
    Aprov
Flex   N     S Total Count
   N 9.5  90.5   100    21
   S 0.0 100.0   100     8

	2-sample test for equality of proportions without continuity
	correction

data:  .Table
X-squared = 0.81834, df = 1, p-value = 0.3657
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
 -0.03031024  0.22078643
sample estimates:
   prop 1    prop 2
0.0952381 0.0000000
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática A 10º (Flexibilidade) – duas amostras emparelhadas

Turma do Curso de Ciências e Tecnologias

Competência 1 – Conhecimentos e Procedimentos

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~ConhecimentosT, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ConhecimentosT
W = 0.8743, p-value = 0.003628

> normalityTest(~ConhecimentosP, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ConhecimentosP
W = 0.76767, p-value = 0.00003961
```

Relativamente à variavel classificações obtidas nos testes rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACT, median(ConhecimentosT - ConhecimentosP, na.rm=TRUE))
+   # median difference
[1] 1.9

> with(MATACT, wilcox.test(ConhecimentosT, ConhecimentosP, alternative='less',
+    paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  ConhecimentosT and ConhecimentosP
V = 278, p-value = 0.9842
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 2 – Resolução de Problemas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~ProblemasT, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ProblemasT
W = 0.93434, p-value = 0.08837


> normalityTest(~ProblemasP, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ProblemasP
W = 0.78773, p-value = 0.00008452
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACT, median(ProblemasT - ProblemasP, na.rm=TRUE))
+   # median difference
[1] 2.5

> with(MATACT, wilcox.test(ProblemasT, ProblemasP, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  ProblemasT and ProblemasP
V = 265, p-value = 0.967
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 3 – Pensamento crítico e criativo/Comunicação

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~PensamentoT, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  PensamentoT
W = 0.74513, p-value = 0.0000176


> normalityTest(~PensamentoP, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  PensamentoP
W = 0.95163, p-value = 0.2348
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACT, median(PensamentoT - PensamentoP, na.rm=TRUE))
+   # median difference
[1] -10.8

> with(MATACT, wilcox.test(PensamentoT, PensamentoP, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  PensamentoT and PensamentoP
V = 0, p-value = 0.00000296
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações ponderadas (inclui as três competências)

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.92768, p-value = 0.06063


> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MATACT)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.7585, p-value = 0.00002833
```

Relativamente à variavel classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variavel classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACT, median(Testes - Trabalhos, na.rm=TRUE)) # median difference
[1] 1.2

> with(MATACT, wilcox.test(Testes, Trabalhos, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Testes and Trabalhos
V = 253.5, p-value = 0.9408
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Turma do Curso de Ciências Socioeconómicas

Competência 1 – Conhecimentos e Procedimentos

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~ConhecimentosT, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ConhecimentosT
W = 0.97886, p-value = 0.9676


> normalityTest(~ConhecimentosP, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ConhecimentosP
W = 0.90576, p-value = 0.1367
```

Relativamente à variàvel classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variàvel classificações obtidas nos trabalhos não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$

H_1: A média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACSE, (t.test(ConhecimentosT, ConhecimentosP, alternative='less',
+   conf.level=.95, paired=TRUE)))

        Paired t-test

data:  ConhecimentosT and ConhecimentosP
t = -0.34148, df = 13, p-value = 0.3691
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
     -Inf 1.554842
sample estimates:
mean of the differences
             -0.3714286
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 2 – Resolução de Problemas

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~ProblemasT, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ProblemasT
W = 0.92237, p-value = 0.2378


> normalityTest(~ProblemasP, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  ProblemasP
W = 0.85601, p-value = 0.02683
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACSE, median(ProblemasT - ProblemasP, na.rm=TRUE))
+   # median difference
[1] -3

> with(MATACSE, wilcox.test(ProblemasT, ProblemasP, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank exact test

data:  ProblemasT and ProblemasP
V = 11, p-value = 0.003357
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 3 – Pensamento crítico e criativo/Comunicação

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~PensamentoT, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  PensamentoT
W = 0.79458, p-value = 0.004281


> normalityTest(~PensamentoP, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  PensamentoP
W = 0.9207, p-value = 0.2251
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas nos testes é igual à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} = \tilde{x}_{Trabalhos})$

H_1: A mediana das classificações obtidas nos testes é inferior à mediana das classificações obtidas nos trabalhos $(\tilde{x}_{Testes} < \tilde{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACSE, median(PensamentoT - PensamentoP, na.rm=TRUE))
+   # median difference
[1] -7.1

> with(MATACSE, wilcox.test(PensamentoT, PensamentoP, alternative='less',
+   paired=TRUE))

        Wilcoxon signed rank exact test

data:  PensamentoT and PensamentoP
V = 1, p-value = 0.0001221
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações ponderadas (inclui as três competências)

Classificações nos testes vs classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> normalityTest(~Testes, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Testes
W = 0.96926, p-value = 0.8666

> normalityTest(~Trabalhos, test="shapiro.test", data=MATACSE)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Trabalhos
W = 0.88873, p-value = 0.07751
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas nos testes é igual à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} = \bar{x}_{Trabalhos})$

H_1: A média das classificações obtidas nos testes é inferior à média das classificações obtidas nos trabalhos $(\bar{x}_{Testes} < \bar{x}_{Trabalhos})$

```
> with(MATACSE, (t.test(Testes, Trabalhos, alternative='less', conf.level=.95,
+    paired=TRUE)))

        Paired t-test

data:  Testes and Trabalhos
t = -2.0212, df = 13, p-value = 0.03217
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.248565
sample estimates:
mean of the differences
              -2.007143
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Matemática A 10º (Flexibilidade) – duas amostras independentes

Curso de Ciências e Tecnologias vs Curso de Ciências Socioecónomicas

Competência 1 – Conhecimentos e Procedimentos

Classificações nos testes

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$ConhecimentosT,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.97886, p-value = 0.9676

------------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.8743, p-value = 0.003628
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma ciências e tecnologias rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$

H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior á mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$

```
> Tapply(ConhecimentosT ~ Turma, median, na.action=na.omit, data=MATA
+   # medians by group
  CSE    CT
11.35 14.00

> wilcox.test(ConhecimentosT ~ Turma, alternative="less", data=MATA)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  ConhecimentosT by Turma
W = 133, p-value = 0.06348
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$ConhecimentosP,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.90576, p-value = 0.1367

------------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.76767, p-value = 0.00003961
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de ciências e tecnologias rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$

H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$

```
> Tapply(ConhecimentosP ~ Turma, median, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # medians by group
 CSE   CT
12.0 14.4

> wilcox.test(ConhecimentosP ~ Turma, alternative="less", data=MATA)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  ConhecimentosP by Turma
W = 184, p-value = 0.4502
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 2 – Resolução de Problemas

Classificações nos testes

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$ProblemasT,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.92237, p-value = 0.2378

------------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.93434, p-value = 0.08837
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma ciências e tecnologias não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma_{CSE}^2 = \sigma_{CT}^2)$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma_{CSE}^2 \neq \sigma_{CT}^2)$

```
> var.test(ProblemasT ~ Turma, alternative='two.sided', conf.level=.95,
+   data=MATA)

        F test to compare two variances

data:  ProblemasT by Turma
F = 0.69918, num df = 13, denom df = 26, p-value = 0.5058
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2852051 2.0079408
sample estimates:
ratio of variances
          0.699179
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas nos testes de ciências socioeconómicas é igual à média das classificações obtidas nos testes de ciências e tecnologias $(\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT})$

H_1: A média das classificações obtidas nos testes de ciências socioeconómicas é inferior à média das classificações obtidas nos testes de ciências e tecnologias $(\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT})$

```
> t.test(ProblemasT~Turma, alternative='less', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+    data=MATA)

	Two Sample t-test

data:  ProblemasT by Turma
t = -2.0668, df = 39, p-value = 0.02272
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.6386398
sample estimates:
mean in group CSE  mean in group CT
         7.307143         10.762963
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$ProblemasP,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.85601, p-value = 0.02683

------------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

	Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.78773, p-value = 0.00008452
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de socioeconómicas rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma ciências e tecnologias rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$

H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$

```
> Tapply(ProblemasP ~ Turma, median, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # medians by group
  CSE    CT
10.25 11.50

> wilcox.test(ProblemasP ~ Turma, alternative="less", data=MATA)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  ProblemasP by Turma
W = 208, p-value = 0.7066
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Competência 3 – Pensamento crítico e criativo/Comunicação

Classificações nos testes

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$PensamentoT,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.79458, p-value = 0.004281

---------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.74513, p-value = 0.0000176
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de socioeconómicas rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de ciências e tecnologias rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$

H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$

```
> Tapply(PensamentoT ~ Turma, median, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # medians by group
 CSE   CT
1.15 2.30

> wilcox.test(PensamentoT ~ Turma, alternative="less", data=MATA)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  PensamentoT by Turma
W = 166.5, p-value = 0.2711
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$PensamentoP,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.9207, p-value = 0.2251

--------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.95163, p-value = 0.2348
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma ciências e tecnologias não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma^2_{CSE} = \sigma^2_{CT})$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma^2_{CSE} \neq \sigma^2_{CT})$

```
> Tapply(PensamentoP ~ Turma, var, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # variances by group
    CSE      CT
13.6172 10.5243

> var.test(PensamentoP ~ Turma, alternative='two.sided', conf.level=.95,
+   data=MATA)

        F test to compare two variances

data:  PensamentoP by Turma
F = 1.2939, num df = 13, denom df = 26, p-value = 0.5553
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.5277927 3.7158396
sample estimates:
ratio of variances
          1.293881
```

Não rejeito H_0 com um nivel de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas na turma de Ciências Socioeconómicas é igual à média das classificações obtidas nas turmas de Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT})$

H_1: A média das classificações obtidas na turma de Ciências Socioeconómicas é inferior à média das classificações obtidas nas turmas de Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT})$

```
> t.test(PensamentoP~Turma, alternative='less', conf.level=.95,
+   var.equal=TRUE, data=MATA)

        Two Sample t-test

data:  PensamentoP by Turma
t = -3.1686, df = 39, p-value = 0.001488
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -1.661085
sample estimates:
mean in group CSE  mean in group CT
         9.978571         13.525926
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações ponderadas (inclui as três competências)

Classificações nos testes

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$Testes,MATA$Turma,shapio.test)

> by(MATA$Testes,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.96926, p-value = 0.8666

---------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.92768, p-value = 0.06063
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos testes pela turma de ciências e tecnologias não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Verificação da igualdade das variâncias

H_o: As variâncias das distribuições são iguais $(\sigma^2_{CSE} = \sigma^2_{CT})$

H_1: As variâncias das distribuições são diferentes $(\sigma^2_{CSE} \neq \sigma^2_{CT})$

```
> Tapply(Testes ~ Turma, var, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # variances by group
     CSE       CT
19.18995 19.33840

> var.test(Testes ~ Turma, alternative='two.sided', conf.level=.95, data=MATA)

        F test to compare two variances

data:  Testes by Turma
F = 0.99232, num df = 13, denom df = 26, p-value = 0.9697
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.4047828 2.8498080
sample estimates:
ratio of variances
         0.9923231
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese

H_o: A média das classificações obtidas na turma de Ciências Socioeconómicas é igual à média das classificações obtidas nas turmas de Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} = \bar{x}_{CT})$

H_1: A média das classificações obtidas na turma de Ciências Socioeconómicas é inferior à média das classificações obtidas nas turmas de Ciências e Tecnologias $(\bar{x}_{CSE} < \bar{x}_{CT})$

```
> t.test(Testes~Turma, alternative='less', conf.level=.95, var.equal=TRUE,
+   data=MATA)

        Two Sample t-test

data:  Testes by Turma
t = -1.8076, df = 39, p-value = 0.03919
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
       -Inf -0.1774821
sample estimates:
mean in group CSE  mean in group CT 
         9.092857         11.707407 
```

Rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Classificações nos trabalhos

Verificação da normalidade

H_o: Os dados seguem uma distribuição normal

H_1: Os dados não seguem uma distribuição normal

```
> by(MATA$Trabalhos,MATA$Turma,shapiro.test)
MATA$Turma: CSE

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.88873, p-value = 0.07751

------------------------------------------------------------
MATA$Turma: CT

        Shapiro-Wilk normality test

data:  dd[x, ]
W = 0.7585, p-value = 0.00002833
```

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de socioeconómicas não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Relativamente à variável classificações obtidas nos trabalhos pela turma de ciências e tecnologias rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.

Teste de Hipótese não paramétrico

H_o: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é igual à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} = \tilde{x}_{CT})$

H_1: A mediana das classificações obtidas na turma Ciências Socioecónomicas é inferior à mediana das classificações obtidas na turma Ciências e Tecnologias $(\tilde{x}_{CSE} < \tilde{x}_{CT})$

```
> Tapply(Trabalhos ~ Turma, median, na.action=na.omit, data=MATA)
+   # medians by group
  CSE    CT
10.85 13.60

> wilcox.test(Trabalhos ~ Turma, alternative="less", data=MATA)

        Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  Trabalhos by Turma
W = 188.5, p-value = 0.5
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

Não rejeito H_0 com um nível de significância de 0,05.